责任编辑　周玉刚

算 术 辞 典

（修订版）

顾汝佐　蒋　冲　主编

世 纪 出 版 集 团
上海科学技术出版社　出版、发行

（上海瑞金二路 450 号）

新华书店上海发行所发行　江西印刷公司印刷

开本 787×1092　1/32　印张 31.5　插页 4　字数 1087000

1989 年 12 月第 1 版

2004 年 9 月第 2 版　2004 年 9 月第 2 次印刷

印数：10001～

ISBN 7-5323-7457-2/G・1618

定价：17.20 元

本书如有缺页、错装或坏损等严重质量问题，
请向本社出版科联系调换



说明

SHUO MING

20 世纪 50 年代末，我社曾出版过由薛德炯、吴载耀根据日本长泽龟之助原著而编译的一套《题解中心》，其中包括《算术辞典》、《代数学辞典》、《三角法辞典》、《几何学辞典》. 当时曾受到广大读者的欢迎，后来曾重印过数次. 但是，此《题解中心》原著于 1935 年，距离现在已有半个世纪，其篇幅内容过于浩繁庞杂，有些内容还不尽确切，现在看来，更不适合我国目前国情.

鉴于我国中小学数学教学已积累了丰富的理论、实践经验及有关资料，完全有必要、有可能编纂一套符合目前国家教委颁布的全日制中学数学教学大纲及小学数学教学大纲精神的新的数学辞典.

为此，我社邀请了上海市部分具有丰富教学经验的大、中、小学数学教师陆续编写适合我国目前国情及教学实际需要的算术辞典、代数学辞典(上、下)、几何学辞典、三角学辞典、平面解析几何辞典. 今后将分别陆续出版.

1988 年 6 月



前言

QIAN YAN

“算术”早在我国西汉(公元前 200 年～公元 8 年)时期是数学书的代用名词,包含当时的全部数学知识和计算技能. 随着生产和科学技术的不断发展,数学知识的内容也越来越丰富,现在“算术”只是数学的一个分支. 它主要讨论非负整数、分数、小数的记数法和它们在加、减、乘、除、乘方等运算下产生的数的性质、运算法则,以及在日常生活中应用的数学问题. 它是数学中最基础、最初等的部分.

“算术”作为当代学校教育的一门课程,还包括“量与计量”、“简单几何形体求积”等知识. 因此,算术的内容极为丰富,不仅有许多专用的名词、术语,各种计算法则,还有浩如烟海的应用问题. 这就需要编纂一部算术分支的工具书,供教师、学生以及数学爱好者查阅.

在我国也曾编译出版过这类工具书,大多由于年代较早,内容难免有些陈旧,语言文字也较精邃,不易为现代读者所理解. 为此,在上海科学技术出版社的支持下,编写了这部书.

本书共分两大部分. 第一部分是算术词语释义,收集了现代常用的算术专用名词和术语共 1005 条,逐条加以解释或说明;第二部分是算术题解,精选了古今中外名题、趣题和常见的应用问题,以及有代表性的速算题、智力游戏题等共 2621 题,逐题加以解答. 此外,还选编了算术史料条目,供读者查考.

本书编委:顾汝佐、蒋冲、周玉刚、水康华、汪绳祖、徐彩霞. 主编:顾汝佐、蒋冲. 第一部分由蒋冲、徐彩霞编写,第二部分由顾汝佐、蒋冲、水康华、汪绳祖、黄玉鸣、俞孝武、周家明等编写,第三部

分由黄继鲁、徐五光编写，第四、五部分由邹玲丽、徐彩霞编写. 最后由蒋冲负责全书的统稿工作，由陈肇曾、鲍茂盛、施介明、郑高民负责全书的计算核对工作，由夏有霹、许世德、沈永欢负责有关部分的审稿.

本书在编写过程中，还得到很多专家、小学数学工作者的大力协助，在这里表示衷心的感谢.

限于编写人员的水平，缺点错误一定很多，尤其是算术题目甚多，在选编时难免挂一漏万，恳切地希望广大读者提出宝贵意见，使这部书更加完善.

编　者

1988 年 1 月



修订说明

XIU DING SHUO MING

这本《算术辞典》于 1988 年完稿，1989 年出版，至今已十年有余。随着时代的发展，科学技术的突飞猛进，数学与数学教育也起了许多的变化。“算术”是数学的一个分支，是数学中最基础、最初等的部分，也在不断地推陈出新，不论是题目的题材或是使用的计量单位，较之十年前均有所更新。为了使这本工具书更具有时代气息，更贴近我国九年义务教育的小学数学教育，在上海科学技术出版社的支持下，特组织部分原作者，作了全面的修改、删减和增补。

在修订中，删减了陈旧、重复的题目共 368 题，修改了题目中的数据、单位名称等共 583 题，还增补了税收、小学生数学竞赛等新的内容共 428 题。使它更切合当前读者的需要。

参加本书修订工作的有：顾汝佐、周玉刚、汪绳祖、黄玉鸣、俞孝武、周家明、周滔等。

限于水平，缺点错误在所难免，希望广大读者指正。

修订者

2003 年 6 月



凡例

FAN LI

1. 条目、题目按学科知识体系的章节分类分组编排. 正文前刊有按类组形式编制的目录，正文后附有按笔划分类的条目索引，以供检索.

2. 题目解答一般是一题一解，部分题目有其他较好解法的，则一题多解，分别列出. 一般先介绍算术解法，再适当介绍方程解法. 本书中已收录题目的结论，在其他题目中应用时，一般不再重复，只注明“参见第×××题”.

3. 对典型题或较复杂的题目，进行分析，提出解题的关键和思路的分析；另以说明的形式标明有关解题规律的总结.

4. 本书附插图 545 幅，分别附于有关题目下面；同一题中有一幅以上者，分别注明图 1、图 2、…



目录 MU LU

第一部分　基本概念、公式、法则 …… 1

一、数 …… 1
二、数的应用 …… 50
三、数的性质 …… 64
四、比和比例 …… 71
五、计量 …… 81
六、简单图形 …… 96
七、统计图表 …… 125
八、现代数学思想 …… 129
九、其他 …… 135

第二部分　题解 …… 139

一、数的计算 …… 139
1. 整数、小数、分数四则和乘方、开方的式题计算 …… 139
（1）只含第一级运算的式题计算 …… 139
（2）只含第二级运算的式题计算 …… 140
（3）四则式题计算 …… 140
（4）开平方与开立方 …… 144
（5）繁分数化简 …… 147
2. 运算定律、性质的应用(简便计算) …… 149
（1）加法交换律、结合律的运用 …… 149
（2）减法运算性质的运用 …… 150
（3）乘法交换律、结合律的运用 …… 153

(4) 乘法分配律的运用…… 154
(5) 除法运算性质的运用…… 155
3. 速算法 …… 158
(1) 加减速算法…… 158
(2) 乘法速算法…… 170
(3) 除法速算法…… 189
(4) 乘方速算法…… 190
(5) 验算方法…… 200
4. 文字题 …… 207
(1) 只含第一级运算…… 207
(2) 只含第二级运算…… 209
(3) 和、差、积、商的变化 …… 210
(4) 四则混合运算…… 218
(5) 求两个数的文字题…… 230
(6) 求三个数或三个以上的数…… 239
(7) 含平方、开方的问题 …… 241
(8) 杂题…… 244
二、数的应用 …… 266
1. 整数、小数应用题…… 266
(1) 简单应用题…… 266
(2) 两步计算应用题…… 268
(3) 三步计算应用题…… 273
(4) 四步或四步以上应用题…… 283
2. 分数、百分数应用题…… 301
(1) 加减法…… 301
(2) 乘法…… 304
(3) 除法…… 305
(4) 较复杂的应用题…… 317
3. 典型应用题 …… 540
(1) 平均数问题…… 540
(2) 差额平分问题…… 551



(3) 和差问题…… 552
(4) 和倍问题…… 561
(5) 差倍问题…… 571
(6) 归一问题…… 581
(7) 倍比问题…… 589
(8) 植树问题…… 590
(9) 还原问题…… 597
(10) 行程问题 …… 605
(11) 流水问题 …… 630
(12) 年龄问题 …… 638
(13) 盈亏问题 …… 646
(14) 置换问题(又称鸡兔问题) …… 663
(15) 方阵问题 …… 675
(16) 轮替问题 …… 679
(17) 工程问题 …… 680
(18) 温度问题 …… 699
(19) 时计问题 …… 703
(20) 经差与时差问题 …… 707
(21) 利息问题 …… 710
三、数的性质 …… 717
1. 等差数列问题 …… 717
2. 约数和倍数 …… 725
3. 奇偶数、质数、合数、互质数 728
4. 分解质因数 …… 733
5. 整除特征的应用 …… 738
6. 其他有关整除的规律 …… 744
7. 最大公约数及其应用 …… 750
8. 最小公倍数及其应用 …… 755
9. 中国剩余定理问题 …… 769
四、比和比例 …… 772
1. 正比、反比、比值 …… 772

2. 复比 …… 777
3. 连比 …… 779
4. 比例尺 …… 782
5. 比例 …… 784
6. 正比例应用题 …… 786
7. 反比例应用题 …… 799
8. 复比例应用题 …… 810
9. 比例分配应用题 …… 817
10. 连锁比例应用题 …… 831
11. 混合比例应用题 …… 838
五、简单几何形体知识 …… 853
1. 矩形、正方形 …… 853
2. 三角形 …… 859
3. 四边形 …… 866
4. 圆、扇形、弓形 …… 869
5. 不规则图形、组合图形 …… 876
6. 长方体、立方体 …… 885
7. 柱体 …… 888
8. 锥体、台体、组合体 …… 891
六、其他 …… 896
1. 数数问题 …… 896
2. 重叠问题 …… 903
3. 染色法 …… 906
4. 抽屉原理 …… 908
5. 图形填数 …… 913
(1) 算算填填 …… 913
(2) 方宫 …… 960
(3) 幻立体 …… 977
6. 图形变换 …… 990
7. 数学游戏 …… 993
8. 火柴棒游戏 …… 1002

9. 古题…… 1018

第三部分　算术史…… 1034

一、算术简史 …… 1034
1. 自然数概念的形成和它的读写…… 1034
2. 整数四则运算的发展…… 1038
3. 分数的发展…… 1042
4. 小数的发展…… 1045
5. 中国古代数学著作…… 1047
6. 算术中常用符号的发展…… 1051
7. 算术中的一些著名问题…… 1052
二、算术发展史上的重要数学家 …… 1056
1. 中国…… 1056
2. 外国…… 1062

第四部分　附录…… 1068

一、常用数表 …… 1068
1. 1000 以内质数表 …… 1068
2. 50 以内合数分解质因数表 …… 1069
3. 乘法口诀表…… 1070
4. π 乘积表 …… 1071
5. 平方表…… 1072
6. 立方表…… 1077
7. 圆周长表…… 1087
8. 圆面积表…… 1092
9. 平方根表…… 1098
二、数学符号 …… 1108
三、希腊字母 …… 1110
四、数据资料 …… 1110
1. 太阳…… 1110
2. 地球…… 1110
3. 月球…… 1111

4. 伟大的祖国…… 1111
5. 交通里程…… 1112
6. 速度…… 1113
7. 密度…… 1114
8. 木料容重…… 1114
9. 粮食油料重量估算值…… 1114
10. 主要农作物种子重量 …… 1115
11. 稻、麦、谷出米(粉)率(%) …… 1115
12. 油料种子含油、出油率(%)…… 1115
13. 肥料 …… 1116
14. 1千瓦·时电的用处 …… 1117
15. 体育常识 …… 1117
16. 各类动物的最长寿命记录 …… 1117
五、汉英名词对照表 …… 1118
第五部分　条目索引…… 1129



第一部分 基本概念、公式、法则

一、数

【数学】 研究现实世界的空间形式和数量关系的科学. 古时候，人类在生产和生活实践中，由于分配实物的需要，获得了数的概念；同时也从具有某些特定形状的物体获得了一些简单几何形体的概念. 这样，早在人类文化的初期，就已积累了一些数学知识. 到了 16 世纪，包括算术、初等代数、初等几何和三角的初等数学已大体上完备了. 17 世纪，由于生产力的发展推动了自然科学和技术的发展，人们获得了变量的概念，这是数学发展史上的一个转折点，于是数学不仅研究不变的量和个别的图形，而且开始研究变化中的量与量之间的互相制约关系和图形间的相互变换，从而使运动和辩证法进入了数学. 随着生产的进一步发展，愈来愈多地要求对自然现象作定量的研究；还由于数学学科自身的发展，使得数学的研究范围还不断地在扩大，内容日益丰富. 数学的理论往往具有非常抽象的形式，但它同时也是现实世界空间形式和数量关系的深刻反映，因此可以广泛地应用到自然科学和技术的各个部门，对人类认识自然和改造自然，起着重要的作用. 近年来，由于计算技术的发展，数学的这种作用显示得更清楚了. 从内容上说，现代的数学在习惯上分成数理逻辑、数论、代数学、几何学、拓扑学、函数论、泛函分析、微分方程、概率论、数理统计和计算数学等分支，同时也产生了一些边缘性学科，如运筹学、控制论等.

【算术】 数学中最基础与最初等的部分，是数学的一个分科. 算术是讨论自然数、分数、小数的记数法和它们在加、减、乘、除、乘方、开方运算下产生的数的性质、运算法则，以及在日常生活中应用的数学部门. 算术进一步发展成为代数学与数论.

【数】 数学最基本的概念之一. 数的概念是人类在生产和生活的实践中逐渐形成和发展的. 在人类历史发展的最初阶段，由于计量的需要，形成了自然数的概念. 以后随着生产的发展，只靠自然数表示计量的结果感到不

够，因而引入了正分数（与正整数合称为“正有理数”）．由于量与量之间的比值，如正方形对角线和边长的比，有精确表示的必要，引入了无理数．又由于表示相反意义的量的需要，引入了负数．负数概念，我国古代《九章算术》中已用到，并有了正负数的加减法法则，13 世纪中，又有了正负数相乘的法则．欧洲在古代解方程时也已遇到负数，但负数的四则运算到 17 世纪才正式建立．有理数和无理数的全体组成实数．复数是由解二次和三次方程的需要而引入的，后来由于生产上的应用而得到发展．

【算术数】　自然数、正分数（可化为分数的正小数）统称算术数．

【自然数】　人们在数物体的时候，用来表示物体个数的 0、1、2、3、4、… 叫做自然数．

自然数有两方面的意义：一是数量的意义，即被数的物体有“多少个”．这种用来表示事物数量的自然数，称为基数．另一种是次序的意义，即最后被数的物体是“第几个”．用来表示事物次序的自然数，称为序数．与此相应，自然数的理论有两派学说，一为基数的理论，一为序数的理论．

基数理论把自然数解释为一切等价（或等势）非空有限集合共同特征的标记．这里讲的等价是指集合间的元素可以建立起一一对应的关系．那么一切等价有限集合的共同特征就是它们的元素的个数相同．因此，对自然数作如下定义：自然数是表示一切非空有限集合中的元素的个数，即基数．这种定义，基本上反映了自然数概念形成的历史过程，与我们通常所说的“自然数是表示物体的个数”是一致的．

序数理论是将自然数的一些基本性质抽象为公理，用公理化形式来给自然数下定义．

所谓自然数，是指一个集合 N 里某些元素之间有一基本关系，称为“直接后继”（用“′”表示）（通俗地说，比如，5 是 4 的直接后继，$4'=5$，5 称为 4 的后继数），并且集合 N 满足下列条件：

（1）“0”是自然数；

（2）每个自然数 n 的后继数 n' 是自然数；

（3）如果 b、c 都是自然数 a 的后继数，那么 $b=c$；

（4）0 不是任何自然数的后继数；

（5）任意关于自然数的命题，如果证明了它对自然数是对的，又假定它对自然数 n 为真时，可以证明它对 n' 也真，那么，命题对所有自然数都真．

序数理论采用的公理，最初是由意大利数学家皮亚诺（Peano，1858—1932）提出的，所以又称皮亚诺公理．

【基数】　见【自然数】．

【序数】　见【自然数】．



【自然数的单位】 “1”是自然数的单位. 任何自然数都是由若干个“1”这个自然数的单位组成的.

【自然数的性质】 见【自然数】.

【自然数的分类】 全体自然数可以分为三类:① 自然数的单位:1;② 全体素数;③ 全体合数.

【自然数的基本顺序律】 自然数的大小比较,有以下的基本顺序律:

(1) 次序的全序性:对于任意两个自然数 a、b,下面三个关系中,必有且仅有一个成立:

$$a=b,a>b,a<b.$$

(2) 相等的自反性:

$$a=a.$$

(3) 相等的对称性:

如果 $a=b$,那么 $b=a$.

(4) 相等的传递性:

如果 $a=b,b=c$,那么 $a=c$.

(5) 不等的反对称性:

如果 $a>b$,那么 $b<a$;如果 $a<b$,那么 $b>a$.

(6) 不等的传递性:

如果 $a>b,b>c$,那么 $a>c$;

如果 $a<b,b<c$,那么 $a<c$.

【零】 自然数是对物体集合计量的结果. 如果物体集合是个空集合,比如书架上一本书也没有,树上一只小鸟也没有,这时,书架上书的集合,树上小鸟的集合,都是空集合. 对空集合计量的结果,在数学中引入了一个新的数“零”,来表示集合里一个元素也没有这个特征. 因此,零是空集合的基数,记作“0”.

【零的性质】 (1) 0 是一个数,是最小的自然数.

(2) 在十进制记数法中,0 起占位的作用.

(3) 0 是一个偶数.

(4) 0 是任意自然数的倍数.

(5) 任何数与 0 相加,它的值不变,即

$$a+0=0+a=a.$$

(6) 任何数减零,它的值不变,即

$$a-0=a.$$

(7) 相同的两个数相减,差等于 0,即

$$a-a=0.$$

(8) 任何数与 0 相乘,积等于 0,即

$$a\times 0=0\times a=0.$$

(9) 0 被非 0 的数除,商等于 0,即 如果 $a\neq 0$,那么 $0\div a=0$.

(10) 0 不能作除数. 例如,$5\div 0$,$0\div 0$,这类式子是没有意义的.

随着数学知识的扩充,0 的性质也将进一步扩充. 例如,当引入负数后,0 是惟一的一个中性数,既不是正数,也不是负数;引入绝对值的概念后,0 的绝对值等于 0,即 $|0|=0$;引入指数概念后,任何非 0 的数的 0 次幂等于 1,即如果 $a\neq 0$,那么 $a^0=1$;等等.

【整数】 自然数 0,1,2,3,…以及负整数 -1,-2,-3,…统称整数.

在小学数学中,由于还没有引进负数概念,对整数的概念不作严密的定义,通常解释为"自然数是整数",但不能说成整数就是自然数.

【数列】 按一定次序排列的一列数,叫做数列. 数列中的每一个数,叫做这个数列的一项. 其中第一个数称为第一项,第二个数称为第二项等等. 当项数是有限时称为"有限数列",当项数是无限时称为"无限数列". 例如,1,10,100,1000,…和 a_1,a_2,a_3,a_4,…,a_n,…都是无限数列.

【有限数列】 见【数列】.

【无限数列】 见【数列】.

【递增数列】 一个数列里如果从第二项起,每一项都大于或者等于它前面的一项($a_{n+1}\geqslant a_n$),那么这个数列叫做递增数列. 例如:

1,2,3,4,…;

π,2π,3π,4π,…

等都是递增数列.

【递减数列】 一个数列里如果从第二项起,每一项都小于或者等于它前面的一项($a_{n+1}\leqslant a_n$),那么这个数列叫做递减数列. 例如:

$\frac{1}{2}$,$\frac{1}{3}$,$\frac{1}{4}$,$\frac{1}{5}$,…

1.5,1.42,1.415,1.4143,…等都是递减数列.

【等差数列】 如果一个数列从第二项起,每一项与它的前一项的差等于同一个常数,这个数列就叫做等差数列. 这个常数叫做等差数列的公差.

例如,数列 2,4,6,8,…是等差数列,公差是 2.

等差数列的通项公式是:

$$a_n=a_1+(n-1)d.$$

其中 a_n 是第 n 项(也叫通项),a_1 是首项,d 是公差.

【等比数列】 如果一个数列从第二项起,每一项与它的前一项的比都等于同一个不等于零的常数,这个数列就叫做等比数列. 这个常数叫做等比

数列的公比.

例如,数列 1,0.1,0.01,0.001,…是等比数列,公比是$\frac{1}{10}$.



等比数列的通项公式是:

$$a_n = a_1 q^{n-1}.$$

其中 a_n 是第 n 项(也叫做通项),a_1 是首项,q 是公比.

【自然数列】 从自然数 0 开始,按照它们的顺序依次排列下去,得

0,1,2,3,4,5,6,7,…

这样依次排列着的全体自然数的集合,叫做自然数列.

【自然数列的性质】 (1) 自然数列是有始的. 自然数列里最前面的一个自然数是"0",它是自然数列里最小的一个数.

(2) 自然数列是有序的. 自然数列的自然数都是按照由小到大的顺序排列着的,在"0"后面的一个自然数是"1",在"1"后面的一个自然数是"2",…,这就是说,每个自然数后面都有一个而且只有一个后继数.

(3) 自然数列是无限的. 自然数列里不存在最后的数,即自然数列里的数是无限的.

【数序】 在自然数列中,按照后面一个自然数比前面一个自然数多一的顺序排列起来,叫做数序. 例如,在自然数列 0,1,2,3,4,5,…中,1 比 0 多一,2 比 1 多一,….

【计数】 数物体个数的过程,叫做计数或称数数.

【计数单位】 十进制的计数单位是"个"、"十"、"百"、"千"、"万"、"十万"、"百万"、"千万"、"亿"等.

【计数原则】 (1) 数物体个数时,只要每个物体都数到,并不重复,也不遗漏,那么,数的结果是惟一的一个数,它与数的次序无关.

(2) 数物体个数时,可以用与物体这个集合等价的集合里的物体(元素)代替原来要数的物体,然后再数,数的结果不变.

(3) 数物体个数时,说出的最后一个数,就是数的结果. 但是数的过程是无限的,如果再有要数的物体,还能继续数下去. 这就是说,自然数可以无限止地数下去.

计数原则也叫做计数公理.

【计数公理】 见[计数原则].

【数字】 用来记数的符号,叫做数字. 数字也叫做数码. 常见的数字有下列几种:(1) 中国数字;(2) 阿拉伯数字;(3) 罗马数字.

【数码】 见[数字].

【中国数字】 我国习惯上常用的数字. 分小写、大写和旧时商业上通用

的数码三种.小写是零、一、二、三、四、五、六、七、八、九、十、百、千、万、亿等.大写是零、壹、贰、叁、肆、伍、陆、柒、捌、玖、拾、佰、仟、万、亿等.数码是 0、|、‖、|||、×、〒、丄、𠄎、𠀧、文、+等.

【阿拉伯数字】 1、2、3、4、5、6、7、8、9、0,叫做阿拉伯数字.这是现在世界各国通用的数字,也是数学中常用的数字.这组数字最早起源于印度,8世纪前后传到阿拉伯,12世纪由阿拉伯传到欧洲,欧洲人称它为阿拉伯数字,以后逐渐推广开来.

【罗马数字】 罗马人创造的记数符号.罗马数字共有七个:Ⅰ表示 1,Ⅴ表示 5,Ⅹ表示 10,Ⅼ表示 50,Ⅽ表示 100,Ⅾ表示 500,Ⅿ表示1000.这些数字在位置上不论怎样变化.所表示的数是不变的.这些数字组合表示数目的规则如下:

(1) 一个数字重复几次就表示这个数字的几倍.例如,Ⅱ是一的两倍,表示 2;ⅩⅩⅩ是十的三倍,表示 30;ⅯⅯ是一千的两倍,表示2000.

(2) 记数的方法是"右加左减".在一个数字的右边附着一个较小的数字,表示大数字加小数字的数目;反过来,在一个数字的左边附着一个较小的数字,就表示大数字减去小数字的数目.例如,Ⅵ表示 5 加 1 是 6,ⅩⅩⅡ表示 20 加 2 是 22,DC 表示 500 加 100 是 600,Ⅳ表示 5 减去 1 是 4,Ⅸ表示 10 减去 1 是 9,ⅩⅬ 表示 50 减去 10 是 40.

(3) 在数字上面加一横线,就表示这个数的一千倍.例如,$\overline{\text{XII}}$表示 12×1000是12000,$\overline{\text{C}}$表示 100×1000是100000.数字上面加两横线,就表示这个数的一百万倍.例如,$\overline{\overline{\text{CLXV}}}$就表示 165×1000000是165000000.

由于罗马数字记数不方便,所以现在已很少使用.

【记数】 也称写数.就是把数用书面的形式记录下来.也可以说,记数就是用符号把计数的结果写下来.

【进位制】 进率是几,就叫做几进位制.例如:二进位制、五进位制、八进位制、十进位制、十二进位制、六十进位制等.

【数的进位制】 数的进位制有:十进位制、二进位制、八进位制、十二进位制、十六进位制、六十进位制等等.一般地说,r 进位制的意义如下:如果 r 是大于 1 的整数,那么以 r 为基数的 r 的各次幂(各次幂的系数是小于 r 而大于或等于 0 的整数)的和 $a_nr^n+a_{n-1}r^{n-1}+\cdots a_1r^1+a_0r^0$ 表示一个 $n+1(n\geqslant 0)$位的 r 进制的数,简称 r 进数.记作:$(a_na_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0)r$.例如,当 $r=2$ 时,就是二进位制."9"记成二进制数就是$(1001)_2$.如果写成以 2 为基数的 2 的各次幂的积的形式,则是 $1\times2^3+0\times2^2+0\times2^1+1\times2^0$,此处,$r=2$,$a_3=1$,$a_2=0$,$a_1=0$,$a_0=1$.

r 进数的四则运算也可以像通常十进数的四则运算那样进行,计算法

则是相同的，但要记住 r 进制的进退位法则是“逢 r 进一，退一当 r”.

【十进位制记数法】 现今世界通用的记数法是十进位制记数法，它有三个特点：从进位制来说是十进制，从书写的原则看是位值原则，使用的符号是阿拉伯数字.

十进制记数法用阿拉伯数字 1、2、3、4、5、6、7、8、9、0 来写数. 同一个数字由于它在所记的数中的位置不同，所表示的数值也不同. 也就是，每一个数字除了本身的值外，还有一个“位置值”. 例如 55，右边的 5 代表 5 个一，左边的 5 代表 5 个十，这就是所谓的位值原则. 应用位值原则，各个不同的计数单位所占的位置叫做数位. 十进位制的计数单位为个、十、百、千、万等，如 1986，其中个位 6 代表六个，十位 8 代表八十，百位 9 代表九百，千位 1 代表一千，即一千九百八十六. 如果某一数位上一个单位也没有，就在这个数位上写 0，如 1001 是一千零一.

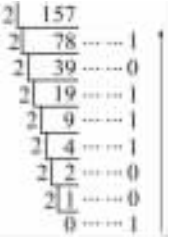
【十进数】 用十进位制记数法表示的数，叫做十进数.

【二进位制】 依据“逢二进一”的法则，使用 0，1 两个数字记数，这种记数法叫做二进制记数法，简称二进位制. 用二进位制记下的数叫二进数. 为了标明是哪个进位制中的数，用 $(\quad)_2$ 表示二进数，以区别十进数 $(\quad)_{10}$.

一个十进数化为二进数，用底数 2 连续去除，反序取余数就是要求的二进数.

例如，把 $(157)_{10}$ 换算成二进数.

按照“逢二进一”的法则，用底数 2 连续去除 157：



$\therefore\quad (157)_{10}=(10011101)_2$.

一个二进数化为十进数，将二进数写成底数为 2 的幂的和的形式，再按照十进位数的计算法则算出结果，就是该二进数化成的十进数. 例如：

$$\begin{aligned}&(10011101)_2\\&=1\times2^7+0\times2^6+0\times2^5+1\\&\quad\times2^4+1\times2^3+1\times2^2+0\\&\quad\times2^1+1\times2^0\end{aligned}$$

$=(128+0+0+16+8+4+0+1)_{10}$

$=(157)_{10}$.

由于二进数只有两个数码，决定了它的运算法则比较简单．并且由于 0 和 1 可以与开和关、有孔和无孔等建立对应，所以二进制广泛应用于现代电子计算机中．

【二进数】 见[二进位制]．

【八进位制】 依据“逢八进一”的法则，使用 0，1，2，3，4，5，6，7 八个数字记数，这种记数法叫做八进制记数法，简称八进位制．用八进位制记下的数叫八进数．

一个十进数化为八进数，用底数 8 连续去除，反序取余数就是要求的八进数．

例如，把$(461)_{10}$化为八进数．



∴ $(461)_{10}=(715)_8$．

反之，任何一个八进数，可以写作底数 8 的幂的和的形式，这样可以化为十进数．例如：

$(715)_8=7\times8^2+1\times8^1+5\times8^0$

$=(461)_{10}$．

【八进数】 见[八进位制]．

【六十进位制】 进率是“六十”(即满六十进一)的进位制．它是巴比伦人创造的．因为地球绕太阳一周的时间是 360 天，所以把圆周定为 360 度．一圆周又恰好等于六个半径弧，于是每半径弧就定为 60 度．同时，又发现 60 含有较多因数，如：2，3，4，5，6，10，12，15，…，所以便把 60 定为一种进位制度．例如，时间单位中小时、分、秒之间的进率是“六十”．即 1 小时＝60 分，1 分＝60 秒．

【科学记数法】 把一个数记成 $a\times10^n$ 的形式，其中 a 大于或等于 1 而小于 10，n 比原数的整数位数小 1．这种用 10 的整数次幂来表示一个数的记数方法，习惯上叫做科学记数法．例如，$627000=6.27\times10^5$．

【数位】 见[十进位制记数法]．

【位值原则】 见[十进位制记数法]．

【个位】 十进数的整数部分的数位．在整数的横列中，从右向左数，第一位是个位，是整数的最低位．个位的计数单位是“一”．

【十位】 十进数的整数部分的数位.在整数的横列中,从右向左数,第二位是十位.十位的计数单位是“十”.

【百位】 十进数的整数部分的数位.在整数的横列中,从右向左数,第三位是百位.百位的计数单位是“百”.

【千位】 十进数的整数部分的数位.在整数的横列中,从右向左数,第四位是千位.千位的计数单位是“千”.

【万位】 十进数的整数部分的数位.在整数的横列中,从右向左数,第五位是万位.万位的计数单位是“万”.

【亿位】 十进数的整数部分的数位.在整数的横列中,从右向左数,第九位是亿位.亿位的计数单位是“亿”.

【数位顺序表】 按照数位的顺序编制的表,叫做数位顺序表.整数的数位顺序表的形式如下:

…	亿级				万级				个级				级
…	第十二位	第十一位	第十位	第九位	第八位	第七位	第六位	第五位	第四位	第三位	第二位	第一位	位次
…	千亿位	百亿位	十亿位	亿位	千万位	百万位	十万位	万位	千位	百位	十位	个位	名数称位
…	千亿	百亿	十亿	亿	千万	百万	十万	万	千	百	十	一	单计位数

【位数】 表示一个数占有数位的数目叫做位数.含有一个数位的数叫做一位数,最小的一位数是 1,最大的一位数是 9;含有两个数位的数叫做两位数,最小的两位数是 10,最大的两位数是 99;含有三个数位的数叫做三位数,最小的三位数是 100,最大的三位数是 999;…

一般地,在一个数中,含有几个数位的数叫做几位数(其最左端的数字不是 0).例如,43057 这个数占有 5 个数位,叫做五位数.

【多位数读数法】 口头读数的方法,叫做读数法.

读数的时候,先分级,然后从高位到低位,一级一级地往下读.四位以内的数,可以顺着位次,从高位读起,例如,2504读作二千五百零四;四位以上的数,先四位分级,然后按照个级的读法去读,并在后面加上“万”字或“亿”字.一个数每级的开头或中间有一个“0”,或者连续有几个“0”,都只读一个零,末尾所有的 0 都不读出来.例如:

$$\underbrace{46}_{\text{亿级}}\ \underbrace{4030}_{\text{万级}}\ \underbrace{5400}_{\text{个级}}$$

读作：四十六亿四千零三十万五千四百.

在位数较多的时候，也可采用另一种读法，即按照数的横列自左至右把数字依次读出来. 例如，430030读作“四三零零三零”.

【多位数写数法】 把一个数用书面形式记录下来的方法，叫做写数法.

写数的时候，从高位到低位，一级一级地往下写. 哪个数位上一个计数单位也没有，就在哪个数位上写 0. 例如，一千二百六十万零四百零八，写作12600408.

有时，为了读写简便，常把整万或整亿的数写成用“万”或“亿”作单位的数. 例如，480000写作 48 万.

对于一些较大的数，用“万”或“亿”作单位时，可以用小数表示，或根据需要，取它的近似值. 例如，把348056000改写成用“万”作单位的数，用小数表示则得34805.6万；取它的近似值时，把万后面的尾数四舍五入，约等于34806万；把4034970000改写成用“亿”作单位的数，用小数表示则得40.3497亿；取它的近似值时，把亿后面的尾数四舍五入，约等于 40 亿.

【数的分级】 在读、写多位数的时候，为了方便，按照我国计数的习惯，采用四位分级制，即从个位起，每四个数位为一级，个位、十位、百位、千位是个级，表示的是多少个“一”；万位、十万位、百万位、千万位是万级，表示的是多少个“万”；亿位、十亿位、百亿位、千亿位是亿级，表示的是多少个“亿”. 这种方法称为数的分级.

【个级】 我国习惯的读数方法，采用四位分级，即从个位起，每四个计数单位作为一级. 个级是第一级，包括“个位、十位、百位、千位”四个数位.

【万级】 按照我国四位分级的读数方法，万级是第二级，包括“万位、十万位、百万位、千万位”四个数位.

【亿级】 按照我国四位分级的读数方法，亿级是第三级，包括“亿位、十亿位、百亿位、千亿位”四个数位.

【分节号】 在读写多位数的时候，为了容易辨认数位，按照国际习惯，采用三位分节的方法，即从个位起，每三位为一节，用符号“，”把它们分隔开来，例如，4，504，387，400 中间的符号“，”，叫做分节号.

一个数加上分节号，就容易看出这个数是几位数，最高位是什么位. 只要记住，第一个分节号前面是千位，第二个分节号前面是百万位，第三个分节号前面是十亿位，第四个分节号前面是万亿位，就可以较快地读出数来.

【数的组成】 由几个不同计数单位的和合成一个数，叫做数的组成. 例如，4 个百，3 个十，5 个一组成 435. 10 以内的数，由几个计数单位都是 1 的和组成. 例如，10 是由 9 与 1，8 与 2，…组成的.

【数的分解】 把一个数分成若干个不同计数单位的和，叫做数的分解.

例如，518 可分解成 5 个百，1 个十，8 个一的和. 10 以内的数，可分解成若干个计数单位都是 1 的和，如 9 可分解成 8 与 1，7 与 2，…的和.



【分数】 把单位“1”平均分成若干份，表示这样的一份或者几份的数，叫做分数. 例如，$\frac{1}{3}$、$\frac{3}{5}$、$\frac{5}{3}$都是分数. 这里所讲的单位“1”，不仅可以表示一个东西，一个计量单位，也可以表示一个整体，如一丘田，一堆苹果，一班学生等.

分数的一般形式是$\frac{m}{n}$(m、n 都是整数，且 $n\neq 0$)，读做 n 分之 m. 其中 m 为分子，n 为分母，中间的横线叫做分数线.

分数$\frac{m}{n}$不仅可以看作把一个单位平均分成 n 个等分，表示 m 个这样的等分；也可以看作是把 m 个单位平均分成 n 个等分，表示一个这样的等分.

【分母】 在分数里，表示把单位“1”平均分成多少份的数，叫做分数的分母. 表示取了多少份的数，叫做分数的分子.

【分子】 见[分母].

【分数线】 分子与分母中间的横线，叫做分数线.

【分数单位】 把单位“1”平均分成若干份，表示其中的一份的数，叫做分数单位. 例如，把单位“1”平均分成 n 份，表示一份这样的数，记作$\frac{1}{n}$；表示 m 份这样的数，记作$\frac{m}{n}$. $\frac{1}{n}$叫做$\frac{m}{n}$的分数单位.

【分数的读法】 读真分数和假分数时，先读分母，后读分子. 例如，$\frac{3}{4}$读作四分之三.

读带分数时，先读带分数的整数部分，再读分数部分，并在两者之间加读“又”字. 例如，$3\frac{2}{5}$读作三又五分之二.

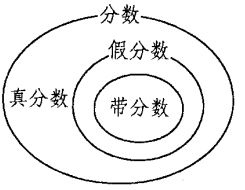
【分数的写法】 写真分数或假分数时，先写分数线，再写分母，后写分子. 写带分数时，先写带分数的整数部分，后写分数部分.

【分数值】 表示分数大小的值，叫做分数值.

【分数与除法的关系】 在分数中，分子相当于除法中的被除数，分母相当于除数，分数线相当于除号，分数值相当于除得的商. 用 m 表示被除数，n 表示除数，即

$$m\div n=\frac{m}{n}(n\neq 0).$$

但是，分数与除法是有区别的：分数是一个数，而除法是一种运算.



【分数的分类】 真分数：分子小于分母；假分数：分子不小于分母. 假分数有时可以用整数与真分数的和的形式表示，称为带分数.

真分数、假分数与带分数之间的关系，可以用右面的图表示：

【真分数】 分子小于分母的分数，叫做真分数. 例如，$\frac{3}{5}$、$\frac{7}{8}$都是真分数.

真分数的值小于 1，即如果$\frac{a}{b}$是真分数，那么$\frac{a}{b}<1$.

【假分数】 分子大于或等于分母的分数，叫做假分数. 例如，$\frac{8}{5}$、$\frac{4}{4}$都是假分数.

假分数的值大于或等于 1，即如果$\frac{a}{b}$是假分数，则$\frac{a}{b}\geqslant 1$.

【带分数】 一个整数与一个分数的和，叫做带分数. 例如，$3+\frac{4}{5}$写成$3\frac{4}{5}$，读作三又五分之四. 其中 3 是带分数的整数部分，$\frac{4}{5}$是带分数的分数部分.

【假分数化成带分数或整数】 在把假分数化成带分数或者整数时，要用分母去除分子，能够整除，所得的商就是整数；不能整除，所得的商是带分数的整数部分，余数是分数部分的分子，分母不变. 例如：

$$\frac{10}{5}=10\div 5=2;$$

$$\frac{7}{3}=7\div 3=2\frac{1}{3}.$$

【整数化成假分数】 整数可以化成用任意正整数作分母的假分数. 化的方法是用指定的分母作分母，用分母和整数的乘积作分子. 例如，把 4 分别化成分母为 3、5 的假分数是

$$4=\frac{4\times 3}{3}=\frac{12}{3};$$

$$4=\frac{4\times 5}{5}=\frac{20}{5}.$$

【带分数化成假分数】 带分数化成假分数的方法是用原来的分母作分母，用分母和整数的乘积再加上原来的分子作分子. 例如：

$$2\frac{1}{5}=\frac{5\times 2+1}{5}=\frac{11}{5};$$

$$4\frac{5}{6}=\frac{6\times4+5}{6}=\frac{29}{6}.$$



【分数的相等】 如果第一个分数的分子与第二个分数的分母相乘的积，等于第二个分数的分子与第一个分数的分母相乘的积，那么，这两个分数相等. 即

设分数$\frac{a}{b}$和$\frac{c}{d}$，如果 $ad=cb$，那么$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.

例如，分数$\frac{3}{4}$和$\frac{9}{12}$，

$$\because \quad 3\times12=9\times4,$$

$$\therefore \quad \frac{3}{4}=\frac{9}{12}.$$

【分数的不等】 如果第一个分数的分子与第二个分数的分母相乘的积，大于(或小于)第二个分数的分子与第一个分数的分母相乘的积，那么，第一个分数就大于(或小于)第二个分数.

设分数$\frac{a}{b}$和$\frac{c}{d}$，如果 $ad>cb$，那么$\frac{a}{b}>\frac{c}{d}$；如果 $ad<cb$，那么$\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$.

例如，比较分数$\frac{4}{7}$和$\frac{6}{11}$，$\frac{5}{12}$和$\frac{8}{15}$的大小.

$\because \quad 4\times11>6\times7$，$\therefore \quad \frac{4}{7}>\frac{6}{11}$；

$\because \quad 5\times15<8\times12$，$\therefore \quad \frac{5}{12}<\frac{8}{15}$.

在特殊情况下，有时可以用以下的简便方法比较分数的大小.

(1) 同分母的两个分数，分子大的分数较大.

例如，比较$\frac{5}{12}$和$\frac{7}{12}$的大小.

$\because \quad 5<7$，$\therefore \quad \frac{5}{12}<\frac{7}{12}$.

(2) 同分子的两个分数，分母小的分数较大.

例如，比较$\frac{3}{4}$和$\frac{3}{5}$的大小.

$\because \quad 4<5$，$\therefore \quad \frac{3}{4}>\frac{3}{5}$.

【分数的基本性质】 一个分数的分子和分母同时乘以(或除以)相同的数(零除外)，分数的值不变，叫做分数的基本性质. 即

(1) $\frac{a}{b}=\frac{am}{bm}(m\neq0)$；

(2) $\frac{a}{b}=\frac{a\div m}{b\div m}(m\neq0)$.

例如，$\frac{3}{8}=\frac{3\times4}{8\times4}=\frac{12}{32}$；

$$\frac{12}{20}=\frac{12\div4}{20\div4}=\frac{3}{5}.$$

【分数值的扩大或缩小】 (1) 要使一个分数的值扩大若干倍，须将分子扩大同样的倍数或将分母缩小同样的倍数.

(2) 要使一个分数的值缩小若干倍，须将分子缩小同样的倍数或将分母扩大同样的倍数.

【约分】 把一个非最简分数化成和原来分数值相等且分子、分母都较小的分数，这个过程叫做分数的约分. 简称约分.

约分时，通常都要约成最简分数.

【约分的方法】 约分通常有两种方法：

(1) 逐次约分法 把分数的分子和分母逐次除以它们的公约数(一般不是最大公约数)，直至得出最简分数.

例如，把$\frac{45}{105}$约分.

$$\frac{\overset{3}{\cancel{45}}}{\underset{35}{\cancel{105}}}=\frac{3}{7}$$

(2) 一次约分法 把分数的分子和分母分别除以它们的最大公约数，就得到最简分数.

例如，把$\frac{126}{216}$约分.

∵ 126 与 216 的最大公约数是 18，

∴ $\frac{126}{216}=\frac{126\div18}{216\div18}=\frac{7}{12}$.

【可约分数】 分子、分母有公约数(1 除外)的分数，叫做可约分数.

例如，$\frac{6}{8}$、$\frac{12}{15}$、$\frac{21}{35}$都是可约分数.

【最简分数】 分子、分母互质的分数，叫做最简分数. 最简分数也叫做既约分数.

例如，$\frac{3}{7}$、$\frac{2}{5}$是最简分数.

【既约分数】 见[最简分数].

【一次约分法】 见[约分的方法].

【逐次约分法】 见[约分的方法].

【扩分】 根据分数的基本性质，把分数的分子和分母同乘以相同的数(零除外)，叫做扩分.

例如，$\frac{1}{3}=\frac{1\times4}{3\times4}=\frac{4}{12}$；

$\frac{2}{5}=\frac{2\times6}{5\times6}=\frac{12}{30}$.



【通分】 把几个异分母分数分别化成和原来分数值相等的同分母的分数，这个过程叫做分数的通分. 简称通分.

【通分的方法】 在通分的时候，通常用各个分数的分母的最小公倍数作公分母. 把各个分母的最小公倍数分别除以各个分数的分母，所得的商分别叫做各个分母的补因数，把每一个分数的分子和分母分别乘以它的分母的补因数，所得的分数就有相同的分母，并且根据分数的基本性质，它们和原来的分数分别相等.

例如，把$\frac{7}{12}$、$\frac{4}{9}$、$\frac{5}{6}$通分.

∵ 12、9、6 的最小公倍数是 36，

∴ $\frac{7}{12}$、$\frac{4}{9}$、$\frac{5}{6}$的分母的补因数分别是 3、4、6，用各分数的分母的补因数分别去乘各分数的分子和分母，得

$$\frac{7}{12}=\frac{7\times3}{12\times3}=\frac{21}{36};$$

$$\frac{4}{9}=\frac{4\times4}{9\times4}=\frac{16}{36};$$

$$\frac{5}{6}=\frac{5\times6}{6\times6}=\frac{30}{36}.$$

【分数大小的比较】 见[分数的相等]和[分数的不等].

【公分母】 分数通分后，几个分数的相同分母叫做公分母. 通分时，通常用各个分数的分母的最小公倍数作为它们的公分母.

【分数分母的补因数】 见[通分的方法].

【十进分数】 以 10^n（n 是自然数）作分母的分数叫做十进分数. 例如，$\frac{7}{10}$，$\frac{23}{100}$，$\frac{17}{1000}$等都是十进分数，因此，百分数、千分数都是十进分数的特例.

【普通分数】 分母是任意自然数的分数，叫做普通分数. 例如，$\frac{2}{9}$、$\frac{13}{8}$都是普通分数.

十进分数也是普通分数，是普通分数的特例.

【繁分数】 一个分数，如果在它的分子或分母中又含有分数，这样的分数叫做繁分数.

例如，$\frac{\frac{2}{5}}{4}$、$\frac{5}{\frac{1}{2}}$、$\frac{1-\frac{5}{6}}{1+\frac{5}{6}}$都是繁分数.

【繁分数化简的方法】 一般把繁分数的分子和分母分别计算出来，再按分子除以分母的方法进行化简. 有时也应用分数的基本性质来化简繁分数. 例如：

$$\frac{1-\frac{5}{6}}{1+\frac{5}{6}}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{11}{6}}=\frac{1}{6}\div\frac{11}{6}=\frac{1}{11};$$

（按分子除以分母的方法进行化简）

$$\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}=\frac{\frac{1}{2}\times 2}{\frac{3}{2}\times 2}=\frac{1}{3}.$$

（按分数的基本性质进行化简）

【百分数】 百分数有两种不同的定义，一种是用它来表示两个数的比，即“表示一个数是另一个数的百分之几的数，叫做百分数.”所以百分数又叫做“百分比”或“百分率”. 另一种是把百分数作为分数的一种特殊形式，即“分母是 100 的分数，叫做百分数”.

百分数通常不写成分数形式，而采用符号“%”来表示，“%”叫做百分号. 例如：

$$\frac{9}{100}=9\%;\frac{23}{100}=23\%.$$

【百分比】 把两个数量的比值写成$\frac{a}{100}$的形式，称为百分比，也称百分率. 记作 $a\%$，读作百分之 a. 例如：

$$\frac{3}{4}=\frac{75}{100}=75\%.$$

【百分率】 表示 100 份中含有几份的意思. 也称“百分数”或“百分比”. 百分率在工农业生产中应用很广. 例如：

$$\text{增长率}=\frac{\text{增长数}}{\text{原来的基数}}\times 100\%;$$

$$\text{发芽率}=\frac{\text{发芽种子数}}{\text{种子总数}}\times 100\%;$$

$$\text{成活率}=\frac{\text{成活棵数}}{\text{种植棵数}}\times 100\%;$$

$$\text{出勤率}=\frac{\text{实际出勤人数}}{\text{应出勤人数}}\times 100\%;$$

$$\text{合格率}=\frac{\text{合格产品数}}{\text{产品总数}}\times 100\%;$$



出粉率$=\frac{\text{面粉千克数}}{\text{小麦千克数}}\times 100\%$；

溶液浓度$=\frac{\text{溶质质量}}{\text{溶液质量}}\times 100\%$.

上列式子中“$\times 100\%$”是表示其结果用百分数表示.

【百分法】 百分数和百分数的有关计算，以往统称为百分法.

【百分号】 见[百分数].

【分数化百分数】 分数化百分数的方法：先把分数化成小数（除不尽时，一般要求精确到0.001），再化成百分数. 例如：

$$\frac{1}{4}=0.25=25\%;$$

$$\frac{1}{3}\approx 0.333=33.3\%.$$

可以化成十进分数的分数化百分数时，也可以把它先化成十进分数再化成百分数. 例如：

$$\frac{1}{4}=\frac{25}{100}=25\%;$$

$$\frac{1}{8}=\frac{125}{1000}=12.5\%.$$

【百分数化分数】 百分数化分数的方法：把百分数写成分数形式，能约分的要约成最简分数. 例如：

$$35\%=\frac{35}{100}=\frac{7}{20}.$$

【千分数】 表示一个数是另一个数的千分之几的数，叫做千分数. 千分数用符号“‰”来表示. 例如：

$$\frac{120}{1000}=120‰;\frac{25}{1000}=25‰.$$

在日常生活中，人口的出生率、死亡率、增长率，常用千分数来表示. 例如：

$$\text{人口出生率}=\frac{\text{一年内出生人口数}}{\text{年平均人口数}}\times 1000‰;$$

$$\text{人口死亡率}=\frac{\text{一年内死亡人口数}}{\text{年平均人口数}}\times 1000‰;$$

$$\text{人口自然增长率}=\frac{\text{一年内出生人口数}-\text{死亡人口数}}{\text{年平均人口数}}\times 1000‰.$$

【千分号】 表示分母是1000的符号，叫做千分号. 千分号通常用“‰”来表示.

【成数】 在工农业生产中常常将10%说成一成，20%说成两成，35%

说成三成五，其中一成、两成、三成五称为成数. 例如，某生产队今年水稻亩产量比去年增产两成，用百分数来表示是 20%.

【增长率】 见[百分率].

【发芽率】 见[百分率].

【成活率】 见[百分率].

【出勤率】 见[百分率].

【合格率】 见[百分率].

【出粉率】 见[百分率].

【溶液浓度】 见[百分率].

【出生率】 见[千分数].

【死亡率】 见[千分数].

【自然增长率】 见[千分数].

【小数】 分母是 10，100，1000，…的分数，可以改写成不带分母的形式，这种形式的数，称为小数. 也就是不带分母形式的十进分数，叫做小数. 小数的计数单位是十分之一，百分之一，千分之一等.

在小数里，圆点“·”叫做小数点，位于个位的右下方. 作为整数部分与小数部分分界的符号. 小数点左边部分的数叫做小数的整数部分，小数点右边部分的数叫做小数的小数部分.

整数部分是零的小数，叫做纯小数. 纯小数小于 1，如 0.45，0.078 等；整数部分不是零的小数，叫做带小数，或称混小数. 带小数大于 1，如 3.36，18.02 等.

【小数点】 见[小数].

【小数位】 指小数部分的各个数位. 小数点右边的小数位，顺次称为十分位，百分位，千分位，万分位，…或称为小数部分第一位，小数部分第二位，小数部分第三位，小数部分第四位，…我国古代，称它为分、厘、毫、丝、忽、微、纤、沙、尘、埃、渺、漠等. 小数数位与整数数位可列成下面的数位顺序表.

	整数部分						小数点	小数部分				
数位名称	…	万位	千位	百位	十位	个位	·	十分位	百分位	千分位	万分位	…
计数单位	…	万	千	百	十	一		十分之一	百分之一	千分之一	万分之一	…

【十分位】 小数的数位之一. 一个小数的小数部分，从小数点起右边第一位，叫做十分位. 它的计数单位是十分之一. 例如 4.32 中的“3”是在十分

位上.

【百分位】 小数的数位之一.一个小数的小数部分,从小数点起右边第二位,叫做百分位.它的计数单位是百分之一.例如,4.65 中的"5"是在百分位上.

【千分位】 小数的数位之一.一个小数的小数部分,从小数点起右边第三位,叫做千分位.它的计数单位是千分之一.例如,0.6078 中的"7"是在千分位上.

【万分位】 小数的数位之一.一个小数的小数部分,从小数点起右边第四位,叫做万分位.它的计数单位是万分之一.例如,4.0432 中的"2"是在万分位上.

【小数的读法】 (1) 数字读法:

整数部分按照整数的读法来读(整数部分是"0"的读作零),小数点读作"点",小数部分按照从左到右的顺序读出每个数位上的数字,中间的"0"也要完全读出来.例如,1.3 读作一点三;104.0047 读作一百零四点零零四七.

(2) 分数读法:

分数读法是把小数当作分数来读.例如,0.36 读作百分之三十六;12.704读作十二又千分之七百零四.

【小数的写法】 整数部分按照整数的写法来写(整数部分是零的写作"0"),然后在个位的右下角记上小数点,再依次写出小数部分各个数位上的数字.例如,三点三零七写作 3.307.

【纯小数】 见[小数].

【带小数】 见[小数].

【混小数】 见[小数].

【小数的大小比较】 比较几个小数的大小,先看它们的整数部分,整数部分大的那个小数就大;如果整数部分相同,再看它们的小数部分,十分位上数字大的那个小数就大;如果十分位上的数字也相同,再看百分位,百分位上的数字大的那个小数就大…例如,4.58>2.96,5.1>5.045,0.43>0.415.

【小数的性质】 (1) 在小数的末尾添上或去掉任意个零,小数的值不变.例如,0.24=0.240=0.24000;3.0400=3.04.但需注意,在近似数里,因所表示的精确度不同,所以不能任意在小数的末尾添上或去掉零.

(2) 把小数点向右移动 n 位,小数的值就扩大 10^n 倍;反之,把小数点向左移动 n 位,小数的值就缩小 10^n 倍.例如,把 2.458 写成 245.8,小数点右移两位,小数的值就扩大 $10^2=100$ 倍;把 1043.7 写成 1.0437,小数点左移三位,小数的值就缩小 $10^3=1000$ 倍.

【小数点位置移动的规律】 见[小数的性质].

【有限小数】 根据十进位制的记数方法，把十进分数改写成不带分母形式的数，叫做有限小数. 也叫做十进小数. 例如：

$$\frac{29}{100}=0.29;2\frac{3}{10}=2.3;$$

$$\frac{45}{1000}=0.045.$$

有限小数的小数部分的位数是有限的.

【无限小数】 小数部分有无限个不全为零的数字，叫做无限小数. 无限小数包括无限循环小数和无限不循环小数. 例如：

$$\frac{1}{3}=0.333\cdots=0.\dot{3};$$

$$\pi=3.14159265\cdots$$

都叫做无限小数.

【循环小数】 一个无限小数的各个数位上的数字，如果从小数部分的某一位起，一个数字或者几个数字依照一定的顺序连续不断地重复出现，这样的无限小数叫做无限循环小数. 简称“循环小数”. 例如：

$\frac{2}{7}=0.285714285714\cdots,\frac{1}{3}=0.333\cdots.$

在循环小数中，小数部分不断重复出现的一个或几个数字，叫做这个循环小数的循环节（或称循环周期），例如：

$0.333\cdots$的循环节是“3”，$5.281313\cdots$的循环节是“13”.

循环小数的简便写法是只写出循环小数中的不循环部分和第一个循环节，并在这个循环节的首末两个数字顶上各记上一个圆点. 如果循环节只有一个数字，就只在这个数字顶上记上一个圆点. 这样的点，叫做循环点. 例如：

$0.333\cdots$ 记作 $0.\dot{3}$；

$0.308308\cdots$ 记作 $0.\dot{3}0\dot{8}$；

$0.222121\cdots$ 记作 $0.2\dot{2}\dot{1}$.

【循环节】 见[循环小数].

【循环点】 见[循环小数].

【循环周期】 见[循环小数].

【纯循环小数】 在一个循环小数中，如果循环节从小数点右边第一位就开始，这种循环小数叫做纯循环小数. 例如，$0.\dot{7}$，$10.\dot{8}\dot{1}$都是纯循环小数. 包含整数 A 及 n 个数字的循环节的纯循环小数的一般形式，可以表示为

$$A.b_1b_2b_3\cdots b_nb_1b_2b_3\cdots b_n.$$



【混循环小数】 在一个循环小数中，如果循环节不是从小数点右边第一位开始，而在小数点与循环节之间有着一个或者几个不重复出现的数字，这种循环小数叫做混循环小数. 例如，$3.43\dot{4}6\dot{7}$是混循环小数. 如果在循环节前有 k 个数字，而在循环节内有 n 个数字，那么混循环小数的一般形式，可以表示为

$$A.b_1b_2b_3\cdots b_kb_{k+1}b_{k+2}\cdots b_{k+n}b_{k+1}b_{k+2}\cdots b_{k+n}\cdots.$$

【无限循环小数】 [见循环小数].

【无限不循环小数】 一个无限小数，从小数部分起各位数字的排列，没有一定的规律，这样的无限小数，叫做无限不循环小数. 例如，圆周率 π 的小数形式是 $3.14159265\cdots$，它是无限不循环小数.

无限不循环小数是无理数的一种表现形式.

【分数化小数】 对于既约真分数 $\frac{a}{b}$，如果它的分母只含有质因数 2，5，即 $b=2^m\cdot5^n$，那么这样的分数可以化成有限小数.

(1) 当 $m=n$ 时，分数 $\frac{a}{b}$ 的分母就成为 10 的幂. 即

$$\frac{a}{b}=\frac{a}{2^m\cdot5^n}=\frac{a}{10^n}.$$

例如，$\frac{13}{1000}=\frac{13}{2^3\times5^3}=\frac{13}{10^3}=0.013$.

(2) 当 $m>n$ 时，可以用 5^{m-n} 乘分数 $\frac{a}{2^m\cdot5^n}$ 的分子和分母，即

$$\frac{a}{b}=\frac{a}{2^m\cdot5^n}=\frac{a\cdot5^{m-n}}{2^m\cdot5^n\cdot5^{m-n}}=\frac{a\cdot5^{m-n}}{2^m\cdot5^m}=\frac{a\cdot5^{m-n}}{10^m}.$$

例如，$\frac{13}{40}=\frac{13}{2^3\times5}=\frac{13\times5^2}{2^3\times5\times5^2}=\frac{325}{10^3}=0.325$.

(3) 当 $m<n$ 时，可以用 2^{n-m} 乘分数 $\frac{a}{2^m\cdot5^n}$ 的分子和分母，即

$$\frac{a}{b}=\frac{a}{2^m\cdot5^n}=\frac{a\cdot2^{n-m}}{2^m\cdot5^n\cdot2^{n-m}}$$

$$=\frac{a\cdot2^{n-m}}{2^n\cdot5^n}=\frac{a\cdot2^{n-m}}{10^n}.$$

例如，$\frac{13}{250}=\frac{13}{2\times5^3}=\frac{13\times2^2}{2\times5^3\times2^2}=\frac{52}{10^3}=0.052$.

对于既约真分数 $\frac{a}{b}$，如果它的分母或者不包含质因数 2，5(也即与 10 互质)，或者除 2 和 5 以外，还包含其他的质因数，那么这样的分数可以化成

循环小数.

当既约真分数$\frac{a}{b}$中的分母与 10 互质,这样的分数就可以化成纯循环小数,循环节内数字的个数,跟数列 9,99,999,9999,…各项中,能被分母 6 整除的最小的数所含 9 的个数相同. 例如$\frac{5}{7}$,因为它的分母 7 与 10 互质,又因为用分母 7 去除 9,99,999,…,能整除的最小的数是999999,含 9 的个数是 6,所以分数$\frac{5}{7}$可以化成纯循环小数,循环节内数字的个数是 6. 实际上,把$\frac{5}{7}$化成循环小数是$0.\dot{7}14285\dot{}$.

当既约真分数$\frac{a}{b}$中的分母不仅含有质因数 2,5,而且还含有 2 和 5 以外的质因数,那么这样的分数就可以化成混循环小数. 它的不循环部分数字的个数,跟 2 和 5 在分母内的最高乘方的指数相同;循环节内数字的个数,跟数列 9,99,999,…各项中,能被分母内 2 和 5 以外的质因数的积所整除的最小的数所含 9 的个数相同. 例如,$\frac{53}{440}=\frac{53}{2^3\times5\times11}$,因为这个分数的分母不仅含有 2 和 5,还含有 11,所以这个分数可以化成混循环小数. 不循环部分数字的个数,跟 2 和 5 在分母内的最高乘方的指数相同,即 3. 因此,不循环部分有三个数字. 因为分母内 2 和 5 以外的质因数是 11,它能整除 99,含 9 的个数是 2,所以循环部分有两个数字. 实际上,把$\frac{53}{440}$化成循环小数是$0.120\dot{4}\dot{5}$.

综上所述,可以看到把分数化为小数,有三种不同情况:

(1) 如果分母只含质因数 2,5,化得的小数是有限小数;

(2) 如果分母不含质因数 2,5,化得的小数是纯循环小数;

(3) 如果分母既含质因数 2,5,又含 2 和 5 以外的质因数,化得的小数是混循环小数.

但需指出,如果把纯循环小数写成混循环小数,其结果相等. 如

$$0.\dot{1}\dot{8}=0.1\dot{8}\dot{1}=\frac{2}{11}.$$

【分数化成有限小数的条件】 见[分数化小数].

【分数化成循环小数的条件】 见[分数化小数].

【分数化成纯循环小数的条件】 见[分数化小数].

【分数化成混循环小数的条件】 见[分数化小数].

【有限小数化分数】 把有限小数改写成分母为 10 的幂的分数,然后约简成最简分数. 例如:

$$0.45=\frac{45}{100}=\frac{9}{20}.$$



【纯循环小数化分数】 纯循环小数的小数部分，可以化成分数. 这个分数的分子，就是由一个循环节的数字所组成的数；分母的各位数字都是 9，9 的个数与一个循环节的数字的个数相同. 例如：

$$0.\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3};$$

$$0.\dot{6}\dot{2}\dot{5} = \frac{625}{999}.$$

【混循环小数化分数】 混循环小数的小数部分，可以化成分数. 这个分数的分子，就是小数点右边第一个数字到第一个循环节的末位数字所组成的数，减去小数部分中不循环部分的数字所组成的数所得的差；分母的头几位数字是 9，末几位数字是 0，9 的个数与一个循环节的数字的个数相同，0 的个数与不循环部分的数字的个数相同，例如：

$$0.46\dot{2}\dot{8} = \frac{4628-46}{9900} = \frac{4582}{9900} = \frac{2291}{4950}.$$

【百分数化小数】 百分数化小数的方法：先把百分号去掉，再把小数点向左移动两位（位数不够，用 0 补足）. 例如：

$$15\% = 0.15;\quad 7\% = 0.07.$$

【小数化百分数】 先把小数的小数点向右移动两位（位数不够，用 0 补足），再在后面添上百分号. 例如：

$$0.6 = 60\%.$$

【运算】 依照数学法则，求出一个算式的结果的过程，叫做运算.

【计算】 根据已知数目，通过数学方法求得未知的数，叫做计算.

计算与运算在范围上稍有区别，运算必须记数，依照四则、开方等法则进行；计算则更广，有时可依照运算，有时可依照口算，在简单的情形下，可由已知事项，直接求得结果.

【演算】 同运算，并有演习、演草的含意.

【口算】 不借助工具、不用竖式的计算. 凡是耳听题目口答结果或看着题目说出结果，这样的计算方法，都称为口算. 口算也叫做“心算”或“暗算”.

【心算】 见[口算].

【笔算】 通常指在纸上用竖式进行计算，叫做笔算.

【表算】 利用各种“数学用表”进行计算的方法，叫做表算.

【估算】 通常根据实际需要，估计数值的范围，称作估算。有时只取高位上的数值，有时取前两或三位上的数值，有时先确定一个精确度，采用“四舍五入法”或者“进一法”、“去尾法”进行估算。视所发生事件的具体情况确定取舍方法。

【推算】 根据一定的规律和已有的数据，计算出有关的数值，叫做推算.

【珠算】 运用算盘进行计算的方法，称为珠算. 珠算由筹算演变而来，到明代已盛行，后来流传到朝鲜、日本、越南等东亚各国. 珠算采用口诀，便于记忆，算法简捷，计算迅速.

【速算】 数的加、减、乘（包括乘方）、除，有时可以利用数的组成与分解、各种运算定律、性质或它们之间的特殊关系，进行简便、迅速的运算，这种方法，叫做速算法. 速算又叫“简便运算”或“简捷算法”.

【速算法】 见[速算].

【简便运算】 见[速算].

【简捷算法】 见[速算].

【验算】 检查运算结果是否正确的方法，叫做验算，验算的方法很多，如用加法验算减法，用乘法验算除法.

【逆运算】 给出两个数 a 与 b，通过代数运算得到一个数 c 与 a、b 对应. 如果把 a、b 中的一个当作所求，一个当作已知，并把 c 也当作已知，这时又可通过一个新的代数运算把 a、b 中所求的数求出来，这个新的代数运算叫做原来代数运算的逆运算. 例如，在四则计算中，加法是由已知加数求和，而减法是由已知和与一个加数求另一个加数，就说减法是加法的逆运算；乘法是由已知因数求积，而除法是由已知积与一个因数求另一个因数，就说除法是乘法的逆运算.

【四则运算】 加、减、乘、除四种运算，统称为四则运算.

【四则混合运算】 在一个算式中，含有加、减、乘、除四种运算中两种以上方法的运算，叫做四则混合运算.

【四则混合运算的顺序】 在四则混合运算中，运算顺序规定如下：

（1）在一个没有括号的算式中，如果只含有同一级运算，则应按照从左到右的顺序进行运算.

（2）在一个没有括号的算式中，如果既含有第一级运算，又含有第二级运算，则应先算第二级运算，后算第一级运算. 即先算乘、除，后算加、减.

（3）在一个有括号的算式中，则应先做括号内的运算，顺序是先算小括号里的算式，再算中括号里的算式，最后算大括号里的算式.

在括号中，有时出现括线“——”时，则应首先算括线下的算式.

【三级运算】 在数的运算中，加法与减法称为第一级运算；乘法与除法称为第二级运算；乘方与开方称为第三级运算. 统称三级运算.

【第一级运算】 见[三级运算].

【第二级运算】 见[三级运算].



【第三级运算】 见[三级运算].

【列式】 根据题中的数量关系和所给的数目,写出算式,叫做列式.

【算式】 在数的计算时,按照一种约定的形式进行,这种形式叫做算式.例如,在乘法运算中的横式或竖式都是算式.

【式子】 算式有时也称为式子.

【横式】 把一些需要计算的数横着写,并且用运算符号把它们连接起来,这样的式子,叫做横式.

【竖式】 按照计算法则把一些需要计算的数竖着写,并用符号表示运算方法,这样的式子,叫做竖式.

【递等式】 在四则混合运算时,按运算顺序,逐步或逐级进行,每计算一步,写出一个等式,直至求出结果,这样的书写形式,称为递等式.例如:

$$\begin{aligned}&\{85-[12+(10-3)\times 4]\}\div(62-47)\\&=\{85-[12+7\times 4]\}\div 15\\&=\{85-40\}\div 15\\&=45\div 15\\&=3.\end{aligned}$$

【四则运算式的读法】 按照运算顺序,从左到右顺次地读,先算的部分,一般用和、差、积、商表示,其余部分用"加、减、乘以、除以"等连起来,最后说明式题运算结果是求什么.在小学阶段,为了保证和、差、积、商的唯一性,在两数相减或两数相除时,应读作"某数减去(或除以)某数的差(或商)",而加法、乘法具有交换律,保证了和、积的唯一性,可以读作"某数与某数的和(或积)".例如:

$$(12+5)\times 4$$

读作"十二与五的和乘以四,积是多少?"

【式题】 只有数字或作为已知数的字母用运算符号连接起来的,要求计算出结果的式子,叫做式题.

【文字题】 用文字表达数与数之间关系的题目,叫做文字题.文字题也叫做文字式题.它由数学的名词(包括术语)、数字和问题三个部分组成.文字题与应用题的区别在于它不反映具体的事物,具体的量,而应用题则是反映量与量之间关系的题目.

【运算符号】 表示计算方法的符号,如四则运算中的$+$、$-$、$\times$、$\div$等,其中乘号"$\times$",也可以用"$\cdot$"表示,如$7\cdot 8$都表示7×8;除号"$\div$"也可以用"$:$"或"$/$"表示,如$8:2$、$8/2$都表示$8\div 2$.

【关系符号】 表示数与数、式与式之间的某种关系的特定记号,叫做关系符号.有大于号、小于号、等于号、约等于号等.例如,大于号"$>$"是表示大

小关系的一种符号.

【等号】 表示数与数、式与式或数与式相等的符号,叫做等号.记作"=",读作"等于".如 $a=b$,读作 a 等于 b.

【等于】 见[等号].

【等量的性质】 (1) 反射性 即 $a=a$;(2) 对称性 即若 $a=b$,则 $b=a$;(3) 传递性 即若 $a=b$,$b=c$,则 $a=c$.

【不等号】 表示两个数(或式)不相等的符号,叫做不等号.记作"$\neq$",读作"不等于".如 $2+3\neq4$,读作 2 加 3 不等于 4.

【不等于】 见[不等号].

【约等号】 表示两个数(或式)近似相等的符号,叫做约等号.记作"$\approx$",读作"约等于".例如,$\pi\approx3.1416$,读作 π 约等于 3.1416.

【约等于】 见[约等号].

【大于】 把两个数(或式)作比较,一个数(或式)比另一个数(或式)大,称为一个数(或式)大于另一个数(或式).如 8 比 6 大,记作"$8>6$",读作八大于六.

【大于号】 表示一个数(或式)比另一个数(或式)大的符号,叫做大于号.记作"$>$".

【大于号的性质】 (1) 若 $a>b$,$b>c$,则 $a>c$(传递性);(2) 若 $a>b$,$b=c$,则 $a>c$.

【小于】 把两个数(或式)作比较,一个数(或式)比另一个数(或式)小,称为一个数(或式)小于另一个数(或式).如 7 比 10 小,记作 $7<10$,读作七小于十.

【小于号】 表示一个数(或式)比另一个数(或式)小的符号,叫做小于号.记作"$<$".

【不大于号】 表示一个数(或式)小于或等于另一个数(或式)的符号,叫做不大于号.记作"$\leqslant$".例如,$a\leqslant b$,表示 a 不大于 b,即 a 小于或等于 b.

【不小于号】 表示一个数(或式)大于或等于另一个数(或式)的符号,叫做不小于号.记作"$\geqslant$".例如,$a\geqslant b$,表示 a 不小于 b,即 a 大于或等于 b.

【结合符号】 表示把几个数、式或几种运算结合起来的符号,叫做结合符号.它可以改变算式中的运算顺序.例如,括号( )、[ ]、{ }都是结合符号.

【括号】 用来规定运算顺序的符号,叫做括号.括号也叫做"括弧".括号也称结合符号.常见的有

(1) 小括号,又称圆括号,记作"( )";

(2) 中括号,又称方括号,记作"[ ]";



(3) 大括号,又称花括号,记作"{ }".

此外,还有括线,记作"——",现在数学中一般不采用括线.

【括弧】 见[括号].

【大括号】 见[括号].

【中括号】 见[括号].

【小括号】 见[括号].

【括线】 见[括号].

【等式】 用等号连接的式子,叫做等式. 例如,$5+7=12$、$a+b=c$ 等都是等式.

【等式的性质】 (1) 等式的两边可以互相交换位置,即若 $a=b$,则 $b=a$;

(2) 等式的两边加上等式,所得的仍是等式,即若 $a=b$,$c=d$,那么 $a+c=b+d$;

(3) 等式的两边减去等式,所得的仍是等式,即若 $a=b$,$c=d$,那么 $a-c=b-d$;

(4) 等式的两边乘以同一个数,所得的仍是等式,即若 $a=b$,那么,$am=bm$;

(5) 等式的两边除以同一个不为零的数,所得的仍是等式. 即若 $a=b$,那么,$\frac{a}{m}=\frac{b}{m}(m\neq 0)$.

【不等式】 用不等号连接起来的式子,叫做不等式. 例如,$4+5<10$ 或 $4+5\neq 10$,$a+b>c$ 或 $a+b\neq c$ 等都是不等式.

【定义】 对于一种事物的本质特征或一个概念的内涵和外延的确切而简要的说明. 叫做定义. 例如,连接两点的长,叫做这两点间的距离. 这就是两点间距离的定义.

定义有两个任务:

(1) 把被定义的对象与其他一切对象区别开;

(2) 揭示出被定义对象的本质属性.

【定理】 通过一定论据而证明为真实的命题,叫做定理. 例如,对顶角相等,这就是定理. 每个定理都包含"条件"和"结论"两个部分,条件是已知的部分,结论是从条件经过推理而得到的结果.

【定律】 科学上对某种客观规律的概括,反映事物在一定条件下发生一定变化过程的必然关系. 在数学中,具有某种规律性的结论,叫做定律. 例如,加法交换律:$a+b=b+a$,这就是定律.

【公理】 人类在实践中反复验证过的,并且不需要再加证明就被公认

的真理，叫做公理. 例如，经过两点能且只能引一条直线，这就是公理.

【运算法则】 用文字说明数学中某种运算的方法，叫做运算法则.

【公式】 用数学符号或文字表示各个数量之间的关系的式子. 叫做公式. 例如，圆面积公式：$S=\pi R^2$.

【计数器】 泛指能计数的器件. 在小学数学中，指辅助学生计数，认识数位、进率的教具. 分直式计数器和横式计数器两种.

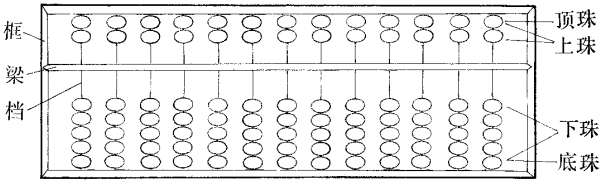
【计算尺】 一种计算工具. 形似直尺，由两把有刻度的尺构成. 其中一把嵌在另一把尺的中间并能滑动，把两把尺上一定的刻度对准，即能直接得出运算结果. 应用在加、减、乘、除、乘方、开方、三角函数及对数等运算上. 也叫“算尺”.

【计算表】 帮助计算的一种用表，可配合算盘或其他计算工具同时使用. 分专业计算表和普通计算表两种. 专业计算表是根据各专业的要求编制的，如利息表、成本核算表等；普通计算表是数学计算中的一般用表，如乘法口诀表、平方表等.

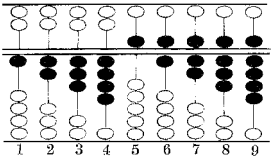
【电子计算机】 是一种能自动、高速进行大量计算工作的电子设备. 它能通过对输入数据进行指定的数值运算和逻辑运算来求解各种问题，也能通过对信息加工来解决各种数据处理问题. 当它与一定的机电设备结合时，还能实现对生产过程的实时控制. 因此，电子计算机已广泛应用于国民经济、文化教育、科学技术和军事的各个领域. 目前，电子计算机正向更高的运算速度、更强的功能、更高的稳定性以及进一步减小体积和功耗的方向发展.

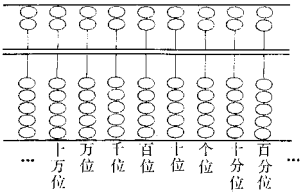
【电子计算器】 是一种小型的电子计算装置. 它和电子计算机的区别是：电子计算机不仅能对数据进行各种操作，而且还能对其本身所存储的程序进行修改，即电子计算机能接受、储存、执行和修改其程序；电子计算器通常只能完成算术运算和少量逻辑操作并显示其结果，但不能修改其程序. 因此，电子计算器可以说是一种只能执行少量指令的计算机.

【算盘】 我国古代人民创造的一种计算工具，它分框、梁、档、珠四部分. 算盘周围为木框，内贯直柱，称为档；档中横以梁，梁上两珠，称为上珠，每珠当作数 5；梁下五珠，称为下珠，每珠当作数 1. 运算时定位后拨珠计算. 算盘各部分名称如图所示.



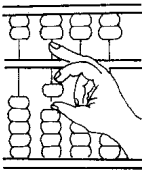
【算盘上的记数法】 在算盘上，算珠都靠框，表示没有数. 拨珠靠梁，表示记数. 如图所示.





算盘上的数位用档表示，选定一档作为个位，向左各档依次为十位、百位、千位、…

【算盘上的拨珠法】 在算盘上拨珠的方法，通常用右手的拇指、食指和中指三个手指拨珠. 三指按下面的分工协同动作：



拇指：把下珠向上拨；

食指：把下珠向下拨；

中指：把上珠向上拨和向下拨.

【整数加法】 由于自然数有基数与序数两种理论，所以，从理论上讲，加法定义有两种形式.

(1) 在自然数列里的数 a 之后再数出 b 个数来，对应于自然数列的数 c，c 叫做 a 与 b 的和，记作

$$a+b=c.$$

其中 a 与 b 叫做加数，符号“+”叫做加号，读作“加”. 求和的运算叫做加法. 这是用序数理论来定义加法.

如果加数为零时，补充定义

$$0+a=a,a+0=a,0+0=0.$$

(2) 设 A 与 B 是两个不具有公共元素的有限集合，它们的基数分别是 a 和 b. 把集合 A 和 B 的元素并在一起，组成一个集合 C，C 叫做集合 A 与 B 的并集. C 的基数 c 叫做 a 与 b 的和，记作

$$a+b=c.$$

a、b 都叫做加数. 求两个加数的和的运算，叫做加法. 这是用基数理论来定义加法.

在小学数学里，一般把加法定义为“把两个数合并成一个数的运算”. 这个定义实际上是采用基数形式的加法定义.

【被加数】 在加法运算中，第一个加数叫做被加数. 例如，$7+4=11$，7 是被加数，4 是加数. 被加数与加数也可统称为加数，或称被加数为第一加

数，加数为第二加数.

【加数】 见[整数加法].

【加号】 见[整数加法].

【和】 见[整数加法].

【和的性质】 (1) 两个(非负)整数相加，总能施行，而且和是唯一存在的；

(2) 两个(非负)整数的和必不小于任一加数，有 $a+b\geqslant a$，$a+b\geqslant b$ 成立；

(3) 从和中减去一个数，可以用和中任意一个加数减去这个数，再用所得的差加上另一个加数. 即$(a+b)-c=a+(b-c)(b\geqslant c)$.

【进位加法】 在十进制整数加法计算中，如果某个数位上的数的和是两位数(即满十或超十)，就把这一位上的十个单位组成和它相邻的较高位上的一个单位，加到较高位的和里去，这种含有进位的加法，叫做进位加法.

【凑十法】 在求几个数的和的计算中，把和是十或几十的两个数，或个位数的和是十的两个或三个数先相加的方法，叫做凑十法. 使用凑十法，可以较快地算出结果.

【连加法】 在一个加法算式里，加数的个数多于两个的加法，叫做连加法.

【多位数加法运算法则】 在进行多位数加法的时候，一般要用竖式计算. 用竖式计算加法的法则如下：

(1) 相同数位对齐；

(2) 从个位加起；

(3) 哪一位上的数相加满十，要向前一位进 1.

例如，$7835+619=8454$.

$$\begin{array}{r} 7\,8\,3\,5 \\ +\quad 6\,1\,9 \\ \hline 8\,4\,5\,4 \end{array}$$

【小数加法运算法则】 先把几个加数的相同数位上的数对齐，也就是把各数的小数点对齐，再按照整数加法运算法则进行计算，最后在所得的结果里对着加数的小数点的位置记上小数点.

【分数加法运算法则】 同分母分数相加，把分子相加，分母不变；异分母分数相加，先通分，然后按照同分母分数相加的方法进行计算. 带分数相加时，把它们的整数部分和分数部分分别相加，再把所得的数合并起来.

【加法运算定律】 (1) 加法交换律：两个数相加，交换加数的位置，它



们的和不变. 即

$$a+b=b+a.$$

(2) 加法结合律:三个数相加,先把前两个数相加,再加上第三个数;或者先把后两个数相加,再加上第一个数,它们的和不变. 即

$$(a+b)+c=a+(b+c).$$

【加法交换律】 见[加法运算定律].

【加法结合律】 见[加法运算定律].

【和的变化】 (1) 如果一个加数增加(或减少)一个数,另一个加数不变,那么它们的和也增加(或减少)同一个数. 即

如果 $a+b=c$,

那么 $(a+d)+b=c+d$,

$(a-d)+b=c-d$.

(2) 如果一个加数增加一个数,另一个加数减少同一个数,那么它们的和不变. 即

如果 $a+b=c$,

那么 $(a+d)+(b-d)=c$.

【珠算加法】 珠算加法要对准数位,从高位算起.

珠算加法的口诀如下表所示.

珠算加法口诀表

不进位的		进位的	
上几的(直加的)	下五去几的(满五的)	去几进一的(凑十的)	上几去五进一的(满十破五的)
一上一	一下五去四	一去九进一	
二上二	二下五去三	二去八进一	
三上三	三下五去二	三去七进一	
四上四	四下五去一	四去六进一	
五上五		五去五进一	
六上六		六去四进一	六上一去五进一
七上七		七去三进一	七上二去五进一
八上八		八去二进一	八上三去五进一
九上九		九去一进一	九上四去五进一

【传统的珠算加法练习】 (1) 九盘清. 先拨上 123456789,再连续加上 9 个 123456789,最后得 1234567890.

(2) 三盘清. 先拨上 123456789, 以后每次看到盘面上是几就加上几,连加三次. 即第一次加 123456789, 得 246913578;第二次加 246 913578,

得 493827156；第三次加 493827156，得 987654312. 最后加一个 9，得987654 321.

(3) 打百子. 计算 1＋2＋3＋…＋98＋99＋100，结果是 5050.

(4) 加 625. 连加 16 个 625，得 10000.

(5) 加 16835. 把 3 个、6 个、9 个、12 个 16825 连加，可以分别得到一些有规律的数. 如 3 个 16835 连加是 50505；6 个 16835 连加是 101010；9 个 16835 连加是 151515；12 个16835连加是 202020.

【整数减法】 设 a、b 是两个(非负)整数，如果存在一个(非负)整数 c，能使 $b+c=a$，那么 c 叫做 a、b 的差，记作：

$$c = a - b.$$

a 叫做被减数，b 叫做减数. 符号“－”叫做减号，读作“减”. 求两个数的差的运算叫做减法.

从减法的意义可知，减法是加法的逆运算.

【被减数】 见[整数减法].

【减数】 见[整数减法].

【减号】 见[整数减法].

【差】 见[整数减法].

【差的性质】 (1) 如果两个数的差存在，那么它是唯一的. 即如果 $a-b=c$，那么 c 是惟一存在的.

(2) 某数减去一个数，再加上同一个数，仍得某数. 即

$$(c-a)+a = c.$$

(3) 某数加上一个数，再减去同一个数，仍得某数. 即

$$(c+a)-a = c.$$

【退位减法】 在减法运算中，如果某个数位上的被减数小于减数，可以先把被减数里相邻较高数位上的一个单位，化成这个数位上的十个单位，和原有的数加在一起，然后再减，这种方法叫做退位减法.

【连减法】 在一个减法算式里，减数的个数在两个或两个以上的减法，叫做连减法.

【多位数减法运算法则】 在进行多位数减法的时候，一般要用竖式计算. 用竖式计算减法的法则如下：

(1) 相同数位对齐；

(2) 从个位减起；

(3) 被减数哪一位上的数不够减，就从前一位退一作十，加到本位的被减数上，然后再减.

例如，8940－597＝8343.

$$\begin{array}{r} 8940 \\ -\ 597 \\ \hline 8343 \end{array}$$



【小数减法运算法则】 先把被减数与减数的相同数位上的数对齐，也就是把小数点对齐，再按照整数减法法则计算，最后在所得的结果里对着被减数与减数的小数点的位置记上小数点.

【分数减法运算法则】 同分母分数相减，把分子相减，分母不变；异分母分数相减，先通分，然后按照同分母分数相减的方法进行计算. 带分数相减时，把它们的整数部分和分数部分分别相减，再把所得的数合并起来；如果被减数的分数部分小于减数的分数部分时，要从被减数的整数部分取 1，化成假分数，与原来被减数的分数部分加在一起，然后再减.

【减法运算性质】 (1) 一个数减去两个数的和，可以从这个数里依次减去和中的各个加数. 即

$$a-(b+c)=a-b-c.$$

(2) 一个数减去两个数的差，可以把这个数减去差里的被减数(在可能的情况下)，再加上差里的减数；或者先加上差里的减数，再减去差里的被减数. 即

$a-(b-c)=(a-b)+c(a\geqslant b)$；或 $a-(b-c)=a+c-b$.

(3) 几个数的和减去一个数，可以从任何一个加数里减去这个数(在可能的情况下)，再同其余的加数相加. 即

$$\begin{aligned}&(a+b+c)-d\\&=(a-d)+b+c\quad(a\geqslant d)\\&=a+(b-d)+c\quad(b\geqslant d)\\&=a+b+(c-d)\quad(c\geqslant d).\end{aligned}$$

【差的变化】 (1) 如果被减数增加(或减少)一个数，减数不变，那么它们的差也增加(或减少)同一个数. 即

如果 $a-b=c$，

那么 $(a+d)-b=c+d$；

$(a-d)-b=c-d$.

(2) 如果减数增加(或减少)一个数，被减数不变，那么它们的差反而减少(或增加)同一个数. 即

如果 $a-b=c$，

那么 $a-(b+d)=c-d$；

$a-(b-d)=c+d$.

(3) 如果被减数和减数都增加(或减少)同一个数,那么它们的差不变.即

如果 $a-b=c$,

那么 $(a+d)-(b+d)=c$;

$(a-d)-(b-d)=c$.

【加法与减法的关系】 从减法的意义可知加法和减法里的已知数与得数间的关系:

(1) 加法里的一个加数等于和减去另一个加数.如

$$a+x=b, x=b-a.$$

(2) 减法里的被减数,等于减数加上差.如

$$x-a=b, x=a+b.$$

(3) 减法里的减数,等于被减数减去差.如

$$a-x=b, x=a-b.$$

【加法的验算】 检查加法运算是否正确的方法,叫做加法的验算.验算方法有

(1) 利用加法交换律,改变加数的位置后再相加,所得的结果必须与原计算结果相同,计算才算正确.

(2) 用减法验算,把所得的和减去其中的一个加数,必须等于另一个加数,计算才算正确.

例如,$56+75=131$.

验算:① $75+56=131$;② $131-75=56$(或 $131-56=75$).

【减法的验算】 检查减法运算是否正确的方法,叫做减法的验算.验算方法有:

(1) 根据减法定义,用加法验算.把所得的差与减数相加,必须等于被减数,计算才算正确.

(2) 根据减法定义,用减法验算.把被减数减去所得的差,必须等于减数,计算才算正确.

例如,$72-48=24$,

验算:① $24+48=72$;

② $72-24=48$.

【珠算减法】 珠算减法要对准数位,从高位算起.

珠算减法的口诀如下表所示.

珠算减法口诀表

不退位的		退位的
去几的 （直减的）	上几去五的 （破五的）	退一还几的 （破十的）
一去一 二去二 三去三 四去四 五去五 六去六 七去七 八去八 九去九	一上四去五 二上三去五 三上二去五 四上一去五	一退一还九 二退一还八 三退一还七 四退一还六 五退一还五 六退一还四 七退一还三 八退一还二 九退一还一



【整数乘法】 b 个相同加数 a 的和，叫做 a 与 b 的积，记作 $a\times b$. 数 a 叫做被乘数，数 b 叫做乘数，被乘数和乘数统称为积的因数. 符号“$\times$”叫做乘号. $a\times b$ 读作“a 乘以 b”或“b 乘 a”. 求积的运算叫做乘法.

一般地说，如果 $\underbrace{a+a+\cdots+a}_{b个}=c$，

可以记作：$a\times b=c$.

可见，乘法实际上是求几个相同加数的和的简便运算.

对于整数乘法，尚有下面几条补充定义：

$$a\times 1=a,a\times 0=0,0\times 0=0.$$

【被乘数】 见[整数乘法].

【乘数】 见[整数乘法].

【乘号】 见[整数乘法].

【因数】 见[整数乘法].

【积】 见[整数乘法].

【积的唯一性和存在性】 两个数相乘，积是存在的而且是唯一的.

【乘以】 见[整数乘法].

【乘】 见[整数乘法].

【乘法表】 在十进位制里，把乘数、被乘数都是一位数的积，依次按乘数、被乘数的大小顺序列成的一个表，叫做乘法表. 乘法表也叫做“九九表”，或叫做“乘法口诀表”.

【乘法口诀表】 见附录一.

【九九表】 见[乘法口诀表].

【口诀】 根据事物的内容要点编写的便于记诵的语句，叫做口诀. 如乘法口诀，珠算加、减法口诀等.

【连乘】 三个或三个以上的数连续相乘的运算，叫做连乘.

【多位数乘法运算法则】 (1) 把被乘数和乘数的数位对齐；

(2) 用乘数每一位上的数依次去乘被乘数的个位数、十位数、百位数、…用哪一位上的数去乘，乘得的积的末尾就要和哪一位对齐；

(3) 哪一位上乘得的积满几十，就向前一位进几；

(4) 把每次乘得的积相加.

例如：$435\times26=11310$.

$$\begin{array}{r} 435 \\ \times\quad 26 \\ \hline 2610 \\ 870 \\ \hline 11310 \end{array}$$

【小数乘法运算法则】 小数相乘，先按照整数乘法的法则计算，再看因数中一共有几位小数，就从积的右边起数出几位，点上小数点.

【分数乘法运算法则】 把两个分数分子相乘的积作分子，分母相乘的积作分母. 即

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}.$$

分数乘法中有带分数的，通常先把带分数化成假分数，然后再乘.

【乘法运算定律】 (1) 乘法交换律：两个数相乘，交换因数的位置，它们的积不变. 即

$$a\times b=b\times a.$$

(2) 乘法结合律：三个数相乘，先把前两个数相乘，再与第三个数相乘；或者先把后两个数相乘，再与第一个数相乘，它们的积不变. 即

$$a\times b\times c=(a\times b)\times c=a\times(b\times c).$$

(3) 乘法对于加法的分配律(简称乘法分配律)：两个数的和与一个数相乘，可以把两个加数分别与这个数相乘，再把两个积相加，所得的结果不变. 即

$$a\times(b+c)=a\times b+a\times c;$$

或$(b+c)\times a=b\times a+c\times a.$

【乘法交换律】 见[乘法运算定律].

【乘法结合律】 见[乘法运算定律].



【乘法对于加法的分配律】 见[乘法运算定律].

【乘法分配律】 见[乘法运算定律].

【积的位数】 两个数的积的位数,等于被乘数与乘数的位数的和,或比这个和少 1.

【积的变化】 (1) 如果一个因数扩大(或缩小)若干倍,另一个因数不变,那么它们的积也扩大(或缩小)同数倍.即

如果 $a\times b=c$,

那么 $(a\times n)\times b=c\times n$;

或 $(a\div n)\times b=c\div n$.

(2) 如果一个因数扩大若干倍,另一个因数缩小同数倍,那么它们的积不变.即

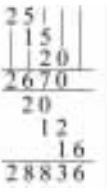
如果 $a\times b=c$,

那么 $(a\times n)\times(b\div n)=c$;

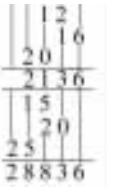
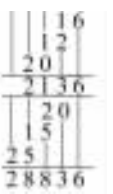
或 $(a\div n)\times(b\times n)=c$.

【阶乘】 自然数 1 到 n 的连乘积,叫做 n 的阶乘.用 $n!$ 表示.例如,$4!=1\times2\times3\times4=24$.规定 $0!=1$.

【珠算乘法】 珠算乘法,按照运算顺序,分前乘法和后乘法两种.从被乘数和乘数的首位乘起的,叫做前乘法;此外,都叫做后乘法.后乘法由于乘的顺序不同,又分为破头乘、隔位乘、留头乘、掉尾乘等几种.现以 534×54 为例,列表比较如下:

种　类		534×54 的运算步骤	备　　注
前乘法		第一步用 5 乘 534(从高位乘起) 第二步用 4 乘 534(从高位乘起) 	算盘上不布因数,从算盘左起第一档开始运算
后乘法	破头乘和隔位乘	第一步用 4 乘 534(从高位乘起) 第二步用 5 乘 534(从高位乘起) 	破头乘时,在所布的一个因数后要留出与另一个因数相同位数的空位,再进行计算.隔位乘留出的空位要比另一个因数的位数多一位.

（续表）

种　类		534×54 的运算步骤	备　　注
后乘法	留头乘	第一步用 4 乘 534（按 3,4,5 的顺序计算） 第二步用 5 乘 534（按 3,4,5 的顺序计算） 	布数法同破头乘
	掉尾乘	第一步用 4 乘 534（从个位乘起） 第二步用 5 乘 534（从个位乘起） 	布数法同破头乘

【传统的珠算乘法练习】（1）**滚雪球.先在算盘左边任意布上一个数，然后乘以** 2，**再乘以** 3，**继续乘以** 4、5、6、7、8、9，**积越乘越大，好像滚雪球.**

（2）**九位同数.把** 12345679 **分别乘以** 9、18、27、36、45、54、63、72、81，**结果全是每一位上的数都相同的九位数.**

（3）**狮子滚绣球.** 1953125×512＝1000000000.

（4）**凤凰展翅.** 16225679×35＝567898765.

（5）**山上五只虎，山下九三七五.**

55555×9375＝520828125.

【整数除法】 设 a、b 是两个自然数，如果存在一个自然数 c，能使 $b\times c=a$，那么 c 叫做 a 除以 b 所得的商.记作：

$$a\div b=c.$$

其中 a 叫做被除数，b 叫做除数.符号“÷”叫做除号.$a\div b$ 读作“a 除以 b”或“b 除 a”.求两个数的商的运算叫做除法.

从除法的定义可知，除法是乘法的逆运算.

在（非负）整数集中，由于引入了数“0”，所以要作如下的补充规定

（1）$0\div a=0(a\neq 0)$；

（2）0 不能作除数.

【被除数】 见[整数除法].

【除数】 见[整数除法].

【除】 见[整数除法].



【除以】 见[整数除法].

【除号】 见[整数除法].

【商】 见[整数除法].

【试商】 在除法计算过程中,除数是两、三位数时,有时要按照特定的方法去掉除数的尾数,把除数看作整十、整百数去试除.如果不能一次得到准确数,就要调整商,这个过程叫做试商.

【带余除法】 一个整数除以另一个自然数,并不是永远可以得到整数的商.如果 $a\div b$ 不能得到整数商,设 a 最多包含 q 个 b,也就是

$$bq < a < b(q+1).$$

那么,整数 q 叫做不完全商,a 与 bq 的差叫做余数.即被除数=除数×不完全商+余数,或表示为

$$a = bq + r(0 < r < b).$$

这种除法称为带余除法.带余除法也叫做有余数的除法.

【有余数的除法】 见[带余除法].

【不完全商】 见[带余除法].

【余数】 见[带余除法].

【带余除法的性质】 (1) 余数必须小于除数,即在 $a=bq+r$ 中,$r<b$.

(2) 不完全商与余数都是唯一的.即在 $a=bq+r(r<b)$ 中,q 与 r 都是唯一的.

【短除法】 在被除数的下边,直接写出商来,而不再一一写出各步的积以及剩余的除法格式,叫做短除法.它在分解质因数时,经常用到.

例如,把 360 分解质因数.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 360 \\ 2 & 180 \\ 2 & 90 \\ 3 & 45 \\ 3 & 15 \\ & 5 \end{array}$$

$\therefore\quad 360=2\times2\times2\times3\times3\times5.$

【等分除法】 把一个数平均分成几份,求一份是多少的问题,通常叫做等分除法问题.简称等分除法.

例如,把 24 平均分成 4 份,每份是多少?

$$24\div4=6.$$

这就是说,把 24 平均分成 4 份,每份是 6.

【包含除法】 求一个数里含有几个另一个数的问题,叫做包含除法问题.简称包含除法.

例如，27 里含有几个 9？

$$27 \div 9 = 3.$$

这就是说，27 里含有 3 个 9.

【连除】 一个数依次除以几个除数的运算，叫做连除.

【多位数除法运算法则】 (1) 多位数除多位数，要从被除数的高位除起，看除数有几位，被除数也要看几位，如果前几位的数比除数小，就要比除数多看一位.

(2) 除到被除数的哪一位，就把商写在哪一位的上面.

(3) 求出商的最高位以后，除到被除数的哪一位不够商 1，就在哪一位上面写 0.

(4) 每次除得的余数必须比除数小.

例如：$9361 \div 23 = 407$.

$$\begin{array}{r} 407 \\ 23\overline{)9361} \\ \underline{92} \\ 161 \\ \underline{161} \\ 0 \end{array}$$

【小数除法运算法则】 (1) 小数除以整数的法则：按整数除法法则来除，商的小数点应与被除数的小数点对齐.

(2) 一个数除以小数的法则：先看除数有几位小数，就把除数与被除数的小数点同时向右移动几位，使除数变成整数，然后再按小数除以整数的方法计算.

【分数除法运算法则】 把被除数的分子与除数的分母的积做商的分子，被除数的分母与除数的分子的积做商的分母. 即用被除数乘以除数的倒数.

【倒数】 乘积是 1 的两个数叫做互为倒数. 一般地说. 如果 $a \neq 0$，并且 $a \cdot \frac{1}{a} = 1$，那么就说 a 与 $\frac{1}{a}$ 互为倒数. 例如 $3 \times \frac{1}{3} = 1$，那么 3 与 $\frac{1}{3}$ 互为倒数. 也可以说，3 是 $\frac{1}{3}$ 的倒数，$\frac{1}{3}$ 是 3 的倒数.

【互为倒数】 见[倒数].

【除法运算性质】 (1) 一个数除以两个数的积，可以用一个数依次除以积里的两个因数. 即

$$a \div (b \times c) = a \div b \div c (bc \mid a).$$

(2) 一个数除以两个数的商，可以用一个数先乘以商中的除数，再除以商中的被除数；或者这个数先除以商中的被除数，再乘以商中的除数. 即

$a \div (b \div c) = (a \times c) \div b$,

或 $a \div (b \div c) = (a \div b) \times c (b \mid a)$.

(3) **两个数的积除以一个数,可以用除数先去除积里的任意一个因数,再将所得的商与另一个因数相乘.即**

$$(a \times b) \div c = (a \div c) \times b \ (c \mid a).$$

(4) **两个数的商除以一个数,可以用商中的被除数先除以这个数,再除以原来商中的除数.即**

$$(a \div b) \div c = (a \div c) \div b \ (bc \mid a).$$

(5) **若干个数的和除以一个数,可以用除数分别去除和里的各个加数(在能整除的情况下),然后把所得的商加起来.即**

$$(a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n) \div b$$
$$= a_1 \div b + a_2 \div b + a_3 \div b + \cdots + a_n \div b$$
$$(b \mid a_1, b \mid a_2, b \mid a_3, \cdots, b \mid a_n, \text{且 } b \neq 0).$$

【商的位数】 **商的位数,等于被除数与除数的位数的差,或者比这个差多** 1.

【商的性质】 (1) **两个整数相除,如果商存在,必定是唯一的.即**

如果 $a \div b = q$,**那么** q **是唯一存在的.**

(2) **某数除以一个数,又乘以同一个数,仍得某数.即**

$$(a \div b) \times b = a.$$

(3) **某数乘以一个数,又除以同一个数,仍得某数.即**

$$(a \times b) \div b = a.$$

【商的变化】 (1) **如果被除数扩大(或缩小)若干倍,除数不变,那么它们的商也扩大(或缩小)同数倍.即**

如果 $a \div b = q$,

那么 $(a \times n) \div b = q \times n$,

或 $(a \div n) \div b = q \div n$.

(2) **如果除数扩大(或缩小)若干倍,被除数不变,那么它们的商反而缩小(或扩大)同数倍.即**

如果 $a \div b = q$,

那么 $a \div (b \times n) = q \div n$,

或 $a \div (b \div n) = q \times n$.

(3) **如果被除数和除数都扩大(或缩小)同数倍,那么它们的商不变.即**

如果 $a \div b = q$,

那么 $(a \times n) \div (b \times n) = q$,

或 $(a \div n) \div (b \div n) = q$.

注意 在有余数的除法里，如果被除数和除数都扩大（或缩小）同数倍，那么不完全商不变，而余数却随着扩大（或缩小）同数倍. 即

如果 $a\div b=q$（**余** r），

那么 $(a\times n)\div(b\times n)=q$（**余** $r\times n$），

或 $(a\div n)\div(b\div n)=q$（**余** $r\div n$）.

【乘法与除法的关系】 从除法的意义可知乘法和除法里的已知数与得数间的关系：

（1）乘法里的一个因数等于积除以另一个因数. 如

$$a\times x=b,x=b\div a.$$

（2）除法里的被除数，等于除数乘以商. 如

$$x\div a=b,x=a\times b.$$

（3）除法里的除数，等于被除数除以商. 如

$$a\div x=b,x=a\div b.$$

【乘法的验算】 检查乘法运算是否正确的方法，叫做乘法的验算. 验算方法有

（1）利用乘法交换律，改变两因数的位置后再乘，所得的结果必须与原计算结果相同，计算才算正确.

（2）用除法验算，把所得的积除以一个因数，除得的结果应该等于另一个因数，计算才算正确.

例如，$42\times37=1554$.

验算：① $37\times42=1554$；

② $1554\div42=37$.

【除法的验算】 检查除法运算是否正确的方法，叫做除法的验算. 验算方法有：

（1）用乘法验算，根据除法定义，把所得的商与除数相乘，所得的结果必须等于被除数，计算才算正确.

（2）用除法验算，根据除法的意义，用被除数除以所得的商，所得的结果必须等于除数，计算才算正确.

例如，$126\div7=18$.

验算：① $7\times18=126$；

② $126\div18=7$.

【弃九验算法】 利用被 9 除所得余数的性质，对四则运算进行检验的一种方法，称为弃九验算法，简称弃九法.

设两个自然数 a,b，经某种运算（指加、减、乘），所得的结果为 c.

检验方法如下：先把 a,b 每一个数各位上的数字分别加起来，减去 9 的



倍数后，得到一个一位数 r_a 和 r_b；对 r_a 与 r_b 施行某种运算，将所得的结果减去 9 的倍数后，得到一个一位数 r_{ab}．另外将 c 的各位上的数字加起来，弃掉 9 的倍数后，得到一个一位数 r_c．如果 $r_{ab}\neq r_c$，就可以断定，由 a，b 经某种运算，得到的结果 c 必然有误；如果 $r_{ab}=r_c$，那么进行的运算大概就是正确的．

例如，用弃九法检验 $1979+2318=4297$．

验算：1979：$1+9+7+9=26$，

$26-2\times9=8$；

2318：$2+3+1+8=14$，

$14-9=5$；

而 $8+5=13$，$13-9=4$；

4297：$4+2+9+7=22$，

$22-2\times9=4$．

由于弃九后，余数 $4=4$，所以运算结果大概是正确的．

弃九法只能发现错误，不能肯定计算是正确的．如 $1979+2318=4297$ 是正确运算，但如果误写为 $1979+2318=4927$，这显然是错误的．但用弃九法验算结果相同．因此由 $r_{ab}=r_c$ 不能保证运算结果无误．所以弃九法只是给我们提供了验算计算错误的一个较快的方法．

【珠算除法】 珠算除法有归除法和商除法两种．

(1) 归除法　归除法用口诀进行计算，有九归口诀，退商口诀和商九口诀．

九归口诀共 61 句：

一归(用 1 除)：逢一进一，逢二进二，逢三进三，逢四进四，逢五进五，逢六进六，逢七进七，逢八进八，逢九进九．

二归(用 2 除)：逢二进一，逢四进二，逢六进三，逢八进四，二一添作五．

三归(用 3 除)：逢三进一，逢六进二，逢九进三，三一三余一，三二六余二．

四归(用 4 除)：逢四进一，逢八进二，四二添作五，四一二余二，四三七余二．

五归(用 5 除)：逢五进一，五一倍作二，五二倍作四，五三倍作六，五四倍作八．

六归(用 6 除)：逢六进一，逢十二进二，六三添作五，六一下加四，六二三余二，六四六余四，六五八余二．

七归(用 7 除)：逢七进一，逢十四进二，七一下加三，七二下加六，七三四余二，七四五余五，七五七余一，七六八余四．

八归(用 8 除):逢八进一,八四添作五,八一下加二,八二下加四,八三下加六,八五六余二,八六七余四,八七八余六.

九归(用 9 除):逢九进一,九一下加一,九二下加二,九三下加三,九四下加四,九五下加五,九六下加六,九七下加七,九八下加八.

退商口诀共 9 句:

无除退一下还一,无除退一下还二,无除退一下还三,无除退一下还四,无除退一下还五,无除退一下还六,无除退一下还七,无除退一下还八,无除退一下还九.

商九口诀共 9 句:

见一无除作九一,见二无除作九二,见三无除作九三,见四无除作九四,见五无除作九五,见六无除作九六,见七无除作九七,见八无除作九八,见九无除作九九.

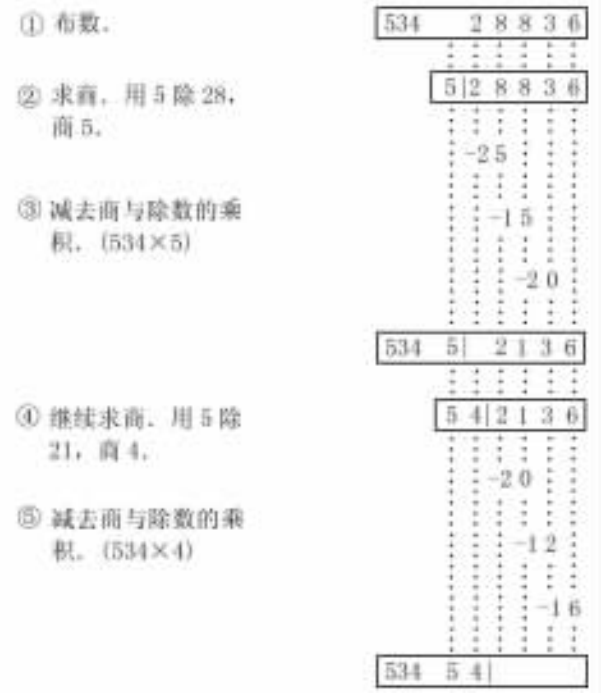
除数是一位数的除法叫"单归";除数是两位或两位以上的除法叫"归除",除数的首位叫"归",以下各位叫"除". 如,除数是 534 的归除,叫"五归三四除". 即用五归口诀求商后,再用 34 除.

例如,28836÷534=54 的计算过程如下



(2) **商除法** 商除法是用口算求商的方法来进行计算.

例如,28836÷534=54 **的计算过程如下**:



【归除法】 见[珠算除法].

【商除法】 见[珠算除法].

【乘方】 求相同因数的积的运算,叫做乘方.

n 个相同因数 a 相乘,即$\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n个}$,称为 a 的 n 次乘方,记作 a^n.

乘方的结果叫做幂. 在 a^n 中,a 叫做底数,n 叫做指数,a^n 叫做幂.

【底数】 见[乘方].

【指数】 见[乘方].

【幂】 见[乘方].

【平方】 指数为 2 的乘方,叫做平方. 也称二次方,用 a^2 表示.

【二次方】 见[平方].

【立方】 指数为 3 的乘方,叫做立方. 用 a^3 表示.

【开方】 求一个数的方根的运算,叫做开方. 用符号"$\sqrt{\ }$"表示. 例如

a 开平方写作$\sqrt{a}$；a 开 n 次方($n\geqslant 3$)写作$\sqrt[n]{a}$，其中$\sqrt[3]{a}$，可以称作 a 开三次方，也可以称作 a 开立方.

开方是乘方的逆运算.

【开平方】 求一个数的平方根的运算，叫做把这个数开平方. 例如，求 36 的平方根的运算就叫做把 36 开平方.

【开立方】 求一个数的立方根的运算，叫做把这个数开立方.

【n 次方根】如果 $x^n=a$(n 是大于 1 的整数)，那么，x 叫做 a 的 n 次方根. 求 a 的 n 次方根的运算，叫做把 a 开 n 次方，a 叫做被开方数，n 叫做根指数.

$n=2$ 时，x 叫做 a 的平方根，也叫做二次方根.

$n=3$ 时，x 叫做 a 的立方根，也叫做三次方根.

【开 n 次方】见[n 次方根].

【被开方数】 见[n 次方根].

【平方根】 如果一个数 x 的平方等于 a，这个数 x 就叫做 a 的平方根. 正数 a 的平方根有两个，它们互为相反数. a 的平方根记作$\pm\sqrt{a}$. 零的平方根是零.

【立方根】 见[n 次方根].

【算术根】 非负数 a 的正的 n 次方根，叫做 a 的 n 次算术根，记作$\sqrt[n]{a}$，其中 $a\geqslant 0$，n 为大于 2 的整数.

非负数 a 的正的平方根，叫做 a 的算术平方根，记作$\sqrt{a}$. 例如，$\sqrt{9}$的算术平方根是 3.

【完全数】 如果一个数等于除去它本身以外的一切约数的和，那么这个数叫做完全数. 例如，数 6 除去它本身以外的约数有 1、2、3，而 $6=1+2+3$，所以 6 是一个完全数.

【完全平方数】 如果一个有理数 a 等于另一个有理数 b 的平方，即 $a=b^2$，那么，有理数 a 叫做完全平方数. 例如，25、$\frac{9}{16}$、0.04 等都是完全平方数.

【整数开平方法则】 (1) 把被开方数从右向左每两位用撇号分开.

(2) 从左边第一段求得算术平方根的最高位上的数.

(3) 从第一段减去最高位上的数的平方，在差的右边移下第二段，作为第一个余数.

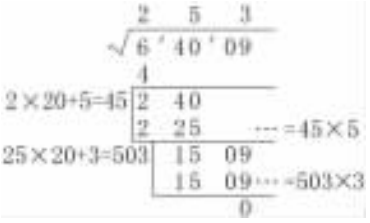
(4) 把最高位上的数乘以 20 去试除第一个余数，所得的商的整数部分作为商(如果这个整数部分大于或等于 10，就用 9 作商).

(5) 把最高位上的数的 20 倍与商的和乘以这个商，如果所得的积大于

余数时，把商减 1 再试，直到积小于或等于余数为止，这个商就是算术平方根的左起第二位上的数.

(6) 用同样方法，继续求算术平方根的其他各位上的数.

例如，

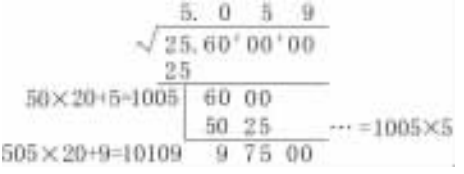


【小数开平方法则】 (1) 把被开方数的整数部分从小数点起向左每两位用撇号分开；小数部分从小数点起向右每两位用撇号分开，如位数不够用零补足.

(2) 按整数开平方的法则求出各位上的数.

例 求 25.6 的近似平方根(精确到 0.01).

解



所以 26.5 的近似平方根是 ±5.06.

注意 最后应比指定的精确位数多算出一位，再把这一位上的数四舍五入.

【准确数】 在对事物进行计数的时候，如数出某班学生共 40 人，这里的数 40 与班里学生的实际人数完全符合. 像这类确切表示某一个量的准确值的数，叫做准确数.

【近似数】 在计数、度量和计算过程中，在多数情况下，得到的是与真实数值相近而有一些误差的数，如一城市有 45 万人，5÷3≈1.67，这类近似地表示某一个量的准确值的数，叫做近似数，或叫做近似值.

近似值有不足近似值与过剩近似值两种.

【近似值】 见[近似数].

【准确商】 见[近似商].

【近似商】 在除法中，如果不可能或不必要求出商的准确数，只求出商的一个近似数时，这个数叫做近似商. 商的准确数叫做准确商. 例如，29÷6

=4.833…,这里的 4,4.8,4.83,4.833,…都小于 4.833…;如果在这些数的末一位数上加上 1,就分别得到 5,4.9,4.84,4.834,…它们都大于 4.833….我们把 4,4.8,4.83,4.833…分别叫做 29÷6 的精确到 1,0.1,0.01,0.001,…的不足近似商;把 5,4.9,4.84,4.834,…分别叫做 29÷6 的精确到 1,0.1,0.01,0.001,…的过剩近似商.

【过剩近似值】 大于准确数的近似数,叫做过剩近似值.例如 3.15 是 π 的精确到 0.01 的过剩近似值.

【过剩近似商】 见[近似商].

【不足近似值】 小于准确数的近似数,叫做不足近似值.例如,3.14 是 π 的精确到 0.01 的不足近似值.

【不足近似商】 见[近似商].

【近似数的截取方法】 (1) 四舍五入法 这是常用的截取近似数的方法.四舍,就是如果第 $n+1$ 位上的数字是 4 或比 4 小的数,把原数写到第 n 位,而且这个位上的数字保持不变;五入,就是如果第 $n+1$ 位上的数字是 5 或者比 5 大的数,把原数写到第 n 位,并且在最后一位上加 1.例如用四舍五入法把 π=3.14159265…截取到百分位是 3.14;截取到万分位是 3.1416.

(2) 去尾法 把某一个数多余部分的数字去掉后,保留部分不变.也就是把原来的数只写到第 n 位,而把以后位上的数字一律舍去.例如,把 π=3.14159265…用去尾法截取到千分位时,近似值为 3.141.这样得到的近似数是不足近似值.

(3) 收尾法 也叫进一法.就是把某一个数多余部分的数字去掉后,在所保留部分的最后一位数上加 1 .也就是把原来的数从第 $n+1$ 位起的数字都舍去,把原数写到第 n 位,并且在第 n 位上加 1.例如把 π=3.14159265…用收尾法截取到百分位时,近似值为 3.15.这样得到的近似数是过剩近似值.

【四舍五入法】 见[近似数的截取方法].

【去尾法】 见[近似数的截取方法].

【收尾法】 见[近似数的截取方法].

【进一法】 见[近似数的截取方法].

【近似数的精确度】 用近似数来近似地表示一个量的准确值,虽然允许有一定限度的误差,但这个误差的限度不能过大,必须保证一定的精确程度,即精确度.一个近似数对于一个准确数误差的程度,叫做这个近似数的精确度.例如,3.14 是 π 的精确到0.01的近似数, 而 3.142 是 π 的精确到0.001的近似数.一个近似数对于一个准确数的误差越小,这个近似数对于

准确数的精确度就越高.



【绝对误差】 一个近似数和它的准确数的差的绝对值,叫做这个近似数的绝对误差.如用 a 表示一个近似数,A 表示它的准确数,那么,近似数 a 的绝对误差用 Δ 表示,就是

$$\Delta = |a - A|.$$

绝对误差也称误差.

【误差】 见[绝对误差].

【相对误差】 一个近似数的绝对误差对于它的准确数所占的百分数,叫做相对误差.用 a 表示近似数,A 表示它的准确数,那么,近似数 a 的相对误差用 δ 表示,就是

$$\delta = \frac{\Delta}{A} = \frac{|a - A|}{A} \times 100\%.$$

在准确数不知道的情况下,用绝对误差对于近似数 a 所占的百分数作为这个近似数的相对误差.即

$$\delta = \frac{\Delta}{a} = \frac{|a - A|}{a} \times 100\%.$$

【近似数的写法】 一个近似数一般写成一个带一位整数的小数与 10 的正整数次幂的积的形式.带一位整数的小数的末位数字是积的哪一位,这个近似数就精确到哪一位.例如 4.28×10^4 表示精确到 100 的近似数,它的有效数字有 3 个:4、2、8;4.280×10^4 表示精确到 10 的近似数,它的有效数字有 4 个:4、2、8、0.

【有效数字】 一个近似数的绝对误差,如果不超过它的末位上的半个单位,那么这个近似数从左边第一个不是零的数字起,到末位数字止,所有的数字都叫做这个近似数的有效数字.

在一个由四舍五入得到的近似数中,从左边第一个不为零的数字起,到末位数字止,所有的数字都是这个近似数的有效数字.

例如 0.00256 有三个有效数字:2、5、6;3.260×10^8 有四个有效数字:3、2、6、0.对于二进制数其定义也相同,例如 1011.01,其有效数字是六位.

不能任意将有效数字的末一位或几位舍去,舍去则将影响准确性.

【无效数字】 不能表示物体单位的多少的数字,叫做无效数字.例如近似数 0.00308 有三个有效数字:3、0、8,最左边的三个 0 都是无效数字.

【可靠数字】 一个近似数的绝对误差,如果不超过它的最末位上的一个单位,那么这个近似数从左边第一个不是零的数字起,到末位数字止,所有的数字都叫做这个近似数的可靠数字.例如,用最小刻度是 1 厘米的尺量

得一根木材长 2.08 米，这里可以保证这个长度的绝对误差不超过 0.01 米，因此近似数 2.08 有 3 个可靠数字：2、0、8.

一个近似数的有效数字都可以看作是可靠数字. 例如 $\pi\approx3.1416$，因为绝对误差不超过 0.00005，它有五个有效数字；而绝对误差不超过 0.00005，显然更不会超过 0.0001，这样，在这个近似数里就可以说有五个可靠数字.

但是反过来，一个近似数的可靠数字却不一定是有效数字. 例如 $l\approx40.5(\pm0.1)$，虽然这个近似数的绝对误差可能不超过 0.05，但是这里并没有这样肯定，因此就不能说在这个近似数里有三个有效数字.

【近似数加减法法则】 (1) 确定结果精确到哪一个数位(已知数中精确度最低的精确到哪一个数位，结果就精确到这个数位)；

(2) 把已知数中超过这个数位的数字四舍五入到这个数位的下一位；

(3) 进行计算，并把最后结果的末一位四舍五入.

例如，作近似数的加减计算：

$$\begin{aligned}&4.56+16.7-0.045-8.2432\\&\approx4.56+16.7-(0.05+8.24)\\&=12.97\approx13.0.\end{aligned}$$

【近似数乘除法法则】 (1) 确定结果有多少个有效数字(已知数中最少的有多少个有效数字，结果就取同样多个有效数字)；

(2) 把已知数中有效数字的个数多的，四舍五入到只比结果中有效数字的个数多一个；

(3) 进行计算(除法要比结果多算出一位)，并且把算得的数四舍五入到应有的有效数字的个数.

例如，作近似数的乘除计算：

$$\frac{80.43\times1.05}{24\times7.146}.$$

24 只有两个有效数字，因此，可以把各数分别四舍五入到三个有效数字后计算. 得出的中间结果仍保留三个有效数字，即比法则规定的多保留一个. 得出最后结果，再四舍五入到两个有效数字.

$$\frac{80.43\times1.05}{24\times7.146}\approx\frac{80.4\times1.05}{24\times7.15}\approx\frac{84.4}{172}\approx0.49.$$

二、数的应用

【应用题】 根据日常生活和生产中的实际问题，用文字或语言叙述出一些已知数量和未知数量，以及它们之间的关系，并要求得未知数量的题

目，叫做应用题.

应用题可作如下划分

应用题 { 简单应用题 / 复合应用题 { 一般复合应用题 / 典型应用题 }

【数量关系】 在应用题中，数与数、量与量之间存在的联系和相依关系，叫做数量关系. 例如路程、速度、时间三者之间的数量关系是：路程＝速度×时间.

【等量关系】 一些量与另一些量之间的相等关系，叫做等量关系. 例如，3 千克苹果与 5 千克梨的价格相等，我们就说 3 千克苹果与 5 千克梨的价格之间是等量关系.

【简单应用题】 用一步运算来解答的应用题，叫做简单应用题.

【简单应用题的类型】 (1) 求总数 已知两个数，求它们的总数是多少的应用题. 例如，小明有 4 本书，小华有 7 本书，两人共有多少本书？

(2) 求剩余 已知两个数的和及其中的一个部分数，求另一个部分数是多少的应用题. 例如，小民和小宏共拾了 18 千克废钢铁，小民拾了 12 千克，小宏拾了多少千克？

(3) 求两数相差多少 已知大、小两个数，求其相差数的应用题. 例如，一个工厂造一种机器，原来用钢铁 3427 千克，由于技术革新，现在只用 2748 千克，比原来少用了多少千克？

(4) 求比一个数多几的数 已知小数及其与大数的相差数，求大数的应用题. 例如，一年级有女同学 23 人，男同学比女同学多 2 人，男同学有几人？

(5) 求比一个数少几的数 已知大数及其与小数的相差数，求小数的应用题. 例如，小明和小华做好事，小明做了 18 件，小华比小明少做 1 件，小华做了多少件？

(6) 求几个相同加数的和 已知一个数及这个数的个数，求这几个相同加数和的简便运算的运用题. 例如，小红练习毛笔字，每天写 18 个字，7 天共写多少个字？

(7) 求把一个数平均分成几份，每份是多少 已知一个数，把它平均分成几份，求每一份是多少的应用题. 例如，学校有 30 棵树苗，平均种 5 行，每行种几棵？

(8) 求一个数包含多少个另一个数 已知总数及每份数，求在总数里包含有多少个每份数的应用题. 例如，某班有少先队员 36 人，如果每个小队 12 人，可以编成几个小队？

(9) **求一个数是另一个数的几倍**　已知大、小两数，求大数是小数的几倍的应用题. 例如，兄弟两人去割草，弟弟割了 12 千克，哥哥割了 36 千克. 哥哥割的是弟弟割的多少倍？

(10) **求一个数的几倍是多少**　已知一个数及另一个数是它的几倍，求另一个数是多少的应用题　例如，四年级有少先队员 78 人，五年级少先队员的人数是四年级的 2 倍. 五年级有少先队员多少人？

(11) **求一个数的几分之一是多少**　已知一个数，求它的几分之一是多少的应用题. 例如，某图书室有 412 本新书，其中四分之一是儿童故事书，儿童故事书有多少本？

【复合应用题】　在算术应用题中，通常把需用两步或两步以上运算来解答的应用题，叫做复合应用题.

【复合应用题的解题步骤】　(1) **审题**　弄清题意，找出已知条件和所求问题.

在弄清题意时，可以通过摘录条件、图解等辅助办法来帮助理解.

(2) **分析**　分析应用题中已知数量与未知数量之间的相依关系，找出解题途径. 把复合应用题分解成几个相互关联的简单应用题，以求逐步解答.

(3) **解题**　拟定解答计划，列出算式，并算出得数.

(4) **检查、验算**　检查列式是否合乎题意、计算是否正确、使用的单位名称是否合理等.

(5) **书写答句**　写出题目所要求的答案.

【分析法】　分析应用题的一种思考方法. 分析，一般是指在思考过程中把整体分解成几个组成部分. 这种思考方法，是从题中所要求的问题出发，根据数量关系，逐步逆推，直到所找的条件在应用题里都是已知数量为止. 概括地说，分析法就是由结果去探求使它成立的原因，即“执果索因”.

【综合法】　分析应用题的一种思考方法. 综合，一般是指在思考过程中把对象的各部分联合成一个整体. 这种思考方法，是从已知条件出发，根据数量关系，逐步推导出应用题所要解答的问题为止. 概括地说，综合法就是由原因去推导结果，即“由因导果”.

【图解法】　利用图形(包括线段图、实物图和示意图)来帮助分析、推理的方法.

【线段图】　用线段来分析应用题中的数量关系，这种图称为线段图.

【分步列式】　在解答较复杂的问题时，按照解答先后次序，分别列出几个算式解答，叫做分步列式.

【综合式】　在解答较复杂的问题时，根据解题步骤，把几个分步算式综



合成一个算式，叫做综合式. 例如：

分步算式：	综合式：
(1) $24\times3=72$；	$24\times3+40\div5$
(2) $40\div5=8$；	$=72+8$
(3) $72+8=80$.	$=80$.

【典型应用题】 在应用题中具有一定的解题规律，或者需要用特殊方法解答的，习惯上称为典型应用题.

【平均数问题】 已知几个大小不等的数，在总和不变的条件下，移多补少，使它们成为相等的几份，求其中的一份是多少，这类应用题叫做平均数问题.

解题规律 先求出几个数的总数和相对应的总份数，然后用总数除以总份数. 即

$$\text{总数}\div\text{总份数}=\text{平均数}.$$

例 一工程队前 4 天每天筑路 12.5 千米，后 5 天每天筑路 13.4 千米，平均每天筑路多少千米？

解 $(12.5\times4+13.4\times5)\div(4+5)$

$=117\div9=13$(千米).

即这个工程队平均每天筑路 13 千米.

【算术平均数】 若干个数相加的和，除以这些数的个数，所得的商，叫做这几个数的算术平均数. 算术平均数也叫做“算术中数”，简称“平均数”. 用符号 $\bar{x}$ 表示. 即

$$\bar{x}=\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}.$$

其中，a_1、a_2，…，a_n 是给定的数，n 是它们的个数.

例如，给定数 56，72，63，84.

它们的算术平均数

$$\bar{x}=\frac{56+72+63+84}{4}=68\frac{3}{4}.$$

【算术中数】 见[算术平均数].

【平均数】 见[算术平均数].

【加权平均数】 如果在 n 个正数中，数 a_1 出现 f_1 次，数 a_2 出现 f_2 次，数 a_k 出现 f_k 次(这里，$f_1+f_2+\cdots+f_k=n$)，那么，这几个数的平均数为

$$\bar{x}=\frac{a_1f_1+a_2f_2+\cdots+a_kf_k}{n}.$$

这个平均数 $\bar{x}$，叫做 a_1，a_2，…，a_k 的加权平均数，其中 f_1，f_2，…，f_k 叫做权.

例　有三块地，第一块 4 公顷，平均每公顷产量为 8350 千克；第二块 3 公顷，平均每公顷产量为 8050 千克；第三块 5 公顷，平均每公顷产量为 8580 千克. 求这三块地的平均每公顷产量是多少千克？

这里，$a_1=8350$，$f_1=4$；$a_2=8050$，$f_2=3$；$a_3=8580$，$f_3=5$.

$$\bar{x}=\frac{8350\times4+8050\times3+8580\times5}{4+3+5}=8370\frac{5}{6}(\text{千克}).$$

即这三块地的平均每公顷产量是 $8370\frac{5}{6}$ 千克.

【差额平分问题】 已知大小不等的两个数或几个数，要使它们变成相等，求需要调整的数，即差额平均数，这类应用题叫做差额平分问题.

解题规律　先求出两个数或几个数的相差数，再进行平均分配，就得到需要调整的数.

【和差问题】 已知两个数量的和与差，求这两个数量各是多少的应用题，叫做和差问题.

解题规律　两数的和加上两数的差，正好等于两个大数；两数的和减去两数的差，正好等于两个小数. 因此，

(和＋差)÷2＝大数；

(和－差)÷2＝小数.

例　五年级学生 48 人，其中男生比女生多 6 人，求这个年级男、女学生人数.

解　(48＋6)÷2＝27(人)…(男生)；

(48－6)÷2＝21(人)…(女生).

即这个年级男生有 27 人，女生有 21 人.

【倍数问题】 和倍问题与差倍问题统称倍数问题. 已知两个数量的和以及它们之间的倍数关系，求这两个数量的应用题，叫做和倍问题；已知两个数量的差以及它们之间的倍数关系，求这两个数量的应用题，叫做差倍问题.

解题规律　根据它们的和(或差)与倍数间的关系，先求出其中一个数，再求另一个数.

例 1　大、小两仓库共储粮 256 吨. 已知大仓库的储存量是小仓库的 3 倍，求大、小两个仓库各储存粮食多少吨？

解　这是和倍问题. 因为大仓库储粮是小仓库的 3 倍，所以大、小仓库储粮的和是小仓库储粮的(3＋1)倍.

256÷(3＋1)＝64(吨)…(小仓库)；

64×3＝192(吨)…(大仓库).

即大仓库储存粮食 192 吨，小仓库储存粮食 64 吨.



例 2　今年，小明爸爸的年龄正好是小明的 5 倍，已知爸爸比小明大 28 岁，求小明和他爸爸今年各几岁？

解　这是差倍问题. 小明爸爸比小明大 28 岁，相当于小明年龄的(5－1)倍. 因此，小明的年龄为

$$28 \div (5-1) = 7(\text{岁});$$

小明爸爸的年龄为

$$7 \times 5 = 35(\text{岁}).$$

即小明今年 7 岁，爸爸今年 35 岁.

【和倍问题】　见[倍数问题].

【差倍问题】　见[倍数问题].

【归一问题】　在解题时. 先要求出一份是多少(即单一量)，然后以单一量为标准，求出所要求的数，这类应用题叫做归一问题.

解题规律　先求出单一量，再根据题目的要求，求出所要求的数.

例 1　一个人骑自行车，2 时行 24 千米，用同样的速度，5 时行多少千米？

解　① 平均每时行多少千米？$24 \div 2 = 12$(千米)；② 5 时行多少千米？$12 \times 5 = 60$(千米). 即 5 时行 60 千米.

例 2　一个人骑自行车，2 时行 24 千米，照这样的速度，行 72 千米需要多少时？

解　① 平均每时行多少千米？$24 \div 2 = 12$(千米)；② 行 72 千米需几时？$72 \div 12 = 6$(时). 即行 72 千米需要 6 时.

例 1 中，在求出一份是多少的基础上，再求出几份是多少，这种归一问题叫做直进归一问题，或叫做正归一问题；例 2 中，在求出一份是多少的基础上，再求出有这样的几份，这种归一问题叫做返回归一问题，或叫做反归一问题.

例 3　15 辆汽车 3 天节约汽油 56.7 升. 照这样计算，25 辆汽车 7 天可以节约汽油多少升？

解　① 1 辆汽车 1 天节约汽油多少升？

$56.7 \div 15 \div 3 = 1.26$(升)；

② 25 辆汽车 7 天节约汽油多少升？

$1.26 \times 25 \times 7 = 220.5$(升).

即 25 辆汽车 7 天节约汽油 220.5 升.

例 3 需要两次归一，像这类需要两次或两次以上的归一问题，叫做复归一问题.

【正归一问题】 见[归一问题].

【直进归一问题】 见[归一问题].

【反归一问题】 见[归一问题].

【返回归一问题】 见[归一问题].

【复归一问题】 见[归一问题].

【倍比问题】 数量关系主要涉及同类量之间成倍数(正整数倍)关系的应用题,叫做倍比问题.

解题规律 先求出同类量之间的倍数关系,然后利用这个倍数关系求出所要求的量.

例 一台拖拉机 3 时耕地 4 公顷.照这样计算,12 时能耕地多少公顷?

解 耕地时间扩大$(12\div3)$倍,耕地公顷数也应扩大$(12\div3)$倍.因此,

$$4\times(12\div3)=16(\text{公顷}).$$

即 12 时能耕地 16 公顷.

【植树问题】 有关种树以及与种树相似的一种应用题,在路长、棵距、棵数这三个量之间,已知两个量,要求第三个量,这类应用题叫做植树问题.

解题规律 掌握两方面的数量关系.

(1) 路长、棵距、段数之间的关系:

路长=棵距×段数;

棵距=路长÷段数;

段数=路长÷棵距.

(2) 段数与棵数之间的关系:

在不封闭的线路上植树,有

两端都种:棵数=段数+1;

两端都不种:棵数=段数-1.

在封闭的线路上植树,有 棵数=段数.

例 有一条长 360 米的公路,在路的一旁每隔 8 米种树一棵,共需种树多少棵?

解 这是在不封闭的线路上种树,棵数应比段数多 1,因此

$$360\div8+1=46(\text{棵}).$$

即共需种树 46 棵.

【还原问题】 已知某数经四则运算后所得的结果,求某数的应用题,叫做还原问题.

解题规律 由题目所叙述的逆顺序,进行所述运算的逆运算,即减的用加,加的用减,乘的用除,除的用乘.

例 某数的 2 倍与 10 的和,除以 4 以后,再减 1,等于 15.求某数.



解　$[(15+1)\times4-10]\div2=27$.

即某数是 27.

【行程问题】　应用题的数量关系如果是由匀速运动中的路程(s)、速度(v)和时间(t)之间的关系给出的,那么这类应用题叫做行程问题.

解题规律　掌握路程、速度、时间三者之间的数量关系:路程=速度×时间.

按运动方向,行程问题可以分成三类:

(1) 相向运动问题(或称相遇问题)

例 1　两地相距 170 千米,甲、乙两辆汽车同时从两地相向开出,甲车每时行 32 千米,乙车每时行 36 千米.两车开出后几时相遇?

解　这是相遇问题.相遇时间=路程÷速度之和.

$$170\div(32+36)=170\div68=2.5(\text{时}).$$

即两车开出后 2.5 时相遇.

(2) 同向运动问题(或称追及问题)

例 2　敌我相距 24 千米,敌人以每时 6 千米的速度逃跑,我军以每时 9 千米的速度追赶.几时后可以追上敌人?

解　这是追及问题.追及时间=路程÷速度之差.

$$24\div(9-6)=24\div3=8(\text{时}).$$

即我军 8 时可以追上敌人.

(3) 背向运动问题

例 3　甲、乙两车同时从 A 地出发背向而行,甲车每时行 35 千米,乙车每时行 30 千米.3 时后两车相距多少千米?

解　这是背向运动问题.路程=速度之和×时间.

$$(35+30)\times3=65\times3=195(\text{千米}).$$

即 3 时后两车相距 195 千米.

【相遇问题】　见[行程问题].

【相向运动问题】　见[行程问题].

【追及问题】　见[行程问题].

【同向运动问题】　见[行程问题].

【背向运动问题】　见[行程问题].

【速度】　描述物体位置变化的快慢和方向的物理量.物体的位移和所历时间之比,称为这段时间内的"平均速度".速度是一个矢量,它的方向是位移的方向(直线方向)或沿运动轨道的切线方向(曲线方向).常用单位为米/秒、厘米/秒、千米/时等.

【流水问题】　流水问题也称航行问题,是行程问题的一种特例.这类问

题的速度比较复杂，首先要弄清楚船速与水速：船速是船本身航行的速度，也就是船在静水中的速度；水速是水流的速度．然后还要弄清楚顺水速度与逆水速度，顺水速度是船速与水速的和，逆水速度是船速与水速的差．再由和差问题的关系，进一步得出：

（顺水速度＋逆水速度）÷2＝船速；

（顺水速度－逆水速度）÷2＝水速．

最后，可以利用行程问题中路程、时间、速度三者之间的关系解答这类问题．

例　汽船速度每时 21 千米，由甲地逆流航行到乙地用 8 时．已知甲、乙两地相距 144 千米，此船由乙地顺水返回甲地，需要几时？

解　逆水速度＝144÷8＝18（千米/时），

水　　速＝21－18＝3（千米/时），

顺水速度＝21＋3＝24（千米/时），

顺水时间＝144÷24＝6（时）．

列成综合式为

$$144 \div [21 + (21 - 144 \div 8)] = 6(\text{时}).$$

即此船由乙地顺水返回甲地需要 6 时．

【航行问题】　见［流水问题］．

【船速】　见［流水问题］．

【水速】　见［流水问题］．

【年龄问题】　已知两人的年龄，求若干年前或若干年后两人年龄之间倍数关系的应用题，叫做年龄问题．

解题规律　抓住年龄差是个不变的数（常数），而倍数却是每年都在变化的这个关键．

例　父亲今年 42 岁，儿子今年 15 岁．几年前父亲的年龄是儿子年龄的 4 倍？

解　父子年龄差是 42－15＝27 岁，父是子的 4 倍，就是说父比子多 4－1＝3（倍），儿子年龄的 3 倍是 27 岁，所以当父亲年龄是儿子年龄的 4 倍时，儿子年龄是 27÷3＝9（岁），现在儿子年龄是 15 岁，应该在 15－9＝6（年）以前．

$$15 - (42 - 15) \div (4 - 1) = 15 - 9 = 6(\text{年}).$$

即 6 年前父亲的年龄是儿子年龄的 4 倍．

【盈亏问题】　一定人数等分一定物品，每人分得少就有余（盈），每人分得多就不足（亏），这类问题叫做盈亏问题．也叫做余不足问题或分桃问题．

解题规律　根据盈亏的总差数（即盈亏的和，在同盈同亏时，是两盈或

两亏的差),除以两次分物时每人分得的个数之差,即可得到分配人数.



例　小朋友分糖果,每人分 5 颗,还剩 14 颗;如果每人分 7 颗,就缺 4 颗.有多少个小朋友?有多少颗糖?

解　两次分糖时每人颗数之差:7－5＝2(颗);两种分法盈亏的总差数:14＋4＝18(颗);所以小朋友数是 18÷2＝9(人);糖果数是 5×9＋14＝59(颗).即有 9 个小朋友,59 颗糖.

【余不足问题】　见[盈亏问题].

【分桃问题】　见[盈亏问题].

【鸡兔问题】　已知鸡兔的总头数和总足数,求鸡、兔各几只的一类应用题,叫做鸡兔问题.这类问题也叫做龟鹤问题或置换问题.

解题规律　先假设都是鸡,然后以兔换鸡;或者先假设都是兔,然后以鸡换兔.得

(总足数－鸡足数×总头数)÷每头鸡兔足数之差＝兔数;

(兔足数×总头数－总足数)÷每头鸡兔足数之差＝鸡数.

例　鸡兔同笼,共有 12 个头,32 条腿,笼中鸡、兔各几只?

解　(32－2×12)÷(4－2)＝4(只)……(兔);

(4×12－32)÷(4－2)＝8(只)……(鸡).

即笼中有鸡 8 只,兔 4 只.

【龟鹤问题】　见[鸡兔问题].

【置换问题】　见[鸡兔问题].

【方阵问题】　由人或物组成方阵,根据总人(物)数与每边人(物)数的相互关系,已知一个量要求另一个量,这类应用题叫做方阵问题.

解题规律　掌握相互之间的数量关系.

(1) 总人数与每边人数的关系:

总人数＝(每边人数)^2;

每边人数＝$\sqrt{\text{总人数}}$.

(2) 外层人数与每边人数的关系:

外层人数＝(每边人数－1)×4;

每边人数＝外层人数÷4＋1.

【轮替问题】　几人合做一项工作,按一定规律相互交换轮替,要求每人的工作量,这类应用题叫做轮替问题.

解题规律　先求出工作总量,再根据题目的轮替方法,求出每人应负的工作量.

【连续数问题】　已知几个连续数的和,求这几个连续数各是多少的应用题,叫做连续数问题.

解题规律　总和加上 1＋2＋3＋…(加数个数比连续数的个数少 1)，再用个数去除，得到最大数，而后逐次减 1，就得到各数.

例　五个连续数的和是 315，求各数.

解　[315＋(1＋2＋3＋4)]÷5＝325÷5＝65…(最大数).

即各数分别是 61、62、63、64、65.

【分数问题】　用分数计算来解答的应用题，叫做分数问题. 分数问题的内容很多，基本应用题有：① 求一个数是另一个数的几分之几；② 求一个数的几分之几是多少；③ 已知一个数的几分之几是多少，求这个数.

【百分数问题】　有关百分数的应用题，叫做百分数问题. 百分数问题的基本类型，与分数问题相同. 见[分数问题].

【求一个数是另一个数的几分之几(或百分之几)】　分数(百分数)应用题的基本类型之一. 求一个数是另一个数的几分之几(百分之几)，是求它们之间的倍数关系，用分率(百分率)表示.

解题规律　一个数与另一个数作比较，以另一个数为标准量，作除数；与它作比较的数为比较量，作被除数. 即

比较量÷标准量＝分率(百分率).

例　某校共有学生 330 人，其中五年级学生 60 人. 五年级学生人数占全校学生总数的几分之几？

解　$60\div330=\frac{60}{330}=\frac{2}{11}$.

即五年级学生人数占全校学生总数的$\frac{2}{11}$.

【求一个数的几分之几(百分之几)是多少】　分数(百分数)应用题的基本类型之一. 已知一个数，求这个数的几分之几(百分之几)是多少，是已知标准量，求比较量的问题.

解题规律　标准量×分率(百分率)＝比较量.

例　一班学生有 42 人，女生占$\frac{4}{7}$. 这一班有女生多少人？

解　$42\times\frac{4}{7}=24$(人).

即这一班有女生 24 人.

【已知一个数的几分之几(百分之几)是多少，求这个数】　分数(百分数)应用题的基本类型之一. 已知一个数的几分之几(百分之几)是多少，求这个数，是已知比较量，求标准量的问题.

解题规律　比较量÷分率(百分率)＝标准量.



例　某校有三好学生 64 人. 占全校学生总人数的 16%，全校有学生多少人？

解　$64 \div 16\% = 400$(人).

即全校有学生 400 人.

【成数问题】　有关成数计算的应用题. 叫做成数问题. 一成＝10%，三成＝30%，二成五＝25%，三成八＝38%等等. 成数问题的类型与百分数问题一样，在方法上也常把成数化成百分数然后进行计算，所以解决这些问题的要点，与百分数问题相同.

【工程问题】　研究工作效率、工作时间和工作量之间的相互关系的一类应用题，叫做工程问题.

解题规律　这类问题的主要数量关系是工作效率＝$\frac{\text{工作量}}{\text{工作时间}}$. 一般把总工作量看作整体“1”，那么工作效率就是工作时间的倒数，它表示单位时间内能完成总工作量的几分之几.

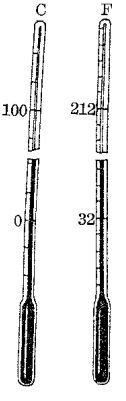
例　一件工程，甲单独做需 10 天完成，乙单独做需 15 天完成. 两人合做，需几天完成？

解　甲每天完成总工程量的$\frac{1}{10}$，乙每天完成总工程量的$\frac{1}{15}$，两人合做，每天完成总工程量的$\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{15}\right)$.

$$1 \div \left(\frac{1}{10}+\frac{1}{15}\right) = 1 \div \frac{1}{6} = 6(\text{天}).$$

即两人合做需 6 天完成.

【温度问题】　温度计有摄氏与华氏之分. 摄氏温度计的冰点为 0 摄氏度，沸点为 100 摄氏度；华氏温度计的冰点为 32 华氏度，沸点为 212 华氏度. 如右图.



由此可以看出，1 摄氏度等于$\frac{212-32}{100}$华氏度，即$\frac{9}{5}$华氏度；1 华氏度等于$\frac{100}{212-32}$摄氏度，即$\frac{5}{9}$摄氏度. 它们之间可以进行换算. 这种类型的应用题，叫做温度问题.

按照我国法定计量单位的规定，摄氏温度称为摄氏度，用符号℃表示. 仿照这个规定，华氏温度称为华氏度，用符号°F 表示.

解题规律　已知温度的摄氏度数，要化成温度的华氏度

数，可以用

摄氏度数$\times\frac{9}{5}+32=$华氏度数；

已知温度的华氏度数，要化成温度的摄氏度数，可以用

（华氏度数$-32)\times\frac{5}{9}=$摄氏度数.

例　某日最高气温是30℃，合几华氏度？

解　$30\times\frac{9}{5}+32=86(^{\circ}\mathrm{F})$.

即30℃合86°F.

【温度】　是表示物体冷热程度的物理量.

【冰点】　水的凝固点，即水和冰可以平衡共存的温度. 冰点与压强的大小有关，压强增大，冰点相应降低. 在一个大气压下，冰点为零摄氏度(0℃).

【沸点】　液体沸腾时的温度. 因为液体沸腾时，其内部所形成的气泡中的饱和蒸气压至少必须等于外界压强，气泡才能长大并上升，所以沸点也就是液体的饱和蒸气压等于外界压强时的温度. 不同液体在相同压强下沸点不同，如在1个大气压下水的沸点为100℃，水银为357℃. 同一液体在不同外界压强下沸点也不同，压强增加，沸点升高. 如水在2个大气压下的沸点为120℃.

【平均气温】　空气温度的平均值. 因目的不同而有各种平均方法. 如在地面气象观测中，一般以一日内各次定时气温观测值的平均值，为日平均气温；按候、旬、月和年等的逐日平均气温值的平均值，分别为候、旬、月和年等的平均气温.

【时计问题】　有关钟表上时针与分针之间的关系的应用题，叫做时计问题.

解题规律　掌握分钟在钟面上走一圈是60分，而在同一时间内，时针只走5分，所以分针每分比时针多走$1-\frac{5}{60}=\frac{11}{12}$分. 即分针走1分，时针只走$\frac{1}{12}$分.

例　在四点钟到五点钟之间，时针与分针在什么时候相重合？

解　在四点钟时，分针在时针后面$5\times4=20$分. 分针每走1分，时针只走$\frac{1}{12}$分. 按追及问题解法，时间＝距离÷速度差，得

$$20\div\left(1-\frac{1}{12}\right)=20\div\frac{11}{12}=21\frac{9}{11}(\text{分}).$$

即在 4 点 $21\frac{9}{11}$ 分时两针相重合.



【时差问题】 由于地理经度不同,产生时差.根据时差来计算出区时的应用题,叫做时差问题.

解题规律 计算区时的公式是:

区时 = 已知时刻 ± 1 小时 × 时区差数.

运用此公式计算时要注意:

(1) 所求时区在已知时区东边的要加,西边的要减;

(2) 计算时区差数时,同向(同为东时区或同为西时区)就以大减小,异向(有东时区,也有西时区)就相加;

(3) 得数小于 24 小时,为当日时间;得数大于 24 小时,减去 24 小时后为次日时间;得数小于 0(即负数),加上 24 小时后为前一日时间.

例 当北京在 12 点时,伦敦、东京、开罗、纽约各是什么时刻?

解 根据区时系统,伦敦为零时区,北京属东八区,东八区的区时比零时区的区时早 8 时,所以北京 12 点,伦敦为 4 点;东京位于东经 140°,属东九区,比北京早 1 时,应为 13 点;开罗位于东经 32°,属东二区,比北京晚 6 时,应为 6 点;纽约位于西经 74°,属西五区,比北京晚 13 时,是昨晚 23 点.

【利息】 货款或在银行储蓄所得到的报酬,叫做利息.利息简称利.贷款或储蓄的金额,叫做本金,简称本.每期利息对本金的百分率,叫做利率.利率通常均以几厘几毫表示.年利率按本金的百分之几表示,月利率按本金的千分之几表示.

计算利息时,不问期限长短,仅按本金计算利息,其所生利息不再加入本金重复计算利息的,叫做单利.每期利息等于本金乘以利率,若干期的利息等于每期利息的若干倍.即有:单利息 = 本金 × 利率 × 期数.如向银行存入一年的定期储蓄,存款 200 元,按月利率三厘三毫计算,到期利息为:

$200\times 3.3‰\times 12=7.92$(元).

如果将所生利息加入本金再计利息,这样利上加利的计算方法,叫做复利.第 n 期的本利和为:本金 $\times(1+$利率$)^n$.如借款 5000 元,年利率四厘,每年复利一次,两年后归还,本利和为:$5000\times(1+4\%)^2=5408$(元),其利息为:$5408-5000=408$(元).

【本金】 见[利息].

【利率】 见[利息].

【单利】 见[利息].

【复利】 见[利息].

【汇兑】 本地的付款人,不依靠现金的输送,委托收款人所在地的第三者,对收款人支付一定金额,以结算两地间的债权债务关系的一种方式,叫做汇兑.汇兑一般通过银行或邮电局进行.即由本地的银行或邮电局,收进付款人(汇款人)的款项,并收取一定的汇费,委托外地的银行或邮电局,付款给指定的收款人.

【保险】 以集中起来的保险费建立保险基金,用于补偿因自然灾害或意外事故所造成的经济损失,或对个人因死亡、伤残给予补偿的一种方法,叫做保险.一般可分为财产保险和人身保险两大类.

【成本】 产品价值一部分的货币表现.在社会主义制度下,它包括生产过程中所消耗生产资料的价值和劳动者的劳动报酬.

【折扣】 商品按原订价格扣除百分之几出售.如按原价八折出售,即扣除原价的百分之二十,按原订价格的百分之八十出售.

【单价】 商品的单位价格.

【单位面积产量】 反映土地生产能力和农业工作质量的指标.指平均每单位土地面积上所收获的农产品数量.通常按各种农作物分别计算.它等于总收获量(千克)除以播种面积或收获面积(公顷).

【生产总值】 用货币表现的全部产品的价值.它反映生产单位、生产部门或整个国民经济在一定时期内生产活动的总成果.

【物价指数】 也称"商品价格指数".反映各个时期商品价格水平变动情况的指数.计算公式为:

$$\text{物价指数}=\frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}\times 100\%.$$

式中,$\sum$为总计符号,p_1 为报告期的商品价格,p_0 为基期的商品价格,q_1 为报告期的商品销售量.

【复种指数】 一年内播种面积占耕地面积的百分数,叫做复种指数.用来表示复种程度的高低.

$$\text{复种指数}=\frac{\text{播种面积}}{\text{耕地面积}}\times 100\%.$$

例如,耕地面积为 200 公顷,一年内播种面积为 450 公顷,则

$$\text{复种指数}=\frac{450}{200}\times 100\%=225\%.$$

三、数的性质

【整除】 整数 a 除以自然数 b,得到的商是整数,没有余数,就称 b 整除

a，或 a 能被 b 整除.

一般地说，对于整数 a 和自然数 b，如果进行除法运算 $a\div b$，得商 q，余数为 r，就有 $a=bq+r$，其中 $0\leqslant r<b$. 当 $r=0$ 时，表明 b 整除 a，记作 $b|a$；或 a 被 b 整除，记作 $a:b$. 当 $r\neq 0$ 时，表明 a 不能被 b 整除，或 b 不能整除 a，记作 $b\nmid a$.

【整除的性质】 设 $a,b,c,\cdots$ 表示整数.

(1) 如果 c_1,c_2 分别能被 a 整除，那么，它们的和或差也能被 a 整除(和、差整除性质). 即

若 $a|c_1,a|c_2$，则 $a|(c_1\pm c_2)$[当 $a|(c_1-c_2)$时，$c_1\geqslant c_2$].

(2) 如果 c_1 能被 a 整除，c_2 不能被 a 整除，那么，它们的和或差一定不能被 a 整除. 即

若 $a|c_1,a\nmid c_2$，则 $a\nmid(c_1\pm c_2)$[当 $a\nmid(c_1-c_2)$时，$c_1>c_2$].

(3) 如果 a 整除 b，b 整除 c，那么，a 整除 c(整除的传递性). 即

若 $a|b,b|c$，则 $a|c$.

(4) 如果 a 整除 b，c 是任何整数，那么，a 整除 b 与 c 的积(积的整除性质). 即

若 $a|b,c$ 是任何整数，则 $a|bc$.

(5) 如果 a 整除 b，c 是不等于 0 的任何整数，那么，a 与 c 的积整除 b 与 c 的积. 即

若 $a|b,c\neq 0$，则 $ac|bc$.

(6) 如果 a 与 c 的积整除 b 与 c 的积，那么，a 整除 b. 即

若 $ac|bc$，则 $a|b$.

【能被一个数整除的数的特征】 如果具有某一特征的数，都能被 $a(a\neq 0)$整除，那么这个特征就叫做能被 a 整除的数的特征.

(1) 能被 2 或 5 整除的数的特征：这个数的末一位数能被 2 或 5 整除.

(2) 能被 4 或 25 整除的数的特征：这个数的末两位数字所表示的数能被 4 或 25 整除.

(3) 能被 8 或 125 整除的数的特征：这个数的末三位数字所表示的数能被 8 或 125 整除.

(4) 能被 3 或 9 整除的数的特征：这个数的各位上的数字之和能被 3 或 9整除.

(5) 能被 7、11、13 整除的数的特征：这个数的末三位数字所表示的数与末三位以前的数字所表示的数的差(以大减小)能被 7、11、13 整除.

其中，能被 11 整除的数的特征，还可以用“奇偶位差法”. 即：这个数的奇数位上数字之和与偶数位上数字之和的差(以大减小)能被 11 整除.

【奇数】 不能被 2 整除的整数，叫做奇数. 如 1，3，5，…奇数概念也可扩大到负整数范围.

小学数学中讲的一般是指正奇数. 正奇数俗称“单数”.

【单数】 见[奇数].

【偶数】 能被 2 整除的整数，叫做偶数. 如 0，2，4，6，…偶数概念也可扩大到负整数范围.

小学数学中讲的一般是指正偶数. 正偶数俗称“双数”.

【双数】 见[偶数].

【倍数】 当整数 a 能被自然数 b 整除时，就称 a 为 b 的倍数，b 为 a 的约数. 例如，10 能被 5 整除，就称 10 是 5 的倍数，5 是 10 的约数.

【约数】 见[倍数].

【非倍数】 当整数 a 不能被自然数 b 整除时，就说 a 是 b 的非倍数，b 是 a 的非约数.

【非约数】 见[非倍数].

【倍数的基本性质】 见[整除的性质].

【质数】 大于 1 的整数，除了它本身和 1 以外，不能被其他正整数整除的，叫做质数. 如 2，3，5，7，11，13，17 等都是质数. 质数有无穷多个. 质数也称“素数”.

【素数】 见[质数].

【奇素数】 如果一个数既是奇数，又是素数，那么这个数就叫做奇素数. 在素数中，除了 2 是偶素数外，其余的素数都是奇素数.

【偶素数】 如果一个数既是偶数，又是素数，那么这个数就叫做偶素数. 在素数中，只有一个 2 是偶素数，其余的素数都是奇素数.

【合数】 大于 1 的整数，除了能被它本身和 1 整除以外，还能被其他正整数整除的，叫做合数. 如整数 6，除了能被 6 和 1 整除以外，还能被 2 和 3 整除，所以它是合数.

【质数的判定】 要判断一个自然数是不是质数，一般可以用两种方法：

(1) 查表法.

查看质数表(见数表). 例如，要判断 107 和 153 这两个数是不是质数，可以查质数表. 在表内按照数的大小顺序去查，可以发现表内有 107 这个数，但没有 153 这个数，就是说 107 是质数，153 不是质数，而是合数.

(2) 试除法.

如果没有质数表，可以用试除法来判断. 就是用由小到大的各个质数 2、3、5、7、11、13、…去试除，如果一个数能被某个质数整除，那么这个数是合数；如果一个数除到商比试除的质数小，还未能被试除的质数整除，那么这

个数是质数.例如,判断 197 是不是质数,可以用 2、3、5、7、11、13、17 等质数去试除,显然,197 不是 2、3、5、7、11、13、17 的倍数,而且 17 除 197 所得的商比 17 小,这时就可断定 197 是质数.



【质因数】 一个合数的因数是质数,这样的因数就叫做这个合数的质因数.质因数也叫做"素因数"或"质约数".

例如,$15=3\times5$,3 和 5 是质数,又是 15 的因数,所以 3 和 5 都是 15 的质因数.

可见,质因数具备如下两个条件:

(1) 它是某数的因(约)数;

(2) 它又是一个质数.

这是,才称这个数是某数的一个质因数.

【素因数】 见[质因数].

【质约数】 见[质因数].

【算术基本定理】 算术基本定理也称唯一分解定理.内容是说:

任何一个大于 1 的自然数,都可以表示成质数乘积的形式,并且,如果不计质因数的次序,那么这种表示法是唯一的.

这个定理指出了任何合数都能唯一地分解成质因数乘积的形式.如果把相同的质因数连乘写成幂的形式,并且由小到大排列,那么,这样的分解形式就称为标准分解式.例如,

$$2520 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7.$$

算术基本定理是把一个合数分解质因数的理论根据.

【分解质因数】 把一个合数用质因数连乘积的形式来表示,叫做分解质因数.

例如,把 30 分解质因数,得 $30=2\times3\times5$.

【分解质因数的方法】 分解质因数的方法,通常用短除法.先用一个能整除这个合数的质数去除,得出的商如果是质数,就把除数和商写成相乘的形式;得出的商如果是合数,再用一个能整除这个商的质数去除,直到得出的商是质数为止,然后把各个除数和最后的商写成连乘的形式.

例如,把 140 分解质因数.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 140 \\ 2 & 70 \\ 5 & 35 \\ & 7 \end{array}$$

$$\therefore \quad 140=2\times2\times5\times7=2^2\times5\times7.$$

【公约数】 也称公因数.

设 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n$ 是 n 个整数($n\geqslant2$),如果 d 是它们中每一个数的约

数，即 $d|a_1, d|a_2, d|a_3, \cdots, d|a_n$，那么 d 就叫做 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n$ 的一个公约数.

两个或几个数的公约数可能不止一个. 例如，

24 的约数集合 $A=\{1,2,3,4,6,8,12,24\}$，共有 8 个元素；

36 的约数集合 $B=\{1,2,3,4,6,9,12,18,36\}$，共有 9 个元素.

A, B 两个集合公有的元素恰是 A 与 B 的交集，即 $A\cap B=\{1,2,3,4,6,12\}$，可见 24 与 36 的公约数共有 6 个. 它们是 1,2,3,4,6,12.

显然，几个整数总存在公约数，因为 1 就是它们的公约数. 由于任何一个自然数的约数的集合都是有限集，所以几个自然数的公约数的集合也是有限集合. 即几个自然数的公约数为有限个，它们中最小的一个是 1.

【公因数】 见[公约数].

【公倍数】 设 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n$ 是 n 个整数($n\geqslant 2$)，如果 m 是这 n 个数的倍数，即 $a_1|m, a_2|m, a_3|m, \cdots, a_n|m$，那么 m 就叫做 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n$ 的公倍数.

显然，几个数的公倍数就是这几个数公有的倍数. 例如，6 与 8 的公倍数一定既是 6 的倍数，又是 8 的倍数. 6 的倍数集合 $M=\{0,6,12,18,24,30,36,42,48,\cdots\}$. 8 的倍数集合 $N=\{0,8,16,24,32,40,48,\cdots\}$. 它们的公倍数构成 M 与 N 的交集，即 $M\cap N=\{0,24,48,\cdots\}$. 6 与 8 的公倍数有无限多个. 一般地说，如果 K 为整数，$24\times K$ 的数都是 6 与 8 的公倍数.

几个自然数的积一定是这几个自然数的公倍数. 0 是任意几个自然数的公倍数.

【最大公约数】 几个数的所有公约数中最大的一个，叫做这几个数的最大公约数. 也称最大公因数. a、b、c 三数的最大公约数，可以用(a,b,c)表示. 例如，28,42,70 的最大公约数是 14，可以表示为

$$(28,42,70)=14.$$

过去曾用英文字母 G. C. D. 表示最大公约数，写成

$$28,42,70 \text{ 的 G. C. D. } = 14.$$

【最大公因数】 见[最大公约数].

【最大公约数的求法】 (1) 分解质因数法

先把各数分解质因数，再把各数公有的一切质因数连乘起来，所得的积就是要求的最大公约数.

例如，求 24 与 36 的最大公约数.

$\because\ 24=2^3\times 3,\ 36=2^2\times 3^2,\ \therefore\ (24,36)=2^2\times 3=12.$

(2) 检验公约数法(试除法)

用检验因数或试除找出各数的公约数，用这个公约数去除各数．再用同法找出各个商的公约数，用这个公约数去除各商．这样继续下去，直到找不出各商的公约数为止．把各次的除数连乘起来，所得的积就是要求的最大公约数．

例如，求 36，42，168 的最大公约数．

$$\begin{array}{r|lll} 2 & 36 & 42 & 168 \\ \hline 3 & 18 & 21 & 84 \\ \hline & 6 & 7 & 28 \end{array}$$

∴ $(36,42,168)=2\times3=6$．

(3) 辗转相除法

求两个数的最大公约数时，利用辗转相除法，可以先用两数中的小数去除大数，然后以所得的余数(若不为零)去除小数，如果得到的第二个余数还不为零，再以第二个余数去除第一个余数，这样继续辗转相除，直到余数是零为止．那么，最后的一个除数，就是所求的最大公约数．

例如，求 104，120 的最大公约数．

$$\begin{array}{r|l|l|l} 1 & 104 & 120 & \\ & 96 & 104 & \\ \hline 2 & 8 & 16 & 6 \\ & & 16 & \\ \hline & & 0 & \end{array}$$

∴ $(104,120)=8$．

说明：

① 以 104 除 120，商 1 余 16；② 以 16 除 104，商 6 余 8；③ 以 8 除 16，商 2 余 0．

辗转相除法是求两个数的最大公约数的方法．如果求几个数的最大公约数，可以先求两个数的最大公约数，再求这个最大公约数与第三个数的最大公约数．依次下去，直到求出所有数的最大公约数为止．

(4) 辗转相减法

求两个数的最大公约数，利用辗转相减法，可以先将大数减去小数的任意倍数，求出它们的差．如果差与小数不等，再以大减小求差，直到出现两数相等为止．那么，相等的数就是所求的两个数的最大公约数．

例如，求 540，384 的最大公约数．

$$\begin{aligned}(540,384)&=(540-384,384)=(156,384)=(156,384-156\times2)\\&=(156,72)=(156-72\times2,72)\\&=(12,72)=(12,72-12\times5)\\&=(12,12)=12.\end{aligned}$$

∴ (540,384)=12.

辗转相减法是求两个数的最大公约数的方法.如果求 $n(n\geqslant 3)$ 个数的最大公约数,可以不拘次序地挑选最方便的,从较大的数减去较小的数.这样逐次做下去,直到所得的差全部相等为止.这个差就是这些数的最大公约数.

例如,求 1008,1260,882,1134 的最大公约数.

$$\begin{aligned}(1008,1260,882,1134)&=(1008-882,1260-1134,882,1134-882)\\&=(126,126,882,252)\\&=(126,126,882-126\times 6,252-126)\\&=(126,126,126,126)=126.\end{aligned}$$

∴ (1008,1260,882,1134)=126.

【最小公倍数】 几个自然数的公倍数中,除 0 以外,最小的一个,叫做这几个自然数的最小公倍数.

如果 a,b,c 为自然数,它们的最小公倍数可以用$[a,b,c]$表示.例如,2,4,6 的最小公倍数是 12,可以表示为

$$[2,4,6]=12.$$

过去曾用英文字母 L. C. M. 表示最小公倍数.写成

2,4,6 的 L. C. M. = 12.

【最小公倍数的求法】 (1) 分解质因数法

先把各数分解质因数,在相同的质因数中,取出指数最大的,跟所有不同的质因数连乘起来,就是要求的最小公倍数.

例如,求 28,42,108 的最小公倍数.

∵ $28=2^2\times 7$,

$42=2\times 3\times 7$,

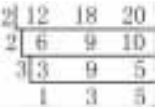
$108=2^2\times 3^3$.

∴ $[28,42,108]=2^2\times 3^3\times 7=756$.

(2) 检验公约数法

找出各数的公约数,用这个公约数去除各数.再找出各个商的公约数,用这个公约数去除各商,这样继续下去,如果所有各数(或商)没有公约数,那么,某几个数(或商)有公约数,就用这个公约数去除这几个数(或商),其余不被整除的数,把原数写下来.这样继续下去,直到各数(或商)两两互质为止.最后,把各次的除数连同最后的各个商连乘起来,所得的积就是要求的最小公倍数.

例如,求 12,18,20 的最小公倍数.



∴ $[12,18,20]=2\times2\times3\times1\times3\times5=180$.

(3) **公式法(先求最大公约数法)**

由于两个数的乘积等于这两个数的最大公约数与最小公倍数的积,即

$$a\times b=(a,b)\times[a,b].$$

∴ $[a,b]=\dfrac{a\times b}{(a,b)}$.

例如,求 48,60 的最小公倍数.

$$[48,60]=\frac{48\times60}{(48,60)}=\frac{2880}{12}=240.$$

【辗转相除法】 见[最大公约数的求法].

【辗转相减法】 见[最大公约数的求法].

【互质】 两个正整数,除了 1 以外,没有其他公约数时,称这两个数为互质.如 4 和 15 互质.互质也叫做"互素".互质的两个数,称为"互质数".

任何两个质数都是互质的.反之,互质的两个数本身不一定是质数.如 6 与 7 互质,其中 6 本身不是质数;8 与 21 互质,8 与 21 本身都不是质数.

【互素】 见[互质].

【互质数】 见[互质].

【两两互质】 两个以上的正整数,如果它们中任意两个数都互为质数,就叫它们为两两互质,或称两两互素.例如,3,8,17 是两两互质的.

【连续数】 顺次差为 1 的几个整数,叫做连续数.如 18,19,20,21 就是连续数.顺次差为 2 的几个奇数,叫做连续奇数.如 13,15,17,19 就是连续奇数.顺次差为 2 的几个偶数,叫做连续偶数.如 6,8,10,12 就是连续偶数.

【连续奇数】 见[连续数].

【连续偶数】 见[连续数].

四、比和比例

【比】 比,最早是同类量相比.比较两个同类量之间的倍数关系,叫做这两个同类量的比.在单位相同时,两个量的比可以用表示这两个量的数的比来代替.

在实际中,有同类量相比,也有不是同类量相比的,所以也可以把比说成是:两个数相除又叫做两个数的比.

a 与 b 的比($b\neq0$),记作 $a:b$ 或 $\dfrac{a}{b}$,读作 a 比 b.符号":"叫做比号.比

号前面的量 a 叫做比的前项，比号后面的量 b 叫做比的后项，比的结果（前项除以后项的商），叫做比值，或叫做比率.

【比号】 见[比].

【比值】 见[比].

【比率】 见[比].

【比的前项】 见[比].

【比的后项】 见[比].

【比与除法、分数的关系】 根据比的定义，比的前项相当于除法的被除数，后项相当于除数，比值相当于商. 又根据分数与除法的关系，比的前项相当于分数的分子，后项相当于分数的分母，比值相当于分数值. 即

$$a : b = a \div b = \frac{a}{b}(b \neq 0).$$

但比、除法及分数是有本质区别的，比是指两个量（或数）的倍数关系，除法是一种运算，分数是一个数.

【比的基本性质】 比的前项和后项都乘以（或除以）同一个不等于零的数，比值不变，这叫做比的基本性质. 用式子表示是：

$$a : b = (am) : (bm) = \left(\frac{a}{m}\right) : \left(\frac{b}{m}\right) \text{或} \frac{a}{b} = \frac{am}{bm} = \frac{a \div m}{b \div m}(m \neq 0).$$

【比的化简】 把一个比化成最简单的整数比（前项和后项是互质数），叫做比的化简. 进行比的化简，主要根据比的基本性质：

（1）比的前项和后项有最大公约数，就用最大公约数去除比的前项和后项. 例如

$$24 : 32 = (24 \div 8) : (32 \div 8) = 3 : 4.$$

（2）如果比的前项和后项中有小数的，可先把比的前项和后项乘以 10 的若干次方，化成整数比，再把整数比化简. 例如：

$$1.2 : 0.48 = 120 : 48 = 5 : 2.$$

（3）比的前项和后项都是分数，用它们的分母的最小公倍数去乘比的前项和后项，化成整数比，再把整数比化简. 例如：

$$\frac{3}{8} : \frac{9}{20} = \left(\frac{3}{8} \times 40\right) : \left(\frac{9}{20} \times 40\right) = 15 : 18 = 5 : 6.$$

【最简比】 比的前项和后项是互质数的比，叫做最简比.

【正比】 两个互相关联的量（或数），当一个量变化，另一个量也跟着变化，并且它们在变化过程中对应的比值始终相同，就说这两个量成正比. 例如：

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12} = \frac{6}{24} = \frac{15}{60} = \cdots$$



【反比】 如果第一个比的前项作为第二个比的后项，第一个比的后项作为第二个比的前项，那么，第二个比叫做第一个比的反比. 或者，对于一个比 $a:b$ 来说，它的前、后两项的倒数的比 $\frac{1}{a}:\frac{1}{b}$，叫做它的反比. 这是因为 $\frac{1}{a}:\frac{1}{b}=b:a$，$b:a$ 是 $a:b$ 的反比.

此外，把一个比的后项作前项，前项作后项，所成的比和原来的比互成反比. 例如，$3:2$ 叫做 $2:3$ 的反比，$2:3$ 也叫做 $3:2$ 的反比. 显然，互为反比的两个比的比值互为倒数.

【连比】 如果甲量与乙量的比是 $a:b$，乙量与丙量的比是 $b:c$，那么，表示甲、乙、丙三个量的比可以写作 $a:b:c$，$a:b:c$ 就叫做甲、乙、丙三个量的连比.

【连比的求法】 当知道甲与乙的比是 $a:b$，乙与丙的比是 $c:d$ 时，要求甲、乙、丙三个量的连比，方法是：先把两个比里表示乙的两个数 b 与 c 化成它们的最小公倍数，然后根据比的基本性质化成这三个量的连比. 例如，

甲：乙$=5:6$，乙：丙$=4:3$，求甲、乙、丙三个量的连比.

解 $(6,4)=12$，

$5:6=10:12$，

$4:3=12:9$，

甲、乙、丙三个量的连比即为 $10:12:9$.

【单比】 两个数量所成的比，叫做单比. 例如，$2:3$，$5:7$ 都是单比.

【复比】 有两个或两个以上的单比，把各单比的前项相乘的积作为前项，各单比的后项相乘的积作为后项，这样所得的新比，叫做这几个单比的复比. 例如，$7:4$ 和 $6:11$ 的复比是$(7\times6):(4\times11)$. 复比的写法，先将原来的单比上、下排列，然后用符号“$\}$”写在它的右边，或用符号“$\{$”写在它的左边. 例如，上面所举的复比，可以写作 $\left.\begin{matrix}7:4\\6:11\end{matrix}\right\}$ 或 $\begin{cases}7:4\\6:11\end{cases}$.

复比的值等于各单比的值的连乘积.

【比例尺】 在绘制地图或机械制图时，经常需要把实际距离缩小或放大一定的倍数，图上距离与实际距离的比，叫做这张图纸的比例尺. 即

图上距离：实际距离$=$比例尺.

或 $\frac{\text{图上距离}}{\text{实际距离}}=$比例尺.

地图上的比例尺通常用分子为 1 的分数表示. 例如 $\frac{1}{500}$，$\frac{1}{1000}$，$\frac{1}{100000}$ 等.

如果图上距离是实际距离的 n 分之一，一般记作，$1:n$ 或 $\frac{1}{n}(n>1)$；如果图上距离是实际距离的 n 倍，一般记作 $n:1(n>1)$.

【比例尺的应用】 根据图上距离、实际距离、比例尺三者之间的关系，已知其中两个量，要求第三个量，这类实际问题，叫做比例尺的应用.

解题规律 弄清两个量之间是怎样相比的，再根据“$\frac{\text{图上距离}}{\text{实际距离}}=$比例尺”的关系式，求出未知数.

(1) 在测量中，根据地面距离和比例尺，可以求平面图上的距离.

例 上海到北京的铁路长是 1462 千米，用 $\frac{1}{8000000}$ 的比例尺画地图，图上距离是多少厘米？

解 设图上距离是 x 厘米. 得

$$\frac{x}{100000\times 1462}=\frac{1}{8000000},$$

$$8000000x=146200000,x\approx 18.3.$$

即图上距离约是 18.3 厘米.

(2) 在看平面图时，根据平面图上的距离和比例尺，可以求地面上的实际距离.

例 在比例尺是 $\frac{1}{1000}$ 的平面图上，量得两点间的距离是 10 厘米，求地面上的实际长度是多少米？

解 设实际长度是 x 米. 得

$$\frac{0.1}{x}=\frac{1}{1000},$$

$$x=0.1\times 1000,$$

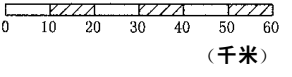
$$x=100.$$

即地面上的实际长度是 100 米.

【图距】 是比例尺问题的专用名词，指地图或机械图纸上两点间的距离.

【实距】 是比例尺问题的专用名词. 指地面上或机械中某一部分的实际长度.

【线段比例尺】 用线段来表示的比例尺. 每一段线段长为 1 厘米，每隔 1 厘米写上实际距离的千米数. 例如，



即 1 厘米的线段长表示实际距离 10 千米，亦即 $\frac{1}{1000000}$ 的比例尺.



【比例分配问题】 把一个总量按照一定的比例进行分配，这样的问题，叫做比例分配问题，也叫做“配比问题”.

解题规律 确定被分配的总量与各分量的比.

例 一种混凝土，是由水泥、黄沙、石子搅拌而成的，它们重量的比是 $1:2:4$，搅拌这种混凝土 2100 千克，需用上述原料各多少千克？

解 这是配比问题，把 2100 千克混凝土按 $1:2:4$ 的比分配，这就要把 2100 千克分成 $1+2+4=7$ 等分，水泥占 $\frac{1}{7}$，黄沙占 $\frac{2}{7}$，石子占 $\frac{4}{7}$，得

水泥：$2100\times\frac{1}{7}=300$(千克)；

黄沙：$2100\times\frac{2}{7}=600$(千克)；

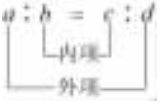
石子：$2100\times\frac{4}{7}=1200$(千克).

即需要水泥 300 千克，黄沙 600 千克，石子 1200 千克.

【配比问题】 见[比例分配问题].

【比例】 如果 a 与 b 的比同 c 与 d 的比相等，那么就说 a、b、c、d 成比例. 或者说，相等的两个比组成比例. 比例 $a:b=c:d$，也可写成 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.

组成比例 $a:b=c:d$ 的四个数 a、b、c、d 叫做组成比例的数，也叫做比例的项. 其中第一个数与第四个数(即 a 与 d)叫做比例的外项，第二个数与第三个数(即 b 与 c)叫做比例的内项.



若一个比例的两内项相等，则这个内项叫做两个外项的比例中项. 例如，$a:b=b:c$，b 就是 a 与 c 的比例中项.

【比例的项】 见[比例].

【比例的内项】 见[比例].

【比例的外项】 见[比例].

【比例中项】 见[比例].

【第四比例项】 在比例 $a:b=c:d$ 中，d 叫做 a、b、c 的第四比例项.

【比例数】 组成比例的四个数，叫做比例数. 它们的次序按照原来比例式的顺序. 例如，在 $3:7=9:21$ 中，3、7、9、21 是比例数.

【比例的基本性质】 在比例中，两个外项的积等于两个内项的积，这叫做比例的基本性质. 即

如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$(a、b、c、d都不等于零)，

那么　$ad=bc$.

证明　用bd去乘$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$的两边，即

$$\frac{a}{b}\times bd=\frac{c}{d}\times bd.$$

所以，$ad=bc$.

从比例的这个基本性质，可以推得

如果两个数的积等于另外两个数的积，那么这四个数成比例. 即

如果$ad=bc$，那么$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.

证明　用bd去除$ad=bc$的两边，即

$$\frac{ad}{bd}=\frac{bc}{bd}.$$

所以　$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.　①

我们还可以分别用cd，ab，ac去除$ad=bc$的两边，得到不同的比例：

$$\frac{a}{c}=\frac{b}{d},\quad ②$$

$$\frac{d}{b}=\frac{c}{a},\quad ③$$

$$\frac{d}{c}=\frac{b}{a}.\quad ④$$

如果把①、②、③、④四个比例的左右两边对调，那么又可得到四个比例：

$$\frac{c}{d}=\frac{a}{b},\quad ⑤$$

$$\frac{b}{d}=\frac{a}{c},\quad ⑥$$

$$\frac{c}{a}=\frac{d}{b},\quad ⑦$$

$$\frac{b}{a}=\frac{d}{c}.\quad ⑧$$

这就是说，如果两个数的积等于另外两个数的积，那么这四个数就可以组成八个比例. 这八个比例的形式不同，也就是各个数在比例中的位置不同.

【比例定理】（1）反比定理



如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$(a、b、c、d都不等于零)，

那么$\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$.

(2) 更比定理

如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$(a、b、c、d都不等于零)，

那么$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$(交换内项)，

$\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$(交换外项).

(3) 合比定理

如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$(a、b、c、d都不等于零)，

那么$\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$.

证明　在$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$的两边都加1，即

$$\frac{a}{b}+1=\frac{c}{d}+1.$$

所以$\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$.

(4) 分比定理

如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$(a、b、c、d都不等于零)，

那么$\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$.

证明　在$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$的两边都减去1，即

$$\frac{a}{b}-1=\frac{c}{d}-1.$$

所以　$\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$.

(5) 合分比定理

如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$(a、b、c、d都不等于零)，

那么　$\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$.

证明　$\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$.　①

$$\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}. \qquad ②$$

用②的两端分别去除①的两端，得

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}.$$

(6) 等比定理

如果$\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}=\cdots=\frac{a_n}{b_n}(b_1+b_2+\cdots\cdots+b_n\neq 0)$，

那么$\frac{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n}{b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n}=\frac{a_1}{b_1}$.

证明　设$\frac{a_1}{b_1}=k$，那么

$$\frac{a_2}{b_2}=k,\frac{a_3}{b_3}=k,\cdots,\frac{a_n}{b_n}=k.$$

所以，$a_1=kb_1$，$a_2=kb_2$，$a_3=kb_3$，$\cdots$，$a_n=kb_n$.

把各式的两边分别相加，得

$$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=k(b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n).$$

$$\therefore\quad \frac{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n}{b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n}=k.$$

$$\therefore\quad \frac{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n}{b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n}=\frac{a_1}{b_1}.$$

【反比定理】　见[比例定理].

【更比定理】　见[比例定理].

【合比定理】　见[比例定理].

【分比定理】　见[比例定理].

【合分比定理】　见[比例定理].

【等比定理】　见[比例定理].

【诱导比例】　对于一个已知比例的某些项，施行某些运算，可以得到一些新的比例，这些新的比例叫做从已知比例得到的诱导比例. 例如，反比定理、更比定理、合比定理、分比定理、合分比定理、等比定理等都是诱导比例.

【解比例】　求比例里的一个未知项，叫做解比例.

解比例时，可以根据比例的性质(即在一个比例中，外项的积等于内项的积)，即

如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，就有 $ad=bc$.

从而得到$a=\frac{bc}{d}$，$d=\frac{bc}{a}$，

$$b=\frac{ad}{c},c=\frac{ad}{b}.$$



例 $\frac{3}{7}=\frac{x}{21}$.

解 $7x=3\times21$,

$$x=\frac{3\times21}{7},$$

$x=9$.

【成正比例的量】 两种相关联的量,一种量变化,另一种量也随着变化,如果这两种量中相对应的两个数的比值(也就是商)一定,那么这两种量就叫做成正比例的量.即

$$\frac{y}{x}=k(\text{定值}) \quad \text{或} \quad y=kx.$$

【正比例关系】 两种成正比例的量的关系,叫做正比例关系.

【成反比例的量】 两种相关联的量,一种量变化,另一种量也随着变化,如果这两种量中相对应的两个数的积一定,那么这两种量就叫做成反比例的量.即

$$xy=k(\text{定值}) \quad \text{或} \quad y=\frac{k}{x}.$$

【反比例关系】 两种成反比例的量的关系,叫做反比例关系.

【比例系数】 有成正(反)比例关系的两个量的对应值相比,它们的比值是固定不变的,这个比值叫做比例系数.

【单比例】 等号两边都由单比组成的比例式,叫做单比例.

【复比例】 等号两边至少有一边是由复比组成的比例式,叫做复比例如:

$$\left.\begin{matrix}a:b\\c:d\end{matrix}\right\}=e:f \quad \text{和} \quad \left.\begin{matrix}a:b\\c:d\end{matrix}\right\}=\left\{\begin{matrix}e:f\\g:h.\end{matrix}\right.$$

都是复比例.

【比例的加法和减法】 由两个或若干个具有比值相等的比例的各对应项相加或相减所成的复比例,也具有与原来相等的比值.

例如,$24:8=15:5$,**比值**$=3$;$12:4=9:3$,**比值**$=3$.**通过加减得到复比例**$(24\pm12):(8\pm4)=(15\pm9):(5\pm3)$,**即** $36:12=24:8$,**比值**$=3$;**或** $12:4=6:2$,**比值**$=3$.

【比例的乘法】 由两个或若干个比例各对应项相乘所得的复比例,它的比值等于已知各比例比值的积.

例如,$5:2=10:4$,**比值**$=\frac{5}{2}$;$6:3=2:1$,**比值**$=2$.**通过乘法,得到**

复比例：

$(5\times6)\div(2\times3)=(10\times2)\div(4\times1)$，

即 $30\div6=20\div4$，比值$=\frac{5}{2}\times2=5$.

由此可以推知，已知比例的各项自乘所得的复比例，它的比值等于已知比值自乘以同次方.

例如，$5\div2=10\div4$，比值$=\frac{5}{2}$，比例各项自乘 3 次得到复比例 $5^3\div2^3=10^3\div4^3$，即

$$125\div8=1000\div64,$$

$$\text{比值}=\left(\frac{5}{2}\right)^3=\frac{125}{8}.$$

【比例的除法】 一个比例的各项除以另一个比例的各对应项所得的复比例，它的比值等于两已知比例的比值的商.

例如，$5\div2=10\div4$，比值$\frac{5}{2}$；$6\div3=2\div1$，比值$=2$. 通过除法，得到复比例

$(5\div6)\div(2\div3)=(10\div2)\div(4\div1)$，

即$\frac{5}{6}\div\frac{2}{3}=5\div4$，比值$=\frac{5}{2}\div2=\frac{5}{4}$.

【正比例应用题】 含有成正比例关系的量，并根据正比例的意义、性质列出比例式来解答的应用题，叫做成正比例关系的应用题.

成正比例关系的应用题，可以根据成正比例的量的性质“一种量任意两个数值的比等于另一种量对应的两个数值的比”列出比例式解答，也可以根据正比例关系的表达式“$\frac{y}{x}=k$(一定)”列出比例式解答.

例 一辆汽车 3 时行 120 千米，用同样的速度，5 时行多少千米？

设 5 时行 x 千米.

解法一 强调同类量相比，列成比例式是：

$$3\div5=120\div x,\ x=\frac{120\times5}{3}=200.$$

解法二 不强调同类量相比，而是强调两种量对应的两个数的比值一定，列成比例式是：

$$\frac{120}{3}=\frac{x}{5},\ x=\frac{120\times5}{3}=200.$$

即 5 时行 200 千米.

【反比例应用题】 含有成反比例关系的量，并根据反比例的意义、性质

列出比例式来解答的应用题，叫做成反比例关系的应用题.

成反比例关系的应用题，可以根据成反比例的量的性质“一种量任意两个数值的比等于另一种量对应的两个数值的反比”列出比例式解答，也可以根据反比例关系的表达式“$xy=k$(一定)”列出比例式解答.

例　小华看一本书，每天看 6 页，24 天看完，如果每天看 8 页，需要多少天看完？

设 x 天可以看完.

解法一　根据每天看的页数的两个数值的比等于相对应的需要天数的两个数值的反比，列成比例式是：

$$6:8=x:24,\ x=\frac{6\times 24}{8}=18.$$

解法二　根据每天看的页数和需要天数相对应的两个数的积一定，列成比例式是：

$$6\times 24=8\times x,\ x=\frac{6\times 24}{8}=18.$$

即需要 18 天看完.

【复比例问题】　计算两个以上的量成比例的应用题，叫做复比例问题.

例　9 辆卡车 7 时运土 220.5 吨.照这样计算，8 辆卡车运土 140 吨，需要几时？用复比例解法如下：

解

9 辆	7 时	220.5 吨
8 辆	x 时	140 吨
反		正

$$\left.\begin{matrix}8:9\\220.5:140\end{matrix}\right\}=7:x.$$

$$x=\frac{9\times 140\times 7}{8\times 220.5}=5.$$

即用 8 辆卡车运土 140 吨，需要 5 时.

五、计量

【计量】　用一个规定的标准已知量作单位，和同类型的未知量相比较而加以测定的过程，叫做计量.例如，要量一段布的长度，就要用一把有刻度的尺来量.有刻度的尺的长度就是一个规定的标准已知量；一段布的长度就是要测定的同类型的未知量；用尺量这段布的过程就叫做计量.

【计量单位】　用以量度同类量大小的一个标准量称为计量单位.例如，我们把光在真空中 299792458 分之一秒所经过的行程作为量度长度的标

准，并称为“米”，这个标准长度就是长度的计量单位.

【计量器具】 凡能用以直接或间接测出被测对象量值的量具、计量仪器(仪表)和计量装置，统称为计量器具.

【量】 可以定性区别并能定量确定的现象或物体的属性叫做量. 也就是说，事物的“多少、大小、长短、粗细、轻重、高低”以及时间的“快慢”等，这些可以进行测定的对象都叫做量.

【量值】 量值是表示一个量的大小的计量单位和数值. 例如，米尺上表示的 1 米、3 厘米、5 毫米，温度计上表示的 40 摄氏度、100 摄氏度，等等，都叫做量值.

【量数】 量得的结果用数值表示出来，叫做量数.

【数量】 物体的长、短，大、小，多、少等，都叫做量. 量要通过数来表示，这就叫做数量. 例如，做一件衣服要用布 1.3 米，米表示量，1.3 表示米的数，1.3 米就是数量.

【主单位】 在国家制定的法定计量单位中，尽管一种物理量有大小若干个单位，但有独立定义的只有一个，这个单位称为主单位，而其余的单位则以这个单位为基础给予定义. 例如，1959 年 6 月 25 日国务院命令中规定长度的主单位为米，而厘米、毫米等则按米给予定义.

【基本单位】 在一个单位制中基本量的主单位称为基本单位. 它是构成单位制中其他单位的基础. 基本量是为确定一个单位制时选定的彼此独立的那些量. 在国际单位制中是以长度、质量、时间、电流、热力学温度、物质的量、发光强度这七个量为基本量.

【导出单位】 在选定了基本单位之后，按物理量之间的关系，由基本单位以相乘、相除的形式构成的单位，称为导出单位. 例如：国际单位制中，速度的单位“米/秒”就是由基本单位“米”除以基本单位“秒”构成的.

【辅助单位】 国际上把既可作为基本单位，又可作为导出单位的单位，单独作为一类，称为辅助单位. 在国际单位制中，平面角的单位弧度和立体角的单位球面度，就是辅助单位.

【衡器】 测定物体质量(人民生活和贸易中，质量习惯称为重量)的工具、仪器、如天平、秤等.

【米制】 “国际公制”的简称，也称“公制”. 旧名“米突制”. 米制是法国在 18 世纪末首创的，采用地球子午线的长度作为标准，以通过巴黎子午线的四千万分之一为长度的基本单位，定名米突(米). 标准米尺用铂铱合金制成，在 0℃时，尺上两端所刻的线之间的距离为 1 米；质量的基本单位为千克，标准千克的砝码是用铂铱合金制成的圆柱体，在纬度 45°的海平面上的重量为 1 千克；容量的基本单位为升，1 升等于 1 千克的纯水在标准大气



压、4℃(密度最大)时的体积.1875 年,法、德、美、俄等 17 个国家的代表在巴黎签订米突公约,公认米突制为国际通用的计量制度,并成立国际计量局,制造出铂铱合金原器,作为长度和质量的国际标准.1959 年 6 月 25 日,我国国务院确定米制为我国的基本计量制度,在全国范围内推广使用.这种计量制度的主要优点是标准单位可靠,各基本单位之间联系密切,采用十进位制,使用方便.现已被国际单位制所代替.

【国际单位制】 国际单位制是在米制基础上发展起来的,被称为米制的现代化形式.由于米制从 19 世纪创立以来,随着生产和科学技术的发展,在应用过程中,在某些科学技术领域内,出现了多种单位制并用的现象.如,力学领域内比较常见的就有四种米制的单位制(米、千克、秒制;米、千克力、秒制;厘米、克、秒制;米、吨、秒制),致使各种单位之间的换算非常麻烦,浪费人力、物力和时间.为了清除多种单位制并用的现象,国际计量大会于 1960 年通过了一种国际单位制,它的国际简称为 SI,推荐各国采用.国际单位制以长度单位"米"、质量单位"千克"(公斤)、时间单位"秒"、电流单位"安培"、热力学温度单位"开尔文"、发光强度单位"坎德拉"和物质的量单位"摩尔"为基本单位,其他的单位都按照选定的公式由这七个基本单位导出,称为"导出单位",从而建立了一种统一的计量单位制.我国已经采用的计量单位大部分同国际单位制的计量单位是相同的,只有少数不同.

【市制】 以米制为基础,结合我国人民习惯使用的计量名称而制定的一种计量制度.1977 年 5 月 27 日,国务院颁发的《中华人民共和国计量管理条例(试行)》中规定:"我国的基本计量制度是米制(即"公制"),逐步采用国际单位制.目前保留的市制,要逐步改革.……"把米制确定为我国的基本计量制度.市制的主要单位与米制的换算关系如下:长度单位(市)尺,1(市)尺=1/3 米;质量(重量)单位(市)斤,1(市)斤=1/2 千克;容量单位(市)升,1(市)升=1 升.

1984 年 2 月 27 日,国务院发布的《关于在我国统一实行法定计量单位的命令》中指出:我国目前在人民生活中采用的市制计量单位,可以延续使用到 1990 年,1990 年底以前,要完成向国家法定计量单位的过渡.

【进率】 同类的计量单位之间,一个较高的计量单位里含有较低的计量单位的倍数,叫做这两个单位间的进率.例如,在米制长度单位中,1 米=10 分米,1 分米=10 厘米,1 厘米=10 毫米,它们相邻两个单位之间的进率都是 10.

【换算】 在同一类量中,将某种计量制度的计量单位的量值按照一定的比率折合成另一种计量制度的计量单位的量值,叫做换算.这"一定的比率"叫做换算率.例如,把市制中 6000 市斤换算成用米制单位吨来表示,就

按照 1 吨＝2000 市斤的比率，6000 市斤＝3 吨.

【高级单位】 在同类的连续量的几个计量单位中，较大的单位叫高级单位，较小的单位叫低级单位. 这是两个相对的比较概念. 例如，在米制长度单位米、分米、厘米中，米对分米、厘米来说是高级单位，分米、厘米是低级单位. 如果比较分米与厘米两个单位，分米是高级单位，厘米是低级单位.

【低级单位】 见[高级单位].

【互化】 在同类量中，把高级单位变为低级单位，或把低级单位变为高级单位的过程，叫做互化.

【名数】 带有计量单位名称的数，叫做名数. 例如，4 米、8 千克、5 时等都是名数.

【不名数】 不带计量单位名称的数，叫做不名数. 例如，3、5、9 等都是不名数.

【名数单位】 名数中所含的单位，叫做名数单位. 例如，6 千克，“千克”就是这个名数的单位.

【单名数】 只带有一个计量单位名称的名数，叫做单名数. 例如，5 米、40 克、3 秒等.

【复名数】 带有两个或两个以上的同类的计量单位名称的名数，叫做复名数. 例如，3 米 4 厘米、2 时 10 分等.

【同名数】 计量单位名称相同的几个名数，叫做同名数. 例如，5 千米与 6 千米的数字虽然不同，但计量单位名称相同，所以它们是同名数.

【异名数】 计量单位名称不相同的几个名数，叫做异名数. 例如，9 平方米与 9 立方米的数字相同，但计量单位名称不同，所以它们是异名数.

【同类异名数】 种类相同、计量单位名称不同的名数，叫做同类异名数. 例如，4 米和 3 厘米都是带有米制长度单位的名数，但计量单位名称不同，因此叫同类异名数.

【复名数的化法】 把高级单位的单名数或复名数变为低级单位的单名数的方法，叫做复名数的化法. 计算时，用进率乘以高级单位的数，再加上原来低级单位的数. 例如，把 4 千克 30 克化成以克为单位的数，因为千克和克之间的进率是 1000，先把 1000 乘以 4，再加上 30，即 $1000\times4+30=4030$，所以 4 千克 30 克＝4030 克.

【化法】 见[复名数的化法].

【复名数的聚法】 把低级单位的单名数变为高级单位的单名数或复名数的方法，叫做复名数的聚法. 计算时，用低级单位的数除以进率，所得的商就是高级单位的数，余数就是低级单位的数. 例如，把 29 厘米聚成以分米和厘米作单位的复名数，因为分米和厘米之间的进率是 10，把 29 除以 10，商 2

余 9，所以 29 厘米＝2 分米 9 厘米.

【聚法】 见[复名数的聚法].

【货币】 是一切商品的等价物的特殊商品. 货币是价值的一般代表，可以购买任何商品. 货币具有价值尺度，流通手段，积累手段，支付手段和世界货币五种职能.

中国是世界上使用货币最早的国家之一，至少已有 4000 年的历史.

【人民币】 在中国共产党的正确领导下，我国于 1948 年 12 月 1 日成立了统一的中国人民银行，当年发行人民币，并尽速收回或清除各种旧货币. 中华人民共和国成立后，于 1951 年 4 月，人民币成了新中国集中统一、惟一合法的货币. 人民币的基本单位是元，辅币单位是角、分. 1 元＝10 角，1 角＝10 分.

【辅币】 为辅助本位货币而发行的币值小的货币叫做辅币. 例如，人民币元以下的 5 角、2 角、1 角、5 分、2 分、1 分都是辅币.

【美元】 简记为 US，是美国的货币单位，也叫美金. 1 美元＝100 美分. 美元是美国的本位货币.

【欧元】 简记为 EUR 加入欧元后的国家货币.

【英镑】 英国的货币单位. 1 英镑＝20 先令，1 先令＝12 便士. 英镑是英国的本位货币.

【法郎】 法国的货币单位. 法郎是法国的本位货币.

【日元】 日本的货币单位. 日元是日本的本位货币.

【卢布】 俄罗斯的货币单位. 1 卢布＝100 戈比. 卢布是俄罗斯的本位货币.

【马克】 德国的货币单位. 马克是德国的本位货币.

【时间】 有起点和终点的一段时间或指它的某一点. 以地球自转一周 24 小时为根据.

【时间单位】 测定时间所选定的标准叫做时间单位. 一般以地球的自转和公转为标准，由此定出年、月、日、时、分、秒等单位.

【时刻】 钟表上时针、分针、秒针所指的每一位置，表示一天内某一特定的时候. 如，上午 7 时 30 分开会，这里的 7 时 30 分就是时刻.

【时辰】 旧时的计时单位. 一昼夜分为十二个时辰，每一时辰合现在的两小时. 以十二地支即子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥为名，从夜间十一时起算，夜半十一时至一时是子时，夜一时至三时是丑时，晨三时至五时是寅时，余类推.

【时区】 见[标准时区].

【经度】 是定出地面上某地点位置的要素之一. 地球上某地的经度，就

是该地的经线平面(又称子午面)与零度经线平面(又称本初子午面)的夹角.通常用度、分、秒来表示,有时也用时、分、秒来表示.经度在地理坐标中起着横坐标的作用.零度经线以东的经度称为东经,习惯上用"E"作代号;零度经线以西的经度称为西经,习惯上用"W"作代号.东经、西经各有 180°,东、西两条 180°经线互相重合.我国首都北京的经度是东经 116°28′13″或7 时 45 分 52.9 秒.

【纬度】 是定出地面上某地点位置的要素之一.地球上某地的纬度,就是通过该地某点所作的垂直于地面的垂线(即法线)与赤道平面的夹角.通常用"度、分、秒"来表示.纬度在地理坐标中起着纵坐标的作用.赤道是零度,赤道以北的纬度叫做北纬,习惯上用"N"作代号;赤道以南的纬度叫做南纬,习惯上用"S"作代号.南、北纬各有 90°,南极和北极分别是南纬 90°和北纬 90°.

【时差】 真太阳时与平太阳时之差.我们使用平太阳时来表示时刻,会出现这样的情况:一天内的正午 12 时(平太阳时),太阳并不一定正好在当地上中天的时刻.在一年的绝大多数日子,太阳上中天的时刻,不是在正午以前,就是在正午以后,这个差值就叫做时差.时差的数值在一年内是逐日不同不断变化的,有时为正,有时为负.时差=真太阳时-平太阳时.每日的时差数值载于天文年历.它在一年中由-14.3 分变化到 16.4 分,并有四次等于零.时差在一般日常生活中几乎不用考虑,但对观测天体却有重要的作用.

【标准时】 由于地球由西向东自转,经度不同的地方,时刻便有差异.标准时是指同一标准时区内各地共同使用的时刻,一般用这个地区的中间一条子午线的时刻做标准.一个国家各地共同使用的时刻,一般以首都所在地区的标准时为准.我国的标准时(北京时间)就是东八时区的标准时,比以本初子午线为中线的零时区早八时.

【标准时区】 按经线把地球表面平分为 24 个时区.每一区跨 15°,叫做一个标准时区.以本初子午线为中线的那一区叫做零时区.以东经 15°,30°,…,65°为中线的时区分别叫东一时区、东二时区……东十一时区.以西经 15°,30°,…,165°为中线的时区分别叫做西一时区、西二时区……西十一时区.以东经 180°(也就是西经 180°)为中线的时区叫做东十二时区,也就是西十二时区.相邻两个标准时区的标准时相差 1 时.如,东一时区比零时区早 1 时,西一时区比零时区晚 1 时.

【北京时】 我国通用的一种标准时,即以东经 120°子午线为标准的时刻,实际上不是北京的地方时,而是北京所在的东八时区的区时.我国除西藏和新疆采用东经 90°的标准时以外,其他地区都通用北京时.



【世界时】 是以英国伦敦格林威治天文台的本初子午线的时刻为标准时刻，叫做世界时．也叫格林威治时间．世界时用于电信及科学记录，以便世界取得一致．从 1963 年起，我国世界时测定的精度已达到世界先进水平．

【历法】 以年、月、日等计时单位，依一定的法则结合，供计算较长时间的系统．主要分阳历、阴历和阴阳历三种．历法是利用天象变化的规律来计算时间，划分季节，判别气候，使人们的生活与生产活动都能够适时进行．

【子午线】 通过地面某点的经线，即该处的子午线，也即“南北线”．它是确定地面直线方向所依据的基本线．

【阳历】 全称“太阳历”，又叫公历，是历法的一种．阳历是以地球绕太阳运行为根据的历法，以地球绕太阳一周的时间（365．24219 天）为一年，平年 365 天，闰年 366 天．一年分为 12 个月，大月 31 天，小月 30 天，平年的二月是 28 天，闰年的二月是 29 天．阳历又称格列历，公元前 46 年，创始于罗马．1582 年，教皇格列高利十三世命人修订，成为现在世界上大多数国家通用的一种历法．

【阴历】 全称“太阴历”，是历法的一种．阴历是以月球绕地球运行为根据的历法，以月球绕地球一周的时间（29．53059 天）为一月，大月 30 天．小月 29 天，积十二个月为一年．一年 354 天或 355 天．伊斯兰教历就是阴历的一种．我们通常说的阴历是指我国旧时通用的历法，叫“农历”．

【阴阳历】 历法的一种，是综合阴历、阳历两类历法而制定的．它以月球环绕地球一周的时间为一月，但设置闰月，使一年的平均天数跟太阳年的天数相符，因此，这种历法与月相相符合，也与地球绕太阳的周年运动相符合．由于平均每年的天数比太阳年约差 11 天，所以在 19 年里设置 7 个闰月，有闰月的年份全年是 384 天．又根据太阳的位置，把一个太阳年分成 24 个节气，便于从事农业劳动．纪年用天干地支搭配，60 年周而复始．这种历法相传始于夏代，所以又称“夏历”，也叫“农历”或“旧历”．

【夏历】 即“阴阳历”，相传创于夏代，故称“夏历”或“农历”、“旧历”．辛亥革命后，一般将我国历代颁行的阴阳历叫做“夏历”．

【农历】 即“阴阳历”，是我国采用的一种传统历法，是根据太阳在黄道上的位置而决定的．将全年划分为 24 个节气，能指导农事活动，因而称为“农历”．

【节气】 古代人们发现了太阳和季节气候有密切的联系，他们根据日影长短、昼夜长短，掌握了季节变化规律，并定出了一年划分为 24 个节气来安排农事，进行播种、收获和田间管理，获得农业丰收，积累丰富经验，是我们祖先创造的一份宝贵的农业气象遗产．

从小寒起，太阳黄经每增加 30°，便是另一个节气．计有：小寒、立春、惊

蛰、清明、立夏、芒种，小暑、立秋、白露、寒露、立冬、大雪 12 个节气；连同 12 个中气（大寒、雨水、春分、谷雨、小满、夏至、大暑、处暑、秋分、霜降、小雪、冬至），总称 24 节气. 中国古代的节气，有时指一段时间，例如，太阳黄经从 0° 增加到 15°这段时间叫做“春分”. 现在所用的节气都是指时刻，即太阳黄经等于 0°时叫“春分”，等于 15°时叫“清明”，等等.

【闰年】 阳历有闰日（即二月为 29 天）的年叫闰年. 闰年有 366 天. 农历有闰月的一年也叫闰年，这年有十三个月，全年有 383 天或 384 天.

通常每四年里有一个闰年，公历年份是 4 的倍数的是闰年. 例如，1980 年、1984 年、1988 年都是闰年. 但公历年份是整百数的，必须是 400 的倍数才是闰年. 例如，1900 年不是闰年，而 2000 年是闰年.

【闰月】 阴阳历以朔望月的长度（29.5306 日）为一个月的平均值，全年 12 个月，同回归年（365.2422 日）相差约 10 日 21 时，故须置闰，即 3 年闰 1 个月，5 年闰 2 个月，19 年闰 7 个月，每逢闰年所加的一个月叫做闰月. 闰月加在某月之后，就叫做闰某月. 例如，闰月加在七月之后，就叫做闰七月.

【闰日】 阳历的平年只有 365 天，和回归年比较，每年相差 5 时 48 分 46 秒，积 4 年约成一日，加于二月，使二月的天数由 28 天增加为 29 天，所加的一天叫做闰日.

【平年】 阳历中无闰日或农历中无闰月的年份叫做平年. 阳历平年 365 天，农历平年 354 天或 355 天.

【年】 计量时间的一种单位. 地球环绕太阳公转一周所用的时间叫做一年. 在天文学上主要分为恒星年、回归年、近点年三种.

【月】 计量时间的一种单位. 月球环绕地球旋转一周所用的时间叫做一月. 在天文学上分为恒星月、会合月、交点月、近点月四种. 一年分为 12 个月，阳历大月 31 天，小月 30 天，二月为 28 天，遇闰年则为 29 天. 农历大月 30 天，小月 29 天，三年加一闰月.

【日】 计量时间的一种单位. 地球自转一周所用的时间，即一昼夜，叫做一日. 有恒星日、真太阳日、平太阳日三种. 一日为 24 小时.

【小时】 计量时间的一种单位. 是指某一事物经过的时间. 1 小时就是一个平均太阳日的二十四分之一. 一日有 24 小时，1 小时＝60 分.

“时”也可单独或与“分”、“秒”合用表示某一确定的时刻，当已指明上午或下午，“时”可认为“点”. 例如，上午 8 时 30 分上课，可写成上午 8 点 30 分上课.

【分】 ① 计量时间的一种单位. 60 秒为 1 分，60 分为 1 小时. ② 市制中计量长度的一种单位. 10 厘为 1 分，10 分为 1 寸. ③ 地积单位. 10 厘为 1 分，10 分为 1 亩. ④ 市制中计量质量的单位. 旧以 10 厘为 1 分（为市分的简

称)，10 分为 1 钱. 1(市)分＝1/10(市)钱＝1/2 克. ⑤ 弧度和角度的计算单位. 60 秒为 1 分，60 分为 1 度. ⑥ 我国货币的辅助单位. 100 分为 1 元.



【秒】 ① 计量时间的最小单位，用符号“s”表示. 60 秒＝1 分. ② 弧或角的计算单位，用符号“(″)”表示. 60 秒＝1 分. ③ 经纬度的计算单位，60 秒＝1 分.

【公历】 现在国际上通用的历法，就是我们所称的“阳历”. 一年 365 天，分为 12 个月：一、三、五、七、八、十、十二为大月，每月 31 天；四、六、九、十一为小月，每月 30 天；二月 28 天. 因地球绕太阳一周实际为 365 日 5 时 48 分 46 秒，所以每 400 年中有 97 个闰年，闰年在二月末加一天，全年 366 天.

闰年的计算方法见[闰年].

【公元】 国际通用的一种纪年方法，也叫公历纪元或基督纪元. 相传以耶稣基督的诞生年为公元元年. 由于这种纪年法比较科学，后来被世界上绝大多数的国家所采用. 我国使用公元纪年法是在新中国成立前夕，即 1948 年 9 月 27 日，由中国人民政治协商会议第一届全体会议通过使用的.

【世纪】 历史上的计年单位. 从公元一年起，每经过 100 年就叫做一个世纪. 例如，

公元 1～100 年是第一世纪；

公元 101～200 年是第二世纪；

……

公元 1901～2000 年是第二十世纪.

公元 1987 年就属于 20 世纪.

【年代】 由于一个世纪(100 百年)的时间太长，人们把一个世纪分成 10 个年代，每 10 年为一个年代. 例如，

1901～1910 年是 20 世纪第一个 10 年；

1911～1920 年是 20 世纪第二个 10 年；

1921～1930 年是 20 世纪 20 年代；

1981～1990 年是 20 世纪 80 年代.

【星期】 ① 古代劳动人民很早就注意观测天体运行的情况，能区别恒星、行星. 他们分别用日、月、火、水、木、金、土七个星球的名称来记日期，并把七天定为一周，周而复始. 后来根据国际习惯，把这样连续排列的七天作为工作、学习等作息日期的计算单位，叫做星期. 星期就是星的日期. ② 跟“日、一、二、三、四、五、六”连用，表示一个星期中的某一天.

【季度】 以一季为单位时称季度. 三个月为一季度，一年有四个季度. 1～3月是第一季度；4～6 月是第二季度；7～9 月是第三季度；10～12 月是

第四季度.

【旬】 十日为一旬,一个月分上、中、下旬.每月1～10日是上旬;11～20日是中旬;21～月底是下旬.

【上旬】 见[旬].

【中旬】 见[旬].

【下旬】 见[旬].

【二十四时记时法】 从0点到24点的记时法.从夜里12点开始为0点,接下去是1点、2点、……直到中午12点,再接下去是下午1点、2点(就是13点、14点)……再到夜里12点(就是24点,也就是第二天的0点).这种记时法在邮电、交通、广播等部门被广泛采用.

【日历】 记有年、月、日、星期、节气、纪念日等的本子叫日历.一年一本,每日一页,逐日揭去.

【光年】 是天文学中计量天体距离的一种单位.光在一年内所走过的距离叫1光年,约等于94605亿千米.

【正月】 农历中一年的第一个月叫正月.

【元月】 指农历的正月,也指公历一月.

【度量】 计量长短和容量的标准.

【度量单位】 见[计量单位]

【度量衡】 测定物体的长度叫做度;测定物体的体积(容积)叫做量;测定物体的质量叫做衡.因此,测定物体的长度、体积和质量统称度量衡.

【度】 ① 测定物体的长度.② 表明物质的有关性质所达到的程度.如,硬度、热度、浓度、温度、湿度等.③ 弧或角的计算单位,把圆周分为360等分所成的弧叫1度弧.1度弧所对的圆心角叫1度角.1度=60分.④ 划分地球经纬度的单位.如,北纬38度."度"用符号"(°)"来表示,写在数字的右上角,38度可写成38°.

【长度】 表示物体长短的量叫做长度.

【长度单位】 在测定物体的长度或距离时,需要选定某一条线段作为标准,以它的长度为1(例如,1厘米、1毫米、1米等),这条线段的长度叫做长度单位.

【公里】 千米的俗称,符号km.是米制中计量长度的一种单位.1公里=1000米.它与市制长度单位的关系是:1公里=2市里.

【千米】 符号km.是米制中计量长度的一种单位.在计算路程时,1千米也称1公里.1千米=1000米.

【米】 旧称"米突"、"公尺".符号m.米制中计量长度的基本单位,约等于通过巴黎子午线长的四千万分之一.1960年10月在第十一届国际计量



大会上通过一项决议，规定1米等于氪86在真空中所发射的橙色光波波长的1650763.73倍.

1983年在第17届国际计量大会上，规定一米是光在真空中在1/299792458秒的时间间隔内所传播的距离的长度.1米＝10分米.它与市制长度单位的关系是：1米＝3市尺.

【分米】 旧称“公寸”.符号dm.米制中计量长度的一种单位.1分米＝10厘米，1分米＝1/10米.

【厘米】 旧称“公分”.符号cm.米制中计量长度的常用单位.1厘米＝10毫米，1厘米＝1/100米.

【公分】 ① 厘米的旧称，用cm表示.1公分＝10公厘.② 质量（重量）单位中，公分即克，常用g表示.

【毫米】 旧称“公厘”.符号mm.是米制中计量长度的常用单位，工业机械制造、绘图上多用这个名称.1毫米＝1/1000米.

【公厘】 ① 毫米的旧称，常用mm表示.② 米制中计量地积的一种单位.

【微米】 符号μm.是米制中用以计量微小物体长度的一种长度单位.1微米＝1/1000000米.

【市里】 简称“里”.是市制中计量长度的一种单位.1市里＝150市丈.它与米制长度单位的关系是：1市里＝1/2公里（千米）＝500米.

【里】 见[市里].

【引】 是古代计量长度的一种市制单位，现代使用很少.1引＝10丈.它与米制长度单位的关系是：1千米＝30引.

【丈】 市丈的简称.是市制中计量长度的一种单位.1丈＝10尺.它与米制长度单位的关系是：1千米＝300丈.

【尺】 ① 市尺的简称.是市制中计量长度的一种基本单位，1尺＝10寸.它与米制长度单位的关系是：1尺＝1/3米.② 量度长度的器具.如，米尺、皮尺、直尺、钢尺、卷尺等.

【寸】 市寸的简称.是市制中计量长度的一种单位.1寸＝10分.

【海里】 符号n mile旧称“浬”.计量海上距离的一种长度单位.国际公制1海里＝1852米.原指地球子午线上纬度一分的长度.由于地球略呈椭圆形，所以在不同纬度处其一分的长度略有差异.也有用地球平均大圆角度一分的弧长（1853.25米）的.1929年，国际水文地理学会议通过用纬度一分平均长度1852米作为一海里.1948年，国际海上人命安全会议承认1852米或6080英尺（约合1853米）为1海里.

【浬】 见[海里].

【英里】 旧称“哩”. 英制中的一种长度单位. 1 英里＝5280 英尺＝1760 码＝1.609 千米＝3.219 市里.

【哩】 见[英里].

【英尺】 旧称“呎”. 英制中的一种长度单位. 1 英尺＝12 英寸，3 英尺＝1 码，1 英尺＝0.3048 米＝0.9144 市尺.

【呎】 见[英尺].

【英寸】 旧称“吋”. 英制中的一种长度单位. 1 英寸＝1/12 英尺，1 英寸＝2.54 厘米＝0.762 市寸.

【吋】 见[英寸].

【码】 ① 表示数目的符号. ② 表示数目的用具. ③ 英制中的一种长度单位. 1 英里＝1760 码，1 码＝0.9144 米＝2.743 市尺，1 码＝3 英尺.

【重量】 物体受地球吸引时所产生的重力的大小叫做重量. 在不同的地区，地球的引力也略有不同，因此，同一物体在不同的地区的重量也稍有差别.

【公吨】 即“吨”. “公吨”是废除的计量单位名称之一.

【吨】 米制中计量质量(重量)的一种单位. 符号“t”. 1 吨＝1000 千克(公斤)，1 吨＝0.9842 英吨.

【千克】 即“公斤”. 符号“kg”. 国际单位制的质量单位，习惯上亦用作重量单位. 它等于 4 摄氏度时一升纯水的质量. 1 千克＝1/1000 吨.

【公斤】 见[千克].

【克】 米制中计量重量和质量的一种单位. 符号 g. 1 克＝1/1000 千克. 旧称“公分”，但“公分”是废除的计量单位名称之一.

【厘克】 米制中计量质量(重量)的一种单位. 符号 cg. 1 厘克＝1/100000千克. 旧称“公毫”，但“公毫”是废除的计量单位名称之一.

【毫克】 米制中计量质量(重量)的一种单位. 符号 mg. 1 毫克＝1/1000000千克. 旧称“公丝”，但“公丝”是废除的计量单位名称之一.

【担】 市担的简称. 是我国市制中计量重量的一种单位.

1(市)担＝100(市)斤＝50 千克.

【斤】 市斤的简称. 是我国市制中计量重量的一种单位. 1(市)斤＝10(市)两＝1/2 千克. 旧制 1 斤＝16 两，因折算麻烦，我国现已废除.

【两】 市两的简称. 我国市制中计量重量的一种单位. 1(市)两＝10(市)钱＝50 克. 旧制十六两为一斤.

【钱】 市钱的简称. 我国市制中计量重量的一种单位. 1(市)钱＝10(市)分＝5 克.

【磅】 英制中计量质量(重量)的单位. 1 磅＝0.4536 千克，1 千克＝

2.205 磅. 2240 磅为 1 英吨；2000 磅为 1 美吨. 1 磅＝16 盎斯.



【盎斯】 旧称英两或唡. 代号 oz. ① 英制中计量质量(重量)的一种单位. 常衡制：1 常衡盎斯＝1/16 常衡磅＝28.35 克. 金衡或药衡制：1 金、药衡盎斯＝1/12 金、药衡磅＝31.10 克. ② 英制中的一种容量单位. 1 盎斯＝1/160 加仑＝0.0284 升.

【密度】 物体的质量和其体积的比值，也就是单位体积内所含的物体的质量. 常用单位有克/厘米^3、千克/米^3 等.

【容量】 容积的大小叫做容量.

【容量单位】 用来测定物体容量多少的单位叫做容量单位. 米制的容量主单位为升.

【容积】 容器或其他能容纳物质的物体的内部的体积叫做容积.

【容积单位】 度量、测定物体体积的标准，叫做容积单位. 米制容积的主单位为立方米，与体积单位、容量单位同.

【升】 ① 旧称“公升”. 符号 L，是米制中计量容量的主单位. 1 升＝1 市升. 它与米制容积单位的关系是：1 升＝1 米^3. ② “市升”的简称. 是市制中计量容量的基本单位. 和米制 1 升的容量相等. 1(市)升＝10(市)合.

【毫升】 符号 ml，米制中计量容量的一种单位. 1 毫升＝1/1000 升. 它与米制容积单位的关系是：1 毫升＝1/1000000 米^3.

【石】 市石的简称. 是我国市制中计量容量的一种单位，现已废除. 1(市)石＝10(市)斗. 它与米制容量单位的关系是：1(市)石＝100 升.

【斗】 市斗的简称，是我国市制中计量液体和干散颗粒容量的一种单位. 1(市)斗＝10(市)升. 与米制容量单位的关系是：1(市)斗＝10 升.

【合】 市合的简称，是我国市制中计量容量的一种单位. 1(市)合＝1/10(市)升.

【加仑】 英、美计量液体和干散颗粒容量的单位. 1 加仑＝8 品脱＝4 夸特. 它与米制容量单位的关系是：1 英加仑＝4.546 升；在美国，1 液量加仑＝3.785 升，1 干量加仑＝4.405 升.

【面积】 物体的表面或平面内一条封闭曲线(或折线)所围成的平面图形的大小，叫做面积.

【面积单位】 在计算平面或平面图形的面积时，取一个边长等于单位长度的正方形面积作标准，这个取作标准的正方形叫做单位正方形，它的面积叫做面积单位. 例如，边长为 1 厘米、1 米的正方形的面积分别为 1 厘米^2、1 米^2，它们都是面积单位. 常用的市制面积单位有平方丈、平方尺、平方寸等；常用的米制面积单位有平方米、平方分米、平方厘米等.

【平方公里】 米制面积单位，是国际通用的计量面积的最大单位. 符号

km^2. 边长为 1 千米的正方形的面积，叫做一平方公里. 1 平方公里 $=1000000$ 米^2.

【平方米】 常用的米制面积单位. 符号 m^2. 边长为 1 米的正方形的面积，叫做一平方米. 1 米$^2=100$ 分米^2.

【平方分米】 米制面积单位. 符号 dm^2. 边长为 1 分米的正方形的面积，叫做一平方分米. 1 分米$^2=100$ 厘米^2.

【平方厘米】 米制面积单位. 符号 cm^2. 边长为 1 厘米的正方形的面积，叫做一平方厘米. 1 厘米$^2=100$ 毫米^2.

【平方毫米】 米制面积单位. 符号 mm^2. 边长为 1 毫米的正方形的面积，叫做一平方毫米.

【平方里】 是市制计量面积的最大单位. 边长为 1 里即 150 丈的正方形的面积，叫做一平方里. 1 平方里 $=22500$ 平方尺.

【平方丈】 常用的市制面积单位. 边长为 1 丈的正方形的面积，叫做一平方丈. 1 平方丈 $=100$ 平方尺.

【平方尺】 市制面积单位. 边长为 1 尺的正方形的面积，叫做一平方尺. 1 平方尺 $=100$ 平方寸.

【平方寸】 市制面积单位. 边长为 1 寸的正方形的面积，叫做一平方寸.

【地积】 土地面积的大小叫做地积.

【地积单位】 测定土地面积所选定的面积标准，叫做地积单位. 常用的地积单位：市制有亩、分、厘；米制有公顷、米^2 等.

【公顷】 常用的米制地积单位. 符号 hm^2. 1 公顷 $=10000$ 米^2. 它与市制地积单位的关系是：1 公顷合 15 市亩.

【公亩】 计量土地面积的一种单位. 符号 a. 1 公亩 $=100$ 米^2. 它与市制地积单位的关系是：1 公亩合 0.15 市亩.

【顷】 公顷的通称.

【亩】 市亩的通称. 是市制中计量地积的一种基本单位，它的辅助单位是分、厘. 1 亩 $=10$ 分 $=100$ 厘. 它与市制面积单位的关系是：1 亩 $=60$ 平方丈. 它与米制面积单位的关系是：1 亩 $=666.7$ 米^2，或者是 1 米^2 $=0.0015$ 亩.

【厘】 市制中计量地积的一种单位. 1 厘 $=1/100$ 亩.

【英亩】 英制中计量地积的一种单位.

1 英亩 $=0.405$ 公顷 $=6.070$ 市亩.

【加半向左移三法】 这是把米制平方米数换算成市制亩数的一种简便算法. 例如，一块长方形土地的面积是 1420 米^2，把它换算成亩数的方法是：

“加半”，即把平方米数加上这个数的一半：1420＋710＝2130；“向左移三”，就是把“加半”后得到的数的小数点向左移动三位，把 2130 的小数点向左移动三位得 2.13. 这样得到的数就是亩数，即 2 亩 1 分 3 厘.



“加半向左移三法”便于记忆，计算方便. 这个方法的根据是：

∵　1 亩＝60 平方丈＝6000 平方尺，

∴　1 平方尺＝$\frac{1}{6000}$亩.

又　∵　1 米^2＝9 平方尺，

∴　1 米^2＝$\frac{1}{6000}\times 9=0.0015$ 亩.

所以，要把平方米数(S)换算成亩数，只要把平方米数乘以 0.0015，即

$$S\times 0.0015=S\times 1.5\times 0.001$$
$$=S\times\left(1+\frac{1}{2}\right)\times 0.001$$
$$=\left(S+\frac{S}{2}\right)\times 0.001.$$

这个式子表明：把平方米数 S 加上它的一半$\frac{S}{2}$，再乘以 0.001(就是把小数点向左移动三位)，就得到亩数. 简称“加半向左移三法”.

【体积】　物体所占空间的大小叫做体积. 这里的大小是指一个确定的数，这个数就是在确定的体积单位下，度量物体的体积所得的量数.

【体积单位】　为了度量一个几何体的体积，取一个棱长为单位长度(例如，1 米、1 厘米等)的正方体的体积作为标准，这种用来作为度量标准的正方体叫做单位正方体，它的体积叫做体积单位. 例如：一立方米、一立方厘米等.

【立方米】　常用的米制体积单位. 符号 m^3. 棱长为 1 米的正方体的体积，叫做一立方米. 1 米^3＝1000 分米^3.

【立方分米】　米制体积单位. 符号 dm^3. 棱长为 1 分米的正方体的体积，叫做一立方分米. 1 分米^3＝1000 厘米^3.

【立方厘米】　米制体积单位. 符号 cm^3. 棱长为 1 厘米的正方体的体积，叫做一立方厘米. 1 厘米^3＝1000 毫米^3.

【立方毫米】　米制体积单位. 符号 mm^3. 棱长为 1 毫米的正方体的体积，叫做一立方毫米.

【立方丈】　市制体积单位. 棱长为 1 丈的正方体的体积，叫做一立方丈. 1 立方丈＝1000 立方尺.

【立方尺】　市制体积单位. 棱长为 1 尺的正方体的体积，叫做一立方

尺. 1 立方尺＝1000 立方寸.

【立方寸】 市制体积单位. 棱长为 1 寸的正方体的体积，叫做一立方寸.

【公方】 见[土方].

【土方】 也叫做“方”或“公方”. 在水利工程和建筑工程中，常以土方计算所需要的沙、石、土或挖出的泥土的体积，用立方米作单位. 1 方＝1 米^3.

【方】 见[土方].

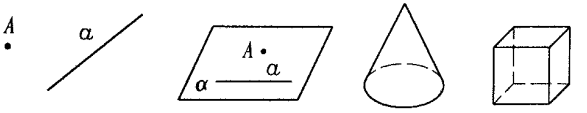
【角度】 角的大小称为角度. 角度的单位有多种，常见的有六十分制：周角的三百六十分之一称为一度；一度的六十分之一称为一分；一分的六十分之一称为一秒. 度、分、秒分别用记号“°”、“′”、“″”表示. 例如，45 度 7 分 18 秒记作 $45°7′18″$. 另一种是弧度制：当圆周上某段圆弧的弧长等于该圆的半径时，称此圆弧所对的圆心角为“一弧度”或“一弪”. 周角等于 2π 弧度. 1 弧度约等于 $57°17′45″$.

【角度单位】 见[角度].

六、简单图形

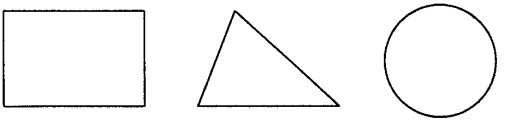
【几何图形】 点、线、面、体或者它们的集合，都叫做几何图形，简称图形. 它具有如下的性质：几何图形可以在空间移动而不改变它的形状和大小.

图中所示的图形都是几何图形.



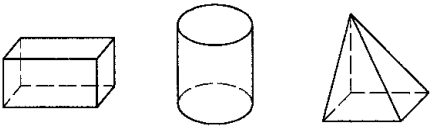
【平面图形】 如果一个图形上所有的点都在同一平面内，那么这种图形叫做平面图形.

如长方形、三角形、圆都是平面图形.



【立体图形】 如果一个图形上所有的点不都在同一平面内，那么这种图形叫做立体图形.

如长方体、圆柱体、棱锥体都是立体图形.



【几何体】 当我们只研究物体的形状和大小，而不考虑它的其他性质时，就把这个物体叫做几何体，简称为体.

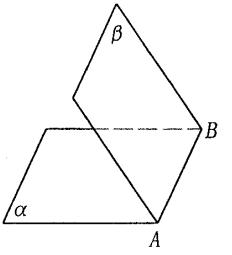
体占有一定的空间，因此，体有长短、宽窄和厚薄.

【面】 体是由面围成的. 面有平面，有曲面. 例如，长方体是由六个平面围成的；圆柱体是由一个曲面和两个平面围成的.

面是体的界限.

面只有长短和宽窄，没有厚薄.

【平面】 一条直线在空间中沿着一定方向(除开它本身的方向)和其相反方向运动，所成的图形叫做平面. 几何里的平面是无限延展的.

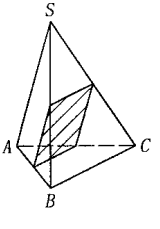


通常画平行四边形来表示平面. 并且用希腊字母 $\alpha,\beta,\cdots$ 来区别不同的平面如右图所示.

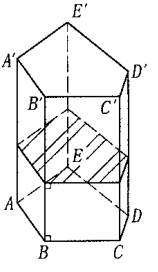
【曲面】 在一个面内每次取两点，用直线把它们连接起来，如果在这许多直线中的某些直线不能全部在这个面内，这个面就是曲面. 例如，圆柱面、圆锥面、球面等都是曲面.

【截面、横截面】 几何截面的简称. 工程上称为剖面. 用一个平面和物体的各个侧面相交，所得的各条交线所围成的平面图形，叫做截面[图(1)]. 在图中的阴影部分就是截面. 平面在不同位置和物体相交时，所得的截面的大小和形状一般不相同. 有时说某一物体截面多大，常指最大截面而言.

如用一个平面和物体的高垂直相交，所得的截面叫做横截面[图(2)].



(1)



(2)

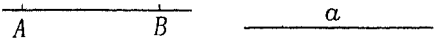
【线】 面与面相交于线.线有直线,有曲线.例如,长方体相邻的两个面相交于一条线(长方体的棱),是直线;圆柱体的侧面和一个底面相交于一条线,是曲线.

线是面的界限.

线只有长短,没有宽窄和厚薄.

【直线】 一点在平面上或空间中沿一定方向和其相反方向运动,所成的轨迹是直线.直线没有端点.它可以向两方无限延伸,不可以度量.经过两点可以作一条直线,并且只能作一条直线.也就是:两点决定一条直线.

直线可以用表示它上面任意两个点的两个大写字母来表示,如直线 AB 或直线 BA;也可以用一个小写字母来表示,如直线 a.

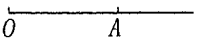


【曲线】 在平面上或空间中按一定条件而变动的动点的轨迹,叫做曲线.在曲线上至少有三点不在同一直线上.如图(1)是在平面上画出的曲线,图(2)是在球面上画出的曲线.



(1) (2)

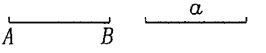
【射线】 在直线上某一点一旁的部分,叫做射线.这一点叫做射线的端点,并且以它为界.射线可以向一个方向无限延伸,不可以度量.



射线通常用表示它的端点和射线上任意一点的大写字母来表示,表示端点的字母写在前面.如图中的射线记作"射线 OA".

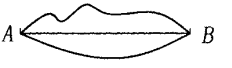
【线段】 直线上任意两点间的部分,叫做线段.这两点叫做线段的端点,并且以这两个端点为界.线段有长短,可以度量.

线段通常用表示它的两个端点的大写字母表示.如图中的线段,记作"线段 AB"或"线段 BA";也可以用一个小写字母表示,如"线段 a".



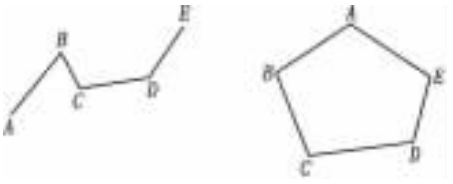
在所有连接两点的线中,线段最短.即:

两点之间,线段最短(如图).



【折线】 在平面上,由不在同一条直线上

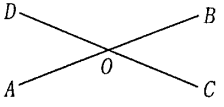
的几条线段顺次首尾相接组成的图形，叫做折线. 如图(1)、(2)中的 $ABCDE$、$ABCDEA$ 都是折线. 图(2)中的起点和终点重合，叫做封闭折线.



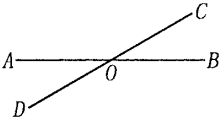
(1) (2)

【封闭折线】 见[折线].

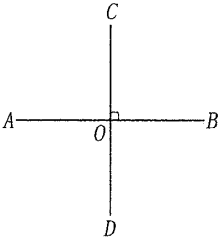
【相交直线】 在平面或空间上，如果两条直线有一个公共点，这两条直线就叫做相交直线. 这个公共点叫做交点. 如图中直线 AB 和 CD 相交于点 O，O 是交点.



【斜线】 两条直线相交不成直角时，其中的一条叫做另一条的斜线. 如图中的 CD 是 AB 的斜线，AB 也是 CD 的斜线.



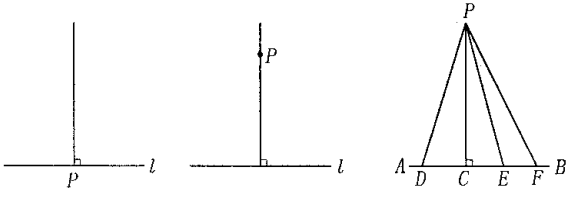
【垂直和垂线】 两条直线相交成直角，这两条直线叫做互相垂直. 互相垂直的两条直线，其中的一条叫做另一条的垂线. 它们的交点叫做垂足. 如图，直线 AB 和 CD 互相垂直，AB 是 CD 的垂线，CD 也是 AB 的垂线，O 是垂足.



垂直用符号“$\perp$”来表示. 直线 AB 和 CD 垂直，记作“$AB\perp CD$”，读作“AB 垂直于 CD”.

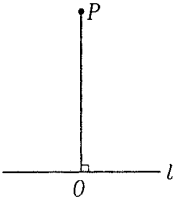
【垂足】 见[垂直和垂线].

【垂线的基本性质】 (1) 过直线上或直线外的一点，有且只有一条直线和已知直线垂直[图(1)]；



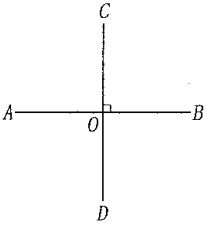
(1) (2)

(2) 从直线外一点到这条直线上各点所连的线段中，垂直线段最短. 如图(2)，$PC \perp AB$，PC 小于 PD、PE、PF 等线段.



【垂线的长】 从直线外一点向该直线引垂线，从这点到垂足的线段的长，叫做这点到这条直线的垂线的长. 图中的线段 PO 就是 P 点到直线 l 的垂线的长. 垂线的长，也叫做点到直线的距离.

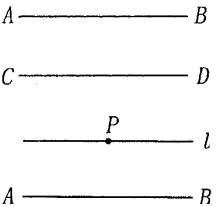
【线段的垂直平分线】 垂直于一条线段并且平分这条线段的直线，叫做这条线段的垂直平分线. 如图，直线 CD 垂直于线段 AB，并且平分 AB，则 CD 是 AB 的垂直平分线. 线段的垂直平分线又叫做线段的中垂线.



【线段的中垂线】 见[线段的垂直平分线].

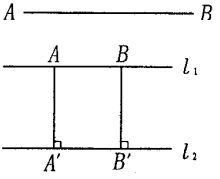
【平行线】 在同一平面内不相交的两条直线，叫做平行线.

平行用符号“$/\!/$”来表示. 如图中的直线 AB 和 CD 平行，记作“$AB/\!/CD$”，读作“AB 平行于 CD”.



【平行线的基本性质】 过直线外一点，有且只有一条直线和这条直线平行. 如图，P 是 AB 外一点，过 P 点最多只能引一条直线 l 和 AB 平行.

【两条平行线间的距离】 两条平行线间的公垂线的长，叫做这两条平行线间的距离.



两条平行线间的距离处处相等.

【两条线段的比】 用同一长度单位量两条线段所得量数的比，叫做这两条线段的比. 两条线段 a 和 b 的比记作“$a : b$”，或“$\frac{a}{b}$”.

两条线段的比和所采用的长度单位没有关系. 例如，用 1dm 为长度单位去度量 a、b 线段，所得量数的比为 $\frac{3}{2}$，如果改用 1cm 为长度单位去量 a、b，那么所得的量数的比为 $\frac{30}{20}=\frac{3}{2}$.

【成比例的线段】 如果两条线段的比等于另外两条线段的比，这四条线段就叫做成比例的线段. 例如，在线段 a、b、c、d 中，如果 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，那么，线

段 a、b、c、d 为成比例的线段.

在比例式 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ 中，a 和 d 叫做比例外项，b 和 c 叫做比例内项，d 叫做 a、b、c 的第四比例项.

【线段的比例中项】 在线段 a、b、c 中，如果 $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$，那么，线段 b 叫做线段 a 和 c 的比例中项.

【点】 线和线相交于点. 例如，长方体相邻的两条棱相交于一点（长方体的顶点）.

点是线的界限.

点只有位置，没有大小（即没有长短、宽窄、厚薄），不可分割.

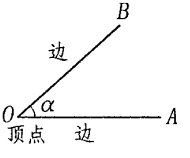
【距离】 几何学的基本概念之一. 对不同对象有不同的规定. 例如，在欧几里得空间中，两点间的距离是连接这两点的线段的长；从一点到一直线或一平面的距离是从这点向直线或平面所引的垂线的长；两平行线或平行面的距离是指它们间公共垂线的长；在球面上，两点的距离是由这两点所确定的大圆的劣弧的长.

【两点间的距离】 连接两点的线段的长，叫做 A●——●B 这两点间的距离. 如图中线段 AB 的长，就叫做 A、B 两点间的距离.

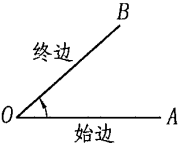
【点到直线的距离】 见[垂线的长].

【角】 以一点为公共端点的两条射线所组成的图形，叫做角. 这个公共端点叫做角的顶点，这两条射线叫做角的边[图(1)].

角，也可以看成是由一条射线绕着它的端点旋转而成的. 如图(2)，一条射线由原来的位置 OA，绕着它的端点 O 旋转到另一位置 OB，就形成一个角. 旋转开始时的位置（射线 OA）叫做角的始边，旋转终止时的位置（射线 OB）叫做角的终边.



(1)



(2)

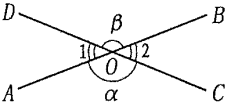
角的大小与此角两边的长短无关，而与角两边的相互位置紧密相关. 角用符号“∠”表示. 表示方法一般有以下几种：

(1) 用“∠”和三个大写字母来表示. 中间的字母表示角的顶点，两旁的

两个字母分别表示角的两边上的任意一点.如图(1)中的角可记作"$\angle AOB$"或"$\angle BOA$".

(2)用"$\angle$"和一个表示角的顶点的大写字母来表示.如图(1)中的$\angle AOB$,可以记作"$\angle O$".在几个角有一公共顶点时[图(3)],一般不用此法记角.

(3)用"$\angle$"和角的内部靠近顶点的一个数字或者一个希腊字母来表示.如图(3)中的$\angle AOD$,$\angle BOC$,$\angle AOC$ 和 $\angle BOD$,可以分别记作$\angle 1$,$\angle 2$,$\angle\alpha$ 和$\angle\beta$.

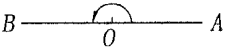


(3)

【角的顶点】 见[角].

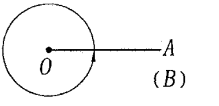
【角的边】 见[角].

【平角】 一条射线绕着它的端点沿逆时针方向旋转,转到和原来的位置构成一条直线时,所得的角叫做平角.如图中的$\angle AOB$ 就是一个平角.平角等于 180°.

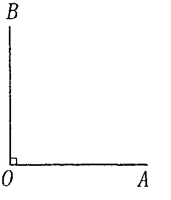


平角的两边互为反向延长线.

【周角】 一条射线绕着它的端点沿逆时针方向旋转到终边和始边重合,这时所得的角叫做周角.如图中的$\angle AOB$ 就是一个周角.周角等于 360°.

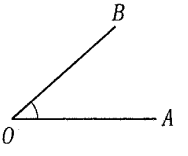


【直角】 平角的一半叫做直角.直角可以用符号"Rt$\angle$"表示.图中的$\angle AOB$ 就是直角.直角等于 90°.

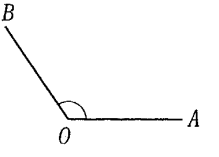


【锐角】 小于直角的角叫做锐角.图中的$\angle AOB$ 就是锐角.

0°<**锐角**<90°.



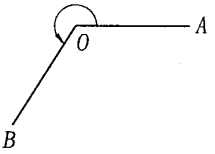
【钝角】 大于直角而小于平角的角,叫做钝角.图中的$\angle AOB$ 就是钝角.



90°<**钝角**<180°.

【优角】 大于平角而小于周角的角,叫做优角.图中的$\angle AOB$ 就是优角.

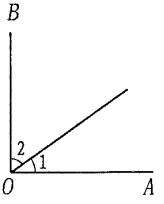
180°<**优角**<360°.



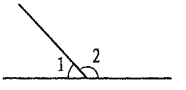


【劣角】 直角、锐角和钝角统称为劣角.

$0°<$劣角$<180°$.



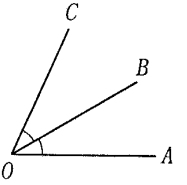
【余角】 如果两个角的和等于 $90°$,那么这两个角叫做互为余角,简称“互余”. 如图中 $\angle 1+\angle 2=90°$,那么 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为余角. 即 $\angle 1$ 是 $\angle 2$ 的余角,$\angle 2$ 也是 $\angle 1$ 的余角.



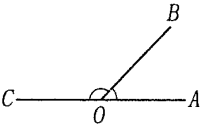
【补角】 如果两个角的和等于 $180°$,那么这两个角叫做互为补角,简称“互补”. 如图中 $\angle 1+\angle 2=180°$,那么 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为补角,即 $\angle 1$ 是 $\angle 2$ 的补角,$\angle 2$ 也是 $\angle 1$ 的补角.

【互余】 见[余角].

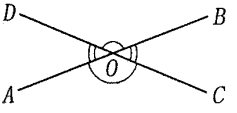
【互补】 见[补角].



【邻角】 在同一平面上,如果两个角有一个公共的顶点和一条公共边,而它们的另一边分别在公共边的两侧,这样的两个角,叫做互为邻角. 如图中 $\angle AOB$ 与 $\angle BOC$ 互为邻角. 即 $\angle AOB$ 是 $\angle BOC$ 的邻角,$\angle BOC$ 也是 $\angle AOB$ 的邻角.

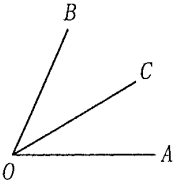


【邻补角】 如果两个角有一个公共的顶点和一条公共边,并且这两个角的另一边互为反向延长线,这样的两个角,叫做互为邻补角. 如图中的 $\angle AOB$ 与 $\angle BOC$ 互为邻补角. 即 $\angle AOB$ 是 $\angle BOC$ 的邻补角,$\angle BOC$ 也是 $\angle AOB$ 的邻补角.



【对顶角】 一个角的两条边分别是另一个角的两条边的反向延长线,这两个角叫做对顶角. 如图中直线 AB 和 CD 相交于 O 点,则 $\angle AOD$ 与 $\angle BOC$,$\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 分别是对顶角.

凡对顶角都相等.



【角平分线】 从一个角的顶点出发的一条射线,如果把这个角分成两个相等的角,这条射线叫做这个角的平分线. 如图,$\angle AOC=\angle COB$,那么,射线 OC 就是 $\angle AOB$ 的平分线.

【角度制】 角的度量由于单位的不同,分为以下

几种度量制度：

（1）角度制　把圆周分成 360 等份，每一份叫做 1°的弧. 1°的弧所对的圆心角叫做 1°的角. 1 度分为 60 分（记作 1°＝60′），1 分分为 60 秒（记作 1′＝60″）. 这种用度来度量角的制度，叫做角度制. 角度制又称为六十分制，起源于古代的巴比伦.

（2）弧度制　以在圆上与半径等长的弧所对的圆心角为度量单位，这个单位就是 1 弧度. 1 周角等于 2π 弧度. 弧度制又称为弳制.

（3）百分制　取直角的百分之一作单位，叫做㨃（dà）. 1 㨃分为 100 分，1 分分为 100 秒. 此制度是法国创立米突制时提议的，但未得到推行.

（4）密位制　把圆周分成 6000 等份，每一份叫做 1 密位的弧. 1 密位的弧所对的圆心角，叫做 1 密位的角. 密位制常在军事上应用.

四种量角制之间的换算：

假设有一个角，用度去量时得度数为 D，用㨃去量时得㨃数为 G，用弳去量时得弳数为 R，用密位去量时得密位数为 M. 则

$$\frac{D}{60}=\frac{G}{100}=\frac{2R}{\pi}=\frac{M}{1500}.$$

用得较多的是角度制和弧度制，它们之间的换算关系为

$$1\text{ 弧度}=\frac{180^\circ}{\pi}\approx 57^\circ 17' 44.8'';$$

$$1^\circ=\frac{\pi}{180}\text{弧度}\approx 0.017453\text{ 弧度}.$$

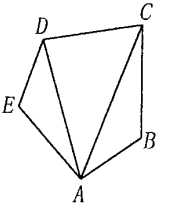
【弧度制】　见[角度制].

【弳制】　见[角度制].

【百分制】　见[角度制].

【密位制】　见[角度制].

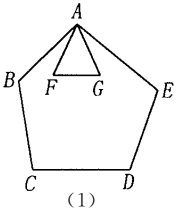
【多边形】　封闭折线围成的图形，叫做多边形. 组成一个多边形的各条线段，叫做多边形的边（如图中的 $AB,BC,\cdots,EA$）；各边的端点，叫做多边形的顶点（如图中的 $A,B,\cdots,E$）；连接多边形的不相邻的两个顶点的线段，叫做多边形的对角线（如图中的 AC、AD）. 多边形可以用表示它的各顶点的字母来表示，如图中的多边形，记作多边形 $ABCDE$.



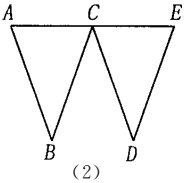
一个多边形至少有三条边. 按照它们的边数，分别叫做三边形、四边形、五边形等. 三边形通常叫做三角形.

【简单多边形】　周界不自交的多边形，叫做简单多边形. 也就是说，这种多边形不得有下述三种情况：（1）顶点和顶点重合[图（1）]；（2）有三个或

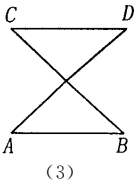
三个以上的顶点在一条边上[图(2)];(3) 边和边相交[图(3)]. 图(4)、图(5)中的图形,就是简单多边形.



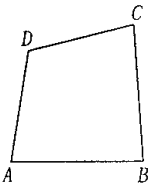
(1)



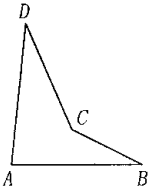
(2)



(3)



(4)



(5)

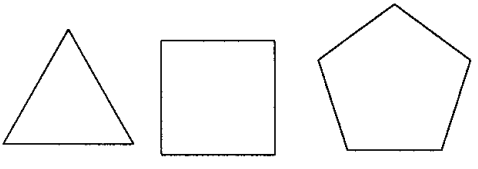
把简单多边形的任意一条边向两方延长,如果多边形的其他各边都在延长所得的直线的同旁,这样的简单多边形叫做凸多边形,如图(4)中的多边形 $ABCD$ 就是凸多边形,否则就叫做凹多边形[图(5)].

通常所说的多边形,就是指凸多边形.

【凸多边形】 见[简单多边形].

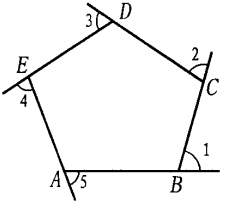
【凹多边形】 见[简单多边形].

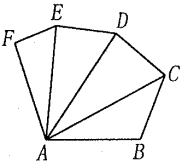
【正多边形】 对于平面上的一个简单多边形,如果各边相等,各内角也相等,这样的多边形,叫做正多边形. 正三角形、正方形、正五边形都是正多边形.



【多边形的内角和外角】 多边形的相邻两边所组成的角,叫做多边形的内角,简称多边形的角. 多边形的角的一边与另一边的反向延长线所组成的角,叫做多边形的外角. 在图中,$\angle ABC$,$\angle BCD$,$\angle CDE$,$\angle DEA$,$\angle EAB$ 是五边形的内角;$\angle 1$,$\angle 2$,$\angle 3$,$\angle 4$,$\angle 5$ 是五边形的外角.

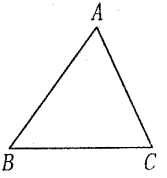
凸 n 边形 n 个内角的和等于 $(n-2)\times 180°$;凸 n 边形 n 个外角的和等于 $360°$.





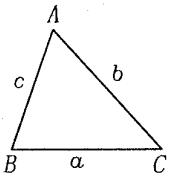
【多边形的面积计算】 通常可以先把多边形分成若干个三角形，然后分别计算各三角形的面积，把所得的结果相加，得出多边形的面积. 如图，从 A 点作所有的对角线，把多边形 $ABCDEF$ 分成四个三角形，多边形 $ABCDEF$ 的面积 $=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ACD}+S_{\triangle ADE}+S_{\triangle AEF}$.

【三角形】 由三条边组成的多边形，叫做三角形. 也称三边形. 三角形用符号“△”表示. 如图中的三角形 ABC 可记作“$\triangle ABC$”.



【三边形】 见[三角形].

【三角形的元素】 一个三角形的边、角、中线、高线、角平分线、周长、面积等都叫做三角形的元素. 三角形的边和角叫做三角形的基本元素. 如图中的 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 和它们的对边 a、b、c 是 $\triangle ABC$ 的基本元素.

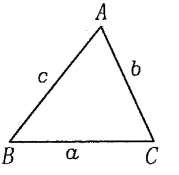


【三角形边与边的关系】 (1) 三角形任意两边的和大于第三边；

(2) 三角形任意两边的差小于第三边.

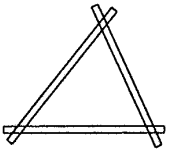
在图中，$a+b>c$，$b+c>a$，$c+a>b$；

$|a-c|<b$，$|c-b|<a$，$|b-a|<c$.



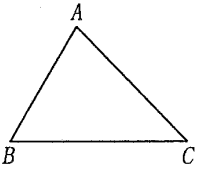
【三角形的稳定性】 只要三角形三边的长度确定，这个三角形的形状和大小就完全确定，这个性质叫做三角形的稳定性.

例如，把三根木条的端点用螺丝钉两两连接起来，做成一个三角形(如图)，这个三角形的形状、大小固定不变.

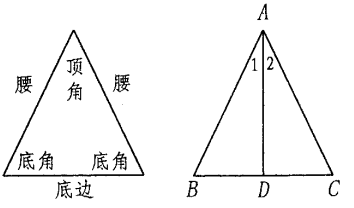


【不等边三角形】 三边长度不等的三角形，叫做

不等边三角形.

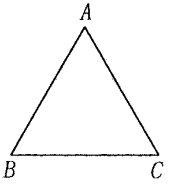


【等腰三角形】 三边中有两边相等的三角形，叫做等腰三角形. 如图所示，相等的两边叫做腰，另一边叫做底边，两腰的夹角叫做顶角，腰和底边的夹角叫做底角.



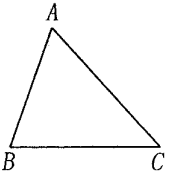
在等腰三角形中，底角相等，从顶点所作底边上的高是角平分线和中线. 在图中，如果 $AB=AC$，$AD\perp BC$，那么，$\angle B=\angle C$，并且 $\angle 1=\angle 2$，$BD=DC$.

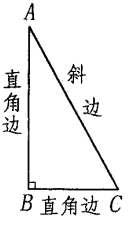
【等边三角形】 三边都相等的三角形，叫做等边三角形. 等边三角形是等腰三角形的特殊情况，也叫“正三角形”.



【正三角形】 见[等边三角形].

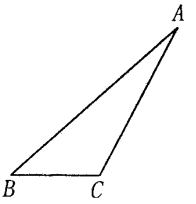
【锐角三角形】 各内角都是锐角的三角形，叫做锐角三角形.





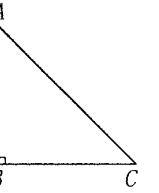
【直角三角形】 有一个角是直角的三角形，叫做直角三角形. 夹直角的两边叫做直角边，直角的对边叫做斜边.

【钝角三角形】 有一个角是钝角的三角形，叫做钝角三角形.



【斜三角形】 锐角三角形和钝角三角形合称斜三角形.

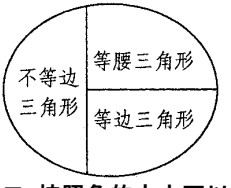
【等腰直角三角形】 两条直角边相等的直角三角形，叫做等腰直角三角形. 如图，$\angle ABC$ 为直角，$AB=BC$，$\triangle ABC$ 即为等腰直角三角形.

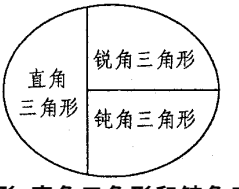


【三角形的分类】 三角形可以按两种方法分类：

第一，按照边的长度可以分为不等边三角形、等腰三角形和等边三角形. 即

三角形 { 不等边三角形 / 等腰三角形 / 等边三角形 }

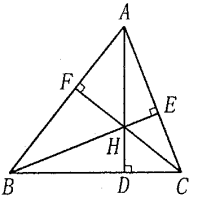


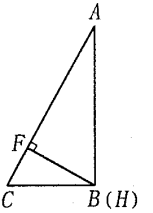


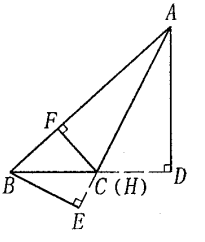
第二，按照角的大小可以分为锐角三角形、直角三角形和钝角三角形. 锐角三角形和钝角三角形合称斜三角形. 即

三角形 { 直角三角形 / 斜三角形 { 锐角三角形 / 钝角三角形 } }

【三角形的底和高】 从三角形的任意一个顶点向它的对边或对边的延长线引垂线，从顶点到垂足间的线段，叫做三角形的高. 顶点所对的边，叫做三角形的底.



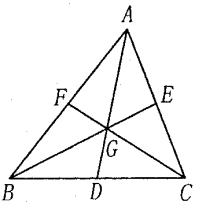




任意三角形的三条高交于一点，这个交点叫做三角形的垂心. 图中的 AD、BE、CF 分别是 $\triangle ABC$ 三条边 BC、AC、AB 上的高，它们的交点 H 就是 $\triangle ABC$ 的垂心.

【三角形的垂心】 见[三角形的底和高].

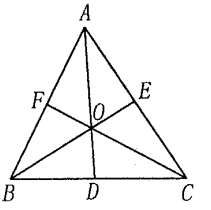
【三角形的中线】 连接三角形的一个顶点和它对边中点的线段，叫做三角形的中线. 在图中，D、E、F 分别是 BC、CA、AB 的中点；AD、BE、CF 分别是 $\triangle ABC$ 的 BC、CA、AB 边上的中线.



任意三角形的三条中线交于一点，这个交点叫做三角形的重心. 图中 AD、BE、CF 的交点 G 就是 $\triangle ABC$ 的重心.

【三角形的重心】 见[三角形的中线].

【三角形的角平分线】 三角形任意一个内角的平分线和对边相交，角的顶点和交点间的线段叫做三角形的角平分线. 在图中，AD、BE、CF 分别平分 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$，交对边于 D、E、F，AD、BE、CF 就分别是 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的平分线.

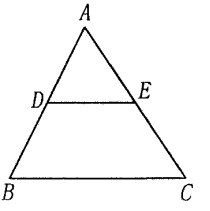


任意三角形的三条内角平分线交于一点，这个交点叫做三角形的内心. 图中 AD、BE、CF 的交点 O 就是 $\triangle ABC$ 的内心.

内心是内切圆的圆心.

【三角形的内心】 见[三角形的角平分线].

【三角形的中位线】 三角形两边中点的连线（就是连接三角形两边中点的线段），叫做三角形的中位线. 在图中，D、E 分别是 AB、AC 的中点，则线段 DE 是 $\triangle ABC$ 的一条中位线.

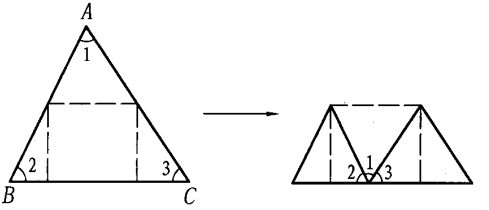


任意三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边长度的一半. 如图，$AD=DB$，$AE=EC$，则 $DE \parallel BC$，且 $DE=\frac{1}{2}BC$.

【三角形的内角和】 三角形的三个内角的和等于 $180°$. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，把三个角沿虚线折过去，正好组成一个平角. 由此可知，$\angle 1+\angle 2+\angle 3=180°$.

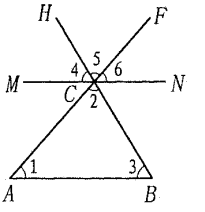
如图中，过 $\triangle ABC$ 的顶点 C 作直线 AB 的平行线 MN，从顶点 C 往外延长 AC 和 BC，由 B 往外延长 AB. 射线 AF 和 CF 是同方向，射线 AB 和

CN 是同方向，所以

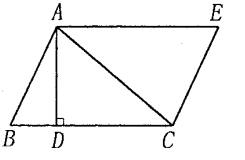


$\angle 1=\angle 6$；射线 BH 和 CH 是同方向，射线 BA 和 CM 是同方向，所以 $\angle 3=\angle 4$；$\angle 2$ 和 $\angle 5$ 是对顶角，所以 $\angle 2=\angle 5$，因此，$\angle 1+\angle 2+\angle 3=\angle 6+\angle 5+\angle 4$，但 $\angle 6$、$\angle 5$ 和 $\angle 4$ 组成平角，所以

$$\angle 1+\angle 2+\angle 3=180^\circ.$$

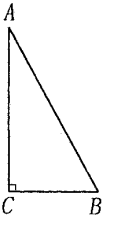


【三角形的面积计算】 作三角形 ABC，从顶点 A 作 BC 的平行线 AE，从顶点 C 作 AB 的平行线 CE，则所成的 $ABCE$ 为平行四边形，其面积等于三角形 ABC 的 2 倍. 因平行四边形的面积等于它的底和高的乘积，所以三角形的面积等于它的底和高的乘积的一半. 设三角形的底、高、面积分别为 a、h、S，则 $S=\frac{1}{2}ah$.



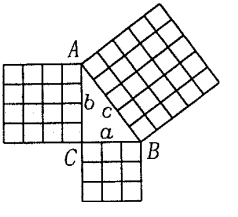
【勾股定理】 在直角三角形中，两条直角边的平方和，等于斜边的平方. 如图，在直角三角形 ABC 中，$\angle C=90^\circ$，则

$$BC^2+AC^2=AB^2$$



在我国古代，一般把直角三角形中较短的一条直角边叫做“勾”，较长的一条直角边叫做“股”，斜边叫做“弦”. 因此我国将这个定理叫做勾股定理.

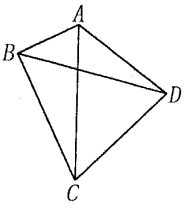
如图的直角三角形中，分别以两条直角边为边长的两个正方形面积的和等于以斜边为边长的正方形面积. 这说明了勾股定理的几何意义.



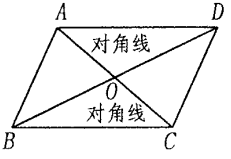
在我国最古的算书《周髀算经》(成书于公元前 1 世纪左右)一开始，就提出了这个定理的特殊情况“勾三，股四，弦五”. 在书的后半部提到勾股定理的应用，$c=\sqrt{a^2+b^2}$.

古希腊的数学家毕达哥拉斯证明了这个定理. 因此，在国外常常称这个

定理为毕达哥拉斯定理.



【四边形】 由四条边组成的多边形，叫做四边形. 在四边形中，不具有公共顶点的两条边，叫做对边. 如图中 AB 和 CD 是一组对边，BC 和 AD 是另一组对边. 具有公共顶点的两条边，叫做邻边. 如图中 AB 和 BC 是邻边. 顶点不在同一条边上的两个角，叫做对角. $\angle A$ 和 $\angle C$ 是一组对角，$\angle B$ 和 $\angle D$ 是另一组对角. 顶点在同一条边上的两个角，叫做相邻的角. 如 $\angle A$ 和 $\angle B$ 是相邻的角. 两对角顶点的连线，叫做对角线. AC 和 BD 是对角线.



【平行四边形】 两组对边分别平行的四边形，叫做平行四边形. 如图，$AB \parallel CD$，$AD \parallel BC$，所以四边形 $ABCD$ 是平行四边形. 平行四边形用符号“$\square$”表示. 例如，平行四边形 $ABCD$ 记作 $\square ABCD$.

平行四边形的性质是：

(1) 对边相等，即 $AB=CD$，$AD=BC$；

(2) 对角相等，即 $\angle A=\angle C$，$\angle B=\angle D$；

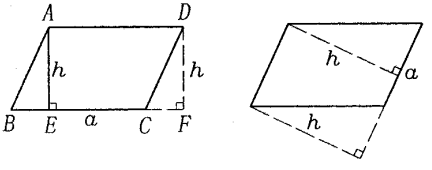
(3) 邻角的和是 $180°$，例如，$\angle A+\angle B=\angle B+\angle C=180°$；

(4) 对角线互相平分，即 $AO=CO$，$BO=DO$；

(5) 平行四边形是中心对称图形. 对角线交点 O 是 $\square ABCD$ 的对称中心.

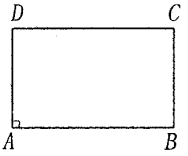
【平行四边形的底和高】 平行四边形任意一组对边间的距离，叫做平行四边形的高. 和高垂直的一边，叫做平行四边形的底.

平行四边形的底和高一般用 a 和 h 表示(如图).



【平行四边形的面积计算】 作平行四边形 $ABCD$(如上图)，引 DF 垂直 BC，$S_{\triangle ABE}=S_{\triangle DCF}$. 将 $\triangle ABE$ 移至 $\triangle DCF$ 的位置，则平行四边形 $ABCD$ 变成矩形 $AEFD$，此矩形面积与平行四边形面积相等. 因矩形面积等于长和宽的乘积，所以平行四边形的面积等于它的底和高的乘积. 设平行四边形

的底、高、面积分别为 a、h、S，则 $S=ah$.



【矩形】 有一个角是直角的平行四边形，叫做矩形. 矩形通常也叫做长方形. 图中的四边形 $ABCD$ 是矩形.

矩形除具有平行四边形的性质外，还具有下列性质：

(1) 矩形的四个角都是直角；

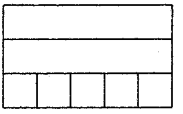
(2) 矩形的两条对角线相等；

(3) 矩形是轴对称图形，也是中心对称图形.

【长方形】 见[矩形].

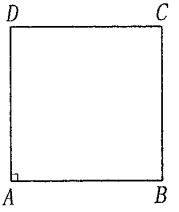
【矩形的长和宽】 矩形的任意一边都可以看作是它的长，和长相邻的一边叫做宽. 长和宽一般用 a 和 b 表示.

【矩形的周长】 矩形四条边的总长度，叫做矩形的周长. 矩形的周长等于它的长和宽的和的 2 倍. 如果用 a、b 分别表示矩形的长和宽，则矩形的周长 $C=2(a+b)$.



【矩形的面积计算】 如图所示，宽 1 米、长 5 米的矩形，其面积为 5 米^2；宽 3 米、长 5 米的矩形，其面积为 $5\times3=15$，即 15 米^2. 故矩形的面积等于它的长和宽的乘积. 设矩形的长、宽、面积分别为 a、b、S，则

$S=ab$.



【正方形】 有一个角是直角，并且有一组邻边相等的平行四边形，叫做正方形. 图中的四边形 $ABCD$ 是正方形.

正方形具有平行四边形、矩形、菱形的一切性质，即

(1) 对边平行；

(2) 四条边都相等；

(3) 四个角都是直角；

(4) 两条对角线相等，互相垂直平分，并且平分每组对角；

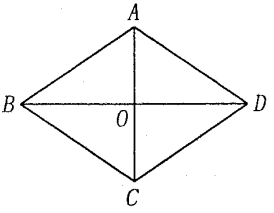
(5) 正方形是轴对称图形，也是中心对称图形.

【正方形的周长】 正方形四条边长的和，叫做正方形的周长. 正方形的周长等于它的边长的 4 倍. 如果用 a 表示正方形的边长，则正方形周长

$C=4a$.

【正方形的面积计算】 正方形是一种特殊的矩形，其各边相等. 故其面积等于它的一边的平方. 设正方形的边长、面积分别为 a、S，则 $S=a^2$.

【菱形】 有一组邻边相等的平行四边形，叫做菱形. 图中的四边形 $ABCD$ 是菱形.



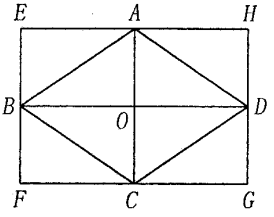
菱形是一种特殊的平行四边形，除具有平行四边形的性质外，还具有下列性质：

(1) 四条边都相等，即 $AB=BC=CD=DA$；

(2) 对角线互相垂直平分，并且每一条对角线平分一组对角. 即 $AC\perp BD$，$AO=CO$，$BO=DO$，AC 平分 $\angle A$ 和 $\angle C$，BD 平分 $\angle B$ 和 $\angle D$；

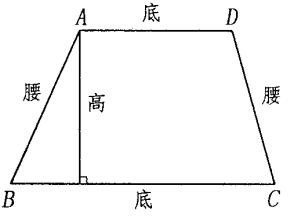
(3) 菱形是轴对称图形，又是中心对称图形.

【菱形的面积计算】 作菱形 $ABCD$，过各角顶引平行于对角线的直线，得矩形 $EFGH$. 而 $S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AEB}$，$S_{\triangle BOC}=S_{\triangle BFC}$，…，故知此菱形面积等于矩形面积的一半. 而矩形的长和宽，分别等于菱形的两条对角线，所以菱形的面积等于它的两条对角线乘积的一半. 设菱形的两条对角线的长分别为 e、f，面积为 S，则

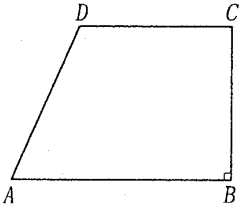


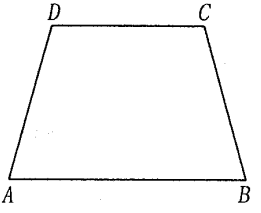
$$S=\frac{1}{2}ef.$$

【梯形】 一组对边平行，另一组对边不平行的四边形，叫做梯形. 图中的四边形 $ABCD$ 是梯形. 平行的两边叫做梯形的底，不平行的两边叫做梯形的腰，两底间的距离叫做梯形的高.



【直角梯形】 有一腰垂直于底的梯形，叫做直角梯形. 如图中的梯形 $ABCD$ 是直角梯形.





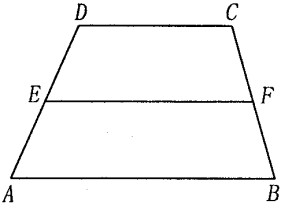
【等腰梯形】 两腰相等的梯形，叫做等腰梯形. 如图的梯形 $ABCD$ 中，$AD=BC$，是等腰梯形.

【梯形的底和高】 见[梯形].

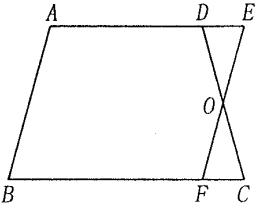
【梯形的腰】 见[梯形].

【梯形的中位线】 连接梯形两腰中点的线段,叫做梯形的中位线.梯形的中位线平行于上、下底.并且等于两底和的一半.如图 EF 是梯形 $ABCD$ 的中位线,则

$$EF=\frac{1}{2}(AB+DC).$$

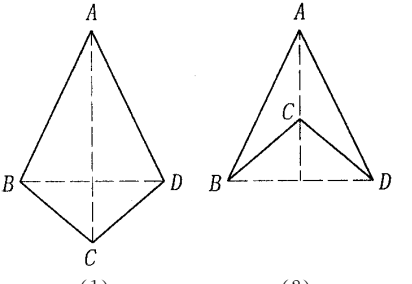


【梯形的面积计算】 作梯形 $ABCD$,过 CD 的中点 O 引 EF 平行于 AB,则 $S_{\triangle OCF}$ 等于 $S_{\triangle ODE}$,将 $\triangle OCF$ 移至 $\triangle ODE$ 的位置,原梯形 $ABCD$ 变成平行四边形 $ABFE$,而 $AE=\frac{1}{2}(AD+BC)$,因平行四边形面积等于底和高的乘积,所以梯形面积等于它的上、下两底和的一半与高的乘积.



设梯形的两底分别为 a、b,高为 h,面积为 S,则 $S=\frac{1}{2}(a+b)h$.如果已知梯形中位线 m,则可直接得 $S=mh$.

【筝形】 如果四边形中有一条对角线是另一条对角线的垂直平分线,这样的四边形,叫做筝形.筝形有凸的[图(1)]和凹的[图(2)]两种.

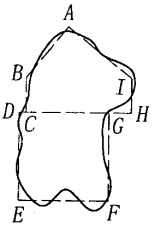


(1) (2)

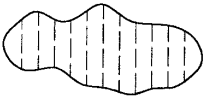
【不规则图形】 形状没有一定规律的图形，叫做不规则图形.

【不规则图形的面积计算】

(1) 割补法 对于有些边线不规则的封闭图形，采用割补的办法，把凸出的地方割下来补到凹陷的地方，使得割去部分与补进部分的面积大致相等，组成若干个规则图形[图(1)]. 经割补后，先分别计算出这些规则图形的面积，再将所得的结果相加，近似地看作所求图形的面积.

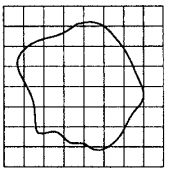


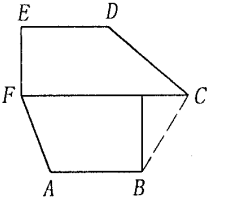
(1)


(2)

(2) 平行线法 对于狭长的不规则封闭图形，常用一种等距离的平行线把它分成若干个小块，然后采用以直线代曲线的方法，把每一小块近似地看作一个规则图形[图(2)]，那么这些小块图形面积的和，就近似地看作所求图形的面积.

(3) 方格法 对于有些不规则图形，可以用透明方格纸覆盖在这个图形上，分别数出位于图形轮廓线内完整格的格数和不完整格的格数[图(3)]，规定不完整格一律以半格计算，则总格数＝完整格数＋$\frac{\text{不完整格数}}{2}$，图形面积＝每小格的面积×总格数. 显然，格子越小，求得的面积就越精确.


(3)



(4)

(4) 分割法 对于有些不规则图形，可以把它分割成若干个规则图形[图(4)]，先分别计算出这些规则图形的面积，再将所得的结果相加，得出所求图形的面积.

【割补法】 见[不规则图形的面积计算].

【平行线法】 见[不规则图形的面积计算].

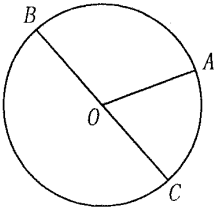
【方格法】 见[不规则图形的面积计算].

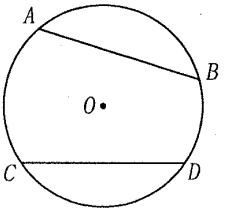
【分割法】 见[不规则图形的面积计算].

【圆】 当一条线段绕着它固定的一端(图中的点 O)在平面内旋转一周时，它的另一个端点(图中的点 A)所画成的封闭曲线，叫做圆.

圆还可以这样定义："平面内和一个定点的距离等于定长的点的轨迹"，

或“平面内和一个定点的距离等于定长的点的集合”.





定点叫做圆的圆心(图中的点 O),连接圆心和圆上任意一点的线段,叫做圆的半径(图中的 OA),过圆心的弦,叫做圆的直径(图中的 BC),圆所包围的平面部分,叫做圆面.

圆用符号“⊙”表示,以 O 为圆心的圆,记作“⊙O”,读作“圆 O”.

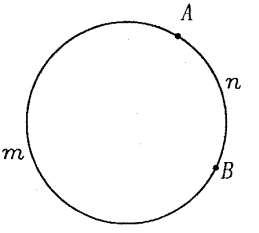
【圆心】 见[圆].

【半径】 见[圆].

【直径】 见[圆].

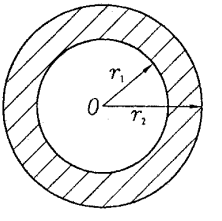
【弦】 连接圆上任意两点的线段,叫做弦. 如图中的线段 AB 和 CD,都是弦.

【弧】 圆上任意两点间的部分,叫做弧. 弧用符号“⌒”表示. 以 A、B 为端点的弧,记作“$\overset{\frown}{AB}$”,读作“弧 AB”.



大于半圆的弧,叫做优弧,如图中的$\overset{\frown}{AmB}$;小于半圆的弧,叫做劣弧,如图中的$\overset{\frown}{AnB}$. 没有注明时,所说的弧,一般是指劣弧.

【半圆】 在一个圆中,任意一条直径的两个端点,把圆分成两条相等的弧,其中的每一条弧,都叫做半圆.



【同心圆】 圆心重合,半径不等的两个圆,叫做同心圆. 如图中的两个圆,就是同心圆. 介于两个同心圆之间的部分,叫做圆环. 图中的阴影部分就是圆环.

【圆环】 见[同心圆].

【圆周率】 圆的周长和直径的比,叫做圆周率. 圆周率通常用希腊字母“π”表示. 即圆周率 $\pi=\dfrac{C}{2R}$. π 是一个无限不循环小数,它的前三十位小数为 $\pi=3.14159265358979323846264338328 0\cdots$.

数 π 是数学中最主要的常数之一,它的意义已不限于圆的计算,和代

数、三角、级数以至近代的概率统计都有关.

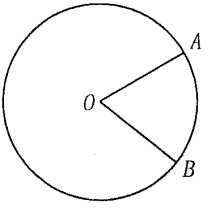


【约率】 是指圆周率 π 的近似值 $\frac{22}{7}$. 由于 $\frac{22}{7}=3.142\cdots$，所以误差 $\frac{22}{7}-\pi<\frac{1}{100}$，有三个有效数字，是分母不大于 7 的所有分数中 π 的最好有理近似值.

【密率】 是指圆周率 π 的近似值 $\frac{355}{113}$. 由于 $\frac{355}{113}=3.1415926\cdots$，所以它精确到小数第七位.

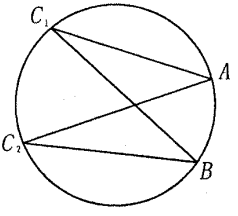
【圆周长】 圆周的长度，叫做圆周长. 如果圆周长用 C 表示，半径用 R 表示，直径用 d 表示，则圆周长 $C=2\pi R$ 或 $C=\pi d$.

【圆面积计算】 圆面的大小，叫做圆面积. 圆的面积等于它的半径的平方与 π 的乘积. 设圆的半径为 R，面积为 S，则 $S=\pi R^2$. 如果已知直径为 d，则 $S=\frac{1}{4}\pi d^2$.



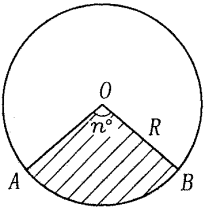
【圆心角】 顶点在圆心的角，叫做圆心角. 如图中的 $\angle AOB$，就是圆心角. 圆心角的度数等于它所对的弧的度数.

【圆周角】 顶点在圆上，并且两边都和圆相交的角，叫做圆周角. 如图中的 $\angle AC_1B$、$\angle AC_2B$ 都是圆周角. 圆周角的度数等于它所对的弧的度数的一半.

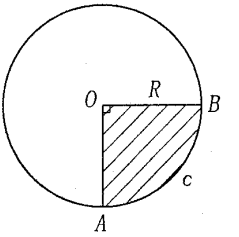


【弧长的计算】 因为 360° 的圆心角所对的弧长就是圆周长 $C=2\pi R$，所以 1° 的圆心角所对的弧长是 $\frac{2\pi R}{360}=\frac{\pi R}{180}$. 这样，我们就得到在半径为 R 的圆中，n° 的圆心角所对的弧长 l 的计算公式是：

$$l=\frac{n\pi R}{180}\approx 0.017453nR.$$

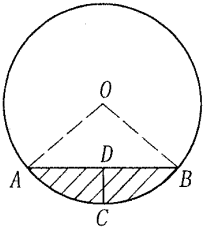


【扇形】 一条弧和经过这条弧的端点的两条半径所组成的图形，叫做扇形. 如图中的阴影部分和没有阴影的部分，都是扇形.



【直角扇形】 圆心角为直角的扇形，叫做直角扇形. 如图，在扇形 $OAcB$ 中，圆心角为 $90°$，称为直角扇形.

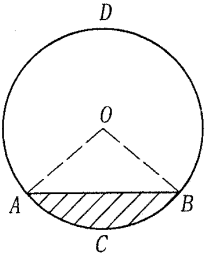
【扇形的面积计算】 当圆心角为 $360°$ 时，所对的圆的面积为 πR^2，因此在圆心角为 $n°$ 时，所对的扇形面积为圆面积的 $\frac{n}{360}$，即扇形面积等于圆面积乘以 $\frac{n}{360}$ 所得的积. 设扇形的半径为 R，圆心角的度数为 n，面积为 S，则 $S=\frac{n}{360}\pi R^2$. 又因为扇形的弧长 $l=\frac{n\pi R}{180}$，所以也可以用 $S=\frac{1}{2}lR$ 求得.



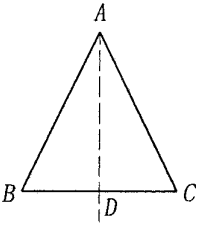
【弓形】 一条弧和它所对的弦所组成的图形，叫做弓形. 如图中的阴影部分和没有阴影的部分都是弓形. 弓形的弧的中点到弦的距离，叫做弓形的高. 在图中，C 为 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点，$CD\perp AB$，则 CD 为弦 AB 与 $\overset{\frown}{ACB}$ 组成的弓形的高.

【弓形的高】 见[弓形].

【弓形的面积计算】 如图，如果弓形的弧是劣弧，弓形面积等于扇形 $OACB$ 面积减去 $\triangle OAB$ 面积所得的差；如果弓形的弧是优弧，弓形面积等于扇形 $OADB$ 面积加上 $\triangle OAB$ 面积所得的和.



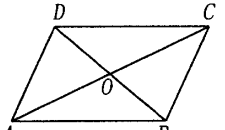
【轴对称图形】 如果一个图形沿着一条直线对折，直线两旁的部分能够互相重合，那么这个图形就叫做轴对称图形. 这条直线就是它的对称轴. 如图，等腰三角形 ABC 是轴对称图形，底边 BC 的垂直平分线 AD 是它的对称轴.

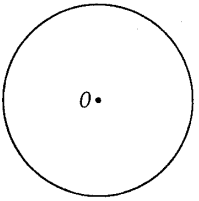


【对称轴】 见[轴对称图形].

【中心对称图形】 如果把一个图形绕着一点旋转 $180°$ 以后，能够和图形原来的位置重合，那么这个图形就叫做中心对称图

形. 这点就是它的对称中心.



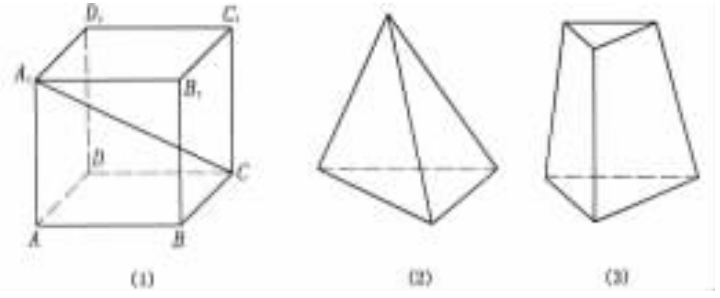


如图中的□$ABCD$是中心对称图形,对角线交点O是对称中心;圆也是中心对称图形,圆心O是对称中心.

【对称中心】 见[中心对称图形].

【多面体】 由几个多边形围成的封闭的立体,叫做多面体. 围成多面体的各个多边形,叫做多面体的面. 各相邻的面的公共边,叫做多面体的棱. 相交于同一个点的各面组成一个多面角. 各多面角的顶点,叫做多面体的顶点. 连接不在同一个面内的两个顶点的线段,叫做多面体的对角线. 如图(1)是一个立方体,它由六个面组成,AB是它的一条棱,A是它的一个顶点,A_1C是它的一条对角线.

多面体至少有四个面. 多面体有几个面,就称为几面体,如四面体[图(2)]、五面体[图(3)]等.



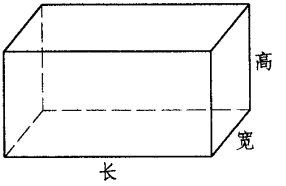
【棱】 见[多面体].

【侧面积】 立体所有侧面的面积和,叫做侧面积.

【底面积】 立体底面的面积,叫做底面积.

【表面积】 通常指一个立体外部各面的面积和,叫做这个立体的表面积,也叫做全面积. 它包括侧面积和底面积.

【长方体】 底面是矩形的直平行六面体,叫做长方体. 在长方体中,交于一个顶点的三条棱的长,叫做长方体的三度,通常分别称它们为长方体的

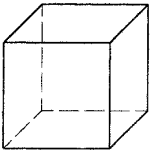


长、宽、高.

【长方体的三度】 见[长方体].

【长方体的表面积计算】 长方体的表面积等于它的六个表面面积的总和. 设长方体的长、宽、高、表面积分别为 a、b、c、$S_{表}$，则 $S_{表}=2(ab+bc+ac)$.

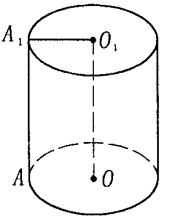
【长方体的体积计算】 长方体的体积等于它的长、宽、高的乘积. 设长方体的长、宽、高、体积分别为 a、b、c、V，则 $V=abc$.



【立方体】 长、宽、高相等的长方体，叫做立方体.

【立方体的表面积计算】 立方体的表面积等于它的六个表面面积的总和. 立方体的表面是六个相同的正方形，设立方体的棱长、表面积分别为 a、$S_{表}$，则 $S_{表}=6a^2$.

【立方体的体积计算】 立方体的体积等于它的棱长的立方. 设立方体的棱长、体积分别为 a、V，则 $V=a^3$.



【圆柱】 以矩形的一边为轴，把矩形旋转 $360°$，所得的几何体，叫做直圆柱，简称圆柱. 这个旋转矩形中与轴相对的一边，叫做圆柱的母线. 圆柱上、下两个面是两个相等的圆面，叫做圆柱的底面；曲面部分叫做圆柱的侧面；两个底面间的距离，叫做圆柱的高.

【圆柱的侧面积计算】 把圆柱的侧面展开，是一个矩形. 矩形的长相当于圆柱底面的周长，宽相当于圆柱的高，所以圆柱的侧面积等于它的底面的周长和高的乘积. 设圆柱的底面半径、高、侧面积分别为 R、h、$S_{侧}$，则 $S_{侧}=2\pi Rh$.

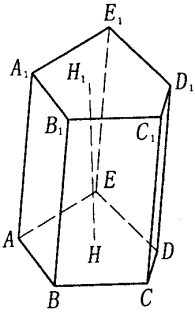
【圆柱的表面积计算】 圆柱的侧面积与两个底面面积的和，叫做圆柱的表面积. 设圆柱的底面半径、高、表面积分别为 R、h、$S_{表}$，则

$$S_{表}=2\pi Rh+2\pi R^2=2\pi R(h+R).$$

【圆柱的体积计算】 圆柱的体积等于它的底面面积和高的乘积. 设圆柱的底面面积、高、体积分别为 S、h、V，则 $V=Sh$. 如果已知圆柱的底面半径为 R，则 $V=\pi R^2h$.

【棱柱】 一个多面体，有两个面互相平行，其余每相邻两个面的交线互相平行，这样的多面体，叫做棱柱. 互相平行的两个面，叫做棱柱的底面；其

余各面叫做棱柱的侧面；相邻的两个侧面的公共边叫做棱柱的侧棱；两底面间的公垂线叫做棱柱的高. 如图，$ABCDE$ 和 $A_1B_1C_1D_1E_1$ 是底面，ABB_1A_1、BCC_1B_1 等是侧面，A_1A、B_1B 等是侧棱，H_1H 是高.



侧棱不垂直于底面的棱柱，叫做斜棱柱；侧棱垂直于底面的棱柱，叫做直棱柱. 直棱柱的侧棱和高相等，侧面都是矩形.

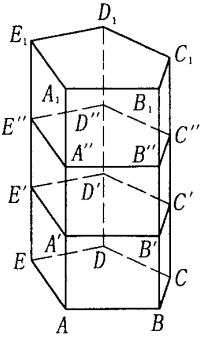
棱柱通常以它的底面的边数来命名. 如，底面是三角形、四边形的棱柱分别叫做三棱柱、四棱柱等.

【角柱】 即棱柱.

【斜棱柱】 见[棱柱].

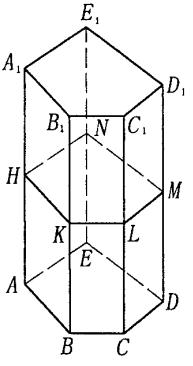
【直棱柱】 见[棱柱].

【棱柱的截面】 用一个平面去截棱柱，得到的面叫做棱柱的截面. 因为棱柱的各面都是平面，所以截面是一个多边形.



和棱柱的底面平行而与各侧棱相交的截面和底面全等，和棱柱各侧棱相交的两个平行截面是两个全等的多边形. 如图，多边形 $A'B'C'D'E'$ 全等于多边形 $A''B''C''D''E''$.

【棱柱的直截面】 和棱柱的各侧棱垂直相交的截面，叫做棱柱的直截面. 如图中的平面 $MNHKL$ 就是棱柱的直截面. 棱柱的直截面的各边垂直于棱柱的各个侧棱. 棱柱的各个直截面都是全等的多边形. 直棱柱的直截面是和它的底面全等的多边形.



【棱柱的侧面积计算】 棱柱的所有侧面的面积和，叫做棱柱的侧面积. 棱柱的侧面积等于它的侧棱长与直截面周长的乘积. 设棱柱的侧棱长是 l，直截面的周长是 C，则 $S_{侧}=lC$.

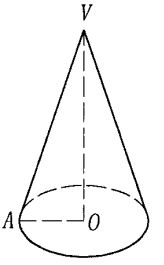
上述棱柱侧面积公式适用于一般棱柱，如果是直棱柱，它的底面就是它的直截面，所以直棱柱的侧面积就等于它的侧棱长与底面周长的乘积.

【棱柱的表面积计算】 棱柱的表面积等于它的侧面积与两个底面积的和. 设棱柱的表面积、侧面积、底面积分别为 $S_{表}$、$S_{侧}$、$S_{底}$，则

$S_{表}=S_{侧}+2S_{底}$.

【棱柱的体积计算】 棱柱的体积等于它的底面积和高的乘积. 设棱柱

的底面积、高、体积分别为 S、h、V，则 $V=Sh$.



【圆锥】 用直角三角形的一条直角边为轴，把直角三角形旋转 $360°$，所得的几何体叫做直圆锥，简称圆锥.

圆锥的底面是圆；圆锥顶点到底面的距离叫做圆锥的高（图中的 VO）；圆锥的顶点与底面圆周上任意一点的连接线段叫做圆锥的母线（图中的 VA）.

【圆锥的底面】 见[圆锥].

【圆锥的高】 见[圆锥].

【圆锥的母线】 见[圆锥].

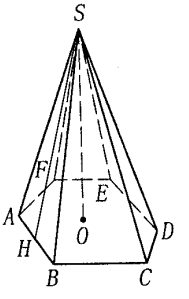
【圆锥的侧面积计算】 圆锥的侧面积等于它的底面的周长和母线长乘积的一半. 设圆锥的底面半径、母线、侧面积分别为 R、l、$S_{侧}$，则 $S_{侧}=\pi Rl$.

【圆锥的表面积计算】 圆锥的表面积等于它的侧面积与底面积的和. 设圆锥的底面半径、母线、表面积分别为 R、l、$S_{表}$，则

$S_{表}=\pi Rl+\pi R^2=\pi R(l+R)$.

【圆锥的体积计算】 圆锥的体积等于底面面积和高的乘积的三分之一. 设圆锥的底面积、高、体积分别为 S、h、V，则 $V=\frac{1}{3}Sh$.

如果已知圆锥的底面半径为 R，高为 h，则 $V=\frac{1}{3}\pi R^2h$.



【棱锥】 有一个面是多边形，其余各面是有一个公共顶点的三角形的多面体，叫做棱锥.

在棱锥里，多边形叫做棱锥的底面；有公共顶点的各个三角形叫做棱锥的侧面，两个相邻侧面的公共边叫做棱锥的侧棱；各侧面的公共顶点叫做棱锥的顶点；顶点到底面的距离叫做棱锥的高.

如果一个棱锥的底面是正多边形，并且顶点到底面的垂线足是底面正多边形的中心，这样的棱锥叫做正棱锥（如图）. 正棱锥的各个侧面是全等的等腰三角形. 各等腰三角形底边上的高相等，叫做正棱锥的斜高（图中的 SH）.

棱锥的底面有三角形、四边形等，分别叫做三棱锥、四棱锥等.

【正棱锥】 见[棱锥].

【正棱锥的斜高】 见[棱锥].

【棱锥的侧面积计算】 棱锥的所有侧面面积的和，叫做棱锥的侧面积. 正棱锥的侧面积等于它的底面的周长与斜高乘积的一半. 设棱锥的斜高、底面周长、侧面积分别为 l、C、$S_{侧}$，则

$$S_{侧}=\frac{1}{2}lC.$$

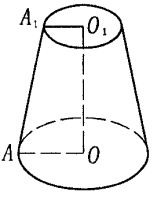
正棱锥的侧面积公式不适用于一般棱锥，因为一般棱锥的各侧面的斜高不一定完全相等，求一般棱锥的侧面积，需要把所有侧面三角形的面积分别求出，然后相加.

【棱锥的表面积计算】 棱锥的表面积等于它的侧面积与底面面积的和. 设棱锥的斜高、底面周长、侧面积、底面积、表面积分别为 l、C、$S_{侧}$、$S_{底}$、$S_{表}$，则

$$S_{表} = S_{侧} + S_{底} = \frac{1}{2}lC + S_{底}.$$

【棱锥的体积计算】 棱锥的体积等于它的底面面积和高的乘积的三分之一. 设棱锥的高、底面积、体积分别为 h、S、V，则 $V=\frac{1}{3}Sh$.

【圆台】 用直角梯形的垂直底边的腰为轴，把直角梯形旋转 $360°$，所得的几何体叫做圆台. 圆台上、下两个面是两个圆面，叫做圆台的底面；两个底面间的公垂线叫做圆台的高(图中的 O_1O)；曲面部分称为侧面；这个旋转的直角梯形不垂直于底的腰，叫做圆台的母线(图中的 A_1A).



【圆台的底面】 见[圆台].

【圆台的高】 见[圆台].

【圆台的母线】 见[圆台].

【圆台的侧面积计算】 圆台的侧面积等于它的两个底面周长的和与母线的长的乘积的一半. 设圆台上、下底面的半径、母线、侧面积分别为 R、R'、l、$S_{侧}$，则

$$S_{侧}=\frac{1}{2}(2\pi R+2\pi R')l=\pi(R+R')l.$$

【圆台的表面积计算】 圆台的表面积等于圆台的侧面积与两个底面面积的和. 设圆台的上、下两个底面的半径、母线、表面积分别为 R、R'、l、$S_{表}$，则 $S_{表}=\pi(Rl+R'l+R^2+R'^2)$.

【圆台的体积计算】 圆台的体积等于它的上、下底面面积以及它们的比例中项的和再乘以圆台的高的三分之一. 设圆台的上、下底面面积、高、体积分别为 $S_{上}$、$S_{下}$、h、V，则

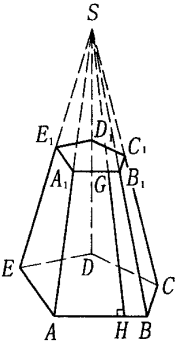
$$V=\frac{1}{3}h(S_{上}+S_{下}+\sqrt{S_{上}\,S_{下}}).$$

如果用 R、R'、h、V 分别表示圆台的上、下底面的半径、高、体积，则

$$V=\frac{1}{3}\pi h(R^2+R'^2+RR').$$

【棱台】 用一个平行于棱锥的底面的平面去截棱锥，底面与截面之间的部分，叫做棱台. 在棱台中，两个平行的面叫做棱台的底面；其他各面叫做

棱台的侧面；两个相邻侧面的公共边叫做棱台的侧棱；两个底面之间的公垂线，叫做棱台的高. 棱台各个侧棱的延长线相交于一点.



由正棱锥截成的棱台叫做正棱台. 正棱台的各个侧面是全等的等腰梯形，各等腰梯形的高相等，叫做正棱台的斜高(图中的 GH).

【正棱台】 见[棱台].

【正棱台的斜高】 见[棱台].

【棱台的侧面积计算】 棱台的所有侧面面积的和，叫做棱台的侧面积. 正棱台的侧面积等于它的两个底面周长的和与斜高乘积的一半. 设正棱台上、下底面的周长、斜高、侧面积分别为 C'、C、l、$S_{侧}$，则

$$S_{侧}=\frac{1}{2}(C'+C)l.$$

正棱台的侧面积公式不适用于一般棱台，因为一般棱台的各个侧面的斜高不一定完全相等. 求一般棱台的侧面积，需要把所有侧面梯形的面积分别求出，然后相加.

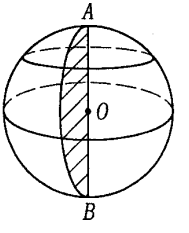
【棱台的表面积计算】 棱台的表面积等于它的侧面积与上、下两个底面面积的和. 设正棱台的斜高、上、下底面的周长、侧面积、上、下底面面积、表面积分别为 l、C'、C、$S_{侧}$、$S_{上}$、$S_{下}$、$S_{表}$，则

$$S_{表}=S_{侧}+S_{上}+S_{下}=\frac{1}{2}l(C'+C)+S_{上}+S_{下}.$$

【棱台的体积计算】 棱台的体积等于它的上、下底面的面积以及它们的比例中项之和再乘以棱台的高的三分之一. 设棱台的上、下两底面面积、高、体积分别为 $S_{上}$、$S_{下}$、h、V，则

$$V=\frac{1}{3}h(S_{上}+S_{下}+\sqrt{S_{上}S_{下}}).$$

棱台的体积一般还可以用截得棱台的大棱锥的体积减去所截小棱锥的体积求得.



【球】 以半圆的直径为轴，把半圆旋转 $360°$，所成的曲面叫做球面. 球面所围成的几何体叫做球体，简称球. 半圆的圆心叫做球心(图中的 O)；连接球心和球面上任意一点的线段，叫做球的半径(图中的 OA)；连接球面上两点并且经过球心的线段，叫做球的直径(图中的 AB). 旋转过程中，在各个位置上的半圆，叫做球面的母线(子午线). 半圆上的点旋转所成的圆，叫做球面

的平行圆. 被经过球心的截面截得的圆，叫做大圆；被不经过球心的截面截得的圆，叫做小圆.

【球面】 见[球].

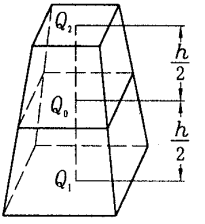
【球体】 见[球].

【球面的面积计算】 球面的面积等于它的大圆面积的四倍. 设球的半径、球面面积分别为 R、$S_{球}$，则 $S_{球}=4\pi R^2$.

【球的体积计算】 球的体积等于它的半径与球面面积乘积的三分之一. 设球的半径、直径、体积分别为 R、d、V，则

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3, \text{ 或 } V=\frac{1}{6}\pi d^3.$$

【拟柱体】 如果一个多面体有两个面互相平行，其他各面是梯形或三角形，这些梯形的上、下底边，或者三角形的顶点和底边，分别在平行的两个面上，这样的多面体叫做拟柱体(如图). 在拟柱体里，平行的两个面叫做拟柱体的底面；其他各面叫做拟柱体的侧面；两个底面间的公垂线，叫做拟柱体的高. 经过高的中点而平行于底面的截面，叫做拟柱体的中截面(图中的 Q_0)；相邻两个侧面的交线，叫做拟柱体的侧棱.



【拟柱体的中截面】 见[拟柱体].

【拟柱体的体积计算】 拟柱体的体积等于它的上、下底面的面积以及四个中截面面积的和再乘以拟柱体的高的六分之一. 设拟柱体的上、下两个底面和中截面的面积分别是 Q_1、Q_2、Q_0，高是 h，体积是 V，则

$$V=\frac{1}{6}h(Q_1+Q_2+4Q_0).$$

【测量】 用仪器来测定地形、天文、水文和物体位置等工作，统称测量. 测量有两种：一种是直接测量，如用尺量绳子的长；另一种是间接测量，如测量土地的面积，要先测量有关长度，算出面积，再折合成地积.

【测绘】 进行测量并把结果绘制成图，叫做测绘.

【步测】 在对测量的精确度要求不高，或没有测量工具时，用自己的脚步来测量两地的距离的方法，叫做步测. 练习步测时，先量出几十米长的一段距离，用均匀的步子沿着直线走上三、四次，记好每次走的步数，求出一步的平均长度. 然后向一个固定的目标走去，暗记步数，求出两地的距离，然后，应用工具测量，来验证步测准确程度.

【目测】 凭眼力和经验估测两地距离的方法，叫做目测. 练习目测时，先确定一段距离，在每隔 10 米的地方分别作出标记，看看 10 米、20 米、30 米……各是多远，并注意观察不同距离的实物能看清楚的程度，然后去掉标

记，指定若干个不同距离进行估计，再用工具测量，来验证目测准确程度.

【铅垂线】 地球重力作用方向的直线，即悬挂重物所形成的直线，叫做铅垂线. 铅垂线也叫做竖直线.

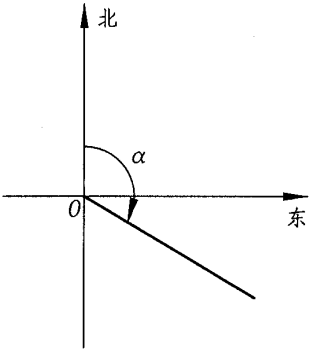
【水平面】 与铅垂线垂直的平面，叫做水平面.

【水平线】 位于水平面内的任何直线都叫做水平线.

【标杆】 测量用的工具，用木杆制成，上面涂有红白相间的油漆，主要用来指示测量点.

【标尺】 测量地面或建筑物的高度，或者标明水的深度用的有刻度的尺，叫做标尺.

【方位角】 从一条水平射线的端点的指北方向线，顺时针旋转到该射线所成的水平角叫做该射线的方位角，用以表示该射线的方向，它的数值范围是 $0°\sim360°$，如图中射线 OA 的方位角是 $135°$.



七、统计图表

【统计】 汇集同一范围内的若干事物，进行计算比较，以观察分析全体现象特征，叫做统计. 统计有两种方法：列表法，图示法.

【总体】 在统计工作中，所要考察的对象的全体，叫做总体. 其中每一个考察的对象，叫做个体. 从总体中取出的一部分个体，叫做总体的一个样本. 样本中个体的数目，叫做样本的容量.

【个体】 见[总体].

【样本】 见[总体].

【样本的容量】 见[总体].

【频数】 将样本按一定方法分成若干小组，每个小组内的样本个数，叫做频数.

【频率】 频数与样本容量的比值，叫做这个小组的频率.

【数据】 进行各种统计、计算、科学研究或技术设计等所依据的数值，叫做数据.

【数据处理】 把收集到的原始材料和数据，按照一定的要求，进行分类整理，这种方法，叫做数据处理.

【众数】 在总体中出现次数最多的数据，在统计中叫做众数. 众数也是平均数的一种. 例如，某厂某时期在市场上出售各种尺寸号码的棉毛衫数量

如下：

棉毛衫尺寸号码（厘米）	销售数量（万件）
80	3.2
85	6.5
90	18.4
95	4.3
100	1.6
105	0.1

其中，90 厘米的棉毛衫销售了 18.4 万件，它的销售量最高，因此 90 厘米的棉毛衫号码就是棉毛衫号码的众数. 这种众数对于商品的生产部门和商业部门都是必须了解的.

【中位数】 把调查到的数据按大小次序排列起来，中间位置的一个数据，在统计中叫做中位数. 中位数也是平均数的一种. 如果总体中的数据的个数是奇数时，中间位置的数据就是中位数；如果数据的个数是偶数时，一般把中间的两个数据的算术平均数，作为这些数据的中位数.

【图表】 表示各种情况和注明各种数字的图和表的总称. 如示意图、统计图、统计表等.

【统计表】 把生产和工作中所遇到的相互关联的数量，按照一定标准加以分类整理，并按照一定的顺序排列起来，制成表格，这种表格，叫做统计表. 它的作用是把数量发生、变化情况或者相互间的差别情况，显著地表示出来，以便于分析比较.

【统计表的结构】 (1) 总标题——统计的内容、名称；

(2) 表头——纵目与横目的内容类别；

(3) 纵目——表的横行所列举的统计项目，在表的最上方；

(4) 横目——表的纵行所列举的统计项目，在表的最左方；

(5) 资料来源、制表时间、填表人；

(6) 单位——若表内各种数据的单位相同，则填写；若不同，则不填写，而在表内每栏注明.

【统计表的制作规则】 (1) 根据统计材料，确定制表的目的和表的式样. 在决定表式时，对于表格分多少个项目，每一项目所占纸面的地位以及行间距离等，必须先进行总体设计，务使表格目的明确，眉目清楚，每栏或每行的大小适度，使表格整洁美观，一目了然.

(2) 材料的类别项目要简明，重要项目列在前面，次要项目列在后面. 如分大小项目的，应该把大项目写在上面，小项目写在下面.

(3) 重要项目之间,应用粗线或双线加以区分.

(4) 表中各个项目所含内容,不能重复.

(5) 表中项目和数字,应自左至右横写. 如遇特别重要的数字,可以用粗体书写,以使醒目.

(6) 总计、平均等项,应列在表的上面或前面.

(7) 不论何种表式,最好在表的后面加列"备注"或"附注"一栏,以便于在必要时,填入不属于其他各项的事实和说明.

(8) 表的总标题要简明概括,写在表格的上方中央.

(9) 表格的编号(如表 1,表 2)应写在总标题的一边.

(10) 资料来源与制表时间,应注明.

【单式统计表】 只对某一项目的数量进行统计的表格,叫做单式统计表,也叫做简单统计表. 例如,某学校各年级学生人数统计如下表:

××小学各年级学生人数统计表

2002 年 10 月

年级	一	二	三	四	五	六	合计
人数	95	102	88	97	142	151	675

【复式统计表】 统计项目在两个或两个以上的统计表格,叫做复式统计表,也叫做复合统计表. 例如,某厂 2002 年第一季度完成生产计划情况如下表:

××厂 2002 年第一季度完成生产计划情况统计表

2002 年 4 月

月份 / 生产情况	一	二	三	合　计
计划数(吨)	3000	3000	3100	9100
完成数(吨)	3150	3100	3240	9490
完成计划百分数	105%	103.3%	104.5%	104.3%

【统计图】 用点、线、面积来表示相互关联的数量关系的图形,叫做统计图. 统计图所表示的数量关系,比较形象直观,明白具体. 统计图通常分条形统计图、折线统计图、扇形统计图、象形统计图等.

【统计图的制作规则】 (1) 作图须从左到右,根据材料的最高和最低量,决定篇幅大小.

(2) 单位的选择要适当,并在总标题里表示出来.



（3）用彩色绘制时，同类量用同一种颜色表示，主要数量用特别醒目的颜色表示.

（4）要有总标题，总标题的题目要与图形所反映的内容相符.

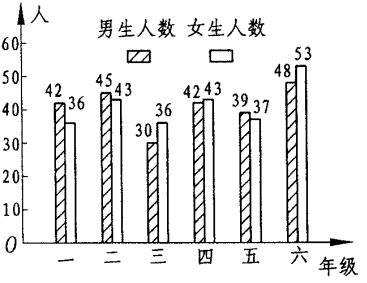
（5）注明资料来源与制图时间.

【条形统计图】 用一个单位长度表示一定的数量，根据数量的多少画成长短相应成比例的直条，并按一定的顺序排列起来，这样的统计图，叫做条形统计图. 条形统计图可以清楚地表明各种数量的多少.

制图时要注意其纵、横坐标轴必须有单位，如果比较的量不止一个，可以用复式统计图. 长短不同的条形线，表示不同的量，可以用不同的颜色表示；直条的宽窄必须一致. 例如，

育民小学各年级男女生人数统计图

2002 年 10 月

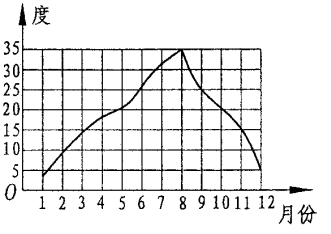


【折线统计图】 以折线的上升或下降来表示统计数量的增减变化情况的统计图，叫做折线统计图. 折线统计图不仅可以表示数量的多少，而且能够反映同一事物在不同时间里的发展变化情况.

制图时要注意其纵、横坐标轴必须有单位，用一个单位长度来表示一定的数量，根据数量的多少描出各点，然后把各点用线段顺次连接起来. 例如：

某地区 2002 年月平均气温变化情况统计图

2002 年 2 月



【扇形统计图】 以一个圆的面积表示事物的总体，以扇形面积表示各部分占总体的百分数的统计图，叫做扇形统计图. 又叫做百分比较图. 扇形统计图可以比较清楚地反映出部分与部分、部分与总体之间的数量关系.

制图时，要先算出各部分扇形圆心角的度数，然后根据需要取适当半径画圆，用量角器依次按圆心角把圆分成几个扇形，便成了扇形统计图.

例如，民主村 2000 年全年收入中，农业收入占 75%，副业收入占 20%，其他收入占 5%. 制成扇形统计图.

先算出农业收入、副业收入和其他收入三个扇形的圆心角的度数.

农业收入：

$$360^\circ\times 75\%=270^\circ,$$

副业收入：

$$360^\circ\times 20\%=72^\circ,$$

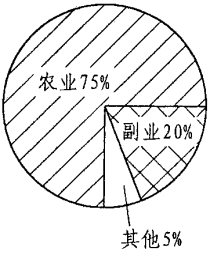
其他收入：

$$360^\circ\times 5\%=18^\circ.$$

用量角器在圆里量出三个扇形的圆心角的度数，就画出扇形统计图.

民主村 2000 年收入情况统计图

2002 年 3 月



【百分比较图】 见[扇形统计图].

八、现代数学思想

【集合】 是一个不定义的概念. 集合可以理解为具有某种属性的一些确定的对象所组成的全体. 集合简称集. 通常用大写字母 $A,B,C,\cdots$ 表示集合.

组成集合的每一个对象叫做该集合的元素，简称元. 通常用小写字母 $a,b,c,\cdots$ 表示集合的元素.

如果 a 是集合 A 的元素，记作 $a\in A$，“$\in$”读做“属于”.

如果 a 不是集合 A 的元素，记作 $a\notin A$，“$\notin$”读做“不属于”.

对于一个集合来说，一个对象要么属于这个集合(如 $a\in A$)；要么不属

于这个集合(如 $a\notin A$),二者必居其一,且仅居其一.

【元素】 见[集合].

【集合的表示法】 1. 列举法 列出集合的全部元素,并用大括号括起来.例如,

$A=\{a,b,c\}$,表示 A 是由 a,b,c 三个元素组成的集合.

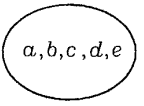
$B=\{1,2,3,\cdots,n,\cdots\}$,表示 B 是自然数集.

2. 描述法 给出集合中所有元素的共同特性.例如:

$C=\{a\mid a$ 是小于 10 的正偶数$\}$,表示 $C=\{2,4,6,8\}$.

$D=\{x\mid 2<x<10\}$,表示 D 是由 2 与 10 之间的一切实数组成的集合.

此外,还可以在一个集合的所有元素外画一个圈,直观地表示这个集合.这种用来表示集合的图形,叫做韦恩(Venn)图.例如,



表示这是由 a,b,c,d,e 五个元素组成的集合.

【集合的分类】 包含有限个元素的集合,叫做有限集合;元素的个数无限时,叫做无限集合.

两个集合 A 与 B 由相同元素所组成,即 A 的每个元素都属于 B,B 的每个元素都属于 A,就说集合 A 与集合 B 相等,记作 $A=B$.

如果集合 A 的每个元素都属于集合 B,就说 A 是 B 的子集合,记作 $A\subseteq B$,读做"A 包含于 B",或"B 包含 A".每一个集合都可以看作是它本身的子集,即对于任意集合 A,有 $A\subseteq A$.如果集合 A 的每个元素都属于 B,但集合 B 中至少有一个元素不在集合 A 中,就说 A 是 B 的真子集,记作 $A\subset B$.

不含任何元素的集合,叫做空集合,记作 $\varnothing$.单独一个元素 a 组成的集合 S,记作 $S=\{a\}$,或写成 $a\in S$,但不能写成 $a\subset S$,因为 a 本身不是一个集合,a 只是 S 的一个元素.

【有限集合】 见[集合的分类].

【无限集合】 见[集合的分类].

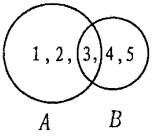
【子集】 见[集合的分类].

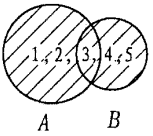
【空集】 见[集合的分类].

【集合的运算】 集合的并、交、补、差的运算,统称集合的运算.

1. 并集 由集合 A 与 B 中的所有元素组成的集合,叫做 A 与 B 的并集.记作 $A\cup B$,读做 A 并 B.

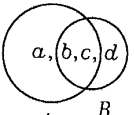
例如,设集合 $A=\{1,2,3\}$,$B=\{3,4,5\}$,则 $A\cup B=\{1,2,3,4,5\}$.在这里.集合 A、B 有一个共同的元素 3,根据定义,$A\cup B$ 的元素是 1,2,3,4,5.用韦恩图表示为

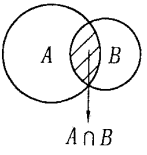




2. **交集**　由集合 A 与 B 的所有共同元素组成的集合，叫做 A 与 B 的交集. 记作 $A\cap B$，读做“A 交 B”.

例如，设集合 $A=\{a,b,c\}$，$B=\{b,c,d\}$，则 $A\cap B=\{b,c\}$. 用韦恩图表示为

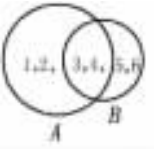


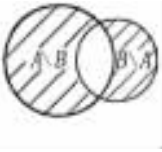


如果 A 与 B 没有公共元素，即它们的交集是空集，就说集合 A 与集合 B 不相交. 即 $A\cap B=\varnothing$.

3. **差集**　由属于集合 A 但不属于集合 B 的所有元素组成的集合，叫做 A 与 B 的差集. 记作 $A\backslash B$.

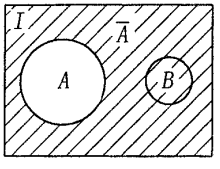
例如，设集合 $A=\{1,2,3,4\}$，集合 $B=\{3,4,5,6\}$，则 $A\backslash B=\{1,2\}$，$B\backslash A=\{5,6\}$. 用韦恩图表示为

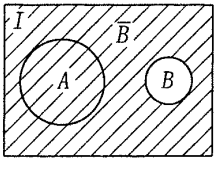




4. **补集**　一个集合可以有几个子集合，这个集合相对于它的子集合来说，叫做全集合，用 I 表示. 如果 A 是 I 的子集，I 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做 A 的补集（或余集）. 记作 $\overline{A}$，读作“A 补”. 即 $\overline{A}=\mathrm{I}\backslash A$.

例如，设集合 $\mathrm{I}=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{1,2,3\}$，$B=\{6,7\}$，则 $\overline{A}=\{4,5,6,7\}$，$\overline{B}=\{1,2,3,4,5\}$. 用韦恩图表示是：







【并集】 见[集合的运算].

【交集】 见[集合的运算].

【差集】 见[集合的运算].

【补集】 见[集合的运算].

【等价集合】 一一对应关系的两个集合,叫做等价集合.

例如,设 $A=\{1,2,3,4\}$,$B=\{a,b,c,d\}$

建立对应 f:1,2,3,4,

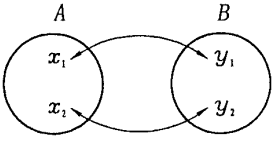
↕ ↕ ↕ ↕

$a,b,c,d.$

这个对应 f 是一一对应,所以集合 A 与 B 是等价集合. 记作 $A\sim B$.

【对应】 对于给定的集合 A 与 B,如果存在一个法则 f,对于集合 A 的任意一个元素 a,根据法则 f,得到集合 B 中的元素 b,那么,就把这个法则 f 叫做从 A 到 B 的一个对应. 记作:$f:a\to b=f(a)$(或 $A\xrightarrow{f}B$).

【一一对应关系】 如果集合 A 与 B 的元素可以这样配合起来,使对于集合 A 中的每一个元素有另一个集合 B 中的一个确定的元素与它对应,而且反过来也对应,那么,集合 A 与 B 的元素的关系,称为一一对应关系.



【函数】 如果对于变量 x 在某一范围内的每一个确定的值. 变量 y 都有唯一确定的值和它对应,那么就把 y 叫做 x 的函数. x 叫做自变量,y 叫做因变量.

【常量】 在某个过程中,数值固定不变的量,叫做常量. 例如,半径为 r 的圆的面积为 πr^2,其中 π 和 2 都是常量.

【变量】 在某一过程中,可以取不同数值的量,叫做变量. 例如,在研究某物体作匀速直线运动的过程中,时间和物体运动的距离都是变量.

【概率】 亦称“或然率”、“几率”,概率论的基本概念. 在社会和自然界中,某一类事件在相同的条件下可能发生也可能不发生,这类事件称为“随机事件”. 例如,在一批包括 5 种等级的产品中任取一件,所取得的产品是一个 2 等品,就是随机事件. 又如,一只口袋装 2 只黑球,一只白球和一只红球,这四只球大小形状、重量完全一样,从袋内任取一球,所取得的球是红球,也是一个随机事件,不同的随机事件发生的可能性的大小是不相同的,概率就是用来表示随机事件发生可能性的大小的一个量. 很自然地把必然发生的事件的概率规定为 1,并把不可能发生的事件的概率规定为 0,而一

般随机事件的概率介于 0 与 1 之间的一个数. 如上例中任取一球为白球的概率为$\frac{1}{4}$,取红球的概率也为$\frac{1}{4}$,而取得黑球的概率则为$\frac{1}{2}$.

概率愈大表示该事件发生的可能性也愈大.

【随机事件】【见概率】

【形式逻辑】 形式逻辑是研究思维的形式及其规律的科学. 学习形式逻辑可以帮助我们提高思维能力,正确地严密地表达思想. 形式逻辑包括概念,判断,推理,证明或反驳四个内容.

【概念】 反映客观事物的本质属性的一种思维形式. 人们通过实践,从对象的许多属性中,撇开非本质属性,抽出本质属性加以概括,就成概念.

在逻辑上,把概念所反映的对象的本质属性,叫做概念的内涵. 具有概念所反映的本质属性的对象,叫做概念的外延. 例如,平行四边形这一概念的内涵,包括一切平行四边形所共有的两个本质属性:有四条边,两组对边分别平行. 它的外延是一般平行四边形、矩形、菱形、正方形等一切对象的总体.

【概念的内涵】 见[概念].

【概念的外延】 见[概念].

【判断】 判断是对思维对象有所断定的一种思维形式. 符合事实的判断就是真的,不符合事实的判断就是错的.

【命题】 表达一个判断的语句,叫做命题. 一个命题的正确与否是可以加以判别的. 凡正确的命题叫做真命题,如等边三角形的每个内角都等于 60°. 凡不正确的命题叫做假命题. 如平行四边形的对边不相等.

【真命题】 见[命题].

【假命题】 见[命题].

【命题的充分必要条件】 (1) 充分条件 如果命题"若 A 则 B"成立,就说 A 是 B 的充分条件. 也就是说,有了条件 A,就可以充分保证结论 B 的成立.

例如,如果 $a=0$,那么 $ab=0$. 在这个命题里,$a=0$ 是 $ab=0$ 成立的充分条件. 因为只要 $a=0$,不论 b 是否为零,就足以使 $ab=0$ 成立.

应该指出,具备条件 A,结论 B 一定成立. 但不具备条件 A,结论 B 仍可能成立. 例如,当 $b=0$ 时,$ab=0$ 仍可成立.

(2) 必要条件 如果命题"若非 A 则非 B"成立,就说 A 是 B 的必要条件. 也就是说,要结论 B 成立,必须具备条件 A.

例如,"四条边相等"这个条件是"四边形为正方形"这个结论的必要条件,因为缺少这个条件时,四边形就不是正方形.

应该指出，当条件 A 不具备时，结论 B 不成立；但当条件 A 具备时，结论 B 也不一定成立. 例如，当四边相等时，这个四边形可能是菱形，不一定是正方形.

(3) **充要条件** 如果 A 是 B 的充分条件，又是 B 的必要条件，那么 A 就是 B 的充分必要条件，简称充要条件. 例如，“两组对边分别相等”是“四边形为平行四边形”的充要条件.

【充分条件】 见[命题的充分必要条件].

【必要条件】 见[命题的充分必要条件].

【充要条件】 见[命题的充分必要条件].

【推理】 推理是判断与判断之间的一种联系. 在数学中，推理就是从一个或者几个已知的命题，得出一个新的命题的思维过程. 推理一般分为演绎推理和归纳推理.

【演绎推理】 演绎推理是从一般性的前提，推出特殊性的结论的推理方法. 简单地说，就是从一般到特殊的推理.

三段论法是演绎推理的一种形式. 所谓三段论法，就是从两个已知的命题得出第三个命题的一种推理方法. 前两个命题是前提，通常称第一个命题为大前提，第二个命题为小前提，最后一个命题是结论. 所以，这一个推理包含两个部分，共三个命题. 例如，凡各个数位上的数字之和是 3 的倍数的整数，一定能被 3 整除(大前提)，而 1425 各位上数字之和是 12，12 是 3 的倍数(小前提)，所以 1425 能被 3 整除(结论).

【三段论法】 见[演绎推理].

【归纳推理】 归纳推理是从特殊性的前提，推出一般性的结论的推理方法. 简单地说，是从特殊到一般的推理.

归纳推理常用的是枚举法，即从某类事物中所观察过的现象，得出这类所有对象都具有这种现象的推理. 例如，在求等差数列前 n 项和时，先举出几个等式，观察这些等式的共同性质，而后得出公式：

$S=\frac{1}{2}n(a_1+a_n)$. (n，a_1，a_n 依次是项数、首项、末项)

即 $1+2+3+4=10=\frac{1}{2}\times4\times(1+4)$；

$1+2+3+4+5=15=\frac{1}{2}\times5\times(1+5)$；

$2+4+6+8=20=\frac{1}{2}\times4\times(2+8)$.

从这些等式可以看出，用项数乘首项与末项的和，再除以 2，就得出等差数列的前 n 项的和. 用公式表示，就是：

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \frac{1}{2}n(a_1 + a_n).$$

【证明】 用一个或几个真实判断确定另一判断真实性的思维过程，叫做证明. 也叫做论证.

证明由论题、论据、论证过程组成. 在一个证明中，真实性需要确立的命题，叫做论题；为了证明论题的正确所引用的命题，叫做论据；从论据到论题的推理过程，叫做论证过程.

论证过程只用到演绎推理的，叫做演绎论证；只用到归纳推理的，叫做归纳论证.

论证还可以分为直接论证和间接论证. 从正面来论证命题的真实性的，叫做直接论证. 在一个特定条件下，通过否定其他命题来证明论题的真实性的，叫做间接论证. 常用的间接论证有反证法(或归谬法)与穷举法(或淘汰法).

反证法是当我们要论证一个论题的真实性的时候，先假定与这个论题的矛盾论题是真的，然后从矛盾论题中推出明显的荒谬结果来，因此否定矛盾论题，证明原论题是真实的.

穷举法是假定针对某一个问题而言，只有几种可能的情况，在论证时，先去论证除论题以外的所有其他各种可能的情况都是虚假的，即把论题以外的其他各种可能的情况一一淘汰掉，从而得到了论题的真实性.

反驳也是一种论证，它是用一个论证来推翻另一个论证. 一般的只要举出一个与论题相反的例子，就可以证明论题是不真实的.

【论证】 见[证明].

【演绎论证】 见[证明].

【归纳论证】 见[证明].

【直接论证】 见[证明].

【间接论证】 见[证明].

【反证法】 见[证明].

【归谬法】 见[证明].

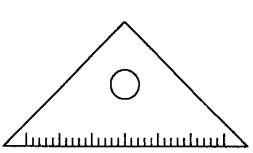
【穷举法】 见[证明].

【淘汰法】 见[证明].

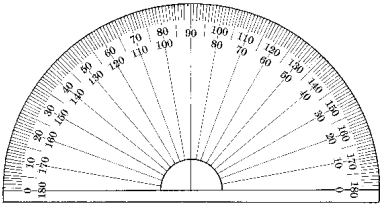
【反驳】 见[证明].

九、其他

【三角板】 绘直线用的工具. 为直角三角形的薄板. 两块为一副. 一块的两锐角都是 45 度，另一块的两锐角为 30 度及 60 度.



【量角器】 度量角的大小的工具.通常为半圆形的薄片,也叫做“半圆仪”.它是把半圆平均分成 180 份,每一份所对的角叫做 1 度的角.量角器的刻度由两个半圈组成,按逆时针方向,内圈刻度由 0°到 180°;外圈刻度由 180°到 0°.用量角器量角的时候, 把量角器放在角的一边上面,使量角器的



圆心和角的顶点重合,零度刻度线和角的一边重合,角的另外一边所对的量角器上的刻度,就是这个角的度数.

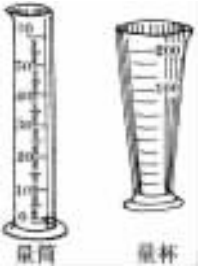
【圆规】 画圆用的绘图工具.有两股,上端铰接,下端可随意分开或合拢,以调整所绘圆弧半径的大小.一股末端为针尖,绘圆时插在圆心所在的位置;另一股末端可装入绘铅笔线或墨线的脚,绕针尖转动此脚,即可绘出圆弧.



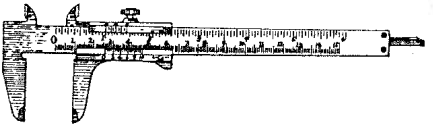
【量具】 计量和检验用的器具的简称.如在机械制造中计量长度的量块、尺和各种比较仪等;检验工作的量规和平尺等.

【量筒】 具有刻度的圆柱形量器,用来量取液体体积.它的大小视用途而有不同.一般用玻璃制成,供特殊使用者可用塑料制成.另有一种具有刻度的锥形量器,称为量杯.

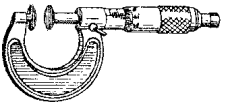
【量杯】 见[量筒].



【游标卡尺】 用来测量机器零件或工件的内外直径或厚度等的量具,精密度可达 0.02 毫米.

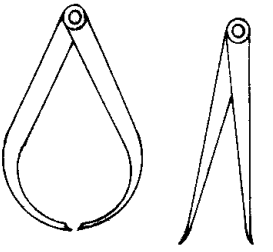


【千分尺】 利用螺旋原理制成的精密量具. 测量精度达 0.01 毫米. 也叫“分厘卡”.



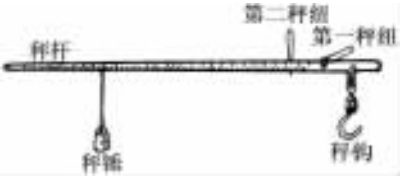
【分厘卡】 见[千分尺].

【卡钳】 用来测量或比较机件内外直径或两端距离的量具. 两卡脚可以开合,开口的尺寸可用另外的钢尺量出. 有外卡和内卡两种.

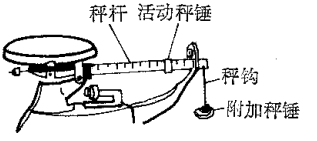


【秤】 计量物体重量的器具. 常用的有杆秤、台秤、天平等.

(1) 杆秤 杆秤的秤杆上方和内侧有刻度,叫秤花. 大秤花表示斤,小秤花表示两. 秤杆右端有秤钩和两根秤纽,右手执秤纽称物,左手移动秤锤(秤砣)系绳,使秤杆平衡,若执第一秤纽则看上面的秤花,若执第二秤纽则看内侧的秤花,按秤花测定物体的重量.

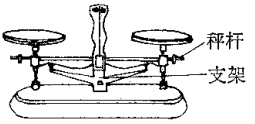


(2) 台秤 台秤有固定的底座. 小型的放在台子上使用(大型的放在地上). 称物品时,移动秤杆上的“活动秤锤”,使秤杆平衡,称出物品的重量.



(3) 天平 用来衡量物体质量(重量)的一种仪器. 根据杠杆原理制成.

采用砝码，使天平左右平衡，根据砝码重量来确定物体的重量.



【杆秤】 见[秤].

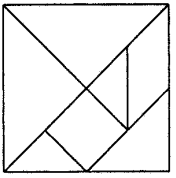
【台秤】 见[秤].

【天平】 见[秤].

【砝码】 在天平上称量物品时衡定物重的标准. 因天平类型不同，所用砝码的质料和规格也各不同. 如分析天平用的砝码，重 1 克或大于 1 克的，常用黄铜制成；1 克以下的，常用铝合金制成，丝状小砝码，常用白金制成.

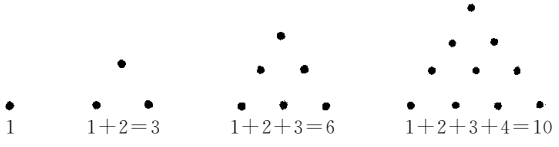
【罗盘】 也叫“指南针”. 指示方位的一种仪器. 由有方位刻度的圆盘和中间装置一根可以水平转动的磁针构成. 静止时，大致指南、北方向.

【七巧板】 又称智慧板. 是我国古代的一种拼板玩具，广泛流传于世界各国，在国外被称为唐图，意即中国的图板.



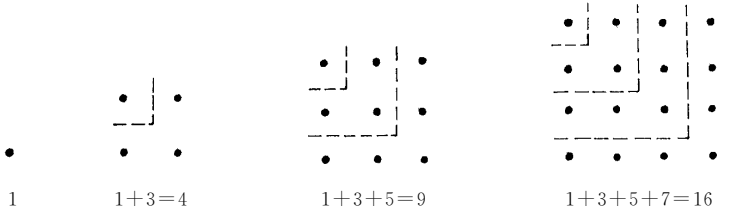
七巧板是把一块正方形薄板分割成如图所示的七小块，然后用这七小块可以拼成各种形状的图形. 例如，可以拼成汉字、汉语拼音字母、动物、工具、器具、建筑物等.

【三角形数】 能够表示成三角形的形状的总数量的自然数，叫做三角形数. 如图中的 1，3，6，10，…都是三角形数.



【正方形数】 能够表示成正方形的形状的总数量的自然数，叫做正方形数. 如图中的 1，4，9，16，…都是正方形数.

一个正方形数，可以表示成从 1 到某个奇数的连续奇数相加. 例如：



【纵横图】 将从 1 到 n^2 的自然数排成纵横各有 n 个数的正方形，使在同一行、同一列或同一对角线上 n 个数的和都相等，这样布列的方阵，称为 n 阶纵横图. 也称“幻方”. 如图为三阶纵横图.

2	7	6
9	5	1
4	3	8

【幻方】 见[纵横图].



第二部分 题 解

一、数的计算

1. 整数、小数、分数四则和乘方、开方的式题计算

(1) 只含第一级运算的式题计算

1. 计算： $5649-3217+1529+3264$.

解 题中只含有第一级运算，按照从左到右的顺序，依次进行计算.

$$\begin{aligned}&5649-3217+1529+3264\\=&2432+1529+3264\\=&3961+3264\\=&7225.\end{aligned}$$

2. 计算： $4.735+14.95-2.121-3.12+0.516$.

解 小数加减法的运算顺序与整数加减法相同. 在计算小数加减法的时候，要注意把小数点对齐.

$$\begin{aligned}&4.735+14.95-2.121-3.12+0.516\\=&19.685-2.121-3.12+0.516\\=&17.564-3.12+0.516\\=&14.444+0.516\\=&14.96.\end{aligned}$$

3. 计算： $\frac{2}{3}+\frac{7}{12}-\frac{3}{10}+\frac{9}{20}$.

解 在计算分数加减法的时候，要先通分，然后分子相加减，分母不变.

$$\begin{aligned}&\frac{2}{3}+\frac{7}{12}-\frac{3}{10}+\frac{9}{20}\\=&\frac{40}{60}+\frac{35}{60}-\frac{18}{60}+\frac{27}{60}\\=&\frac{84}{60}\end{aligned}$$

$=1\frac{2}{5}$.

(2) 只含第二级运算的式题计算

4. 计算：$3780\div105\times75\div54$.

解　题中只含有第二级运算，按照从左到右的顺序，依次进行计算.

$$\begin{aligned}&3780\div105\times75\div54\\=&36\times75\div54\\=&2700\div54\\=&50.\end{aligned}$$

5. 计算：$3\frac{3}{4}\times4\frac{4}{5}\div4\frac{1}{2}\div\frac{1}{15}$.

解　在计算分数乘除法的时候，先把除法改成乘法（除数的分子、分母颠倒），然后先约分，再相乘.

$$\begin{aligned}&3\frac{3}{4}\times4\frac{4}{5}\div4\frac{1}{2}\div\frac{1}{15}\\=&\frac{15}{4}\times\frac{24}{5}\times\frac{2}{9}\times15\\=&60.\end{aligned}$$

(3) 四则式题计算

① 不含有括号的式题计算

6. 计算：$54\div18+41\times3$.

解　题中含有多种运算，在书写递等式时，可以先写出第二级运算的结果，再写出第一级运算的结果，使递等式简化.

$$\begin{aligned}&54\div18+41\times3\\=&3+123\\=&126.\end{aligned}$$

7. 计算：$3\frac{1}{2}\times0.74+3.6\div1\frac{1}{2}$.

解 1　$3\frac{1}{2}\times0.74+3.6\div1\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned}=&\frac{7}{2}\times\frac{74}{100}+\frac{36}{10}\times\frac{2}{3}\\=&2\frac{59}{100}+2\frac{2}{5}\\=&4\frac{99}{100};\end{aligned}$$

解 2　$3\frac{1}{2}\times0.74+3.6\div1\frac{1}{2}$

$=3.5\times0.74+3.6\div1.5$

$=2.59+2.4$

$=4.99$；

解3 $3\frac{1}{2}\times0.74+3.6\div1\frac{1}{2}$

$=\frac{7}{2}\times0.74+3.6\times\frac{2}{3}$

$=2.59+2.4$

$=4.99.$

说明　式题中有分数，又有小数，解题时可以用分数解，也可以用小数解. 在乘除法计算中，可以直接相乘除；在加减法计算中，一般能把分数化成有限小数的，用小数解比较方便，不能化成有限小数的，需用分数解.

8. **计算**：$25.5\times20-3.14\times8^2\times2.$

解　题中既含有第一、第二级运算，又含有第三级运算，先算第三级运算，再算第一、第二级运算.

$25.5\times20-3.14\times8^2\times2$

$=25.5\times20-3.14\times64\times2$

$=510-401.92$

$=108.08.$

② 含有括号（包括括线）的式题计算

9. **计算**：$863.24-(38.46+5.36)\div2.$

解　题中含有小括号，先算括号里面的算式.

$863.24-(38.46+5.36)\div2$

$=863.24-43.82\div2$

$=863.24-21.91$

$=841.33.$

10. **计算**：$1\frac{4}{7}\div\left(\frac{1}{5}+2.4\div2\frac{2}{3}\right).$

解　在有括号的算式里，括号里面的运算顺序，仍按先算第二级运算，后算第一级运算进行.

$1\frac{4}{7}\div\left(\frac{1}{5}+2.4\div2\frac{2}{3}\right)$

$=1\frac{4}{7}\div\left(\frac{1}{5}+0.9\right)$

$=1\frac{4}{7}\div1.1$

$=1\frac{3}{7}$.

11. **计算**：$\left(2\frac{1}{4}-1\frac{3}{5}\right)\times 1.6\div\left(182\times\frac{1}{7}\right)$.

解　题中前后有两个小括号，可以同时进行计算.

$$\left(2\frac{1}{4}-1\frac{3}{5}\right)\times 1.6\div\left(182\times\frac{1}{7}\right)$$

$$=\frac{13}{20}\times 1.6\div 26$$

$$=\frac{1}{25}.$$

12. **计算**：$\left(8\frac{2}{5}-10.5\times\frac{4}{5}\right)\div\left(5.75+2\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$.

解　$\left(8\frac{2}{5}-10.5\times\frac{4}{5}\right)\div\left(5.75+2\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$

$=\left(8\frac{2}{5}-8.4\right)\div\left(5.75+2\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$

$=0\div\left(5.75+2\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$

$=0$.

说明　0 乘以或除以任何数的结果是 0，因此当因数或被除数是 0 时，可以不必再算另一个因数或除数的结果.

13. **计算**：$384\times[150\div(50-25)]-48$.

解　题中既有小括号，又有中括号，先算小括号里面的，再算中括号里面的.

$$384\times[150\div(50-25)]-48$$

$=384\times[150\div 25]-48$

$=384\times 6-48$

$=2304-48$

$=2256$.

14. **计算**：$\frac{1}{3}-\left\{\frac{1}{3}-\left[\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)\right]\right\}$.

解　题中既有小括号、中括号，又有大括号，要先算小括号里面的，再算中括号里面的，最后算大括号里面的.

$$\frac{1}{3}-\left\{\frac{1}{3}-\left[\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)\right]\right\}$$

$=\frac{1}{3}-\left\{\frac{1}{3}-\left[\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right]\right\}$

$$=\frac{1}{3}-\left\{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right\}$$

$$=\frac{1}{3}-\frac{1}{6}$$

$$=\frac{1}{6}.$$

15. **计算**：$\left\{\left[1\frac{11}{12}-\left(0.75+\frac{7}{20}\right)\right]\div 0.25+\frac{2}{5}\right\}\div 1\frac{5}{7}$.

解　$\left\{\left[1\frac{11}{12}-\left(0.75+\frac{7}{20}\right)\right]\div 0.25+\frac{2}{5}\right\}\div 1\frac{5}{7}$

$$=\left\{\left[1\frac{11}{12}-1.1\right]\div 0.25+\frac{2}{5}\right\}\div 1\frac{5}{7}$$

$$=\left\{\frac{49}{60}\div 0.25+\frac{2}{5}\right\}\div 1\frac{5}{7}$$

$$=\left\{3\frac{4}{15}+\frac{2}{5}\right\}\div 1\frac{5}{7}$$

$$=3\frac{2}{3}\div 1\frac{5}{7}$$

$$=2\frac{5}{36}.$$

16. **计算**：

$$1\frac{8}{25}\div\left\{1.17\div 1.3+8.4\times\frac{6}{7}\times[6-(\overline{2.3+5\div 6.25}\times 7)\div(8\times 0.0125+6.9)]\right\}.$$

解　**题中含有括线，要先算括线部分，再按小括号、中括号、大括号的顺序进行计算.**

$$1\frac{8}{25}\div\left\{1.17\div 1.3+8.4\times\frac{6}{7}\times[6-(\overline{2.3+5\div 6.25}\times 7)\div(8\times 0.0125+6.9)]\right\}$$

$$=1\frac{8}{25}\div\left\{1.17\div 1.3+8.4\times\frac{6}{7}\times[6-(3.1\times 7)\div(8\times 0.0125+6.9)]\right\}$$

$$=1\frac{8}{25}\div\{0.9+7.2\times[6-21.7\div 7]\}$$

$$=1\frac{8}{25}\div\{0.9+7.2\times 2.9\}$$

$$=1\frac{8}{25}\div\{0.9+20.88\}$$

$$= 1\frac{8}{25} \div 21.78$$

$$= \frac{2}{33}.$$

(4) **开平方与开立方**

17. **求** 7396 **的平方根.**

解　因为一位数的平方数是一位数或两位数,两位数的平方数是三位数或四位数,所以四位数 7396 **的平方根必定是两位数.**

因为 $80^2 = 6400, 90^2 = 8100$**,所以所求平方根的十位数字应该是** 8.

设所求平方根的个位数字为 a**,则**

$$7396 = (80 + a)^2 = 80^2 + 2 \times 80 \times a + a^2.$$

等式两边同减去 80^2**,得**

$$7396 - 6400 = 2 \times 80 \times a + a^2.$$

即

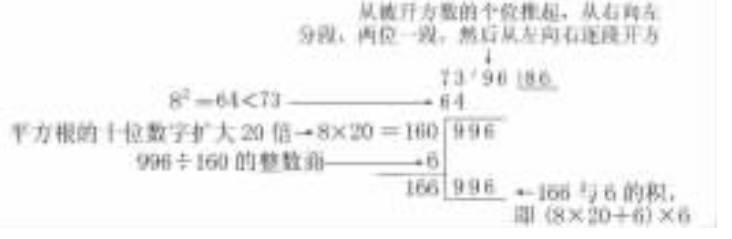
$$996 = 8 \times 20 \times a + a^2 = (8 \times 20 + a)a.$$

因为 $8 \times 20 > a$**,所以,**a **应不大于** $996 \div (8 \times 20)$**的整数商** 6. **令** $a = 6$,

$$(8 \times 20 + 6) \times 6 = 996.$$

因此所求平方根的个位数字为 6,7396 **的平方根为** 86,

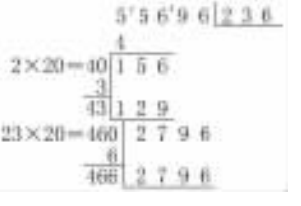
7396 **的平方根可用竖式计算如下:**



$$\therefore \quad \sqrt{7396} = 86.$$

18. **求** 55696 **的平方根.**

解



$$\therefore \quad \sqrt{55696} = 236.$$

19. 求 22.2784 的平方根.

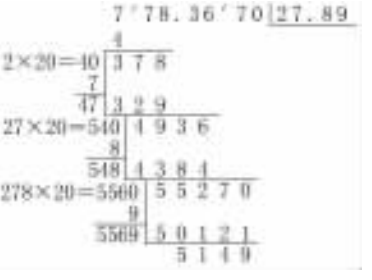
解



∴ $\sqrt{22.2784}=4.72$.

20. 求 778.367 的平方根(精确到 0.1).

解



∴ $\sqrt{778.367}\approx 27.9$.

21. 求 474552 的立方根.

解 474552 是六位数，它的立方根应是两位数. 因为 $70^3=343000$，$80^3=512000$，所以所求立方根的十位数字是 7，设个位数字是 a，则

$$474552=(70+a)^3=70^3+3\times 70^2\times a+3\times 70\times a^2+a^3.$$

等式两边同减去 70^3，得

$$474552-343000=3\times 70^2\times a+3\times 70\times a^2+a^3,$$

即

$$131552=3\times 70^2\times a+3\times 70\times a^2+a^3$$
$$=a(3\times 70^2+3\times 70\times a+a^2),$$

其中，$3\times 70^2>3\times 70\times a>a^2$.

因此，a 应不大于 $131552\div(3\times 70^2)$的整数商 8. 令 $a=8$，

$$8\times(3\times 70^2+3\times 70\times 8+8^2)=131552.$$

由此可知，立方根的个位数字是 8，所求立方根是 78.

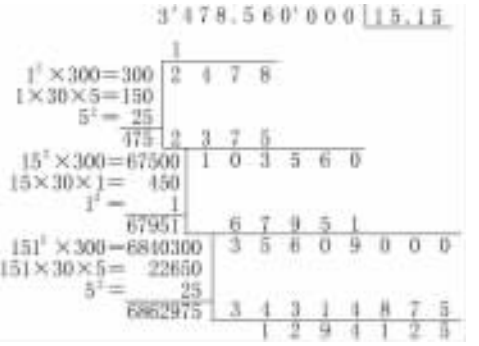
474552 的立方根可用竖式计算如下：



∴ $\sqrt[3]{474552}=78$.

22. **求** 3478.56 **的立方根(保留一位小数)**.

解



∴ $\sqrt[3]{3478.56}\approx 15.2$.

(5) **繁分数化简**

23. **化简**：$\dfrac{\frac{3}{5}+\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{5}}$.

解 1　运用分数的基本性质进行化简.

$$\frac{\frac{3}{5}+\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{5}}=\frac{\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{5}\right)\times 5}{\left(1-\frac{1}{5}\right)\times 5}$$

$$=\frac{3+1}{5-1}=\frac{4}{4}=1;$$

解 2　运用分数除法进行化简.

$$\frac{\frac{3}{5}+\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{5}}=\frac{\frac{4}{5}}{\frac{4}{5}}=\frac{4}{5}\div\frac{4}{5}=1.$$



24. **化简**：$\dfrac{\frac{1}{4}+\frac{1}{3}}{1\frac{4}{5}-1\frac{1}{3}}$.

解 1 $\dfrac{\frac{1}{4}+\frac{1}{3}}{1\frac{4}{5}-1\frac{1}{3}}=\dfrac{\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)\times 60}{\left(1\frac{4}{5}-1\frac{1}{3}\right)\times 60}$

$=\dfrac{15+20}{108-80}=\dfrac{35}{28}=1\dfrac{1}{4}$；

解 2 $\dfrac{\frac{1}{4}+\frac{1}{3}}{1\frac{4}{5}-1\frac{1}{3}}=\dfrac{\frac{7}{12}}{\frac{7}{15}}=\dfrac{7}{12}\div\dfrac{7}{15}$

$=\dfrac{7}{12}\times\dfrac{15}{7}=1\dfrac{1}{4}$.

说明　繁分数的化简方法，可以运用分数的基本性质，也可运用分数除法进行计算，化简时可以灵活掌握运用.

25. **化简**：$\dfrac{1\frac{2}{3}\times 1\frac{3}{4}\times 1\frac{5}{6}}{2\frac{1}{3}\div\frac{4}{11}\times 4\frac{1}{6}}$.

解 1 $\dfrac{1\frac{2}{3}\times 1\frac{3}{4}\times 1\frac{5}{6}}{2\frac{1}{3}\div\frac{4}{11}\times 4\frac{1}{6}}$

$=\dfrac{\frac{5}{3}\times\frac{7}{4}\times\frac{11}{6}}{\frac{7}{3}\times\frac{11}{4}\times\frac{25}{6}}=\dfrac{\frac{385}{72}}{\frac{1925}{72}}=\dfrac{385}{72}\times\dfrac{72}{1925}=\dfrac{1}{5}$；

解 2 $\dfrac{1\frac{2}{3}\times 1\frac{3}{4}\times 1\frac{5}{6}}{2\frac{1}{3}\div\frac{4}{11}\times 4\frac{1}{6}}=\dfrac{\frac{5}{3}\times\frac{7}{4}\times\frac{11}{6}}{\frac{7}{3}\times\frac{11}{4}\times\frac{25}{6}}=\dfrac{\frac{5\times 7\times 11}{3\times 4\times 6}}{\frac{7\times 11\times 25}{3\times 4\times 6}}$

$=\dfrac{5\times 7\times 11}{3\times 4\times 6}\times\dfrac{3\times 4\times 6}{7\times 11\times 25}$

$=\dfrac{1}{5}$.

26. **化简**：$\dfrac{\frac{1}{4}\times 3.14\times 120}{0.14\times 2\frac{3}{10}}$.

解 运用分数的基本性质，使繁分数的分子、分母都成整数，然后进行计算.

$$\frac{\frac{1}{4}\times 3.14\times 120}{0.14\times 2\frac{3}{10}}$$

$$=\frac{\left(\frac{1}{4}\times 3.14\times 120\right)\times 40\times 100}{\left(0.14\times\frac{23}{10}\right)\times 40\times 100}$$

$$=\frac{10\times 314\times 120}{14\times 23\times 4}$$

$$=292\frac{88}{161}.$$

27. **化简**：$\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{4}}}$.

解 $\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{4}}}=\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{\frac{13}{4}}}=\dfrac{1}{2+\frac{4}{13}}$

$$=\frac{1}{2\frac{4}{13}}=1\div 2\frac{4}{13}=1\times\frac{13}{30}=\frac{13}{30}.$$

28. **化简**：$\dfrac{3}{3+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{3}}}}$.

解 $\dfrac{3}{3+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{3}}}}=\dfrac{3}{3+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{3\frac{1}{3}}}}$

$$=\frac{3}{3+\dfrac{1}{3+\frac{3}{10}}}=\frac{3}{3+\dfrac{1}{3\frac{3}{10}}}=\frac{3}{3+\frac{10}{33}}$$

$$=\frac{3}{3\frac{10}{33}}=3\div 3\frac{10}{33}=3\times\frac{33}{109}$$

$=\frac{99}{109}$.

29. **计算**：$2-\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1-\frac{1}{2}}}$.

解 $2-\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1-\frac{1}{2}}}=2-\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\frac{1}{2}}}$

$=2-\frac{1}{1+2}=2-\frac{1}{3}=1\frac{2}{3}$.

2. 运算定律、性质的应用 简便计算）

(1) 加法交换律、结合律的运用

30. **计算**：$437+548+63$.

解 运用加法交换律：$a+b=b+a$，加法结合律

$(a+b)+c=a+(b+c)$，得

$$\begin{aligned}&437+548+63\\=&437+63+548\\=&500+548\\=&1048.\end{aligned}$$

31. **计算**：$27+(43+30+45)$.

解 运用加法结合律

$(a+b)+c=a+(b+c)$，得

$$\begin{aligned}&27+(43+30+45)\\=&(27+43)+30+45\\=&70+30+45\\=&100+45\\=&145.\end{aligned}$$

32. **计算**：$11+12+13+14+15+16+17$.

解 1 $11+12+13+14+15+16+17$

$=(11+12+15)+(14+16)+(13+17)$

$=38+30+30$

$=98$；

解 2 $11+12+13+14+15+16+17$

$=(11+17)+(12+16)+(13+15)+14$

$=28\times3+14$

$=98.$

说明　以上运用运算定律改变运算顺序，目的是“凑十”，使运算简便，这种方法称为“凑十法”.

33. 计算： $5.39+1\frac{2}{7}+4.61+\frac{5}{7}$.

解　$5.39+1\frac{2}{7}+4.61+\frac{5}{7}$

$=(5.39+4.61)+\left(1\frac{2}{7}+\frac{5}{7}\right)$

$=10+2$

$=12.$

说明　这里运用的方法，通常称为“凑整法”.

(2) 减法运算性质的运用

34. 计算： $(357+468+321)-257$.

解　按 $(a+b+c+d)-e=a+b+(c-e)+d\ (c>e)$ **计算，得**

$(357+468+321)-257$

$=(357-257)+468+321$

$=100+468+321$

$=889.$

35. 计算： $(21.35+18.64)-11.35$.

解　$(21.35+18.64)-11.35$

$=(21.35-11.35)+18.64$

$=10+18.64$

$=28.64$

36. 计算： $256-78-156$.

解　按 $a-b-c=a-c-b$ **计算，得**

$256-78-156$

$=256-156-78$

$=100-78$

$=22.$

说明　以上几例实际上是“凑十法”或“凑整法”在减法中的运用.

37. 计算： $386+(214-175)$.

解　按 $a+(b-c)=a+b-c$ **计算，得**

$386+(214-175)$

$=386+214-175$

$=600-175$

$=425.$

38. **计算**：$976-(676+188)$.

解　按 $a-(b+c)=a-b-c$ **计算，得**

$$\begin{aligned}&976-(676+188)\\=&976-676-188\\=&300-188\\=&112.\end{aligned}$$

39. **计算**：$6027+198$.

解

$$\begin{aligned}&6027+198\\=&6027+(200-2)\\=&6227-2\\=&6225.\end{aligned}$$

说明　加上接近整十、整百的数，可以先加上整十、整百数，然后再加上多余的数或减去不足的数.

40. **计算**：$3025-2002$.

解

$$\begin{aligned}&3025-2002\\=&3025-(2000+2)\\=&3025-2000-2\\=&1025-2\\=&1023.\end{aligned}$$

说明　减去接近整十、整百的数，可以先减去整十、整百数，然后再减去多余的数或加上不足的数.

41. **计算**：$723-(500-277)$.

解　按 $a-(b-c)=a-b+c$ **计算，得**

$$\begin{aligned}&723-(500-277)\\=&723-500+277\\=&723+277-500\\=&1000-500\\=&500.\end{aligned}$$

42. **计算**：$4558-997$.

解

$$\begin{aligned}&4558-997\\=&4558-(1000-3)\\=&4558-1000+3\\=&3558+3\\=&3561.\end{aligned}$$

43. **计算**：$58-(18+10+27)$.

解　按 $a-(b+c+d)=a-b-c-d$ **计算，得**

$$\begin{aligned}&58-(18+10+27)\\=&58-18-10-27\\=&3.\end{aligned}$$

44. **计算**：$88-7.5+12-42\frac{1}{2}$.

解

$$\begin{aligned}&88-7.5+12-42\frac{1}{2}\\=&(88+12)-\left(7.5+42\frac{1}{2}\right)\\=&100-50\\=&50.\end{aligned}$$

(3) 乘法交换律、结合律的运用

45. **计算**：$125\times7\times8$.

解　运用乘法交换律：$ab=ba$，**得**

$$\begin{aligned}&125\times7\times8\\=&125\times8\times7\\=&1000\times7\\=&7000.\end{aligned}$$

46. **计算**：$2.5\times8\times4\times1.25$.

解　运用乘法结合律：$(ab)c=a(bc)$，**得**

$$\begin{aligned}&2.5\times8\times4\times1.25\\=&(2.5\times4)\times(8\times1.25)\\=&10\times10\\=&100.\end{aligned}$$

说明　运用乘法交换律、结合律进行简便计算时，主要使两个数相乘的积能为整十、整百的数.

47. **计算**：$0.125\times32\times250$.

解

$$\begin{aligned}&0.125\times32\times250\\=&0.125\times(8\times4)\times250\\=&(0.125\times8)\times(4\times250)\\=&1\times1000\\=&1000.\end{aligned}$$

说明　把题中的一个数分解成两个数或几个数的积，然后运用乘法交换律、结合律进行简便计算.

48. **计算**：$1.25\times75\times64$.

解 1　$12.5\times75\times64$

$=12.5\times75\times(8\times8)$

$=(12.5\times8)\times(75\times8)$

$=100\times600$

$=60000$；

解 2　$12.5\times75\times64$

$=12.5\times(25\times3)\times(8\times4\times2)$

$=(12.5\times8)\times(25\times4)\times(3\times2)$

$=100\times100\times6$

$=60000$.

(4) 乘法分配律的运用

49. **计算**：$(222+37)\times3$.

解　**运用乘法分配律**：$(a+b)c=ac+bc$，**得**

$(222+37)\times3$

$=222\times3+37\times3$

$=666+111$

$=777$.

说明　**当两个加数分别与一个数相乘，可以比较方便地得出积时，可以运用乘法分配律进行简便计算.**

50. **计算**：$\left(1.25-\frac{3}{4}\right)\times8$.

解　$\left(1.25-\frac{3}{4}\right)\times8$

$=1.25\times8-\frac{3}{4}\times8$

$=10-6$

$=4$.

51. **计算**：$26\times98+74\times98$.

解　$26\times98+74\times98$

$=(26+74)\times98$

$=100\times98$

$=9800$.

说明　**两个数分别与同一个数相乘，而两个数相加等于整十、整百数时，可以先将两个数相加，然后再乘以同一个数，计算比较方便.**

52. **计算**：102×45.

解　102×45

=(100+2)×45

=100×45+2×45

=4500+90=4590.

说明　把接近整十、整百的数，分解成两个数的和，然后运用乘法分配律进行简便运算.

53. **计算**：243×11.

解　243×11

=243×(10+1)

=243×10+243

=2430+243

=2673.

54. **计算**：998×75.

解　998×75

=(1000−2)×75

=1000×75−2×75

=75000−150

=74850.

55. **计算**：102×12.05.

解　102×12.05

=(100+2)×12.05

=100×12.05+2×12.05

=1205+24.1

=1229.1.

56. **计算**：34.17×999+34.17.

解　34.17×999+34.17

=34.17×(999+1)

=34170.

57. **计算**：99×99+99.

解　99×99+99

=99×(99+1)

=9900.

58. **计算**：$18\frac{1}{4}\times11\frac{4}{5}-11\frac{4}{5}\times17\frac{1}{4}$.

解　$18\frac{1}{4}\times11\frac{4}{5}-11\frac{4}{5}\times17\frac{1}{4}$

$=\left(18\frac{1}{4}-17\frac{1}{4}\right)\times11\frac{4}{5}$

$=11\frac{4}{5}$.

(5) 除法运算性质的运用

59. **计算**：$4\times(6000\div24)$.

解 按 $a\times(b\div c)=a\times b\div c$ **计算，得**

$4\times(6000\div24)$

$=4\times6000\div24$

$=24000\div24$

$=1000$.

60. **计算**：$4200\div(7\times12)$.

解 按 $a\div(b\times c)=a\div b\div c$ $(bc|a)$**计算，得**

$4200\div(7\times12)$

$=4200\div7\div12$

$=600\div12$

$=50$.

61. **计算**：$224\div56$.

解 $224\div56$

$=224\div(7\times8)$

$=224\div7\div8$

$=32\div8$

$=4$.

62. **计算**：$3200\div(800\div32)$.

解 按 $a\div(b\div c)=(a\div b)\times c$ **计算，得**

$3200\div(800\div32)$

$=3200\div800\times32$

$=4\times32$

$=128$.

63. **计算**：$(46\times72\times5)\div8$.

解 按$(abc)\div n=(a\div n)bc(n|a)$**计算，得**

$(46\times72\times5)\div8$

$=(46\times5)\times(72\div8)$

$=230\times9$

$=2070$.

64. **计算**：$24255\div(3\times5\times7\times11)$.

解　按 $n\div(abc)=n\div a\div b\div c$ **计算，得**

$$\begin{aligned}&24255\div(3\times5\times7\times11)\\=&24255\div3\div5\div7\div11\\=&8085\div5\div7\div11\\=&1617\div7\div1\\=&231\div11\\=&21.\end{aligned}$$

65. **计算**：$(14\times15\times48)\div(7\times3\times16)$.

解 1　按 $(a_1a_2a_3a_4)\div(b_1b_2b_3)=(a_1\div b_1)\times(a_2\div b_2)\times(a_3\div b_3)\times a_4$ $(b_1\mid a_1,b_2\mid a_2,b_3\mid a_3)$**计算，得**

$$\begin{aligned}&(14\times15\times48)\div(7\times4\times16)\\=&(14\div7)\times(15\div3)\times(48\div16)\\=&2\times5\times3\\=&30;\end{aligned}$$

解 2　$(14\times15\times48)\div(7\times3\times16)$

$$=\frac{14\times15\times48}{7\times3\times16}$$

$=30$.

说明　被除数和除数是几个数的连乘积，改成分数计算，可以先约分，再相乘，比较简便.

66. **计算**：$(24\times0.8\times3.5)\div(7\times4.8\times16\times10)$.

解 1　$(24\times0.8\times3.5)\div(7\times4.8\times16\times10)$

$$\begin{aligned}&=(3.5\div7)\times(24\div4.8)\times(0.8\div16)\div10\\&=0.5\times5\times0.05\times0.1\\&=0.0125;\end{aligned}$$

解 2　$(24\times0.8\times3.5)\div(7\times4.8\times16\times10)$

$$=\frac{24\times0.8\times3.5}{7\times4.8\times16\times10}$$

$$=\frac{1}{80}.$$

67. **计算**：$2871\div29$.

解　按$(a-b)\div n=a\div n-b\div n$

$(n\mid a,n\mid b)$**计算，得**

$$\begin{aligned}&2871\div 29\\&=(2900-29)\div 29\\&=2900\div 29-29\div 29\\&=100-1\\&=99.\end{aligned}$$

3. 速算法

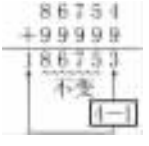
(1) 加减速算法

① **九九法**

68. **计算**：$86754+99999$.

解　可以将 86754 **的末位数字“**4**”减去** 1 **得差** 3，3 **作和的末位数字，然后将“**1**”调到最高位“**8**”的左面，即得到两数的和为** 186753.

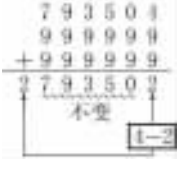
$$86754+99999=186753.$$



69. **计算**：$793504+999999+999999$.

解　因为 793504 **加上两个** 999999，**所以要从** 793504 **的末位数字** 4 **中减去** 2，**差作和的末位，**2 **调到最高位数字的左面，即得两数的和为** 2793502.

$$793504+999999+999999=2793502.$$



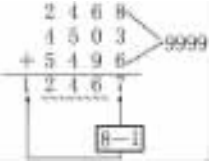
说明　这种方法的依据为

设被加数为 n **位的多位数** A，**加数为** $B=10^n-1$，**其中** n **为大于或等于** 1 **的整数，根据加法交换律和结合律可推导出：**$A+B=A+10^n-1=10^n+A-1$.

等式右边表示：从 A **的末位减去** 1，**并将** 1 **调到** A **的左边，即得** A **与** B **的和．若加** k **个** B，**就调** k **到** A **的左边．**

70. **计算**：2468＋4503＋5496.

解　2468＋4503＋5496＝12467



说明　题中先把 4503 与 5496 相加得 9999，这种方法称做配九法.

71. **计算**：12345＋37＋9962＋246＋9753.

解



说明　此题为 12345 加上 2 个 9999，由于 9999 比 12345 少一位，因此 12345 的末位 5 减去 2，差 3 作和的末位，2 不能调到 12345 的最高位 1 的左面，而是与 1 相加得 3，作为和的最高位.

② 连续法

72. **求** 1＋2＋3＋4＋…＋99＋100 **的和**.

解　这个题目是德国伟大数学家高斯在小学读书时，数学老师出的一道题目，高斯不到两分钟就算出它的结果是 5050. 他运算的方法是：

$$(1+100)\times\frac{100}{2}=5050.$$

73. **求** 1＋2＋3＋…＋35＋36 **的和**.

解　1＋2＋3＋…＋35＋36

$=(1+36)\times\frac{36}{2}=666.$

这是我国古代初学珠算时，有名的练习题“六百六十六”.

说明　上面两题都是求连续数的和，它们的计算方法可以归结为：

$$(\text{首数}+\text{末数})\times\frac{\text{个数}}{2}.$$

74. **求** 895＋896＋897＋898＋899＋900 **的和**.

解　895＋896＋897＋898＋899＋900

$=(895+900)\times\frac{6}{2}$

$=5385.$

75. **求** 388、392、396、400、404、408、412 **的和**.



解 经分析，这里显然不是连续数，但从第二项起后一项与前一项相差都是 4，是一个等差数列，公差是 4，项数为 7，由等差数列求和公式得：

$$S=\frac{(a_1+a_n)\times n}{2}$$

$$=\frac{(388+412)\times 7}{2}=2800.$$

说明 第 72、73、74 三题的连续数也是等差数列，公差为 1，因此求和公式就是等差数列的求和公式.

③ 等差中项法

76. 求 $1701+1703+1705+1707+1709$ 的和.

解 $1701+1703+1705+1707+1709$

$=(1705-4)+(1705-2)+1705+(1705+2)+(1705+4)$

$=1705\times 5=8525.$

由此可知，在等差数列里，如果项数是奇数，必有一个中项，则以这个中项乘以项数，就是这个数列各项的和，即

$$S=a_m\times n=1705\times 5$$

↑

中间项

$$=8525.$$

77. 求 $1+2+3+4+5+\cdots+101$ 的和.

解 中间项是 51，项数是 101，所以，

$1+2+3+4+5+\cdots+101$

$=51\times 101=5151.$

④ 奇数法

78. 求 $1+3+5+\cdots+11+13$ 的和.

解 1 用连续法，得

$1+3+5+\cdots+11+13$

$=\frac{(1+13)\times 7}{2}=49;$

解 2 项数为 7，中间项为第 4 项的 7，用等差中项法得 $1+3+5+\cdots+11+13=7\times 7=49$；

解 3 在自然数列里，前 n 个奇数的和，恰好等于 n 的平方. 即首项为 1，公差为 2，项数为 n，和为 S_n，则有 $S_n=1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$. 所以，

$$1+3+5+\cdots+11+13=7^2=49.$$

证明 根据等差数列求和公式，得

$$S_n = \frac{[1+(2n-1)]\times n}{2}$$

$$= \frac{2n \cdot n}{2} = n^2.$$

79. 求 $29+31+33+\cdots+47+49$ 的和.

解　29 前的奇数是 27，在自然数列里是第 $\frac{27+1}{2}=14$（个）奇数，49 在自然数列里是第 $\frac{49+1}{2}=25$（个）奇数. 所以，

$$S = 25^2 - 14^2 = 429.$$

80. 求 $201+203+205+207+\cdots$ 前 20 项的和.

解　201 前的奇数为 199，在自然数列里是第 $\frac{199+1}{2}=100$（个）奇数，而 $100+20=120$，所以，

$$S = 120^2 - 100^2 = 4400.$$

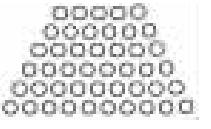
81. 有瓶若干只，堆砌成三角形（如图），试说出这堆瓶的只数.



解　观察右图，瓶的只数应该是：$1+2+3+\cdots+8+9$，中间项是 5，项数是 9. 于是得瓶的只数为：

$$5 \times 9 = 45(\text{只}).$$

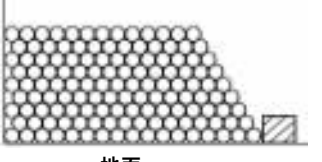
82. 如图所示，试求出图形中小圆的个数.



解　观察右图，圆的个数应该是 $5+6+7+8+9+10$，于是得圆的个数为

$$(5+10) \times \frac{6}{2} = 45(\text{个}).$$

83. 堆在墙边的是同样大小的一堆空瓶，不采用数数的方法算出空瓶的只数.



解　通过观察，可知底层瓶的只数比自下而上的第二层、第三层各多一只，而比第四层、第五层各多 2 只，余类推. 由此，可把奇数层的只数与偶数层的只数分别相加，再求出总数. 已知底层有空瓶 17 只，共有 9 层，故得

$$(17+16+15+14+13)+(16+15+14+13)$$

$$= 15 \times 5 + \frac{(13+16)\times 4}{2}$$

$$= 75 + 58 = 133(\text{只}).$$

⑤ 基准数法

84. 求 53＋48＋53＋50＋46＋52＋49＋47＋51＋52 的和.



解　这些数的数值相近，可以用基准数法求出它们的和. 所谓基准数法就是在这些数中选定一个适当的数作为基准数，然后求出各数与基准数的差，并把这些差相加或相减，再加上基准数乘以加数的个数的积，所得的结果就是所求各数的和.

这种方法的依据是：设 $A,B,C,\cdots,N$. M 为基准数；$a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n$ 为加数与基准数的差(有理数). 那么

$$\underbrace{A+B+C+\cdots+N}_{共n个}=\underbrace{(M+a_1)+(M+a_2)+(M+a_3)+\cdots+(M+a_n)}_{共n个}$$

$$=M\times n+\underbrace{(a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n)}_{共n个}$$

式中 $(M\times n)$ 是基准数与加数的个数的乘积；$(a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n)$ 是各加数与基准数的差的和.

为了计算方便，本题可选用 50 作为基准数，先求出各加数与基准数的差并相加，得：3－2＋3＋0－4＋2－1－3＋1＋2＝1. 接着计算基准数与加数的个数的乘积，得 50×10＝500，所以各数的和是 1＋500＝501.

85. 求下列各数的和.

103，98，103，97，105，106，95，99，107，101，100，94，102，97，105，96，99，102，101，89.

解　选用 100 作为基准数，求出各加数与基准数的差并相加，得

3－2＋3－3＋5＋6－5－1＋7＋1＋0－6＋2－3＋5－4－1＋2＋1－11＝－1.

计算基准数与加数的个数的乘积，得 100×20＝2000.

所以，上列各数的和是

$$2000-1=1999.$$

⑥ 反数法

86. 计算：14695＋1784－893－9564.

解　两个数相加，如果和等于 10，100，1000，…等数时，这两个数叫做互补，一个数叫做另一个数的补数. 如 $a+b=100$ 时，a 是 b 的补数，b 也是 a 的补数. 因此，98 的补数是 2；985 的补数是 15 等等.

将某数改写成它的补数，然后以 $\bar{1}$ 放在补数的左端，这样得到的数，叫做某数的反数. 893 的补数是 107，893 的反数是 $\bar{1}107$. 同样可得 9564 的反数是 $\bar{1}0436$. 减去一个数等于加上这个数的反数，利用反数可使减法转化为加法，从而使得加减运算简化，这就是反数法.

$$14695+1784-893-9564$$
$$=14695+1784+\bar{1}107+\bar{1}0436$$
$$=6022.$$

$$\begin{array}{r} 14695 \\ 1784 \\ \bar{1}107 \\ +\ \bar{1}0436 \\ \hline 6022 \end{array}$$

87. 计算：$24358-849+5560-7436-1082$.

解 $24358-849+5560-7436-1082$
$=24358+\bar{1}151+5560+\bar{1}2564+\bar{1}8918$
$=20551.$

$$\begin{array}{r} 24358 \\ \bar{1}151 \\ 5560 \\ \bar{1}2564 \\ +\ \bar{1}8918 \\ \hline 20551 \end{array}$$

⑦ 等比求和法

88. 求 $3、6、12、24、48、96、192、384$ **的和.**

解　这是一个等比数列，首项是 3**，后项除以前一项的商都是** 2**，所以公比是** 2**. 可以这样求和：**

$$S_8=3+6+12+24+48+96+192+384$$
$$=3+3\times2+3\times2^2+3\times2^3+3\times2^4+3\times2^5+3\times2^6$$
$$+3\times2^7 \qquad ①$$
$$2\times S_8=3\times2+3\times2^2+3\times2^3+3\times2^4+3\times2^5+3\times2^6$$
$$+3\times2^7+3\times2^8 \qquad ②$$

②－①，得

$$2\times S_8-S_8=3\times2^8-3$$
$$S_8=\frac{3\times(2^8-1)}{2-1}=3\times255$$
$$=765.$$

由此可知，如等比数列的首项为 a**，公比为** q**，**n **项的和是** S_n**，则**

$$S_n=\frac{a(q^n-1)}{q-1}.$$

89. 计算：$5+15+45+135+405+1215+3645+10935+32805$.

解　这是求等比数列的和. 等比数列的首项是 5**，公比是** 3**，项数是** 9**，**



根据等比数列求和公式，得

$$S_n=\frac{a(q^n-1)}{q-1}=\frac{5\times(3^9-1)}{3-1}$$
$$=49205.$$

⑧ 一一法

90. 求 $1+11+111+1111+11111+111111$ 的和.

解 n 个数相交，如果各数是 1 或 $11,111,1111,\cdots,\underbrace{11\cdots11}_{n个1}$ 时，则 1234 …n 即为所求的和，例如：

$$\begin{array}{r} 1\\ 1\ 1\\ +\ 1\ 1\ 1\\ \hline 1\ 2\ 3 \end{array}\qquad\qquad \begin{array}{r} 1\\ 1\ 1\\ 1\ 1\ 1\\ +\ 1\ 1\ 1\ 1\\ \hline 1\ 2\ 3\ 4 \end{array}$$

这类方法叫做加法一一法，它的原理是：

$$1+11+111+\cdots+\underbrace{11\cdots11}_{n个1}$$
$$=\frac{1}{9}(9+99+999+\cdots+\underbrace{99\cdots99}_{n个9})$$
$$=\frac{1}{9}[(10-1)+(10^2-1)+(10^3-1)+\cdots+(10^n-1)]$$
$$=\frac{1}{9}[10+10^2+10^3+\cdots+10^n-n]$$
$$=\frac{1}{9}\left[\frac{10(10^n-1)}{10-1}-n\right].$$

这是根据等比数列求和公式而得，所以，

$$\text{原式}=\frac{1}{9}\left\{\frac{1}{9}[10(10^n-1)]-n\right\}$$
$$=\frac{1}{9}\left\{\frac{1}{9}[10\times\underbrace{999\cdots99}_{n个9}]-n\right\}$$
$$=\frac{1}{9}\{10\times\underbrace{111\cdots11}_{n个1}-n\}$$
$$=12345\cdots n.(n\text{ 最小为 }1,\text{最大为 }9)$$

现在 $n=6$，故得

$$1+11+111+1111+11111+111111=123456.$$

91. 求 $1111+11111+\cdots+111111111$ 的和.

解 $n_1=9,n_2=3$，故得

原式＝123456789－123

＝123456666.

92. **求** 9＋99＋999＋…＋99999 **的和.**

解 1　原式＝9×(1＋11＋111＋…＋11111)

＝9×12345

＝111105；

解 2　原式＝9×(1＋11＋111＋…＋11111)

＝$9\times\frac{1}{9}\times(10\times11111-5)$

＝111105.

⑨ **堆垛法**

93. **求** 2＋6＋12＋20＋30＋…＋90 **的和.**

解　原式＝1×2＋2×3＋3×4＋4×5＋5×6＋…＋9×10.

工厂生产配件，常用堆垛法存放，有的第一层(1×2)**个，第二层**(2×3)**个，第三层**(3×4)**个，…；有的第一层** 1^2 **个，第二层** 2^2 **个，第三层** 3^2 **个，第** n **层** n^2 **个. 这一类型求和的问题属于堆垛法求和. 现在先来研究**

1×2＋2×3＋3×4＋…＋$n(n+1)$**的求和公式.**

设 n **为项数，**S_n **为前** n **项的和，**μ_n **为第** n **项，则**

$$\mu_n=n(n+1)=\frac{1}{3}[n(n+1)(n+2)-(n-1)n(n+1)].$$

同理，得

$$\mu_{n-1}=(n-1)n=\frac{1}{3}[(n-1)n(n+1)-(n-2)(n-1)n],$$

$$\mu_{n-2}=(n-2)(n-1)=\frac{1}{3}[(n-2)(n-1)n-(n-3)(n-2)(n-1)],$$

……

$$\mu_2=2\times3=\frac{1}{3}[2\times3\times4-1\times2\times3],$$

$$\mu_1=1\times2=\frac{1}{3}[1\times2\times3-0\times1\times2].$$

各式相加，得　$S_n=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$.

所以，原式＝$\frac{1}{3}\times9\times(9+1)\times(9+2)=330$.

94. **求** 110＋132＋156＋…＋930 **的和.**

解　首项为 10×11，**末项** $\mu_n=930=30\times31$. **首项之前分别为**

$1\times2,2\times3,3\times4,\cdots,9\times10.$

∴ 原式 $=S_{30}-S_9$

$$=\frac{1}{3}\times30\times(30+1)\times(30+2)-\frac{1}{3}\times9\times(9+1)\times(9+2)$$

$$=9590.$$

95. 求 $72+90+110+132+\cdots$ **前** 12 **项的和.**

解　首项为 8×9**,末项的两个因数应比首项两因数分别大** $12-1=11$**,所以,末项为**$(8+11)\times(9+11)$**,即** 19×20**. 所以,**

$$72+90+110+132+\cdots+19\times20$$

$$=S_{19}-S_7$$

$$=\frac{1}{3}\times19\times(19+1)\times(19+2)-\frac{1}{3}\times7\times(7+1)\times(7+2)$$

$$=2492.$$

96. 求 $1+4+9+16+25+\cdots$ **前** 50 **项的和.**

解　原式 $=1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+\cdots+50^2$

设数列首 n **项的和为** S_n**,第** n **项为** μ_n

$$\mu_n=n^2=n(n+1)-n$$

$$=\frac{1}{3}[n(n+1)(n+2)-(n-1)n(n+1)]-n.$$

同理,

$$\mu_{n-1}=(n-1)^2=(n-1)\cdot n-(n-1)$$

$$=\frac{1}{3}[(n-1)n(n+1)-(n-2)(n-1)n]-(n-1),$$

$$\mu_{n-2}=(n-2)^2=(n-2)(n-1)-(n-2)$$

$$=\frac{1}{3}[(n-2)(n-1)\cdot n-(n-3)(n-2)(n-1)]-(n-2),$$

……

$$\mu_2=2^2=2\times3-2=\frac{1}{3}[2\times3\times4-1\times2\times3]-2,$$

$$\mu_1=1^2=1\times2-1=\frac{1}{3}[1\times2\times3-0\times1\times2]-1.$$

各式相加,得

$$S_n=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)-[n+(n-1)+(n-2)+\cdots+2+1]$$

$$=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)-\frac{1}{2}n(n+1)$$

$$=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1).$$

所以原式$=\frac{1}{6}\times 50\times(50+1)\times(50\times 2+1)$

$=42925.$

97. 一个弹积为底面是等边三角形的锥体，底面以上各层为底面每边递次减 1 所成的各三角形，最上层只有一个，底面每边有 18 弹，求弹积的弹数.

解　设此弹积的层数为 n，则

$$\mu_n = n+(n-1)+(n-2)+\cdots+1$$
$$=\frac{1}{2}n(n+1).$$

由此，得

$$S_n=\frac{1}{2}\times 1\times(1+1)+\frac{1}{2}\times 2\times(2+1)+\frac{1}{2}\times 3\times(3+1)+\cdots$$
$$+\frac{1}{2}n(n+1)$$
$$=\frac{1}{2}[1\times 2+2\times 3+3\times 4+\cdots+n(n+1)]$$
$$=\frac{1}{6}n(n+1)(n+2).$$

所以，此弹积的弹数为

$$\frac{1}{6}\times 18\times(18+1)\times(18+2)=1140.$$

98. 弹积为正三角形垛，共有八层，底面的一边为 12 个，问总数多少？

解　假定弹积为锥体，则总数为

$$S_{12}=\frac{1}{6}\times 12\times(12+1)\times(12+2)$$
$$=364.$$

但这个锥垛只有 8 层，上部缺了 $12-8=4$(层)，即

$$S_4=\frac{1}{6}\times 4\times(4+1)\times(4+2)=20.$$

所以，所求的总数为

$$S_{12}-S_4=364-20=344(\text{个}).$$

99. 底层每边有 15 个弹的正方形弹积，求弹的总数.

解　$S_n=1^2+2^2+3^2+\cdots+15^2$

$=\frac{1}{6}\times 15\times(15+1)(15\times 2+1)$

$=1240.$



所以，此弹积共有 1240 个弹.

100. 有一个 16 层的不完全正方形弹积，顶层每边 12 个，求这弹积的弹数.

解　这个弹积的底层有(12+16−1)=27 个弹.

$$S_{27}=\frac{1}{6}\times 27\times(27+1)\times(27\times 2+1)$$
$$=6930;$$
$$S_{11}=\frac{1}{6}\times 11\times(11+1)\times(11\times 2+1)$$
$$=506;$$

所以，弹的总数为

$$S_{27}-S_{11}=6930-506=6424(\text{个}).$$

101. 以弹积成 10 层的长方形垛，底面的两边各为 20 和 25 个，求它的总数.

解　如果底面为长方形的弹积，长边的弹数有 n 个，短边的弹数有 m 个，其底面以上各层，由底面的各边逐次减 1，所成的长方形至第一层的短边只有一个，长边有$(n-m+1)$个.

$$\begin{aligned}S_n&=(n-m+1)\times 1+(n-m+2)\times 2+\cdots\\&\quad+(n-2)(m-2)+(n-1)(m-1)+nm\\&=[(n-m)+1]\times 1+[(n-m)+2]\times 2+\cdots\\&\quad+[(n-m)+m-2](m-2)+[(n-m)+m-1]\\&\quad(m-1)+[(n-m)+m]\times m\\&=(n-m)[1+2+\cdots+(m-2)+(m-1)+m]+1^2+2^2+\cdots+m^2\\&=(n-m)\cdot\frac{1}{2}m(m+1)+\frac{1}{6}m(m+1)(2m+1)\\&=\frac{1}{6}m(m+1)(3n-m+1).\end{aligned}$$

所以，总数为

$$\frac{1}{6}\times 20\times(20+1)\times(3\times 25-20+1)$$
$$-\frac{1}{6}\times 10\times(10+1)\times(3\times 15-10+1)$$
$$=3920-660$$
$$=3260(\text{个}).$$

⑩ 分数加减法

102. 求 $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}$ 的和.

解　两个互质数的倒数相加时，将分母相加所得的和做分子，分母相乘的积做分母.

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{3+5}{3\times5}=\frac{8}{15}.$$

103. **求** $\frac{1}{3}-\frac{1}{5}$ **的差.**

解　两个互质数的倒数相减时，将分母相减所得的差做分子，分母相乘所得的积做分母.

$$\frac{1}{3}-\frac{1}{5}=\frac{5-3}{3\times5}=\frac{2}{15}.$$

104. **求** $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$ **的差.**

解　两个连续数的倒数相减时，把这两个连续数相乘积的倒数做差数.

$$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{3\times4}=\frac{1}{12}.$$

105. **求** $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}$ **的和.**

解　原式 $=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{7\times8}$.

设数列为 $\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}$，**第** n **项为** μ_n，

$$\mu_n=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1},$$

$$\mu_{n-1}=\frac{1}{(n-1)n}=\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n},$$

$$\mu_{n-2}=\frac{1}{(n-2)(n-1)}=\frac{1}{n-2}-\frac{1}{n-1},$$

$$\cdots\cdots$$

$$\mu_2=\frac{1}{2\times3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3},$$

$$\mu_1=\frac{1}{1\times2}=1-\frac{1}{2}.$$

各式相加，得

$$S_n=1-\frac{1}{n+1}=\frac{n}{n+1},$$

所以，原式 $=\frac{7}{7+1}=\frac{7}{8}$.

106. **求** $\frac{1}{110}+\frac{1}{132}+\frac{1}{156}+\cdots+\frac{1}{420}$ **的和.**



解 原式$=\frac{1}{10\times11}+\frac{1}{11\times12}+\frac{1}{12\times13}+\cdots+\frac{1}{20\times21}$

$=S_{20}-S_9$

$=\frac{20}{20+1}-\frac{9}{9+1}$

$=\frac{11}{210}$.

(2) 乘法速算法

① 一一法

两个数相乘，如果有两个以上的数字是 1，可以利用 1 的特性，节省乘法步骤. 这种方法叫做“一一法”.

a. **两位数乘以 11**

107. 求 34×11 的积.

解 设被乘数为 $A=10x+y$，乘数为 $B=11=10+1$.

则有 $A\cdot B=(10x+y)(10+1)$

$=10(10x+y)+(10x+y)$

$=100x+10y+10x+y$

$=100x+10x+10y+y$

$=100x+10(x+y)+y$.

这说明如果被乘数是一个任意的两位数，乘数是 11 时，则将被乘数的两个数字加起来的和插在这两个数字的中间，就得所求的积. 这个方法叫做“插中法”.

所以，$34\times11=3(3+4)4=374$.

【注意】 上式中的括号与一般括号的作用不同，只是表示前后两个数字的和插在这两个数字中间的意思，不能相乘. 一般计算时，这一步应删去，直接写成：$34\times11=374$.

108. 求 87×11 的积.

解 因为 $8+7=15>10$，所以用 5 作插中数，进位数用①记在 87 的十位数字上面.

$87\times11=8\overset{①}{(8+7)}7=857=957$.

【注意】 一般计算时，中间两步删去，直接写成：$87\times11=957$.

109. 求 345×11 的积.

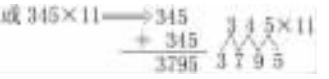
解 设被乘数为 $A=100x+10y+z$(或更多的位数)，乘数为 $B=10+1$，则有 $AB=(100x+10y+z)(10+1)$

$=1000x+100x+100y+10y+10z+z$

$=1000x+100(x+y)+10(y+z)+z$.

这说明如果被乘数是一个多位数，乘数是 11 时，可将被乘数的各位数字，依次两两相加，把它们的和顺次插在首尾两个数字之间，这就是所求的积.

所以，$345\times11=3(3+4)(4+5)5=3795$.



110. **计算**：3456×22.

解 $3456\times22=3456\times2\times11$

$=6912\times11=6(6+9)(9+1)(1+2)2=76032$.

111. **计算**：413562×2211.

解



说明　把乘数 2211 分成 2200 和 11 两段，先 413562×11 得 4549182，写于第一排；然后计算 $4549182\times2=9098364$，写于第二排，较第一排向左移两位；相加得 914385582. 所以，$413562\times2211=914385582$.

算术辞典

b. **两个十位数字都是 1 的两位数相乘**

112. **计算**：13×12.

解　设 $A=10+x$，$B=10+y$，

则

$$A\cdot B=(10+x)(10+y)=100+10x+10y+xy$$
$$=100+10(x+y)+xy.$$

这说明当两个十位数字都是 1 的两位数相乘时，可将两个个位数字的积作得数的个位数字，和作得数的十位数字，以 1 作得数的百位数字. 这种方法，称为“和积法”. 所以，$13\times12=1(3+2)(3\times2)=156$.

【注意】　这里括号的用法与第 107 题相同，在计算时可直接写成：

$$13\times12=156.$$

113. **计算**：17×16.

解 $17\times16=\overset{①}{1}(7+\overset{④}{6})(7\times6)=272$.

说明　这里的④、①表示在十位数上进 4，在百位数上进 1，在计算时也直接写成 $17\times16=272$.

c. **两个个位数字都是 1 的两位数相乘.**



114. **计算**：31×21.

解 **设** $A=10x+1, B=10y+1$

则 $A\cdot B=(10x+1)(10y+1)$

$=100xy+10x+10y+1$

$=100xy+10(x+y)+1$.

这说明当两个个位数字都是 1 的两位数相乘时，可将两个十位数字相乘的积作得数的首位数字，和作得数的十位数字，1 作个位数字. 这种方法称为“积和法”.

∴ $31\times21=(3\times2)(3+2)1=651$.

115. **计算**：41×71.

解 $41\times71=(4\times7)(4+7)1=2911$.

d. **两位数乘以** 101

116. **计算**：34×101.

解 **设** $A=10x+y$

$B=101=100+1$,

则 $A\cdot B=(10x+y)(100+1)$

$=1000x+100y+10x+y$

$=100(10x+y)+(10x+y)$

$=100A+A$.

这说明任意两位数与 101 相乘，将这个两位数重复写两遍，就得所求的积.

∴ $34\times101=3434$.

e. **三位数乘以** 101

117. **求** 382×101 **的积.**

解 **设** $A=100x+10y+z, B=100+1$,

则 $A\cdot B=(100x+10y+z)(100+1)$

$=10000x+1000y+100z+100x+10y+z$

$=1000(10x+y)+100(x+z)+(10y+z)$.

这说明一个任意三位数与 101 相乘，可将这个三位数的左边两个数字，作为积的左边两个数位上的数字；再将三位数右边的两个数字作为积的右边两个数位上的数字；然后将三位数首末两个数字相加所得的和插在积的中间，即得所求的积. 所以

$$382\times101=38\overset{(3+2)}{\cdots}82=38582.$$

118. **计算**：2345×101.

$$(2+4)\quad(3+5)$$
$$\downarrow\qquad\qquad\downarrow$$

解 $2345\times101=23\cdots\cdots45=236845$.

119. **计算**：4873×101.

$$(4+7)\quad(8+3)$$
$$\downarrow\qquad\qquad\downarrow$$

解 $4873\times101=48\cdots\cdots73=492173$.

【注意】 第 117～第 119 题括号用法同第 107 题.

f. **乘数是**(10^n+1)

120. **求** 43562×10001 **的积.**

解 设$A=100000a+10000b+1000c+100d+10e+f$，

$B=1001=10^3+1$，

首三位

则有 $A\cdot B=10^6\ (100a+10b+c)+10^3[100(a+d)+10(b+e)+(e+f)]$

末三位

$+(100d+10e+f)$

这说明如果被乘数是多位数，乘数是(10^n+1)**时，可将被乘数左边** n **位数字作积的左边** n **位数字；右边** n **位数字作积的右边** n **位数字. 然后从被乘数的个位起每隔**$(n-1)$**位的两个数字之和依次插在积的中间，就得到所求的积. 所以**

$$\begin{aligned}43562\times10001&=43562\times(10^4+1)\\&=4356(2+4)3562\\&=435663562.\end{aligned}$$

121. **求** 812492×10001 **的积.**

解 $\begin{aligned}812492\times10001&=812492\times(10^4+1)\\&=8124(8+9)(1+2)2492\\&=8125732492.\end{aligned}$

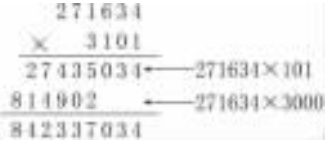
【注意】 以(10^n+1)**为乘数时，如果被乘数的位数为** n**，则积就是被乘数重复写两遍的结果.**

122. **求** 8643×10001 **的积.**

解 $\begin{aligned}8643\times10001&=\overbrace{8643}^{4\text{位}}\times(10^4+1)\\&=86438643.\end{aligned}$

123. **计算**：271634×3101.

解 $\begin{aligned}271634\times3101&=271634\times(3000+101)\\&=271634\times3000+271634\times101\end{aligned}$



∴ $271634\times3101=842337034$.

124. 计算：(1) 341×202；(2) 497×303；(3) 123×3003；(4) 1861×3003.

解 (1) $341\times202=341\times(101\times2)$

$=(341\times101)\times2$

$=34441\times2$

$=68882$；

(2) $497\times303=(497\times101)\times3$

$=50197\times3$

$=150591$；

(3) $123\times3003=(123\times1001)\times3$

$=123123\times3=369369$；

(4) 1861×3003

$=(1861\times1001)\times3$

$=1862861\times3$

$=5588583$.

g. **乘数是**(10^n+x)

125. 求 32×103，123×1004 **的积.**

解　被乘数是 n **位的多位数，乘数是** 10^n+x(x **最小为** 2，**最大为** 9)，**可以将被乘数作得数左边** n **个数位上的数，将被乘数的** x **倍作得数右边** n **个数位上的数.**

$$32\times103=\boxed{32\times3}\downarrow3296;$$

$$123\times1004=\boxed{123\times4}\downarrow123492.$$

126. 求 4321×1002 **的积.**

解　本题的乘数是(10^n+x)，**被乘数的位数大于** n，**可以将被乘数左边** n **个数位上的数作得数左边** n **个数位上的数；将被乘数右边** n **个数位上的**

数的 x 倍作得数右边 n 个数位上的数(满十进位);然后从被乘数的个位起依次将各数位上的数字加上与之相隔($n-1$)位数字的 x 倍,顺次插在得数左右两边的中间,便得到所求的积.所以,

$4321\times1002=432(1+4\times2)(321\times2)=4329642.$

【注意】 本题至第 131 题括号用法同第 107 题.

h. 乘数是$(10^n x+1)$

127. 计算:23×401.

解 如果被乘数是 n 位多位数,乘数是$(10^n x+1)$,可以将被乘数的 x 倍,作得数左边 n 个数位上的数(满十进位);将被乘数作得数右边 n 个数位上的数.

$$23\times401=(23\times4)23=9223.$$

128. 求 123×3001,1345×30001 的积.

解 $123\times3001=(123\times3)123=369123$,

$1345\times30001=(1345\times3)1345=40351345.$

129. 求 324×201,413123×2001 的积.

解 这类题属于乘数为 $10^n x+1$,被乘数的位数大于 n,则以被乘数左边 n 个数位上的数的 x 倍,作得数左边 n 个数位上的数,以被乘数右边 n 个数位上的数,作得数右边 n 个数位上的数.然后从被乘数的个位起依次将各数位上数字的 x 倍加上与之相隔($n-1$)位的数字,顺次插在得数左右两边的中间,便得到所求的积.

$$\begin{aligned}324\times201&=(32\times2)(4\times2+3)24=65124;\\413123\times2001&=(413\times2)(1\times2+4)(2\times2+1)(3\times2+3)123\\&=826659123.\end{aligned}$$

i. 乘数是 111、1111

130. 计算:3412×111;45972×111.

解 一个数乘以 111,把这个数的首位数字与末位数字作为积的首位数字与末位数字;首位数字与首位右边一位上数字之和,作为积的首位右边一位上的数字,个位数字与十位上数字之和,作为积的十位上的数字;中间数字自左至右分别为从首位起接连三个数字之和(满十进位).所以

$$\begin{aligned}3412\times111&=3(3+4)(3+4+1)(4+1+2)(1+2)2\\&=378732,\end{aligned}$$



$45972\times111=4(4+5)(4+5+9)(5+9+7)(9+7+2)(7+2)2$

$=5102892$,



131. 计算：2413×1111.

解　一个数乘以1111，把这个数的首位数字与末位数字作为积的首位数字与末位数字；首位数字与首位右边上数字之和，作为积的首位右边一位上的数字，首位数字与首位右边两位数字之和，作为积的首位右边第二位上的数字，个位数字与十位上数字之和，作为积的十位上的数字，个位、十位、百位上数字之和，作为积的百位上的数字；中间数字自左至右分别为从首位起接连四个数字之和（满十进位）.所以

$2413\times1111=2(2+4)(2+4+1)(2+4+1+3)(4+1+3)(1+3)3$

$=2680843$,



132. 计算：(1) 2431×1112；(2) 38542×31111.

解　(1) $2431\times1112=2431\times2+2431\times1110$



∴　$2431\times1112=2703272$；

(2) $38542\times31111=38542\times1111+38542\times30000$



∴　$38542\times31111=1199080162$.

133. 计算：(1) 3124×333；(2) 54321×2223.

解　(1) $3124\times333=3124\times111\times3$



∴ $3124\times333=1040292$;

(2) $54321\times2223=54321\times1110\times2+54321\times3$



∴ $54321\times2223=120755583$.

② **九九法**

在乘法中,利用 9 **或** 99 **等关系,以简化乘法步骤的方法,叫做九九法.**

a. **一个数是** 99**,另一个数是两位数,且两个数字的和为** 10 **的**

134. **计算**: 82×99;64×99.

解　设被乘数为 $A=10x+y$**,且** $x+y=10$**,乘数** $B=99=90+9$**.则**

$$\begin{aligned}A\cdot B&=(10x+y)(90+9)\\&=900x+90(x+y)+9y\\&=900x+900+9y\\&=100(9x+9)+9y\\&=100[9(x+1)]+9y.\end{aligned}$$

这表明将两个个位数的积作得数的右边两位(积是一位数要补零),9 **乘**$(x+1)$**是得数的左边部分.**

∵ $\begin{aligned}9y&=(10-1)y=10y-y\\&=10y-10+10-y\\&=10(y-1)+(x+y)-y\\&=10(y-1)+x,\end{aligned}$

所以,x **是得数的个位数字,**$(y-1)$**是得数的十位数字.如果把它们的位置调换,得**

$10x+(y-1)=10x+10-x-1=10(x+1)-(x+1)=9(x+1)=$**得数的左边部分.**

由此我们可以得出另一种方法:先写下这个两位数减 1 **的差,后面添上它的调转数.**

∴ $82\times99=8118$.

解法 1

$$\begin{array}{r} 82 \\ \times\ 99 \\ \hline 8118 \\ \uparrow\quad\uparrow \\ 9\times(8+1)\quad 2\times 9 \end{array}$$

解法 2

$$\begin{array}{r} 82 \\ \times\ 99 \\ \hline 8118 \\ \uparrow\quad\uparrow \\ 82-1\ \text{和}\ 81\ \text{的调转数} \end{array}$$

$64\times 99=6336$.

解法 1

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times\ 99 \\ \hline 6336 \\ \uparrow\quad\uparrow \\ 9\times(6+1)\quad 4\times 9 \end{array}$$

解法 2

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times\ 99 \\ \hline 6336 \\ \uparrow\quad\uparrow \\ 64-1\ \text{和}\ 63\ \text{的调转数} \end{array}$$

b. **一个数是** 99,**另一数为任意两位数**

135. **计算**：76×99.

解 **设被乘数为** $A=10x+y$(x,y **为任意数字**),**乘数**,$B=99$.

则

$$\begin{aligned} A\cdot B&=(10x+y)\times 99=(10x+y)(100-1)\\ &=1000x+100y-(10x+y)\\ &=1000x+100y-100+100-(10x+y)\\ &=100(10x+y-1)+[100-(10x+y)]\\ &=100(A-1)+(100-A). \end{aligned}$$

这说明当一个数是 99,**另一数是任意两位数时,则** 99 **可以不看,将这任意两位数减** 1 **所得的差作积的左边部分,将这两位数的补数,作积的右边部分.**

$$\begin{array}{r} 76 \\ \times\ 99 \\ \hline 7524 \\ \uparrow\quad\uparrow \\ 76-1\quad 100-76 \end{array}$$

$\therefore\quad 76\times 99=7524$.

c. **两数都在** 90 **以上,**100 **以下,个位数字又是互补的**

136. **计算**：97×93；96×94.

解　设被乘数为 $A=90+x$，**乘数** $B=90+y$ **且** $x+y=10$.

则

$$\begin{aligned}A\cdot B&=(90+x)(90+y)\\&=[90+(10-y)][90+(10-x)]\\&=(100-y)(100-x)\\&=10000-100x-100y+xy\\&=100[100-(x+y)]+xy\\&=100[100-10]+xy\\&=9000+xy.\end{aligned}$$

由此可知，这类乘法以 90 **作得数的左边部分，两个个位数字的积作得数的右边部分. 所以，**

$$97\times93=90(7\times3)=9021;$$
$$96\times94=90(6\times4)=9024.$$

d. **两个两位数的十位数字都是** 9 **的**

137. **计算**：96×97；98×94.

解　设 x **为被乘数** A **的补数，**y **为乘数** B **的补数，即**

$$A=100-x,\quad B=100-y,$$

则

$$\begin{aligned}A\cdot B&=(100-x)(100-y)\\&=10000-100x-100y+xy\\&=100[100-(x+y)]+xy.\end{aligned}$$

这表明，这类乘法是以两个乘数的补数之和的补数，作得数的左边部分；两个乘数的补数的积，作得数的右边部分. 所以

$$96\times97=100[100-(4+3)]+4\times3=9312;$$
$$98\times94=100\times[100-(2+6)]+2\times6=9212.$$

③ **五五法**

在乘法运算中，如果有一个乘数是 5，**或** 5 **的倍数，或** 5 **的幂，或被乘数与乘数的末尾是** 5 **的…，都可以利用** 5 **的性质，简化乘法步骤，这种方法叫做“五五法”.**

a. **折半移位法**

138. **计算**：78124×5.

解　设被乘数为 A，**乘数为** $B=5$，**则** $A\cdot B=A\cdot5=A\cdot\frac{10}{2}=\frac{A}{2}\times10$.

由此可知，两数相乘，如果有一个乘数是 5，**可将另一个乘数折半后扩大** 10 **倍，就得到所求的积. 所以，**

$$78124\times5=\frac{78124}{2}\times10=390620.$$

b. **两数的末尾都是 5，去掉 5 以后的左边部分之和是偶数**

139. 计算：75×95；435×115；375×95.

解　设被乘数 $A=10x+5$，**乘数** $B=10y+5$，**且** $x+y=$**偶数**.

则

$$\begin{aligned}A\cdot B&=(10x+5)(10y+5)\\&=100xy+50x+50y+25\\&=100xy+50(x+y)+25\\&=100xy+100\times\frac{x+y}{2}+25\\&=100\left(xy+\frac{x+y}{2}\right)+25.\end{aligned}$$

这表明将两数的左边部分相乘，再加上这两部分之和的一半，后面接上 2、5 两个数字，就是所求的积. 所以，

$$75\times95=100\left(7\times9+\frac{7+9}{2}\right)+25=7125;$$

$$435\times115=100\left(43\times11+\frac{43+11}{2}\right)+25=50025;$$

$$375\times95=100\left(37\times9+\frac{37+9}{2}\right)+25=35625.$$

写成竖式是：

$$\begin{array}{r:l}7&5\\\times\ 9&5\\\hline71&25\end{array}\qquad\left(7\times9+\frac{7+9}{2}\right)\ (5^2)$$

$$\begin{array}{r:l}43&5\\\times11&5\\\hline500&25\end{array}\qquad\left(43\times11+\frac{43+11}{2}\right)\ (5^2)$$

$$\begin{array}{r:l}37&5\\\times\ 9&5\\\hline356&25\end{array}\qquad\left(37\times9+\frac{37+9}{2}\right)\ (5^2)$$

c. **两数的末尾都是 5，去掉 5 以后的左边部分之和是奇数**

140. 计算：25×75；1015×345；12345×115.

解　设被乘数 $A=10x+5$，**乘数** $B=10y+5$，**且** $x+y=$**奇数**，

则

$$A\cdot B=(10x+5)(10y+5)$$

$$= 100xy + 50x + 50y + 25$$

$$= 100\left(xy + \frac{x+y}{2}\right) + 25$$

$$= 100\left(xy + \frac{x+y}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) + 25$$

$$= 100\left(xy + \frac{x+y-1}{2}\right) + 100 \times \frac{1}{2} + 25$$

$$= 100\left(xy + \frac{x+y-1}{2}\right) + 75,$$

这表明将两数的左边部分相乘，再加上这两部分之和减去 1 后的一半，后面接上 75，就得到所求的积. 所以，

$$25 \times 75 = 100 \times \left(2 \times 7 + \frac{2+7-1}{2}\right) + 75 = 1875;$$

$$1015 \times 345 = 100 \times \left(101 \times 34 + \frac{101+34-1}{2}\right) + 75 = 350175;$$

$$12345 \times 115 = 100 \times \left(1234 \times 11 + \frac{1234+11-1}{2}\right) + 75 = 1419675.$$

写成竖式是：

$$\begin{array}{r:l} 2 & 5 \\ \times\ 7 & 5 \\ \hline 18 & 75 \end{array}$$

$$\left(2\times7+\frac{2+7-1}{2}\right)$$

$$\begin{array}{r:l} 101 & 5 \\ \times\ 34 & 5 \\ \hline 3501 & 75 \end{array}$$

$$\left(101\times34+\frac{101+34-1}{2}\right)$$

$$\begin{array}{r:l} 1234 & 5 \\ \times\ 11 & 5 \\ \hline 14196 & 75 \end{array}$$

$$\left(1234\times11+\frac{1234+11-1}{2}\right)$$

d. **有一个乘数是** 25

141. 计算： 876543×25；54321×1125.

解　设被乘数为 A，**乘数为** 25，

则

$$A \cdot B = A \cdot 25 = A \cdot \frac{100}{4} = 100A \times \frac{1}{4}$$

$= 100A \div 4.$

因此两数相乘，如果一个数是 25 时，可在另一个数的末尾加两个 0，然后除以 4，所得的商就是两数的积.

$$876543 \times 25 = 87654300 \div 4$$

$$4 \overline{)\,8\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 0\ 0}$$
$$2\ 1\ 9\ 1\ 3\ 5\ 7\ 5$$

$\therefore$ $867543 \times 25 = 21913575.$

在计算 54321×1125 时，把 1125 分解成 1100 与 25 的和.

$$\begin{array}{r} 54321 \\ \times\quad 1125 \\ \hline 1358025 \quad \longleftarrow 5432100 \div 4 \\ +5975531 \quad \longleftarrow 54321 \times 11 \\ \hline 61111125 \end{array}$$

$\therefore$ $54321 \times 1125 = 61111125.$

e. **有一个乘数是 125**

142. **计算**：$654821 \times 125.$

解　设被乘数为 A，乘数为 $B = 125$.

则

$$A \cdot B = A \times 125 = A \times \frac{1000}{8}$$

$$= 1000A \div 8.$$

这表明当两数相乘，有一个乘数是 125 时，可在另一个乘数的末尾加三个 0，然后除以 8，所得的商就是两数的积.

$$654821 \times 125 = 654821000 \div 8$$

$$8 \overline{)\,6\ 5\ 4\ 8\ 2\ 1\ 0\ 0\ 0}$$
$$8\ 1\ 8\ 5\ 2\ 6\ 2\ 5$$

$\therefore$ $654821 \times 125 = 81852625.$

f. **有一个乘数是 75**

143. **求 96×75 的积.**

解　设被乘数为 A，乘数为 $B = 75$.

则

$$A \cdot B = A \cdot 75 = A \times 100 \times \frac{3}{4}$$

$$= A \times \frac{3}{4} \times 100.$$

这表明两数相乘，当一个乘数是 75 时，可将另一个乘数除以 4 再乘以 3，然后扩大 100 倍，所得的结果就是两数的积.

$\therefore$ $96 \times 75 = 96 \div 4 \times 3 \times 100 = 7200.$

g. **有一个乘数是** 375

144. **求** 375×24 **的积.**

解　两数相乘,当一个乘数是 375 **时,可将另一个乘数除以** 8 **再乘以** 3**,然后扩大** 1000 **倍,所得的结果就是两数的积. 所以,**

$$375\times24=24\div8\times3\times1000=9000.$$

h. **两个十位数字都是** 5 **的两位数相乘**

145. **求** 58×56**,**51×53 **的积.**

解　设一个乘数为 $A=50+x$**,另一个乘数为** $B=50+y$**,**

$$\begin{aligned}A\cdot B&=(50+x)(50+y)\\&=2500+50x+50y+xy\\&=2500+50(x+y)+xy\\&=100\left(\frac{x+y}{2}+25\right)+xy.\end{aligned}$$

这表明两个两位数相乘,如果十位数字都是 5**,可将两个个位数字之和的一半加上** 25 **作积的左边部分,两个个位数字相乘的积作这两个两位数积的右边部分. 所以**

$$58\times56=100\times\left(\frac{8+6}{2}+25\right)+8\times6=3200+48=3248;$$

$$51\times53=100\times\left(\frac{1+3}{2}+25\right)+1\times3=2700+3=2703.$$

④ **余补法**

有些数比 10 **或** 100**,**1000 **稍大,从这些数中减去** 10 **或** 100**,**1000 **等数,所得的差叫做这类数的余数. 如** 102 **的余数是** 2**,**1008 **的余数是** 8 **等.**

在乘法运算中,利用余数或补数,以简化求积运算步骤的方法,叫做"余补法".

a. **两数右边部分互补. 左边部分相同**

146. **计算:** 68×62**;**117×113**;**3289×3211.

解　设一个乘数为 $A=10^nx+y$**,另一个乘数为** $B=10^nx+z$**,且** $y+z=10^n$**(**n **最小为** 1 **的整数),则**

$$\begin{aligned}A\cdot B&=(10^nx+y)(10^nx+z)\\&=10^nx\cdot10^nx+10^nz+10^nxy+yz\\&=10^{2n}x+10^nx(z+y)+yz\\&=10^{2n}x^2+10^{2n}x+yz\\&=10^{2n}x(x+1)+yz.\end{aligned}$$

这说明这类乘法的计算方法为先求出左边部分与它的连续数的积,作得数的左边部分;然后求右边部分的积,作得数的右边部分.

$$\begin{array}{r:l} 6 & 8 \\ \times 6 & 2 \\ \hline 42 & 16 \\ [6\times(6+1)] & (8\times 2) \end{array}$$

∴ $68\times 62=4216$；

$$\begin{array}{r:l} 11 & 7 \\ \times 11 & 3 \\ \hline 132 & 21 \\ [11\times(11+1)] & (7\times 3) \end{array}$$

∴ $117\times 113=13221$；

$$\begin{array}{r:l} 32 & 89 \\ \times 32 & 11 \\ \hline 1056 & 0979 \\ [32\times(32+1)] & (89\times 11) \end{array}$$

（**占四位**）

∴ $3289\times 3211=10560979$；

147. **计算**：998×902；$10\frac{3}{7}\times 10\frac{4}{7}$；$8.91\times 8.09$.

解 $998\times 902=900196$.

$$\begin{array}{r:l} 9 & 98 \\ \times 9 & 02 \\ \hline 90 & 0196 \\ [9\times(9+1)] & (98\times 2) \end{array}$$

（**占四位**）

$10\frac{3}{7}\times 10\frac{4}{7}=110\frac{12}{49}$；

$$\begin{array}{r:l} 10 & \frac{3}{7} \\ \times 10 & \frac{4}{7} \\ \hline 110 & \frac{12}{49} \\ [10\times(10+1)] & \left(\frac{3}{7}\times\frac{4}{7}\right) \end{array}$$

$8.91\times 8.09=72.0819$.

$$\begin{array}{r:l} 8. & 91 \\ \times 8. & 09 \\ \hline 72. & 0819 \\ [8\times(8+1)] & (91\times 9) \end{array}$$

148. **计算**：57×53；56×54；58×52.

解　这类题目属于两个乘数左边都是 5，**右边部分又互补，只要将右边部分相乘的积，接在** 30 **后面，就是所求的结果.**

$$57\times53=3000+7\times3=3021;$$

$$56\times54=3000+6\times4=3024;$$

$$58\times52=3000+8\times2=3016.$$

b. **两个位数相同的多位数，右边部分相同，左边部分互补**

149. **计算**：76×36；874×134.

解　设一个乘数为 $A=10^nx+z$，**另一个乘数为** $B=10^ny+z$，**且** $x+y=10^n$（**即互补**），**则**

$$\begin{aligned}A\cdot B&=(10^nx+z)(10^ny+z)\\&=10^{2n}xy+10^nxz+10^nyz+z^2\\&=10^{2n}xy+10^n(x+y)z+z^2\\&=10^{2n}xy+10^{2n}z+z^2\\&=10^{2n}(xy+z)+z^2.\end{aligned}$$

这表明这类题目可将左边部分相乘，加上右边一个相同数，作得数的左边部分；将右边相同部分相乘的积，作得数的右边部分（两个两位以上的数相乘时，要注意右边相同部分的对位）.

76×36＝2736；

7	6
×3	6
27	36
(7×3+6)	(6^2)

874×134＝117116.

87	4
×13	4
1171	16
(87×13+40)	(4^2)
*	

＊**当左边部分比右边部分多一位时，左边部分相乘的积须加上右边相同部分的** 10 **倍.**



150. **计算**：8994×1014；812×212；8102×2102；8912×1112.

解　8994×1014＝9119916；



$$\begin{array}{r|l} 899 & 4 \\ \times 101 & 4 \\ \hline 91199 & 16 \\ (899\times101+400) & (4^2) \end{array}$$

$812\times212=172144$；

$$\begin{array}{r|l} 8 & 12 \\ \times 2 & 12 \\ \hline 172 & 144 \\ (8\times2\times10+12) & (12^2) \end{array}$$

$*$

$*$ 当左边部分比右边部分少一位时，左边部分相乘的积须再乘以 10 然后加上右边一个相同部分.

$8102\times2102=17030404$；

$$\begin{array}{r|l} 8 & 102 \\ \times 2 & 102 \\ \hline & 1\ 0404 \\ 170 & 2 \\ \hline (8\times2\times100+102) & (102^2)\leftarrow(\text{只占四位}) \\ \hline 170 & 3\ 0404\ * \end{array}$$

$*$ $n=3$　$8+2=10$　$3+1=4$，z^2 **只能占四位.**

$8912\times1112=9910144$.

$$\begin{array}{r|l} 89 & 12 \\ \times 11 & 12 \\ \hline 991 & 0144\quad * \\ (89\times11+12) & (12^2) \\ & (\text{占四位}) \end{array}$$

$*$ $n=2$　$89+11=10^2$；$2+2=4$，z^2 **应占四位**

c. **两个略小于 10^n 的位数相同的数相乘**

151. **计算**：93×95；989×968；

解　**设** $A=10^n-x$，$B=10^n-y$.

（x、y **为最小是** 1，**最大是** 9 **的整数**）

$$\begin{aligned} A\cdot B&=(10^n-x)(10^n-y)\\ &=10^{2n}-10^nx-10^ny+xy\\ &=10^n(10^n-x-y)+xy\\ &=10^n(A-y)+xy. \end{aligned}$$

同理可证：$A\cdot B=10^n(B-x)+xy$，

$A\cdot B=10^n(A+B-10^n)+xy$.

由此可知，这类题目可将一个乘数减去另一个乘数的补数，作得数的左边部分；将两个补数相乘，作得数的右边部分.

$93\times95=8825$；

	9 3 ×9 5
	88 ⋮ 35
$[93-(100-95)]$	$[(100-93)\times(100-95)]$
或$[95-(100-93)]$	
或$(93+95-10^2)$	

$989\times968=957352$.

	补数
	989……11
	× 968……32
957	352
$(989-32)$	(11×32)
或$(968-11)$	
或$(989+968-10^3)$	

152. **计算**：996×993；984×983；948×963.

解 $996\times993=989028$；

	补数
	996……4
	× 993……7
989	028 *
$(996-7)$	(4×7)

* **因** $n=3$，$10^3\times989$ **为六位数，所以应在** 28 **之前添个** 0.

$984\times983=967272$；

	补数
	984……16
	× 983……17
967	272
$(984-17)$	(16×17)

$948\times963=912924$.

		补数
		948……52
		× 963……37
*	1	924
91	1	(52×37)
$(948-37)$		
91	2	924 *



＊$n=3.48\times63$ **的积为四位数，但得数左边部分只能占三位，因此右边的首位应与左边的末位相加.**

⑤ 和差法

将相乘两数变成甲、乙两数的和乘以甲、乙两数的差，然后根据“和差公式”，以简化乘法步骤，这种方法叫做“和差法”.

153. **计算**：17×13；19×21；113×109；104×98；100001×99999.

解 $17\times13=(15+2)(15-2)$

$=15^2-2^2=225-4$

$=221$；

$19\times21=(20-1)(20+1)$

$=20^2-1=400-1$

$=399$；

$113\times109=(111+2)(111-2)$

$=111^2-2^2=12321-4$

$=12317$；

$104\times98=(101+3)(101-3)$

$=101^2-3^2=10201-9$

$=10192$；

$100001\times99999=(100000+1)(100000-1)$

$=100000^2-1$

$=9999999999$.

⑥ 综合计算

154. **计算**：4623×971；4856×1996.

解 $971=1001-30$

$$\begin{array}{r} 4623 \\ \times\ 971 \\ \hline 4627623 \leftarrow\!\!- 4623\times1001 \\ -\ 138690 \leftarrow\!\!- 4623\times30 \\ \hline 4488933 \end{array}$$

∴ $4623\times971=4488933$；

$1996=2000-4$

$$\begin{array}{r} 4856 \\ \times 1996 \\ \hline 9712000 \leftarrow\!\!- 4856\times2\times1000 \\ -\ 19424 \leftarrow\!\!- 4856\times4 \\ \hline 9692576 \end{array}$$

∴ $4856\times1996=9692576$.

155. 计算：4321×9601；3506×5498.

解 9601＝10001－400

$$\begin{array}{r} 4321 \\ \times\ 9601 \\ \hline 43214321 \leftarrow\!\!- 4321\times 10001 \\ -\ 1728400 \leftarrow\!\!- 4321\times 400 \\ \hline 41485921 \end{array}$$

∴ 4321×9601＝41485921；

5498＝5500－2，

$$\begin{array}{r} 3506 \\ \times\ 5498 \\ \hline 19283000 \leftarrow\!\!- 3506\times 11\div 2\times 1000 \\ -\ \ 7012 \leftarrow\!\!- 3506\times 2 \\ \hline 19275988 \end{array}$$

∴ 3506×5498＝19275988.

(3) 除法速算法

五五法 **在除法运算中，如果除数是 5 的幂或 5 的倍数或末尾有 5 或 5 的幂的，可利用 5 的特性以简化除法步骤，这类方法，叫做“五五法”.**

a. **除数是 5 或 25，125，…，5^n（n 为大于或等于 1 的整数）**

156. 计算：9876÷5；87654÷25；64÷125；1234÷625.

解 **设被除数为 A，除数为 $B=5^n$，**

则

$$A\div B=A\div 5=A\div\frac{10}{2}$$

$$=A\times\frac{2}{10}=A\times 2\div 10.\ (n=1)$$

同理，

$$A\div 25=A\times 4\div 100,$$

或

$$A\div 5^2=A\times 2^2\div 10^2;$$

$$A\div 125=A\times 8\div 1000,$$

或

$$A\div 5^3=A\times 2^3\div 10^3;$$

由此类推，得 $A\div 5^n=A\times 2^n\div 10^n$，**所以，**

$$9876\div 5=9876\times 2\div 10=1975.2;$$

$$87654\div 25=87654\times 4\div 100=3506.16;$$

$$64\div 125=64\times 8\div 1000=0.512;$$

$$1234\div 625=1234\times 16\div 10000=1.9744.$$

b. **除数的个位数字是 5**

157. 计算：38756.2÷35.



解 用 2 分别乘被除数和除数，然后再除.

$$38756.2\div35=38756.2\times2\div(35\times2)$$
$$=77512.4\div70=7751.24\div7$$
$$=1107.32.$$

c. **除数末二位数为 25 或 75**

158. 计算：$84765\div225$；$7352\div175$.

解 用 4 乘被除数和除数，然后再除.

$$84765\div225=(84765\times4)\div(225\times4)=339060\div900$$
$$=3390.6\div9\approx376.73;$$
$$7352\div175=(7352\times4)\div(175\times4)=29408\div700$$
$$=294.08\div7\approx42.011.$$

d. **除数末三位数为 125**

159. 求 7893.7564÷5125 的商.

解 用 8 分别乘被除数和除数，然后再除.

$$7893.7564\div5125=(7893.7564\times8)\div(5125\times8)$$
$$=63150.0512\div41000=63.1500512\div41$$
$$\approx1.540.$$

(4) 乘方速算法

① 一一法

a. 11，101，1001，…，(10^n+1)**的平方**

160. 计算：11^2，101^2，1001^2，10001^2.

解 $(10^n+1)^2=(10^n)^2+2(10^n)+1^2=10^n(10^n+2)+1$.

这个式子表明，11 或 101，1001，…，(10^n+1)的平方数的首位和末位数字都是 1，正中间一位是 2，在“2”与左右两边的“1”之间，各放$(n-1)$个 0.

∴ $11^2=121$ $(n=1)$；

$101^2=10201$ $(n=2)$；

$1001^2=1002001$ $(n=3)$；

$10001^2=100020001$ $(n=4)$.

b. 12，13，14，102，103，…，(10^n+x)**的平方**

161. 求 12，102，1002，10002，13，103，1003，14，104，1004 **的平方数.**

解 $(10^n+x)^2=(10^n)^2+2(10^n)x+x^2=10^n(10^n+2x)+x^2$.

根据上面公式，得

$12^2=10(10+2\times2)+2^2=144$；

$102^2=10^2(10^2+2\times2)+2^2=10404$；

$1002^2=10^3(10^3+2\times2)+2^2=1004004$；

$10002^2=10^4(10^4+2\times2)+2^2=100040004$.

一般地，$(10^n+2)^2=10\underbrace{\cdots}_{(n-1)\text{个}}04\underbrace{\cdots}_{(n-1)\text{个}}04$.

$13^2=10(10+2\times3)+3^2=169$；

$103^2=10609(n=2)$；

$1003^2=1006009(n=3)$.

一般地，$(10^n+3)^2=10\underbrace{0\cdots}_{(n-1)\text{个}}06\underbrace{00\cdots}_{(n-1)\text{个}}09$.

$14^2=10(10+2\times4)+4^2=196$；

$104^2=10^2(10^2+2\times4)+4^2=10816$；

$1004^2=10^3(10^3+2\times4)+4^2=1008016$.

一般地，$(10^n+4)^2=10\underbrace{0\cdots}_{(n-1)\text{个}}08\underbrace{00\cdots}_{(n-1)\text{个}}016$.

c. 21，31，41，201，301，2001，3001，…，(10^nx+1)**的平方**

162. 求 21，201，2001，31，301，3001，41，401，4001，40001 **的平方数**.

解　$(10^nx+1)^2$

$=(10^nx)^2+2(10^nx)+1^2$

$=10^{2n}x^2+10^n\cdot2x+1$

$=10^n(10^nx+2)x+1$.

$21^2=10(10\times2+2)\times2+1=441$；

$201^2=10^2(10^2\times2+2)\times2+1=40401$；

$2001^2=10^3(10^3\times2+2)\times2+1=4004001$.

一般地$(10^n\times2+1)^2=4\underbrace{00\cdots}_{(n-1)\text{个}}04\underbrace{00\cdots}_{(n-1)\text{个}}01$.

$31^2=10(10\times3+2)\times3+1=961$；

$301^2=10^2(10^2\times3+2)\times3+1=90601$；

$3001^2=10^3(10^3\times3+2)\times3+1=9006001$.

一般地$(10^n\times3+1)^2=9\underbrace{00\cdots}_{(n-1)\text{个}}06\underbrace{00\cdots}_{(n-1)\text{个}}01$.

$41^2=10(10\times4+2)\times4+1=1681$；

$401^2=10^2(10^2\times4+2)\times4+1=160801$；

$4001^2=10^3(10^3\times4+2)\times4+1=16008001$；

$40001^2=1600080001$.

一般地$(10^n\times4+1)^2=16\underbrace{00\cdots}_{(n-1)\text{个}}08\underbrace{00\cdots}_{(n-1)\text{个}}01$.



d. **由 1 所组成的多位数的平方**

163. 求 11,111,1111,11111,111111 **的平方数.**

解　设 $A=\underbrace{1111\cdots1}_{n\text{个}1}$,($n$ **最小为** 1,**最大为** 9)

则

$$\begin{aligned}A^2&=(10^{n-1}+10^{n-2}+10^{n-3}+\cdots+10+1)^2\\&=(10^{n-1})^2+(10^{n-2})^2+(10^{n-3})^2+\cdots\\&\quad+10^2+1+2(10^{n-1}\times10^{n-2}+10^{n-1}\times10^{n-3}+\cdots\\&\quad+10^2\times10+10\times1)\\&=10^{2n-2}+10^{2n-4}+10^{2n-6}+\cdots+10^2+1+2\times10^{2n-3}+2\times10^{2n-4}+\cdots\\&\quad+2\times10^3+2\times10\\&=10^{2n-2}+2\cdot10^{2n-3}+3\cdot10^{2n-4}+\cdots\\&\quad+n\cdot10^{n-1}+(n-1)\cdot10^{n-2}+(n-2)\cdot10^{n-3}+\cdots+2\cdot10+1\\&=1234\cdots(n-1)n(n-1)(n-2)^{*}\cdots4321.\end{aligned}$$

上 * **表示由** 1 **所组成的任意位数的平方,等于按自然数的顺序递增到相应位数,再反向递减到** 1.

所以,$11^2=121$　($n=2$);

$111^2=12321$　($n=3$);

$1111^2=1234321$　($n=4$);

$11111^2=123454321$　($n=5$);

$111111^2=12345654321$　($n=6$).

e. **底数是** 11 **或** 111,1111,…**等数的** 2 **倍或** 3 **倍、**4 **倍…所组成的数的平方式**

164. 求 22,222,3333,55555 **的平方数.**

解　$22^2=121\times2^2=484$;

$222^2=12321\times2^2=49284$;

$3333^2=1234321\times3^2=11108889$;

$55555^2=123454321\times5^2=123454321\times25$

$=12345432100\div4$

$=3086358025$.

② **三三法**

在一个数的乘方中,如果这个数的各位数字有一个或两个以上的数字

---

* **式中括号用来表示位置的特定符号,与平常的括号意义不同,也就是说括号之间不能相乘.**

是 3 的时候，则可利用“3”的特性，以简化运算步骤，这类乘方，叫做“三三法”.

a. 各个数位的数字都是 3 的数的平方

165. 求 33，333，3333，33333 的平方.

解　一个数的各位数字都是 3，且位数有$(n+1)$位，则它的平方数必是 11…08…89 的形式，左边有 n 个“1”，后面拖着一个“0”；0 后有 n 个“8”，8 后面再拖着一个 9.

上述规律可证明如下：

设底数为$\frac{10^{n+1}-1}{3}$[$(n+1)$为底数的位数]，

求证：$\frac{(10^{n+1}-1)^2}{9}=\underbrace{11\cdots1}_{n\text{个}1}\underbrace{08\cdots89}_{n\text{个}8}$.

证明　右边$=9+8\times10+8\times10^2+\cdots+8\times10^n+10^{n+2}+\cdots+10^{2n}+10^{2n+1}$

$=9+80(1+10+10^2+\cdots+10^{n-1})+10^{n+2}(1+10+10^2+\cdots+10^{n-1})$

$=9+\frac{80(10^n-1)}{10-1}+\frac{10^{n+2}(10^n-1)}{10-1}$

$=\frac{81+8\times10^{n+1}-80+10^{2n+2}-10\times10^{n+1}}{9}$

$=\frac{10^{2n+2}-2\times10^{n+1}+1}{9}$

$=\left(\frac{10^{n+1}-1}{3}\right)^2$

=左边.

∴　$33^2=1089$　($n+1=2$，$n=1$)；

$333^2=110889$　($n+1=3$，$n=2$. 所以有两个 1，两个 8)；

$3333^2=11108889$　($n+1=4$，$n=3$)；

$33333^2=1111088889$　($n+1=5$，$n=4$).

b. 末位数字是 2，其他数字都是 3

166. 求 32，332，3332，33332，33.3332 的平方数.

解　如果一个数的末位数字是 2，其他各位的数字都是 3，且位数有$(n+1)$位，则它的平方数必有 11…102…24 的形式，左边有 n 个“1”，后面拖着一个“0”，0 后有 n 个“2”，后面拖着一个 4.

上述规律可证明如下：

设底数为$\frac{10^{n+1}-4}{3}$[$(n+1)$为底数的位数]，则有

$$\left(\frac{10^{n+1}-4}{3}\right)^2=\overbrace{11\cdots1}^{n\text{个}1}0\overbrace{2\cdots2}^{n\text{个}2}4.$$



证明　右边$=4+2\times10+2\times10^2+\cdots+2\times10^n+10^{n+2}+\cdots+10^{2n}+10^{2n+1}$

$=4+20(1+10+10^2+10^3+\cdots+10^{n-1})+10^{n+2}(1+10+10^2+10^3+\cdots+10^{n-1})$

$=4+\frac{20(10^n-1)}{10-1}+\frac{10^{n+2}(10^n-1)}{10-1}$

$=\frac{36+2\times10^{n+1}-20+10^{2n+2}-10\times10^{n+1}}{9}$

$=\frac{10^{2n+2}-8\times10^{n+1}+16}{9}$

$=\left(\frac{10^{n+1}-4}{3}\right)^2$

$=$**左边**.

∴　$32^2=1024$　$(n+1=2,\ n=1)$;

$332^2=110224$　$(n+1=3,\ n=2)$;

$3332^2=11102224$　$(n+1=4,\ n=3)$;

$33332^2=1111022224$　$(n+1=5,\ n=4)$;

$(33.3332)^2=1111.10222224$,$(n+1=6,\ n=5)$.

底数有四位小数,平方数中有 8 **位小数.**

c. **末位数字是** 5,**左边有** n **位数字** 3

167. **求** 35、335、3335、3.3335 **的平方数.**

解　这类数的平方数的形式必是 $11\cdots122\cdots25$,**左边有** n **个** 1,**接着是**$(n+1)$**个** 2,**末位数字是** 5.

设底数$\frac{10^{n+1}+5}{3}$(n **为** 3 **的个数**),**则有**

$$\left(\frac{10^{n+1}+5}{3}\right)^2=\overbrace{11\cdots1}^{n\text{个}1}2\overbrace{2\cdots2}^{(n+1)\text{个}2}5.$$

证明　右边$=5+2\times10+2\times10^2+\cdots+2\times10^n+2\times10^{n+1}+10^{n+2}+\cdots+10^{2n}+10^{2n+1}$

$=5+20(1+10+10^2+\cdots+10^n)+10^{n+2}(1+10+10^2+\cdots+10^{n-1})$

$=5+\frac{20(10^{n+1}-1)}{10-1}+\frac{10^{n+2}(10^n-1)}{10-1}$

$$=\frac{45+20\times10^{n+1}-20+10^{2n+2}-10\times10^{n+1}}{9}$$

$$=\frac{10^{2n+2}+10\times10^{n+1}+25}{9}$$

$$=\left(\frac{10^{n+1}+5}{3}\right)^2$$

=**左边**.

∴ $35^2=1225$ （$n=1$）；

$335^2=112225$ （$n=2$）；

$3335^2=11122225$ （$n=3$）；

$3.3335^2=11.11222225$ （**底数有** 4 **位小数，平方数是** 8 **位小数**）.

③ **六六法**

底数的各位数字中有一个或两个以上的数字是 6.

a. **底数的各位数字都是** 6

168. **求** 66，666，6666，66666 **的平方数**.

解 这类数的平方数必是 44…4355…56 的形式. 从左向右排列有（$n-1$）个 4，1 个 3，（$n-1$）个 5，最后是 6.（n 为底数的位数，即 6 的个数）

上述规律可证明如下：

设底数为 $\frac{2\times10^n-2}{3}$（n **为最小是** 2，**最大是** 9 **的整数**），**则有**

$$\left(\frac{2\times10^n-2}{3}\right)^2=\overbrace{44\cdots4}^{(n-1)\text{个}4}\overbrace{35\cdots56}^{(n-1)\text{个}5}.$$

证明 **右边**$=6+5\times10+5\times10^2+\cdots+5\times10^{n-1}+3\times10^n+4\times10^{n+1}$

$+4\times10^{n+2}+\cdots+4\times10^{2n-1}$

$=6+50(1+10+10^2+\cdots+10^{n-2})+3\times10^n+4\times10^{n+1}(1$

$+10+10^2+\cdots+10^{n-2})$

$$=6+\frac{50(10^{n-1}-1)}{10-1}+3\times10^n+\frac{4\times10^{n+1}(10^{n-1}-1)}{10-1}$$

$$=\frac{54+50(10^{n-1}-1)+27\times10^n+4\times10^{n+1}(10^{n-1}-1)}{9}$$

$$=\frac{54+5\times10^n-50+27\times10^n+4\times10^{2n}-4\times10^{n+1}}{9}$$

$$=\frac{4\times10^{2n}-8\times10^n+4}{9}$$

$$=\left(\frac{2\times10^n-2}{3}\right)^2$$

=**左边**.



∴ $66^2=4356$ （$n=2$，所以得数为从左向右依次排列的 1 个 4，1 个 3，1 个 5，1 个 6）；

$666^2=443556$ （$n=3$，所以得数为从左向右依次排列的 2 个 4，1 个 3，2 个 5，1 个 6）；

$6666^2=44435556$；

$66666^2=4444355556$.

b. 底数的末位是 5，其余是 n 个 6

169. 求 65、665、6665、6666.5 的平方数.

解 这类数的平方数必是 44…422…25 的形式，即左边有 n 个数字 4，右边有$(n+1)$个数字 2，后面拖着一个 5. 证明如下：

设底数为$\overbrace{66\cdots65}^{n\text{个}6}=\dfrac{2\times10^{n+1}-5}{3}$，则有

$$\left(\frac{2\times10^{n+1}-5}{3}\right)^2=\underbrace{44\cdots4}_{n\text{个}4}\underbrace{22\cdots25}_{(n+1)\text{个}2}.$$

证明 右边$=5+2\times10+2\times10^2+2\times10^3+\cdots+2\times10^n+2\times10^{n+1}+4\times10^{n+2}+4\times10^{n+3}+\cdots+4\times10^{2n}+4\times10^{2n+1}$

$=5+20(1+10+10^2+\cdots+10^{n-1}+10^n)+4\times10^{n+2}(1+10+10^2+\cdots+10^{n-2}+10^{n-1})$

$=5+\dfrac{20(10^{n+1}-1)}{10-1}+\dfrac{4\times10^{n+2}(10^n-1)}{10-1}$

$=\dfrac{45+20\times10^{n+1}-20+4\times10^{2n+2}-4\times10^{n+2}}{9}$

$=\dfrac{4\times10^{2(n+1)}-20\times10^{n+1}+25}{9}$

$=\left(\dfrac{2\times10^{n+1}-5}{3}\right)^2$

=左边.

∴ $65^2=4225$ [$n=1$，所以有 1 个 4，(1+1)个 2，1 个 5]；

$665^2=442225$ [$n=2$，所以有 2 个 4，(2+1)个 2，1 个 5]；

$6665^2=44422225$；

$6666.5^2=44442222.25$（底数是一位小数，平方数就是两位小数）.

c. 底数的末位数字是 8，其余是 n 个 6

170. 求 68、668、6668、66668 的平方数.

解 这类底数的平方数必是$\underbrace{44\cdots4}_{n\text{个}4}\underbrace{6}\underbrace{22\cdots24}_{n\text{个}2}$ 的形式. 证明如下：

设底数为$\overbrace{66\cdots6}^{n\text{个}6}8=\frac{2\times10^{n+1}+4}{3}$（$n$ 为大于或等于 1 的整数），则

$$\left(\frac{2\times10^{n+1}+4}{3}\right)^2=\underbrace{44\cdots4}_{n\text{个}4}\underbrace{62\cdots24}_{n\text{个}2}.$$

证明　右边$=4+2\times10+2\times10^2+2\times10^3+\cdots+2\times10^n+6\times10^{n+1}$
$+4\times10^{n+2}+4\times10^{n+3}+\cdots+4\times10^{2n}+4\times10^{2n+1}$
$=4+20(1+10+10^2+\cdots+10^{n-1})+6\times10^{n+1}$
$+4\times10^{n+2}(1+10+10^2+\cdots+10^{n-2}+10^{n-1})$
$=4+\frac{20(10^n-1)}{10-1}+6\times10^{n+1}+\frac{4\times10^{n+2}(10^n-1)}{10-1}$
$=\frac{36+20\times10^n-20+54\times10^{n+1}+4\times10^{2n+2}-4\times10^{n+2}}{9}$
$=\frac{4\times10^{2(n+1)}+16\times10^{n+1}+16}{9}$
$=\left(\frac{2\times10^{n+1}+4}{3}\right)^2$
＝左边.

∴　$68^2=4624$（底数中有一个 6，所以 $n=1$，平方数中有 1 个 4，1 个 2）；

$668^2=446224$（$n=2$，平方数中有 2 个 4，2 个 2）；

$6668^2=44462224$；

$66668^2=4444622224$.

④ 九九法

底数有 9 这样的数字，利用 9 的特性以简化乘方步骤的方法，叫做“九九法”.

a. 去一法

171. 求 99、999、9999、99999、999999 的平方数.

解　计算 9^2，只要把 9 减去 1 得 8，将 8 与 1 并列写成 81，就是 9 的平方数. 这就是“去一法”. 计算 99 的平方也可用“去一法”. 将 99 减去 1 得 98，作平方数的左边部分，右边部分也应有两位，用 0 补足就得 9801，同理，得

$999^2=998001$；

$9999^2=99980001$；

$99999^2=9999800001$；

$999999^2=999998000001$.

这个方法的依据是：

$\underbrace{999\cdots99}_{n\text{个}9}{}^2=(10^n-1)^2$

$=(10^n)^2-2\times10^n+1$

$=10^n(10^n-2)+1$

$=\overbrace{99\cdots9}^{(n-1)\text{个}9}\overbrace{800\cdots01}^{(n-1)\text{个}0}.$

b. **底数末位数字是** 5，**其余是** n **个数字** 9

172. **求** 95，995，9995，9999.5 **的平方数.**

解　这类数的平方数必是 $\overbrace{99\cdots9}^{n\text{个}9}\overbrace{00\cdots025}^{n\text{个}0}$. **证明如下：**

设底数为 $\overbrace{99\cdots95}^{n\text{个}9}=10^{n+1}-5$（$n$ **为大于或等于** 1 **的整数**）

则$(10^{n+1}-5)^2=\underbrace{99\cdots9}_{n\text{个}9}\underbrace{00\cdots025}_{n\text{个}0}$

证明　$(10^{n+1}-5)^2=(10^{n+1})^2-2\times5\times10^{n+1}+5^2$

$=10^{n+1}(10^{n+1}-2\times5)+25$

$=10^{n+2}(10^n-1)+25$

$=\overbrace{99\cdots9}^{n\text{个}9}\overbrace{00\cdots025}^{n\text{个}0}.$

∴　$95^2=9025$（**底数中有一个** 9，**所以** $n=1$）；

$995^2=990025$；

$9995^2=99900025$；

$9999.5^2=99990000.25$.

c. **底数的末位数字是** 6，**其余是** n **个数字** 9

173. **求** 96、996、9996、999.96 **的平方数.**

解　这类数的平方数必是 $\underbrace{99\cdots9}_{n\text{个}9}\underbrace{200\cdots016}_{(n-1)\text{个}0}$. **证明如下：**

设底数为 $\overbrace{99\cdots96}^{n\text{个}9}=10^{n+1}-4$（$n$ **为大于或等于** 1 **的整数**），**则**

$(10^{n+1}-4)^2=\overbrace{99\cdots9}^{n\text{个}9}\overbrace{200\cdots016}^{(n-1)\text{个}0}.$

证明　$(10^{n+1}-4)^2$

$=(10^{n+1})^2-2\times4\times10^{n+1}+4^2$

$=10^{n+1}(10^{n+1}-8)+16$

$=\overbrace{99\cdots9}^{n\text{个}9}\overbrace{200\cdots016}^{(n-1)\text{个}0}.$

所以，$96^2=9216$（**底数中有一个** 9，**所以** $n=1$，**则得数左边有一个** 9，**后面拖着一个** 2，**中间没有“0”，右边是** 16）；

$996^2=992016$（$n=2$，**所以有** 2 **个** 9，1 **个** 0）；

$9996^2=99920016$；

$999.96^2=999920.0016$.

d. **底数末位是** 7，**其余是** n **个数字** 9

174. **求** 97，997，9997，9999.7 **的平方数**.

解　这类数的平方数必是 $\underbrace{99\cdots9}_{n\text{个}9}\underbrace{400\cdots0}_{n\text{个}0}9$ **的形式**. **它的依据是**：

设底数为 $\overbrace{99\cdots97}^{n\text{个}9}=10^{n+1}-3$（$n$ **为大于或等于** 1 **的整数**），**则**$(10^{n+1}-3)^2=\overbrace{99\cdots9}^{n\text{个}9}\overbrace{400\cdots09}^{n\text{个}0}$.

$$\begin{aligned}(10^{n+1}-3)^2&=(10^{n+1})^2-2\times3\times10^{n+1}+3^2\\&=10^{n+1}(10^{n+1}-6)+9\\&=\overbrace{99\cdots9}^{n\text{个}9}\overbrace{400\cdots09}^{n\text{个}0}.\end{aligned}$$

所以 $97^2=9409$（**底数中有一个** 9，**所以** $n=1$，**因此** 97 **的平方数是由从左向右依次排列着的** 1 **个** 9，1 **个** 4，1 **个** 0 **和** 1 **个** 9 **组成**）；

$997^2=994009$（$n=2$，**所以得数中有** 2 **个** 9，2 **个** 0）；

$9997^2=99940009$；

$9999.7^2=99994000.09$.

e. **底数的末位数字是** 8，**左边有** n **位数字** 9

175. **求** 98、998、9998 **的平方数**.

解　这类数的平方数是 $\overbrace{99\cdots9}^{n\text{个}9}6\overbrace{00\cdots04}^{n\text{个}0}$ **的形式**. **其依据是**：**设底数为** $\overbrace{99\cdots98}^{n\text{个}9}=10^{n+1}-2$（$n$ **为大于或等于** 1 **的整数**）.

则：$$\begin{aligned}(10^{n+1}-2)^2&=(10^{n+1})^2-2\times2\times10^{n+1}+2^2\\&=10^{n+1}(10^{n+1}-4)+4\\&=\overbrace{99\cdots9}^{n\text{个}9}6\overbrace{00\cdots04}^{n\text{个}0}.\end{aligned}$$

$\therefore$ $98^2=9604$（$n=1$）；

$998^2=996004$（$n=2$）；

$9998^2=99960004$（$n=3$）.

⑤ **由已知数的平方求另一数的平方**

176. 已知 $12^2=144$，求出 13、14、15、16、17 的平方数.

解　因为 $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$，所以，

$x^2=(x+y)(x-y)+y^2$.

因此 $13^2=(13+12)(13-12)+12^2=25+144=169$；

$14^2=(14+13)(14-13)+13^2=27+169=196$；

$15^2=(15+14)(15-14)+14^2=29+196=225$；

$16^2=(16+15)(16-15)+15^2=31+225=256$；

$17^2=(17+16)(17-16)+16^2=33+256=289$.

177. 求 18、23、98、52 的平方数.

解　$18^2=(18+2)(18-2)+2^2=20\times16+4=324$；

$23^2=(23+3)(23-3)+3^2=26\times20+9=529$；

$98^2=(98+2)(98-2)+2^2=100\times96+4=9604$；

$52^2=(52+2)(52-2)+2^2=54\times50+4=2704$.

(5) 验算方法

① 弃九法

a. 判断多位数能否被 9 整除的方法

178. 试判断下列各多位数能不能被 9 整除.

87654321；7654321；654321.

解　设一个三位数为 $(100x+10y+z)$.

$$\begin{aligned}100x+10y+z&=(99+1)x+(9+1)y+z\\&=99x+9y+x+y+z\\&=9(11x+y)+(x+y+z).\end{aligned}$$

等式两边同除以 9，得

$$\begin{aligned}&(100x+10y+z)\div9\\&=(11x+y)+(x+y+z)\div9.\end{aligned}$$

这个等式表明，三位数的数字和 $(x+y+z)$ 如果能被 9 整除，则等式左边的三位数 $(100x+10y+z)$ 也就能被 9 整除. 而以 9 除 $(x+y+z)$ 的余数就是以 9 除 $(100x+10y+z)$ 的余数. 四位以上的数可按上法类推.

因为 87654321 的数字和为 $8+7+6+5+4+3+2+1=36$，

而 $36\div9=4$，所以，87654321 能被 9 整除；

因为 7654321 的数字和为 $7+6+5+4+3+2+1=28$，

而 $28\div9=3\cdots1$，所以 7654321 不能被 9 整除；

因为 654321 的数字和为 $6+5+4+3+2+1=21$，

而 $21\div9=2\cdots3$，所以 654321 不能被 9 整除.

b. 求多位数除以 9 的余数的方法

179. 求下列各多位数除以 9 后所得的余数：

1926754；254786.

解　求以 9 除某数的余数，可以 9 除构成某数的数字的和，且其中数字和满 9 的部分，都可以略去不计，这个方法，叫做“弃九法”.

1926754 的数字共七个，其中 $1+2+6=9$，$5+4=9$，弃去 1，2，6；5，4 及 9 等六个数字，剩下的数字是 7，所以 1926754 除以 9 所得的余数是 7；

同理，在 254786 中略去数字 5，4 及 2，7 不计，从 $8+6=14$ 中减去 9 得 5，这个 5 就是所求的余数.

180. 求证：438561 是 9 的倍数.

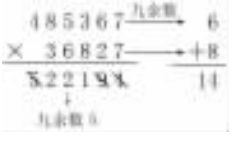
证明　因为 $4+3+8+5+6+1=(4+5)+(3+6)+(8+1)$，即各位数字的和为 9 的倍数，弃九后为 0，所以 438561 是 9 的倍数.

② 加法的验算方法

181. 用弃九法检验下面的加法计算是否正确.

$$\begin{array}{rcccccc} & 4 & 8 & 5 & 3 & 6 & 7 \\ + & & 3 & 6 & 8 & 2 & 7 \\ \hline & 5 & 2 & 2 & 1 & 9 & 4 \end{array}$$

解　用弃九法检验如下：



因为，$14-5=9$，是 9 的倍数，所以计算结果正确.

说明　(a) 分别求出两个加数 485367 与 36827 的九余数 6 和 8，6 与 8 的和为 14；

(b) 求出和数 522194 的九余数 5；

(c) 求出 14 与 5 的差得 9，9 是 9 的一倍数，因此这道题的得数正确无误.

检验的依据是：

设 $N=N_1+N_2$；且 Q,Q_1,Q_2 分别是以 9 除 N,N_1 和 N_2 所得的商；R，R_1,R_2 分别是各数的“九余数”.

则 $N=9Q+R,N_1=9Q_1+R_1,N_2=9Q_2+R_2$

$\because$　$N=N_1+N_2$，

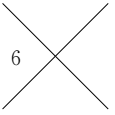
∴ $9Q+R=(9Q_1+R_1)+(9Q_2+R_2)$，

整理，得$(R_1+R_2)-R=9(Q-Q_1-Q_2)$.

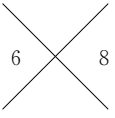
这个式子说明两个数相加后的“九余数”与两个数的“九余数”之和的差，必是 9 的倍数.

本题上述验算过程可用斜十字表达如下：

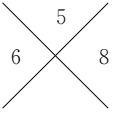
a. 画一个斜十字(×)，把第一加数的“九余数”写在×的左方.



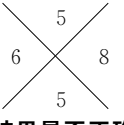
b. 把第二加数的“九余数”写在×的右方.



c. 把左、右两边“九余数”相加后的“九余数”，写在×的上方.

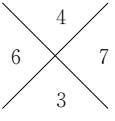


d. 把两个加数的和的“九余数”写在×的下方. 如果上下的数字相同，说明计算无误，如果不同，那就错了.



182. 检验下面两题的计算结果是否正确：

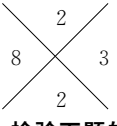
$$874563+18754=893217.$$

解 

因为 $4\neq3$，

所以计算错误.

$$176543+85674=262217.$$

解 

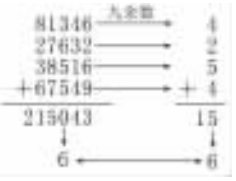
因为 $2=2$，

所以计算正确.

183. 检验下题的计算结果是否正确：

$$81346+27632+38516+67549=215043.$$

解　遇到连加法，可以写成以下的检验形式：



把各加数的“九余数”相加，再弃 9 得 6，又求出和数的“九余数”也是 6，所以计算无误.

③ 减法的验算方法

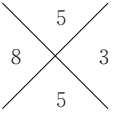
184. 检验下题的计算结果是否正确：

$$\begin{array}{rcccccc} & 1 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 \\ - & & 8 & 5 & 6 & 7 & 4 \\ \hline & & 9 & 0 & 8 & 6 & 9 \end{array}$$

解　减法是加法的逆运算，其验算方法类同于加法验算方法.

两个数相减所得的差数是否正确，看被减数的“九余数”减去减数的“九余数”所得的差，是否与差数的“九余数”相同，如果相同就说明计算无误，不同就说明计算有误.





(1) 把被减数 176543 的“九余数”8 写在×的左方；

(2) 把减数 85674 的“九余数”3 写在×的右方；

(3) 把两余数的差 8−3=5 写在×的上方；

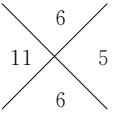
(4) 把差数 90869 的“九余数”5，写在×的下方.

因为上下都是 5，所以所得的差数正确无误.

185. 检验 4600064−2003000=2597064 的计算结果是否正确.

解





这题被减数 4600064 的“九余数”2，小于减数 2003000 的“九余数”5，可以把被减数的“九余数”2 加 9，然后减去减数的“九余数”5. 这是因为在弃九时，是把 9 当 0 看(即丢了不要)，当然，在必要时，也可以把 0 当 9 看(即增加 9). 因此，把被减数的“九余数”2，加上 9 得 11，写在×的左方，减数的“九



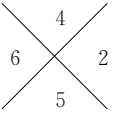
余数”5，写在×的右方；左右相减得 11－5＝6，写在×的上方，差数的“九余数”6，写在×的下方，因上下相同，所以计算无误.

186. 验算下题的计算结果是否正确：

$$438567-249671=288896$$

解

$$\begin{array}{r} 438567 \longrightarrow 6 \\ -249671 \longrightarrow 2 \\ \hline 288896 \longrightarrow 5 \end{array}$$



因为×的上、下方数字不同，故知计算错了.

④ 乘法的验算方法

187. 检验下面两题的积是否正确：

$47\times61=2867$；

$743\times352=251536$.

解　乘法的检验方法是：

被乘数的“九余数”乘以乘数的“九余数”，弃九后的余数必与积的“九余数”相同. 否则，这个乘法计算就有错误. 证明如下：

设被乘数为 A，乘数为 B，积为 C；以 9 除 A、B、C 的商是 q_1，q_2，q_3；除得的余数分别为 R_1，R_2 和 R_3.

则　$A=9q_1+R_1$，

$B=9q_2+R_2$，

$C=9q_3+R_3$.

已知 $A\cdot B=C$，

所以，$(9q_1+R_1)(9q_2+R_2)=9q_3+R_3$；

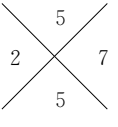
即 $9(9q_1q_2+q_1R_2+q_2R_1)+R_1R_2=9q_3+R_3$；

所以，$R_1R_2-R_3=9(q_3-9q_1q_2-q_1R_2-q_2R_1)$.

上式中，右边为 9 的倍数，则左边也是 9 的倍数. 也就是说，$(R_1\cdot R_2)$ 的“九余数”等于 R_3.

现在

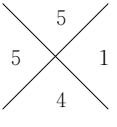
$$\begin{array}{r} 47 \longrightarrow 2 \\ \times\ 61 \longrightarrow 7 \\ \hline 2867 \longrightarrow 5 \end{array}$$



因为 2×7 的“九余数”5 与积的“九余数”5 相等，所以计算正确.

又

$$\begin{array}{r} 743 \longrightarrow 5 \\ \times\ 352 \longrightarrow 1 \\ \hline 251536 \longrightarrow 4 \end{array}$$



因为 5×1 的九余数 5 不等于积的九余数 4，所以计算有误.

⑤ 除法的验算方法

188. 验算 $2544\div53=48$ 的计算结果是否正确：



解　由于除法是乘法的逆运算，所以商的验算方法是：

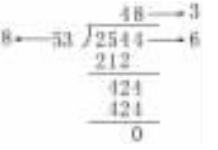
(1) 把除数的“九余数”写在×的左方；

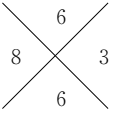
(2) 把商的“九余数”写在×的右方；

(3) 把左右两个数相乘后积的“九余数”写在×的上方；

(4) 把被除数的“九余数”写在×的下方.

如果上下相同，说明计算正确，否则就算错了.





因为×的上、下都是 6，所以计算正确.

189. 验算



解　这是一道有余数的除法.

设被除数为 A，除数为 B，商为 Q，余数为 R. q_1，q_2，q_3，q_4 分别为以 9 除 A、B、Q、R 所得的商，r_1，r_2，r_3，r_4 分别为除得的余数.

则　$A=9q_1+r_1$，

$B=9q_2+r_2$，

$Q=9q_3+r_3$，

$R=9q_4+r_4$.

∵　$A=B\cdot Q+R$，

∴　$9q_1+r_1=(9q_2+r_2)(9q_3+r_3)+(9q_4+r_4)$，

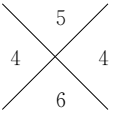
即　$9q_1+r_1=9(9q_2q_3+q_2r_3+q_3r_2+q_4)+r_2r_3+r_4$，

即　$(r_2r_3+r_4)-r_1=9(q-9q_2q_3-q_2r_3-q_3r_2-q_4)$.

上式的右边为 9 的倍数，那么左边也是 9 的倍数，即“九余数”为 0. 所以$(r_2 r_3 + r_4)$的“九余数”等于 r_1，否则，除法计算有错误. 上式清楚地说明：

除数的“九余数”乘以商的“九余数”，加上余数的“九余数”，再弃九后的余数，必等于被除数的“九余数”.





a. 除数 364 的“九余数”4 写在×的左方；商 202 的“九余数”4 写在×的右方.

b. $4\times4+7$(余数的“九余数”)$=23$，将 23 的“九余数”5 写在×的上方.

c. 将被除数 73851 的“九余数”6 写在×的下方.

因为 $5\neq6$，所以计算错误.

⑥ 混合运算的验算方法

190. 已知 $\dfrac{817468\times1942}{9997}=158799\cdots9253$，对计算结果进行验算.

解 上式中，设 $A=817468$ 的九余数为 7；

$B=1942$ 的九余数为 7；

$C=9997$ 的九余数为 7；

$Q=158799$ 的九余数为 3；

$R=9253$ 的九余数为 1.

因为 $A\cdot B=C\cdot Q+R$，而 $7\times7=49$ 的九余数 4 与 $7\times3+1=22$ 的九余数 4 相同，所以计算没有错误.

191. 检验 $1234-37\times27=235$ 的计算结果.

解 1234 的九余数是 1；

37 的九余数是 1；

27 的九余数是 0；

235 的九余数是 1.

左边$=1-1\times0=1$，右边$=1$，

左边＝右边，因等式两边的九余数运算结果相等，故知计算没有错误.

192. 对 $95\times65+735\times325$

$=6175+238875$

$=245040$ 进行验算.

解 (1) 先验算第一步.

95 的九余数与 65 的九余数的积是 $5\times2=10$，10 的九余数是 1；6175 的

九余数是 1，所以 95×65 的积计算正确.

(2) 735 与 325 的九余数的积是 $6\times1=6$，238875 的九余数也是 6，所以 735×325 也计算正确.

(3) 再验算第二步.

6175 与 238875 的九余数的和是 $1+6=7$，而 245040 的九余数是 6，所以这道题的加法计算错了.

4. 文字题

(1) 只含第一级运算

193. 一个加数是 340，另一个加数是 560，和是多少？

解 $340+560=900$.

194. 比 1099 多 321 的数是多少？

解 $1099+321=1420$.

195. 什么数减去 1073 得 927？

解 $1073+927=2000$.

196. 一个数比 0.99 多 0.01，这个数是多少？

解 1 $0.99+0.01=1$.

解 2 设这个数为 x. 根据题意，得

$x-0.99=0.01$.

$x=0.99+0.01$.

$x=1$.

197. 比 $5\frac{2}{3}$ 大 $1\frac{3}{5}$ 的数是多少？

解 $5\frac{2}{3}+1\frac{3}{5}=7\frac{4}{15}$.

198. 108 减去 18，差是多少？

解 $108-18=90$.

199. 一个数是 $10\frac{1}{2}$，另一个数比它小 2.75，另一个数是多少？

解 $10\frac{1}{2}-2.75=7.75$.

200. 最大的四位数与最小的五位数相差多少？

解 $10000-9999=1$.

201. 从 48.2 里减去什么数得 25？

解 $48.2-25=23.2$.

202. 两数的和是 497，一个加数是 291，求另一个加数.

解 $497-291=206$.

203. 十位数上的 1 与十分位上的 1 相差多少？

解 $10-0.1=9.9$.

204. **甲乙两数的和是** 32.47,**如果甲数增加** 1.3,**乙数增加** 2,**它们的和是多少？**

解 $32.47+1.3+2=35.77$.

205. **一个数减去** $10\frac{1}{8}$**与** 4.5 **的差还余** $2\frac{2}{3}$,**这个数是多少？**

解 1 $2\frac{2}{3}+\left(10\frac{1}{8}-4.5\right)$

$=2\frac{2}{3}+5\frac{5}{8}$

$=8\frac{7}{24}$;

解 2 **设这个数为** x. **根据题意,得**

$x-\left(10\frac{1}{8}-4.5\right)=2\frac{2}{3}$.

$x=\left(10\frac{1}{8}-4.5\right)+2\frac{2}{3}$.

$x=8\frac{7}{24}$.

206. 2055 **加上** 1475 **与** 867 **的差,和是多少？**

解 $2055+(1475-867)=2663$.

207. 74 **与** 26 **的和,加上** 3754 **减去** 100 **的差,和是多少？**

解 $(74+26)+(3754-100)=3754$.

(2) 只含第二级运算

208. **被乘数是** 360,**乘数是** 37,**积是多少？**

解 $360\times37=13320$.

209. **一个因数是** 72,**另一个因数是** 2.5,**它们的积是多少？**

解 $72\times2.5=180$.

210. **被除数是** 480,**除数是** 0.16,**商是多少？**

解 $480\div0.16=3000$.

211. **两个数的积是** 12,**一个因数是** $3\frac{3}{4}$,**求另一个因数.**

解 $12\div3\frac{3}{4}=12\times\frac{4}{15}=3\frac{1}{5}$.

212. 72 **乘以** 4 **的积是多少？**72 **除以** 4 **的商是多少？用** 4 **除** 72,**商是多少？**

解 $72\times4=288$;$72\div4=18$;$72\div4=18$.

213. **把** 756 **分成** 18 **等分,每份是多少？**

解 $756\div18=42$.

214. 672 里包含有多少个 96？

解 $672\div96=7$.

215. 5 个 56 连加的和是多少？

解 $56\times5=280$.

216. 除数是 129.6，商是 10.5，求被除数.

解 $129.6\times10.5=1360.8$.

217. 35 乘以什么数得 700？

解 $700\div35=20$.

218. 一个数是 4.2，另一个数是它的 5 倍，另一个数是多少？

解 $4.2\times5=21$.

219. 120 是 20 的几倍？

解 $120\div20=6$.

220. 3.2 扩大 8 倍是多少？

解 $3.2\times8=25.6$.

221. 某数的 4 倍是 $5\frac{1}{3}$，求这个数.

解 $5\frac{1}{3}\div4=\frac{16}{3}\times\frac{1}{4}=1\frac{1}{3}$.

222. 甲数是 60，乙数是甲数的 50%，乙数是多少？

解 $60\times50\%=30$.

223. 甲数是 45，是乙数的 15%，乙数是多少？

解 $45\div15\%=300$.

224. 35 的 $\frac{2}{7}$ 是什么数的 $\frac{1}{2}$？

解 $35\times\frac{2}{7}\div\frac{1}{2}=20$.

225. 150 的 $\frac{2}{5}$ 与哪个数的 6 倍相等？

解 1 $150\times\frac{2}{5}\div6=10$；

解 2 设哪个数为 x. 根据题意，得

$$150\times\frac{2}{5}=6x.$$

$$x=150\times\frac{2}{5}\div6.$$

$$x=10.$$

226. 最小的三位数与最大的两位数的积是 90 的多少倍？

解 $100\times99\div90=110$.

227. 50 的 12%除 30 个$\frac{1}{5}$，商是多少？

解 $\frac{1}{5}\times30\div(50\times12\%)=1$.

228. 有一个数，它的 15 倍是 3，这个数的 45 倍是多少？

解 1 $3\div15\times45=9$；

解 2 $3\times(45\div15)=9$.

229. 用 50 除 2500 的商去除 2400 除 4800 的商，结果是多少？

解 $(4800\div2400)\div(2500\div50)=0.04$.

(3) 和、差、积、商的变化

230. 两个数相加，一个加数增加 8，另一个加数也增加 8，和有什么变化？

解 一个加数增加 8，和就增加 8；另一个加数也增加 8，和就又增加 8，因此和增加了 $8+8=16$.

231. 两个数相加，一个加数减少 8，另一个加数也减少 8，和有什么变化？

解 一个加数减少 8，和就减少 8；另一个加数也减少 8，和就又减少 8，因此和就减少了 $8+8=16$.

232. 两个数相加，一个加数增加 9，另一个加数减少 9，和起什么变化？

解 一个加数增加 9，和就增加 9；另一个加数减少 9，和就减少 9. 和先增加 9，接着又减少 9，结果没起什么变化.

233. 两个数相加，一个加数减少 7，另一个加数增加 7，和起什么变化？

解 一个加数减少 7，和就减少 7；另一个加数增加 7，和就增加 7. 和先减少 7，接着又增加 7，因此不起什么变化.

234. 两数相加，如果一个加数增加 18，另一个加数减少 11，它们的和有什么变化？

解 一个加数增加 18，和就增加 18；另一个加数减少 11，和就减少 11，所以两数的和最终将增加 $18-11=7$.

235. 两数相加，如果一加数增加 8，要使和不变，那么，另一个加数应有什么变化？

解 一个加数增加 8，和就增加 8，现在要使和不变，那么，另一个加数应减少 8.

236. 两数相加，一个加数减少 $3\frac{2}{7}$，如果要使和不变，那么，另一个加数应有什么变化？

解　另一个加数应增加 $3\frac{2}{7}$.

237. 两数相加，如果一个加数增加 8，要使和增加 14，那么，另一个加数应有什么变化？

解　一个加数增加 8，和就增加 8，现在要使和增加 14，那么另一个加数应增加 14－8＝6.

238. 两数相加，如果一个加数增加 8，要使和减少 4，那么另一个加数应有什么变化？

解　一个加数增加 8，和就增加 8，现在要使和减少 4，那么，另一个加数应减少 8＋4＝12.

239. 两数相加，如果一个加数减少 8，要使和减少 15，另一个加数应有什么变化？

解　另一个加数应减少 15－8＝7.

240. 两数相加，如果一个加数减少 14.2，要使和只减少 2.8，另一个加数应有什么变化？

解　另一个加数应增加 14.2－2.8＝11.4.

241. 两数相加，如果一个加数减少 2.5，要使和增加 1.4，另一个加数应有什么变化？

解　另一个加数应增加 2.5＋1.4＝3.9.

242. 两数相减，如果被减数增加 8，减数也增加 8，差将起什么变化？

解　被减数增加 8，差就增加 8；减数增加 8，差反而减少 8. 差先增加 8，接着又减少 8，因此没起什么变化.

243. 两数相减，如果被减数减少 12，减数也减少 12，差将起什么变化？

解　被减数减少 12，差就减少 12；减数减少 12，差反而增加 12. 差先减少 12，接着又增加 12，因此没有什么变化.

244. 两数相减，如果被减数增加 8，减数减少 8，差将有怎样的变化？

解　被减数增加 8，差就增加 8；减数减少 8，差反而增加 8. 两数的差先增加 8，接着又增加 8，最后共增加 8＋8＝16.

245. 两数相减，如果被减数减少 2.8，减数增加 2.8，差将起什么变化？

解　被减数减少 2.8，差就减少 2.8；减数增加 2.8，差反而减少 2.8. 因此差减少了 2.8＋2.8＝5.6.

246. 两数相减，如果被减数增加 2.5，减数增加 2.1，差将起什么变化？

解　被减数增加 2.5，差就增加 2.5；减数增加 2.1，差反而减少 2.1. 因此差将增加 2.5－2.1＝0.4.

247. 两数相减，如果被减数增加 2.5，减数增加 4.9，差将起什么变化？

解　被减数增加 2.5，**差就增加** 2.5；**减数增加** 4.9，**差反而减少** 4.9. **因此差减少了** 4.9－2.5＝2.4.

248. **两数相减，如果被减数减少** $4\frac{1}{2}$，**减数减少** $3\frac{1}{3}$，**差将有怎么样的变化？**

解　被减数减少 $4\frac{1}{2}$，**差就减少** $4\frac{1}{2}$；**减数减少** $3\frac{1}{3}$，**差反而增加** $3\frac{1}{3}$. **因此，差减少了** $4\frac{1}{2}-3\frac{1}{3}=1\frac{1}{6}$.

249. **两数相减，如果被减数增加** 18，**减数减少** 32，**差将起什么变化？**

解　被减数增加 18，**差就增加** 18；**减数减少** 32，**差反而增加** 32. **因此，差将增加** 18＋32＝50.

250. **两数相减，如果被减数减少** 4.6，**减数增加** 8.5，**差将起什么变化？**

解　被减数减少 4.6，**差就减少** 4.6；**减数增加** 8.5，**差反而减少** 8.5. **因此，差将减少** 4.6＋8.5＝13.1.

251. **两数相减，被减数增加** 20. **如果要使差不变，减数应有怎样的变化？**

解　被减数增加 20. **差就会增加** 20，**现在要使差不变，那么减数也应增加** 20.

252. **两数相减，被减数减少** 18，**如果要使差不变，减数应有怎样的变化？**

解　被减数减少 18，**差就减少** 18，**现在要使差不变，那么减数也应减少** 18.

253. **两数相减，被减数增加** 5，**如果要使差增加** 8，**减数应有怎样的变化？**

解　被减数增加 5，**差就增加** 5，**现在要使差增加** 8，**那么减数就应减少**

8－5＝3.

254. **两数相减，被减数增加** 30，**如果要使差减少** 12，**减数应有什么变化？**

解　减数应增加 30＋12＝42.

255. **两数相减，被减数减少** 16，**如果要使差减少** 18，**减数应有什么变化？**

解　被减数减少 16，**差就减少** 16，**现在要使差减少** 18，**那么减数应增加**　18－16＝2.

256. **两数相减，如果被减数减少** 15.2，**要使差增加** 2，**减数应有什么变化？**

解　减数应减少　15.2＋2＝17.2.

257. 两数相减，如果减数增加 30，要使差不变，被减数应有什么变化？

解　减数增加 30，差反而减少 30，现在要使差不变，被减数应增加 30.

258. 两数相减，如果减数减少 48，要使差不变，被减数应有怎样的变化？

解　减数减少 48，差就增加 48，要使差不变，被减数就应减少 48.

259. 两数相减，如果减数增加 32，要使差减少 29，被减数应有怎样的变化？

解　减数增加 32，差将减少 32. 要使差只减少 29，被减数应增加

$32-29=3$.

260. 两数相减，如果减数增加 4.7，要使差增加 2.1，被减数应有怎样的变化？

解　被减数应增加　$4.7+2.1=6.8$.

261. 两数相减，如果减数减少 47，要使差增加 50，被减数应有什么变化？

解　减数减少 47，差将增加 47. 要使差增加 50，被减数还应增加

$50-47=3$.

262. 两数相减，减数减少 $4\frac{1}{4}$，要使差增加 $2\frac{3}{8}$，被减数应有什么变化？

解　被减数应减少　$4\frac{1}{4}-2\frac{3}{8}=1\frac{7}{8}$.

263. 两数相乘，如果一个因数扩大 3 倍，另一因数扩大 2 倍，积有什么变化？

解　一个因数扩大 3 倍，积也扩大 3 倍；另一个因数扩大 2 倍，积也扩大 2 倍. 积先扩大 3 倍，接着又扩大 2 倍，因此将扩大 $3\times2=6$(倍).

264. 两数相乘，如果一个因数扩大 3 倍，另一个因数缩小 3 倍，积将怎样？

解　积先扩大 3 倍，然后缩小 3 倍，因此积没有什么变化.

265. 两数相乘，如果一个因数扩大 4 倍，另一个因数缩小 8 倍，积将怎样？

解　积将缩小　$8\div4=2$(倍).

266. 两数相乘，如果一个因数缩小 2 倍，另一个因数缩小 3 倍，积将有什么变化？

解　积将缩小　$2\times3=6$(倍).

267. 两数相乘，如果一个因数缩小 3 倍，另一个因数扩大 5 倍，积将有

什么变化？

解　积将扩大　$5\div3=1\frac{2}{3}$(倍).

268. 两数相乘，如果一个因数扩大 5 倍，要使积不变，另一个因数应有什么变化？

解　一个因数扩大 5 倍，积将扩大 5 倍，现在要使积不变，那么另一个因数应该缩小 5 倍.

269. 两数相乘，一个因数缩小 3 倍，要使积不变，另一个因数应有什么变化？

解　另一个因数应该扩大 3 倍.

270. 两数相乘，一个因数扩大 2 倍，要使积扩大 6 倍，另一个因数应该怎样变化？

解　一个因数扩大 2 倍，积就扩大 2 倍，现在要使积扩大 6 倍，则另一个因数应扩大　$6\div2=3$(倍).

271. 两数相乘，一个因数扩大 4 倍，如果要使积扩大 $1\frac{1}{3}$ 倍，另一个因数应有什么变化？

解　一个因数扩大 4 倍，积就扩大 4 倍. 现在只使积扩大 $1\frac{1}{3}$ 倍，显然，另一个因数应该缩小　$4\div1\frac{1}{3}=3$(倍).

272. 两数相乘，一个因数扩大 4 倍，如果要使积缩小 $1\frac{1}{2}$ 倍，另一个因数应有什么变化？

解　一个因数扩大 4 倍，积就扩大 4 倍. 现在要使积缩小 $1\frac{1}{2}$ 倍，另一个因数应该缩小　$1\frac{1}{2}\times4=6$(倍).

273. 两数相乘，如果一个因数缩小 2 倍，现在要使积扩大 6 倍，那么另一个因数应有什么变化？

解　另一个因数应当扩大　$6\times2=12$(倍).

274. 两数相除，如果被除数和除数都扩大 3 倍，商将起什么变化？

解　被除数扩大 3 倍，商就扩大 3 倍；除数扩大 3 倍，商反而缩小 3 倍. 因此，商不变.

275. 两数相除，如果被除数和除数都缩小 3 倍，商将起什么变化？

解　被除数缩小 3 倍，商也缩小 3 倍；除数缩小 3 倍，商反而扩大 3 倍. 因此，商不变.

276. 两数相除，如果被除数扩大 4 倍，除数扩大 3 倍，商将怎样？

解　被除数扩大 4 倍，商也扩大 4 倍；除数扩大 3 倍，商反而缩小 3 倍．商先扩大 4 倍，后缩小 3 倍，结果扩大　$4\div3=1\frac{1}{3}$(倍)．

277. 两数相除，如果被除数扩大 3 倍，除数扩大 4 倍，商将怎样？

解　被除数扩大 3 倍，商也扩大 3 倍；除数扩大 4 倍，商反而缩小 4 倍，因此商将缩小　$4\div3=1\frac{1}{3}$(倍)．

278. 两数相除，如果被除数扩大 4 倍，除数缩小 3 倍，商将怎样？

解　商将先扩大 4 倍，后又扩大 3 倍，因此，扩大

$$4\times3=12(\text{倍}).$$

279. 两数相除，如果被除数缩小 3 倍，除数缩小 4 倍，商将有什么变化？

解　被除数缩小 3 倍，商也缩小 3 倍．除数缩小 4 倍，商反而扩大 4 倍．因此，商将扩大　$4\div3=1\frac{1}{3}$(倍)．

280. 两数相除，如果被除数缩小 4 倍，除数缩小 3 倍，商将有什么变化？

解　被除数缩小 4 倍，商也缩小 4 倍．除数缩小 3 倍，商却扩大 3 倍．因此，商将缩小　$4\div3=1\frac{1}{3}$(倍)．

281. 两数相除，如果被除数缩小 4 倍，除数扩大 3 倍，商将起什么变化？

解　商将缩小　$4\times3=12$(倍)．

282. 两数相除，如果被除数扩大 5 倍，要使商不变，除数应有什么变化？

解　除数也应扩大 5 倍．

283. 两数相除，如果被除数扩大 4 倍，要使商扩大 8 倍，除数应有什么变化？

解　除数应缩小　$8\div4=2$(倍)．

284. 两数相除，如果被除数扩大 2 倍，要使商也扩大 2 倍，除数应有什么变化？

解　被除数扩大 2 倍，商就扩大 2 倍，现在要求商只扩大 2 倍，因此除数不变．

285. 两数相除，如果被除数扩大 6 倍，要使商扩大 2 倍，除数应该怎样变化？



解 被除数扩大6倍，商就扩大6倍．现在要求商扩大2倍，因此，除数应该扩大 $6\div2=3$(倍)．

286. 两数相除，如果被除数扩大 $1\frac{1}{2}$ 倍，要使商缩小2倍，除数应该怎样变化？

解 被除数扩大 $1\frac{1}{2}$ 倍，商也扩大 $1\frac{1}{2}$ 倍．现在要使商缩小2倍，除数就应该扩大 $1\frac{1}{2}\times2=3$(倍)．

287. 两数相除，如果被除数缩小2倍，要使商不变，除数应有什么变化？

解 除数也缩小2倍．

288. 两数相除，如果被除数缩小4倍，要使商也缩小4倍，除数应当怎样？

解 除数不变．

289. 两数相除，如果被除数缩小2倍，要使商缩小6倍，除数应该怎样变化？

解 被除数缩小2倍，商也缩小2倍．现在要使商缩小6倍，除数应该扩大 $6\div2=3$(倍)．

290. 两数相除，如果被除数缩小5倍，要使商缩小2倍，除数应该怎样变化？

解 被除数缩小5倍，商也缩小5倍．要使商缩小2倍，除数应该缩小

$$5\div2=2\frac{1}{2}\text{(倍)}.$$

291. 两数相除，如果被除数缩小6倍，要使商扩大2倍，除数应有什么变化？

解 除数应该缩小 $2\times6=12$(倍)．

292. 两数相除，如果被除数缩小3倍，要使商扩大9倍，除数应怎样变化？

解 除数应缩小 $3\times9=27$(倍)．

293. 两数相除，如果除数扩大2倍，要使商扩大6倍，被除数应怎样变化？

解 除数扩大2倍，商反而缩小2倍，要使商扩大6倍，被除数应扩大

$$2\times6=12\text{(倍)}.$$

294. 两数相除，除数扩大5倍，要使商缩小2.5倍，被除数应怎样变化？

解 除数扩大5倍，商就缩小5倍．现在要使商只缩小2.5倍，那么被

除数应扩大　$5\div2.5=2$(倍).

295. 两数相除,如果除数扩大 5 倍,要使商缩小 5 倍,被除数应怎样变化?

解　除数扩大 5 倍,商就缩小 5 倍,因此被除数不变.

296. 两数相除,如果除数扩大 2 倍,要使商缩小 6 倍,被除数应怎样变化?

解　除数扩大 2 倍,商就缩小 2 倍.现在要使商缩小 6 倍,那么被除数应当缩小　$6\div2=3$(倍).

297. $\frac{2}{9}$的分子加上 4,要使分数值不变,分母应有什么变化?

解　分数的分子相当于除式中的被除数,分母相当于除式中的除数,分数值相当于商.$\frac{2}{9}$的分子加上 4,分子变成 $2+4=6$,相当于原分子的 $6\div2=3$(倍),就是被除数扩大了 3 倍.要使分数值不变,也就是商不变,除数(即分母)就应扩大 3 倍,$9\times3=27$,这说明分母加上 $27-9=18$,这个分数的分数值才能不变.

或根据分数的基本性质:分数的分子和分母同乘以或同除以一个数(0 除外),分数值不变.$\frac{2}{9}$的分子 2 加上 4 得 6,$6\div2=3$,表明分子乘以 3,要使分数值不变,分母 9 也应乘以 3,得 27,因此分母加上 $27-9=18$ 后,分数的值才不变.

298. 一个分数的分子不变,分母扩大 10 倍后,结果比原来的分数减少了$\frac{27}{50}$,求原来的分数.

解　分子不变,分母扩大 10 倍,分数值就缩小 10 倍,即现在的分数值是原分数值的$\frac{1}{10}$.所以,$\frac{27}{50}$是原分数值的 $1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$.因此,原分数为

$$\frac{27}{50}\div\frac{9}{10}=\frac{3}{5}.$$

299. 一个分数的分母不变,分子扩大 10 倍,结果比原来的分数增加了 $3\frac{6}{7}$,求原来的分数.

解　分母不变,分子扩大 10 倍,分数值就扩大 10 倍.所以,$3\frac{6}{7}$是原分数值的 $10-1=9$(倍),因此,原分数为　$3\frac{6}{7}\div9=\frac{3}{7}$.

300. 一个分数的分母不变,分子缩小 10 倍后,结果比原来的分数减少

了$\frac{9}{35}$，求原来的分数.



解 分母不变，分子缩小 10 倍，分数值就缩小 10 倍，即为原来分数值的$\frac{1}{10}$. 所以，$\frac{9}{35}$是原分数值的 $1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$，原分数为

$$\frac{9}{35}\div\frac{9}{10}=\frac{2}{7}.$$

(4) 四则混合运算

301. 405 减去 19 乘以 14 的积，差是多少？

解 $405-19\times14=139$.

302. 12530 除以 7 的商加上 15 乘以 110 的积，和是多少？

解 $12530\div7+15\times110=3440$.

303. 25.4 减去 19.4 所得的差，去除 1212，再乘以 214，积是多少？

解 $1212\div(25.4-19.4)\times214=43228$.

304. 515 与 60 的积减去 393，再除以 3，商是多少？

解 $(515\times60-393)\div3=10169$.

305. 28.41 乘以 25.4 与 4.18 的差，积是多少？

解 $28.41\times(25.4-4.18)=602.8602$.

306. 2.5 除以$\frac{1}{4}$所得的商，减去 0.07，差是多少？

解 $2.5\div\frac{1}{4}-0.07=9.93$.

307. 甲数是 2.7，比乙数多 0.7，甲乙两数的积是多少？

解 $2.7\times(2.7-0.7)=5.4$.

308. 4.68 除以$\frac{9}{10}$的商，比 7.4 乘以 $1\frac{3}{10}$的积少多少？

解 $7.4\times1\frac{3}{10}-4.68\div\frac{9}{10}=4.42$.

309. 从 1.5 除 30.15 的商里减去 0.12 与 0.25 的积，差是多少？

解 $30.15\div1.5-0.12\times0.25=20.07$.

310. 2268 除以 84 的商减去 5 乘以 4 的积，差是多少？

解 $2268\div84-5\times4=7$.

311. $\frac{1}{4}$加上 0.75 的和乘以 758，积是多少？

解 $\left(\frac{1}{4}+0.75\right)\times758=758$.

312. 0.75 减去$\frac{3}{4}$的差，再除以$\frac{6}{73}$，商是多少？

解 $\left(0.75-\frac{3}{4}\right)\div\frac{6}{73}=0.$

313. 68 与 24 的和，乘以它们的差，积是多少？

解 $(68+24)\times(68-24)=4048.$

314. 最小的五位数与最大的四位数的和与它们的差相乘的积是多少？

解 $(10000+9999)\times(10000-9999)=19999.$

315. 10 以内所有质数连乘的积，加上最大的两位数，再减去最小的三位数，结果是几？

解 $2\times3\times5\times7+99-100=209.$

316. $3\frac{1}{8}$与 3.125 的差乘以 $4\frac{5}{12}$所得的积，加上 6.55，结果是多少？

解 $\left(3\frac{1}{8}-3.125\right)\times4\frac{5}{12}+6.55=6.55.$

317. 7.2 除以$\frac{9}{10}$的商，比 $5\frac{2}{5}$加上 4.6 的和少多少？

解 $5\frac{2}{5}+4.6-7.2\div\frac{9}{10}=2.$

318. 从 24.8 里减去 4.8 与 3.5 的积，再除以 0.25，商是多少？

解 $(24.8-4.8\times3.5)\div0.25=32.$

319. $\frac{1}{12}$与$\frac{1}{6}$的和去除 3 个$\frac{1}{3}$，商是多少？

解 $\frac{1}{3}\times3\div\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{6}\right)=4.$

320. 一个小数的小数点向右移动两位，结果比原来的小数增加了 221.76，求原来的小数.

解 $221.76\div(100-1)=2.24$

321. 一个小数的小数点向左移动两位，结果比原来的小数减少了 146.718，求原来的小数.

解 1 146.718**相当于小数点移动位置后小数的**$(100-1)$**倍. 所以，**

$$146.718\div(100-1)\times100=148.2;$$

解 2 **小数点向左移动两位，小数就缩小** 100 **倍，现在的小数是原来小数的**$\frac{1}{100}$，146.718 **就相当于原来小数的**$\left(1-\frac{1}{100}\right)$. **所以原来的小数为**

$$146.718\div\left(1-\frac{1}{100}\right)=148.2.$$

322. 从 1000 **里减去** 36 **与** 18 **的积，所得的差再除以** 32，**得数是多少？**

解 $(1000-36\times18)\div32=11.$

323. 6.75 减去 0.75 除 0.15 的商，再加上 $2\frac{2}{5}$，结果是多少？



解　$6.75-0.15\div0.75+2\frac{2}{5}=8.95$.

324. 用 1.5 与 0.8 的积去除 3.6，所得的商再减去 2.1 与 0.4 的和，它们的差是多少？

解　$3.6\div(1.5\times0.8)-(2.1+0.4)=0.5$.

325. 一个数的 15 倍减去这个数的 12.5 倍等于 125. 求这个数.

解　$125\div(15-12.5)=50$.

326. 1.5 加上一个数的 10 倍，和是 40.8. 求这个数.

解　$(40.8-1.5)\div10=3.93$.

327. 600 的 7 倍减去 420 除以 7 的商，差是多少？

解　$600\times7-420\div7=4140$.

328. 将 542 减去 84 的 3 倍所得的差，与 0.2 相乘，积是多少？

解　$(542-84\times3)\times0.2=58$.

329. 比 45 的 28 倍少 1060 的数是多少？

解　$45\times28-1060=200$.

330. 4.6 与$\frac{2}{5}$的和除它们的差，所得的商再扩大 3 倍是多少？

解　$\left(4.6-\frac{2}{5}\right)\div\left(4.6+\frac{2}{5}\right)\times3=2.52$.

331. 6.8 的一半比 1.02 的 3 倍多多少？

解　$6.8\times\frac{1}{2}-1.02\times3=0.34$.

332. 一个数的$\frac{2}{3}$是$\frac{1}{4}$，这个数的$\frac{4}{5}$比 0.28 大多少？

解　设这个数为 x，所以由这个数的$\frac{2}{3}$是$\frac{1}{4}$，得$\frac{2}{3}x=\frac{1}{4}$.

解方程，得 $x=\frac{1}{4}\div\frac{2}{3}=\frac{3}{8}$.

则$\frac{4}{5}x-0.28=\frac{4}{5}\times\frac{3}{8}-0.28=0.02$.

333. 甲数是$\frac{2}{3}$，乙数比甲数多它的$\frac{1}{3}$，甲数是乙数的百分之几？

解　乙数比甲数多它的$\frac{1}{3}$，所以乙数是$\frac{2}{3}\times\left(1+\frac{1}{3}\right)=\frac{8}{9}$.

甲数是乙数的$\frac{2}{3}\div\frac{8}{9}=\frac{3}{4}=75\%$.

综合算式：$\frac{2}{3}\div\left[\frac{2}{3}\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\right]=75\%$.

334. **某数的$\frac{3}{5}$正好比 48 少 6，某数是多少？**

解 1 $(48-6)\div\frac{3}{5}=70$；

解 2 **设某数为** x. **依题意，得**$\frac{3}{5}x+6=48$，**解方程，得** $x=70$.

335. **某数的$\frac{1}{3}$加上 4.8 乘以$\frac{5}{6}$的积，和是 14.3，求某数.**

解 1 $\left(14.3-4.8\times\frac{5}{6}\right)\div\frac{1}{3}=30.9$；

解 2 **设某数为** x. **依题意，得**

$$\frac{1}{3}x+4.8\times\frac{5}{6}=14.3.$$

解方程，得 $x=30.9$.

336. **从 2100 里减去 25 与 4 的积，再除以 100 的一半，商是多少？**

解 $(2100-25\times4)\div\left(100\times\frac{1}{2}\right)=40$.

337. **甲、乙、丙三个数的平均数是 240. 甲数是 135，乙数是 165，丙数是多少？**

解 $240\times3-(135+165)=420$.

338. **有一个数，它的$\frac{1}{5}$比它的$\frac{1}{6}$多$\frac{2}{3}$，求这个数的$\frac{1}{4}$比它的$\frac{1}{2}$少多少？**

解 **这个数是**$\frac{2}{3}\div\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)=20$. **所以这个数的**$\frac{1}{4}$**比它的**$\frac{1}{2}$**少** $20\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)=5$. **综合算式**：

$$\frac{2}{3}\div\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)=5.$$

339. **一个数增加它的$\frac{1}{4}$后，还比 120 的$\frac{2}{3}$少 10，求这个数.**

解 **比 120 的**$\frac{2}{3}$**少 10 的数是** $120\times\frac{2}{3}-10=70$，**70 相当于这个数的**$\left(1+\frac{1}{4}\right)$，**所以所求的数是** $70\div\left(1+\frac{1}{4}\right)=56$. **综合算式**：

$$\left(120\times\frac{2}{3}-10\right)\div\left(1+\frac{1}{4}\right)=56.$$

340. 5 减去 3 所得的差的$\frac{1}{6}$，加上这两个数的积的$\frac{2}{3}$，结果是多少？



解 5 减去 3 所得的差的$\frac{1}{6}$是$(5-3)\times\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$；5 与 3 的积的$\frac{2}{3}$是$5\times3\times\frac{2}{3}=10$，它们的和是$\frac{1}{3}+10=10\frac{1}{3}$. 综合算式：

$$(5-3)\times\frac{1}{6}+5\times3\times\frac{2}{3}=10\frac{1}{3}.$$

341. 一个数的$\frac{2}{5}$减去 4.2，与它的$\frac{3}{10}$相等，求这个数.

解 1 这个数的$\frac{2}{5}$减去 4.2，与它的$\frac{3}{10}$相等，表示这个数的$\frac{2}{5}$比这个数的$\frac{3}{10}$多 4.2，所以所求的数是：

$$4.2\div\left(\frac{2}{5}-\frac{3}{10}\right)=42;$$

解 2 设这个数为 x. 依题意，得$\frac{2}{5}x-4.2=\frac{3}{10}x$. 解方程，得 $x=42$.

342. 一个数的 5 倍，除以 25，加上 20，再减去 10，等于 12，求这个数.

解 1 $(12+10-20)\times25\div5=10$；

解 2 设这个数为 x. 依题意，得

$$5x\div25+20-10=12.$$

解方程，得 $x=10$.

343. 某数的 60%减去$\frac{7}{15}$，与 0.8 乘以$\frac{2}{3}$的积相等，某数是几？

解 1 $\left(0.8\times\frac{2}{3}+\frac{7}{15}\right)\div60\%=1\frac{2}{3}$；

解 2 设某数为 x. 依题意，得

$$60\%x-\frac{7}{15}=0.8\times\frac{2}{3}.$$

解方程，得 $x=1\frac{2}{3}$.

344. 某数加 4 后的 5 倍，等于这个数加 18 后的 3 倍，求某数.

解 1 某数的 5 倍与它的 3 倍的差等于 18 的 3 倍与 4 的 5 倍的差. 所以某数为：

$$(18\times3-4\times5)\div(5-3)=17;$$

解 2 设某数为 x. 依题意，得

$$5(x+4)=3(x+18).$$

解方程，得　$x=17$.

345. 甲数的五分之二是 1.2，乙数是 4.5 的五分之三. 求甲、乙两数的和除以 3 的商.

解　$\left(1.2\div\frac{2}{5}+4.5\times\frac{3}{5}\right)\div3=1.9$.

346. 一个数的倒数，加上这个数的一半的倒数，和是$\frac{1}{12}$，求原数.

解 1　设一个数为 a，则它的倒数为$\frac{1}{a}$；这个数的一半的倒数为$\frac{1}{\frac{a}{2}}=\frac{2}{a}$，所以一个数的一半的倒数必是这个数的倒数数值的两倍，由此得原数为：

$$\frac{1}{\frac{1}{12}\div(1+2)}=36;$$

解 2　设原数为 x. 依题意，得

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{\frac{1}{2}x}=\frac{1}{12}.$$

解方程，得　$x=36$.

347. 一个数的倒数，减去这个数的 2 倍数的倒数，差是$\frac{1}{10}$，求原数.

解 1　这个数的 2 倍数的倒数是这个数的倒数的$\frac{1}{2}$. 所以原数为

$$\frac{1}{\frac{1}{10}\div\left(1-\frac{1}{2}\right)}=5;$$

解 2　设原数为 x. 依题意，得

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{2x}=\frac{1}{10}.$$

解方程，得　$x=5$.

348. 一个数的 2 倍数的倒数比这个数的 3 倍数的倒数大$\frac{5}{18}$，求原数.

解 1　这个数的 2 倍数的倒数相当于这个数倒数的$\frac{1}{2}$，这个数 3 倍数的倒数相当于这个数倒数的$\frac{1}{3}$. 所以

$$\frac{1}{\frac{5}{18}\div\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)}=\frac{3}{5};$$



解 2 设原数为 x. 依题意,得

$$\frac{1}{2x}-\frac{1}{3x}=\frac{5}{18}.$$

解方程,得 $x=\frac{3}{5}$.

349. 三个数的平均数是 9,已知第一个数是 8,第二个数是第一个数的 $1\frac{1}{9}$ 倍,求第三个数.

解 $9\times3-8-8\times1\frac{1}{9}=10\frac{1}{9}$.

350. 有大小两数,已知小数是 12. 如果用两数的和去除两数的差,那么商是 $\frac{2}{5}$. 求大数.

解 1 已知两数的和除两数的差商是 $\frac{2}{5}$,由此可知两数的差是和的 $\frac{2}{5}$. 因此,从大数减去 12,等于大数与 12 的和的 $\frac{2}{5}$,即等于大数的 $\frac{2}{5}$ 加上 $12\times\frac{2}{5}=\frac{24}{5}$,所以 $\frac{24}{5}+12=\frac{84}{5}$ 相当于大数的 $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$,所求大数应该是 $\frac{84}{5}\div\frac{3}{5}=28$. 综合算式:

$$\left(12\times\frac{2}{5}+12\right)\div\left(1-\frac{2}{5}\right)=28;$$

解 2 设大数为 x. 依题意,得

$$\frac{x-12}{x+12}=\frac{2}{5}.$$

解方程,得 $x=28$.

351. 已知被除数、除数、商的和为 73;除数、商、余数的和为 17;现知商为 8,求被除数.

解 因为被除数等于除数与商的积加上余数,所以除数与商的积加上余数再加上除数所得的和,等于被除数与除数的和,应是 $73-8=65$. 而除数与余数的和是 $17-8=9$,所以除数与商的积是 $65-9=56$,由此可得除数为 $56\div8=7$,所求的被除数为 $73-7-8=58$.

352. 已知除数、商、余数的和是 516,而且商是除数的 6 倍,除数是余数的 6 倍,求被除数.

解 1　除数是余数的 6 倍，商是除数的 6 倍，因此商是余数的 $6\times6=36$ 倍，除数、商、余数的和应是余数的 $6+36+1=43$ 倍. 于是，可知余数是 $516\div43=12$，除数是 $12\times6=72$，商是 $72\times6=432$. 所以被除数等于 $432\times72+12=31116$；

解 2　设除数为 x. 依题意，得

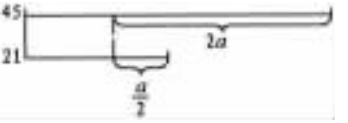
$$x+6x+\frac{1}{6}x=516.$$

解方程，得　$x=72$.

$$72\times6\times72+72\div6=31116.$$

所以被除数是 31116.

353. 42 减去某数所得的差，比 42 减去某数的 2 倍的差的 2 倍多 6，求某数.



解 1　42 减去某数所得的差，比 42 减去某数的 2 倍的差的 2 倍多 6，就是 21 减去某数的一半所得的差等于 42 减去某数的 2 倍所得的差再加上 3，也就是 21 减去某数的一半所得的差等于 45 减去某数的 2 倍所得的差. 设某数为 a，如图所示. 某数的 $1\frac{1}{2}$ 倍等于 45 与 21 的差，于是求得某数为

$$(45-21)\div1\frac{1}{2}=16.$$

综合算式：

$$(42+6\div2-42\div2)\div\left(2-\frac{1}{2}\right)=16;$$

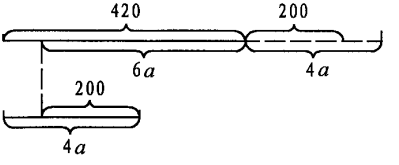
解 2　设某数为 x. 依题意，得

$$42-x=2(42-2x)+6.$$

解方程，得　$x=16$.

354. 70 减去某数的差的 6 倍，等于某数减去 50 的差的 4 倍，求某数.

解 1



70 减去某数的差的 6 倍，等于某数减去 50 的差的 4 倍，就是 420 减去某数的 6 倍所得的差，等于某数的 4 倍减去 200 所得的差. 设某数为 a，如图

所示，某数的 10 倍等于 420 与 200 的和，所以某数是(420＋200)÷10＝62.
综合式：(70×6＋50×4)÷(6＋4)＝62；



解 2 设某数为 x. 依题意，得

$$6(70-x)=4(x-50).$$

解方程，得 $x=62$.

355. 甲数加 18 与乙数减 15 的结果相等，求乙数比甲数多多少.

解 甲＋18＝乙－15，则甲＋18＋15＝乙－15＋15，即甲＋33＝乙，所以乙比甲多 33.

356. 甲数加上 80，乙数减去 40，则甲数比乙数多 150，求甲、乙两数的差.

解 甲数比乙数多 150 时，是因为甲加上 80 而乙减去 40，所以甲比乙实际上只多 150－80－40＝30，因此两数的差是 30.

357. 355 与 113 同加什么数后，一数将是另一数的 3 倍？

解 1 两数同加任何数，它们的差仍旧是 355－113＝242. 要使一数是另一数的 3 倍，那么 242 应是较小数加上某数后所得和的 2 倍，即较小数加上某数后是 242÷2＝121. 所以 355 与 113 应该同加 121－113＝8.

综合算式：

$$(355-113)\div(3-1)-113=8;$$

解 2 设同加数为 x. 依题意，得

$$355+x=3(113+x).$$

解方程，得 $x=8$.

358. 某数乘以 10，除以 13，所得商加某数，再加 80，得和 1000. 求某数.

解 1 加 80 后得 1000，则未加 80 前为 1000－80＝920. 920 是某数的 10 倍的$\frac{1}{13}$再加上某数所得，因此是某数的$\left(\frac{10}{13}+1\right)$倍，即$\frac{23}{13}$倍. 所求某数为 $920\div\frac{23}{13}=520$. 综合算式：

$$(1000-80)\div\left(\frac{10}{13}+1\right)=520;$$

解 2 设某数为 x. 依题意，得

$$\frac{10}{13}x+x+80=1000.$$

解方程，得 $x=520$.

359. 某数加上 30 所得的和，与它的 7 倍减去 80 所得的差之间的比为 9∶5，求某数.

解 1 因为某数加上 30 与它的 7 倍减去 80 的比为 9∶5，所以某数的 7

倍加上 30 的 7 倍与某数的 7 倍减去 80 的比等于(9×7)∶5,即 63∶5.同是某数的 7 倍,由于加上 30 的 7 倍变成减去 80 引起比的前项与后项相差(63−5)份.因此每份是(30×7+80)÷(63−5)=5,某数的 7 倍减去 80 后应是 5×5=25,所求的某数应是(25+80)÷7=15.综合算式:

$$[(30\times7+80)\div(9\times7-5)\times5+80]\div7=15;$$

解 2 设某数为 x.依题意,得

$$(x+30):(7x-80)=9:5$$

解比例方程,得 $x=15$.

360. 已知分数$\frac{53}{71}$,如果分子、分母同加上某一个数,分数值变成$\frac{7}{9}$.求增加的某数.

解 1 $\frac{53}{71}$的分子、分母加上相同数后,它们的差仍旧是 71−53=18.但$\frac{7}{9}$的分子、分母相差 9−7=2,这说明$\frac{53}{71}$的分子、分母加上相同数后经过约分才得$\frac{7}{9}$,公约数是 18÷2=9.所以$\frac{53}{71}$加上相同数未经约分时是$\frac{7\times9}{9\times9}=\frac{63}{81}$.63−53=10(或 81−71=10),所以增加的某数是 10.

综合算式:

$$7\times[(71-53)\div(9-7)]-53=10;$$

或

$$9\times[(71-53)\div(9-7)]-71=10.$$

解 2 设增加的某数为 x.依题意,得

$$\frac{53+x}{71+x}=\frac{7}{9}.$$

解方程,得 $x=10$.

361. 有一个分数,减去$\frac{1}{4}$的差,等于它与$\frac{1}{4}$的积,求这个分数.

解 1 从原分数减去它与$\frac{1}{4}$的积,差是$\frac{1}{4}$;也就是原分数的$\left(1-\frac{1}{4}\right)$是$\frac{1}{4}$.因此,所求分数是$\frac{1}{4}\div\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{3}$;

解 2 设这个分数为 x.依题意,得

$$x-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}x.$$

解方程,得 $x=\frac{1}{3}$.

362. 有一个分数，如果分母加 1 就成为$\frac{1}{2}$；如果分母减 1 就成为$\frac{2}{3}$. 求这个分数.



解　分母加 1 得$\frac{1}{2}$，所以分母与 1 的和是分子的 2 倍；分母减 1 得$\frac{2}{3}$，所以分母与 1 的差是分子的$1\frac{1}{2}$倍. 分母的加与 1 减 1，形成分母与分子的倍数关系由 2 倍变为$1\frac{1}{2}$倍，所以 $1+1=2$ 是分子的 $2-1\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$，由此可知分子为 $2\div\frac{1}{2}=4$，分母为 $4\times2-1=7$，所求分数为$\frac{4}{7}$.

363. 分别以 7、8、9 去除某数，顺次得余数 1、2、3，又知所得三个商的和是 570，求某数.

解　因为$\frac{\text{被除数}}{\text{除数}}=\text{商}+\frac{\text{余数}}{\text{除数}}$，因此以 7、8、9 分别除某数时，所得的三个商与三个以除数作分母、余数作分子的分数的和，等于某数的$\frac{1}{7}$、$\frac{1}{8}$、$\frac{1}{9}$的和，由此可知某数是

$$\left(570+\frac{1}{7}+\frac{2}{8}+\frac{3}{9}\right)\div\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}\right)=1506.$$

364. 某数被 17 除得整数商与余数，商是余数的 5 倍，已知被除数与商的和是 182，求被除数.

解 1　因为被除数等于商的 17 倍加余数，且商是余数的 5 倍，所以商的 17 倍，就是余数的 $17\times5=85$(倍)，因而被除数是余数的 $85+1=86$(倍)；又知被除数与商的和是 182，所以可知余数的 $86+5=91$(倍)是 182，余数是 $182\div91=2$，于是被除数是 $2\times86=172$；

解 2　设被除数为 x. 依题意，得

$$x=17(182-x)+\frac{182-x}{5}.$$

解方程，得　$x=172$.

365. 11011 除以某数得两位数商，而且得商的十位上数字时，余数是 84；得商的个位上数字时，余数是 50. 求某数.

解　商是两位数，所以商的十位上数字与除数的乘积的末位相当于被除数的十位. 因为这时的余数是 84，所以除数应是 $1101-84=1017$ 的约数. 同理，因为求得商的个位上数字时的余数是 50，可知除数又是 $841-50=791$ 的约数.

求 1017 与 791 的最大公约数，得 113，所以所求的某数是 113.

366. 某数除以 7，得商 8 和余数若干. 然后在余数上加 6 再除以 7，照这样进行五次，最后得余数是 0. 求某数.

解　因为除以 7 时余数必定小于 7，可能是 1、2、3、4、5、6，所以余数加 6 以后，必定等于 7 或大于 7 而小于 7 的 2 倍. 因此，余数加 6 后除以 7，经过五次而整除，每次除得的商必定都是 1. 由此可知，前商 8 加上后商 5 的和乘以 7 所得的积，就是某数与 5 次加入的 6 的和，所求的数应该是：$(8+5)\times 7-6\times 5=61$.

367. 某整数除以 2 时，得到余数 1；然后以 5 除所得的商，得余数 3；再以 6 除第二次所得的商，得余数 4. 如果某整数除以 $2\times 5\times 6$ 时，得余数多少？

解　设某数为 N，除以 2 时得商 P，则 $N=P\times 2+1$；设 P 被 5 除时，得商 Q，则 $P=Q\times 5+3$；设 Q 除以 6 时，得商 R，则 $Q=R\times 6+4$，所以：

$$\begin{aligned} N&=(R\times 6+4)\times 5\times 2+3\times 2+1\\ &=R\times 6\times 5\times 2+(4\times 5\times 2+3\times 2+1). \end{aligned}$$

因此，N 除以$(2\times 5\times 6)$时所得的余数应该是

$$4\times 5\times 2+3\times 2+1=47.$$

368. 自 1000 减去 265，加上 262；再减去 265，加上 262；以此类推，试问减到几次时，不能再减？

解　每次减去 265，加上 262，实际减了 $265-262=3$；1000 经过$(1000-265)\div 3=245$(次)减了以后还剩下 265，因此在减了 $245+1=246$(次)后不能再减了. 综合算式：

$$(1000-265)\div(265-262)+1=246(\text{次}).$$

(5) 求两个数的文字题

369. 已知甲、乙两数的和是 24，而且甲数是乙数的 4 倍，求两数.

解　甲数是乙数的 4 倍，则甲、乙两数的和 24 为乙数的 $4+1=5$(倍)，所以乙数是$24\div 5=4.8$，甲数是 $4.8\times 4=19.2$. 综合算式：

$24\div(4+1)=4.8$…乙数

$4.8\times 4=19.2$…甲数

370. 两数的和是 852，以小数除大数，得商 11，求两数.

解　以小数除大数得商 11，则大数是小数的 11 倍，可知大小两数的和 852 是小数的 $11+1=12$(倍). 所以小数是 $852\div 12=71$，大数是 $71\times 11=781$.

综合算式：

$852\div(11+1)=71$…小数

$71\times 11=781$…大数.

371. 有甲乙两数，甲比乙多 30，乙的 2 倍比甲多 45，求两数.



解 1 甲比乙多 30，即乙比甲少 30，乙的 2 倍即 2 个乙，又比甲多 45，增加了一个乙，相差数从原来的少 30 到多 45，所以乙数是 $30+45=75$；甲数是 $75+30=105$；

解 2 设乙数为 x，依题意，得 $x+30=2x-45$.

解方程，得 $x=75$…乙数，$75+30=105$…甲数.

372. 已知大数是小数的 3 倍，小数的 5 倍减去大数得差 100，求两数.

解 1 小数的 5 倍减去大数差是 100，就是小数的 5 倍减去小数的 3 倍差是 100，也就是小数的 $(5-3)$ 倍是 100，所以，小数是 $100\div(5-3)=50$，大数是 $50\times3=150$；

解 2 设小数为 x. 依题意，得

$$5x-100=3x.$$

解方程，得 $x=50$…小数，$50\times3=150$…大数.

373. 两数的和是 56，其中一个数的 3 倍与另一个数的 2 倍的和是 149，求两数.

解 1 一个数的 2 倍与另一个数的 2 倍的和是 $56\times2=112$，所以其中一个数是 $149-112=37$；另一个数是 $56-37=19$；

解 2 设一个数为 x，则另一个数为 $56-x$. 依题意，得

$$3x+2(56-x)=149.$$

解方程，得 $x=37$…一个数，$56-37=19$…另一个数.

374. 甲、乙两数的和是 100，如果甲的 3 倍减去乙的 5 倍，差是 116. 求甲、乙两数.

解 1 甲数的 3 倍等于乙数的 5 倍与 116 的和. 由甲、乙两数的和是 100，可知甲数的 3 倍与乙数的 3 倍的和是 $100\times3=300$. 由此可知，乙数的 8 倍与 116 的和等于 300，所以乙数是 $(300-116)\div8=23$，甲数是 $100-23=77$；

解 2 设甲数为 x，则乙数为 $100-x$. 依题意，得

$$3x=5(100-x)+116.$$

解方程，得 $x=77$…甲数，$100-77=23$…乙数.

375. 有甲、乙两数，甲的 5 倍减去乙的 2 倍，差是 65；如果将两个倍数互换，甲的 2 倍还比乙的 5 倍多 5. 求两数.

解 1 甲的 5 倍等于乙的 2 倍与 65 的和，那么甲的 10 倍等于乙的 4 倍与 130 的和；又因甲的 2 倍等于乙的 5 倍与 5 的和，则甲的 10 倍又等于乙的 25 倍与 25 的和；所以乙的 4 倍与 130 的和等于乙的 25 倍与 25 的和，由此可知乙的 $25-4=21$(倍)与 25 的和等于 130，乙的 21 倍等于 $130-25=$

105，所以乙数是 105÷21＝5；而甲数是(5×2＋65)÷5＝15；

解 2 从甲的 5 倍减去乙的 2 倍，差是 65，所以从甲减去乙的$\frac{2}{5}$时，差是 65÷5＝13；又从甲的 2 倍减去乙的 5 倍，差是 5，所以从甲减去乙的$\frac{5}{2}$时，差是 $5\div 2=\frac{5}{2}$. 因此，乙的$\frac{5}{2}-\frac{2}{5}=\frac{21}{10}=2\frac{1}{10}$(倍)等于 $13-\frac{5}{2}=10\frac{1}{2}$，由此可知乙数为 $10\frac{1}{2}\div 2\frac{1}{10}=5$，甲数则为 $13+5\times\frac{2}{5}=15$；

解 3 设甲数为 x. 依题意，得

$$\frac{5x-65}{2}=\frac{2x-5}{5}.$$

解方程，得 $x=15$…甲数，$(15\times 5-65)\div 2=5$…乙数.

376. 有大小两数，大数比小数的 4 倍少 27，大数的 6 倍与小数的 7 倍的和是 241. 求两数.

解 1 大数比小数的 4 倍少 27，则大数的 6 倍比小数的 24 倍少 27×6＝162，所以大数的 6 倍等于小数的 24 倍减去 162 的差；又大数的 6 倍与小数的 7 倍的和是 241，所以小数的 24 倍减去 162 的差再加上小数的 7 倍等于 241，即小数的 24＋7＝31(倍)减去 162 的差等于 241. 因此小数的 31 倍等于 162＋241＝403. 由此可知小数是 403÷31＝13，大数则是 13×4－27＝25；

解 2 设小数为 x，则大数为 $4x-27$. 依题意，得

$$6(4x-27)+7x=241.$$

解方程，得 $x=13$…小数，$4x-27=4\times 13-27=25$…大数.

377. 甲数减去 4 后，等于乙数的 357 倍；如果甲、乙两数都减去 1，那么甲数是乙数的 393 倍. 求甲、乙两数.

解 1 由题意可知，从乙数的 393 倍减去 393，差比甲数少 1；又乙数的 357 倍等于甲数减去 4，所以，乙数的 357 倍加 4－1＝3 后，等于乙数的 393 倍减 393. 因此，乙数是(393＋3)÷(393－357)＝11，甲数是 11×357＋4＝3931；

解 2 设乙数为 x，则甲数为 $357x+4$. 依题意，得

$$357x+4-1=393(x-1).$$

解方程，得 $x=11$…乙数，

$357x+4=357\times 11+4=3931$…甲数.

378. 分 48 为大小两数，如果以 6 除大数与以 4 除小数所得的商的和

为 9，问所分成的两数各是多少？



解 1 根据题意，大数的$\frac{1}{6}$与小数的$\frac{1}{4}$的和等于 9，则大数加上小数的$\frac{6}{4}$（即$1\frac{1}{2}$倍）等于 54；又知大数与小数的和是 48，所以小数的$\frac{1}{2}$等于 54 与 48 的差，由此可得小数是$(54-48)\div\frac{1}{2}=12$，大数是 $48-12=36$；

解 2 设大数为 x，则小数为 $48-x$. 依题意，得

$$\frac{x}{6}+\frac{48-x}{4}=9.$$

解方程，得 $x=36$…大数，

$48-x=48-36=12$…小数.

379. 有甲、乙两数，以甲除乙得商 8；如果以甲乘 192，所得积与乙数自乘相等. 求甲、乙两数.

解 1 由题意可知，乙是甲的 8 倍，所以乙自乘等于甲自乘的 $8\times8=64$（倍）. 又知乙自乘等于甲的 192 倍，所以甲自乘的 64 倍等于甲的 192 倍. 由此可知甲的 64 倍等于 192，甲为 $192\div64=3$，乙为 $3\times8=24$；

解 2 设甲数为 x，则乙数为 $8x$. 依题意，得

$$192x=(8x)^2.$$

解方程，得 $x=3$…甲数，

$8x=8\times3=24$…乙数.

380. 有甲乙两数，甲是乙的$\frac{6}{7}$. 如果从乙中减去 60，甲加上 60，这时乙是甲的$\frac{5}{8}$. 求两数.

解 1 由题意可知，甲是乙的$\frac{6}{7}$，而且甲加上 60 后的$\frac{5}{8}$等于乙减去 60，所以乙的$\frac{6}{7}$的$\frac{5}{8}$（即$\frac{15}{28}$）加上 60 的$\frac{5}{8}$（即$37\frac{1}{2}$）后，比乙少 60；因此，乙的$1-\frac{15}{28}$（即$\frac{13}{28}$）与$60+37\frac{1}{2}$（即$97\frac{1}{2}$）相对应. 于是，可知

乙是 $97\frac{1}{2}\div\frac{13}{28}=210$，甲是 $210\times\frac{6}{7}=180$；

解 2 从乙中减去 60，甲加上 60 后的和与原来甲乙两数的和相同. 设两数的和为单位“1”，原来甲数占和的$\frac{\frac{6}{7}}{1+\frac{6}{7}}=\frac{6}{13}$，甲数加上 60 后占和的

$\frac{1}{1+\frac{5}{8}}=\frac{8}{13}$. 所以，60 相当于和的 $\left(\frac{8}{13}-\frac{6}{13}\right)$. 由此可得两数的和是 $60\div\left(\frac{8}{13}-\frac{6}{13}\right)=390$. 因此

甲数是 $390\times\frac{6}{13}=180$，乙数是 $180\div\frac{6}{7}=210$；

解 3 设乙数为 x，则甲数为 $\frac{6}{7}x$. 依题意，得

$$x-60=\frac{5}{8}\left(\frac{6}{7}x+60\right).$$

解方程，得 $x=210$…乙数，

$$\frac{6}{7}x=\frac{6}{7}\times 210=180\text{…甲数}.$$

381. 甲乙两数，如果以乙除甲的 $\frac{10}{27}$，可得商 6，余数是零；如果以乙除甲的 $\frac{17}{27}$，可得商 10，余数是 7. 求两数.

解 1 甲的 $\frac{10}{27}$，等于乙的 6 倍，所以甲等于乙的 $6\div\frac{10}{27}=16\frac{1}{5}$（倍）. 于是可知甲的 $\frac{17}{27}$ 等于乙的 $16\frac{1}{5}\times\frac{17}{27}=10\frac{1}{5}$（倍）；又知乙除甲的 $\frac{17}{27}$，得商 10，余 7，所以，乙的 $10\frac{1}{5}-10=\frac{1}{5}$ 相当于 7. 因此

乙数是 $7\div\frac{1}{5}=35$，甲数是 $35\times 16\frac{1}{5}=567$；

解 2 设甲数为 x. 依题意，得

$$\frac{\frac{10}{27}x}{6}=\frac{\frac{17}{27}x-7}{10},$$

解方程，得 $x=567$…甲数，$\frac{\frac{10}{27}x}{6}=\frac{\frac{10}{27}\times 567}{6}=35$…乙数.

382. 有 A 和 B 两个两位数，A 是 B 的 $1\frac{3}{5}$ 倍；而且这两数的和仍旧是两位数，同时又是 3 的倍数，问两数各是多少？

解 A 是 B 的 $1\frac{3}{5}$ 倍，所以 A、B 的和是 B 的 $1+1\frac{3}{5}=2\frac{3}{5}$（倍）. 已知 A、B 的和是两位数，且是 3 的倍数，因此 B 的 $2\frac{3}{5}$ 倍也是两位数，且也是 3

的倍数. B 的 $2\frac{3}{5}$ 倍是两位数，就是 B 的 $\frac{13}{5}$ 是两位数. 因为 $\frac{13}{5}$ 是既约分数，所以 B 必是 5 的倍数；同时因为 13 不是 3 的倍数，所以 B 又必是 3 的倍数. 因此，B 必是 $3\times5=15$ 的倍数. 在 B 是 15 的倍数以及 B 的 $2\frac{3}{5}$ 倍仍是两位数的条件下考虑，B 只能是 15 或 30，于是与之对应的 A 是 $15\times1\frac{3}{5}=24$ 或 $30\times1\frac{3}{5}=48$.

383. 有三位数和两位数各一个. 以三位数作分母，两位数作分子，得到分数 $\frac{6}{65}$. 又知两位数的个位数字与十位数字的差等于 3. 求此两数.

解　以三位数作分母，两位数作分子，得到分数 $\frac{6}{65}$，所以两位数必是 6 的倍数. 6 的倍数中是两位数；而且个位数字与十位数字的差等于 3 的只有 36，所以所求的两位数是 36，三位数是 $65\times6=390$.

384. 以某两位数除某三位数，得到的商与余数的比是 3∶2. 如果化余数成为分数商，则分子与分母的和等于 31. 而且分子减少 1 后，分数等于 $\frac{1}{5}$. 问两位数和三位数各是多少？

解　从分数的分子减去 1 后，分母、分子的和是 $31-1=30$. 这时分数的值是 $\frac{1}{5}$，因为 $1+5=6$，$30\div6=5$，所以分子减少 1 后的分数是 $\frac{1\times5}{5\times5}=\frac{5}{25}$，分子减少 1 之前的分数是 $\frac{6}{25}$. 由此可知所求的两位数是 25. 因为商与余数的比是 3∶2，所以商是 $6\times\frac{3}{2}=9$，所求三位数(即被除数)是

$$9\times25+6=231.$$

385. 两数之比是 $\frac{35}{56}$，它们的最大公约数是 21 ，求这两数.

解　$\frac{35}{56}=\frac{5}{8}$，$\frac{5}{8}$ 是两数以它们的最大公约数除后所得的两互质数之比，所以所求两数分别为 $5\times21=105$ 及 $8\times21=168$.

386. 有两个既约分数，它们的和等于 1. 已知两分数分母的和等于 24，分子的差等于 2，求这两个分数.

解　两既约分数的和等于 1，那么它们的分母必定相等，所以两个分数的分母都是 $24\div2=12$. 这样，这两个分数分子的和也必是 12，又知分子的差是 2，所以两分子是 $(12+2)\div2=7$ 和 $(12-2)\div2=5$，所求两分数是 $\frac{7}{12}$

和$\frac{5}{12}$.

387. 有以1为分子的两个分数，分母都是两位数并且互质，两个分母的十位数字相同，个位数字的和等于10. 如果将这两分数相加，就得到几千几百几十一分之一百三十，问两分数各是多少？

解　根据题意，两个分数应是$\frac{1}{10A+B}$和$\frac{1}{10A+C}$，且$B+C=10$. 因为两分母互质，且两分数相加后，所得和的分子是130，所以$(10A+C)+(10A+B)=20A+(B+C)=20A+10=130$. 由$20A+10=130$，得$A=6$. 又因为两分数相加后，所得和的分母是几千几百几十一，所以B、C乘积的个位数字必是1，同时它们的和又是10，则B、C必是3和7. 因此所求的两分数应是$\frac{1}{63}$和$\frac{1}{67}$.

388. 有两个数，差是25，它们和的数字之和是8，而且这两数的和乘以10以下的某数，得到的积是2008. 求这两数.

解　10以下各个数中，能整除2008的，有1、2、4、8四个数. 以这四个数分别除2008，所得的商可能是所求两数的和. 依题意，所求两数和的数字之和应是8. 只有$2008\div8$所得的商才符合这个要求，所以两数的和是$2008\div8=251$. 已知两数的差是25，因此所求两数是

$(251+25)\div2=138$和$(251-25)\div2=113$.

389. 有两个两位数，它们的积比其中的大数的平方小11. 求此两数.

解　设a为大数，b为小数. 根据题意，$a^2-ab=a(a-b)=11$，所以$a=11$，$a-b=1$或$a=1$，$a-b=11$. 显然后者不合题意，因此，$a=11$，$b=10$.

390. 求在六位数中，能被789整除的最大数与最小数.

解　在六位数中，最大的数是999999，除以789，余336，所以所求的能被789整除的最大的六位数是$999999-336=999663$；最小的六位数是100000，除以789，余586，所以能被789整除的最小的六位数应是$100000-586+789=100203$.

391. 有甲、乙两数，甲的8倍与乙的5倍的和是185；甲的4倍比乙的3倍多21. 求甲、乙两数.

解1　甲的4倍比乙的3倍多21，那么，甲的8倍比乙的6倍多42. 已知甲的8倍与乙的5倍的和是185，所以乙的$6+5=11$(倍)是$185-42=143$. 由此可知乙是$143\div11=13$，甲应是$(13\times3+21)\div4=15$；

解2　设甲数为x. 依题意，得

$$\frac{185-8x}{5}=\frac{4x-21}{3}.$$



解方程，得　$x=15$…甲数

$$\frac{185-8x}{5}=\frac{185-8\times15}{5}=13\text{…乙数.}$$

392. 有甲、乙两数，它们的和是 70，而且乙数是甲数的$\frac{3}{4}$. 求两数.

解 1　乙数是甲数的$\frac{3}{4}$，那么，甲、乙两数的和相当于甲数的$\left(1+\frac{3}{4}\right)$，所以甲数是 $70\div\left(1+\frac{3}{4}\right)=40$，乙数是 $40\times\frac{3}{4}=30$；

解 2　设甲数为 x. 依题意，得

$$\frac{3}{4}x=70-x.$$

解方程，得　$x=40$，$70-x=70-40=30$.

393. 有甲、乙两数，它们的差是 $2\frac{1}{3}$，而且甲数是乙数的$\frac{3}{7}$，求两数.

解 1　甲数是乙数的$\frac{3}{7}$，那么，甲、乙两数的差相当于乙数的 $1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$，所以乙数是 $2\frac{1}{3}\div\frac{4}{7}=4\frac{1}{12}$，甲数是 $4\frac{1}{12}\times\frac{3}{7}=1\frac{3}{4}$；

解 2　设乙数为 x. 依题意，得

$$x-\frac{3}{7}x=2\frac{1}{3}.$$

解方程，得　$x=4\frac{1}{12}$，$\frac{3}{7}x=\frac{3}{7}\times4\frac{1}{12}=1\frac{3}{4}$.

394. 有大、小两数，它们的和是 20；大数的$\frac{3}{4}$与小数的 2 倍的和是 25. 求两数.

解 1　大数的$\frac{3}{4}$与小数的 2 倍的和是 25，所以大数的 3 倍与小数的 8 倍的和是 $25\times4=100$；大小两数的和是 20，所以大数的 3 倍与小数的 3 倍的和是 60. 以大数的 3 倍与小数的 8 倍的和减去大小两数和的 3 倍，所得的差 $100-60=40$ 就是小数的 5 倍，因此小数是 $40\div5=8$，大数是 $20-8=12$；

解 2　设大数为 x，则小数为 $20-x$. 依题意，得

$$\frac{3}{4}x+2(20-x)=25.$$

解方程，得　$x=12$，$20-x=20-12=8$.

395. 有甲、乙两数，如果以乙除甲与 20 的和，就得到商 4；如果以乙除

甲减去 25 的差，就得到商$\frac{2}{3}$，求甲、乙两数.

解 1 根据题意，甲与 20 的和等于乙的 4 倍，甲减去 25 所得的差相当于乙的$\frac{2}{3}$，所以 $20+25=45$ 相当于乙的 $4-\frac{2}{3}=3\frac{1}{3}$（倍）. 由此可知乙数是 $45\div 3\frac{1}{3}=13\frac{1}{2}$，甲数是 $13\frac{1}{2}\times 4-20=34$；

解 2 设甲数为 x. 依题意，得

$$\frac{x+20}{4}=\frac{x-25}{\frac{2}{3}}.$$

解方程，得 $x=34$，$(34+20)\div 4=13\frac{1}{2}$.

396. 分 1700 为两部分，第一部分的四分之三等于第二部分的三分之二. 问两部分各是多少？

解 1 设第一部分为“1”，第二部分相当于第一部分的$\frac{3}{4}\div\frac{2}{3}=\frac{9}{8}$，第一部分的$1+\frac{9}{8}=\frac{17}{8}$是 1700. 所以第一部分是 $1700\div\frac{17}{8}=800$，第二部分是 $800\times\frac{9}{8}=900$；

解 2 第一部分的$\frac{3}{4}$等于第二部分的$\frac{2}{3}$，因此两部分的比是$\frac{2}{3}:\frac{3}{4}=8:9$. 所以第一部分为 $1700\times\frac{8}{8+9}=800$. 第二部分为 $1700\times\frac{9}{8+9}=900$；

解 3 设第一部分为 x，则第二部分为 $1700-x$. 依题意，得

$$\frac{3}{4}x=\frac{2}{3}(1700-x).$$

解方程，得 $x=800$，$1700-x=1700-800=900$.

397. 某数的$\frac{3}{4}$等于另一数的$\frac{2}{3}$. 已知两数的差是 24，求此两数.

解 1 某数相当于另一数的$\frac{2}{3}\div\frac{3}{4}=\frac{8}{9}$，所以另一数是 $24\div\left(1-\frac{8}{9}\right)=216$，某数是 $216-24=192$；

解 2 因为某数$\times\frac{3}{4}$=另一数$\times\frac{2}{3}$，所以某数与另一数的比为$\frac{2}{3}:\frac{3}{4}=8:9$. 由此可知，两数的差是 9 份与 8 份的差；一份是 24，某数是 8 份，另

一数是 9 份. 因此,某数为 $24\times8=192$;另一数为 $24\times9=216$;



解 3　设某数为 x,则另一数为 $x+24$. 依题意,得 $\frac{3}{4}x=\frac{2}{3}(x+24)$.

解方程,得　$x=192$,$192+24=216$.

398. 甲、乙两数的比是 3∶4,又甲的一半与乙减去 30 的差的比是 12∶17,求甲、乙两数.

解 1　如果甲数相当于 3,那么乙数相当于 4,甲的一半相当于 $\frac{3}{2}$. 设乙数减去 30 的差相当于 x,$\frac{3}{2}∶x=12∶17$,$x=\frac{17}{8}$. 由于乙$-$(乙-30)$=30$,所以 30 相当于 $4-\frac{17}{8}=\frac{15}{8}$.

设甲数为 y. 则 $30∶y=\frac{15}{8}∶3$,

$y=48$,即甲数为 48.

同理,设乙数为 z,则 $30∶z=\frac{15}{8}∶4$,

$z=64$,即乙数为 64;

解 2　设甲数为 $3x$,乙数为 $4x$. 依题意,得

$$\frac{3}{2}x∶(4x-30)=12∶17.$$

解方程,得　$x=16$.

$3x=3\times16=48$,$4x=4\times16=64$.

399. 已知除数与被除数的和是 404,除得的商是 13,余数是 26. 求被除数与除数.

解 1　$404-26=378$ 是除数的 $1+13=14$(倍),所以除数是 $378\div14=27$,被除数是 $404-27=377$;

解 2　设除数为 x,则被除数为 $404-x$. 依题意,得

$$13x+26=404-x.$$

解方程,得　$x=27$,$404-x=404-27=377$.

(6) 求三个数或三个以上的数

400. 有甲、乙、丙三数,它们的和等于 177. 已知甲比乙少 24,乙比丙多 27,三数各是多少?

解 1　甲比乙少 24,就是乙比甲多 24. $177+24+27=228$,这就是乙的 3 倍. 所以,乙是 $228\div3=76$,甲是 $76-24=52$,丙是 $76-27=49$;

解 2　设乙数为 x,则甲数为 $x-24$,丙数为 $x-27$. 依题意,得

$$x+x-24+x-27=177.$$

解方程，得　$x=76$.

$x-24=76-24=52$，$x-27=76-27=49$.

401. 有三个数，它们的和是 9958. 甲的 2 倍加 1234 等于乙；乙加 318 就等于丙的 2 倍. 问三个数各是多少？

解 1　甲的 2 倍加 1234 等于乙，就是乙减去 1234 等于甲的 2 倍. 乙加上 318 等于丙的 2 倍，就是丙减去 318 等于乙的$\frac{1}{2}$，也就是丙减去$\frac{318}{2}$，再减去$\frac{1234}{2}$等于甲. 所以 $9958-1234-\frac{318}{2}-\frac{1234}{2}=7948$ 是甲的$(1+2+1)$即 4 倍，因此甲是 $7948\div4=1987$. 乙是 $1987\times2+1234=5208$，丙是$(5208+318)\div2=2763$；

解 2　设乙数为 x，则甲数为$\frac{x-1234}{2}$，丙数为$\frac{x+318}{2}$. 依题意，得

$$x+\frac{x-1234}{2}+\frac{x+318}{2}=9958.$$

解方程，得　$x=5208$，

$$\frac{x-1234}{2}=\frac{5208-1234}{2}=1987,$$

$$\frac{x+318}{2}=\frac{5208+318}{2}=2763.$$

402. 甲、乙、丙三数的和是 14，甲与乙的差等于丙的 2 倍，乙与丙的差等于丙. 求三数.

解 1　乙与丙的差等于丙，所以乙等于丙的 2 倍；甲与乙的差等于丙的 2 倍，就是甲与丙的 2 倍的差等于丙的 2 倍，所以甲是丙的 4 倍. 因此甲、乙、丙三数的和 14 相当于丙的$(4+2+1)$倍. 所以丙是 $14\div(4+2+1)=2$，乙是 $2\times2=4$，甲是 $2\times4=8$；

解 2　设丙数为 x，则乙数为 $x+x=2x$，甲数为 $2x+2x=4x$. 依题意，得

$$x+2x+4x=14.$$

解方程，得　$x=2$，

$2x=2\times2=4$，$4x=2\times4=8$.

403. 甲、乙、丙三个数，如果以丙除乙就得商 3；如果以乙与丙的和除甲就得商 4；如果以乙除甲得到的余数是 24. 三个数各是多少？

解　甲是乙与丙的和的 4 倍，就是甲是乙的 4 倍与丙的 4 倍的和，由题意，乙是丙的 3 倍，所以，甲也是乙的 $4+1=5$(倍)与丙的 $4-3=1$(倍)的和. 又据题意，甲是乙的若干倍与 24 的和，因此丙是 24. 于是，乙是 $24\times3=$

72，甲是(24+72)×4=384.

404. 有甲、乙、丙、丁四个数，甲乙之和为 82，乙丙之和为 61，丙甲之和为 69，乙丁之和为 88，求此四数.

解 82+61+69=212 等于甲、乙、丙三数之和的 2 倍，因此这三个数的和是 212÷2=106. 所以甲是 106−61=45，乙是 106−69=37，丙是 106−82=24. 因为乙等于 37，所以丁是 88−37=51.

405. 有三个数的和是 190. 如果第一数加上其他两数和的一半，就得 120；如果第二数加上其他两数和的$\frac{1}{5}$，就得 90. 求这三个数.

解 190 是三数的和. 120 是第一数与其他两数和的一半的和，所以，190−120=70，是第二数与第三数的和的一半，70×2=140 是第二、三两数的和. 因此，第一数是 190−140=50. 又因为 $50\times\frac{1}{5}=10$ 是第一数的$\frac{1}{5}$，所以，90−10=80 是第二数与第三数的$\frac{1}{5}$的和. 如前所述第二、三两数的和是 140，第三数的$\left(1-\frac{1}{5}\right)$是 140−80=60，因此第三数是 $60\div\left(1-\frac{1}{5}\right)=75$，第二数是 140−75=65.

406. 三个分数的和是$\frac{76}{81}$，第一分数等于第二分数的 72%，第二分数等于第三分数的$\frac{3}{7}$，求各分数.

解1 第一分数与第二分数的比为 0.72∶1，第二分数与第三分数的比为$\frac{3}{7}$∶1，三分数的比是 $0.72\times\frac{3}{7}:\frac{3}{7}:1=54:75:175$. 因此，第一分数为$\frac{76}{81}\times\frac{54}{54+75+175}=\frac{1}{6}$，第二分数为$\frac{76}{81}\times\frac{75}{54+75+175}=\frac{25}{108}$，第三分数为$\frac{76}{81}\times\frac{175}{54+75+175}=\frac{175}{324}$；

解2 设第二分数为“1”，则第一分数为 0.72，第三分数为$\frac{7}{3}$，所以第二分数为$\frac{76}{81}\div\left(0.72+1+\frac{7}{3}\right)=\frac{25}{108}$，第一分数为$\frac{25}{108}\times72\%=\frac{1}{6}$，第三分数为$\frac{25}{108}\div\frac{3}{7}=\frac{175}{324}$；

解3 设第二分数为 x，则第一分数为 $72\%x$，第三分数为$\frac{7}{3}x$. 依题意，得

$$72\%x+x+\frac{7}{3}x=\frac{76}{81}.$$

解方程，得 $x=\frac{25}{108}$，

$$72\%x=72\%\times\frac{25}{108}=\frac{1}{6},$$

$$\frac{7}{3}x=\frac{7}{3}\times\frac{25}{108}=\frac{175}{324}.$$

(7) 含平方、开方的问题

407. 有一个两位数，它的平方根和立方根都是整数，求此数.

解　两位数中是完全立方数的只有 27 和 64，而 27 并非是完全平方数，所以此数为 64.

408. 有不为零的某数，它的 14 倍等于它的平方与它的差，求某数.

解 1　某数的 14 倍等于它的平方与它的差，所以某数的平方是某数的 15 倍，因此所求的某数为 15；

解 2　设某数为 x. 依题意，得

$$14x=x^2-x,$$

解方程，得 $x=0$**(舍去)或** $x=15$.

所以某数为 15.

409. 不为零的某数的 3 倍、70 倍与 100 倍的和，等于它的一半的平方，求某数.

解 1　某数的(3+70+100)倍，即 173 倍，等于它的平方的 $\frac{1}{4}$**，所以某数的** $173\times4=692$**(倍)等于它的平方，因此某数为 692，**

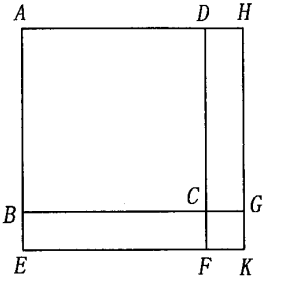
解 2　设某数为 x. 依题意，得

$$(3+7+100)x=\left(\frac{x}{2}\right)^2.$$

解方程，得 $x=0$**(舍去)或** $x=692$.

所以某数为 692.

410. 已知某数的 5 倍与它的平方的 3 倍的和等于 492，求某数.



解 1　某数平方的 3 倍与它的 5 倍的和是 492，所以它平方的 9 倍与它的 15 倍的和是 $492\times3=1476$. 如图所示，设正方形 $ABCD$ 的一边 AD 表示某数的 3 倍，DH、BE 都代表 2.5，那么正方形 $ABCD$ 的面积代表某数平方的 9 倍，长

方形 $DCGH$ 和长方形 $BEFC$ 都表示某数的 7.5 倍，因此三个面积之和等于 1476，加上正方形 $CFKG$，即加 $2.5^2=6.25$ 就得到正方形 $AEKH$ 的面积．所以 $AH=\sqrt{1476+6.25}=38.5$，$AD=38.5-2.5=36$，于是求得某数为 $36\div3=12$；



解 2 设某数为 x．依题意，得

$$5x+3x^2=492.$$

解方程，得 $x=12$ 或 $x=-13\frac{2}{3}$（舍去）．

所以某数为 12．

411. 某整数的立方比它的平方的 4 倍大 2496277，求此整数．

解 差为七位数，则所求的整数不小于三位．某数的立方与它平方的 4 倍的差，就是某数的平方与较某数少 4 的数的乘积，因此 2496277 必定比某数的立方小而比某数减 2 后的立方大[设某数为 x，$x^2(x-4)=2496277$，$2496277=x^2(x-4)<x^3$．$x^2(x-4)=x^3-4x^2$，$(x-2)^3=x^3-6x^2+12x-8=x^3-4x^2-(2x^2-12x+8)=x^3-4x^2-2[(x-3)^2-5]$．∵ x 为三位数，∴ $(x-3)^2>5$，$(x-3)^2-5>0$，∴ $x^3-4x^2>x^3-4x^2-2[(x-3)^2-5]$，即 $x^2(x-4)>(x-2)^3$，因此，$(x-2)^3<2496277<x^3$]，所以所求某数为 2496277 的立方根的整数部分加 1 或 2，今求得 2496277 的立方根的整数部分为 135，因为 $137^3-4\times137^2=2496277$，因此所求整数为 137．

412. 两数的和等于 42，差等于 12，求两数的平方差．

解 因为两数的平方差等于两数的和与差的积，所以两数的平方差为 $42\times12=504$．

413. 甲、乙两数，如果甲数的平方加 99，就得 5350068；如果甲数减去乙数的立方就得差 116，求甲、乙两数．

解 5350068 减去 99 等于甲数的平方，所以甲数为 $\sqrt{5350068-99}=2313$；甲数减去 116 等于乙数的立方，所以乙数为 $\sqrt[3]{2313-116}=13$．

414. 甲、乙两数的差为完全平方数；甲的 4 倍与乙的 12 倍的和是一个四位数，同时它不仅是完全平方数，而且是完全立方数．试求甲、乙两数．

解 四位数中既是完全平方数，又是完全立方数的数只能是 4^6．$4^6=4096=1024\times4=931\times4+31\times12=844\times4+60\times12$．且 $931-31=900=30^2$，$844-60=784=28^2$，因此所求的甲、乙两数为 931 和 31 或 844 和 60．

415. 有甲、乙、丙三数，如果以它们的和乘甲得积 27；乘乙得积 18；乘丙得积 36．求各数．

解 1 三数的和，分别乘以甲、乙、丙三数，所得积的和，等于甲乙丙三数和的平方，所以三数的和是 $\sqrt{27+18+36}=9$．因此，甲是 $27\div9=3$，乙是

$18\div9=2$，丙是 $36\div9=4$；

解 2 按题意三数的和应是 27、18、36 的公约数，而且和必须大于甲或乙或丙，因此和应是 27、18、36 的最大公约数. $[27,18,38]=9$，所以三数的和是 9. 所以甲是 $27\div9=3$，乙是 $18\div9=2$，丙是 $36\div9=4$.

416. 将 3、4、5 扩大同一倍数后得到甲、乙、丙三数，已知这三数的积是 480，求甲、乙、丙三数各是多少？

解 甲、乙、丙三数的积等于 3、4、5 的连乘积乘以同一倍数的立方，所以这同一倍数是 $\sqrt[3]{480\div(3\times4\times5)}=2$. 因此，甲数是 $3\times2=6$，乙数是 $4\times2=8$，丙数是 $5\times2=10$.

417. 有四数，两两互质，如果四数的连乘积是 2520，试求各数.

解 $2520=2^3\times3^2\times5\times7$. 2^3、3^2、5 和 7 两两互质，因此所求四个数是 8、9、5 和 7.

418. 有甲、乙、丙、丁四数，已知甲、乙的积是 768，乙、丙的积是 432，丙、甲的积是 576，乙、丁的积是 1272. 问四个数各是多少？

解 甲、乙之积是 768，乙、丙之积是 432，所以甲与丙的比是 $768:432$，即 $16:9$，得丙是甲的 $\frac{9}{16}$. 已知甲、丙之积是 576，因此甲是 $\sqrt{576\div\frac{9}{16}}=32$，乙是 $768\div32=24$，丙是 $576\div32=18$，丁是 $1272\div24=53$.

(8) 杂题

① 求数

a. 求某数

419. 某数除以 7，余数为 0；如果除以 5，得到的商与前一个相同，而余数为 12. 求某数.

解 1 由题意可知这个相同商的 7 倍是某数，商的 5 倍比某数小 12，所以某数除以 7 所得的商的 5 倍必定比 7 倍少 12. 因此，这个商是 $12\div(7-5)=6$. 所求的某数应为 $7\times6=42$；

解 2 设某数为 x，依题意，得

$$\frac{x}{7}=\frac{x-12}{5}.$$

解方程得 $x=42$. 故知某数为 42.

420. 有一道算题，要计算某数的平方加 8，然后又以 4 除所得的商. 在计算中，误将平方作 2 倍计算，结果求得 11. 问正确的结果应是多少？

解 1 某数为 $(11\times4-8)\div2=18$，正确的结果应是 $(18^2+8)\div4=83$；

解 2 设某数为 x. 依题意，得 $(2x+8)\div4=11$，解方程，得 $x=18$. 故知某数为 18，正确的结果是 $(18^2+8)\div4=83$.

421. 某数加上 21，与乘以 21 结果相等，求某数.

解 1 某数乘以 21，就是某数加上它的 20 倍；某数加上 21 与乘以 21 的结果相等，就是加上 21 与某数加上它的 20 倍相等；因此，某数的 20 倍等于 21，所求某数就是 $21\div 20=1\frac{1}{20}$.

解 2 设某数为 x，依题意，得 $x+21=21x$. 解方程，得 $x=1\frac{1}{20}$. 故知某数为 $1\frac{1}{20}$.

422. 某数除以它与 78 的差，得商 7，求某数.

解 1 由题意得某数是该数与 78 的差的 7 倍，也就是某数是该数的 7 倍与 78×7 的差，所以某数与 78×7 的和等于某数的 7 倍，因此某数的 6 倍等于 78×7，某数为 $78\times 7\div 6=91$；

解 2 设某数为 x. 依题意，得 $\frac{x}{x-78}=7$. 解方程，得 $x=91$. 故知某数为 91.

423. 某数的 3 倍加 24，等于它的 5 倍减 6，求某数.

解 1 根据题意，某数的 5 倍等于某数的 3 倍加 $(24+6)$. 因此某数的 $5-3=2$(倍)等于 $(24+6)$，某数为 $(24+6)\div 2=15$；

解 2 设某数为 x. 依题意，得 $3x+24=5x-6$，解方程，得 $x=15$. 故知某数为 15.

424. 以某数除 1005，误写为除 105，因此所得的商比应得的商差 60. 求某数.

解 1 在整数除法中，商是被除数中所含除数的个数. 根据题意，1005 中含某数的个数应比 105 中含某数的个数多 60 个. 所以 $1005-105=900$ 中应含某数 60 个. 所求某数为 $900\div 60=15$；

解 2 设某数为 x. 依题意，得

$$\frac{1005}{x}-\frac{105}{x}=60.$$

解方程，得 $x=15$. 故知某数为 15.

425. 25 的个位上减去某数，十位上加上某数，则得 88，求某数.

解 1 在 25 的个位上减去某数，十位上加上某数等于在 25 上加上某数的 9 倍，某数的 9 倍应为 $88-25=63$，因此某数为 $63\div 9=7$；

解 2 由题意知，某数必小于 10. 25 减去某数的差的个位数字应是 8，因此某数只能是 7. 通过验证 $25-7=18$，$18+70=88$，所以某数应为 7；

解 3 设某数为 x. 依题意，得

$$25-x+10x=88.$$

解方程，得 $x=7$. 故知某数为 7.

426. 某学生以 467 乘某数，得积 1925817. 现在知道积中的 9 与 7 两数字是该生做错了的，问正确得数应该是多少？

解 要改正的是末位数字与十万位数字.

$1925817=467\times4123+376$，

$100000=467\times214+62$ ①

∵ $376=62\times6+4$，

∴ $1925817=467\times4123+62\times6+4$ ②

(1) 式两边同乘以 6，得

$$600000=467\times214\times6+62\times6$$

上式两边同加 4，得

$$600004=467\times214\times6+62\times6+4 \quad ③$$

②式减去③式，得

$$1325813=467\times(4123-214\times6).$$

从上式可知，当 1925817 的十万位数字和个位数字分别减去 6 和 4 后，所得的数 1325813 即为所求的正确得数.

b. 求某种数的个数

427. 在 1 到 100 之间 7 的倍数有多少个？它们的总和是多少？

解 在 1 到 100 之间是 7 的倍数的数，最小的是 7，最大的是 $7\times14=98$. 个数是 $(98-7)\div7+1=14$(个)，总和是 $\frac{7+98}{2}\times14=735$.

428. 在 200 与 400 之间，是 7 的倍数的数有多少个？它们的总和是多少？

解 因为 $200=7\times29-3$，$400=7\times57+1$，所以在 200 与 400 之间，7 的倍数中最小的是 $7\times29=203$，最大的是 $7\times57=399$，其间是 7 的倍数的数共 $57-29+1=29$(个)，它们的总和是：$(203+399)\times29\div2=8729$.

429. 900 以内末位为 3 的整数的总和，与 2000 以内末二位为 59 的整数的总和的差是多少？

解 900 以内末位数字为 3 的整数共 90 个，它们的和是 $3+13+23+\cdots+93+103+\cdots+883+893=\frac{(3+893)\times90}{2}=40320$；2000 以内末二位数字为 59 的整数共 20 个，它们的和是 $59+159+259+\cdots+1859+1959=\frac{(59+1959)\times20}{2}=20180$. 所以它们的差为 $40320-20180=20140$.

430. 由同数字组成的数，自 11 起到 1111111111 止. 共有几个？

解 由同数字组成的数，两位数中有 11，22，33，…，99，共 9 个；三位数

中有 111,222,333,…,999,共 9 个;…所以,从 11 起到 1111111111 止,同数字组成的数共 9×8+1=73(个).

431. 末位数字是 7 的数,在整数 2548 与 5873 之间共有多少个?

解 1　从 2548 到 5873 之间共有 5873−2548+1=3326(个)整数. 末位数字是 7 的整数,在 10 个连续整数中,只有一个. 3326÷10=332…6. 这余下的六个数是指从 5868 到 5873 的六个数,显然其中不含末位数字是 7 的数,所以在整数 2548 与 5873 之间,末位数字是 7 的数共有 332 个;

解 2　在 2548 与 2549 之间以及 5870 与 5873 之间不含末位数字是 7 的数. 从 2550 起到 5869 为止,共有 5869−2550+1=3320(个)整数. 每 10 个连续整数中,只有一个整数的末位数字是 7,所以 3320 个整数中共有 3320÷10=332(个)末位数字是 7 的整数.

432. 有多少个三位数加上 12 后能被 5 整除?这些三位数的总和是多少?

解　三位数中最小的是 100,最大的是 999,所以三位数共有 999−100+1=900(个). 加上 12 后能被 5 整除的三位数,它个位上的数字必是 3 或 8. 这样的三位数,在每十个连续的三位数中共有两个,因此所求三位数的个数是 2×(900÷10)=180(个).

这些三位数的总和是:

$$103+108+113+118+123+\cdots+983+988+993+998=\frac{(103+998)\times 180}{2}=99090.$$

433. 三位数中是 17 的奇数倍的数有多少个?

解　在三位数中是 17 的奇数倍的数,以 17×7=119 为最小,17×57=969 为最大,因此 17 乘以 7、9、13…55、57 后所得的 17 的奇数倍都是三位数,所求三位数的个数应是:(57−7)÷2+1=26(个).

434. 有多少个三位数加上 7 后能被 3 整除?这些三位数的总和是多少?

解 1　三位数共 900 个,加上 7 后能被 3 整除的三位数有:

101,104,107,
110,113,116,119,
122,125,128,
131,134,137,
140,143,146,149,
152,155,158,
……

由此可知，每 30 个连续的三位数中符合要求的有 3＋4＋3＝10(个)．所以符合要求的三位数共有

$$10\times(900\div30)=300(\text{个}).$$

它们的和是 $101+104+\cdots+995+998=\frac{(101+998)\times300}{2}=164850$；

解 2　加上 7 后能被 3 整除的三位数中最小的是 101，最大的是 998，符合要求的三位数共有(998－101)÷3＋1＝300(个)．求它们总和的方法同解 1．

435．四位数中，百位数字是 2，末位数字是 7 的，共有多少个？

解　设千位数字是 1 时，十位数字可为 0，1，2，…，9，适合条件的共 10 个．当千位数字是 2、3、4、…、9 时也分别有 10 个适合条件．因此符合条件的四位数共有 10×9＝90(个)．

c．求两位数

436．有一个两位数，它的数字的积是 63，求这个两位数．

解　将 63 分解成两个都是一位数的因数，只有一组 7、9，所以所求的两位数是 79 或 97．

437．有一个两位数，它十位上数字是个位上数字的 3 倍．如果把这个两位数减去 7，那么十位上数字就等于个位上数字．求这个两位数．

解　十位上数字是个位上数字的 3 倍，个位上数字必小于或等于 3．这样，个位上数字减去 7 必定不够．当向十位借 1 时，十位上数字就减少 1，而个位上数字却增加 3．由于减 7 后十位上数字与个位上数字相等，所以原来十位上数字与个位上数字相差 1＋3＝4．由此可知个位上数字为 4÷(3－1)＝2，十位上数字为 2×3＝6，所求两位数为 62．

438．有一个两位数，它的十位数字比个位数字大 5．如果将这个两位数在算盘上表示，共需要 9 颗算珠．问这个两位数是多少？

解　十位数字比个位数字大 5，那么个位数字必小于 5，而十位数字必大于 5．因此在算盘上表示这个两位数的时候，须动用上珠 1 颗，下珠(9－1)颗．由此可知两位数的各位数字之和为(9－1)＋5＝13．从而求得十位数字为(13＋5)÷2＝9，个位数字为(13－5)÷2＝4，所求两位数为 94．

439．有一个两位数的偶数，个位数字与十位数字相同；如果这个两位数减去 12 的倍数后，所得差的数字之和为 6．求这个两位数．

解　这个两位数是偶数，所以是 2 的倍数；两位数的十位数字与个位数字相等，所以又是 11 的倍数；从两位数减去 12 的倍数，也就是 3 的倍数后，所得差的数字之和为 6，仍是 3 的倍数，所以这个两位数必定是 3 的倍数．因而所求两位数应是 2、3、11 的公倍数，而在两位数中，只有 2×3×11＝66

是它们的公倍数，所以所求两位数是 66.

d. 求三位或三位以上的数

440. 有一个三位数，它的百位数字与其他两个数位上数字之和的比为 2∶3；又去掉百位数字后形成的两位数乘以十位数字得积 270. 求这个三位数.

解　将 270 分解成一位数与两位数的因数积：$270=3\times90=5\times54=6\times45=9\times30$. 显然，其中 5×54 符合题意，所以十位数字与个位数字分别为 5 和 4. 设百位数字为 x，因为百位数字与其他两个数位上数字之和的比为 2∶3，故知 $x:(5+4)=2:3$，解之得 $x=6$，所以所求的三位数是 654.

441. 有一个是 7 的倍数的三位数，它的百位数字与个位数字分别是 3 与 2，求这个三位数的十位数字.

解　设这个三位数是 302. 302 除以 7，得商 43，余 1. 所以，所求的三位数应该是 302 加上比 100 小的除以 7 余 $7-1=6$ 的 10 的倍数后所得的和. 因为 $20\div7=2\cdots6$，$90\div7=12\cdots6$，所以，所求的十位上数字应是 2 或 9.

442. 有一个四位数，如果乘以 9，得到的积恰好是原数的转位数. 求这个四位数.

解　根据题意，$ABCD\times9=DCBA$.

而 $ABCD\times9=ABCD\times(10-1)=ABCD0-ABCD$

∴　$ABCD0-ABCD=DCBA$ 列成竖式：

$$\begin{array}{r} A\ B\ C\ D\ 0 \\ -\quad A\ B\ C\ D \\ \hline D\ C\ B\ A \end{array}$$

观察上面竖式可知 $A=1$；由 $0-D=A$，可得 $D=9$；又 $C-B=C$，则 $B=0$；再 D 退一位后，$D-C=B$，即 $(9-1)-C=0$，所以 $C=8$. 因此，所求四位数是 1089.

443. 有一个四位数，它前面两个数字相同，后面两个数字也相同，且这个四位数是一个完全平方数. 求这个四位数.

解　设此四位数为 $aabb$. 即 $1000a+100a+10b+b=1100a+11b=11(100a+b)$，这个数能被 11 整除. 因它又是个完全平方数，所以一定能被 11^2 整除，于是 $11\mid(100a+b)$，即 $a+b$ 能被 11 整除，$a+b=11$. b 只能是 4、5、6、9，a 只能是 7、6、5、2. 由此可配成 7744、6655、5566、2299 四个四位数，但只有 $7744=88^2$，故所求的四位数是 7744.

444. 试求四位数中十位数字为 8 的各数的总和.

解 1　所求四位数的总和为

$$1080+1081+1082+\cdots+1089+1180+1181+1182+\cdots+1189$$
$$+1280+1281+\cdots+1289+\cdots+9980+9981+9982+\cdots+9989$$
$$=1080+1180+1280+\cdots+9980+1081+1181+1281+\cdots+9981$$
$$+\cdots+1089+1189+1289+\cdots+9989$$
$$=\frac{1080+9980}{2}\times(99-10+1)+\frac{1081+9981}{2}\times(99-10+1)+\cdots$$
$$+\frac{1089+9989}{2}\times(99-10+1)$$
$$=5530\times90+5531\times90+\cdots+5539\times90$$
$$=90\times(5530+5531+\cdots+5539)$$
$$=90\times\frac{5530+5539}{2}\times10$$
$$=4981050;$$

解 2
$$1080+1081+1082+\cdots+1089+1180+1181+1182+\cdots+1189$$
$$+1280+1281+1282+\cdots+1289+\cdots+1980+1981+1982$$
$$+\cdots+1989+2080+2081+2082+\cdots+2089+\cdots+9980$$
$$+9981+9982+\cdots+9989$$
$$=\frac{1080+1089}{2}\times10+\frac{1180+1189}{2}\times10+\frac{1280+1289}{2}\times10+\cdots$$
$$+\frac{1980\times1989}{2}\times10+\frac{2080+2089}{2}\times10+\cdots+\frac{9980+9989}{2}\times10$$
$$=2169\times5+2369\times5+2569\times5+\cdots+3969\times5+4169\times5$$
$$+\cdots+19969\times5$$
$$=5\times\left[\frac{2169+19969}{2}\times(10\times9)\right]=4981050.$$

445. 有一个四位数，首位数字是 1. 如果去掉首位数字，将百位、十位数字都向左移动一位，所得的四位数将是原数的 3 倍. 求这个四位数.

解　当将此四位数按题意变动时，个位数字的位置没有变动. 因为所得四位数是原四位数的 3 倍，所以个位数字必是 0 或 5. 先设个位数字为 0. 这样原四位数减去 1000 后，所得差的 10 倍，等于原数的 3 倍，也就是原数的 10 倍与 $1000\times10=10000$ 的差等于原数的 3 倍. 那么，10000 应是原数的 7 倍. 但 10000 不能被 7 整除，所以个位数字不可能为 0，而只能为 5. 按题意，原数的百位、十位数字组成的两位数的 10 倍与 1005 的和的 3 倍，即此两位数的 30 倍与 3015 的和等于此两位数的 100 倍与 5 的和. 因此，两位数的 70 倍等于 $3015-5=3010$. 于是，求得两位数是 $3010\div70=43$. 即所求四位数的百位数字是 4，十位数字是 3. 所求四位数应是 1435.

446. 有一个六位数，它的首位数字移至末位后，所得新数比原数扩大 3 倍，求这个六位数.



解 1 按题意，这个六位数只是将首位数字移到末位，因此所得新数仍是六位数. 六位数 3 倍后仍旧是六位数，则首位不外是 1、2、3 三个数字. 先设首位为 3，因 $3\times3=9$，则原数的万位应该是 9. 但 $9\times3=27$，这样原六位数 3 倍后必成为七位数，与题意不合，所以首位不能是 3. 又设首位为 2，则新数的个位为 2，由此可知原数的末位为 4，新数的十位也为 4. 因此，原数的十位数字 3 倍后的末位应为 $4-1=3$. 原数的十位数字是 1. 因为原数的十位是 1，所以新数的百位也是 1，并由此推知原数的百位数字应为 7，新数的千位数字也是 7. 因为 $7\times3=21$，$7-2=5$，所以原数的千位数字为 5，新数的万位数字也是 5. 同理，由于 $3\times5=15$，$5-1=4$，所以原数的万位数字是 8. 因此，所求六位数为 285714.

再设原六位数的首位为 1，则新数的末位也为 1，这个“1”是原数末位数字扩大 3 倍后的末位数字，所以原数的末位数字应为 7. 与前同理，因 $7\times3=21$，$7-2=5$，则十位数字为 5，因 $5\times3=15$，$5-1=4$，则百位数字为 8；因 $8\times3=24$，$8-2=6$，则千位数字为 2；因 $2\times3=6$，$2-0=2$，则万位数字为 4. 因此，所求六位数是 142857；

解 2 设首位数字为 1，1 右面的其余五位数字组成的五位数为 x，则原数为 $(100000+x)$，新数为 $(10x+1)$.

根据题意，得 $3(100000+x)=10x+1$. 解方程，得 $x=42857$.

所以所求六位数为 142857.

同理. 设首位数字为 2，2 右面五个数字组成的五位数为 x，则

$$3(200000+x)=10x+2.$$

解方程，得 $x=85714$，

所以所求六位数为 285714.

如设首位数字为 3，3 右面五个数字组成的五位数为 x，则

$$3(300000+x)=10x+3.$$

解方程，得 $x=128571$，与题意不合，无解.

如解 1 所述，所求六位数的首位数字不能大于 3，因此，本题只有两解，即 142857 与 285714.

e. 求两个或两个以上的数

447. 甲、乙两学生同算两数之和，甲得 685，计算正确；乙得 460，计算错误. 乙所以算错的原因是将其中一个加数末尾的 0 漏掉了. 两个加数各是多少？

解 因为漏掉的是一个加数末尾的 0，所以应加的数是实际加上的数

的 10 倍，因此学生乙将一个加数末尾的 0 漏掉，实际上是少加了实际加上数的 9 倍. 现在少加上的数等于 685－460＝225，因此实际加上的数是 225÷9＝25，而应加的数是 25×10＝250，则另一数为 685－250＝435. 所以，两个加数各是 435 与 250.

448. 甲、乙两数的差与和的比等于 3 比 4，且两数的平方和等于 200，求甲、乙两数.

解　依题意，得 $\frac{甲+乙}{甲-乙}=\frac{4}{3}$，由合比定理，得 $\frac{2甲}{甲-乙}=\frac{7}{3}$；由分比定理，得 $\frac{2乙}{甲-乙}=\frac{1}{3}$. 两式相除，得　甲：乙＝7：1. 由此可知，甲数是乙数的 7 倍. 所以，200 等于乙的 7 倍的平方与乙的平方之和，即等于乙的平方的 49 倍与乙的平方之和. 因此，乙数为 $\sqrt{200\div(49+1)}=2$；甲数为 2×7＝14.

449. 有三个数字，循环更换其顺序，成甲、乙、丙三数，它们的比为 7：33：34. 如每次从三个数字中任意选择两个组成两位数，则 6 次所得不重复的数的总和等于 396. 求三数字.

解　从三个数字中，每次取两个，组成 6 个不同的两位数时，每个数字都两次为十位数字、两次为个位数字，所以 6 个两位数之和 396 等于三个数字的 11×2＝22(倍). 因此三个数字之和为 396÷22＝18，又三个数字循环更换顺序成为甲、乙、丙三数时，每个数字都一次为个位数字、一次为十位数字、一次为百位数字，所以甲、乙、丙三数之和为三个数字之和的 111 倍，即 18×111＝1998. 将 1998 按 7：33：34 分配即得甲、乙、丙三数. 甲数为 $1998\times\frac{7}{7+33+34}=189$；乙数为 $1998\times\frac{33}{7+33+34}=891$；丙数为 $1998\times\frac{34}{7+33+34}=918$. 所求三个数字为 1、8 和 9.

f. 求和、差、积的末位数字

450. 求下列各式的末位数字是几：

(1) 26×27×28×29＋51×52×53×54 的和；

(2) 41×43×45×47－37×39×41×42 的差；

(3) 从 7 到 81 全部自然数的积；

(4) 全部三位数的和.

解　(1) 6×7＝42，末位数字是 2；8×9＝72，末位数字也是 2；2×2＝4，所以，前面四个因数的积的末位数字是 4.

同理，后面四个因数的积的末位数字也是 4(1×2×3×4＝24). 4＋4＝8，所以和的末位数字是 8；



(2) 被减数的末位数字是 5(1×3×5×7=105)减数的末位数字是 6(7×9×1×2=126). 15−6=9,所以差的末位数字是 9;

(3) 因为 7×8×9×10×11×…×80×81 中各因数的个位数与整十数的个位数"0"相乘,所得积的个位数总是"0",所以从 7 到 81 全部自然数的积的末位数字一定是 0.

(4) 1～9 的和的末位数字是 5;

1～19 的和的末位数字是 0;

1～29 的和的末位数字是 5;

1～39 的和的末位数字是 0;

……

1～99 的和的末位数字是 0;

1～109 的和的末位数字是 5;

1～119 的和的末位数字是 0.

可见它们和的末位数在 5、0、5、0、…之间循环,当 ＊9 或 ＊＊9 加 1 后和的十位数字是奇数时,那么 ＊9 或 1～＊＊9 的和的末位数字是 5;当 ＊9 或 ＊＊9 加 1 后和的十位数字是偶数时,那么 ＊9 或 1～＊＊9 的和的末位数字是 0. 现在 999+1=1000,1000 的十位数字是偶数,所以 1～999 的和的末位数字是 0. 全部三位数的和是 1～999 的和与 1～99 的和的差,而 1～99 的和的末位数字也是 0,所以全部三位数的和的末位数字也是 0.

或:1～999 共 999 个数.

1～99 共 99 个数.

所以,三位数共 999−99=900(个),最小的是 100,最大的是 999. 因此全部三位数的和为 $\frac{(100+999)\times 900}{2}=494550$,末位数字为 0.

② 算式填数

a. 填空框

加减法

451. 在下面的□里填入适当的数字,使算式成立.



解 (1) 如果个位上数字相加所得的和是 7 的话,那么两个十位上数字相加不可能得 19,所以个位上数字相加的和一定是 17. 于是,两个个位上数字分别为 8 和 9;十位上两个数字都应该是 9. 所以,本题的答案为.



(2) 四位数减去三位数,差是1,只能是最小的四位数减去最大的三位数,即:

$$\begin{array}{r} 1000 \\ -\ 999 \\ \hline 1 \end{array}.$$

452. 在下面的□中填入适当的数字,使算式成立.

(1) $\begin{array}{r} \square 3\square 82 \\ +17\square 05\square \\ \hline \square 4144\square 9 \end{array}$;

(2) $\begin{array}{r} 23\square 7\square 4 \\ -\square 83\square 67 \\ \hline \square 9539\square \end{array}$.

解 (1) 从右到左:

2+(7)=9,填7;

8+5=(13),填3;向前一位进1;

(3)+0+1=4,填3;

3+(8)=11,填8,向前一位进1;

(6)+7+1=14,填6,向前一位进1;

1+1=(2).填2;

(2) 从右到左:

14−7=(7),填7,从前一位退1;

(10)−1−6=3,填0,从前一位退1;

7−1−(1)=5,填1;

(12)−3=9,填2,从前一位退1;

13−1−8=(4),填4,从前一位退1;

2−1−(1)=0,填1.

答案为 (1) $\begin{array}{r} 633382 \\ +\ 178057 \\ \hline 241439 \end{array}$;

(2) $\begin{array}{r} 232704 \\ -\ 183167 \\ \hline 49537 \end{array}$.

乘除法

453. 在下面的□中填入适当的数字,使算式成立.

(1) $\begin{array}{r} 6\square \\ \times\square\square \\ \hline \square\square \\ \square\square \\ \hline \square\square 6 \end{array}$;

(2) $\begin{array}{r|l} & \square\square \\ \hline \square 7 & 14\square\square \\ & \square\square 5 \\ \hline & \square\square \\ & \square 1 \\ \hline & 0 \end{array}$.



解 (1) 6□×□,得到的积仍是两位数,乘数个位上的数字只能是 1.两次积合并所得和的个位上数字是 6,可知被乘数个位上数字一定是 6.乘数十位上的□里的数字与被乘数相乘积仍是两位数,所以乘数十位上的数字也只能是 1.其余各个数字就可以通过计算求得.所以本题答案为:

$$\begin{array}{r} 66 \\ \times 11 \\ \hline 66 \\ 66 \\ \hline 726 \end{array};$$

(2) 根据商的十位数字与除数"□7"相乘得"□□5",可知商的十位上数字应为 5;由此可知,除数十位上数字为 2;27×5=135,第一次乘积里的□□中应填 1 和 3;商的个位数字与除数 27 相乘,积的个位数字是 1,由此可知商的个位数字是 3;27×3=81,81−81=0,所以算式中第一次余数为 81;14□−135=8,得被除数十位上数字是 3.所以本题的答案为

$$\begin{array}{r} 53 \\ 27\overline{)1431} \\ 135 \\ \hline 81 \\ 81 \\ \hline 0 \end{array};$$

454. 把下面各题中的"*"换成适当的数字,并确定原来被乘数和被除数的小数点的位置.

(1) $\begin{array}{r} **5 \\ \times **.* \\ \hline 2** \\ *** \\ \hline 1**.30 \end{array}$;

(2) $\begin{array}{r} *8.** \\ 1.*\overline{)*** **} \\ *0 \\ \hline *7 \\ ** \\ \hline * ** \\ * ** \\ \hline 0 \end{array}$.

解 (1) 先把被乘数、乘数当作三位数加以观察:① 由于积的个位上的数字是 0,因此乘数个位数与被乘数相乘的积的个位上的数字应是"0";② 由于乘数是三位数,乘积应由三个部分积组成.但在竖式中,第二部分积全部略去不写,显然,乘数十位上的数字也应是"0";③ 又因为积的十位上的数字是 3,可见第一部分积的十位上的数字是"3";④ 由于竖式中积的最高位上的数字是 1,可见第三部分积的最高位上的数字是"1";⑤ 由于乘数、被乘数百位上数字的乘积等于第三部分积百位上的数,现已知第三部分积首位上的数字是 1,而在整数范围内只有 1 乘 1 等于 1,所以乘数、被乘数百位上的数字都应该是"1".至此,乘法算式可写成:



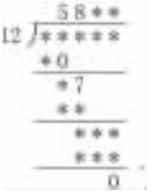
⑥ 继续观察，由于第一部分积的百位上的数字为 2，被乘数百位上的数字为 1，因此乘数个位上的数字不能超过 2，又由于乘数个位上的数字与 5 的乘积的末位数是 0，因此乘数个位上的数字只能是“2”；⑦ 再考虑被乘数十位上的数字. 因为乘数个位上的数 2 乘被乘数个位上的数 5，得 10，向十位上进 1，所以被乘数十位上的数是(3－1)÷2＝1；⑧ 至此，已经知道被乘数为 115，乘数为 102，其他各个数字就可以通过计算求得；⑨ 最后，确定被乘数的小数位数. 因为积的小数位数等于乘数、被乘数小数位数的和，所以本题中被乘数的小数位数是 2－1＝1(位). 这样，就可以得到本题的答案为



(2) 先把除数、被除数分别看作两位数和五位数，商是四位数. ① 由于除数与商的千位上的数相乘，积的个位是 0，因此除数个位上的数及其相应的商的千位上的数，可能有下面几种情况：

除数个位上的数	2	4	5	5	5	5	6	8
商千位上的数	5	5	2	4	6	8	5	5

又因为除数与商百位上的数字 8 的乘积是一个两位数，根据上表，除数所有可能的数是 12、14、15、16、18，其中只有 12 乘以 8 的积是两位数，其余各数与 8 的积都是三位数. 所以除数个位上的数字应是“2”，相应地，商的千位上的数字应是“5”. 至此，除式竖式可写成(暂不考虑小数点的位置)：



② 因为除数 12 与商千位上的数字 5 的乘积是 60，所以在其积的十位上的

数字应是“6”.相应地,被除数万位上的数字也是“6”;③ 因为除数 12 与商的百位上的数字 8 的乘积是 96,所以在其积的个位上应是“6”,十位上应是“9”.相应地,第一次余数的最高位也应是“9”.从而,可以确定被除数的千位上的数也是“9”.至此,除式的竖式可写成

```
    58**
12 )69***
    60
    ---
     97
     96
    ---
     ***
     ***
    ---
       0
```

④ 由于竖式第一次余数中的 7 是从被除数百位上的数移下来的,所以被除数百位上的数也是“7”;⑤ 第二次余数最高位是百位,而 7－6＝1,所以该位上应是“1”;⑥ 因为第二次余数的十位上、个位上的数字是由被除数十位上、个位上的数字移下来的,这说明由第二次余数的百位、十位上的数组成的两位数除以除数 12 不够商 1,因此商的十位上应补“0”;⑦ 因为除数 12 与商的个位上的数相乘的积是个三位数,而在 0 至 9 这十个整数中,只有 9 与 12 的积是三位数,所以商的个位上的数字应是“9”.这样,已经知道除数为 12,商为 5809,其他各个数字就可以通过计算求得.竖式变成

```
    5809
12 )69708
    60
    ---
     97
     96
    ---
      108
      108
    ---
        0
```

⑧ 最后,确定被除数小数点的位置.如果除数是整数,那么被除数的小数点与商的小数点对齐.但因除数是一位小数,变成整数,小数点要向右移一位,为了使商不变,原来被除数的小数点也向右移了一位.因此,原来被除数的小数点是在商的小数点的左面一位,即被除数是三位小数 69.708.本题答案为

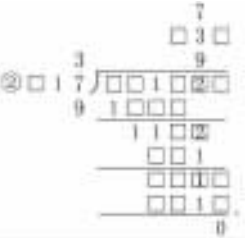
```
    58.09
1.2)697.08
    60
    ---
     97
     96
    ---
      108
      108
    ---
        0
```

455. 在下面算式的□中填入适当的数字.



解





由于商的十位上的数字与除数相乘的积的末位数字是1,所以商的十位数字与除数的个位数字可能是9与9,或3与7,或7与3.

如商的十位上的数字与除数的个位数字都是9,则它们的积必大于1000,与题意不合,舍去.

如商的十位上的数字是7,除数的个位数字是3,又除数的百位数字定为1,则商的十位数字与除数的乘积为791,余数将大于除数;如商的十位数字仍是7,除数的个位数字仍是3,又除数的百位数字定为2,则商的十位数字与除数的乘积为1491>1100,与题意不合.因此商的十位数字不能定为7,除数的个位数字不能定为3.

现在,只有最后一种选择,即商的十位数字是3,除数的个位数字是7.

③ 确定商的十位数字是3,除数的个位数字是7后,再来确定除数的百位数字.如果把它定为1或2,那么,11□2−□□1的差必大于除数;如果把除数的百位数字定作4,则417×3>11□2.因此,除数的百位数字应为3.这时,填出的方格为:



④ 现在再来确定商的百位数字.

$317\times3=951<1000$;

$1000<317\times4=1268<2000$;

$1000<317\times5=1585<2000$;

$1000<317\times6=1902<2000$;

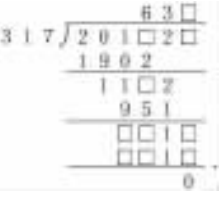
$2000<317\times7=2219$

所以商的百位数字可能是 4 或 5 或 6.

当商的百位数字是 4 时,□□1□−1268,无论退位或不退位,都不能使差的十位数字是 1;

同理,当商的百位数字是 5 时,□□1□−1585 的差的十位数字也不可能是 1.

因此,商的百位数字只能是 6. 于是,除式为



⑤ 确定商的个位数字. 式中

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ \square\ 2 \\ -\quad 9\ 5\ 1 \\ \hline \square\square\ 1 \end{array}.$$

如是退位减法,差的最高位是 1;

如是不退位减法,差的最高位是 2.

由此可知,商的个位数字应大于或等于 4,小于或等于 9.

如是 4,317×4 的积的十位数字不等于 1;

如是 5,317×5 的积的十位数字也不等于 1;

同理,当商的个位数字是 6、8、9 时,它们与 317 的积的十位数字都不等于 1. 只有为 7 时 $317\times7=2219$,积的十位数字才是 1,所以商的个位数字应为 7. 这样,除式的空格可全部填数字如下:



b. **字母换数**

加减法

456. **在下列竖式中，用字母代表数字（相同的字母代表相同的数字），求各个字母所代表的数字.**

(1) $\begin{array}{r} BCDE \\ +\ BDAE \\ \hline AECBE \end{array}$；　　(2) $\begin{array}{r} a\,5\,2\,b \\ -\ b\,2\,5\,a \\ \hline 8\,x\,m\,x \end{array}$.

解　(1) **由于** $E+E=E$，**在** 0 **至** 9 **这十个数字中，只能是** $0+0=0$，**所以** $E=0$；**又因** $B+B=AE$，**相同的一位数相加，其和一定在** 20 **以内，所以** A **为** 1，**又** $B+B=AE=10$，**即** $2B=10$，**所以** B **为** 5；$C+A=B$，**即** $C+1=5$，**所以** $C=5-1=4$；$D+D=C$，**即** $2D=4$，**所以** $D=2$. **所以，本题答案为：**$A=1$，$B=5$，$C=4$，$D=2$，$E=0$. **得**

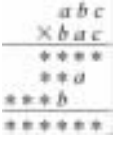
$$\begin{array}{r} 5\,2\,4\,0 \\ +\ 5\,2\,1\,0 \\ \hline 1\,0\,4\,5\,0 \end{array}$$；

(2) **由于** $a-b=8$，**在两个一位数相减中，差等于** 8 **的，只能是** $9-1=8$，$8-0=8$，**而一个数的最高位不能是** 0，**所以只能是** $a=9$，$b=1$. **由此可求得** $x=11-9=2$，$m=11-5=6$. **所以本题的答案是：**$a=9$，$b=1$，$x=2$，$m=6$. **得**

$$\begin{array}{r} 9\,5\,2\,1 \\ -\ 1\,2\,5\,9 \\ \hline 8\,2\,6\,2 \end{array}$$.

乘除法

457. **下式中的** a，b，c **各等于几？请填好算式.**



解　**由乘数十位数字** a **与被乘数相乘的积是三位数可知** a **不大于** 3.

设 $a=1$. **已知** a **与** c **相乘得** a. **根据一一得一，则** c **应为** 1；**与** a **代表的**

数字重复；设 $a=3$. 根据一三得三，c 应为 1. 如 $c=1$，则 c 与被乘数的积应为三位数，而算式中它们的积为四位数，所以，a 不等于 3.

设 $a=2$，根据二六十二，得 $c=6$. 已知 b 与 c 的积的个位数字为 b. 根据二六十二，四六二十四，六六三十六，六八四十八，b 可能是 2，4，6，8 四个数字. 而 $a=2$，$c=6$，因此 b 不可能为 2 或 6.

根据题意，得 b 与被乘数的积应大于 1000.

当 $b=4$ 时，$246\times4=984<1000$；

当 $b=8$ 时，$286\times8=2288>1000$.

所以，$b=8$. 由此可知，本题答案是：$a=2$，$b=8$，$c=6$. 列成算式为

$$\begin{array}{r} 286 \\ \times\ 826 \\ \hline 1716 \\ 572 \\ 2288 \\ \hline 236236 \end{array}$$

458. 下面除式中十个字母各代表什么数字？

$$\begin{array}{r} gad \\ fg\overline{)abcde} \\ acg \\ \hline hhd \\ ia \\ \hline ajc \\ ajc \\ \hline 0 \end{array}$$

解　根据乘法口诀“五五二十五”和“六六三十六”可推得 g 可能是 5 或 6.

如 g 是 5，则由 $f5\times a=ia$ 推得 a 只能是 0，但 0 不能作被除数的最高位，由此得 $g=6$.

再根据“二六十二”得 $a=2$；“四六二十四”得 $a=4$；“六八四十八”得 $a=8$.

设 $a=4$，又定 $f=1$，因 $16\times4=64$，这样 $i=6$，但 $g=6$，有所重复；假使定 $f=2$，因 $26\times4=104$，而 ia 是两位数，与题意不合. 所以 a 不可能为 4.

设 $a=8$，假使定 $f=1$，$16\times8=108$，积也是三位数，所以 a 也不可能为 8. 由此得 $a=2$.

由三位数 hhd 减去两位数 ia 所得的差 aj 也是两位数，得 $h=1$；

由 $c-g=h$，即 $c-6=1$，得 $c=7$；由 $b-c=h$，即 $b-7=1$，得 $b=8$；由 $hh-i=a$，即 $11-i=2$，得 $i=9$；由 $fg\times g=acg$ 即 $f6\times6=276$，得 $f=4$. 现在 d，e，j 只能从 0、3、5 三个数字中进行选择. 显然，d 不能为 0，如 d 为 0，则 $aje=0$，与题意不合. 如 $d=3$，则 $46\times3<200$. 因此 $d=5$. 因为 $46\times5=230$，$j=3$，$e=0$. 所以，本题答案为　$a=2$，$b=8$，$c=7$，$d=5$，$e=0$，$f=4$，$g=6$，$h=1$，$i=9$，$j=3$，算式为：



c. **数性定数**

459. **填出下面算式中的质数、合数：**

$$\begin{array}{r} \text{质}\,6\,\text{质} \\ +\quad 8\,\text{质}\,4 \\ \hline 1\,\text{质质质} \end{array}.$$

解　第一加数个位上的数字应是 3. **因为** $4+3=7$,7 **是质数. 而** 4 **与其他质数** 2、5、7 **分别相加，所得的和或和的个位上数字都不是质数；**

第二加数十位上数字应是 7，**因为** $6+7=13$,13 **个位上数字是质数** 3. **而** $6+2=8$,$6+3=9$,$6+5=11$，**所得的和或和的个位上数字都不是质数；**

第一加数百位上的数字应为 3. $3+8+1=12$,12 **的个位上数字** 2 **是质数，而** $2+8+1=11$,$5+8+1=14$,$7+8+1=16$，**所得的和或和的个位上数字都不是质数.**

所以本题的答案为

$$\begin{array}{r} 3\,6\,3 \\ +\quad 8\,7\,4 \\ \hline 1\,2\,3\,7 \end{array}.$$

460. **下面乘式里的每个符号** * **都是质数，试找出这个算式的答案.**

$$\begin{array}{r} *\,*\,* \\ \times\quad *\,* \\ \hline *\,*\,*\,* \\ *\,*\,*\,* \\ \hline *\,*\,*\,*\,* \end{array}.$$

解　根据题意式中的符号 * **只能代表** 2,3,5,7 **四个数字. 式中两次部分积都是四位数，要找出三位数乘以一位数的积是四个数字都是质数的四位数，只有下面四种可能：**$775\times3=2325$,$555\times5=2775$,$755\times5=3775$,$325\times7=2275$. **由于前面四个乘式中的被乘数各不相同，所以竖式中的乘数只能是两个数码相同的两位数，即只能是以下四种情况：**775×33,555×55,755×55,325×77，**而只有第一种才能使乘积的各个数字全部是质数. 所以，本题的答案是：**



$$\begin{array}{r} 7\ 7\ 5 \\ \times\quad 3\ 3 \\ \hline 2\ 3\ 2\ 5 \\ 2\ 3\ 2\ 5 \\ \hline 2\ 5\ 5\ 7\ 5 \end{array}.$$

461. 找出下面乘式的答案：

$$\begin{array}{r} \text{偶偶奇} \\ \times\quad \text{奇奇} \\ \hline \text{偶奇偶奇} \\ \text{偶奇奇} \\ \hline \text{奇奇奇奇奇} \end{array}.$$

解　为了叙述方便，将上式用字母表示成：

$$\begin{array}{r} a\ b\ c \\ \times\quad d\ e \\ \hline f\ g\ h\ i \\ j\ k\ l \\ \hline m\ n\ p\ q\ r \end{array}$$

(1) a 是偶数，d 是奇数，且(abc)与 d 的积是三位数，可知 a 是 2、4、6、8 四数之一. d 不能为 1，因(偶偶奇)与 1 相乘仍得(偶偶奇)，而式中是(偶奇奇). d 又不能是 5 以上的数，如果 $d\geqslant 5$，则与(abc)的乘积，将是四位数，因此 d 只能是 3，且 a 只能是 2.

(2) e 是奇数，且$(2bc)$与 e 的积是四位数，积的最高位上数字又是偶数(必为 2)，所以 e 应为 9；

(3) $2bc\times 3=jkl$. b 是偶数，偶数与 3 的乘积应为偶数，而现在 k 是奇数. 说明由后一位进了“1”，如果 c 是 3 以下的奇数，就不存在进位问题；如果 c 是 7 以上的奇数，就得向前一位进“2”，均不合题意. 由此可知 c 是 5.

(4) $2b5\times 9=fgh5$，$225\times 9=2025$，$245\times 9=2205$，积的数字在奇偶性方面与题意不符，因此 b 不能为 2 或 4. b 也不能为 6，因为 $2b5\times 3=jk5$. 如 $b=6$，$265\times 3=795$. 积的三个数字都是奇数也不合题意. 如 $b=8$，则 $285\times 9=2565$，$285\times 3=855$，积的各个数位上的数字的奇偶性与题意相符；且 $2365+8550=11115$，它各个数位上数字的奇偶要求也符合题意. 所以本题的答案是：

$$\begin{array}{r} 2\ 8\ 5 \\ \times\quad 3\ 9 \\ \hline 2\ 5\ 6\ 5 \\ 8\ 5\ 5 \\ \hline 1\ 1\ 1\ 1\ 5 \end{array}.$$

d. 其他

462. 在□里填上适当数字(等式左面的数字不能重复出现),使等式成立.

$$94\frac{15\square\square}{\square\ 6\ \square}=100.$$

解 $\frac{15\square\square}{\square\ 6\ \square}=100-94=6$;在 1 到 9 九个数字中,等式的左面已使用过 9、4、1、5、6 五个数字,要填的空格只能在 2、3、7、8 四个数字中选择. 由于 □ 6 □×6=15 □□,所以分母的最高位数字只能填 2;再根据 3×6=18,所以分母的个位数字是 3,分子的个位数字是 8,7 就作为分子的十位数字. 因此得:

$$94\frac{1578}{263}=100.$$

463. 在下面的□中,分别填上适当的数字,要求每个式子中所填的数字不能重复,所得的分数必须是最简分数.

(1) $\square\square\frac{\square}{\square}-\square\square\frac{\square}{\square}$的值最大;

(2) $\square\square\frac{\square}{\square}+\square\square\frac{\square}{\square}$的值最小.

解 (1) $98\frac{5}{6}-10\frac{2}{7}$;

(2) $10\frac{5}{8}+23\frac{4}{9}$.

464. ○○○×○○=○○×○○=5568.

解 算式里共有九个圆圈,试把 1 到 9 九个数字分别填进去,组成三个两位数,一个三位数,并使等式成立.

将 5568 分解质因数,得 5568=2×2×2×2×2×2×3×29 通过调配,得 174×32=96×58=5568.

465. 下面两个图形算式里每一种图形代表一个数字,试把这些算式解出来.

(1) $(\triangle\square)^{\triangle}=\square\Diamond\square$;

(2) $(○○)^{▱}=○▱▱○$.

解 (1) 两位数△▭的一次幂仍是两位数,三次幂是四至六位数,所以,△代表 2. 在 20～29 之间,$26^2=676$,所以,▭代表 6,◇代表 7;

(2) △已代表 2. ▱不能为 2. ▱也不能为 4,因为两位数的四次幂必超

过四位数.但两位数的三次幂可能是四位数,所以,□代表 3.

因为,22^3 是五位数,而 $11^3=1331$ 符合题意,所以,○代表 1.



466. 将 1,2,3,4,5,6,7,8,9 九个数字,分别填在下面的(　　)中,使三个算式都成立.

(　　)+(　　)=(　　)(一式);

(　　)−(　　)=(　　)(二式);

(　　)×(　　)=(　　)(三式).

解　三个算式中,乘法算法有特殊要求,可以先考虑它.用 1 到 9 九个数字只能组成两个被乘数、乘数的积都是一位数的乘法算式,它们是:$2\times3=6$,$2\times4=8$.然后考虑加法算式,它的可能情况用分枝图示意如下:

三式
- $2\times3=6$,一式
  - $1+4=5$,剩下的 7,8,9 不能组成二式.
  - $1+7=8$,剩下的 4,5,9 可组成 $9-5=4$ 或 $9-4=5$.
  - $1+8=9$,剩下的 4,5,7 不能组成二式.
  - $4+5=9$,剩下的 1,7,8 可组成 $8-7=1$ 或 $8-1=7$.
- $2\times4=8$,一式
  - $1+5=6$
  - $1+6=7$
  - $3+6=9$

  剩下的数不能组成二式

所以,本题有两种解答:

第一种:$1+7=8$,$9-5=4$(或 $9-4=5$),$2\times3=6$;

第二种:$4+5=9$,$8-7=1$(或 $8-1=7$),$2\times3=6$.

467. 从 1 到 100 这 100 个自然数中任意取 10 个填入下面的括号内,使等式成立.

$$\frac{1}{(\ )}+\frac{1}{(\ )}+\frac{1}{(\ )}+\frac{1}{(\ )}+\frac{1}{(\ )}+\frac{1}{(\ )}+\frac{1}{(\ )}+\frac{1}{(\ )}+\frac{1}{(\ )}+\frac{1}{(\ )}=1$$

解
$$\begin{aligned}1&=1+\underbrace{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{10}-\frac{1}{10}}_{18\text{个数}}\\&=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{10}\right)+\frac{1}{10}\\&=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}+\frac{1}{10}.\end{aligned}$$

所以,选择 2、6、10、12、20、30、42、56、72、90 等十个自然数填入括号,式子左右两边相等;

或　$1=\frac{1}{2}\times\left[1+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{7}\right)+\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{9}\right)\right.$

$$+\left(\frac{1}{11}-\frac{1}{11}\right)+1+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{6}\right)\Big]$$

$$=\frac{1}{2}\times\Big[\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{9}\right)$$

$$+\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{11}\right)+\frac{1}{11}+\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)+\frac{1}{6}\Big]$$

$$=\frac{1}{2}\times\Big[\frac{2}{3}+\frac{2}{15}+\frac{2}{35}+\frac{2}{63}+\frac{2}{99}+\frac{1}{11}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}+\frac{1}{6}\Big]$$

$$=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{35}+\frac{1}{63}+\frac{1}{99}+\frac{1}{22}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{24}+\frac{1}{12}.$$

所以，选择 3、4、8、12、15、22、24、35、63、99 **等十个自然数填入括号，式子左右两边也相等；**

或

$$1=\frac{1}{2}\times\Big[1+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{8}\right)$$

$$+\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{10}\right)+1+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{7}\right)\Big]$$

$$=\frac{1}{2}\times\Big[\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{8}\right)$$

$$+\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{10}\right)+\frac{1}{10}+\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+\frac{1}{7}\Big]$$

$$=\frac{1}{2}\times\Big[\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}+\frac{1}{24}+\frac{1}{40}+\frac{1}{10}+\frac{2}{3}+\frac{2}{15}+\frac{2}{35}+\frac{1}{7}\Big]$$

$$=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{24}+\frac{1}{48}+\frac{1}{80}+\frac{1}{20}+\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{35}+\frac{1}{14}.$$

所以，选择 3、4、8、14、15、20、24、35、48、80 **等十个自然数填入括号，式子左右两边也相等.**

因此，本题有多解，不一一列举.

468. 在下式的括号中填入适当的自然数，使等式成立（所填自然数不能重复）.

$$\frac{1}{(\ )}=\frac{1}{(\ )}+\frac{1}{(\ )}+\frac{1}{(\ )}+\frac{1}{(\ )}+\frac{1}{(\ )}+\frac{1}{(\ )}$$

解 $\because$ $\frac{1}{2}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}(2\times3=6)$，

$\frac{1}{3}=\frac{1}{4}+\frac{1}{12}(3\times4=12)$，

$\frac{1}{4}=\frac{1}{5}+\frac{1}{20}(4\times5=20)$，

$\frac{1}{5}=\frac{1}{7}+\frac{1}{35}(5\times7=35)$，

$$\frac{1}{7}=\frac{1}{8}+\frac{1}{56}(7\times8=56).$$

$$\therefore\quad \frac{1}{(2)}=\frac{1}{(6)}+\frac{1}{(8)}+\frac{1}{(12)}+\frac{1}{(20)}+\frac{1}{(35)}+\frac{1}{(56)}.$$

本题也有多解.如

$$\because\quad \frac{1}{3}=\frac{1}{4}+\frac{1}{12},$$

$$\frac{1}{4}=\frac{1}{5}+\frac{1}{20},$$

$$\frac{1}{5}=\frac{1}{6}+\frac{1}{30},$$

$$\frac{1}{6}=\frac{1}{7}+\frac{1}{42},$$

$$\frac{1}{7}=\frac{1}{8}+\frac{1}{56},$$

$$\therefore\quad \frac{1}{(3)}=\frac{1}{(8)}+\frac{1}{(12)}+\frac{1}{(20)}+\frac{1}{(30)}+\frac{1}{(42)}+\frac{1}{(56)}.$$

二、数的应用

1. 整数、小数应用题

(1) 简单应用题

① 求和

469. 光明小学绿化校园,第一次买来树苗 360 棵,第二次又买来树苗 420 棵,问两次共买来树苗多少棵?

解　这是合并求和.所以

$$360+420=780(\text{棵}).$$

470. 勤奋乡原来种棉花 158.4 公顷,今年计划再增加 32.5 公顷,勤奋乡今年种棉花多少公顷?

解　这是添上求和.所以

$$158.4+32.5=190.9(\text{公顷}).$$

471. 王琴做数学题,已做好 12 题,再做 6 题就完成了.问王琴共做几道数学题?

解　这是逆向求和.所以

$$12+6=18(\text{道}).$$

② 求比一个数多几的数

472. 四(1)班举行智力竞赛,第一小队得 460 分,第二小队比第一小队多得 110 分.问第二小队得多少分?

解　这是求比 460 多 110 的数，所以

$$460+110=570(\text{分}).$$

473. 一只小船可载货物 1.8 吨，它比一只大船少载货物 1.9 吨. 问一只大船可载货物多少吨？

解　这是逆向求比一个数多几的数，所以

$$1.8+1.9=3.7(\text{吨}).$$

③ 求剩余

474. 张敏生承包 4.65 公顷蔬菜地，已经种了 4.16 公顷，还有多少公顷没有种？

解　这是求剩余数，所以

$$4.65-4.16=0.49(\text{公顷}).$$

④ 求比一个数少几的数

475. 长江全长 6300 千米，黄河比它短 836 千米. 问黄河全长多少千米？

解　这是求比 6300 少 836 的数，所以

$$6300-836=5464(\text{千米}).$$

476. 一只圆规价 12.30 元，比一副三角板贵 4.80 元. 求一副三角板的单价是多少元？

解　这是逆向求比一个数少几的数，所以

$$12.30-4.80=7.58(\text{元}).$$

⑤ 求两数相差多少

477. 某项基建工程计划经费 104.5 万元，实际用了 100 万元. 问节约经费多少万元？

解　这是求两数相差多少，所以

$$104.5-100=4.5(\text{万元}).$$

⑥ 求相同数的和

478. 汽车每小时行 48 千米，5 时行多少千米？

解　这是求 5 个 48 是多少，所以

$$48\times5=240(\text{千米}).$$

⑦ 求一个数的几倍是多少

479. 前方村种经济作物 51 公顷，种粮食作物的面积是经济作物的 3 倍. 问种粮食几公顷？

解　这是求 51 的 3 倍是多少，所以

$$51\times3=153(\text{公顷}).$$

⑧ 等分（把一个数平均分成几份，求一份是多少）

480. 龙城电机厂去年生产电动机 3072 台，平均每月生产多少台？

解　这是求把 3072 被 12 等分，每份是多少. 所以

$$3072 \div 12 = 256(\text{台}).$$

⑨ 包含（求一个数包含几个另一个数）

481. 一批粮食 3600 包，一辆卡车每次运 120 包，几次可以运完？

解　这是求 3600 里包含有几个 120. 所以

$$3600 \div 120 = 30(\text{次}).$$

⑩ 求一个数是另一个数的几倍

482. 人工一天可造林 45 公顷，植树机一天可造林 540 公顷. 植树机造林的工作效率是人工造林的几倍？

解　这是求 540 是 45 的几倍. 所以

$$540 \div 45 = 12(\text{倍}).$$

⑪ 求一倍数

483. 一支铱金笔价 9.50 元，是一支铅笔价钱的 19 倍. 问一支铅笔价多少元？

解　这是求 9.5 的十九分之一是多少. 所以

$$9.5 \div 19 = 0.50(\text{元}).$$

(2) 两步计算应用题

484. 一个采煤小组，十月份上半月采煤 3408 吨，下半月比上半月多采煤 696 吨，问十月份这个小组共采煤多少吨？

解 1　先求下半月的采煤量，再求一个月的采煤量.

$$3408 + (696 + 3408) = 7512(\text{吨});$$

解 2　求比 3408 的两倍多 696 的数.

$$3408 \times 2 + 696 = 7512(\text{吨}).$$

485. 胜利化肥厂原计划今年生产化肥 12 万吨，上半年已经生产 7.2 万吨. 如果今年的年产量要比原计划增加 2.5 万吨，问下半年应该生产多少万吨？

解　先求今年实际年产量，再求下半年应生产的化肥数.

$$12 + 2.5 - 7.2 = 7.3(\text{万吨}).$$

486. 运输队要在三天内为仓库运粮食 15000 包，第一天运了 4600 包，第二天运了 5020 包，第三天还要运多少包？

解 1　先求第一天运走后剩下的包数，再求第二天运走后剩下的包数.

$$15000 - 4600 - 5020 = 5380(\text{包});$$

解 2　先求第一、第二天共运走的包数，再求第三天要运的包数.

$$15000 - (4600 + 5020) = 5380(\text{包}).$$

487. 仓库运出毛巾 732 箱，运进 820 箱，现在存有毛巾 1020 箱，这个仓库原来存有毛巾多少箱？

解 1　先求运进 820 箱前所存的箱数，再求运出 732 箱前所存的箱数.

$$1020-820+732=932(\text{箱})；$$

解 2　先求运进比运出多的箱数，再求原来库存的箱数.

$$1020-(820-732)=932(\text{箱}).$$

488. 一台小型拖拉机每小时耕地 1.2 公顷，5 台这样的拖拉机，8 时能耕地多少公顷？

解 1　先求 5 台拖拉机每小时耕地的公顷数，再求 5 台拖拉机 8 时耕地的公顷数.

$$1.2\times5\times8=48(\text{公顷})；$$

解 2　先求每台拖拉机 8 时耕地的公顷数，再求 5 台拖拉机 8 时耕地的公顷数.

$$1.2\times8\times5=48(\text{公顷}).$$

489. 一只猫头鹰一年能消灭 1000 只田鼠，一只田鼠一年要损害 1 千克谷物，问 5 只猫头鹰在一年内能保护多少谷物？

解　先求一只猫头鹰一年能保护的谷物数，再求 5 只猫头鹰一年能保护的谷物数.

$$1\times1000\times5=5000(\text{千克}).$$

490. 有一条公路长 1800 米，其中一半分给 4 个小组整修，平均每个小组要整修多少米？

解　先求 4 个小组整修的公路长度，再求每个小组整修的公路长度.

$$1800\div2\div4=225(\text{米}).$$

491. 红星厂有一批煤，原计划每天烧 5 吨，可烧 45 天. 如果每天烧 4.5 吨，这批煤可烧多少天？

解　先求这批煤的吨数，再求可以烧的天数.

$$5\times45\div4.5=50(\text{天}).$$

492. 三个小组植树. 第一组植树的棵数是第二组的 1.5 倍，第三组植树的棵数是第二组的 2.5 倍. 已知第一组植树 66 棵，第三组植树多少棵？

解　先求第二组植树的棵数，再求第三组植树的棵数.

$$66\div1.5\times2.5=110(\text{棵}).$$

493. 师傅每小时加工零件 60 个，徒弟每小时加工同样的零件 20 个. 徒弟改进技术后，每小时加工的零件数增加到原来的 1.5 倍，现在师傅每小时的加工数量是徒弟的几倍？

解　先求徒弟改进技术后每小时的加工数，再求师傅的加工数是徒弟

的几倍数.

$$60 \div (20 \times 1.5) = 2(\text{倍}).$$

494. 方泉砖瓦厂的一座砖窑有 32 室,每室有 4 排,每排放 2800 块砖坯. 问一窑能放多少块?

解 1　先求每室放的砖坯数,再求 32 室放的砖坯数.

$$2800 \times 4 \times 32 = 358400(\text{块});$$

解 2　先求 32 室共有的排数,再求 32 室放的砖坯数.

$$2800 \times (4 \times 32) = 358400(\text{块}).$$

495. 修一条公路,平均每天修 150 米,修了 15 天,还有 1750 米没有修. 问这条公路长多少米?

解　先求已修的米数,再求公路的长度.

$$150 \times 15 + 1750 = 4000(\text{米}).$$

496. 抄写 13600 字的一篇稿件,平均每时抄 1400 字,抄写 8 时后,这篇稿件还剩下多少字没有抄?

解　先求已经抄的字数,再求没有抄的字数.

$$13600 - 1400 \times 8 = 2400(\text{字}).$$

497. 做一套小人衣服用布 2.04 米,做一套大人衣服用的布是小人衣服用布的 2.5 倍. 现在各做一套,共用布多少米?

解 1　先求做一套大人衣服用布的米数,再求各做一套用布的米数.

$$2.04 + 2.04 \times 2.5 = 7.14(\text{米});$$

解 2　先求各做一套用布的米数是做一套小人衣服的几倍,再求用布的米数.

$$2.04 \times (1 + 2.5) = 7.14(\text{米}).$$

498. 两台拖拉机同耕一块地,第一台每小时耕 0.95 公顷,第二台每小时耕 0.83 公顷,3.5 时耕完. 问这块地共有几公顷?

解 1　先分别求出每台拖拉机 3.5 时耕地的公顷数,再求两台拖拉机 3.5 时耕地的公顷数.

$$0.95 \times 3.5 + 0.83 \times 3.5 = 6.23(\text{公顷});$$

解 2　先求两台拖拉机每小时耕地的公顷数. 再求 3.5 时耕地的公顷数.

$$(0.95 + 0.83) \times 3.5 = 6.23(\text{公顷}).$$

499. 立新印染厂过去平均每天印染棉布 21.6 万米,改进操作方法后,平均每天印染 34.58 万米. 问现在一个月(按 30 天计算)比过去一个月多印染棉布多少万米?

解 1　先分别求出过去和现在一个月印染棉布的米数,再求现在比过

去多印染棉布的米数.

$$34.58\times30-21.6\times30=389.4(\text{万米});$$

解2 先求出现在比过去每天多印染的米数,再求一个月多印染的米数.

$$(34.58-21.6)\times30=389.4(\text{万米}).$$

500. 一台手扶拖拉机上午耕地 1.85 公顷,下午耕地 2.15 公顷.如果耕 1 公顷地需用油 8.5 千克,那么一天共用油多少千克?

解1 先求上、下午各需用油的千克数,再求一天共用油的千克数.

$$8.5\times1.85+8.5\times2.15=34(\text{千克});$$

解2 先求一天耕地的亩数,再求一天共用油的千克数.

$$8.5\times(1.85+2.15)=34(\text{千克}).$$

501. 果园要运梨 28000 千克,已经运出 240 筐,每筐装 42.5 千克,还剩下多少千克没运?

解 先求出已经运出的千克数,再求剩下的千克数.

$$28000-42.5\times240=17800(\text{千克}).$$

502. 华丰农具厂计划 26 天制造农具 8000 件,结果提前 6 天就完成了任务,实际每天制造农具多少件?

解 先求实际所用的天数,再求实际每天制造的件数.

$$8000\div(26-6)=400(\text{件}).$$

503. 某工厂烧煤量由原来每天 14.4 吨,降低到 12 吨.这样经过几天后,节约的煤还可以再烧一天?

解 先求每天节约的吨数,再求经过几天后节约的煤可以再烧一天.

$$12\div(14.4-12)=5(\text{天}).$$

504. 某矿区去年采煤 44 万吨,今年采煤量如果加上 3.2 万吨正好是去年采煤量的 2 倍.问今年采煤多少万吨?

解 先求去年采煤量的 2 倍是多少,再求比它少 3.2 万吨的数.

$$44\times2-3.2=84.8(\text{万吨}).$$

505. 光明肥皂厂前年月产量是 575 吨,去年的年产量是 7224 吨.问去年的年产量比前年的年产量增加多少吨?

解 先求出前年的年产量,再求去年的年产量比前年增加的吨数.

$$7224-575\times12=324(\text{吨}).$$

506. 要把 9860 千克蔬菜送往市场,由一辆汽车运走 8000 千克后,剩下的分 3 辆人力拖车运,平均每辆人力拖车运多少千克?

解 先求出一辆汽车运送后剩下的千克数,再求每辆人力拖车需运的千克数.

$(9860-8000)\div 3=620$(千克).

507. 修筑 0.4 千米铁路,用枕木 552 根.一条铁路长 668 千米,需用枕木多少根?



解 1　先求每千米需用的枕木数,再求 668 千米需用的枕木数.

$552\div 0.4\times 668=921840$(根);

解 2　先求 668 千米是 0.4 千米的多少倍,再把 552 扩大相同的倍数.

$552\times(668\div 0.4)=921840$(根).

508. 王师傅原来每天制造 20 个零件,改进工具后,每天比原来多做 22 个,工作效率是原来的几倍?

解　先求改进工具后每天制造零件的个数,再求工作效率提高的倍数.

$(20+22)\div 20=2.1$(倍).

509. 一通讯卫星每小时飞行 11070 千米,一列火车每小时行 90 千米,问通信卫星飞行 30 分的路程,这列火车要行多少时?

解　30 分=0.5 时,先求 0.5 时通信卫星所行的路程,再求这些路程火车要行的时数.

$11070\times 0.5\div 90=61.5$(时).

510. 有两块地,第一块 20 公顷,是第二块地的 2.5 倍.问两块地一共有多少公顷?

解　先求第二块地的公顷数,再求两块地共有的公顷数.

$20+20\div 2.5=28$(公顷).

511. 李师傅上月生产 120 个零件,是原计划数的 1.2 倍,他比原计划多生产了几个零件?

解　先求原计划生产的零件数,再求比原计划多生产的零件数.

$120-120\div 1.2=20$(个).

512. 两个装订小组,第一小组每小时装订 300 本书.已知第一小组 6 时装订的数量,第二小组只要 5 时就可以完成,问第二小组每小时可以装订多少本?

解　先求第一小组 6 时能装订的本数,再求第二小组每小时能装订的本数.

$300\times 6\div 5=360$(本).

513. 一列火车长 200 米,行进速度为每秒 18 米,从火车头进山洞口到全车出洞共需 20 秒,求山洞的长.

解　先求 20 秒火车行进的路程,再求山洞的长度.

$18\times 20-200=160$(米).

514. 一桶煤油连桶重 8 千克,用去煤油的一半后,连桶还重 4.5 千克.

问原有煤油多少千克？

解　先求用去煤油的一半是多少千克，再求原有煤油的千克数.

$$(8-4.5)\times 2=7(\text{千克}).$$

(3) 三步计算应用题

515. 百货店运到白布 200 米，比运到的花布多 25 米，又运到蓝布 250 米. 问三种布共运到多少米？

解 1　先求运到花布的米数，再求三种布共运到的米数.

$$200+(200-25)+250=625(\text{米});$$

解 2　先求运到白布和花布的米数，再求三种布共运到的米数.

$$200\times 2-25+250=625(\text{米}).$$

516. 果园中种有桃、杏、李三种果树. 桃树比杏树多 200 棵，杏树有 225 棵，李树有 340 棵. 问果园中共有果树多少棵？

解 1　先求桃树的棵数，再求三种果树共有的棵数.

$$225+(225+200)+340=990(\text{棵});$$

解 2　先求桃树、杏树共有的棵数，再求三种果树共有的棵数.

$$225\times 2+200+340=990(\text{棵}).$$

517. 仓库中有尼龙袜 2000 箱，第一次运走 750 箱，第二次比第一次多运走 100 箱. 这样，仓库中还有尼龙袜多少箱？

解 1　先求第二次运走的箱数，再求两次运走后剩下的箱数.

$$2000-750-(750+100)=400(\text{箱});$$

解 2　先求两次运走的箱数，再求运走后剩下的箱数.

$$2000-(750\times 2+100)=400(\text{箱}).$$

518. 西城小学原有学生 1280 人，去年毕业 150 人，招收新生 185 人，今年又毕业 189 人，问现在有学生多少人？

解　把原有学生数减去去年毕业的人数，加上招收的新生数，减去今年的毕业人数，就是现在的学生人数.

$$1280-150+185-189=1126(\text{人}).$$

519. 张英去文具店买文具. 买钢笔一支，每支 13.20 元；买尺一把，每把 1.70 元，又买橡皮一块，每块 0.80 元. 她付出 20 元，应该找回多少元？

解 1　把付出的 20 元，分别减去买钢笔、尺、橡皮所需的元数，就是应找回的元数.

$$20-13.20-1.70-0.80=4.30(\text{元});$$

解 2　先把应付的元数合并起来，再从付出的元数减去应付的元数，就是应找回的元数.

$$20-(13.20+1.70+0.80)=4.30(\text{元}).$$

520. 老张到文具商店去购买办公用品，买了 15 本练习本，每本 0.72 元；又买了 15 支铅笔，每支 0.27 元. 他付出票面为 20 元的人民币一张，应找回多少元？



解 1 先求买一本练习本和一支铅笔所需的钱，再求买 15 本练习本和 15 支铅笔共需的钱，然后求应找回的钱数.

$$20-(0.72+0.27)\times 15=5.15(\text{元});$$

解 2 设应找回 x 元. 依题意，得

$$(0.72+0.27)\times 15+x=20.$$

解方程，得 $x=5.15$，故知应找回 5.15 元.

521. 某城市有东西两山. 东山高出地平面 45.2 米，山顶上所建的电视塔高 124.5 米；西山高出地平面 30.6 米，山顶上所建的人民大楼高 48 米. 问东山上的电视塔比西山上的人民大楼高出地平面多少米？

解 先分别求出电视塔和人民大楼各高出地平面多少米，再求电视塔比人民大楼高多少米.

$$45.2+124.5-(30.6+48)=91.1(\text{米}).$$

522. 据调查，5 只猫头鹰一个夏天可以吃掉 5000 只田鼠. 按一只田鼠糟踏 1.5 千克粮食计算. 问一只猫头鹰一个夏天可以保护多少吨粮食？

解 先求一只猫头鹰一个夏天可以保护粮食的千克数，再把千克数折合成吨数.

$$1.5\times 5000\div 5\div 1000=1.5(\text{吨}).$$

523. 一块 8.5 公顷的棉田，每公顷棉田有 75000 棵棉花，平均每棵结 18 个棉桃，如果按 720 个棉桃收 1 千克皮棉计算，问这块棉田可以收皮棉多少千克？

解 先求出 8.5 公顷棉田所结的棉桃数，再求这些棉桃可收的皮棉千克数.

$$18\times 75000\times 8.5\div 720=15937.5(\text{千克}).$$

524. 农科站试种一种水稻新品种，按穴距 0.1 米、行距 0.15 米插秧，问 0.3 公顷能插多少穴？

解 1 公顷＝10000 平方米. 先求出每穴秧所占的平方米数，再用 0.3 公顷所折成的平方米数除以每穴秧所占的平方米数，就得到能插秧的穴数.

$$10000\times 0.3\div(0.1\times 0.15)=200000(\text{穴}).$$

525. 农场根据小麦的生长情况，决定每公顷要施氨水 150 千克. 在一片长 300 米，宽 120 米的小麦田里，应施氨水多少千克？

解 先求出这块麦地的面积，再折合成地积，然后求出施氨水的千克数.

1 公顷 = 10000 米^2，

$150 \times (300 \times 120 \div 10000) = 540$(千克).

526. 一种玉米脱粒机 2 时可脱粒 972 千克，而人工脱粒 3 时只能脱粒 364.5 千克. 玉米脱粒机的工作效率是人工脱粒的几倍？

解　先分别求出脱粒机和人工脱粒每小时的工作量，再求出脱粒机的工作效率是人工脱粒的几倍.

$972 \div 2 \div (364.5 \div 3) = 4$(倍).

527. 一头猪一年可以产粪肥 2000 千克，每 1000 千克粪肥的肥效相当于 20 千克硫酸铵的肥效. 如果每千克硫酸铵可以增产粮食 3 千克，问一头猪一年产的粪肥可以增产粮食多少千克？

解　先求出 2000 千克粪肥的肥效相当于多少千克硫酸铵的肥效，再求一头猪一年的粪肥可以增产多少千克粮食.

$3 \times [20 \times (2000 \div 1000)] = 120$(千克).

528. 一个肉类加工厂原计划九月份生产 480 吨羊肉，结果比原计划多生产了 13.5 吨. 按 120 只羊出一吨羊肉计算，平均每天屠宰多少只羊？

解 1　先求出九月份生产羊肉的吨数，再求需要宰羊的只数，然后求平均每天宰羊的只数.

$120 \times (480 + 13.5) \div 30 = 1974$(只).

解 2　设平均每天宰羊 x 只. 依题意，得

$$30x = 120 \times (480 + 13.5).$$

解方程，得　$x = 1974$. 故知平均每天宰羊 1974 只.

529. 一个缝纫工厂原来做一套制服用 4.4 米布，采用新的裁剪方法以后，每套节省 0.4 米布. 原来做 1200 套制服的布，现在可以做多少套？

解 1　先求出原来做 1200 套制服的用布数，再求出采用新的裁剪方法后每套的用布数，然后求出采用新的裁剪方法后可做制服的套数.

$4.4 \times 1200 \div (4.4 - 0.4) = 1320$(套)；

解 2　设现在可以做 x 套. 依题意，得

$$(4.4 - 0.4)x = 4.4 \times 1200.$$

解方程，得　$x = 1320$. 故知现在可以做 1320 套.

530. 新华印刷厂装订一批学习材料，原计划每天装订 1.2 万册，10 天完成. 结果提前 2 天完成，实际每天装订多少万册？

解 1　先求出这批学习材料的册数，再求每天需装订的册数.

$1.2 \times 10 \div (10 - 2) = 1.5$(万册).

解 2　设实际每天装订 x 万册. 依题意，得

$$(10 - 2)x = 1.2 \times 10.$$

解方程，得 $x=1.5$. **故知实际每天装订** 1.5 **万册.**

531. 建筑工地需黄沙 50 **吨. 用一辆载重** 4 **吨的汽车运了** 5 **次，余下的改用一辆载重** 2.5 **吨的汽车运，还要运几次？**

解 1 先求载重 4 吨的汽车运了 5 次后余下的黄沙吨数，再求用载重 2.5 吨的汽车需要运的次数.

$$(50-4\times5)\div2.5=12(\text{次});$$

解 2 设还要运 x 次. 依题意，得

$$2.5x+4\times5=50.$$

解方程，得 $x=12$. **故知还要运** 12 **次.**

532. 一辆汽车要运走 89 **吨货物. 上午运** 3 **次，每次运走** 10.5 **吨；其余的下午分** 5 **次运完，下午平均每次运多少吨？**

解 1 先求出上午运走 3 次后剩下货物的吨数，再求下午运 5 次，平均每次运的吨数.

$$(89-10.5\times3)\div5=11.5(\text{吨});$$

解 2 设下午平均每次运走 x 吨. 依题意，得

$$5x+10.5\times3=89.$$

解方程，得 $x=11.5$. **故知下午平均每次运** 11.5 **吨.**

533. 王老师从学校去县城，要行 6 **千米路. 原计划骑自行车，**30 **分可到. 后来改为步行，比骑车每分钟少行** 120 **米. 问步行到县城需要多少分？**

解 1 先求出步行每分钟所行的米数，再求需要用的时间.

$$6\text{ 千米}=6000\text{ 米},$$

$$6000\div(6000\div30-120)=75(\text{分});$$

解 2 设步行到县城要 x 分. 依题意，得

$$(6000\div30-120)x=6000.$$

解方程，得 $x=75$. **故知步行到县城要时间** 75 **分.**

534. 甲、乙两人带着相同数额的钱. 用他们全部的钱去购买麦乳精，甲拿 12 **袋，乙拿** 9 **袋. 回家后甲补给乙** 38.70 **元. 问麦乳精多少钱一袋？**

解 1 甲比乙多拿 $12-9=3$(袋)，多花 $38.7\times2=77.40$(元)，由此可求得每袋麦乳精的价格.

$$38.7\times2\div(12-9)=25.8(\text{元});$$

解 2 设麦乳精每袋价 x 元. 依题意，得

$$(12-9)x=38.70\times2.$$

解方程，得 $x=25.8$. **故知麦乳精每袋价** 25.80 **元.**

535. 大明家具店卖出衣橱 48 **只，床架** 32 **副，营业额达** 89600 **元. 已知每只衣橱售价** 1520 **元，问每副床架的售价是多少元？**

解 1 先求出 48 只衣橱所需的钱数，再求出 32 副床架所需的钱数，然后求出每副床架的售价.

$$(89600-1520\times48)\div32=520(\text{元});$$

解 2 设每副床架的售价是 x 元. 依题意，得

$$1520\times48+32x=89600.$$

解方程，得 $x=520$. 故知每副床架的售价是 520 元.

536. 学校买来 4 张办公桌和 9 把椅子，共用去 504 元. 已知一张桌子的价钱和 3 把椅子的价钱相等，问每张桌子和每把椅子的价钱各是多少元？

解 1 如果把 4 张桌子调换成 $3\times4=12$(把)椅子，加上原来的 9 把，得 $12+9=21$(把)椅子，则价钱不变，仍为 504 元，由此可求得每把椅子的价钱，然后再求出每张桌子的价钱.

$$504\div(3\times4+9)=24(\text{元})\cdots\text{椅子},$$

$$24\times3=72(\text{元})\cdots\text{桌子}.$$

解 2 设每把椅子价 x 元，则每张桌子价 $3x$ 元. 依题意，得

$$4\times3x+9x=504.$$

解方程，得 $x=24$ $3x=3\times24=72$. 故知每把椅子价 24 元，每张办公桌价 72 元.

537. 老赵到相距 146 千米的某地开会，他步行走了 1.5 时，火车坐了 2.5 时. 如果他步行的速度平均每小时 4 千米，那么火车的平均速度是每小时多少千米？

解 1 先求出坐火车行的路程，再求火车的平均速度.

$$(146-4\times1.5)\div2.5=56(\text{千米}/\text{时});$$

解 2 设火车的平均速度是每小时 x 千米. 依题意，得

$$4\times1.5+2.5x=146.$$

解方程，得 $x=56$. 故知火车的平均速度是每小时 56 千米.

538. 甲乙两地相距 211 千米. 一辆汽车从甲地开往乙地，开始时平均每小时行 34 千米. 行了 2.5 时以后，速度提高到每小时行 42 千米. 问还要行几时才能到达乙地.

解 1 先求出行了 2.5 时后剩下的路程，再求还要行几时才能到达.

$$(211-34\times2.5)\div42=3(\text{时});$$

解 2 设还要行 x 时才能到达乙地. 依题意，得

$$34\times2.5+42x=211.$$

解方程，得 $x=3$. 故知还要行 3 时才能到达乙地.

539. 一堆同样规格的铁钉，共重 765 克. 取出 50 只后，余下的重 750 克. 问这堆铁钉有多少只？



解 1　先求出每只铁钉的重量，再用总重量除以每只铁钉的重量，就是要求铁钉的只数.

$$765 \div [(765 - 750) \div 50] = 2550(\text{只});$$

解 2　设这堆铁钉有 x 只. 依题意，得

$$\frac{765}{x} = \frac{750}{x - 50}.$$

解方程，得　$x = 2550$. 故知这堆铁钉有 2550 只.

540. 省建筑公司第一次买 12 箱铁钉，共重 408 千克，第二次买同样的铁钉 45 箱. 问这两次买的铁钉共重多少千克？

解 1　先求出每箱铁钉的重量，再求两次买的铁钉的总重量.

$$408 \div 12 \times (12 + 45) = 1938(\text{千克});$$

解 2　先求出第二次买的铁钉的重量，再求两次买的铁钉的总重量.

$$408 + 408 \div 12 \times 45 = 1938(\text{千克}).$$

541. 无线电波的速度每秒 300000 千米. 从地球发射无线电波到月球，并从月球上反射回地球共经过 2.56 秒. 如果从地球发射一支火箭，速度为每秒 11.2 千米，那么火箭到达月球要多长时间？

解　先求出地球到达月球的距离，再求所需的时间.

$$300000 \times (2.56 \div 2) \div 11.2 \approx 34286(\text{秒})$$

$$34286 \text{ 秒} = 9 \text{ 时 } 31 \text{ 分 } 26 \text{ 秒}.$$

542. 两个工程队原计划在 14 天内修路 2800 米，实际第一队平均每天修 136 米，第二队平均每天修 144 米. 这样可提前几天完成任务？

解 1　实际每天修 136＋144＝280(米)，需要 2800÷280＝10(天)，计划天数减去实际天数就是提前的天数.

$$14 - 2800 \div (136 + 144) = 4(\text{天});$$

解 2　设可提前 x 天完成任务. 依题意，得

$$(136 + 144) \times (14 - x) = 2800.$$

解方程，得　$x = 4$. 故知可提前 4 天完成任务.

543. 甲厂有某种原料 120 吨，乙厂有同样的原料 96 吨. 现在甲厂每天用原料 15 吨，乙厂每天用原料 9 吨，问多少天后两厂剩下的原料相等.

解 1　甲厂原有原料比乙厂多 120－96＝24(吨). 由于甲厂每天用得多，乙厂每天用得少，因此它们之间所存原料的差距在逐日缩小，每经一天，它们之间原料的差距减少 15－9＝6(吨)，经过 24÷6＝4(天)后两厂所存原料之间就不存在差距，亦即两厂剩下的原料相等. 列成综合算式是：

$$(120 - 96) \div (15 - 9) = 4(\text{天});$$

解 2　设 x 天后两厂剩下的原料相等. 依题意，得

$$120-15x=96-9x.$$

解方程，得　$x=4$. 故知 4 天后两厂剩下的原料相等.

544. 修筑一条铁路，已筑好 82.6 千米，剩下的一段比筑好的 1.5 倍少 13.8 千米，问这条铁路有多少公里？

解 1　铁路长是比已经筑好的(1+1.5)倍少 13.8 千米，所以，

$$82.6\times(1+1.5)-13.8=192.7(\text{千米});$$

解 2　先求出剩下一段铁路的长度，再和已经筑好的长度相加，就是这条铁路的长度.

$$82.6+(82.6\times1.5-13.8)=192.7(\text{千米});$$

解 3　设这条铁路长 x 千米. 依题意，得

$$x-82.6=82.6\times1.5-13.8.$$

解方程，得　$x=192.7$. 故知这条铁路长 192.7 千米.

545. 学校上月节约用水 7.5 吨，这月平均每天节约用水 0.5 吨，知道每吨水价 1.54 元，问这月水费比上月多节约多少元？(一个月按 30 天计算)

解 1　先求出这月比上月多节约用水的吨数，再求多节约的元数.

$$1.54\times(0.5\times30-7.5)=11.55(\text{元});$$

解 2　设这月水费比上月多节约 x 元. 依题意，得

$$1.54\times7.5+x=1.54\times0.5\times30.$$

解方程，得　$x=11.55$. 故知这月水费比上月多节约 11.55 元.

546. 一辆汽车从甲地开往乙地，每小时行 28 千米，预计 4 时可以到达. 如果要提早半小时到达. 每小时要行多少千米？

解 1　先求出甲地开往乙地的路程，除以需要的时间，就是每小时要行的千米数.

$$28\times4\div(4-0.5)=32(\text{千米}).$$

解 2　设每小时要行 x 千米. 依题意，得

$$(4-0.5)x=28\times4.$$

解方程，得　$x=32$. 故知每小时要行 32 千米.

547. 甲、乙两工人各要制造某种零件 120 个. 甲每小时生产 15 个，乙每小时生产 12 个. 两人同时开始工作，当甲完成全部任务时，乙还有多少个没有完成？

解 1　甲完成任务需 $120\div15=8$(时)，这时乙生产了 $12\times8=96$ 个零件，还有 $120-96=24$(个)没有完成. 列成综合算式为

$$120-12\times(120\div15)=24(\text{个});$$

解 2　设乙还有 x 个零件没有完成. 依题意，得

$$x+12\times(120\div15)=120.$$

解方程，得 $x=24$. **故知乙还有** 24 **个没有完成.**

548. **一台抽水机每抽水** 100 **吨，耗电** 5 **千瓦·时. 今天这台抽水机上午耗电** 18 **千瓦·时，下午耗电** 17 **千瓦·时，问这台抽水机今天共抽水多少吨？**

解 1　每千瓦·时电能抽水 $100\div5=20$(**吨**)，**今耗电** $18+17=35$(**千瓦·时**)，**可抽水** $20\times35=700$(**吨**). **列成综合算式为**

$$100\div5\times(18+17)=700(\text{吨});$$

解 2　耗电 $18+17=35$(**千瓦·时**)**是耗电** 5 **千瓦·时的** $35\div5=7$(**倍**)，**抽水吨数应同样扩大** 7 **倍，**$100\times7=700$(**吨**). **列成综合算式为**

$$100\times[(18+17)\div5]=700(\text{吨});$$

解 3　设这台抽水机今天共抽水 x **吨. 依题意，得**

$$5\times\frac{x}{100}=18+17.$$

解方程，得 $x=700$. **故知这台抽水机今天共抽水** 700 **吨.**

549. **某工人原计划** 5 **天生产** 210 **个零件，改进技术后只用** 3 **天就完成了，平均每天比原计划多生产多少个？**

解　先求出改进技术后和原计划每天各生产多少个零件，再进行比较求出相差数.

$$210\div3-210\div5=28(\text{个}).$$

550. **一架飞机第一天飞行** 2880 **千米，第二天飞行** 1620 **千米，它的速度是每小时** 360 **千米，求第一天比第二天多飞行了几时？**

解 1　先分别求出第一天和第二天各飞行了多少时，再进行比较求出相差数.

$$2880\div360-1620\div360=3.5(\text{时});$$

解 2　先求出第一天比第二天多飞行的千米数，再求出多飞行的时数.

$$(2880-1620)\div360=3.5(\text{时});$$

解 3　设第一天比第二天多飞行了 x **时. 依题意，得**

$$360x+1620=2880.$$

解方程，得 $x=3.5$. **故知第一天比第二天多飞行了** 3.5 **时.**

551. **大兴电影院原有座位** 32 **排，平均每排坐** 38 **人；扩建后增加到** 40 **排，平均每排坐** 48 **人. 问扩建后可多坐多少人？**

解 1　先分别求出扩建前、后各坐多少人，再进行比较，求出相差数.

$$48\times40-38\times32=704(\text{人});$$

解 2　设扩建后可多坐 x **人. 依题意，得**

$$38\times32+x=48\times40.$$

解方程，得　$x=704$. 故知扩建后可多坐 704 人.

552. 新华小学有一个 85 人的体育队，其中乒乓球队有 24 人，田径队人数是乒乓球队的 1.5 倍，其余的都是体操队员. 问体操队有多少人？

解 1　先求出田径队的人数，再从总数中减去乒乓球队、田径队的人数，就是体操队的人数.

$$85-24-24\times1.5=25(\text{人});$$

解 2　先求出乒乓球队、田径队共有多少人，再从总数中减去这个人数，就是体操队的人数.

$$85-24\times(1+1.5)=25(\text{人});$$

解 3　设体操队有 x 人. 依题意，得

$$x+24+24\times1.5=85.$$

解方程，得　$x=25$. 故知体操队有 25 人.

553. 有一个工人，原定 10 天制造 4000 个零件，由于改进工作方法，到预定日期的前一天，已比预定完成的产品数量多做了 50 个零件. 他实际平均每天做几个零件？

解 1　实际完成零件 4000＋50＝4050(个)，用了 10－1＝9(天)，每天完成 4050÷9＝450(个). 列成综合算式为

$$(4000+50)\div(10-1)=450(\text{个});$$

解 2　设实际平均每天做 x 个零件. 依题意，得

$$(10-1)x=4000+50.$$

解方程，得　$x=450$. 故知实际平均每天做 450 个零件.

554. 新华化肥厂上午运出 5 车化肥，下午用同样的车辆运出 4 车化肥，共运出化肥 720 袋. 问这个厂上、下午各运出化肥多少袋？

解 1　先求出每车运出的化肥数，再求上、下午各运出的化肥数.

$$720\div(5+4)\times5=400(\text{袋})\cdots\text{上午},$$

$$720-400=320(\text{袋})\cdots\text{下午};$$

解 2　设每车运出化肥 x 袋. 依题意，得

$$(5+4)x=720.$$

解方程，得　$x=80$，$80\times5=400$(袋)，$80\times4=320$(袋). 故知上午运出化肥 400 袋，下午运出化肥 320 袋.

555. 一艘轮船用同样的速度航行，第一天航行了 384 海里，第二天航行了 304 海里，共用了 21.5 时. 问两天各航行了几时？

解 1　先求出轮船每小时航行的海里数，再求出两天各航行的小时数.

$384 \div [(384+304) \div 21.5] = 12$(时)… 第一天，

$21.5-12=9.5$(时)… 第二天；

解 2 设第一天航行了 x 时，则第二天航行了$(21.5-x)$时. 依题意，得

$$\frac{384}{x}=\frac{304}{21.5-x}.$$

解方程，得 $x=12$，$21.5-x=21.5-12=9.5$. 故知第一天航行 12 时，第二天航行 9.5 时.

556. 甲、乙两个数，如果甲数加上 320，就等于乙数；如果乙数加上 460，就等于甲数的 3 倍. 问两个数各是多少？

解 1 460 与 320 的和是甲的$(3-1)$倍. 所以，

$(460+320) \div (3-1) = 390$… 甲数，

$390+320=710$… 乙数；

解 2 设甲数为 x，则乙数为 $x+320$. 依题意，得

$$x+320+460=3x.$$

解方程，得 $x=390$，$x+320=390+320=710$. 故知甲数为 390，乙数为 710.

557. 买 5 个凳子和 3 把椅子共付出 85 元；买 2 个凳子和 3 把椅子共付出 61 元. 问凳子和椅子的单价各是多少元？

解 1 第一次比第二次多付$(85-61)$元，是因为第一次比第二次多买了$(5-2)$个凳子. 所以，

$(85-61) \div (5-2) = 8$(元)… 凳子，

$(61-8\times 2) \div 3 = 15$(元)… 椅子；

解 2 设凳子每个价 x 元，则椅子每把价$\frac{85-5x}{3}$元. 依题意，得

$$2x+3\times\frac{85-5x}{3}=61.$$

解方程，得 $x=8$，$\frac{85-5x}{3}=\frac{85-5\times 8}{3}=15$. 故知凳子每个价 8 元，椅子每把价 15 元.

558. 一所中学买了 2 个篮球和 3 个排球，一共用了 59 元. 一个篮球比一个排球贵 12 元. 问篮球和排球的单价各是多少元？

解 1 如果将 2 个篮球调换成 2 个排球，那么 5 个排球的总价是$(59-12\times 2)$元. 所以，

$(59-12\times 2) \div (2+3) = 7$(元)… 排球，

$7+12=19$(元)… 篮球；

解 2 如果将 3 个排球调换成 3 个篮球，那么 5 个篮球的总价是$(59+$

12×3)元. 所以,

$$(59+12\times3)\div(2+3)=19(\text{元})\cdots\text{篮球},$$

$$19-12=7(\text{元})\cdots\text{排球};$$

解3 设排球的单价是 x 元,则篮球的单价是$(x+12)$元. 依题意,得

$$2\times(x+12)+3x=59.$$

解方程,得 $x=7$,$x+12=7+12=19$. 故知排球的单价是 7 元,篮球的单价是 19 元.

(4) 四步或四步以上应用题

559. 少先队员种树,第一天种了 20 棵,第二天比第一天少种 5 棵,第三天种的是第二天的 2 倍. 问三天共种树多少棵?

解1 先分别求出三天各种树的棵数,再求三天种树棵数的和.

$$20+(20-5)+(20-5)\times2=65(\text{棵});$$

解2 第二、三两天种树棵数的和是第二天的 1+2=3(倍). 即(20−5)×3=45 棵,再与第一天种树棵数相加,即为三天共种树的棵数.

$$20+(20-5)\times(1+2)=65(\text{棵}).$$

560. 养鱼专业户老李在春季往一口鱼塘放养四种鱼苗,放养的青鱼苗是 5000 尾,比花鲢鱼苗多 1500 尾,白鲢鱼苗比青鱼苗多 500 尾,放养的草鱼苗是花鲢鱼苗的 2 倍. 问四种鱼苗共放养了多少尾?

解1 先分别求出四种鱼苗各放养的尾数,再求四种鱼苗尾数的和.

$$5000+(5000-1500)+(5000+500)+(5000-1500)\times2$$
$$=21000(\text{尾});$$

解2 放养青鱼苗、白鲢鱼苗的尾数是青鱼苗的 2 倍多 500 尾,放养花鲢鱼苗、草鱼苗的尾数是花鲢鱼苗的(1+2)倍,由此,得

$$(5000\times2+500)+(5000-1500)\times(1+2)$$
$$=21000(\text{尾}).$$

561. 春光小学学生乘车去春游,四年级去 78 人,五年级去 147 人,四年级比五年级少付车费 55.20 元. 问两个年级共付车费多少元?

解 少去 147−78=69(人). 少付 55.20 元,则每人车费为 55.2÷69=0.80(元),两个年级共去 147+78=225(人),应付车费 0.8×225=180(元). 列成综合算式为

$$55.2\div(147-78)\times(147+78)=180(\text{元}).$$

562. 光华机械厂加工 2100 个零件,开始平均每天加工 75 个,6 天后改进了技术,工作效率提高到原来的 2 倍. 问加工这批零件实际用了多少天?

解 6 天后还要加工零件 2100−75×6=1650(个),每天加工 75×2=150(个),需 1650÷150=11(天)完成,加上先做的 6 天,得 11+6=17(天).

列成综合算式为

$$(2100-75\times 6)\div(75\times 2)+6=17(\text{天}).$$

563. 一个化肥厂要生产 10800 吨化肥，原计划 25 天完成，实际每天比原计划多生产 108 吨. 问比原计划提前几天完成任务？

解 1 实际每天加工 $10800\div 25+108=540$(吨)，需 $10800\div 540=20$(天)完成，比原计划提前 $25-20=5$(天)完成任务. 列成综合算式为

$$25-10800\div(10800\div 25+108)=5(\text{天});$$

解 2 设比原计划提前 x 天完成任务. 依题意，得

$$\frac{10800}{25-x}-\frac{10800}{25}=108.$$

解方程，得 $x=5$. 故知比原计划提前 5 天完成任务.

564. 新民农场今年计划插秧 100 公顷. 如果人工插秧，每天只能插 25 公顷；改用插秧机插秧，每天插秧的公顷数是人工插秧的 2 倍. 问用机器插秧可比人工插秧提前几天完成任务？

解 先分别求出人工插秧和机器插秧各需用的天数，再进行比较求出相差数.

$$100\div 25-100\div(25\times 2)=2(\text{天}).$$

565. 一个服装厂做上衣 1500 件，计划每天做 150 件. 3 天以后，提高了工作效率，每天做 175 件. 问比原计划提早几天完成？

解 原计划需 $1500\div 150=10$(天)完成，实际上先做 3 天，后来又做了 $(1500-150\times 3)\div 175=6$(天)，共用了 $6+3=9$(天)，提前 $10-9=1$(天)完成了任务. 列成综合算式为

$$1500\div 150-[(1500-150\times 3)\div 175+3]=1(\text{天}).$$

566. 李敏每天读 12 页书，8 天读了一本书的一半. 此后，为了在限期内读完这本书，他开始每天多读 4 页. 问李敏读这本书的限期是多少天？

解 1 8 天读了 $12\times 8=96$(页)，正好是这本书的一半，因此剩下的同样是 96 页，每天看 $12+4=16$(页)，需 $96\div 16=6$(天)读完. 读书期限应是 $8+6=14$(天). 列成综合算式为

$$12\times 8\div(12+4)+8=14(\text{天});$$

解 2 设读这本书的限期是 x 天. 依题意，得

$$(12+4)(x-8)=12\times 8.$$

解方程，得 $x=14$. 故知读这本书的限期是 14 天.

567. 某工厂修建蓄水池，挖出 75 吨土，用大小两辆载重汽车把土运走，每辆车都运 8 次，还剩 15 吨. 又知小汽车每次运 3 吨，求大汽车每次比小汽车多运多少吨？

解1 小汽车运了 $3\times8=24$(吨),大汽车应运 $75-15-24=36$(吨),运了 8 次,每次运 $36\div8=4.5$(吨),比小汽车多运 $4.5-3=1.5$(吨).列成综合算式为

$$(75-15-3\times8)\div8-3=1.5(\text{吨});$$

解2 设大汽车每次比小汽车多运 x 吨.依题意,得

$$8(3+x)+3\times8+15=75.$$

解方程,得 $x=1.5$.故知大汽车每次比小汽车多运 1.5 吨.

568. 为民农机厂有一堆煤,原来每天烧 1.8 吨,可以烧 30 天,技术革新后,这堆煤能多烧 6 天.问技术革新后每天少烧煤多少吨?

解1 这堆煤有 $1.8\times30=54$(吨),技术革新后,能烧 $30+6=36$(天),每天烧 $54\div36=1.5$(吨),比原来少烧 $1.8-1.5=0.3$(吨).列成综合算式为

$$1.8-1.8\times30\div(30+6)=0.3(\text{吨});$$

解2 设技术革新后每天少烧煤 x 吨.依题意,得

$$(1.8-x)(30+6)=1.8\times30.$$

解方程,得 $x=0.3$.故知技术革新后每天少烧煤 0.3 吨.

569. 少先队员帮助农场摘棉花,第一小队每小时摘 12 千克,和第二小队 0.75 时摘的同样多,第三小队每小时摘的是第二小队的 1.4 倍.问三个小队每小时共摘多少千克?

解 第二小队每小时摘 $12\div0.75=16$(千克),二、三两个小队每小时摘 $16\times(1+1.4)=38.4$(千克).三个小队共摘 $12+38.4=50.4$(千克).列成综合算式为

$$12+12\div0.75\times(1+1.4)=50.4(\text{千克}).$$

570. 把 125 米的铁丝截成四段,第一段 46.5 米,等于第二段的 3 倍,第三段比第二段多 0.5 米,求第四段.

解 第二段长 $46.5\div3=15.5$(米),第二、第三两段长度的和是 $15.5\times2+0.5=31.5$(米),第四段长应是 $125-46.5-31.5=47$(米).列成综合算式为

$$125-46.5-(46.5\div3\times2+0.5)=47(\text{米}).$$

571. 一辆汽车从甲地开往乙地,每分钟行 525 米,预计 40 分到达.行到一半路程时机器发生故障,用 5 分修理完毕,如果仍需要在预计时间到达,行驶余下的路程每分的速度必须比原来快多少?

解 余下的路程是 $525\times40\div2=10500$(米),需要在 $40\div2-5=15$(分)到达,每分钟行 $10500\div15=700$(米),比原来加快 $700-525=175$(米).列成综合算式为

$525\times40\div2\div(40\div2-5)-525=175$(米).

572. 一本书,原计划共印 270 页,每页排 24 行,每行排 30 个字,因为要节约纸张,改为每页排 30 行,每行印 36 字,问这本书比原计划减少多少页?

解　这本书有 $30\times24\times270=194400$(字),改排后每页印 $36\times30=1080$(字),需印 $194400\div1080=180$(页),比原来少印 $270-180=90$(页).列成综合算式为

$$270-30\times24\times270\div(36\times30)=90(\text{页}).$$

573. 某地在防洪抢险中,需要突击装土 15600 包,以每小时 1560 包的速度装了 4 时后,根据水情,余下的土包要在 3 时内装完.问现在每小时装包的速度是原来的多少倍?

解 1　装了 4 时后还剩 $15600-1560\times4=9360$(包),每小时装 $9360\div3=3120$(包),是原来的 $3120\div1560=2$(倍).列成综合算式为

$$(15600-1560\times4)\div3\div1560=2(\text{倍});$$

解 2　按原来的速度需 $15600\div1560=10$(时)装完,装了 4 时后还余 $10-4=6$(时)的工作量,要在 3 时内装完,速度是原来的 $6\div3=2$(倍).列成综合算式为

$$(15600\div1560-4)\div3=2(\text{倍}).$$

574. 光明造纸厂开展节煤工作,平均每天节煤 1100 千克.如果 11 千克煤可供发电 20 千瓦·时,每千瓦·时电可造纸 50 千克.问这个厂半个月(15 天)节约的煤可以造纸多少千克?

解　半个月节煤 $1100\times15=16500$(千克),可发电 $20\times(16500\div11)=30000$(千瓦·时),造纸 $50\times30000=1500000$(千克).列成综合算式为

$$50\times[20\times(1100\times15\div11)]=1500000(\text{千克}).$$

575. 红旗农场耕一块 120 公顷的地,用甲拖拉机要 15 天耕完,用乙拖拉机要 10 天耕完.如果甲、乙两台拖拉机合耕这块地要用多少天耕完?

解　甲拖拉机每天耕地 $120\div15=8$(公顷),乙拖拉机每天耕地 $120\div10=12$(公顷).两台拖拉机每天耕地 $8+12=20$(公顷),需 $120\div20=6$(天)耕完.列成综合算式为

$$120\div(120\div15+120\div10)=6(\text{天}).$$

576. 机床厂用汽车运煤,第一次运 9 车,平均每车运 4 吨;第二次运 6 车,平均每车运 5 吨.这批煤烧了 30 天后还余 12 吨,平均每天烧煤多少吨?

解　两次共运煤 $4\times9+5\times6=66$(吨),30 天烧煤 $66-12=54$(吨),平均每天烧煤 $54\div30=1.8$(吨).列成综合算式为

$$(4\times9+5\times6-12)\div30=1.8(\text{吨}).$$

577. 造纸厂生产一批纸，计划每天生产 13.5 吨，实际每天比计划多生产 1.5 吨，结果提前 2.5 天完成任务. 问实际上用了多少天？

解 1 如果实际生产时，在完成了任务后一直继续生产到计划日期为止，这样，这家造纸厂将增产纸(13.5＋1.5)×2.5＝37.5(吨). 这是由于实际每天比计划增产 1.5 吨而形成的. 所以实际用的天数是 37.5÷1.5－2.5＝22.5(天). 列成综合算式为

$$(13.5+1.5)\times 2.5\div 1.5-2.5=22.5(\text{天});$$

解 2 设实际用了 x 天. 依题意，得

$$13.5(x+2.5)=(13.5+1.5)x.$$

解方程，得 $x=22.5$. 故知实际上用了 22.5 天.

578. 李刚和王强共集邮 483 张. 如果把李刚集邮的张数划去末尾一个零，那么这个数刚好是王强的 2 倍. 问李刚比王强多集邮多少张？

解 1 如果不把李刚集邮张数末尾的一个零划去，那么，李刚集邮的张数应该是王强的 2×10＝20(倍). 总数是王强的 20＋1＝21(倍)，所以王强集邮 483÷21＝23(张)，李刚集邮 23×20＝460(张). 李刚比王强多集邮 460－23＝437(张). 列成综合算式为

$$483\div(2\times 10+1)\times(2\times 10-1)=437(\text{张});$$

解 2 设李刚集邮 x 张. 依题意，得

$$\frac{x}{10}=2(483-x).$$

解方程，得 $x=460$. 故知李刚集邮 460 张，比王强多集邮 460－(483－460)＝437(张).

579. 一批粮食，用一辆小卡车运，要运 32 次，如果用一辆大卡车运，只要运 24 次. 已知大卡车比小卡车每次多装 2 吨. 问这批粮食有多少吨？

解 大卡车运 24 次比小卡车运 24 次多运 2×24＝48(吨)，这些粮食小卡车要运 32－24＝8(次)，每次运 48÷8＝6(吨)，32 次运 6×32＝192(吨). 列成综合算式为

$$2\times 24\div(32-24)\times 32=192(\text{吨}).$$

580. 张华从甲地到相距 25 千米的乙地开会. 他先步行半小时，每时行 5 千米；余下的路程乘汽车，汽车每小时比步行快 32.5 千米. 问张华乘汽车要行几时？

解 张华步行半小时后，余下 25－5×0.5＝22.5(千米)，乘汽车用每小时 5＋32.5＝37.5(千米)的速度前进. 需行 22.5÷37.5＝0.6(时)到达. 列成综合算式为

$$(25-5\times 0.5)\div(5+32.5)=0.6(\text{时}).$$

581. 一艘轮船发生漏水事故，立即开动两部抽水机向外抽水. 当时已漏进水 600 桶. 一部抽水机每分钟抽水 20 桶，另一部每分钟抽水 16 桶，50 分把水抽完. 问每分钟漏进多少桶水？



解　50 分两部抽水机抽水 $(20+16)\times 50=1800$(桶)，比原来进水多 $1800-600=1200$(桶). 每分钟漏进水 $1200\div 50=24$(桶). 列成综合算式为

$$[(20+16)\times 50-600]\div 50=24(\text{桶}).$$

582. 某乡用 10 辆大车和 15 辆拖车把 24000 千克的粮食运送到收购站. 如果每辆大车比每辆拖车多载 900 千克，那么每辆大车和每辆拖车各可装运多少千克粮食？

解 1　如果全部用拖车来装运，则 $10+15=25$(辆)拖车能装运 $24000-900\times 10=15000$(千克)粮食，每辆拖车装运 $15000\div 25=600$(千克). 列成综合算式为

$$(24000-900\times 10)\div(10+15)=600(\text{千克})\cdots\text{拖车},$$

$$600+900=1500(\text{千克})\cdots\text{大车};$$

解 2　设每辆拖车装运粮食 x 千克，则每辆大车装运粮食 $(x+900)$ 千克，依题意，得

$$10(x+900)+15x=24000.$$

解方程，得　$x=600$，$x+900=1500$. 故知每辆大车装运粮食 1500 千克，每辆拖车装运粮食 600 千克.

583. 甲掘土机每小时可比乙掘土机多掘土 6 米^3. 现在甲掘土机工作 20 时，乙掘土机工作 18 时，一共掘土 1032 米^3. 问每台掘土机每小时各可掘土多少米^3？

解 1　如果全部用乙掘土机来掘土，则 $20+18=38$(时)能掘土 $1032-6\times 20=912$(米^3)，每小时掘土量是 $912\div 38=24$(米^3). 列成综合算式为

$$(1032-6\times 20)\div(20+18)=24(\text{立方米})\cdots\text{乙掘土机},$$

$$24+6=30(\text{米}^3)\cdots\text{甲掘土机};$$

解 2　设乙掘土机每小时掘土 x 米^3，则甲掘土机每小时掘土 $(x+6)$ 米^3. 依题意，得

$$20(x+6)+18x=1032.$$

解方程，得　$x=24$，$x+6=24+6=30$. 故知甲掘土机每小时掘土 30 米^3，乙掘土机每小时掘土 24 米^3.

584. 某工地用两台挖土机挖地基. 甲机先挖 2 时，然后共同挖 18 时，一共挖土 1032 方. 已知甲机比乙机每小时多挖 6 方土，求甲机比乙机一共多挖了多少方土？

解 1　如果全部用甲机来挖土，则 $18\times 2+2=38$(时)挖土 $1032+6\times 18$

＝1140(方)，每小时挖土 1140÷38＝30(方)，20 时挖土 30×20＝600(方)；如果全部用乙机来挖土，则 38 时共挖土 1032－6×20＝912(方)，每小时挖土 912÷38＝24(方)，乙机 18 时挖土 1032－600＝432(方)；甲机比乙机多挖土 600－432＝168(方)．列成综合算式为

$(1032+6\times18)\div(18\times2+2)\times(2+18)-[1032-(1032+6\times18)\div(18\times2+2)\times(2+18)]=168$(方)；

解 2 设甲机比乙机一共多挖土 x 方．依题意，得

$$\frac{\frac{1032+x}{2}}{20}-\frac{\frac{1032-x}{2}}{18}=6.$$

解方程，得 $x=168$．故知甲机比乙机一共多挖土 168 方．

585. 百货公司卖出蓝布和白布共 925 米，卖出的蓝布是白布的 4 倍．蓝布每米 8.60 元，白布每米 6.8 元．问卖出的蓝布和白布共值多少元？

解 卖出白布 925÷(4＋1)＝185(米)，价 6.8×185＝1258(元)；卖出蓝布 185×4＝740(米)，价 8.6×740＝6364(元)，共值 1258＋6364＝7622(元)．列成综合算式为

$6.8\times[925\div(4+1)]+8.6\times[925\div(4+1)\times4]=6364$(元)．

586. 分派甲、乙、丙三个车队共运货物 360 吨．乙队比甲队多运 24 吨，丙队运的吨数是甲、乙两队运的吨数和的 2 倍．每辆车每次运 4 吨，每天可以运 3 次，要用 2 天运完．问三个队各要出几辆汽车？

解 1 [360－24×(1＋2)]吨是甲队货运量的[1＋1＋(1＋1)×2]倍，每辆汽车应该运货(4×3×2)吨，所以甲队应该出汽车的辆数为

$$[360-24\times(1+2)]\div[1+1+(1+1)\times2]\div(4\times3\times2)=2\text{(辆)},$$

$$2+24\div(4\times3\times2)=3\text{(辆)}\cdots\text{乙队},$$

$$(2+3)\times2=10\text{(辆)}\cdots\text{丙队};$$

解 2 每辆车运货 4×3×2＝24(吨)，共需 360÷24＝15(辆)车来运，是甲、乙两队出车数和的 1＋2＝3 倍，所以甲、乙两队共出车 15÷3＝5(辆)．其中乙队比甲队多出 24÷24＝1(辆)，用和差问题的方法解，得甲队需出(5－1)÷2＝2(辆)，乙队需出(5＋1)÷2＝3(辆)，丙队需出(2＋3)×2＝10(辆)．列成综合算式为

$$[360\div(4\times3\times2)\div(1+2)-24\div(4\times3\times2)]\div2=2\text{(辆)}\cdots\text{甲队},$$

$$[360\div(4\times3\times2)\div(1+2)+24\div(4\times3\times2)]\div2=3\text{(辆)}\cdots\text{乙队},$$

$$(2+3)\times2=10\text{(辆)}\cdots\text{丙队}.$$

587. 某校买来《爱科学》杂志 460 本，分给一至六年级．一至四年级每高一级多分 10 本，五、六年级分得的本数各是一年级的 2 倍．问五、六年级



各分得多少本？

解1 按题意二年级比一年级多分 10 本，三年级比一年级多分(10×2)本，四年级比一年级多分(10×3)本. 从总数里减去各年级多分的本数就是一年级分得本数的(4+2+2)倍，把一年级分得的本数乘以 2，就是五、六年级各分得的本数. 所以

$$(460-10-10\times2-10\times3)\div(4+2+2)\times2=100(\text{本});$$

解2 设五、六年级各分得 x 本. 依题意，得

$$x+x+\frac{x}{2}+\left(\frac{x}{2}+10\right)+\left(\frac{x}{2}+10\times2\right)+\left(\frac{x}{2}+10\times3\right)=460.$$

解方程，得 $x=100$. 故知五、六年级各分得 100 本.

588. 某校农场计划在 5 天内完成春播任务，因学生干劲足，每天多播种 0.28 公顷，结果 3 天就完成了任务. 问这个校办农场的春播任务是多少公顷？

解1 3 天多播种 $0.28\times3=0.84$(公顷)，这是原计划 $5-3=2$(天)的播种任务. 每天平均播种 $0.84\div2=0.42$(公顷)，5 天播种 $0.42\times5=2.1$(公顷). 列成综合算式为

$$0.28\times3\div(5-3)\times5=2.1(\text{公顷});$$

解2 设春播任务是 x 公顷. 依题意，得

$$\frac{x}{3}-\frac{x}{5}=0.28.$$

解方程，得 $x=2.1$. 故知这个校办农场的春播任务是 2.1 公顷.

589. 两筐重量相等的苹果，甲筐卖出 14 千克，乙筐卖出 38 千克以后，甲筐余下的重量是乙筐余下重量的 3 倍. 问两筐原各有苹果多少千克？

解1 乙筐比甲筐多卖出 $38-14=24$ 千克，是乙筐余下千克数的 $3-1=2$(倍)，则余下 $24\div2=12$(千克). 乙筐原有 $12+38=50$(千克)，也是甲筐原有苹果的重量. 列成综合算式为

$$(38-14)\div(3-1)+38=50(\text{千克});$$

解2 设两筐原各有苹果 x 千克. 依题意，得

$$x-14=3(x-38).$$

解方程，得 $x=50$. 故知两筐原各有苹果 50 千克.

590. 一个泥工小组砌一道砖墙，需要用砖 20000 块，计划用 5 天时间完工. 按计划工作 2 天后，由于改进了技术，加快了砌砖速度，因此提前 1 天完工. 问这个泥工小组改进技术后每天的砌砖数比原计划增加多少块？

解1 泥工小组 2 天完成(20000÷5×2)块的砌砖任务，余下的需(5−2−1)天完成，所以比原计划增加

$(20000-20000\div5\times2)\div(5-2-1)-20000\div5=2000$(块)；

解2 设这个泥工小组改进技术后每天的砌砖数比原计划增加 x 块. 依题意，得

$$\frac{20000}{5}+x=\frac{20000\times\frac{5-2}{5}}{5-2-1}.$$

解方程，得 $x=2000$. 故知这个泥工小组改进技术后每天的砌砖数比原计划增加 2000 块.

591. 两个小学生滚铁环，从上桥到下桥甲环旋转了 50 圈，乙环旋转了 40 圈，又知乙环的周长比甲环长 0.44 米，问这座桥长多少米？

解1 乙环的周长比甲环长 0.44 米，乙环转 40 圈比甲环转 40 圈多行 (0.44×40)米，这就是甲环转$(50-40)$圈所行的距离. 所以桥的长度是：

$$0.44\times40\div(50-40)\times50=88$$(米)；

解2 设桥长 x 米. 依题意，得

$$\frac{x}{40}-\frac{x}{50}=0.44.$$

解方程，得 $x=88$. 故知这座桥长 88 米.

592. 一个生产小组要完成一批零件的加工任务，原计划每天加工 80 个零件，由于改进了加工技术，实际每天能加工 98 个，结果提前 3 天完成任务，并比原计划多加工 120 个. 问这个生产小组实际一共加工了多少个零件？

解1 如果这个生产小组继续加工，一直到计划完工的日期结束，将比加工任务多生产零件 $98\times3+120=414$(个)，计划完工的日期应该是 $414\div(98-80)=23$(天)，这个小组实际一共加工的零件数是 $98\times(23-3)=1960$(个). 列成综合算式为

$$98\times[(98\times3+120)\div(98-80)-3]=1960$$(个)；

解2 设实际一共加工了 x 个零件. 依题意，得

$$\frac{x-120}{80}-\frac{x}{98}=3.$$

解方程，得 $x=1960$. 故知这个生产小组实际一共加工了 1960 个零件.

593. 建国路小学四、五年级同学去参观科技展览，346 人排成两路纵队，前后两排间隔各相距 0.5 米. 队伍每分走 65 米，现在要过一座长 889 米的桥，问从第一排上桥到最后一排离桥，共需要多少分？

解 队伍共有 $346\div2=173$(排)，有 $173-1=172$(个)间隔，每个间隔是 0.5 米，所以队伍的长度是 $0.5\times172=86$(米). 从第一排上桥到最后一

排离桥共行 889＋86＝975(米).所以,过桥时间是 975÷65＝15(分).列成综合算式为

$$[889+0.5\times(346\div2-1)]\div65=15(\text{分}).$$

594. 有一个两位数,它个位上的数字是十位上的数字的 2 倍,个位上的数字与十位上的数字交换位置后,得到的数比原来大 18,求原来的两位数.

解 1　任何一个两位数都可分解成一个"整十数"与一个"个位数"的和.现在,这个两位数的个位上的数字是十位上的数字的 2 倍,所以这个两位数是十位上的数字的 12 倍;个位上的数字与十位上的数字交换位置后,新的两位数是原来十位上的数字的 21 倍.而十位上的数字的 21 倍与 12 倍的差是 18.列式计算如下:

$$18\div[(2\times10+1)-(1\times10+2)]=2\cdots\text{十位上的数字},$$

$$2\times2=4\cdots\text{个位上的数字}.$$

所以这个两位数是 24;

解 2　设十位上的数字是 x,则个位上的数字是 $2x$.依题意,得

$$(10\times2x+x)-(10x+2x)=18.$$

解方程,得　$x=2$,$2x=2\times2=4$.故知这个两位数是 24.

595. 中型拖拉机的耕地效率是手扶拖拉机的 2.5 倍,大型拖拉机的耕地效率是中型拖拉机的 2 倍.现有一块地,用中型拖拉机来耕,要用 6 时.如果改用手扶拖拉机耕一半,再用大型拖拉机耕另一半,一共要用多少时?

解　中型拖拉机耕这块地的一半要 6÷2＝3(时).因为,工作效率×工作时间＝工作总量,如用手扶拖拉机来耕,工作总量不变,工作效率缩小2.5 倍,那么时间应扩大 2.5 倍,所以要用 3×2.5＝7.5(时).同理,用大型拖拉机来耕,要比用中型拖拉机所用的时间缩小 2 倍,即 3÷2＝1.5(时).两数相加 7.5＋1.5＝9(时),就是耕完这块地所需的时间.列成综合算式为

$$6\div2\times2.5+6\div2\div2=9(\text{时}).$$

596. 两台脱粒机,第一台工作 12.5 天,第二台工作 14 天,共脱粒 107.64吨.第一台每天脱粒的数量是第二台的 2 倍.求两台脱粒机各脱粒多少吨?

解 1　第二台 14 天的工作量第一台只要 14÷2＝7(天)就可完成.如果全部由第一台脱粒,只要 12.5＋7＝19.5(天)完成,每天脱粒 107.64÷19.5＝5.52(吨),12.5 天脱粒 5.52×12.5＝69(吨).列成综合算式为

$$107.64\div(12.5+14\div2)\times12.5=69(\text{吨})\cdots\text{第一台},$$

$$107.64-69=38.64(\text{吨})\cdots\text{第二台};$$

解 2　设第一台脱粒 x 吨,则第二台脱粒(107.64－x)吨.依题意,得

$$\frac{x}{12.5}=2\times\frac{107.64-x}{14}.$$

解方程，得 $x=69$，$107.64-x=107.64-69=38.64$. **故知第一台脱粒机脱粒** 69 **吨，第二台脱粒机脱粒** 38.64 **吨.**

597. 3 **台手扶拖拉机和** 2 **台中型拖拉机一天共耕地** 13.5 **公顷.** 5 **台手扶拖拉机和** 2 **台中型拖拉机一天共耕地** 16.5 **公顷，问一台中型拖拉机的耕作效率是一台手扶拖拉机的多少倍？**

解　多了(5−3)**台手扶拖拉机一天多耕地**(16.5−13.5)**公顷，手扶拖拉机一天能耕**(16.5−13.5)÷(5−3)=1.5(**公顷**)，**一台中型拖拉机一天能耕**[13.5−1.5×3]÷2=4.5(**公顷**). **中型拖拉机的耕作效率是手扶拖拉机的** 4.5÷1.5=3(**倍**). **列成综合算式为**

$$[135-(165-135)\div(5-3)\times3]\div2\div[(165-135)\div(5-3)]=3(\text{倍}).$$

598. **两组架线工人一起架设一段电话线. 第一组每小时架设** 900 **米，第二组每小时架设** 750 **米. 两组各从线路的一端架设，结果第一组比第二组早** 2 **时架设到线路的中点. 问这段电话线有多长？**

解 1　第一组每小时比第二组多架设 900−750=150(**米**). **现在两组相差** 750×2=1500(**米**). **说明工作了** 1500÷150=10(**时**)，**所以这段线路的长度是** 900×10×2=18000(**米**). **列成综合算式为**

$$900\times[750\times2\div(900-750)]\times2=18000(\text{米});$$

解 2　设线路的长度是 x **米. 依题意，得**

$$\frac{\frac{x}{2}}{750}-\frac{\frac{x}{2}}{900}=2.$$

解方程，得 $x=18000$. **故知这段线路的长度是** 18000 **米.**

599. **某科学考察组进行科学考察，要越过一座山. 上午八时上山，每小时行** 3 **千米，到达山顶时休息** 1 **时. 下山时比上山时每小时多行** 2 **公里，下午二时到达山底. 全程共行了** 19 **千米. 求上山、下山各行了多少千米？**

解 1　上山、下山共行 12+2−8−1=5(**时**)，**如果以每小时行** 3 **千米计算，共行** 3×5=15(**千米**)，**与全程** 19 **千米相差** 19−15=4(**千米**)，**这是因为下山速度每小时增加** 2 **千米而形成的. 因此下山所用的时间为** 4÷2=2(**时**)；**下山行了**(3+2)×2=10(**千米**)，**上山行了** 19−10=9(**千米**). **列成综合算式为**

$$(3+2)\times\{[19-3\times(12+2-8-1)]\div2\}=10(\text{千米})\cdots\text{下山行程},$$

$$19-10=9(\text{千米})\cdots\text{上山行程};$$

解 2　设上山行了 x **公里. 依题意，得**

$$\frac{x}{3}+\frac{19-x}{3+2}=12+2-8-1.$$



解方程，得 $x=9$，$19-x=19-9=10$. **故知上山行了** 9 **千米，下山行了** 10 **千米.**

600. 甲、乙两块地的梨树棵数相等. 甲地平均每棵收 75 **千克，乙地平均每棵收** 90 **千克. 乙地比甲地多收** 360 **千克. 按质量把所收的梨分成三等. 中等的是上等的** 2 **倍，比次等的多** 525 **千克. 问三等梨各是多少千克？**

解 1　每块地梨树的棵数是 $360\div(90-75)=24$(**棵**)，**两块地所收梨的总数是**$(75+90)\times24=3960$ **千克. 以上等梨作为** 1 **份，则中等梨为** 2 **份，次等梨为** 2 **份少** 525 **千克，得上等梨的斤数为**$(3960+525)\div(1+2+2)=897$(**千克**). **列成综合算式为**

$$\{(75+90)\times[360\div(90-75)]+525\}\div(1+2+2)=897(\text{千克})\cdots\text{上等梨},$$

$$897\times2=1794(\text{千克})\cdots\text{中等梨},$$

$$1794-525=1269(\text{千克})\cdots\text{次等梨};$$

解 2　设上等梨为 x **千克. 依题意，得**

$$x+2x+(2x-525)=(75+90)\times\frac{360}{90-75}.$$

解方程，得 $x=897$，$2x=2\times897=1794$，$2x-525=2\times897-525=1269$. **故知上等梨有** 897 **千克，中等梨有** 1794 **千克，次等梨有** 1269 **千克.**

601. 学校组织参观，参加的师生共 720 **人. 一辆大客车比一辆卡车多载** 20 **人；**6 **辆大客车和** 8 **辆卡车载的人数相等. 算一算：如果都乘卡车需要几辆？如果都乘大客车需要几辆？**

解 1　如果 6 **辆大客车换成** 6 **辆卡车，那么就有** $20\times6=120$(**人**)**没有车乘. 这些没有车乘的师生将用** $8-6=2$(**辆**)**卡车供其乘载. 因此，每辆卡车可以乘坐** $120\div2=60$(**人**)，**需要** $720\div60=12$(**辆**)；**每辆大客车乘坐** $60+20=80$(**人**)，**需要** $720\div80=9$(**辆**). **列成综合算式为**

$$720\div[20\times6\div(8-6)]=12(\text{辆})\cdots\text{卡车},$$

$$720\div[20\times6\div(8-6)+20]=9(\text{辆})\cdots\text{大客车};$$

解 2　大客车与卡车每辆乘载人数的比是 $8:6=4:3$，**而一辆大客车比一辆卡车多载** 20 **人，所以每辆大客车乘** $20\times4=80$(**人**)，**每辆卡车乘** $20\times3=60$(**人**). **由此可知**

$$720\div80=9(\text{辆})\cdots\text{大客车},$$

$$720\div60=12(\text{辆})\cdots\text{卡车};$$

解 3　设都乘卡车需要 x **辆. 依题意，得**

$$6\left(\frac{720}{x}+20\right)=8\times\frac{720}{x}.$$

解方程，得　$x=12$，$720\div(720\div12+20)=9$. 故知都乘卡车需要 12 辆，都乘大客车需要 9 辆.

602. 甲乙两队同时开凿一条 2160 米长的隧道. 甲队从一端起，每天开凿 20 米；乙队从另一端起，每天比甲队多开凿 5 米. 问两队在离中点多远的地方会合？

解 1　两队经 $2160\div(20\times2+5)=48$(天)会合，会合时甲队凿隧道 $20\times48=960$(米)，离中点 $2160\div2-960=120$(米). 列成综合算式为

$$2160\div2-20\times[2160\div(20\times2+5)]=120(\text{米});$$

解 2　两队经 $2160\div(20\times2+5)=48$(天)会合；会合时乙队比甲队多凿 $5\times48=240$(米)；越过中点的距离应是 $240\div2=120$(米). 列成综合算式为

$$5\times[2160\div(20\times2+5)]\div2=120(\text{米});$$

解 3　设在离中点 x 米处会合. 依题意，得

$$\frac{\frac{2160}{2}-x}{20}=\frac{\frac{2160}{2}+x}{20+5}.$$

解方程，得　$x=120$. 故知两队在离中点 120 米的地方会合.

603. 某百货公司委托运输队包运 1000 块玻璃，议定每块运费 0.2 元，如损坏一块，要赔偿损失费 3.5 元. 结果运输队获得运费 181.5 元，问损坏玻璃多少块？

解 1　如果全无损失，应收运费 $0.2\times1000=200$(元)，现在少收 $200-181.5=18.5$(元). 损坏一块，运输队要少收入 $3.5+0.2=3.7$(元). 因此，损坏玻璃 $18.5\div3.7=5$(块). 列成综合算式为

$$(0.2\times1000-18.5)\div(3.5+0.2)=5(\text{块});$$

解 2　设损坏玻璃 x 块. 依题意，得

$$(3.5+0.2)x+181.5=0.2\times1000.$$

解方程，得　$x=5$. 故知损坏玻璃 5 块.

604. 某小组要装配一批收音机，已经装配好 925 台. 以后如果每天比原来多装配 2 台. 还需要 40 天完成，但最后一天要少装配 5 台. 如果仍按照原来的工作效率装配，就需要再多工作 3 天，问这个小组一共装配多少台收音机？

解 1　如果仍按原来的工作效率装配，40 天后还有 $2\times40-5=75$(台)没有装配好，需要再做 3 天，每天的工作量是 $75\div3=25$(台). 这个小组一共装配的台数是

$$25\times(40+3)+925=2000(\text{台}).$$

列成综合算式为

$$(2\times 40-5)\div 3\times(40+3)+925=2000(\text{台});$$

解 2 设这个小组一共装配 x 台收音机. 依题意,得

$$\frac{x-925+5}{40}-\frac{x-925}{40+3}=2.$$

解方程,得 $x=2000$. 故知这个小组一共装配 2000 台收音机.

605. 5 米^3 桦木和 4 米^3 杨木共值 1500 元,而 3 米^3 桦木和 6 米^3 杨木共值 1440 元. 问两种木材每立方米各值多少元?

解 1 后一种情况比前一种情况少 $5-3=2$(米^3)桦木而多 $6-4=2$(米^3)杨木,总价就低 $1500-1440=60$(元),所以每立方米杨木的售价比每立方米桦木的售价低 $60\div 2=30$(元). 已知 5 米^3 桦木和 4 米^3 杨木共值 1500 元,如将其中的 4 米^3 杨木改成桦木,那么,$5+4=9$(米^3)桦木的总价将是 $1500+30\times 4=1620$(元),由此得每立方米桦木的售价是 $1620\div 9=180$(元). 列成综合算式为

$$[1500+(1500-1440)\div(5-3)\times 4]\div(5+4)=180(\text{元}),$$

每立方米杨木的售价为

$$180-(1500-1440)\div(5-3)=150(\text{元});$$

解 2 用"扩消法"求解.

(5×3)立方米桦木和(4×3)米^3 杨木共值(1500×3)元 ①

(3×5)米^3 桦木和(6×5)米^3 杨木共值(1440×5)元 ②

②式减①式,得 $30-12=18$(米^3),杨木共值 $7200-4500=2700$(元). 每立方米为 $2700\div 18=150$(元). 列成综合算式为

$$(1440\times 5-1500\times 3)\div(6\times 5-4\times 3)=150(\text{元})\cdots\cdots \text{杨木},$$

$$(1500-150\times 4)\div 5=180(\text{元})\cdots\cdots \text{桦木};$$

解 3 设每立方米桦木值 x 元. 依题意,得

$$3x+6\times\frac{1500-5x}{4}=1440.$$

解方程,得 $x=180$,$\frac{1500-5x}{4}=\frac{1500-5\times 180}{4}=150$. 故知桦木每立方米 180 元,杨木每立方米 150 元.

606. 甲仓原来存粮 34 吨. 乙仓原来存粮 46 吨. 现在甲仓每天存入 4 吨,乙仓每天存入 10 吨,问几天以后,乙仓的存粮是甲仓的 2 倍?

解 1 乙仓原来存粮比甲仓原来存粮的 2 倍少 $34\times 2-46=22$(吨),而乙仓每天存入数比甲仓的 2 倍多 $10-4\times 2=2$(吨),所以 $22\div 2=11$(天)以后乙仓的存粮就是甲仓的 2 倍. 列成综合算式为

$$(34\times 2-46)\div(10-4\times 2)=11(\text{天});$$

解 2 设 x 天以后乙仓的存粮是甲仓的 2 倍. 依题意,得

$$46+10x=2(34+4x).$$

解方程,得 $x=11$. 故知 11 天后乙仓的存粮是甲仓的 2 倍.

607. 甲厂有煤 180 吨,乙厂有煤 102 吨. 如果甲厂每天用煤 15 吨,乙厂每天用煤 9 吨,多少天后甲厂剩下的煤是乙厂的 2 倍?

解 1 甲厂原有煤比乙厂的 2 倍少 $102\times2-180=24$(吨),而甲厂每天用煤数比乙厂的 2 倍少 $9\times2-15=3$(吨),所以 $24\div3=8$(天)后甲厂的煤是乙厂的 2 倍. 列成综合算式为

$$(102\times2-180)\div(9\times2-15)=8(\text{天});$$

解 2 设 x 天后甲厂剩下的煤是乙厂的 2 倍. 依题意,得

$$180-15x=2(102-9x).$$

解方程,得 $x=8$. 故知 8 天后甲厂剩下的煤是乙厂的 2 倍.

608. 书店共有甲、乙两种书 100 本. 甲种书每本 0.65 元,乙种书每本 0.43 元. 又知甲种书的总金额比乙种书多 21.8 元. 问两种书各有多少本?

解 1 如果 100 本全部是乙种书,则总金额是 $0.43\times100=43$(元). 已知甲种书的总金额比乙种书多 21.8 元,那么,$(0.43\times100+21.8)$元是甲种书的总金额加上与甲种书同样本数的乙种书的总金额的和. 因此,甲种书的本数为

$$(0.43\times100+21.8)\div(0.65+0.43)=60(\text{本}),$$

同理,乙种书的本数为

$$(0.65\times100-21.8)\div(0.65+0.43)=40(\text{本});$$

解 2 用面积法解.

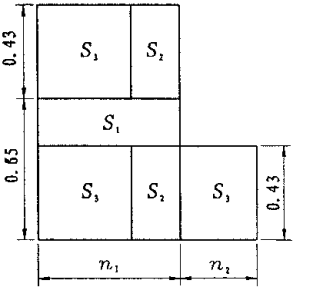
甲种书为 n_1 本,乙种书为 n_2 本.

$n_1+n_2=100$ 本.

$s_3=0.43n_2$,

$s_1+s_2+s_3=0.65n_1$,

$s_1+s_2=21.8$ 元.



∵ $2(s_2+s_3)+s_1 \xrightarrow{\text{转化为}} s_1+s_2+(s_3+s_2+s_3) \Longrightarrow (0.43+0.65)n_1 \xrightarrow{\text{代入}} 21.8+0.43\times100$

所以甲种本数为$(0.43\times100+21.8)\div(0.43+0.65)=60$(本),

乙种本数为 $100-60=40$(本);

解 3 设甲种书有 x 本,则乙种书为$(100-x)$本. 依题意,得

$$0.65x-0.43(100-x)=21.8.$$

解方程，得 $x=60$，$100-x=100-60=40$. **故知甲种书有** 60 **本，乙种书有** 40 **本.**

609. **甲、乙两个农民从乡政府到县城，要行** 45 **千米. 甲骑马每小时行** 9 **千米，乙骑自行车每时行** 13 **千米. 几时后甲剩下的路程是乙剩下路程的** 3 **倍？**

解 1　如果甲骑马的速度和所行的路程都不变，而将乙的速度扩大 3 **倍，即每小时为**(13×3)**千米，所行的路程也扩大** 3 **倍，即为**(45×3)**千米，于是问题可改成几时后两人剩下的路程相等. 到剩下的路程相等时，乙比甲多行**$(45\times3-45)$**千米，这是由于乙每小时比甲多行**$(13\times3-9)$**千米的缘故. 所以这个时间应该为**

$$(45\times3-45)\div(13\times3-9)=3(\text{时});$$

解 2　设 x **时后甲剩下的路程是乙剩下路程的** 3 **倍. 依题意，得**

$$45-9x=3(45-13x).$$

解方程，得 $x=3$. **故知** 3 **时后甲剩下的路程是乙剩下路程的** 3 **倍.**

610. **用两台水泵抽水，小水泵抽** 6 **时，大水泵抽** 8 **时，一共抽水** 312 **米**^{3}. **小水泵** 5 **时的抽水量等于大水泵** 2 **时的抽水量. 问两种水泵每小时各抽水多少立方米？**

解 1　大水泵 2 **时的抽水量等于小水泵** 5 **时的抽水量，那么大水泵** 8 **时的抽水量等于小水泵**$[5\times(8\div2)]$**时的抽水量. 已知小水泵抽** 6 **时，大水泵抽** 8 **时，一共抽** 312 **米**^{3}**，这就是小水泵**$[6+5\times(8\div2)]$**时的抽水量. 因此小水泵每小时的抽水量为**

$$312\div[6+5\times(8\div2)]=12(\text{米}^3);$$

大水泵每小时的抽水量为

$$12\times5\div2=30(\text{米}^3);$$

解 2　设大水泵每小时抽水 x **米**^{3}. **依题意，得**

$$8x+6\times\frac{2}{5}x=312.$$

解方程，得 $x=30$，$\frac{2}{5}x=\frac{2}{5}\times30=12$. **故知大水泵每小时抽水** 30 **米**^{3}**，小水泵每小时抽水** 12 **米**^{3}.

611. **某工人从家里出发去上班. 以每分** 50 **米的速度走了** 2 **分后，发觉这样走下去就要迟到** 8 **分；于是他改用每分** 60 **米的速度前进，结果早到** 5 **分. 求这个工人上班的路程.**

解 1　按前一种走法，到上班时刻离工厂还有(50×8)**米. 按后一种走**

法，到工厂后如继续走下去，到上班时刻将超过工厂(60×5)米. 这个差距，即$(50\times8+60\times5)$米是走了 2 分后的速度相差$(60-50)$米而逐步形成的. 从$[(50\times8+60\times5)\div(60-50)]$可得到走了 2 分后离上班时刻还有几分，所以上班的路程为

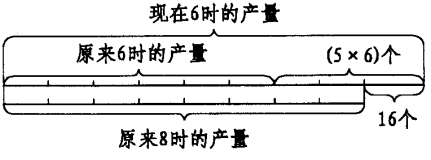
$$60\times[(50\times8+60\times5)\div(60-50)-5]+50\times2=4000(\text{米});$$

解 2 设上班的路程为 x 米. 依题意，得

$$\frac{x}{50}-\left(\frac{x-50\times2}{60}+2\right)=8+5,$$

解方程，得 $x=4000$. 故知这个工人上班的路程是 4000 米.

612. 一个车工 8 时完成生产定额，改进操作技术后，每小时比原来多生产零件 5 个，因此在 6 时内比全日定额多生产 16 个. 求这个车工改进技术后，每小时生产零件多少个？



解 1 如图所示，$(5\times6-16)$个相当于原来$(8-6)$时的产量，所以改进技术后每小时的产量为

$$(5\times6-16)\div(8-6)+5=12(\text{个});$$

解 2 设现在每小时生产零件 x 个. 依题意，得

$$6x-8(x-5)=16.$$

解方程，得 $x=12$. 故知现在每小时生产零件 12 个.

613. 某区中学生举行物理竞赛，整个竞赛分两轮进行，每一个参加竞赛的学生两轮比赛必须都参加. 第一轮及格的人数比不及格人数的 4 倍多 2 人，第二轮及格的人数增加了 22 人，正好是不及格人数的 6 倍. 问一共有多少人参加竞赛？

解 1 用 a 表示第一轮中的及格人数，b 表示第一轮中的不及格人数，因为第一轮中，及格的人数比不及格人数的 4 倍多 2 人，所以 $a=4b+2$，变形，得 $\frac{a-2}{4}=b$. 等式两边同减去 22，得 $\frac{a-2}{4}-22=b-22$. 式中的 $b-22$ 是第二轮中的不及格人数. 去分母得

$$a-2-22\times4=4(b-22). \qquad ①$$

根据题意，第二轮中

$$a+22=6(b-22). \qquad ②$$

②式减去①式，得　$22\times4+2+22=(6-4)(b-22)$，即 $b-22=(22\times4+2+22)\div(6-4)$. 上式表示第二轮比赛中不及格的人数为$[(22\times4+2+22)\div(6-4)]$人，所以参加竞赛的人数为：

$$(22\times4+2+22)\div(6-4)\times(6+1)=392(\text{人});$$

解 2　用列表法解.

	及　格	不及格　倍数	
第一轮	及格-2	不及格　4	①
第二轮	及格$+22$	(不及格-22)　6	②
由②转化为	及格$+22+22\times6$	不及格　6	③ 用拆开法、移位法达到标准量统一
③$-$①	$22+22\times6+2$	不及格　$(6-4)$	④ ∀不及格为标准量“1”

$(22+22\times6+2)\div(6-4)=78$(人)…不及格人数，

$78\times(1+4)+2=392$(人)…参加竞赛总人数；

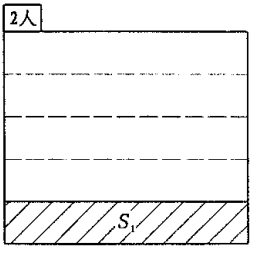
解 3　用面积法解.

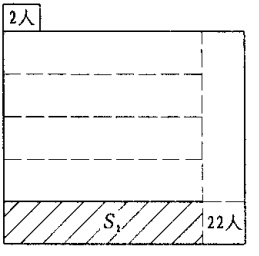
第一次竞赛：“及格的比不及格的 4 倍多 2 人”$\longrightarrow S_1$ 不及格的占(总数-2)人的五分之一.

第二次竞赛：“及格人数增加 22 人，正好是不及格人数的 6 倍”转化为 S_2，不及格的占总数的$(6+1)$分之一.

由图示，得　$(22+22\times4+2)$占总数的$(6+1)$分之二，即$(22+22\times4+2)\div2$ 是总数的七分之一.

所以，总数为　$(22+22\times4+2)\div2\times7=392$(人)；





解 4　设一共有 x 人参加竞赛，则第一轮比赛中不及格人数为$\frac{x-2}{4+1}$人，及格人数为$\left[\frac{4(x-2)}{4+1}+2\right]$人. 依题意，得

$$\frac{\frac{4(x-2)}{4+1}+2+22}{\frac{x-2}{4+1}-22}=6.$$

解方程，得　$x=392$. 故知有 392 人参加竞赛.

2. 分数、百分数应用题

(1) 加减法

614. 加工一批稻谷，第一台碾米机每小时加工这批稻谷的$\frac{1}{4}$，第二台碾米机每小时加工这批稻谷的$\frac{1}{6}$. 求两台碾米机 1 时一共可以加工这批稻谷的几分之几？

解　把两个分数合并起来，用加法计算. 所以　$\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{5}{12}$.

615. 我国森林面积约占全国总面积的$\frac{1}{10}$，草原面积约占全国总面积的$\frac{1}{5}$，求森林和草原共占全国总面积的几分之几？

解　$\frac{1}{10}+\frac{1}{5}=\frac{3}{10}$.

616. 有两条绳子，第一条长$\frac{4}{5}$米，第二条比第一条短$\frac{1}{5}$米，问第二条绳子长几米？

解　求比$\frac{4}{5}$少$\frac{1}{5}$的数，用减法计算. 所以，

$$\frac{4}{5}-\frac{1}{5}=\frac{3}{5}(\text{米}).$$

617. 地球绕太阳旋转的速度是每秒 29.8 千米，比火星的旋转速度多$5\frac{7}{10}$千米. 问火星绕太阳旋转的速度是每秒多少千米？

解　$29.8-5\frac{7}{10}=24.1(\text{千米})$.

618. 有一种新式炉灶，每天烧煤$\frac{7}{20}$吨，比旧式的节约$\frac{3}{20}$吨，旧式炉灶每天烧煤多少吨？

解　求比$\frac{7}{20}$多$\frac{3}{20}$的数，用加法计算. 所以，

$$\frac{7}{20}+\frac{3}{20}=\frac{1}{2}(\text{吨}).$$



619. 南京长江大桥建成以前，火车乘轮渡过长江，需用 $2\frac{1}{12}$ 时，现在从大桥上通过只用 $\frac{1}{4}$ 时. 问现在火车过江比乘轮渡节省多少时？

解　求 $2\frac{1}{12}$ 与 $\frac{1}{4}$ 相差多少，用减法计算. 所以，

$$2\frac{1}{12}-\frac{1}{4}=1\frac{5}{6}(\text{时}).$$

620. 地球表面积的 $\frac{71}{100}$ 是海洋，剩下的是陆地，求陆地占地球表面积的几分之几？

解　求剩余数，用减法计算. 以地球表面积为 1，减去海洋所占面积，就是陆地所占面积. 所以，

$$1-\frac{71}{100}=\frac{29}{100}.$$

621. 地球上热带面积约占全球面积的 $\frac{2}{5}$，温带面积约占全球面积的 $\frac{1}{2}$，其余是寒带，寒带面积约占全球面积的几分之几？

解　以地球总面积为“1”，减去热带、温带所占面积，就是寒带所占的面积. 所以

$$1-\frac{2}{5}-\frac{1}{2}=\frac{1}{10}.$$

622. 把 3 米长的一支竹竿插入池塘，露出水面部分长 $1\frac{1}{10}$ 米，在水中部分长 $1\frac{3}{10}$ 米，求在泥中部分长几米？

解　把竹竿的总长度，减去露出水面和在水中部分的长度，就是在泥土部分的长度. 所以

$$3-1\frac{1}{10}-1\frac{3}{10}=\frac{3}{5}(\text{米}).$$

623. 一条绳子长 9.7 米，第一次剪去 $2\frac{3}{8}$ 米，比第二次多剪去了 $\frac{1}{2}$ 米. 问剪两次后，还有几米？

解　先求出第二次剪去多少米，再从总米数中减去两次剪去的米数，就得剩余数. 所以

$$9.7-2\frac{3}{8}-\left(2\frac{3}{8}-\frac{1}{2}\right)=5.45(\text{米}).$$

624. 食堂有食盐 56 千克，吃去 47.45 千克，又买来 $51\frac{1}{2}$ 千克. 问现有食盐多少千克？

解　　$56-47.45+51\frac{1}{2}=60.05$(千克)

625. 一项水利工程，第一期完成了全工程的 $\frac{3}{8}$，第二期比第一期多完成了全工程的 $\frac{1}{8}$，求两期共完成全工程的几分之几？

解　$\frac{3}{8}+\left(\frac{3}{8}+\frac{1}{8}\right)=\frac{7}{8}$.

626. 红旗钢厂要用船运 240 吨煤. 第一船运了 $85\frac{1}{2}$ 吨，第二船运了 $90\frac{3}{4}$ 吨，还剩多少吨煤没有运？

解　$240-85\frac{1}{2}-90\frac{3}{4}=63\frac{3}{4}$(吨).

627. 一捆电线，安装电灯用了 $20\frac{3}{4}$ 米，比安装有线广播多用 $2\frac{1}{4}$ 米. 这捆电线在安装电灯和有线广播后还剩 $11\frac{1}{2}$ 米. 问这捆电线原有多少米？

解　$20\frac{3}{4}-2\frac{1}{4}+20\frac{3}{4}+11\frac{1}{2}=50\frac{3}{4}$(米).

(2) 乘法

628. 把一条绳子平均分成 9 段，每段长 $2\frac{2}{3}$ 米，求全绳长多少米？

解　用加法计算

$$2\frac{2}{3}+2\frac{2}{3}+2\frac{2}{3}+2\frac{2}{3}+2\frac{2}{3}+2\frac{2}{3}+2\frac{2}{3}+2\frac{2}{3}+2\frac{2}{3}$$
$$=24(\text{米}).$$

用乘法计算

$$2\frac{2}{3}\times 9=24(\text{米}).$$

【注意】 分数乘以整数，意义与整数乘法相同，是求几个相同加数的和的简便运算，$2\frac{2}{3}\times 9$ 即求 9 个 $2\frac{2}{3}$ 是多少.

629. 1 吨甜菜可以制出 $\frac{4}{25}$ 吨糖，问 125 吨甜菜可以制出多少吨糖？

解　$\frac{4}{25}\times 125=20$(吨).

630. 人民粮油店运到花生油 $1\frac{2}{5}$ 吨，运到的豆油是花生油的 $2\frac{1}{2}$ 倍，问运到的豆油是多少吨？



解　求一个数的 $2\frac{1}{2}$ 倍是多少，用乘法计算. 所以

$$1\frac{2}{5}\times 2\frac{1}{2}=3\frac{1}{2}(\text{吨}).$$

631. 要修一条 48 千米的高速公路，已经修了它的 $\frac{7}{10}$. 求修了多少千米？

解　求一个数的 $\frac{7}{10}$ 是多少，用乘法计算，所以

$$48\times\frac{7}{10}=33\frac{3}{5}(\text{千米}).$$

632. 一个机械化养鸡场去年养鸡 35000 只. 今年计划比去年增加 80%. 问今年将比去年增加多少只？

解　$35000\times 80\%=28000$(只).

633. 某工人向外地汇款 50 元，汇费按 1%计算，应付汇费多少元？

解　$50\times 1\%=0.5$(元).

634. 某种水稻种籽的发芽率是 92%，问 500 千克种籽发芽的有多少千克？如果每千克种籽按 32000 粒计算，可有多少棵种苗？

解　$500\times 92\%=460$(千克)，

$32000\times 460=14720000$(棵).

635. 一辆卡车 5 天用去 $24\frac{1}{2}$ 千克汽油的 $\frac{4}{7}$，平均每天用汽油多少千克？

解　$24\frac{1}{2}\times\frac{4}{7}\times\frac{1}{5}=2\frac{4}{5}$(千克).

636. 一块长方形铁板长 3 米，宽 $1\frac{1}{2}$ 米，截下它的 $\frac{2}{5}$，截下了多少平方米？

解　$3\times 1\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}=1\frac{4}{5}$(米^2).

637. 少先队员种了 4800 棵蓖麻，平均每棵收蓖麻籽 0.25 千克，蓖麻籽的出油率是 45%. 问他们收的蓖麻籽能为国家提供蓖麻油多少千克？

解　$0.25\times 4800\times 45\%=540$(千克).

(3) 除法

638. 光的速度为每秒 300000 千米. 光 1 秒钟通过的距离大约相当于

地球赤道的 $7\frac{1}{2}$ 倍. 求地球赤道大约有多少千米？

解 已知一个数的 $7\frac{1}{2}$ 倍是多少，求一倍数，用除法计算. 所以

$$300000 \div 7\frac{1}{2} = 40000(\text{千米}).$$

639. 北方一个城市夏季的一天，最高温度为 32 摄氏度，是这一天最低气温的 $1\frac{3}{5}$ 倍. 问这一天的最低温度是几摄氏度？

解 $32 \div 1\frac{3}{5} = 20(\text{摄氏度})$.

640. 张师傅 $\frac{3}{4}$ 时加工零件 42 个，求他每小时可以加工零件多少个？

解 已知一个数的 $\frac{3}{4}$ 是 42，求这个数，用除法计算. 所以，

$$42 \div \frac{3}{4} = 56(\text{个}).$$

641. 1 吨甜菜可以制出 $\frac{4}{25}$ 吨糖，问生产 120 吨糖，需要甜菜多少吨？

解 $120 \div \frac{4}{25} = 750(\text{吨})$.

642. 大豆的出油率是 16%，问要榨油 56 吨，需要大豆多少吨？

解 $56 \div 16\% = 350(\text{吨})$.

643. 鱼肝油丸浓的每瓶降价 $\frac{7}{22}$ 后，卖价比原来降低 0.35 元；淡的每瓶降价 $\frac{2}{11}$ 后，卖价比原来降低 0.10 元. 问这两种鱼肝油丸原价各是多少元？

解 $0.35 \div \frac{7}{22} = 1.10(\text{元})$…浓；

$0.10 \div \frac{2}{11} = 0.55(\text{元})$…淡.

644. 小明比小刚高 10 厘米，而小刚身高则比小明矮 $\frac{1}{15}$，两人身高各多少厘米？

解 $10 \div \frac{1}{15} = 150(\text{厘米})$…小明；

$150 - 10 = 140(\text{厘米})$…小刚.

645. 中国纺织厂第一车间有工人 450 人，比第二车间多 30 人. 第二车间的人数正好是全厂职工人数的 20%. 问这个工厂共有职工多少人？

解 $(450-30)\div 20\%=2100$(人).

646. 一辆车从甲城开往乙城,每小时行 42 千米,行驶 2.5 时的路程正好占全程的 75%.求甲城和乙城间的距离.

解 $42\times 2.5\div 75\%=140$(千米).

647. 一盒水果糖,连盒共重 500 克,如果吃去 $\frac{2}{5}$,剩下的糖连盒共重 340 克,求原有水果糖的重量?

解 $(500-340)\div\frac{2}{5}=400$(克).

648. 用一只木桶装小麦,桶和麦共重 $17\frac{3}{4}$千克.如果将麦子取出 $\frac{1}{3}$,连桶还重 $12\frac{1}{4}$千克.问桶中原来装有小麦多少千克?

解 $\left(17\frac{3}{4}-12\frac{1}{4}\right)\div\frac{1}{3}=16\frac{1}{2}$(千克).

649. 有一堆糖,分给幼儿园甲班的小朋友,如果每人分 6 粒,还少 12 粒;如果糖的总数增加 $\frac{1}{9}$,每人仍分 6 粒,则多出 6 粒.求(1)这堆糖有多少粒?(2)这个班上有多少个小朋友?

解 总数增加 $\frac{1}{9}$,则糖的粒数相差$(12+6)$粒,所以

(1) $(12+6)\div\frac{1}{9}=162$(粒);

(2) $(162+12)\div 6=29$(人)或$\left[162\times\left(1+\frac{1}{9}\right)-6\right]\div 6=29$(人).

650. 修路队修一条公路,第一天修 540 米,第二天比第一天多修 120 米,两天共修了全长的 20%,问这条公路有多长?

解 $(540\times 2+120)\div 20\%=6000$(米).

651. 有两桶油.甲桶比乙桶多 10 千克.如果从甲桶取出 25%,则甲桶反而比乙桶少 5 千克,求原来两桶各有油多少千克?

解 甲桶取出 25%,则油的重量相差$(10+5)$千克.所以

$(10+5)\div 25\%=60$(千克)…甲桶;

$60-10=50$(千克)…乙桶.

652. 甲骑自行车行 1 千米需 5 分,乙步行 $2\frac{1}{4}$千米需半小时,问甲骑自行车的速度是乙步行速度的几倍?

解 甲骑车的速度:

$$1\div\frac{5}{60}=12(\text{千米}/\text{时}),$$

乙步行的速度：

$$2\frac{1}{4}\div\frac{1}{2}=4\frac{1}{2}(\text{千米}/\text{时}).$$

求一个数是另一个数的几倍，用除法计算. 所以，甲骑车的速度是乙步行速度的 $12\div4\frac{1}{2}=2\frac{2}{3}$(倍).

综合算式为

$$\left(1\div\frac{5}{60}\right)\div\left(2\frac{1}{4}\div\frac{1}{2}\right)=2\frac{2}{3}(\text{倍}).$$

653. 化肥厂前月产化肥 4200 吨，上月产化肥 4900 吨，上月的产量是前月产量的几倍？

解　$4900\div4200=1\frac{1}{6}$(倍).

654. 小明的体重是 36 千克，比小红重 6 千克. 问小明的体重是小红的多少倍？

解　$36\div(36-6)=1\frac{1}{5}$(倍).

655. 一件工程，甲独做要 12 天完成，乙独做要 8 天完成，问乙的工作效率是甲工作效率的几倍？

解 1　设整个工程量为 1，则甲的工作效率为 $\frac{1}{12}$，乙的工作效率为 $\frac{1}{8}$，乙的工作效率是甲的 $\frac{1}{8}\div\frac{1}{12}=1\frac{1}{2}$(倍)；

解 2　设甲的工作效率为 1，则工作量为 1×12，乙的工作效率为 $\frac{1\times12}{8}$. 所以　$\frac{1\times12}{8}\div1=1\frac{1}{2}$(倍)；

解 3　设乙的工作效率为 1，则工作量为 1×8，甲的工作效率为 $\frac{1\times8}{12}$. 所以

$$1\div\frac{1\times8}{12}=1\frac{1}{2}(\text{倍}).$$

656. 仓库有水泥 240 吨，运走了 60 吨，运走的水泥是原有水泥的几分之几？是余下水泥的几分之几？余下的水泥是原有水泥的几分之几？

解　求一个数是另一个数的几分之几，用除法计算. 所以

运走的水泥是原有水泥的

$$\frac{60}{240}=\frac{1}{4};$$

运走的水泥是余下水泥的

$$\frac{60}{240-60}=\frac{1}{3};$$

余下的水泥是原有水泥的

$$\frac{240-60}{240}=\frac{3}{4}.$$

657. 一种收音机由 72 元一台降价到 30 元一台，降低了几分之几？原价是现在价格的几倍？

解　降低了$\frac{72-30}{72}=\frac{7}{12}$；

原价是现价的$\frac{72}{30}=2\frac{2}{5}$（倍）.

658. 甲数的$\frac{2}{3}$等于乙数的$\frac{3}{4}$. 甲数是乙数的几分之几？乙数是甲数的几分之几？

解　甲数是乙数的$\frac{3}{4}\div\frac{2}{3}=\frac{9}{8}$；

乙数是甲数的$\frac{2}{3}\div\frac{3}{4}=\frac{8}{9}$.

659. 五年级学生 180 人，达到《国家体育锻炼标准》的有 108 人，达标人数占五年级学生人数的百分之几？

解　求一个数是另一个数的百分之几，用除法计算. 计算时，一般先求出小数，再化成百分数. 所以，

$$\frac{108}{180}=0.6=60\%.$$

660. 实验小学三(1)班有男同学 22 人，女同学 28 人，问男同学和女同学各占全班人数的百分之几？

解　$\frac{22}{22+28}=0.44=44\%$…男生；

$\frac{28}{22+28}=0.56=56\%$…女生.

661. 某校入学考试，报考学生 1000 人，其中女生 100 人. 若男女生各录取 45 人，则男、女生录取名额各占其报考人数的百分之几？又女生报考人数是男生报考人数的百分之几？

解　男生录取名额占报考人数的

$$\frac{45}{1000-100}=\frac{1}{20}=5\%;$$

女生录取名额占报考人数的

$$\frac{45}{100}=45\%;$$

女生报考人数是男生报考人数的

$$\frac{100}{1000-100}=\frac{1}{9}\approx 11.1\%.$$

662. 少先队员制作飞机模型，一中队制作 5 架，二中队制作 4 架. 问一中队比二中队多百分之几？二中队比一中队少百分之几？

解　一中队比二中队多

$$(5-4)\div 4=25\%;$$

二中队比一中队少

$$(5-4)\div 5=20\%.$$

663. 一公顷森林每天可以吸收 1000 千克二氧化碳，放出 730 千克氧气. 求吸收的二氧化碳比放出的氧气多几分之几？

解　$(1000-730)\div 730=\frac{27}{73}$.

664. 我国 960 万平方公里的国土中 12% 是平原，其中最大的东北平原面积是 35 万平方公里. 问东北平原占全国平原总面积的几分之几？

解　$\frac{35}{960\times 12\%}=\frac{175}{576}$.

665. 一昼夜已经过去了 $\frac{3}{4}$，余下的时间较过去的时间少几分之几？

解　把一昼夜时间看作“1”，过去 $\frac{3}{4}$，余下 $\left(1-\frac{3}{4}\right)$，余下的时间较过去的时间少

$$\frac{\frac{3}{4}-\left(1-\frac{3}{4}\right)}{\frac{3}{4}}=\frac{2}{3}.$$

666. 妹妹的年龄比姐姐小 $\frac{1}{11}$，那么姐姐的年龄比妹妹大几分之几？

解　把姐姐的年龄看作“1”，那么妹妹的年龄是姐姐的 $1-\frac{1}{11}=\frac{10}{11}$.

姐姐的年龄比妹妹大 $\frac{\frac{1}{11}}{\frac{10}{11}}=\frac{1}{10}$.

667. 由水结成冰，体积增加了$\frac{1}{11}$；问当冰融化成水时，减少了冰的体积的几分之几？



解1　把水的体积看作“1”，那么冰的体积应是$\left(1+\frac{1}{11}\right)=\frac{12}{11}$. 当冰融化成水时，减少了冰的体积的$\frac{\frac{12}{11}-1}{\frac{12}{11}}=\frac{1}{12}$. 综合算式为

$$\frac{1+\frac{1}{11}-1}{1+\frac{1}{11}}=\frac{1}{12};$$

解2　冰的体积＝水的体积×$\left(1+\frac{1}{11}\right)$，

水的体积＝冰的体积÷$\left(1+\frac{1}{11}\right)$

＝冰的体积×$\frac{11}{12}$

＝冰的体积×$\left(1-\frac{1}{12}\right)$.

所以冰融化成水，减少了冰的体积的$\frac{1}{12}$；

解3　水结成冰，体积增加了$\frac{1}{11}$. 假定水的体积为11份，结成冰后，体积增加1份，冰的体积就是12份. 冰融化成水，体积减少1份，占冰体积(12份)的$\frac{1}{12}$，所以冰融化成水体积减少$\frac{1}{12}$.

668. 我国1978年产钢3163万吨，1979年产钢3448万吨. 问1979年比1978年增产百分之几？(百分号前面保留整数)

解　(3448－3163)÷3163≈0.090＝9%.

669. 修建一座化肥厂实际投资28.8万元，比原计划节约了7.2万元，求节约了百分之几？

解　$\frac{7.2}{28.8+7.2}=20\%$.

670. 黄河皮鞋厂六月份计划生产皮鞋2000双，上旬生产了850双，中旬生产了750双，问还剩下全月计划的百分之几没有完成？

解　(2000－850－750)÷2000＝20%.

671. 修路队修一条公路，已修4.8千米，还剩$5\frac{1}{5}$千米没有修. 求修了

全长的百分之几？

解 $4.8\div\left(4.8+5\frac{1}{5}\right)=48\%$.

672. 一项工程，甲工作 7 日可以完成全工程的$\frac{1}{3}$，乙工作 8 日可以完成全工程的$\frac{3}{4}$. 问甲的工作效率是乙的百分之几？

解 $\left(\frac{1}{3}\div7\right)\div\left(\frac{3}{4}\div8\right)\approx0.508=50.8\%$.

673. 一个人原来 4 天完成一件工作，现在只要 3 天就可以完成. 问他的工作效率现在比原来提高了百分之几？

解 $\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)\div\frac{1}{4}\approx33.3\%$.

674. 小明看一本 120 页的书，如果再看 8 页，那么看过的页数就相当于这本书的$\frac{2}{5}$. 问小明看过的页数占这本书的几分之几？

解 $\frac{120\times\frac{2}{5}-8}{120}=\frac{1}{3}$.

675. 红光衬衫厂四月份生产衬衫 4 万件，五月份计划比四月份增产 4%，结果实际生产数比计划数多 1400 件. 问这家工厂五月份的实际生产量比四月份增产百分之几？

解 $\frac{40000\times4\%+1400}{40000}=7.5\%$.

676. 一个机器厂去年原计划生产 2400 台机器，结果上半年生产了 1350 台，下半年比上半年多生产 180 台，问全年产量超过原计划百分之几？

解 $\frac{1350\times2+180-2400}{2400}=20\%$.

677. 某工厂两个小组按计划每月共生产零件 680 个，结果第一小组超额完成本组计划的 20%，第二小组比本组计划多生产零件 54 个，这样两个小组一共比原计划多生产零件 118 个. 问第二小组比本组计划超额百分之几？

解 第一小组超额$(118-54)$个，第一小组计划生产$[(118-54)\div20\%]$个. 所以第二小组比本组计划超额

$$\frac{54}{680-(118-54)\div20\%}=15\%.$$

678. 要把 50 吨水泥运往某工地，用 5 辆载重量 3.5 吨的汽车运了 2 次. 问剩下的水泥占总数的百分之几？



解 $\dfrac{50-3.5\times5\times2}{50}=30\%$.

679. 生产一批零件，原计划 5 天完成，由于改进技术，实际上比原计划提前 1 天完成，问改进技术后工作效率提高百分之几？

解 $\dfrac{\dfrac{1}{5-1}-\dfrac{1}{5}}{\dfrac{1}{5}}=25\%$.

680. 把含糖量 65% 的糖水 210 克和含糖量 45% 的糖水 290 克混合后，得到的糖水含糖量为百分之几？

解 $\dfrac{210\times65\%+290\times45\%}{210+290}=53.4\%$.

681. 甲库存粮 250 吨，乙库存粮 180 吨. 问甲库拿出它的百分之几给乙库，可以使两库存粮的吨数相等？

解 $\dfrac{(250-180)\div2}{250}=14\%$.

682. 某厂生产的红宝石实行降价. 一级品由原来的每千克 1100 元降到 490 元；二级品由每千克 850 元降到 390 元；三级品由每千克 650 元降到 190 元. 问哪个级别的产品降价的百分比最大？

解 一级品降价 $\dfrac{1100-490}{1100}\approx55.5\%$；

二级品降价 $\dfrac{850-390}{850}\approx54.1\%$；

三级品降价 $\dfrac{650-190}{650}\approx70.8\%$.

所以三级品降价的百分比最大.

683. 有大小两桶盐水，大桶装 30 千克盐水，其中含有 10% 的盐；小桶的盐水含有 2 千克盐，占小桶盐水重量的 8%，若把两桶盐水混合在一起，混合后盐水中的盐占有百分之几？(百分数前面保留一位小数)

解 $\dfrac{30\times10\%+2}{30+2\div8\%}\approx9.1\%$.

684. 含盐 70% 的盐水 2 千克和含盐 60% 的盐水 3 千克混合后的浓度是多少？要使其浓度为 32%，应加水多少千克？

解 混合后的浓度为

$$\frac{2\times70\%+3\times60\%}{2+3}=64\%.$$

加水以后，盐水的重量是(2+3+水的千克数)，其中含盐(2+3+水的千克数)×32%. 由于加的是水，含的盐仍是(2×70%+3×60%)千克. 于是

(2+3+水的千克数)×32%=2×70%+3×60%.

所以应加水

$(2\times70\%+3\times60\%-2\times32\%-3\times32\%)\div32\%=5$(千克).

应加的水还可通过以下的分析得到：

因为加的是水，因此稀释后的盐水所含的盐仍是$(2\times70\%+3\times60\%)$千克. 即在算式

$$\frac{2\times70\%+3\times60\%}{2+3}=64\%$$

中分子不变. 现在浓度从64%变为32%，即算式中的分数值缩小了2倍. 在分数中分子不变，要使分数值缩小2倍，则分母必须扩大2倍，即分母应变为$(2+3)\times2=10$. 因此求得应加的水是$10-(2+3)=5$(千克).

685. 某县种子推广站用300粒玉米种子做发芽试验，结果发芽的种子有288粒，求发芽率.

解

$$\text{发芽率}=\frac{\text{发芽种子数}}{\text{种子总数}}\times100\%.$$

$$\frac{288}{300}\times100\%=96\%.$$

686. 一个面粉厂用40000千克小麦磨出面粉34000千克，求小麦的出粉率.

解 $\text{出粉率}=\frac{\text{面粉斤数}}{\text{小麦斤数}}\times100\%$.

$$\frac{34000}{40000}\times100\%=85\%.$$

687. 光明配件厂一车间日产零件2100个，合格的产品达2058个，求合格率.

解

$$\text{合格率}=\frac{\text{合格的产品数}}{\text{产品总数}}\times100\%.$$

$$\frac{2058}{2100}\times100\%=98\%.$$

688. 一个村有劳动力75人，有一天出勤72人，计算这一天的出勤率.

解

$$\text{出勤率}=\frac{\text{实际出勤人数}}{\text{应出勤人数}}\times100\%.$$

$$\frac{72}{75}\times100\%=96\%.$$

689. 取稻种 180 粒，做发芽试验，三天以后，发芽的种子有 110 粒. 七天以后，发芽的种子有 165 粒. 求这批稻种的发芽势和发芽率.



解　农作物种子发芽常常是初期（三至四天）比较集中. 初期集中的发芽率叫做发芽势.

发芽势：$\frac{110}{180}\times 100\%\approx 61\%$；

发芽率：$\frac{165}{180}\times 100\%\approx 92\%$.

690. 红星小学六年级有学生 118 人，达到国家体锻标准的有 77 人，求达标率.

解

$$\text{达标率}=\frac{\text{达到体锻标准的人数}}{\text{总人数}}\times 100\%.$$

$$\frac{77}{118}\times 100\%\approx 65.3\%.$$

691. 一次战斗中，三连的大炮共打炮弹 862 发，打中目标的是 753 发，求命中率.

解

$$\text{命中率}=\frac{\text{中标炮弹数}}{\text{发射炮弹数}}\times 100\%.$$

$$\frac{753}{862}\times 100\%\approx 87.4\%.$$

692. 取小麦 500 克，烘干后，还有 428 克. 计算这种小麦的烘干率和含水率.

解

$$\text{烘干率}=\frac{\text{烘干后的重量}}{\text{烘干前的重量}}\times 100\%$$

$$\frac{428}{500}\times 100\%=85.6\%;$$

$$\text{含水率}=\frac{\text{烘干前的重量}-\text{烘干后的重量}}{\text{烘干前的重量}}\times 100\%$$

$$\frac{500-428}{500}\times 100\%=14.4\%.$$

693. 长征农场有耕地 16000 公顷，去年全年播种三麦 8500 公顷，蚕豆 1200 公顷，油菜 1000 公顷，紫云英 1500 公顷，水稻 8400 公顷，棉花 3500 公顷，大豆 2000 公顷，蔬菜瓜类 2900 公顷，求这个农场去年土地的复种指数.

解　$\text{复种指数}=\frac{\text{全年的播种面积}}{\text{耕地面积}}\times 100\%$.

$$\frac{8500+1200+1000+1500+8400+3500+2000+2900}{16000}\times 100\%$$

$\approx 181.3\%$.

694. 红星小学有学生 850 名，上学期有 42 名同学患近视眼，求近视率. 经过采取防近措施，本学期患近视的同学下降到 30 名. 问本学期的近视率比上学期的近视率下降百分之几？

解　上学期的近视率

$$\frac{42}{850}\times 100\% \approx 4.9\%.$$

本学期的近视率比上学期的近视率下降

$$\frac{42-30}{850}\times 100\% \approx 1.4\%.$$

695. 第四职工业余中学高中数学班开班初有学员 50 名，经过一年学习，参加结业考试的有 45 名，考试合格，领到结业证书的有 42 名. 求这个班的巩固率和结业率.

解　$\text{巩固率}=\dfrac{\text{参加结业考试人数}}{\text{开班初的人数}}\times 100\%$.

$$\frac{45}{50}\times 100\% = 90\%.$$

$\text{结业率}=\dfrac{\text{考试及格人数}}{\text{参加结业考试人数}}\times 100\%$.

$$\frac{42}{45}\times 100\% \approx 93.3\%.$$

696. 某区去年查处经济犯罪案件 82 件，到年底结案处理的是 54 件. 求结案率.

解　$\dfrac{54}{82}\times 100\%\approx 65.9\%$.

697. 某县原有人口 451000 人，1984 年出生 6765 人，死亡 2976 人. 求这个县 1984 年的出生率、死亡率和自然增长率.

解　$\text{出生率}=\dfrac{\text{出生人数}}{\text{人口总数}}\times 1000‰$，

$$\frac{6765}{451000}\times 1000‰ = 15‰;$$

$\text{死亡率}=\dfrac{\text{死亡人数}}{\text{人口总数}}\times 1000‰$，

$$\frac{2976}{451000}\times 1000‰ \approx 6.6‰;$$

自然增长率＝出生率－死亡率，

$$15‰ - 6.6‰ = 8.4‰.$$

【注意】 出生率、死亡率、自然增长率通常用千分数表示.



698. 有房子一所，价值 60000 元，按它的$\frac{2}{3}$保险，每年出保险费 384 元，求保险率.

解 保险率$=\frac{\text{保险费}}{\text{保险金}}\times 100\%$，

$$\frac{384}{60000\times\frac{2}{3}}\times 100\% = 0.96\%.$$

699. 250 名学生参加数学竞赛，其中 40% 是女生. 女生的及格率是 60%，男生的及格率是 74%. 求这次竞赛的及格率.

解 及格的女生数：

$$250\times 40\%\times 60\% = 60(\text{名});$$

及格的男生数：

$$(250 - 250\times 40\%)\times 74\% = 111(\text{名});$$

及格率$=\frac{\text{及格人数}}{\text{参加考试人数}}\times 100\%$，

$$\frac{60+111}{250}\times 100\% = 68.4\%.$$

700. 光明配件厂生产一批配件，经检验不合格产品有 42 个，合格产品是不合格产品的 49 倍. 求这批配件的合格率.

解 $\frac{42\times 49}{42+42\times 49}\times 100\% = 98\%$.

也可以这样分析：因为合格产品是不合格产品的 49 倍，所以合格产品占产品总数的$\frac{49}{49+1}$，即$\frac{49}{50}$，化成百分数得合格率为 98%.

(4) 较复杂的应用题

① 只乘一次的

701. 物体在月球上的重量等于地球上重量的$\frac{1}{6}$，如果一个物体在地球上是 138 千克，在月球上的重量比地球上轻多少千克？

解 设物体在地球上的重量为“1”，那么在月球上的重量比地球上的重量轻$\left(1-\frac{1}{6}\right)$.

$$138\times\left(1-\frac{1}{6}\right) = 115(\text{千克}).$$

702. 某化肥厂五月份计划生产化肥 750 吨，实际产量超过计划 20%，

问实际生产了多少吨？

解　设五月份计划产量为“1”，那么实际产量是计划产量的(1＋20％).

$$750\times(1+20\%)=900(\text{吨}).$$

703. 市一医院六月份烧煤 25 吨，七月份烧的煤是六月份的 85％，求两个月共烧煤多少吨？

解　设六月份烧煤量为“1”，那么七月份烧煤量为 85％，两个月烧煤量为六月份的(1＋85％).

$$25\times(1+85\%)=46.25(\text{吨}).$$

704. 建筑一座化肥厂，原计划投资 36 万元，实际投资只相当于原计划的 80％，求比原计划节约多少万元？

解　$36\times(1-80\%)=7.2$(万元).

705. 一个农具厂生产一种机器所用的工时，比原来减少了 25％. 原来用 104 个工时，现在用多少个工时？

解　$104\times(1-25\%)=78$(个工时).

706. 从邮电局汇款到北京，汇率为 1％. 现在要汇款 280 元，那么连汇费共需付款多少元？

解　汇款×汇率＝汇费；

汇款×(1＋汇率)＝汇款与汇费的总额.

∴　$280\times(1+1\%)=282.8$(元).

707. 仓库里原有化肥 7200 千克，取出$\frac{3}{4}$，还剩多少千克？

解　$7200\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=1800$(千克).

708. 地球表面积大约是 5.1 亿平方公里，陆地面积占 29％，其余是海洋. 问海洋的面积是多少平方公里？

解　$5.1\times(1-29\%)=3.621$(亿平方公里).

709. 红星化肥厂第一天生产化肥 20.5 吨，第二天比第一天多生产$3\frac{1}{2}$吨，第三天比第二天多生产$\frac{1}{8}$. 问第三天生产化肥多少吨？

解　$\left(20.5+3\frac{1}{2}\right)\times\left(1+\frac{1}{8}\right)=27$(吨).

710. 筑路队修筑一段长$\frac{4}{5}$千米的公路，第一天修了它的$\frac{2}{5}$，第二天修了$\frac{2}{5}$千米. 问这段公路还有几千米没修？

解　$\frac{4}{5}\times\left(1-\frac{2}{5}\right)-\frac{2}{5}=\frac{2}{25}$(千米).

711. 某棉花种植专业户去年种棉花 4 公顷，平均每公顷产籽棉 2100 千克. 今年棉花的种植面积和去年相同，但每公顷产量比去年增产一成，今年籽棉的总产量是多少千克？



解　$2100\times(1+10\%)\times4=9240$(千克).

712. 东风农具厂计划一个月生产小农具 2000 件，由于加强了科学管理，上半月已完成 1200 件. 如果要求全月的实际产量超过计划 30%，下半月还要生产多少件？

解　$2000\times(1+30\%)-1200=1400$(件).

713. 育才小学三年级参加科技小组的有 35 人，是四年级参加人数的 $\frac{5}{6}$，五年级参加科技小组的人数比三年级多 40%. 问这三个年级参加科技小组的学生共有多少人？

解　$35+35\div\frac{5}{6}+35\times(1+40\%)=126$(人).

714. 绿叶服装厂计划一个月生产汗衫 40000 件，结果上半月完成 $\frac{5}{8}$. 如果下半月完成的与上半月同样多，这个月可以比原计划多生产多少件？

解 1　$40000\times\left(\frac{5}{8}\times2-1\right)=10000$(件)；

解 2　设这个月可比原计划多生产 x 件. 依题意，得

$$40000+x=40000\times\frac{5}{8}\times2.$$

解方程，得　$x=10000$.

所以，这个月可比原计划多生产 10000 件.

715. 一个收购站计划收购中草药 1500 千克，第一次完成收购计划的 55%，第二次完成收购计划的 60%. 问实际收购中草药比计划多多少千克？

解　$1500\times(55\%+60\%-1)=225$(千克).

716. 果园里有苹果树和梨树共 260 棵，其中苹果树占 $\frac{8}{13}$，梨树比苹果树少多少棵？

解　$260\times\left[\frac{8}{13}-\left(1-\frac{8}{13}\right)\right]=60$(棵).

717. 一个长方形，长 9.8 分米，宽是长的 $\frac{5}{7}$，周长是多少？

解　$9.8\times\left(1+\frac{5}{7}\right)\times2=33.6$(分米).

718. 有一堆煤共 40 吨，第一次用去其中的 25%，第二次用去其中的 20%. 问第二次比第一次少用多少吨？

解 $40\times(25\%-20\%)=2$(**吨**).

719. **零售商店运来两筐苹果，第一筐重** 53.5 **千克，第二筐重** 42.5 **千克，仅半天时间就卖出了总数的**$\frac{11}{12}$**，还剩下多少千克？**

解 $(53.5+42.5)\times\left(1-\frac{11}{12}\right)=8$(**千克**).

720. **光明电镀厂五月份用电** 25000 **千瓦·时，六月份比五月份节约** 10%**. 求两个月共用电多少千瓦·时？**

解 1 $25000+25000\times(1-10\%)=47500$(**千瓦·时**)；

解 2 $25000\times[1+(1-10\%)]=47500$(**千瓦·时**).

721. **甲、乙两队合修一条** 4800 **米长的公路，甲队修了全路的**$\frac{7}{12}$**，求乙队比甲队少修几米？**

解 $4800\times\left[\frac{7}{12}-\left(1-\frac{7}{12}\right)\right]=800$(**米**).

722. **永久自行车厂共有工人** 1312 **名，其中**$\frac{3}{8}$**是女工，女工比男工少多少人？**

解 $1312\times\left(1-\frac{3}{8}-\frac{3}{8}\right)=328$(**人**).

723. **运输队运送** 60000 **块砖到某建筑工地，第一队运** 25%**，第二队运**$\frac{2}{5}$**，其余的由第三队运. 问第三队要运多少块？**

解 $60000\times\left(1-25\%-\frac{2}{5}\right)=21000$(**块**).

724. **姐弟两人共储蓄** 315 **元，姐姐储蓄的钱数占两人储蓄总额的**$\frac{4}{7}$**. 后来姐姐因有急事取出部分存款后，她的钱数只占两人原来储蓄总额的**$\frac{5}{14}$**. 问这时姐弟两人储蓄总数是多少元？**

解 **弟弟存款数占两人总额的**$\left(1-\frac{4}{7}\right)$**，姐姐取出部分存款后，两人这时的存款数占原来总数的** $1-\frac{4}{7}+\frac{5}{14}$**，所以两人这时还有的存款数为**

$$315\times\left(1-\frac{4}{7}+\frac{5}{14}\right)=247.50\text{(元)}.$$

725. **炼铁厂六月份计划炼铁** 1200 **吨，上旬炼了计划数的**$\frac{2}{5}$**，中旬比上**



旬多炼了计划数的$\frac{1}{20}$，问下旬还要炼多少吨铁才能完成计划？

解 $1200\times\left[1-\frac{2}{5}-\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{20}\right)\right]=180$(**吨**).

726. **某采煤队去年采煤** 64000 **吨，今年的采煤量比去年增加** 10% **，这个采煤队去年和今年一共采煤多少吨？**

解 $64000\times[1+(1+10\%)]=134400$(**吨**).

727. **蔬菜站运来两车萝卜，第一车重** 1750 **千克，第一车萝卜的$\frac{1}{7}$等于第二车萝卜的$\frac{1}{5}$，如果把这两车萝卜分装在** 125 **个筐里，平均每筐装多少千克？**

解 **第二车萝卜等于第一车萝卜的**$\left(\frac{1}{7}\div\frac{1}{5}\right)$.

$$1750\times\left(1+\frac{1}{7}\div\frac{1}{5}\right)\div 125=24(\text{千克}).$$

728. **仓库里有一批化肥，第一次取出** 300 **千克，第二次比第一次多取出** 12.5% **，第三次比第二次少取$\frac{1}{15}$，三次所取化肥正好是总数的** 5% **. 问这批化肥有多少吨？**

解 $300\times(1+12.5\%)=337.5$(**千克**)，

$$337.5\times\left(1-\frac{1}{15}\right)=315(\text{千克}),$$

$$(300+337.5+315)\div 5\%=19050(\text{千克}).$$

综合算式：

$$\left[300+300\times(1+12.5\%)+300\times(1+12.5\%)\times\left(1-\frac{1}{15}\right)\right]\div 5\%$$
$$=19050(\text{千克})=19.05(\text{吨}).$$

729. **修一条水渠，第一天修了** $5\frac{1}{2}$ **米，第二天比第一天多修$\frac{1}{5}$. 第三天修的是第一天的** $1\frac{3}{4}$ **倍. 问三天共修多少米？**

解 $5\frac{1}{2}\times\left[1+\left(1+\frac{1}{5}\right)+1\frac{3}{4}\right]=21\frac{29}{40}$(**米**).

730. **把一根长** 6 **米的竹竿插入池里，$\frac{1}{4}$露出水面，$\frac{2}{15}$插在泥里. 问池水深多少米？**

解 $6\times\left(1-\frac{1}{4}-\frac{2}{15}\right)=3\frac{7}{10}$(**米**).

731. 两个筑路队，第一队有 120 人，把第一队人数的 20% 调入第二队，则第二队人数的 $\frac{2}{3}$ 正好是第一队人数的 $\frac{3}{4}$. 原来第二队比第一队少多少人？

解 1 设第一队原有人数为“1”，则第一队现有人数为 $1-20\%$，于是可得 $(1-20\%)\times\frac{3}{4}\div\frac{2}{3}$ 为第二队现有人数，$(1-20\%)\times\frac{3}{4}\div\frac{2}{3}-20\%$ 为第二队原有人数. 因此，原来第二队比第一队少

$$120\times\left\{1-\left[(1-20\%)\times\frac{3}{4}\div\frac{2}{3}-20\%\right]\right\}=36(\text{人});$$

解 2 从第一队调入第二队的人数为 $120\times20\%=24$(人)，那么，第二队现有人数为 $(120-24)\times\frac{3}{4}\div\frac{2}{3}=108$(人)，原有人数应为 $108-24=84$(人)，比第一队少 $120-84=36$(人).

综合算式为

$$120-\left[120\times(1-20\%)\times\frac{3}{4}\div\frac{2}{3}-120\times20\%\right]=36(\text{人}).$$

732. 张明读一本 135 页的书，第一天读了全书的 $\frac{4}{15}$，第二天读了余下的 $\frac{4}{9}$. 问他两天所读的页数比剩下的多几页？

解 第二天读了余下的 $\frac{4}{9}$，就是这本书的 $\left[\left(1-\frac{4}{15}\right)\times\frac{4}{9}\right]$. 最后剩下这本书的 $\left[1-\frac{4}{15}-\left(1-\frac{4}{15}\right)\times\frac{4}{9}\right]$.

$$135\times\left\{\frac{4}{15}+\left(1-\frac{4}{15}\right)\times\frac{4}{9}-\left[1-\frac{4}{15}-\left(1-\frac{4}{15}\right)\times\frac{4}{9}\right]\right\}=25(\text{页}).$$

733. 书架上有三层书，第一层放 125 本书，第二层比第一层多 $\frac{1}{5}$，第三层又比第二层多 $\frac{1}{5}$. 问这个书架共有书多少本？

解 $125\times\left[1+\left(1+\frac{1}{5}\right)+\left(1+\frac{1}{5}\right)\times\left(1+\frac{1}{5}\right)\right]=455$(本).

② 只除一次的

734. 果园里有梨树 168 棵，梨树比苹果树多 $\frac{1}{7}$，求苹果树有几棵？

解 1 设苹果树的棵数为“1”，则梨树棵数为它的 $\left(1+\frac{1}{7}\right)$. 已知苹果



树棵数的$\left(1+\frac{1}{7}\right)$是168棵，求苹果树的棵数，用除法计算．所以

$$168\div\left(1+\frac{1}{7}\right)=147(\text{棵})；$$

解2 设苹果树有x棵．依题意，得

$$x\times\left(1+\frac{1}{7}\right)=168.$$

解方程，得 $x=147$．所以苹果树有147棵．

735. 一个工厂由于采用了新工艺，现在每件产品的成本是37.40元，比原来降低了15%．求原来每件成本是多少元？

解1 设原来每件产品的成本为“1”，则现在每件成本是它的(1－15%)．已知原来成本的(1－15%)是37.40元，求原来成本，用除法计算．所以

$$37.40\div(1-15\%)=44(\text{元})；$$

解2 设原来每件成本是x元．依题意，得

$$x\times(1-15\%)=37.40.$$

解方程，得 $x=44$．所以原来每件成本是44元．

736. 某农业科学研究所今年小麦的播种面积是25.92公顷，比去年增加了8%．问去年小麦的播种面积是多少公顷？

解1 $25.92\div(1+8\%)=24(\text{公顷})$．

解2 设去年播种小麦x公顷．依题意，得

$$x\times(1+8\%)=25.92.$$

解方程，得 $x=24$．

所以去年小麦的播种面积是24公顷．

737. 一个工人制造机器零件，半天完成了定额的60%，再做12个就完成全天任务．问这个工人的全天定额是多少？

解1 $12\div(1-60\%)=30(\text{个})$．

解2 设这个工人的全天定额是x个零件．依题意，得

$$x\times(1-60\%)=12.$$

解方程，得 $x=30$．

所以这个工人全天的定额是30个零件．

738. 荷花池农场种甘蔗90公顷，比花生少种$\frac{1}{4}$，求种花生多少公顷？

解 $90\div\left(1-\frac{1}{4}\right)=120$(**公顷**).

739. **一辆汽车从甲地开往乙地,已行全程的**$\frac{3}{8}$**,还离乙地** 105 **千米. 问甲、乙两地之间的公路长多少千米?**

解 $105\div\left(1-\frac{3}{8}\right)=168$(**千米**).

740. **一本书共** 480 **页,已经看过的页数是剩下页数的**$\frac{2}{3}$**,还剩下多少页没看?**

解 1 **设剩下的页数为"1",已经看过的是它的**$\frac{2}{3}$**,总页数** 480 **相当于剩下页数的**$\left(1+\frac{2}{3}\right)$**. 所以**

$$480\div\left(1+\frac{2}{3}\right)=288(\text{页});$$

解 2 **设剩下** x **页没有看. 依题意,得**

$$x+\frac{2}{3}x=480.$$

解方程,得 $x=288$.

所以还剩 288 **页没有看.**

741. **东光化肥厂三月份生产的化肥量是四月份生产化肥量的** 40%**. 问四月份比三月份多生产** 120 **吨,四月份生产化肥多少吨?**

解 1 **设四月份生产的化肥量为"1",那么三月份生产的是它的** 40%**,差额** 120 **吨相当于四月份生产的**(1−40%)**. 所以**

$$120\div(1-40\%)=200(\text{吨});$$

解 2 **设四月份生产化肥** x **吨. 依题意,得**

$$x-40\%x=120.$$

解方程,得 $x=200$.

所以四月份生产化肥 200 **吨.**

742. **一个等于**$\frac{5}{7}$**的分数,它的分母与分子的和是** 108**,求这个分数.**

解 1 **设分数的分母为"1",则分子为**$\frac{5}{7}$**,**108 **是分母的**$\left(1+\frac{5}{7}\right)$.

$$108\div\left(1+\frac{5}{7}\right)=63,$$

$63\times\frac{5}{7}=45$，所以这个分数是$\frac{45}{63}$；



解2 设分数的分子为x，则分母为$108-x$. 依题意，得

$$\frac{x}{108-x}=\frac{5}{7}.$$

解方程，得 $x=45$，$108-x=108-45=63$.

故知所求分数为$\frac{45}{63}$；

解3 分子与分母的比是$5:7$，按比例分配，得

$$108\times\frac{5}{5+7}=45,$$

$$108\times\frac{7}{5+7}=63.$$

故知所求分数为$\frac{45}{63}$.

743. 批发部运来一批水果，其中梨子比苹果多$\frac{2}{5}$，甘蔗比苹果少20%，已知甘蔗为360千克，问苹果和梨子各有多少千克？

解 $360\div(1-20\%)=450$(千克)…苹果；

$450\times\left(1+\frac{2}{5}\right)=630$(千克)…梨子.

744. 代人卖出货物，照卖价扣去佣金5%，而卖主得款169.48元，问卖价是多少？佣金是多少？

解 设卖价为“1”，则169.48元相当于卖价的$(1-5\%)$，所以卖价为

$$169.48\div(1-5\%)=178.40(\text{元});$$

佣金为

$$178.40\times5\%=8.92(\text{元}).$$

745. 某种货品从国外进口，按照货价的75%向海关纳税. 现在该货连税共8750元，则该货的原价值是多少元？

解 根据货价×税率＝税金，货价×(1＋税率)＝总价. 所以，货价＝总价÷(1＋税率).

$$8750\div(1+75\%)=5000(\text{元}).$$

746. 甲、乙、丙三人合作加工一批零件. 甲加工的零件占总数的30%，乙加工了270个，丙加工的零件占总数的25%. 问三个人共加工零件多少个？

解1 $270\div(1-30\%-25\%)=600$(个)；

解2 设三人共加工零件x个. 依题意，得

$$30\%x+270+25\%x=x.$$

解方程，得 $x=600$.

所以三个人共加工零件 600 **个.**

747. **一袋水泥，用去** $\frac{2}{5}$，**剩下的部分比用去的部分多** 10 **千克，求这袋水泥重多少千克？**

解 $$10\div\left(1-\frac{2}{5}-\frac{2}{5}\right)=50(\text{千克}).$$

748. **某建筑工地有水泥若干袋，第一次用去总数的** $\frac{1}{5}$，**第二次用去总数的** $\frac{1}{4}$，**还剩** 165 **袋. 问工地原有水泥多少袋？**

解 $165\div\left(1-\frac{1}{5}-\frac{1}{4}\right)=300(\text{袋})$.

749. **五年级学生去夏令营活动，管伙食的小明到厨房去领碗. 张大伯问他："领多少？"他说："领** 55 **个. "又问："多少人吃饭？"小明说："一人用一个饭碗，两人用一个菜碗，三人用一个汤碗. "你算一算有多少人吃饭？**

解 1　根据题意，每人用 1 **个饭碗，**$\frac{1}{2}$**个菜碗，**$\frac{1}{3}$**个汤碗. 所以**

$$55\div\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=30(\text{人});$$

解 2　设有 x **人吃饭. 依题意，得**

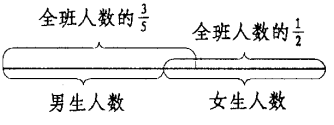
$$x+\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=55.$$

解方程，得 $x=30$.

所以有 30 **人吃饭.**

750. **五年级(1)班，男生人数比全班人数的** $\frac{3}{5}$**少** 5 **人，女生人数是全班人数的** $\frac{1}{2}$**. 求全班人数.**

解 1　按题意可作下图：



由图知，全班人数的 $\left[\frac{3}{5}-\left(1-\frac{1}{2}\right)\right]$**正好是** 5 **人，则全班人数为：**

$$5\div\left[\frac{3}{5}-\left(1-\frac{1}{2}\right)\right]=50(\text{人}).$$

解 2　设全班人数为 x **人. 依题意，得**

$$\frac{3}{5}x-5+\frac{x}{2}=x.$$



解方程，得　$x=50$.

所以全班人数为 50 人.

751. 为了绿化校园，长青小学买了一批树苗，一年级师生领去$\frac{1}{11}$，二年级师生领去$\frac{1}{9}$，已知二年级比一年级多领 8 棵. 问这个学校共买树苗多少棵？

解　$8\div\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{11}\right)=396$(棵).

752. 甲乙两个工程队合修一段公路，甲队每天完成总量的$\frac{1}{20}$，乙队每天完成 30 米，经过 8 天全部完成. 问这段公路长多少米？

解 1　设这段公路的长为“1”，则两队每天共完成这段公路的$\frac{1}{8}$，乙队完成这段公路的$\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{20}\right)$. 所以，

$$30\div\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{20}\right)=400(\text{米});$$

解 2　完成时乙队共修(30×8)米，相当于这段公路的$\left(1-\frac{1}{20}\times8\right)$.

$$30\times8\div\left(1-\frac{1}{20}\times8\right)=400(\text{米});$$

解 3　设这段公路长 x 米. 依题意，得

$$\frac{x}{20}\times8+30\times8=x.$$

解方程，得　$x=400$.

所以这段公路长 400 米.

753. 一桶汽油用去一半，又加进 20 千克，这时桶里的汽油正好是原来汽油的 75%. 问这桶汽油原有多少千克？

解 1　把这桶油原有的重量看作“1”，则 20 千克相当于这桶油原有重量的$(75\%-50\%)$. 所以

$$20\div(75\%-50\%)=80(\text{千克});$$

解 2　设这桶汽油有 x 千克. 依题意，得

$$\frac{x}{2}+20=75\%x.$$

解方程，得　$x=80$.

所以这桶油原重 80 千克.

754. 一个街道工厂昨天的出勤率是 99%,今天比昨天多缺勤 1 人,因此今天的出勤率是 98.5%. 问这个厂共有职工多少人?

解 $1\div(99\%-98.5\%)=200$(人).

755. 甲、乙两筐苹果,甲筐的个数是乙筐的$\frac{1}{2}$. 如果甲筐增加 10 个,那么甲筐的个数是乙筐的$\frac{3}{4}$. 问两筐原来各有苹果多少个?

解 1 $10\div\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)=40$(个)…乙筐,

$40\times\frac{1}{2}=20$(个)…甲筐;

解 2 设乙筐有苹果 x 个,则甲筐有$\frac{x}{2}$个. 依题意,得

$$\frac{x}{2}+10=\frac{3}{4}x.$$

解方程,得 $x=40$,$\frac{x}{2}=40\times\frac{1}{2}=20$.

所以甲筐有苹果 20 个,乙筐有苹果 40 个.

756. 一人从东村步行到西村,走了全程的$\frac{2}{5}$后,离路的终点还有 0.75 千米. 问东西两村间的路程是多少千米?

解 1 $0.75\div\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{5}\right)=7.5$(千米).

解 2 设东西两村间的路程是 x 千米,依题意,得

$$\frac{x}{2}-\frac{2}{5}x=0.75.$$

解方程,得 $x=7.5$.

所以,东西两村间的路程是 7.5 千米.

757. 小明骑自行车从甲地到乙地,往返共用去 4.5 时,去时每小时行 15 千米,返回时每小时行 12 千米. 求甲乙两地间的距离.

解 1 小明往返 1 千米的时间为$\frac{1}{15}+\frac{1}{12}=\frac{3}{20}$(时),现往返共用 4.5 时,所以甲乙两地距离为 $4.5\div\frac{3}{20}=30$(千米). 综合算式为

$$4.5\div\left(\frac{1}{15}+\frac{1}{12}\right)=30\text{(千米)};$$

解 2 因为往返的距离相等,所以往返所用时间与速度成反比例. 即往

返的时间之比是 12∶15=4∶5. 因此在 4.5 时中，往用 $\left(4.5\times\frac{4}{4+5}\right)$ 时，返用 $\left(4.5\times\frac{5}{4+5}\right)$ 时. 由此可得甲乙两地的距离为

$$15\times\left(4.5\times\frac{4}{4+5}\right)=30(\text{千米}),$$

或

$$12\times\left(4.5\times\frac{5}{4+5}\right)=30(\text{千米});$$

解 3 设甲乙两地间相距 x 千米. 依题意，得

$$\frac{x}{15}+\frac{x}{12}=4.5.$$

解方程，得 $x=30$.

所以甲乙两地间的距离为 30 千米.

758. 一根铁丝用去 $\frac{2}{5}$，再用去 8 米，这样共用去这根铁丝的 $\frac{3}{4}$ 还多 1 米. 求这根铁丝原长多少米？

解 1 依题意可作右图：



如图所示，铁丝全长的 $\frac{3}{4}$ 与 $\frac{2}{5}$ 的差是 (8−1)米. 所以，

$$(8-1)\div\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{5}\right)=20(\text{米});$$

解 2 设这根铁丝长 x 米. 依题意，得

$$\frac{2}{5}x+8=\frac{3}{4}x+1.$$

解方程，得 $x=20$.

所以这根铁丝长 20 米.

759. 某职工到邮局去汇款，按规定汇率 1%，加上汇款单 0.01 元，共付 202.01 元. 问这位职工汇款多少元？

解 1 共付金额数 202.01 元，包括汇款、汇费、汇款单购买费三部分. 从中减去购买汇款单的费用 0.01 元，剩下的是汇款与汇费的和，相当于汇款的(1+1%). 所以，

$$(202.01-0.01)\div(1+1\%)=200(\text{元});$$

解 2 设这位职工汇款 x 元. 依题意，得

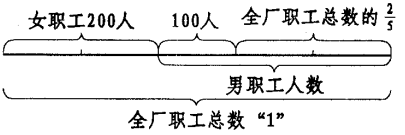
$$x+1\%x+0.01=202.01.$$

解方程，得 $x=200$.

所以某职工汇款 200 元.

760. 新华造纸厂有女职工 200 人，男职工人数比全厂职工总数的$\frac{2}{5}$多 100 人. 问全厂共有职工多少人？

解 1 依题意可作下图：



如图所示，女职工 200 人与男职工比全厂职工总数的$\frac{2}{5}$多的 100 人之和，相当于全厂职工总数的$\left(1-\frac{2}{5}\right)$. 所以，

$$(200+100)\div\left(1-\frac{2}{5}\right)=500(\text{人});$$

解 2 设全厂共有职工 x 人. 依题意，得

$$x-200=\frac{2}{5}x+100.$$

解方程，得 $x=500$.

所以全厂共有职工 500 人.

761. 一批啤酒，第一天运走总数的$\frac{2}{5}$，第二天运走的是第一天的 37.5%，第三天又运走 90 箱，刚好运完. 问这批啤酒共多少箱？

解 1 第一、二两天共运走这批啤酒的$\left[\frac{2}{5}\times(1+37.5\%)\right]$，所以，这批啤酒共

$$90\div\left[1-\frac{2}{5}\times(1+37.5\%)\right]=200(\text{箱});$$

解 2 设这批啤酒共 x 箱. 依题意，得

$$x-\frac{2}{5}x-\frac{2}{5}x\times37.5\%=90.$$

解方程，得 $x=200$.

所以这批啤酒共 200 箱.

762. 一袋食糖，第一次用去全袋的$\frac{1}{4}$，第二次用去余下的$\frac{1}{4}$，最后剩下的比两次用去的多 10 千克. 问这袋食糖原重多少千克？

解 1 第二次用去全袋的$\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{4}$. 所以，

$$10\div\left\{1-\left[\frac{1}{4}+\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{4}\right]-\left[\frac{1}{4}+\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{4}\right]\right\}$$

$=80$(千克)；



解2 设这袋食糖原重 x 千克. 依题意，得

$$x-\frac{1}{4}x-\frac{1}{4}\left(x-\frac{x}{4}\right)-\left[\frac{x}{4}+\frac{1}{4}\left(x-\frac{x}{4}\right)\right]=10.$$

解方程，得 $x=80$.

所以这袋食糖原重 80 千克.

763. 某小学三、四、五年级学生共种树 576 棵，四年级种树数是五年级种树数的 $\frac{4}{5}$，三年级种树数是四年级种树数的 $\frac{3}{4}$，问三个年级各种树多少棵？

解 以四年级的种树数作为单位“1”.

$$576\div\left(1+1\div\frac{4}{5}+\frac{3}{4}\right)$$

$=192$(棵)…… 四年级；

$$192\div\frac{4}{5}$$

$=240$(棵)…… 五年级；

$$192\times\frac{3}{4}$$

$=144$(棵)…… 三年级.

764. 三个数的和是 1101，已知甲数是乙数的 $\frac{3}{4}$，丙数比乙数多 1. 三个数各是多少？

解 以乙数为“1”. 假设丙数不比乙数多 1，则三数的和是 $(1101-1)$，其中乙、丙分别是“1”，甲数是 $\frac{3}{4}$.

$$(1101-1)\div\left(1+1+\frac{3}{4}\right)$$

$=400$…… 乙数；

$400+1=401$…… 丙数；

$400\times\frac{3}{4}=300$…… 甲数.

765. 有三堆煤，共 36 吨. 若从第一堆、第二堆中各取出 3 吨送到第三堆，这时第一堆是第二堆的 $\frac{1}{3}$，第三堆比第二堆多 $\frac{2}{3}$. 问这三堆煤原各有多少吨？

解 以第二堆现有的煤为“1”，则第一堆是它的 $\frac{1}{3}$，第三堆是它的

$\left(1+\frac{2}{3}\right)$. 所以

$$36\div\left(1+\frac{2}{3}+1+\frac{1}{3}\right)$$

$=12$(吨).

$12+3=15$(吨)…… 第二堆;

$$12\times\frac{1}{3}+3$$

$=7$(吨)…… 第一堆;

$$12\times\left(1+\frac{2}{3}\right)-3\times2$$

$=14$(吨)…… 第三堆.

766. 甲、乙、丙三个村分到一批化肥,甲村得$\frac{3}{5}$,乙村得$\frac{2}{15}$,丙村比乙村多 600 千克. 问这批化肥共多少千克?

解 1 $600\div\left(1-\frac{3}{5}-\frac{2}{15}-\frac{2}{15}\right)=4500$(千克);

解 2 设这批化肥共 x 千克. 依题意,得

$$\frac{3}{5}x+\frac{2}{15}x+\left(\frac{2}{15}x+600\right)=x.$$

解方程,得 $x=4500$.

所以这批化肥共 4500 千克.

767. 饲养场养鸭 2400 只,是鸡只数的$\frac{3}{5}$,又比鹅的只数多$\frac{7}{8}$. 问这个饲养场共养鸡、鸭、鹅多少只?

解 $2400+2400\div\frac{3}{5}+2400\div\left(1+\frac{7}{8}\right)=7680$(只).

768. 小吴家里买了一张桌子和 4 只凳子,每只凳子的价格是桌子的$\frac{1}{6}$,一共用去 520 元. 问桌子和凳子的单价各是多少?

解 $520\div\left(1+\frac{1}{6}\times4\right)$

$=312$(元)……桌子;

$$312\times\frac{1}{6}$$

$=52$(元)……凳子.

769. 一块铜和银的合金重 330 克,其中铜的重量比银的重量的$\frac{1}{7}$少

10 克. 问这块合金中银和铜各重多少克？



解 1 $(330+10)\div\left(1+\frac{1}{7}\right)$

$=297\frac{1}{2}$(克)……银，

$330-297\frac{1}{2}=32\frac{1}{2}$(克)，

或 $297\frac{1}{2}\times\frac{1}{7}-10=32\frac{1}{2}$(克)……铜；

解 2 设这块合金中含银 x 克，则含铜$(330-x)$克. 依题意，得

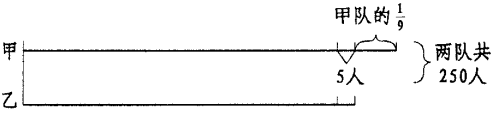
$$\frac{x}{7}-10=330-x.$$

解方程，得 $x=297\frac{1}{2}$，$330-x=330-297\frac{1}{2}=32\frac{1}{2}$.

所以这块合金中含银 $297\frac{1}{2}$ 克，含铜 $32\frac{1}{2}$ 克.

770. 甲、乙两队共 250 人，甲队减少 $\frac{1}{9}$ 后，比乙队还多 5 人. 问两队各多少人？

解 1 按题意可作下图：



如图所示，如果乙队的人数与甲队人数减少 $\frac{1}{9}$ 后就相等，则两队应有$(250+5)$人. 将甲队人数看作“1”，乙队人数就是甲队的 $\left(1-\frac{1}{9}\right)$. $(250+5)$人为甲队人数的 $\left[1+\left(1-\frac{1}{9}\right)\right]$ 倍. 所以

$$(250+5)\div\left[1+\left(1-\frac{1}{9}\right)\right]$$

$=135$(人)…… 甲队，

$250-135=115$(人)，

$135\times\left(1-\frac{1}{9}\right)-5$

$=115$(人)…… 乙队；

解 2 设甲队有 x 人，则乙队有$(250-x)$人. 依题意，得

$$x-\frac{x}{9}=250-x+5.$$

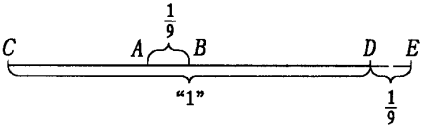
解方程，得 $x=135$，

$$250-x=250-135=115.$$

所以甲队有 135 **人，乙队有** 115 **人.**

771. **有一根不到** 4 **米长的竹竿，从一头量到** 2 **米的地方打一个记号“**A**”，从另一头量到** 2 **米的地方打一个记号“**B**”，两个记号之间的距离是竹竿全长的**$\frac{1}{9}$**. 问这根竹竿的全长是多少米？**

解 1　按题意可作下图：



如图所示，竹竿两端点分别是 C、D**，把线段** CD **看成是线段** CB **与线段** AD **部分重合而成(**AB **是重合部分). 将线段** AD **向右平移. 使** A **点与线段** CB **的端点** B **点重合，则** D **点将落在** E **点上.**

$$BE=AD=2\text{（米）},$$

$$CE=CB+BE=2+2=4\text{（米）},$$

把线段 CD **看作“**1**”，那么** $DE=AB=\frac{1}{9}$.

CE **的长度** 4 **米相当于** CD **的** $\left(1+\frac{1}{9}\right)$**，所以竹竿的长度为**

$$2\times2\div\left(1+\frac{1}{9}\right)=3.6\text{（米）};$$

解 2　设竹竿的长度为 x **米. 依题意，得**

$$2+2-x=\frac{1}{9}x.$$

解方程，得 $x=3.6$**. 所以竹竿的长度是** 3.6 **米.**

772. **甲仓有粮** 100 **吨，乙仓有粮** 20 **吨. 问从甲仓中调多少吨给乙仓，才能使乙仓的粮食是甲仓的**$\frac{1}{2}$**？**

解 1　$100-(100+20)\div\left(1+\frac{1}{2}\right)=20\text{（吨）};$

解 2　设应从甲仓中调 x **吨给乙仓. 依题意，得**

$$\frac{1}{2}(100-x)=20+x.$$

解方程，得　$x=20$.

所以从甲仓中调 20 吨给乙仓，才能使乙仓的粮食是甲仓的$\frac{1}{2}$.

773. 甲、乙两站共存煤 4200 吨，甲站运入 750 吨，乙站运出 450 吨后，乙站存煤是甲站的$\frac{7}{8}$. 求甲、乙两站原来各存煤多少吨？

解　$(4200+750-450)\div\left(1+\frac{7}{8}\right)-750=1650$(吨)……甲站；

$(4200+750-450)\div\left(1+\frac{7}{8}\right)\times\frac{7}{8}+450=2550$(吨)……乙站.

774. 某校四年级(1)班抽全班人数的$\frac{1}{5}$参加大扫除，后来又有两名同学参加，这时实际参加人数是未参加人数的$\frac{1}{3}$，求全班人数.

解 1　以未参加人数为“1”，则实际参加人数为$\frac{1}{3}$，全班人数为$\left(1+\frac{1}{3}\right)$. 实际参加人数占全班人数的$\frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}$. 2 名后参加者是全班人数的$\left(\frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}-\frac{1}{5}\right)$，所以，

$$2\div\left(\frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}-\frac{1}{5}\right)=40\text{(人)};$$

解 2　设全班人数为 x 人. 依题意，得

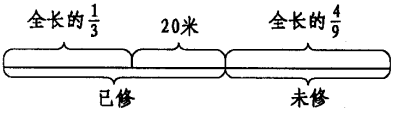
$$\frac{x}{5}+2=\frac{1}{3}\left[x-\left(\frac{x}{5}+2\right)\right].$$

解方程，得　$x=40$.

所以全班人数为 40 人.

775. 一条水渠，已经修的比全长的$\frac{1}{3}$多 20 米，还剩全长的$\frac{4}{9}$没有修. 问这条水渠长多少米？

解 1　按题意可作下图：



如图所示，20 米相当于全长的$\left(1-\frac{4}{9}-\frac{1}{3}\right)$. 所以，

$$20\div\left(1-\frac{4}{9}-\frac{1}{3}\right)=90(\text{米})；$$

解 2 设水渠长 x 米. 依题意，得

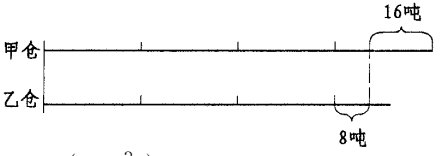
$$\frac{x}{3}+20+\frac{4}{9}x=x.$$

解方程，得 $x=90$.

所以这条水渠长 90 米.

776. 甲仓比乙仓多存粮 16 吨，如从乙仓取出 8 吨，乙仓存粮正好是甲仓的$\frac{3}{4}$. 问甲、乙两仓原来各存粮多少吨？

解 1 按题意可作下图：



如图所示，甲仓的$\left(1-\frac{3}{4}\right)$正好是(16+8)吨. 所以

$$(16+8)\div\left(1-\frac{3}{4}\right)=96(\text{吨})\cdots\cdots\text{甲仓}；$$

$$96-16=80(\text{吨})\cdots\cdots\text{乙仓}；$$

解 2 设乙仓存粮 x 吨，则甲仓存粮$(x+16)$吨. 依题意，得

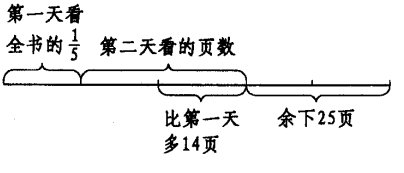
$$x-8=\frac{3}{4}(x+16).$$

解方程，得 $x=80$，$x+16=80+16=96$.

所以乙仓存粮 80 吨，甲仓存粮 96 吨.

777. 张平看一本书，第一天看了全书的$\frac{1}{5}$，第二天比第一天多看 14 页，余下的 25 页第三天看完. 问这本书共有几页？

解 1 按题意可作右图.



如图所示，如果第二天和第一天看的同样多，那么应余下(25+14)页，相当于全书的$\left(1-\frac{1}{5}-\frac{1}{5}\right)$，所以，全书的页数为

$$(25+14)\div\left(1-\frac{1}{5}-\frac{1}{5}\right)=65(\text{页});$$



解 2 设这本书共有 x 页. 依题意,得

$$\frac{x}{5}+\left(\frac{x}{5}+14\right)+25=x.$$

解方程,得 $x=65$.

所以这本书共有 65 页.

778. 一根钢管,已经用去全长的$\frac{1}{3}$,比剩下的少 2 米. 问这根钢管长多少米?

解 1 用去全长的$\frac{1}{3}$,则剩下$\left(1-\frac{1}{3}\right)$,用去的比剩下的少 2 米,相当于全长的$\left(1-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\right)$,则全长为

$$2\div\left(1-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\right)=6(\text{米});$$

解 2 设这根钢管长 x 米,依题意,得

$$\frac{x}{3}+2=x-\frac{x}{3}.$$

解方程,得 $x=6$.

所以这根钢管长 6 米.

779. 某校种一批树,第一天种了总棵数的$\frac{1}{5}$多 10 棵;第二天种的是第一天的 2 倍;还剩 10 棵没有种. 问这批树共多少棵?

解 1 第二天种的树是第一天的 2 倍,即种了这批树的$\left(\frac{1}{5}\times2\right)$多$(10\times2)$棵. 所以这批树有

$$(10+10\times2+10)\div\left(1-\frac{1}{5}-\frac{1}{5}\times2\right)=100(\text{棵}).$$

解 2 设这批树共 x 棵. 依题意,得

$$\frac{x}{5}+10+2\left(\frac{x}{5}+10\right)+10=x.$$

解方程,得 $x=100$.

所以这批树有 100 棵.

780. 长征农场耕一块地,第一天耕了总数的$\frac{1}{5}$多 10 公顷,第二天耕了总数的$\frac{2}{7}$,余下未耕的地是 530 公顷. 问这块地共多少公顷?

解 1 $(530+10)\div\left(1-\frac{1}{5}-\frac{2}{7}\right)=1050$(公顷).

解 2 设这块地共 x 公顷. 依题意,得

$$x-\left(\frac{x}{5}+10\right)-\frac{2}{7}x=530.$$

解方程,得 $x=1050$.

所以这块地共 1050 公顷.

781. 育英小学五年级参加读书活动的有 90 人,未参加读书活动的有 36 人. 一年后,未参加读书活动的人数占参加人数的$\frac{1}{8}$. 问又有多少人加入读书活动?

解 1 设现在参加读书活动的人数为"1",则总人数$(90+36)$相当于少先队员人数的$\left(1+\frac{1}{8}\right)$,所以新参加读书活动的有

$$(90+36)\div\left(1+\frac{1}{8}\right)-90=22(人).$$

解 2 设又有 x 人参加读书活动. 根据题意,得

$$36-x=\frac{1}{8}(90+x).$$

解方程,得 $x=22$(人).

所以又有 22 人参加读书活动.

782. 有一堆煤,第一天运走全部的$\frac{2}{5}$,第二天运走全部的$\frac{1}{2}$,第三天用 2 辆汽车各运 25 吨,将全部煤运完,问这堆煤原有多少吨?

解 1 $25\times2\div\left(1-\frac{2}{5}-\frac{1}{2}\right)=500$(吨).

解 2 设这堆煤原有 x 吨. 依题意,得

$$x-\frac{2}{5}x-\frac{x}{2}=25\times2.$$

解方程,得 $x=500$.

所以这堆煤原有 500 吨.

783. 两个工程队合修一条公路,第一个工程队修了全长的$\frac{3}{7}$又 11 千米,第二个工程队修了全长的$\frac{2}{5}$后,还剩下 22 千米. 问这条公路长多少千米?

解 1 $(11+22)\div\left(1-\frac{3}{7}-\frac{2}{5}\right)=192\frac{1}{2}$(千米);



解 2　设这条公路长 x 千米. 依题意,得

$$x-\left(\frac{3}{7}x+11\right)-\frac{2}{5}x=22.$$

解方程,得 $x=192\frac{1}{2}$.

所以这条公路长 $192\frac{1}{2}$ **千米.**

784. 有一桶油,第一次取出 40%**,第二次取出的比第一次少** 12 **千克,桶里还剩油** 28 **千克. 问这桶油原有多少千克?**

解 1　如果第二次取出的与第一次同样多,那么最后将只剩$(28-12)$**千克. 所以**

$$(28-12)\div(1-40\%\times 2)=80(\text{千克});$$

解 2　设这桶油原有 x 千克. 依题意,得

$$x-40\%x-(40\%x-12)=28.$$

解方程,得 $x=80$.

所以这桶油原有 80 **千克.**

785. 一个粮库,第一天运出存粮的$\frac{1}{3}$**,第二天运进** 100 **吨,第三天运出这时粮库中存粮的**$\frac{1}{2}$**,最后剩下** 240 **吨. 问这个粮库原来存粮多少吨?**

解 1　第二天运进 100 **吨后存粮**$\left[240\div\left(1-\frac{1}{2}\right)\right]$**吨,第一天运出存粮的**$\frac{1}{3}$**后存粮**$\left[240\div\left(1-\frac{1}{2}\right)-100\right]$**吨,所以粮库原存粮为**

$$\left[240\div\left(1-\frac{1}{2}\right)-100\right]\div\left(1-\frac{1}{3}\right)=570(\text{吨});$$

解 2　第一天运出存粮的$\frac{1}{3}$**,剩存粮的**$\left(1-\frac{1}{3}\right)$**;第二天运进** 100 **吨. 比原存粮的**$\left(1-\frac{1}{3}\right)$**多** 100 **吨;第三天运出第二天存粮的**$\frac{1}{2}$**,剩原存粮的**$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}\right)$**多**$\left[100\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\right]$**吨,所以** 240 **吨减去**$\left[100\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\right]$**吨的差就是原存粮的**$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}\right)$.

综合算式为

$$\left[240-100\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\right]\div\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\right]=570(\text{吨});$$

解 3　设原存粮 x 吨. 依题意,得

$$x-\frac{1}{3}x+100-\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{3}+100\right)=240.$$

解方程，得 $x=570$.

所以这个粮库原存粮 570 **吨.**

786. **先锋农具厂四天内赶制一批农具. 第一天制造出总数的** 20%，**第二天制造出** 20 **件，第三天制造出的等于前两天的和，余下的** 8 **件在第四天制造完. 问这批农具共有多少件？**

解 1 $(20\times2+8)\div(1-20\%\times2)=80$(**件**)；

解 2 **设这批农具共有** x **件. 依题意，得**

$$(20\%x+20)\times2+8=x.$$

解方程，得 $x=80$.

所以这批农具共有 80 **件.**

787. **一位工人师傅，他四个月的工资再加上** 1440 **元，等于他十个月工资的** $\frac{4}{7}$. **问他每个月的工资是多少元？**

解 1 **设这个工人每月的工资为“1”，那么十个月工资的** $\frac{4}{7}$ **为** $10\times\frac{4}{7}$. 1440 **元相当于** $10\times\frac{4}{7}-4$，**所以他每月的工资是**

$$1440\div\left(10\times\frac{4}{7}-4\right)=840(\text{元});$$

解 2 **设这个工人每月的工资为** x **元. 依题意，得**

$$4x+1440=\frac{4}{7}\times10x.$$

解方程，得 $x=840$.

所以他每个月的工资是 840 **元.**

788. **化工局车队运一批化肥，第一次运走** $\frac{2}{5}$，**第二次运走** 40 **吨，第三次运走的化肥量是第一次运走化肥量的** 75%，**最后还剩** 8 **吨化肥没有运完. 问这批化肥共有多少吨？**

解 1 $(40+8)\div\left(1-\frac{2}{5}-\frac{2}{5}\times75\%\right)=160$(**吨**)；

解 2 **设这批化肥共有** x **吨. 依题意，得**

$$x-\frac{2}{5}x-40-\frac{2}{5}x\times75\%=8.$$

解方程，得 $x=160$.

所以这批化肥共有 160 **吨.**

789. 四所小学共有学生 3840 人. 已知甲校与乙校学生人数之比是 $7:8$，丙校学生人数的 $\frac{2}{3}$ 是丁校学生人数的一半，丁校学生人数占四所小学学生总数的 25%. 问四所小学各有多少人？

解　$3840\times25\%$

$=960$(人)……丁校；

$960\times\frac{1}{2}\div\frac{2}{3}=720$(人)……丙校；

$(3840-960-720)\div\left(1+\frac{7}{8}\right)$

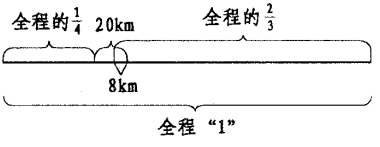
$=1152$(人)……乙校；

$1152\times\frac{7}{8}=1008$(人)……甲校.

790. 一艘轮船从甲地开往乙地，已行的路程比全程的 $\frac{1}{4}$ 多 20 千米，未行的路程比全程的 $\frac{2}{3}$ 少 8 千米. 求甲、乙两地的距离.

解 1　按题意可作下页图.

如图所示，如未行的路程正好是全程的 $\frac{2}{3}$，则已行的路程是全程的 $\frac{1}{4}$



多 $(20-8)$ 公里，$(20-8)$ 公里应占全程的 $\left(1-\frac{1}{4}-\frac{2}{3}\right)$. 所以全程为

$$(20-8)\div\left(1-\frac{1}{4}-\frac{2}{3}\right)=144\text{(千米)};$$

解 2　设甲、乙两地相距 x 千米. 依题意，得

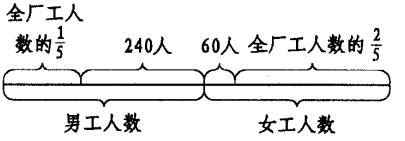
$$\left(\frac{x}{4}+20\right)+\left(\frac{2}{3}x-8\right)=x.$$

解方程，得　$x=144$.

所以甲、乙两地相距 144 千米.

791. 一个工厂，男工比全厂工人数的 $\frac{1}{5}$ 多 240 人，女工比全厂工人数的 $\frac{2}{5}$ 多 60 人. 问全厂共有工人多少人？

解 1　按题意可作下图：



如图所示，全厂工人数的$\left(1-\frac{1}{5}-\frac{2}{5}\right)$正好是$(240+60)$人. 所以全厂工人数为

$$(240+60)\div\left(1-\frac{1}{5}-\frac{2}{5}\right)=750(\text{人});$$

解2 设全厂共有x个工人. 依题意，得

$$\frac{x}{5}+240=x-\left(\frac{2}{5}x+60\right).$$

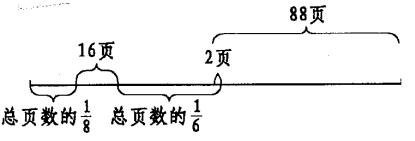
解方程，得 $x=750$.

所以全厂共有750个工人.

792. 小青看一本小说，第一天看的页数比总页数的$\frac{1}{8}$多16页，第二天看的页数比总页数的$\frac{1}{6}$少2页，还余下88页. 问这本小说一共有多少页？

解1 按题意可作下页图.

如图所示，把总页数看作单位“1”，则总页数的$\left(1-\frac{1}{8}-\frac{1}{6}\right)$正好是$(88-2+16)$页. 所以这本小说的总页数为



$$(88-2+16)\div\left(1-\frac{1}{8}-\frac{1}{6}\right)=144(\text{页});$$

解2 设这本小说共有x页. 依题意，得

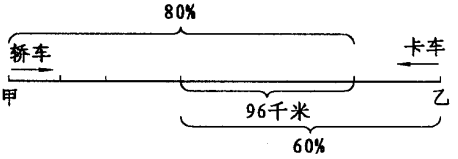
$$\frac{x}{8}+16+\frac{x}{6}-2+88=x.$$

解方程，得 $x=144$.

所以这本小说共有144页.

793. 一辆轿车在甲城，一辆卡车在乙城，同时相向开出. 相遇后继续前进，当两车又相距96千米时，轿车行了全程的80%，卡车行了全程的60%. 问甲、乙两城相距多少千米？

解1 按题意可作下图：



如图所示，设全程为“1”，则 96 公里相当于全程的 $80\%-(1-60\%)$，或 $60\%-(1-80\%)$. 或 $80\%+60\%-1$，或 $1-(1-60\%)-(1-80\%)$. 所以甲、乙两城相距

$$96\div[80\%-(1-60\%)]=240(\text{千米}),$$

或 $$96\div[60\%-(1-80\%)]=240(\text{千米}),$$

或 $$96\div(80\%+60\%-1)=240(\text{千米}),$$

或 $$96\div[1-(1-60\%)-(1-80\%)]=240(\text{千米});$$

解 2 设甲、乙两城相距 x 千米. 仿解 1 的解题方法，可列出下面不同形式的方程

$$80\%x-(x-60\%x)=96,$$

$$60\%x-(x-80\%x)=96,$$

$$80\%x+60\%x-x=96,$$

$$x-(x-60\%x)-(x-80\%x)=96.$$

以上方程的解都是 240. 所以甲、乙两城相距 240 千米.

794. 一人从甲地到乙地，坐船行全程的 $\frac{3}{5}$，乘汽车行全程的 $\frac{2}{9}$，其余都是步行. 已知步行比乘汽车少 8 千米，求甲地到乙地的距离.

解 1 步行占全程的 $\left(1-\frac{3}{5}-\frac{2}{9}\right)$. 由于步行比乘汽车少 8 千米，所以 8 千米就是全程的 $\left[\frac{2}{9}-\left(1-\frac{3}{5}-\frac{2}{9}\right)\right]$.

$$8\div\left[\frac{2}{9}-\left(1-\frac{3}{5}-\frac{2}{9}\right)\right]=180(\text{千米});$$

解 2 如果步行和乘汽车行的千米数相同，也是行全程的 $\frac{2}{9}$，那么坐船、乘车和步行共是全程的 $\frac{3}{5}+\frac{2}{9}+\frac{2}{9}=1\frac{2}{45}$，$1\frac{2}{45}$ 与全程“1”的差 $\frac{2}{45}$ 就是 8 千米，所以全程为

$$8\div\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{9}+\frac{2}{9}-1\right)=180(\text{千米}).$$

解 3 设甲地到乙地的距离是 x 千米. 依题意，得

$$\frac{3}{5}x+\frac{2}{9}x+\left(\frac{2}{9}x-8\right)=x.$$

解方程，得　$x=180$.

所以甲、乙两地相距 180 千米.

795. 某机床厂第一季度完成了全年生产任务的$\frac{1}{4}$，第二季度完成了全年生产任务的$\frac{5}{16}$，第三季度完成全年任务余下部分的$\frac{6}{7}$，第四季度生产机床 80 台，结果超过全年任务的 25%，问这个机床厂全年的生产任务是多少台？

解 1　第三季度完成全年任务的$\left(1-\frac{1}{4}-\frac{5}{16}\right)\times\frac{6}{7}$，全年的生产任务为

$$80\div\left[1+25\%-\frac{1}{4}-\frac{5}{16}-\left(1-\frac{1}{4}-\frac{5}{16}\right)\times\frac{6}{7}\right]=256(\text{台});$$

解 2　设全年的生产任务是 x 台. 依题意，得

$$80+\frac{x}{4}+\frac{5}{16}x+\frac{6}{7}\left(x-\frac{x}{4}-\frac{5}{16}x\right)=x+25\%x.$$

解方程，得　$x=256$.

所以这个机床厂全年的生产任务是 256 台.

796. 某工程队修筑一段公路，第一天修筑全长的$\frac{2}{5}$，第二天修筑剩下部分的 30%多 24 米，第三天筑路长度是第一天筑路长度的 75%多 60 米，正好完工. 问这段公路全长多少米？

解　第二天筑全长$\left(1-\frac{2}{5}\right)\times30\%$多 24 米；第三天筑全长的$\frac{2}{5}\times75\%$多 60 米. 由于三天完工，所以第二、第三天所多的$(24+60)$米相当于全长的$\left[1-\frac{2}{5}-\left(1-\frac{2}{5}\right)\times30\%-\frac{2}{5}\times75\%\right]$. 综合列式为

$$(24+60)\div\left[1-\frac{2}{5}-\left(1-\frac{2}{5}\right)\times30\%-\frac{2}{5}\times75\%\right]=700(\text{米}).$$

797. 新兴化肥厂一月份生产化肥 126.2 吨，二月份比一月份少生产$1\frac{1}{5}$吨，三月份比二月份增产 16%，第一季度生产的吨数正好占全年计划的 35%. 问全年的计划产量是多少吨？

解　$\left[126.2+\left(126.2-1\frac{1}{5}\right)\times(1+16\%+1)\right]\div35\%=1132(\text{吨}).$

798. 一根铁丝第一次用去全长的$\frac{1}{3}$还多 3 米，第二次用去的比第一次

多$\frac{1}{3}$，这时还剩 6 米. 问这根铁丝原长多少米？



解 1 第二次用去的是全长的$\left[\frac{1}{3}\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\right]$还多$\left[3\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\right]$米，两次共用全长的$\left[\frac{1}{3}\times\left(1+\frac{1}{3}+1\right)\right]$还多$\left[3\times\left(1+\frac{1}{3}+1\right)\right]$米. 最后剩下的 6 米与$\left[3\times\left(1+\frac{1}{3}+1\right)\right]$米的和相当于全长的$\left[1-\frac{1}{3}\times\left(1+\frac{1}{3}+1\right)\right]$. 所以

$$\left[6+3\times\left(1+\frac{1}{3}+1\right)\right]\div\left[1-\frac{1}{3}\times\left(1+\frac{1}{3}+1\right)\right]=58.5(\text{米});$$

解 2 设这根铁丝原长 x 米. 依题意，得

$$x-\left(\frac{x}{3}+3\right)-\left(\frac{x}{3}+3\right)\times\left(1+\frac{1}{3}\right)=6.$$

解方程，得 $x=58.5$.

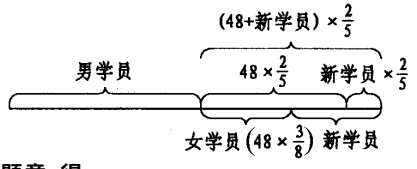
所以这根铁丝原长 58.5 米.

799. 一个乒乓培训班共有学员 48 人，其中女学员占$\frac{3}{8}$. 现在新收了若干名女学员，这样女学员占全班学员数的$\frac{2}{5}$. 问新收了几名女学员？

解 1 按题意可作下页图：

如图所示，48 人的$\frac{2}{5}$与$\frac{3}{8}$的差相当于新学员的$\left(1-\frac{2}{5}\right)$，所以新收的女学员人数为

$$\left(48\times\frac{2}{5}-48\times\frac{3}{8}\right)\div\left(1-\frac{2}{5}\right)=2(\text{名});$$



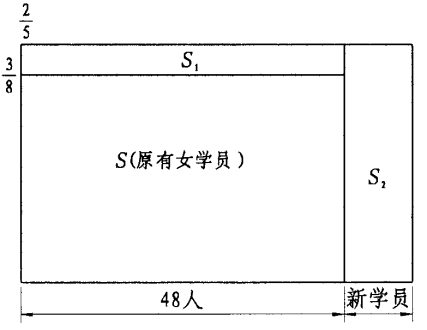
解 2 根据题意，得

(48+新学员人数)$\times\frac{2}{5}=48\times\frac{3}{8}+$新学员人数$\Longrightarrow 48\times\frac{2}{5}+$新学员人数$\times\frac{2}{5}=48\times\frac{3}{8}+$新学员人数$\Longrightarrow$新学员人数$\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=48\times\frac{2}{5}-48\times\frac{3}{8}\Longrightarrow$新学员人数$=\left(48\times\frac{2}{5}-48\times\frac{3}{8}\right)\div\left(1-\frac{2}{5}\right)=2(\text{名});$

解3　采用面积法解.

如图，$S_1+S_2+S=$**现有女学员人数，**$S=$**原有女学员人数，所以，**$S_1+S_2=$**新收的女学员人数.**

而 $S_1=48\times\left(\frac{2}{5}-\frac{3}{8}\right)$，$S_2=$**新收的女学员人数**$\times\frac{2}{5}$，



所以，$48\times\left(\frac{2}{5}-\frac{3}{8}\right)+$**新收的女学员人数**$\times\frac{2}{5}=$**新收的女学员人数.**

整理，得　新收的女学员人数$\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=48\times\left(\frac{2}{5}-\frac{3}{8}\right)$.

所以新收的女学员人数为

$$48\times\left(\frac{2}{5}-\frac{3}{8}\right)\div\left(1-\frac{2}{5}\right)=2(\text{名});$$

解4　设新收 x **名女学员. 依题意，得**

$$\frac{2}{5}(48+x)=48\times\frac{3}{8}+x.$$

解方程，得　$x=2$. **所以新收了** 2 **名女学员.**

800. **小红看一本科技书，看了** 3 **天，剩下** 66 **页；如果用同样的速度看** 4 **天就剩下全书的**$\frac{2}{5}$. **问这本书有多少页？**

解1　4 **天看了全书的**$\left(1-\frac{2}{5}\right)$，**每天看全书的**$\frac{1-\frac{2}{5}}{4}$. **剩下的** 66 **页相当于全书的**$\left(1-\frac{1-\frac{2}{5}}{4}\times3\right)$. **所以**

$$66\div\left(1-\frac{1-\frac{2}{5}}{4}\times3\right)=120(\text{页});$$

解 2 设这本书有 x 页. 依题意,得

$$\frac{x-66}{3}=\frac{\left(1-\frac{2}{5}\right)x}{4}.$$

解方程,得 $x=120$.

所以这本书有 120 页.

801. 有一位科学家,他年龄的$\frac{1}{6}$为少年时代,$\frac{1}{12}$为青年时代,随后用$\frac{1}{7}$的时间做了大量研究工作,又过了 5 年,他培养了一个研究生,研究生和他一起合作的时间占他年龄的一半,直到 4 年前才离开他. 问这位科学家有多大年龄?

解 1 $(5+4)\div\left(1-\frac{1}{6}-\frac{1}{12}-\frac{1}{7}-\frac{1}{2}\right)=84$(岁);

解 2 设这位科学家的年龄是 x 岁. 依题意,得

$$\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5+\frac{x}{2}+4=x.$$

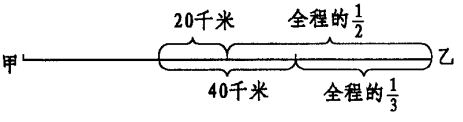
解方程,得 $x=84$.

所以这位科学家有 84 岁.

802. 一个青年学生利用暑期骑自行车进行旅游. 他由甲地出发去乙地. 行了若干千米后,了解到再行 20 千米就到达两地间的中点,于是又向前行驶 40 千米,这时离乙地的路程为全程的$\frac{1}{3}$. 甲、乙两地间的路程是多少千米?

解 1 按题意可作下页图:

如图所示,全路程的$\frac{1}{2}$与$\frac{1}{3}$的差就是 40 千米与 20 千米的差,所以两地间的路程为



$$(40-20)\div\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=120\text{(千米)};$$

解 2 设甲、乙两地间的路程是 x 千米. 依题意,得

$$\frac{x}{2}+20=\frac{x}{3}+40.$$

解方程,得 $x=120$.

所以甲乙两地间的路程是 120 千米.

803. 在桥上测量桥高,把绳子对折后垂到水面时,还余 $2\frac{2}{3}$ 米;把绳长三折后垂到水面时只余 $\frac{2}{3}$ 米. 求绳长和桥高.

解 1　绳子的 $\frac{1}{2}$ 与 $\frac{1}{3}$ 的差是 $\left(2\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\right)$ 米,所以绳长为

$$\left(2\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\right)\div\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=12(\text{米}).$$

桥高为　$12\times\frac{1}{2}-2\frac{2}{3}=3\frac{1}{3}(\text{米})$;

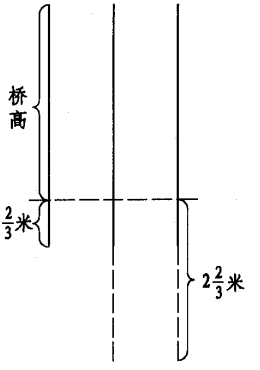
或　$12\times\frac{1}{3}-\frac{2}{3}=3\frac{1}{3}(\text{米})$;

解 2　如果绳子不折,则绳长相当于桥高的 2 倍与 $2\frac{2}{3}$ 米的 2 倍的和,或相当于桥高的 3 倍与 $\frac{2}{3}$ 米的 3 倍的和. 所以 $\left(2\frac{2}{3}\times2\right)$ 米与 $\left(\frac{2}{3}\times3\right)$ 米的差相当于桥高的(3−2)倍. 即桥高为

$$\left(2\frac{2}{3}\times2-\frac{2}{3}\times3\right)\div(3-2)=3\frac{1}{3}(\text{米}).$$

绳长为　$\left(2\frac{2}{3}+3\frac{1}{3}\right)\times2=12(\text{米})$,

或　$\left(\frac{2}{3}+3\frac{1}{3}\right)\times3=12(\text{米})$;



解 3　右图中实线表示 3 折后的绳长,一条实线连上一条虚线表示 2 折后的绳长,为了便于比较,图中将绳子折断作平行排列. 从图可以看到:$2\frac{2}{3}$ 米与 $\frac{2}{3}$ 米差的 2 倍相当于绳长的 $\frac{1}{3}$,即相当于桥高与 $\frac{2}{3}$ 米的和. 所以

桥高为　$\left(2\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\right)\times2-\frac{2}{3}=3\frac{1}{3}(\text{米})$,

绳长为　$\left(2\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\right)\times2\div\frac{1}{3}=12(\text{米})$,

或　$\left(2\frac{2}{3}+3\frac{1}{3}\right)\times2=12(\text{米})$;

解 4　同解 3,$2\frac{2}{3}$ 米与 $\frac{2}{3}$ 米差的 3 倍相当于绳长的 $\frac{1}{2}$,也相当于桥高与 $2\frac{2}{3}$ 米的和. 所以



绳长为 $\left(2\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\right)\times 3\div\frac{1}{2}=12$(米)；

桥高为 $\left(2\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\right)\times 3-2\frac{2}{3}=3\frac{1}{3}$(米)；

解 5　列表表示数量，单位“1”表示不同的数量就得到不同的算式.

绳长	每　折　长
∀* 1	$\frac{1}{2}$ (桥高 $+2\frac{2}{3}$ 米)
1	$\frac{1}{3}$ (桥高 $+\frac{2}{3}$ 米)
1×2	∀1 (桥高 $+2\frac{2}{3}$ 米)
1×2	$\frac{1\times 2}{3}$ (桥高 $+\frac{2}{3}$ 米)
1×3	$\frac{1\times 3}{2}$ 桥高 $+2\frac{2}{3}$ 米
1×3	∀1 (桥高 $+\frac{2}{3}$ 米)

每折长的差

$\left(2\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\right)\div\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=12$(米)……绳长，

$\left(2\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\right)\div\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{2}-2\frac{2}{3}$

$=3\frac{1}{3}$(米)……桥高

(即解 1)

折二折的每折长(即单位“1”)

$\left(2\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\right)\div\left(1-\frac{1\times 2}{3}\right)\times 2$

$=12$(米)……绳长，

$\left(2\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\right)\div\left(1-\frac{1\times 2}{3}\right)-2\frac{2}{3}$

$=3\frac{1}{3}$(米)……桥高，

折三折的每折长(即单位“1”)

$\left(2\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\right)\div\left(\frac{1\times 3}{2}-1\right)\times 3$

$=12$(米)……绳长，

$\left(2\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\right)\div\left(\frac{1\times 3}{2}-1\right)-\frac{2}{3}$

$=3\frac{1}{3}$(米)……桥高；

解 6　设绳长为 x 米. 依题意，得

* ∀ 表示假设的意思.

$$\frac{x}{2}-2\frac{2}{3}=\frac{x}{3}-\frac{2}{3}.$$

解方程，得 $x=12$，

$$\frac{x}{2}-2\frac{2}{3}=\frac{12}{2}-2\frac{2}{3}=3\frac{1}{3},$$

或

$$\frac{x}{3}-\frac{2}{3}=\frac{12}{3}-\frac{2}{3}=3\frac{1}{3}.$$

所以绳长为 12 米，桥高为 $3\frac{1}{3}$ 米.

804. 一箱零件，先拿出 168 只，又拿出余下的 $\frac{2}{3}$，这时箱里的零件数正好是这箱零件总数的 $\frac{1}{7}$. 问这箱零件共多少只？

解 1　余下的 $\left(1-\frac{2}{3}\right)$ 是总数的 $\frac{1}{7}$，则余下部分占总数的 $\frac{1}{7}\div\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{3}{7}$，168 只正好占总数的 $1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$. 总数为 $168\div\frac{4}{7}=294$（只）.

综合算式为 $168\div\left[1-\frac{1}{7}\div\left(1-\frac{2}{3}\right)\right]=294$（只）；

解 2　设这箱零件共 x 只. 依题意，得

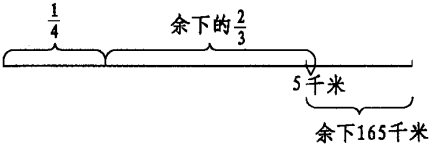
$$x-168-\frac{2}{3}(x-168)=\frac{x}{7}.$$

解方程，得 $x=294$.

所以这箱零件共 294 只.

805. 工程兵某部修一条铁路，一月份修了全长的 $\frac{1}{4}$，二月份修的比余下的 $\frac{2}{3}$ 少 5 千米，还有 165 千米没有修. 问这条铁路全长多少千米？

解 1　按题意可作下图：



如图所示，把一条铁路看作整体“1”，若二月份修的正好是余下的 $\frac{2}{3}$，则还有 $165-5=160$（千米）没有修. 所以，160 千米相当于全长的

$\left[1-\frac{1}{4}-\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{2}{3}\right]$. 综合算式为

$$(165-5)\div\left[1-\frac{1}{4}-\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{2}{3}\right]=640(\text{千米});$$

解 2 设这条铁路全长 x 千米. 依题意,得

$$x-\frac{x}{4}-\left[\frac{2}{3}\left(x-\frac{x}{4}\right)-5\right]=165.$$

解方程,得 $x=640$.

所以这条铁路全长 640 千米.

806. 车站的仓库原有煤若干吨,第一次运出存煤的一半,第二次运进 350 吨,第三次运出现有煤的一半又 50 吨,结果还剩煤 500 吨. 问仓库原存煤多少吨?

解 1 由题意知,第三次运出前存煤 $(500+50)\div\left(1-\frac{1}{2}\right)=1100$ (吨),第一次运出前存煤 $(1100-350)\div\left(1-\frac{1}{2}\right)=1500$(吨),即原存煤量. 综合算式为

$$\left[(500+50)\div\left(1-\frac{1}{2}\right)-350\right]\div\left(1-\frac{1}{2}\right)=1500(\text{吨});$$

解 2 设仓库原存煤 x 吨. 依题意,得

$$x-\frac{x}{2}+350-\left(\frac{x-\frac{x}{2}+350}{2}+50\right)=500.$$

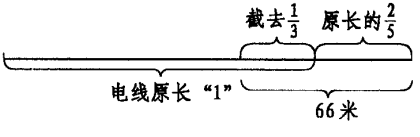
解方程,得 $x=1500$.

所以仓库原存煤 1500 吨.

807. 一根电线,截去 $\frac{1}{3}$,再接上 66 米,结果比原来长 $\frac{2}{5}$. 原来电线长多少米?

解 1 按题意可作下页图.

如图所示,66 米相当于电线原长的 $\frac{1}{3}$ 与 $\frac{2}{5}$ 的和,所以



$$66\div\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\right)=90(\text{米});$$

解2　设原来电线长 x 米. 依题意,得

$$x-\frac{x}{3}+66=x+\frac{2}{5}x.$$

解方程,得　$x=90$.

所以原来电线长是 90 米.

808. **六(1)班学生参加学校的科技、体育、书法三个小组,参加科技组的人数占全班人数的 45%,参加体育组的人数与书法组人数的比是 6∶5. 已知参加书法组人数比参加科技组人数少 8 人,问全班有多少学生?**

解　**参加书法组的人数占全班人数的** $(1-45\%)\times\frac{5}{6+5}$**,所以**

$$8\div\left[45\%-(1-45\%)\times\frac{5}{6+5}\right]=40(\text{人}).$$

809. **一个运输队运输一批货物,第一天运了全部货物的 40%,第二天运了剩下货物的** $\frac{5}{6}$**,第二天比第一天多运 30 吨. 问这批货物共有多少吨?**

解1　剩下的 $\frac{5}{6}$ **是总数的** $\left[(1-40\%)\times\frac{5}{6}\right]$**,所以这批货物的总重量为**

$$30\div\left[(1-40\%)\times\frac{5}{6}-40\%\right]=300(\text{吨}).$$

解2　设这批货物共有 x 吨. 依题意,得

$$(x-40\%x)\times\frac{5}{6}-40\%x=30.$$

解方程,得　$x=300$.

所以这批货物共有 300 吨.

810. **农场收割稻子,第一天收割了总数的 20%,第二天收割余下的** $\frac{1}{3}$**,第一天比第二天少收割 80 公顷. 问这个农场共有稻田多少公顷?**

解1　余下的 $\frac{1}{3}$ **是总数的** $\left[(1-20\%)\times\frac{1}{3}\right]$**. 所以这个农场稻田的总数为**

$$80\div\left[(1-20\%)\times\frac{1}{3}-20\%\right]=1200(\text{公顷});$$

解2　设这个农场共有稻田 x 公顷. 依题意,得

$$\frac{1}{3}(x-20\%x)-20\%x=80.$$

解方程,得　$x=1200$.

所以这个农场共有稻田 1200 公顷.

811. 某筑路队修一条公路，第一天修了全程的$\frac{1}{4}$，第二天修了余下的$\frac{1}{5}$，距中点还有 3 千米. 问这条公路全长多少千米？



解 1 余下的$\frac{1}{5}$是全长的$\left[\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{5}\right]$. 所以

$$3\div\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{5}\right]=30(\text{千米});$$

解 2 设这条公路全长 x 千米. 依题意，得

$$\frac{x}{2}-\frac{x}{4}-\frac{1}{5}\left(x-\frac{x}{4}\right)=3.$$

解方程，得 $x=30$.

所以这条公路全长 30 千米.

812. 光明机械厂第一季度计划生产一批机器零件. 一月份完成计划的 30%，二月份生产了 1800 个，三月份生产的比前两个月的总和少 400 个，正好完成任务. 这个厂第一季度计划生产机器零件多少个？

解 1 三月份生产的比计划的 30%还多(1800−400)个. 所以这个厂第一季度计划生产机器零件为

$$(1800-400+1800)\div(1-30\%\times2)=8000(\text{个});$$

解 2 设第一季度计划生产机器零件 x 个. 依题意，得

$$30\%x+1800+(30\%x+1800-400)=x.$$

解方程，得 $x=8000$.

所以这个厂第一季度计划生产机器零件 8000 个.

813. 红旗小学四年级有学生 155 人，五年级比四年级少 20%，四、五年级学生人数比全校学生总数的$\frac{3}{7}$少 12 人. 问这个小学共有学生多少人？

解 1 把四年级的学生数看作“1”，四、五年级的学生数应是 155 人的(1+1−20%)，即 155×(1+1−20%). 如再加上 12 人正好是全校学生总数的$\frac{3}{7}$，所以这个小学的学生数为

$$[155\times(1+1-20\%)+12]\div\frac{3}{7}=679(\text{人});$$

解 2 设这个小学有学生 x 人. 依题意，得

$$\frac{3}{7}x-12=155\times(1-20\%)+155.$$

解方程，得 $x=679$.

所以这个小学有学生 679 人.

814. 一个农业科学研究所给小麦施肥，第一天施了全部小麦地的$\frac{3}{8}$，第二天施了余下的$\frac{2}{3}$，第二天施的比第一天多 0.5 公顷. 问这个农业科学研究所一共有小麦地多少公顷？

解 1 第二天施了小麦地的$\left(1-\frac{3}{8}\right)\times\frac{2}{3}$. 所以

$$0.5\div\left[\left(1-\frac{3}{8}\right)\times\frac{2}{3}-\frac{3}{8}\right]=12(\text{公顷});$$

解 2 设共有小麦地 x 公顷. 依题意，得

$$\frac{2}{3}\left(x-\frac{3}{8}x\right)-\frac{3}{8}x=0.5.$$

解方程，得 $x=12$.

所以这个农业科学研究所共有小麦地 12 公顷.

815. 小红三天做完老师布置的作业. 第一天做完习题的$\frac{1}{3}$；第二天做完余下的$\frac{1}{2}$后，又做了 3 道题；第三天做习题的$\frac{1}{4}$，恰好完成. 问老师布置了多少道习题？

解 1 第二天做完余下的$\frac{1}{2}$，即做了全部习题的$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{2}$. 所以

$$3\div\left[1-\frac{1}{3}-\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right]=36(\text{题});$$

解 2 设老师布置了 x 道题. 依题意，得

$$\frac{x}{3}+\left[\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{3}\right)+3\right]+\frac{x}{4}=x.$$

解方程，得 $x=36$.

所以老师布置了 36 道习题.

816. 一堆石料，第一次用去它的$\frac{2}{7}$，第二次用去余下的$\frac{2}{7}$，第三次全部用完. 第三次比第二次多用去 12 吨. 问这堆石料共有多少吨？

解 1 第二次用去这堆石料的$\left(1-\frac{2}{7}\right)\times\frac{2}{7}=\frac{10}{49}$，第三次用去这堆石料的$1-\frac{2}{7}-\frac{10}{49}=\frac{25}{49}$，12 吨相当于这堆石料的$\left(\frac{25}{49}-\frac{10}{49}\right)$，所以这堆石料共 $12\div\left(\frac{25}{49}-\frac{10}{49}\right)=39\frac{1}{5}$(吨).

综合算式为

$$12\div\left[1-\frac{2}{7}-\left(1-\frac{2}{7}\right)\times\frac{2}{7}-\left(1-\frac{2}{7}\right)\times\frac{2}{7}\right]=39\frac{1}{5}(\text{吨});$$



解 2 第三次用去余下的$\left(1-\frac{2}{7}\right)$.$\left[12\div\left(1-\frac{2}{7}-\frac{2}{7}\right)\right]$吨是余下的石料,它应占总数的$\left(1-\frac{2}{7}\right)$.所以这堆石料共有

$$12\div\left(1-\frac{2}{7}-\frac{2}{7}\right)\div\left(1-\frac{2}{7}\right)=39\frac{1}{5}(\text{吨});$$

解 3 以余下的石料作为"1",则这堆石料是余下石料的$\frac{1}{1-\frac{2}{7}}$.

$$12\div\left(1-\frac{2}{7}-\frac{2}{7}\right)\times\frac{1}{1-\frac{2}{7}}=39\frac{1}{5}(\text{吨});$$

解 4 设这堆石料共 x 吨.依题意,得

$$\left(x-\frac{2}{7}x\right)\left(1-\frac{2}{7}\right)-\frac{2}{7}\left(x-\frac{2}{7}x\right)=12.$$

解方程,得 $x=39\frac{1}{5}$.

所以这堆石料共有 $39\frac{1}{5}$吨.

817. 某工人第一季度生产了 350 件产品,其中合格的占 90%;第二季度生产了 450 件产品,合格的占 96%.求该工人上半年产品的合格率.

解 $\frac{350\times90\%+450\times96\%}{350+450}\approx93.4\%$.

818. 某拖拉机厂 1999 年原计划生产拖拉机 12000 台,实际上半年生产了 6750 台,下半年比上半年增产$\frac{2}{5}$.问这个厂全年的实际产量超过原计划百分之几?

解 $\frac{6750\times\left(1+\frac{2}{5}+1\right)-12000}{12000}=35\%$.

819. 六年级一班原来参加科技小组的人数占全班人数的 40%,有 30 名同学没参加.开学后又有 18 名同学参加了科技小组,这时参加科技小组的人数占全班人数的百分之几?

解 $\frac{30\div(1-40\%)\times40\%+18}{30\div(1-40\%)}=76\%$.

820. 胜利小学五年级有学生 90 人,四年级学生比五年级学生多$\frac{1}{5}$,五

年级学生占全校学生总数的 15%. 求四年级学生占全校学生总数的百分之几？

解 $\dfrac{90\times\left(1+\frac{1}{5}\right)}{90\div 15\%}=18\%$.

821. 一堆煤共重 185 吨，第一天运走总数的$\frac{2}{5}$，第二天运走了 37 吨，剩下的煤第三天刚好运完. 第三天运走这堆煤的百分之几？

解 $\dfrac{185\times\left(1-\frac{2}{5}\right)-37}{185}=40\%$.

822. 一盒糖果连盒共重 450 克，吃去一部分后连盒重 150 克，已知盒子的重量是原有糖果重量的$\frac{1}{8}$，问这盒糖果吃去了几分之几？

解 $\dfrac{450-150}{450\div\left(1+\frac{1}{8}\right)}=\dfrac{3}{4}$.

823. 一堆煤共 200 吨，五月份用去这堆煤的$\frac{2}{5}$，比原计划节约 20%. 如果五月份照原计划使用，那么这堆煤还剩下几分之几？

解 五月份用煤$\left(200\times\frac{2}{5}\right)$吨，五月份计划用煤$\left[200\times\frac{2}{5}\div(1-20\%)\right]$吨. 所以

$$\frac{200-200\times\frac{2}{5}\div(1-20\%)}{200}=\frac{1}{2}.$$

824. 高庄乡用 25 天挖成一条水渠，前 10 天用人工挖了水渠全长的$\frac{2}{11}$，余下的采用机械施工，平均每天挖渠 120 米，求机械施工时每天挖渠长度是人工每天挖渠长度的几倍？

解 机械施工挖渠的长度为$[120\times(25-10)]$米，由此可知水渠的全长为$\left[120\times(25-10)\div\left(1-\frac{2}{11}\right)\right]$米，人工挖渠$\left[120\times(25-10)\div\left(1-\frac{2}{11}\right)\times\frac{2}{11}\right]$米.

$$\frac{120}{120\times(25-10)\div\left(1-\frac{2}{11}\right)\times\frac{2}{11}\div 10}=3(\text{倍}).$$

825. 某高级中学去年毕业 150 人，其中 40%考取本科，34%考取大专. 今年考取本科的人数比去年增加$\frac{1}{10}$，考取大专的人数比去年减少$\frac{2}{17}$. 已知今年的高中毕业生是 120 人. 求今年考取大学、大专的人数各占毕业生人数的百分之几？



解 $\dfrac{150\times40\%\times\left(1+\frac{1}{10}\right)}{120}=55\%$……本科；

$\dfrac{150\times34\%\times\left(1-\frac{2}{17}\right)}{120}=37.5\%$……大专.

826. 张师傅原计划每月生产 1500 个零件，改进技术后，上半月就完成了原计划的$\frac{3}{5}$，下半月比上半月多完成 75 个. 问他全月产量超过原计划的百分之几？

解 $\dfrac{1500\times\frac{3}{5}\times2+75-1500}{1500}=25\%$；

或 $\dfrac{1500\times\frac{3}{5}\times2+75}{1500}-100\%=25\%$.

827. 某初级中学二年级有学生 210 人，比一年级学生人数少 12.5%，三年级学生人数相当于一、二年级学生总数的$\frac{4}{9}$. 问二年级比三年级的学生多百分之几？

解 该校一年级学生人数为[210÷(1−12.5%)]人，三年级学生人数为$[210\div(1-12.5\%)+210]\times\frac{4}{9}$，所以

$$\frac{210-[210\div(1-12.5\%)+210]\times\frac{4}{9}}{[210\div(1-12.5\%)+210]\times\frac{4}{9}}=5\%.$$

828. 一堆化肥，分装甲、乙两袋，如果从甲袋中拿出 25%，乙袋中拿出$\frac{1}{3}$，那么甲袋中余下的化肥是乙袋余下化肥的 2 倍. 如果再从乙袋中拿出余下的$\frac{1}{5}$，那么乙袋里还剩 24 千克. 问两袋原有化肥各占化肥总数的百分之几？

解 乙袋原有化肥$24\div\left(1-\frac{1}{5}\right)\div\left(1-\frac{1}{3}\right)=45$(千克)；甲袋原有化

肥 $24\div\left(1-\frac{1}{5}\right)\times2\div(1-25\%)=80$(千克). 所以

$$\frac{45}{45+80}=36\%\cdots\cdots\text{乙袋};$$

$$\frac{80}{45+80}=64\%\cdots\cdots\text{甲袋}.$$

829. 一个工程队铺设地下管道,要挖长 400 米、宽 2 米、深 1.5 米的沟. 原计划 15 天完成任务. 由于提高工作效率,实际每天比原计划多挖土 20 方. 问实际用的天数是原计划的几分之几?

解 $\frac{400\times2\times1.5\div(400\times2\times1.5\div15+20)}{15}=\frac{4}{5}$.

830. 中山中学高一(4)班有 48 个同学,达到体锻标准的占全班同学的 $\frac{3}{4}$. 班级中 $\frac{1}{3}$ 是女生,女生中有 $\frac{1}{2}$ 达到体锻标准. 问达到体锻标准的男生占男生总数的百分之几?

解 根据题意,班级中男生人数为 $\left[48\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\right]$ 人,男生达到体锻标准的人数为 $\left(48\times\frac{3}{4}-48\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\right)$ 人. 所以

$$\frac{48\times\frac{3}{4}-48\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}}{48\times\left(1-\frac{1}{3}\right)}=87.5\%.$$

831. 一座年产钢 500 万吨的钢铁厂,现有工人 22000 人. 如果改用电子计算机控制生产,工人数可减少 75%. 问改用电子计算机控制后,每个工人的生产能力比原来提高百分之几?

解 1 $\frac{\frac{5000000}{22000\times(1-75\%)}-\frac{5000000}{22000}}{\frac{5000000}{22000}}=300\%$;

解 2 工作效率与需要人数成反比. 所以改用电子计算机控制后,每个工人的生产能力提高

$$\frac{1}{1-75\%}-100\%=300\%.$$

832. 第一生产小组实际生产零件 1367 只,比计划多 50%又 17 只,比原计划多生产百分之几?

解 把原计划看作"1",原计划的生产数是(1367−17)÷(1+50%). 所以

$$\frac{1367-(1367-17)\div(1+50\%)}{(1367-17)\div(1+50\%)}\approx 51.9\%.$$



833. 张师傅要加工一批零件，第一天加工 40 只，第二天加工剩下的 55%，第三天加工 70 只，结果超产 16 只. 问张师傅超产了百分之几？

解　如果第三天加工(70－16)只，正好占剩下的(1－55%). 由(70－16)÷(1－55%)得到第一天加工后的剩下数. 这批零件的总数应为(70－16)÷(1－55%)＋40，所以

$$\frac{16}{(70-16)\div(1-55\%)+40}=10\%.$$

834. 张堰小学新学年的学生数比上学年增加 10%. 如果按男女生分别统计，男生比上学年减少 5%，女生比上学年增加 35%. 求上学年男生人数是女生人数的几分之几？

解　全校学生数比上学年增加 10%，可以看作男生增加 10%，女生也增加 10%，而实际却是男生减少 5%，女生增加 35%，所以女生的 35%－10%相当于男生的 5%＋10%. 由此可知，上学年男生人数是女生人数的

$$\frac{35\%-10\%}{5\%+10\%}=\frac{5}{3}.$$

上述推理过程也可用式子推导如下：

$$\begin{aligned}
\text{今年学生数}&\xlongequal{\text{已知}}\text{上年学生数}\times(1+10\%)\\
&=\!=\text{上年学生数}+\text{上年学生数}\times10\%\\
&=\!=\text{上年学生数}+(\text{男}+\text{女})\times10\%\\
&=\!=\text{上年学生数}+\text{男}\times10\%+\text{女}\times10\% \qquad ①\\
\text{又今年学生数}&\xlongequal{\text{已知}}\text{上年学生数}-\text{男}\times5\%+\text{女}\times35\% \qquad ②\\
&\xRightarrow{①-②}\text{男}\times10\%+\text{女}\times10\%=\text{女}\times35\%-\text{男}\times5\%\\
&\Longrightarrow\text{男}\times10\%+\text{男}\times5\%=\text{女}\times35\%-\text{女}\times10\%\\
&\Longrightarrow\text{男}\times15\%=\text{女}\times25\%\\
&\Longrightarrow\frac{\text{男}}{\text{女}}=\frac{25\%}{15\%}=\frac{5}{3}.
\end{aligned}$$

835. 甲乙两个战士在步枪实弹射击中打了相同发子弹. 乙打不中目标的发数，等于甲打中目标的发数. 甲打中目标的发数，比射击数的$\frac{3}{5}$少 10 发，打不中目标的发数比射击数的$\frac{3}{10}$多 15 发. 问这次实弹射击中乙打中目标的发数占射击数的百分之几？

解　设甲的射击数为“1”. 因为甲打中目标数比射击数的$\frac{3}{5}$少 10 发，

打不中目标数比射击数的$\frac{3}{10}$多 15 发，所以$(15-10)$发相当于射击数的$\left(1-\frac{3}{5}-\frac{3}{10}\right)$，$(15-10)\div\left(1-\frac{3}{5}-\frac{3}{10}\right)=50$(发)，是甲的射击数，也是乙的射击数.

由此可知，乙打不中目标的发数是$50\times\frac{3}{5}-10=20$(发)，打中目标的发数是$50-20=30$(发). 所以，乙打中目标的发数占射击数的$30\div50=60\%$. 综合算式为

$$\frac{(15-10)\div\left(1-\frac{3}{5}-\frac{3}{10}\right)\times\left(1-\frac{3}{5}\right)+10}{(15-10)\div\left(1-\frac{3}{5}-\frac{3}{10}\right)}=60\%.$$

836. 一天的什么时刻，是这一天已经过去的时间的$\frac{3}{5}$，又是这一天没有过去的时间的$\frac{4}{3}$？

解 1 以这一天已过去的时间为“1”. 这一天没有过去的时间是已经过去时间的$\left(\frac{3}{5}\div\frac{4}{3}\right)$. 一天是 24 小时，$24\div\left(1+\frac{3}{5}\div\frac{4}{3}\right)=16\frac{16}{29}$(时)，这是一天中已经过去的时间. 所以这一时刻是下午 4 时 33 分 6 秒；

解 2 以这一天没有过去的时间为“1”，那么已经过去的时间是没有过去时间的$\left(\frac{4}{3}\div\frac{3}{5}\right)$. 这一天没有过去的时间是$\left[24\div\left(1+\frac{4}{3}\div\frac{3}{5}\right)\right]$时. 已经过去的时间是$24-24\div\left(1+\frac{4}{3}\div\frac{3}{5}\right)=16\frac{16}{29}$(时). 所以这一时刻是下午 4 时 33 分 6 秒.

解 3 设这一天已经过去的时间是 x 时. 依题意，得

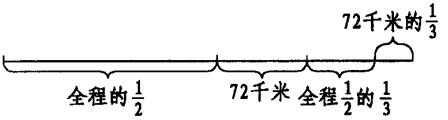
$$\frac{3}{5}x=\frac{4}{3}(24-x).$$

解方程，得 $x=16\frac{16}{29}$. 所以这一时刻是下午 4 时 33 分 6 秒.

837. 小民乘汽车从县城到省城需 2 天. 第一天走全程的$\frac{1}{2}$多 72 千米，第二天的路程等于第一天的$\frac{1}{3}$. 求县城到省城之间的距离.



解 1 按题意可作下图：



如图所示，第二天的路程是全程的$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$（$72\times\frac{1}{3}$）千米，则（$72+72\times\frac{1}{3}$）千米正好占全程的$\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)$. 所以

$$\left(72+72\times\frac{1}{3}\right)\div\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)=288(\text{千米});$$

解 2 设县城到省城的距离是 x 千米. 依题意，得

$$\frac{x}{2}+72+\frac{1}{3}\left(\frac{x}{2}+72\right)=x.$$

解方程，得 $x=288$.

所以县城到省城相距 288 千米.

838. 山上牧童赶了一群羊，山下牧童赶了一只羊，山下牧童问山上牧童："你有几只羊？"山上牧童答："我这一群，再加上和我这一群相等的一群，再加半群，再加半群之半，连上你那一只，总共 100 只."问山上到底有多少只羊？

解 1 $(100-1)\div\left(1+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)=36(\text{只})$;

解 2 设山上有 x 只羊. 依题意，得

$$x+x+\frac{x}{2}+\frac{x}{2}\times\frac{1}{2}+1=100.$$

解方程，得 $x=36$.

所以山上有 36 只羊.

839. 甲、乙两人合作生产一批零件. 甲先做 $3\frac{3}{4}$ 时，完成总数的 $\frac{1}{2}$. 后来甲、乙两人合做 $2\frac{1}{2}$ 时全部完成. 如果乙每小时做 200 个，求这批零件共有多少？

解 1 乙做 $2\frac{1}{2}$ 时，共做$\left(200\times2\frac{1}{2}\right)$个零件；$\left(200\times2\frac{1}{2}\right)$个零件占总数的$\left[1-\frac{1}{2}\div3\frac{3}{4}\times\left(3\frac{3}{4}+2\frac{1}{2}\right)\right]$. 所以

$$200\times2\frac{1}{2}\div\left[1-\frac{1}{2}\div3\frac{3}{4}\times\left(3\frac{3}{4}+2\frac{1}{2}\right)\right]=3000(\text{个}).$$

解 2 若从第二次做的$\frac{1}{2}$考虑，可列式如下

$$200\times 2\frac{1}{2}\div\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\div 3\frac{3}{4}\times 2\frac{1}{2}\right]=3000(\text{个});$$

解 3 甲、乙合做每小时完成这批零件的$\left(\frac{1}{2}\div 2\frac{1}{2}\right)$，甲每小时完成这批零件的$\left(\frac{1}{2}\div 3\frac{3}{4}\right)$，所以乙每小时做的 200 个相当于这批零件的$\left(\frac{1}{2}\div 2\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\div 3\frac{3}{4}\right)$.

$$200\div\left(\frac{1}{2}\div 2\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\div 3\frac{3}{4}\right)=3000(\text{个});$$

解 4 设这批零件共 x 个. 依题意，得

$$\left(\frac{x}{2}\div 3\frac{3}{4}+200\right)\times 2\frac{1}{2}=\frac{x}{2}.$$

解方程，得 $x=3000$.

所以这批零件共 3000 个.

840. 某处摆甲、乙两盆花，一群蜜蜂飞来，在甲花上落了$\frac{1}{5}$，乙花上落了$\frac{1}{3}$，假如两盆花上蜜蜂之差的 3 倍再落在花上，则只剩下一只蜜蜂上下飞舞于两盆花之间. 问这群蜜蜂有多少只？

解 1 甲花上落了$\frac{1}{5}$，乙花上落了$\frac{1}{3}$，它们差的 3 倍是$\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)\times 3$，所以

$$1\div\left[1-\frac{1}{5}-\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)\times 3\right]=15(\text{只}).$$

解 2 设这群蜜蜂有 x 只. 依题意，得

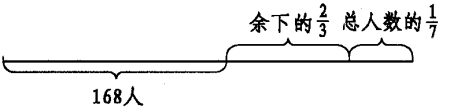
$$\frac{x}{5}+\frac{x}{3}+3\left(\frac{x}{3}-\frac{x}{5}\right)+1=x.$$

解方程，得 $x=15$.

所以这群蜜蜂有 15 只.

841. 某校高年级学生中有 168 人参加科技小组，余下的$\frac{2}{3}$参加文娱小组，剩下不参加小组活动的人数是高年级人数的$\frac{1}{7}$，问高年级学生的总人数是多少？

解 1 依题意可作下图：





如图所示，不参加小组活动的人数占余下的 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$，余下的$\frac{1}{3}$就是高年级总人数的$\frac{1}{7}$，所以余下的人数占高年级总人数的$\frac{1}{7}\div\frac{1}{3}=\frac{3}{7}$. 参加科技小组的人数应是高年级总人数的 $1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$，因此高年级总人数为 $168\div\frac{4}{7}=294$(人). 综合算式为

$$168\div\left[1-\frac{1}{7}\div\left(1-\frac{2}{3}\right)\right]=294(\text{人});$$

解 2　设高年级的总人数是 x 人. 依题意，得

$$(x-168)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{x}{7}.$$

解方程，得　$x=294$.

所以高年级学生总人数为 294 人.

842. 甲、乙两地相距 24 千米，一人从甲地出发去乙地，行了一段路程后向人打听，“这儿离乙地还有多远？”有人对他说：“你已经行的路程的$\frac{1}{5}$加上没有行的路程的$\frac{2}{3}$，正好等于这儿到乙地的路程.”问这人离乙地究竟多远？

解 1　已经行的路程的$\frac{1}{5}$相当于没有行的路程的$\left(1-\frac{2}{3}\right)$，所以已经行的路程是没有行的路程的 $\left(1-\frac{2}{3}\right)\div\frac{1}{5}=\frac{5}{3}$，这人离乙地 $24\div\left(1+\frac{5}{3}\right)=9$(公里). 综合算式为

$$24\div\left[1+\left(1-\frac{2}{3}\right)\div\frac{1}{5}\right]=9(\text{千米});$$

解 2　设这人离乙地 x 公里. 依题意，得

$$\frac{1}{5}(24-x)+\frac{2}{3}x=x.$$

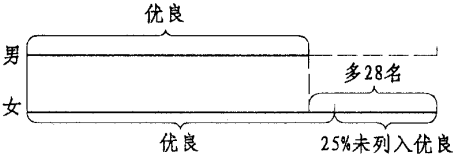
解方程，得　$x=9$.

所以这人离乙地还有 9 千米.

843. 育红小学五年级举行数学竞赛，参加比赛的学生中女生比男生多

28 名.根据成绩,男生全部列入优良,女生有 25% 未能达到优良.男女生取得优良成绩的共有 42 名,已知参加比赛的男女生人数占全年级的$\frac{2}{5}$,问五年级共有学生多少名?

解 1 按题意可作下图:



如图所示,如果参加竞赛的男生增加 28 名,并把参加竞赛的女生人数看作单位"1",那么(42+28)名学生应是参加竞赛的女生人数的(1+1−25%)倍.因此参加竞赛的女生人数是[(42+28)÷(1+1−25%)]名,参加竞赛的男女生人数是[(42+28)÷(1+1−25%)×2−28]名,所以五年级学生总数为

$$[(42+28)\div(2-25\%)\times 2-28]\div\frac{2}{5}=130(\text{名});$$

解 2 在女生比男生多的 28 人中,如果有(1−25%)达到优良,那么,男女生还共有[42−28×(1−25%)]人达到优良.在这些优良者中,如果把男生人数看作"1",那么,女生应是(1−25%).所以{[42−28×(1−25%)]÷[1+(1−25%)]}人是男生人数.男生人数的 2 倍再加上 28 人是参加竞赛的男女生人数,因此五年级共有学生

$$\{[42-28\times(1-25\%)]\div[1+(1-25\%)]\times 2+28\}\div\frac{2}{5}=130(\text{名});$$

解 3 设五年级共有学生 x 名.则参加竞赛的有$\frac{2}{5}x$ 名,$\frac{\frac{2}{5}x+28}{2}$是女生人数,$\frac{\frac{2}{5}x-28}{2}$是男生人数.依题意,得

$$\frac{\frac{2}{5}x+28}{2}\times(1-25\%)+\frac{\frac{2}{5}x-28}{2}=42.$$

解方程,得 $x=130$.

所以五年级学生共 130 名.

844. 奶粉零售价格每瓶 4.05 元,其中包装费占奶粉成本的 12.5%,运输费相当于包装费的 20%,商业利润等于运输费的 8 倍,求每瓶奶粉的

成本.

解　设每瓶奶粉的成本费为“1”,则可求出包装费、运输费、商业利润等占的份数,然后求得成本.

$4.05\div(1+12.5\%+12.5\%\times20\%+12.5\%\times20\%\times8)=3$(元).

845. 小明从甲地到乙地一共走了三天,第一天走了全程的$\frac{2}{5}$,第二天走了剩下的30%,第三天走了第一天的75%又6千米.问甲乙两地相距多少千米?

解1　第二天走了全程的$\left(1-\frac{2}{5}\right)\times30\%$,即$\frac{9}{50}$;第三天走了全程的$\frac{2}{5}\times75\%$又6千米,即$\frac{3}{10}$又6千米;那么6千米占全程的$\left(1-\frac{2}{5}-\frac{9}{50}-\frac{3}{10}\right)$,即$\frac{3}{25}$.甲、乙两地间的距离为$6\div\frac{3}{25}=50$(千米).

综合算式为

$$6\div\left[1-\frac{2}{5}-\left(1-\frac{2}{5}\right)\times30\%-\frac{2}{5}\times75\%\right]=50\text{(千米)};$$

解2　设甲、乙两地相距x千米.依题意得

$$\frac{2}{5}x+\left(x-\frac{2}{5}x\right)\times30\%+\left(\frac{2}{5}x\times75\%+6\right)=x.$$

解方程,得　$x=50$.

所以甲、乙两地相距50千米.

846. 小明读一本书,第一天读了全书的$\frac{1}{5}$,第二天比第一天多读$\frac{1}{4}$,第三天读了12页,正好读了全书的一半多2页.问这本书共有几页?

解1　第二天读了全书的$\frac{1}{5}\times\left(1+\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}$.若第三天少读2页,即$12-2=10$(页),则第三天读了全书的$\frac{1}{2}-\frac{1}{5}-\frac{1}{4}=\frac{1}{20}$.所以全书共有$10\div\frac{1}{20}=200$(页).

综合算式为

$$(12-2)\div\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{5}-\frac{1}{5}\times\left(1+\frac{1}{4}\right)\right]=200\text{(页)};$$

解2　设这本书共有x页.依题意,得

$$\frac{x}{5}+\left(\frac{x}{5}+\frac{x}{5}\times\frac{1}{4}\right)+12=\frac{x}{2}+2.$$

解方程,得　$x=200$.

所以这本书共有 200 页.

847. 有一个两位数,十位上的数字是个位上数字的$\frac{2}{3}$,如这个两位数加上 18,则等于原来两位数的十位上的数字与个位上的数字对调后所得的两位数,求原来的两位数.

解 1 设两位数的十位上的数字为 a,个位上的数字为 b,加上的数为 M,则

$$10a+b+M=10b+a,$$
$$M=9b-9a=9(b-a).$$

由此可知,凡两位数,如果加上某数后所得的和等于这个两位数的数字对调位置后所得的两位数,那么,所加的数总是等于个位上的数字与十位上的数字的差的 9 倍. 因此,这个两位数的个位上的数字与十位上的数字的差为 $18\div9=2$. 因为十位上的数字是个位上的数字的$\frac{2}{3}$,所以个位上的数字为$2\div\left(1-\frac{2}{3}\right)=6$,十位上的数字是 $6\times\frac{2}{3}=4$,原来的两位数是 46;

解 2 设个位上的数字为 x,则十位上的数字为$\frac{2}{3}x$.

$$\frac{2}{3}x\times10+x+18=10x+\frac{2}{3}x.$$

解方程,得 $x=6$,$\frac{2}{3}x=\frac{2}{3}\times6=4$.

所以所求两位数为 46.

848. 新苗小学五年级有两个班,甲班人数是乙班的$\frac{9}{11}$,乙班的四个组中,第一组占全班人数的$\frac{7}{22}$,其余各组都比第一组少 4 人. 问这个学校五年级共有学生多少人?

解 1 乙班其余三组人数的和占乙班人数的$\left(1-\frac{7}{22}\right)$. 每组各占乙班人数的$\left[\left(1-\frac{7}{22}\right)\times\frac{1}{3}\right]$,则 4 人正好占乙班人数的$\left[\frac{7}{22}-\left(1-\frac{7}{22}\right)\times\frac{1}{3}\right]$,得$4\div\left[\frac{7}{22}-\left(1-\frac{7}{22}\right)\times\frac{1}{3}\right]=44$(人). 五年级共有学生$44\times\left(1+\frac{9}{11}\right)=80$(人).

综合算式为

$$4\div\left[\frac{7}{22}-\left(1-\frac{7}{22}\right)\times\frac{1}{3}\right]\times\left(1+\frac{9}{11}\right)=80(\text{人});$$



解 2　设五年级乙班有学生 x 人. 依题意,得

$$\frac{7}{22}x-\left(1-\frac{7}{22}\right)x\times\frac{1}{3}=4.$$

解方程,得　$x=44$,$44\times\left(1+\frac{9}{11}\right)=80$(**人**).

所以五年级共有学生 80 人.

849. **建筑材料商店运到黄沙一批. 第一天卖出总数的 $\frac{1}{3}$ 还多 24 吨;第二天卖出余下的 $\frac{1}{3}$ 再加 24 吨;第三天卖出的是第二天余下的 $\frac{1}{3}$ 再加 24 吨,这时黄沙全部卖完. 问这批黄沙共有多少吨?**

解 1　第三天卖出第二天余下的 $\frac{1}{3}$ 再加 24 吨,而黄沙正好卖完,因此 24 吨相当于第二天余下的 $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$. $24\div\frac{2}{3}=36$(吨),是第二天的余下数. 同理,$(36+24)\div\left(1-\frac{1}{3}\right)=90$(吨)是第一天的余下数. $(90+24)\div\left(1-\frac{1}{3}\right)=171$(吨)是这批黄沙的总数.

综合算式为

$$\left\{\left[24\div\left(1-\frac{1}{3}\right)+24\right]\div\left(1-\frac{1}{3}\right)+24\right\}\div\left(1-\frac{1}{3}\right)=171\text{(吨)};$$

解 2　设这批黄沙共 x 吨. 则

第一天余下: $\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)x-24\right]$**吨;第二天余下:** $\left\{\left(1-\frac{1}{3}\right)\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)x-24\right]-24\right\}$**吨;第三天卖出:** $\frac{1}{3}\left\{\left(1-\frac{1}{3}\right)\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)x-24\right]-24\right\}+24$. **依题意,得**

$$\left(1-\frac{1}{3}\right)\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)x-24\right]-24$$
$$=\frac{1}{3}\left\{\left(1-\frac{1}{3}\right)\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)x-24\right]-24\right\}+24.$$

解方程,得　$x=171$.

所以这批黄沙共有 171 吨.

850. **学校事务员到文具店采购文具纸张. 他购买了墨水、粉笔和纸张,共付出 120 元. 买粉笔的钱是墨水的 3 倍,买纸张的钱是墨水、粉笔的 $1\frac{1}{2}$ 倍还多 3.5 元. 问三样物品各付多少元?**

解 1 设买墨水的钱是“1”，那么买粉笔的钱是“3”，

买纸张的钱是$\left[(1+3)\times 1\frac{1}{2}\right]$还多 3.50 元. 所以买墨水的钱

$(120-3.50)\div\left[(1+3)\times\left(1+1\frac{1}{2}\right)\right]=11.65$(元)，

买粉笔的钱 $11.65\times 3=34.95$(元)，

买纸张的钱 $(11.65+34.95)\times 1\frac{1}{2}+3.50=73.40$(元)；

解 2 设买墨水应付 x 元，则买粉笔付 $3x$ 元，买纸张付$\left[1\frac{1}{2}(x+3x)+3.50\right]$元. 依题意，得

$$x+3x+1\frac{1}{2}(x+3x)+3.50=120.$$

解方程，得 $x=11.65$，

$$3x=3\times 11.65=34.95,$$

$$1\frac{1}{2}(x+3x)+3.50$$

$$=1\frac{1}{2}\times(11.65+34.95)+3.50$$

$$=73.40.$$

所以买墨水付 11.65 元，买粉笔付 34.95 元，买纸张付 73.40 元.

851. 某林区用飞机播种造林，第一天播种的面积比计划播种面积的$\frac{1}{4}$多 200 公顷，第二天播种的等于第一天播种面积的 $1\frac{1}{10}$倍，第三天播种 720 公顷，完成全部计划. 问这个林区计划共播种造林多少公顷？

解 1 $\left(200+200\times 1\frac{1}{10}+720\right)\div\left(1-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\times 1\frac{1}{10}\right)=2400$(公顷)；

解 2 设计划造林 x 公顷. 依题意，得

$$\left(\frac{x}{4}+200\right)\left(1+1\frac{1}{10}\right)+720=x,$$

解方程，得 $x=2400$.

所以这个林区计划播种造林 2400 公顷.

852. 小明看一本书，第一天看了全书的$\frac{1}{6}$，第二天看了 24 页，第三天看的页数与前两天看的总数的比是 3∶2，这时还剩下全书的$\frac{1}{4}$没有看. 问全书共有几页？



解 1　第三天看了全书的 $\frac{1}{6}\times\frac{3}{2}$ **还多** $\left(24\times\frac{3}{2}\right)$ **页. 全书的总页数为**

$$\left(24+24\times\frac{3}{2}\right)\div\left(1-\frac{1}{6}-\frac{1}{6}\times\frac{3}{2}-\frac{1}{4}\right)=180(\text{页});$$

解 2　设全书共 x **页. 依题意,得**

$$\left(\frac{x}{6}+24\right)\left(1+\frac{3}{2}\right)+\frac{x}{4}=x.$$

解方程,得　$x=180.$

所以全书共有 180 **页.**

853. **供销社运到涤棉布一批,第一天卖出** $\frac{3}{10}$**,第二天卖出余下的** $\frac{2}{7}$**,第三天又运到第二天余下的** $\frac{1}{2}$**,这时共有涤棉布** 375 **米. 问原来运到的涤棉布是多少米?**

解 1　第二天剩下原来运到涤棉布的 $\left(1-\frac{3}{10}\right)\times\left(1-\frac{2}{7}\right)$**.** 375 **米是原来运到的涤棉布的** $\left(1-\frac{3}{10}\right)\times\left(1-\frac{2}{7}\right)\times\left(1+\frac{1}{2}\right)$**. 所以**

$$375\div\left[\left(1-\frac{3}{10}\right)\times\left(1-\frac{2}{7}\right)\times\left(1+\frac{1}{2}\right)\right]=500(\text{米});$$

解 2　设原来运到涤棉布 x **米. 依题意,得**

$$\left[x-\frac{3}{10}x-\frac{2}{7}\left(x-\frac{3}{10}x\right)\right]\times\left(1+\frac{1}{2}\right)=375.$$

解方程,得　$x=500.$

所以原来运到涤棉布 500 **米.**

854. **将一批大米的** $\frac{8}{15}$ **装入米袋,每个米袋装的大米一样多,装了** 18 **袋,接着将这批大米的其余部分也装入米袋,每袋装的大米和前一次装的一样多,装了** 15 **袋还余** 45 **千克. 问每个米袋装大米多少千克?**

解 1　全部大米都装袋能装 $18\div\frac{8}{15}=33\frac{3}{4}$**(袋),相当于** 18 **袋与** 15 **袋的和还多** 45 **千克,即** 33 **袋再加** 45 **千克.** $33\frac{3}{4}-33=\frac{3}{4}$**,由此知一袋米的** $\frac{3}{4}$ **就是** 45 **千克,所以每袋装大米** $45\div\frac{3}{4}=60$**(千克). 综合算式为**

$$45\div\left[18\div\frac{8}{15}-(18+15)\right]=60(\text{千克});$$

解 2　设每个米袋装大米 x **千克. 依题意,得**

$$\frac{18x}{18x+15x+45}=\frac{8}{15}.$$

解方程，得 $x=60$.

所以每个米袋装大米 60 **千克.**

855. **青工小张把全月工资的** $\frac{5}{13}$ **作伙食费，余下的** $\frac{13}{20}$ **作为其他开支，剩下的存入银行，存入银行的钱数比伙食费少** 110 **元. 问小张每月的工资是多少元？**

解 1　存入银行的钱占全月工资的 $\left[\left(1-\frac{5}{13}\right)\times\left(1-\frac{13}{20}\right)\right]$**. 所以**

$$110\div\left[\frac{5}{13}-\left(1-\frac{5}{13}\right)\times\left(1-\frac{13}{20}\right)\right]=650(\text{元});$$

解 2　设小张每月的工资是 x **元. 依题意，得**

$$\frac{5}{13}x-\left(x-\frac{5}{13}x\right)\times\left(1-\frac{13}{20}\right)=110.$$

解方程，得 $x=650$.

所以小张每月工资是 650 **元.**

856. **小明三天看完一本书，第一天看全书的** $\frac{1}{4}$**，第二天看余下的** $\frac{2}{5}$**，第二天比第三天少看** 15 **页. 问这本书共有几页？第三天从第几页看起？**

解 1　第二天看全书的 $\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{2}{5}$**，即** $\frac{3}{10}$**；第三天看全书的** $1-\frac{1}{4}-\frac{3}{10}$**，即** $\frac{9}{20}$**；第二天比第三天少看的** 15 **页，占全书的** $\frac{9}{20}-\frac{3}{10}$**，即** $\frac{3}{20}$**. 所以全书共有** $15\div\frac{3}{20}=100$(**页**)**. 第一、二两天共看** $100\times\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{10}\right)=55$(**页**)**，所以第三天从第** 56 **页看起，综合算式为**

$$15\div\left[\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\left(1-\frac{2}{5}\right)-\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{2}{5}\right]=100(\text{页}),$$

$$100\times\left[\frac{1}{4}+\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{2}{5}\right]+1=56(\text{页});$$

解 2　设全书共有 x **页. 依题意，得**

$$\left(1-\frac{2}{5}\right)\left(x-\frac{x}{4}\right)-\frac{2}{5}\left(x-\frac{x}{4}\right)=15.$$

解方程，得 $x=100$，$100\times\left[\frac{1}{4}+\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{2}{5}\right]+1=56$(**页**).

所以这本书共有 100 **页，第三天从第** 56 **页看起.**

857. **计划生产一批零件，已做的是未做的** $\frac{3}{5}$**，如再生产** 560 **个，正好完**

成总数的$\frac{1}{2}$. 问这批零件有多少个？



解 1 已做的是未做的$\frac{3}{5}$，就是已做的占这批零件的$\frac{3}{3+5}$. 所以

$$560 \div \left(\frac{1}{2}-\frac{3}{3+5}\right)=4480(\text{个})；$$

解 2 将未做的零件数作为“1”，则已做零件数是未做零件数的$\frac{3}{5}$，这批零件的$\frac{1}{2}$就是未做零件数的$\left(1+\frac{3}{5}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{4}{5}$，560 个零件相当于未做零件的 $1-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$，$560 \div \frac{1}{5}=2800$（个），这批零件的个数是 $2800 \times \left(1+\frac{3}{5}\right)=4480$(个). 综合算式为

$$560 \div \left[1-\left(1+\frac{3}{5}\right)\times\frac{1}{2}\right]\times\left(1+\frac{3}{5}\right)=4480(\text{个})；$$

解 3 将已做的零件数作为“1”，则未做零件数是已做零件数的$\frac{1}{\frac{3}{5}}=\frac{5}{3}$，这批零件的$\frac{1}{2}$就是已做零件的$\left(1+\frac{5}{3}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{4}{3}$，560 个零件相当于$\frac{5}{3}-\frac{4}{3}=\frac{1}{3}$，已做的零件是 $560 \div \frac{1}{3}=1680$(个). 这批零件的总数是 $1680 \times \left(1+\frac{5}{3}\right)=4480$(个). 列成综合算式为

$$560 \div \left[\frac{1}{\frac{3}{5}}-\left(1+\frac{1}{\frac{3}{5}}\right)\times\frac{1}{2}\right]\times\left(1+\frac{1}{\frac{3}{5}}\right)=4480(\text{个})；$$

解 4 仍旧将未做的零件数作为“1”. 如再生产 560 个，正好完成总数的$\frac{1}{2}$，这说明这时已做的和未做的正好相等，也说明在再生产 560 个以前，已做的和未做的相差(560×2)个. 所以这批零件的总数为

$$560 \times 2 \div \left(1-\frac{3}{5}\right)\times\left(1+\frac{3}{5}\right)=4480(\text{个})；$$

解 5 设这批零件有 x 个. 依题意，得

$$\frac{\frac{3}{5}}{1+\frac{3}{5}}x+560=\frac{x}{2}.$$

解方程，得　$x=4480$.

所以这批零件有 4480 个.

858. 李明看一本书，已看的页数是未看的$\frac{1}{4}$，如果再看 20 页，那么已看的页数是未看的$\frac{1}{3}$. 求这本书共有几页？

解 1　已看的页数是未看的$\frac{1}{4}$，则已看的页数占全书的$\frac{\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{4}}=\frac{1}{5}$；再看 20 页后，已看的页数是未看的$\frac{1}{3}$，则已看的页数占全书的$\frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}=\frac{1}{4}$；再看的 20 页占全书的$\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)$，全书的页数为 $20\div\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)=400$(页). 综合算式为

$$20\div\left(\frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}-\frac{\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{4}}\right)=400(\text{页});$$

解 2　设这本书共 x 页. 依题意，得

$$\frac{\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{4}}x+20=\frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}x.$$

解方程，得　$x=400$.

所以这本书共有 400 页.

859. 某班因有人出去开会，缺席的人数是出席人数的$\frac{1}{6}$；后来又有 1 个学生出去开会，则教室里缺席的人数等于出席人数的$\frac{1}{5}$. 问这个班共有学生多少人？

解 1　缺席人数是出席人数的$\frac{1}{6}$. 即缺席人数为全班人数的$\frac{1}{1+6}=\frac{1}{7}$. 再出去 1 个学生，则缺席人数为全班人数$\frac{1}{1+5}=\frac{1}{6}$，全班人数为

$$1\div\left(\frac{1}{1+5}-\frac{1}{1+6}\right)=42(\text{人}).$$

解 2　设这个班共有学生 x 人. 依题意，得

$$\frac{\frac{1}{6}}{1+\frac{1}{6}}x+1=\frac{\frac{1}{5}}{1+\frac{1}{5}}x.$$



解方程，得　$x=42$.

所以这个班共有学生 42 人.

860. 五爱小学四年级三个班级采集标本. 甲班比乙班少采集 24 种，这个数正好是采集标本总数的$\frac{2}{11}$；甲班采集到的标本相当于乙班的 62.5%. 问丙班采集标本多少种？

解　把乙班采集的标本数看作单位“1”，由 $24\div(1-62.5\%)$得到乙班采集的标本数. 由 $24\div(1-62.5\%)-24$ 得到甲班采集的标本数. 三个班级采集标本的总数是$\left(24\div\frac{2}{11}\right)$件，所以丙班采集的标本数为

$$24\div\frac{2}{11}-[24\div(1-62.5\%)\times2-24]=28(\text{种}).$$

861. 仓库里有一批化肥. 第一次取出 80 袋，第二次比第一次多取出 12.5%，第三次比第一次少取出$\frac{1}{16}$. 这样三次取出的化肥数量正好是总数的一半还多 2 袋. 问仓库原有化肥多少袋？

解 1　$\left\{80\times\left[1+(1+12.5\%)+\left(1-\frac{1}{16}\right)\right]-2\right\}\div\frac{1}{2}=486(\text{袋})$；

解 2　设仓库原有化肥 x 袋. 依题意，得

$$80+80\times(1+12.5\%)+80\times\left(1-\frac{1}{16}\right)=\frac{x}{2}+2.$$

解方程，得　$x=486$.

所以仓库原有化肥 486 袋.

862. 甲、乙两堆黄沙，甲堆的吨数是乙堆的$\frac{2}{3}$. 如果甲堆增加 5 吨，这时乙堆的黄沙是甲堆的$1\frac{1}{3}$倍. 问两堆原各有黄沙多少吨？

解 1　甲堆增加 5 吨后，甲堆黄沙应是乙堆的 $1\div1\frac{1}{3}=\frac{3}{4}$. 所以，乙堆的黄沙应是 $5\div\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\right)=60(\text{吨})$，甲堆是 $60\times\frac{2}{3}=40(\text{吨})$；

解 2　设乙堆原有 x 吨，则甲堆原有$\frac{2}{3}x$ 吨. 依题意，得

$$1\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}x+5\right)=x.$$

解方程，得 $x=60$，$\frac{2}{3}x=60\times\frac{2}{3}=40$.

所以甲堆原有黄沙 40 **吨，乙堆原有黄沙** 60 **吨.**

863. **新华书店运进的科技书本数是文艺书本数的** $\frac{5}{7}$，**当科技书卖出** $\frac{1}{5}$ **后，剩下的科技书比文艺书少** 1251 **本. 问运进的科技书是多少本？**

解 1　运进的文艺书是科技书的 $\left(1\div\frac{5}{7}\right)$，**科技书卖出** $\frac{1}{5}$ **后，还剩** $\left(1-\frac{1}{5}\right)$. **运进的科技书为**

$$1251\div\left[1\div\frac{5}{7}-\left(1-\frac{1}{5}\right)\right]=2085(\text{本});$$

解 2　设运进的科技书是 x **本. 依题意，得**

$$\frac{x}{\frac{5}{7}}-\left(x-\frac{x}{5}\right)=1251.$$

解方程，得 $x=2085$.

所以运进的科技书是 2085 **本.**

864. **两家化工厂，用相同的原料生产同样的产品，甲厂有原料** 500 **吨，乙厂有原料** 220 **吨. 问甲厂要调拨多少吨给乙厂，才能使乙厂的原料是甲厂的** $\frac{4}{5}$ **？**

解 1　两厂共有原料 $500+220=720$(**吨**)，**设调拨后甲厂的原料为“1”，那么乙厂的原料为** $\frac{4}{5}$，$720\div\left(1+\frac{4}{5}\right)=400$(**吨**). **这是调拨后甲厂剩下的原料，所以甲厂应调拨** $500-400=100$(**吨**)**给乙厂. 综合算式为**

$$500-(500+220)\div\left(1+\frac{4}{5}\right)=100(\text{吨});$$

解 2　设甲厂应调拨 x **吨给乙厂. 依题意，得**

$$220+x=\frac{4}{5}(500-x).$$

解方程，得 $x=100$.

所以甲厂应调拨 100 **吨给乙厂.**

865. **将人民币** 66 **元分给甲、乙两人. 如果甲将所分得的人民币的** 20% **给乙，这样乙将比甲多** 6 **元. 问两人各分得人民币多少元？**

解 1　根据和差问题的解题思路，$(66-6)\div2=30$(**元**)**是甲将所分得的人民币的** 20% **给乙后剩下的人民币. 所以甲分到的人民币是：**$30\div(1-$

20%)=37.50(元). 乙分到 66−37.50=28.50(元). 综合算式为

$$(66-6)\div 2\div(1-20\%)$$
$$=37.50(\text{元})\cdots\cdots \text{甲};$$
$$66-37.50$$
$$=28.50(\text{元})\cdots\cdots \text{乙};$$

解 2 设甲分得 x 元,则乙分得$(66-x)$元. 依题意,得

$$(1-20\%)x+6=66-x+20\%x.$$

解方程,得 $x=37.50$,$66-x=66-37.50=28.50$.

所以甲分得 37.50 元,乙分得 28.50 元.

866. 甲、乙两家棉纺厂,甲厂贮存的棉花比乙厂多 120 包. 如果乙厂调 120 包给甲厂,那么乙厂的棉花是甲厂的$\frac{2}{3}$. 问两厂原来各有棉花多少包?

解 1 开始,甲厂比乙厂多 120 包,后来,乙厂调 120 包给甲厂,所以这时甲厂比乙厂多 $120+120\times 2=360$(包). 而这时乙厂的棉花是甲厂的$\frac{2}{3}$,因此甲厂的$\left(1-\frac{2}{3}\right)$即$\frac{1}{3}$相当于 360 包. $360\div\frac{1}{3}=1080$(包)是甲厂调进 120 包后的包数. $1080\times\frac{2}{3}=720$(包)是乙厂调出 120 包后的包数. 所以甲厂原有棉花 $1080-120=960$(包),乙厂原有棉花 $720+120=840$(包). 综合算式为

$$(120+120\times 2)\div\left(1-\frac{2}{3}\right)-120=960(\text{包})\cdots\cdots \text{甲厂},$$
$$960-120=840(\text{包})\cdots\cdots \text{乙厂};$$

解 2 设甲厂原有棉花 x 包,则乙厂原有棉花$(x-120)$包. 依题意,得

$$x-120-120=\frac{2}{3}(x+120).$$

解方程,得 $x=960$,$x-120=960-120=840$.

所以甲厂原有棉花 960 包,乙厂原有棉花 840 包.

867. 两个水产门市部合运一批鱼. 其中第二门市部占 40%. 如果将第一门市部的鱼划出 25%给第二门市部,这样,第二门市部的鱼将比第一门市部多 720 千克. 问这批鱼共多少千克?

解 1 把这批鱼看作"1". 第一门市部的鱼占总数的$(1-40\%)$,划出的鱼占总数的$(1-40\%)\times 25\%$,这样第二门市部的鱼占总数的 $40\%+(1-40\%)\times 25\%$. 第一门市部划出 25%后,余下的鱼占总数的$(1-40\%)\times(1-25\%)$. 所以这批鱼共有

$720\div[40\%+(1-40\%)\times25\%-(1-40\%)\times(1-25\%)]=7200$(千克)；

解2 设这批鱼共 x 千克. 依题意，得

$$40\%x+(x-40\%x)\times25\%-[x-40\%x-(x-40\%x)\times25\%]=720.$$

解方程，得 $x=7200$.

所以这批鱼共 7200 千克.

868. 一批肥皂存放于甲、乙两个仓库. 甲库存的占总数的 55%，如果从甲库取出 420 箱放入乙库，则乙库所存的肥皂是甲库原来存放量的 120%. 问两仓库原各存放肥皂多少箱？

解1 以甲库原来存放量为“1”，则乙库原来的存放量等于甲库存放量的 $\frac{1-55\%}{55\%}=\frac{9}{11}$. 根据题意，甲库原来存放量的 $\left(120\%-\frac{9}{11}\right)$ 就是 420 箱，所以甲库原来存放肥皂 $420\div\left(120\%-\frac{9}{11}\right)=1100$ 箱. 综合算式为

$$420\div\left(120\%-\frac{1-55\%}{55\%}\right)=1100\text{(箱)},$$

乙库原来存肥皂 $1100\times\frac{1-55\%}{55\%}=900$(箱)；

解2 以乙库原来的存放量为“1”. 则甲库原来的存放量等于乙库原来存放量的 $\frac{55\%}{1-55\%}=\frac{11}{9}$. 已知乙库现在存放量是甲库原来存放量的 120%，所以甲库原来存放量等于乙库现在存放量的 $\frac{1}{120\%}=\frac{5}{6}$，就是甲存放量等于乙库原来存放量的 $\frac{5}{6}$ 与 420 箱的 $\frac{5}{6}$ 的和. 由此可知，乙库原来存放量的 $\left(\frac{11}{9}-\frac{5}{6}\right)$ 等于 420 箱的 $\frac{5}{6}$，乙库原来有肥皂 $420\times\frac{5}{6}\div\left(\frac{11}{9}-\frac{5}{6}\right)=900$(箱). 综合算式为

$$420\times\frac{1}{120\%}\div\left(\frac{55\%}{1-55\%}-\frac{1}{120\%}\right)=900\text{(箱)},$$

甲库原有肥皂 $900\times\frac{55\%}{1-55\%}=1100$(箱)；

解3 以甲乙两库所存肥皂总数为“1”. 乙库现有肥皂数占总数的 $55\%\times120\%=66\%$，肥皂的总数是 $420\div[66\%-(1-55\%)]=2000$(箱). 甲库原有肥皂 $2000\times55\%=1100$(箱). 综合算式为

$$420\div[55\%\times120\%-(1-55\%)]\times55\%=1100\text{(箱)},$$

乙库原有肥皂 $1100\div55\%\times(1-55\%)=900$(箱)；

解4 设甲库原有肥皂 x 箱. 依题意，得

$$x \div 55\% \times (1-55\%) + 420 = 120\% x,$$

解方程，得 $x=1100$.

所以甲库原存肥皂 1100 箱，乙库原存肥皂 $1100 \times \frac{1-55\%}{55\%} = 900$(箱).

869. 师徒二人生产一批产品，已知师傅比徒弟多生产 6 件. 如果师傅成品的$\frac{1}{4}$等于徒弟成品的$\frac{2}{7}$，问师徒二人各生产成品多少件？

解 1　因为师傅的成品$\times\frac{1}{4}$＝徒弟的成品$\times\frac{2}{7}$，

所以　$\dfrac{\text{师傅的成品}}{\text{徒弟的成品}} = \dfrac{\frac{2}{7}}{\frac{1}{4}} = 8:7.$

$6 \div (8-7) \times 7 = 42$(件)……徒弟，

$6 \div (8-7) \times 8 = 48$(件)……师傅；

解 2　设师傅的成品为“1”. 师傅成品的$\frac{1}{4}$等于徒弟成品的$\frac{2}{7}$，于是徒弟的成品是师傅成品的$\frac{1}{4} \div \frac{2}{7} = \frac{7}{8}$，即徒弟的成品比师傅少 $1-\frac{7}{8}=\frac{1}{8}$. 又知徒弟比师傅少生产 6 件，因此师傅的成品为 $6 \div \frac{1}{8} = 48$(件). 综合算式为

$$6 \div \left(1 - \frac{1}{4} \div \frac{2}{7}\right) = 48\text{(件)}\cdots\cdots \text{师傅},$$

$$48 - 6 = 42\text{(件)}\cdots\cdots \text{徒弟};$$

解 3　令徒弟的成品为“1”，那么师傅的成品是徒弟的$\frac{2}{7} \div \frac{1}{4}$.

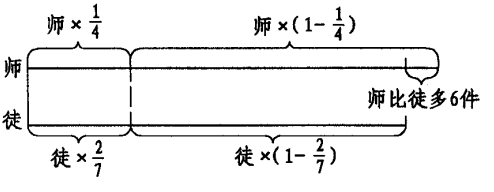
$$6 \div \left(\frac{2}{7} \div \frac{1}{4} - 1\right) = 42\text{(件)}\cdots\cdots \text{徒弟},$$

$$42 \times \left(\frac{2}{7} \div \frac{1}{4}\right) = 48\text{(件)},$$

或

$$42 + 6 = 48\text{(件)}\cdots\cdots \text{师傅};$$

解 4



如图所示，徒弟成品的$\left(1-\frac{2}{7}\right)$等于他成品$\frac{2}{7}$的$\frac{1-\frac{2}{7}}{\frac{2}{7}}$. 根据倍比法思想，徒弟成品的$\frac{2}{7}$相当于师傅成品的$\frac{1}{4}$，则徒弟成品的$\left(1-\frac{2}{7}\right)$就相当于师傅成品的$\left(\frac{1}{4}\times\frac{1-\frac{2}{7}}{\frac{2}{7}}\right)$，所以

$$6\div\left(1-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\times\frac{1-\frac{2}{7}}{\frac{2}{7}}\right)=48(\text{件})\cdots\cdots\text{师傅},$$

$$48-6=42(\text{件})\cdots\cdots\text{徒弟};$$

解5 类似解4，师傅成品的$\left(1-\frac{1}{4}\right)$等于他成品$\frac{1}{4}$的$\frac{1-\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}}$. 根据倍比法思想，师傅成品的$\frac{1}{4}$相当于徒弟成品的$\frac{2}{7}$，则师傅成品的$\left(1-\frac{1}{4}\right)$就相当于徒弟成品的$\left(\frac{2}{7}\times\frac{1-\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}}\right)$，所以

$$6\div\left(\frac{2}{7}+\frac{2}{7}\times\frac{1-\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}}-1\right)=42(\text{件})\cdots\cdots\text{徒弟},$$

$$42+6=48(\text{件})\cdots\cdots\text{师傅};$$

解6 把师傅成品的$\frac{1}{4}$或徒弟成品的$\frac{2}{7}$看作“1”.

$$6\div\left(\frac{1-\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}}-\frac{1-\frac{2}{7}}{\frac{2}{7}}\right)\div\frac{1}{4}=48(\text{件})\cdots\cdots\text{师傅},$$

$$6\div\left(\frac{1-\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}}-\frac{1-\frac{2}{7}}{\frac{2}{7}}\right)\div\frac{2}{7}=42(\text{件})\cdots\cdots\text{徒弟};$$

解7 徒弟的成品等于他成品$\frac{2}{7}$的$\frac{1}{\frac{2}{7}}$. 已知徒弟成品的$\frac{2}{7}$相当于师



傅成品的$\frac{1}{4}$，根据倍比法思想，徒弟的成品就相当于师傅成品的$\left(\frac{1}{4}\times\frac{1}{\frac{2}{7}}\right)$. 所以，$6\div\left(1-\frac{1}{4}\times\frac{1}{\frac{2}{7}}\right)=48$(件)……师傅，

$$48-6=42\text{(件)}\cdots\cdots\text{徒弟；}$$

解 8 类似解 7，师傅的成品等于他成品$\frac{1}{4}$的$\frac{1}{\frac{1}{4}}$，已知师傅成品的$\frac{1}{4}$相当于徒弟成品的$\frac{2}{7}$，根据倍比法思想，师傅的成品就相当于徒弟成品的$\frac{2}{7}\times\frac{1}{\frac{1}{4}}$. 所以

$$6\div\left(\frac{2}{7}\times\frac{1}{\frac{1}{4}}-1\right)=42\text{(件)}\cdots\cdots\text{徒弟，}$$

$$42+6=48\text{(件)}\cdots\cdots\text{师傅；}$$

解 9 把师傅成品的$\frac{1}{4}$或徒弟成品的$\frac{2}{7}$看作“1”. 师傅的成品等于他成品$\frac{1}{4}$的$\frac{1}{\frac{1}{4}}$；徒弟的成品是他成品$\frac{2}{7}$的$\frac{1}{\frac{2}{7}}$，也就是师傅成品$\frac{1}{4}$的$\frac{1}{\frac{2}{7}}$.

$$6\div\left(\frac{1}{\frac{1}{4}}-\frac{1}{\frac{2}{7}}\right)\times\frac{1}{\frac{1}{4}}=48\text{(件)}\cdots\cdots\text{师傅，}$$

$$6\div\left(\frac{1}{\frac{1}{4}}-\frac{1}{\frac{2}{7}}\right)\times\frac{1}{\frac{2}{7}}=42\text{(件)}\cdots\cdots\text{徒弟；}$$

解 10 根据题意：

$$\text{师傅成品}\times\frac{1}{4}=\text{徒弟成品}\times\frac{2}{7},$$

$$(\text{徒弟成品}+6)\times\frac{1}{4}=\text{徒弟成品}\times\frac{2}{7},$$

$$\text{徒弟成品}\times\frac{1}{4}+6\times\frac{1}{4}=\text{徒弟成品}\times\frac{2}{7}.$$

由此可知，徒弟成品的$\frac{2}{7}$比徒弟成品的$\frac{1}{4}$多$6\times\frac{1}{4}$.

所以徒弟的成品是$6\times\frac{1}{4}\div\left(\frac{2}{7}-\frac{1}{4}\right)=42$(件)，

师傅的成品是 $42+6=48$(件)；

解 11 同解 10 的推理方法：

$$\text{师傅成品}\times\frac{1}{4}=\text{徒弟成品}\times\frac{2}{7},$$

$$\text{师傅成品}\times\frac{1}{4}=(\text{师傅成品}-6)\times\frac{2}{7},$$

$$\text{师傅成品}\times\frac{1}{4}=\text{师傅成品}\times\frac{2}{7}-6\times\frac{2}{7}.$$

由此可知，师傅成品的 $\frac{2}{7}$ 比它的 $\frac{1}{4}$ 多 $6\times\frac{2}{7}$.

所以师傅的成品是 $6\times\frac{2}{7}\div\left(\frac{2}{7}-\frac{1}{4}\right)=48$(件)，

徒弟的成品是 $48-6=42$(件)；

解 12 采用逐个对应法：

由已知 师 $\frac{1}{4}$ ⟷ 徒 $\frac{2}{7}$

$$\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\longleftrightarrow\frac{1}{7}$$

$$\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\times7\longleftrightarrow1$$

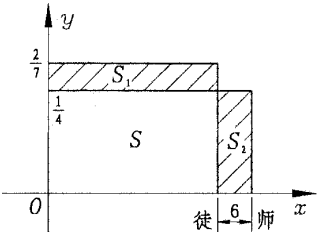
所以 $6\div\left(1-\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\times7\right)=48$(件)……师傅，

$48-6=42$(件)……徒弟；

解 13 采用面积法解.

如图所示 $S+S_1=$徒弟的成品$\times\frac{2}{7}$，

$$S+S_2=\text{师傅的成品}\times\frac{1}{4}.$$



因为，徒弟的成品$\times\frac{2}{7}=$师傅的成品$\times\frac{1}{4}$，

所以，$S+S_1=S+S_2$，

$$S_1=S_2.$$

而 $S_1=$徒弟的成品$\times\left(\frac{2}{7}-\frac{1}{4}\right)$，$S_2=6\times\frac{1}{4}$，

所以，徒弟的成品$\times\left(\frac{2}{7}-\frac{1}{4}\right)=6\times\frac{1}{4}$.



于是，徒弟的成品为 $6\times\frac{1}{4}\div\left(\frac{2}{7}-\frac{1}{4}\right)=42$(件)，

师傅的成品为 $42+6=48$(件)；

解 14　设师傅生产 x 件，则徒弟生产$(x-6)$件. 依题意，得

$$\frac{x}{4}=\frac{2}{7}(x-6),$$

解方程，得　$x=48$，

$$x-6=48-6=42.$$

所以师傅生产成品 48 件，徒弟生产成品 42 件；

解 15　用列表法求解.

部分量	每人做的　　分率
部分量 ‖ 部分量	师傅做的　$\frac{1}{4}$ 徒弟做的　$\frac{2}{7}$
	差 6 件
部分量 ‖ 部分量	师傅做的　$\frac{1}{4}$　(1) (师傅做的-6)　$\frac{2}{7}$　(2)
(2) 转化为 → 部分量$+6\times\frac{2}{7}$ (3)$-$(1)　$6\times\frac{2}{7}$	师傅做的　$\frac{2}{7}$　(3) 师傅做的　$\left(\frac{2}{7}-\frac{1}{4}\right)$ ∀ 师傅做的为“1”

$6\times\frac{2}{7}\div\left(\frac{2}{7}-\frac{1}{4}\right)=48$(件)……师傅，

$48-6=42$(件)……徒弟.

870. 甲、乙两粮仓，甲仓所贮粮食的$\frac{2}{3}$等于乙仓所贮粮食的$\frac{3}{4}$，已知甲仓的粮食比乙仓多 20 万千克. 问两仓各贮粮食多少万千克？

解 1　已知乙仓粮食的$\frac{3}{4}$相当于甲仓粮食的$\frac{2}{3}$，所以乙仓的粮食相当于甲仓的$\frac{2}{3}\div\frac{3}{4}$.

$$20\div\left(1-\frac{2}{3}\div\frac{3}{4}\right)$$
$$=180(\text{万千克})\cdots\cdots\text{甲仓},$$

$$180-20$$

$$=160(\text{万千克})\cdots\cdots \text{乙仓};$$

解 2 设甲仓贮粮 x 万千克，则乙仓贮粮$(x-20)$万千克. 依题意，得

$$\frac{2}{3}x=\frac{3}{4}(x-20).$$

解方程，得 $x=180$，

$$180-20=160.$$

所以甲仓贮粮 180 万千克，乙仓贮粮 160 万千克.

871. 书架上有两层书，上层本数的$\frac{2}{5}$等于下层本数的$\frac{1}{3}$. 已知上层比下层少 20 本. 问这两层各有书几本？

解 1 设下层的本数为“1”，则上层的本数是下层的$\frac{1}{3}\div\frac{2}{5}$.

$$20\div\left(1-\frac{1}{3}\div\frac{2}{5}\right)=120(\text{本})\cdots\cdots \text{下层},$$

$$120-20=100(\text{本})\cdots\cdots \text{上层};$$

解 2 设上层的本数为“1”，则下层的本数是上层的$\frac{2}{5}\div\frac{1}{3}$.

$$20\div\left(\frac{2}{5}\div\frac{1}{3}-1\right)=100(\text{本})\cdots\cdots \text{上层},$$

$$100+20=120(\text{本})\cdots\cdots \text{下层};$$

解 3 上层的本数是它$\frac{2}{5}$的$\frac{1}{\frac{2}{5}}$. 已知上层本数的$\frac{2}{5}$等于下层的$\frac{1}{3}$，根据倍比法思想，上层的本数等于下层的$\frac{1}{3}\times\frac{1}{\frac{2}{5}}$.

$$20\div\left(1-\frac{1}{3}\times\frac{1}{\frac{2}{5}}\right)=120(\text{本})\cdots\cdots \text{下层},$$

$$120-20=100(\text{本})\cdots\cdots \text{上层};$$

解 4 采用对应法.

上层　　下层

$$\frac{2}{5}\longleftrightarrow\frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{5}\div\frac{1}{3}\longleftrightarrow 1$$

$$20\div\left(\frac{2}{5}\div\frac{1}{3}-1\right)=100(\text{本})\cdots\cdots \text{上层},$$

$100+20=120$(本)……下层；

解5　设下层有书 x 本，则上层有书$(x-20)$本. 依题意，得

$$\frac{2}{5}(x-20)=\frac{1}{3}x.$$

解方程，得　$x=120$，

$$x-20=120-20=100.$$

所以上层有 100 本书，下层有 120 本书.

872. 某运动队共有男女运动员 126 人，选出男运动员的$\frac{1}{3}$和 16 个女运动员参加比赛，剩下的男女运动员人数刚好相等. 问这个运动队男女运动员各有多少人？

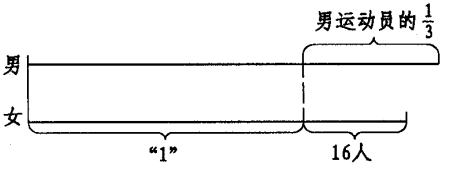
解1　如果只选 16 个女运动员而不选男运动员，那么在剩下的 $126-16=110$(个)男女运动员中，女运动员的人数相当于男运动员人数的 $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$. 所以，$110\div\left(1+\frac{2}{3}\right)=66$(个)是男运动员人数. 女运动员人数是 $66\times\frac{2}{3}+16=60$(个)，或 $126-66=60$(个).

综合算式为

$$(126-16)\div\left[1+\left(1-\frac{1}{3}\right)\right]=66(\text{人})\cdots\cdots\text{男},$$

$$126-66=60(\text{人})\cdots\cdots\text{女};$$

解2　按题意可作下图：

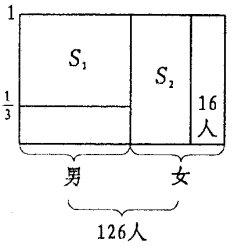


如果令女运动员选出 16 人后剩下的女运动员人数为"1"，则男运动员人数为 $\left(1+\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}\right)$. 所以，男女运动员的人数各为

$$(126-16)\div\left(1+\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}+1\right)\times\left(1+\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}\right)=66(\text{人})\cdots\cdots\text{男},$$

$$(126-16)\div\left(1+\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}+1\right)+16=60(\text{人})\cdots\cdots\text{女};$$

解 3 采用面积法解.



如图,S_1 表示剩下的男运动员,S_2 表示剩下的女运动员,根据题意 $S_1=S_2$,而

$S_1=$男运动员人数$\times\left(1-\frac{1}{3}\right)$;

$S_2=$女运动员人数-16,所以男运动员人数$\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=$女运动员人数$-16$.

又,女运动员人数$=126-$男运动员人数,

所以男运动员人数$\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=126-$男运动员人数$-16$,

男运动员人数为$(126-16)\div\left(1-\frac{1}{3}+1\right)=66$(人),

女运动员人数为 $126-66=60$(人);

解 4 设男运动员有 x 人,则女运动员有$(126-x)$人. 依题意,得

$$\left(1-\frac{1}{3}\right)x=126-x-16,$$

解方程,得 $x=66$,

$$126-x=126-66=60.$$

所以男运动员有 66 人,女运动员有 60 人.

873. 小明阅读一本 252 页的书,已读过的页数的$\frac{5}{7}$等于还没有读过的页数的 $2\frac{1}{2}$倍. 问小明已读过多少页?

解 1 没有读过的页数相当于已读过页数的$\left(\frac{5}{7}\div2\frac{1}{2}\right)$. 所以

$$252\div\left(1+\frac{5}{7}\div2\frac{1}{2}\right)=196(\text{页});$$

解 2 已读过的页数相当于没读过页数的 $2\frac{1}{2}\div\frac{5}{7}=3\frac{1}{2}$(倍).

$\left[252\div\left(1+2\frac{1}{2}\div\frac{5}{7}\right)\right]$页是没读过的页数,所以已读过的页数为

$$252\div\left(1+2\frac{1}{2}\div\frac{5}{7}\right)\times\left(2\frac{1}{2}\div\frac{5}{7}\right)=196(\text{页});$$



解3 根据题意，已读过的页数$\times\frac{5}{7}$=没有读过的页数$\times 2\frac{1}{2}$，

$\frac{\text{已读过的页数}}{\text{没有读过的页数}}=\frac{2\frac{1}{2}}{\frac{5}{7}}=\frac{7}{2}$. 所以已读过的页数为

$252\div(7+2)\times 7=196$(页)；

解4 已读过页数的$\left(1-\frac{5}{7}\right)$等于它$\frac{5}{7}$的$\frac{1-\frac{5}{7}}{\frac{5}{7}}$，根据倍比法思想，已读过页数的$\frac{5}{7}$等于没读过页数的$2\frac{1}{2}$倍，则已读过页数的$\left(1-\frac{5}{7}\right)$等于没读过页数的$2\frac{1}{2}\times\frac{1-\frac{5}{7}}{\frac{5}{7}}$. 所以，已读过的页数为

$$252-252\div\left(1+2\frac{1}{2}+2\frac{1}{2}\times\frac{1-\frac{5}{7}}{\frac{5}{7}}\right)=196\text{(页)；}$$

解5 把已读过的$\frac{5}{7}$或没读过的$2\frac{1}{2}$倍作为“1”. 已读过的$\left(1-\frac{5}{7}\right)$相当于单位“1”的$\frac{1-\frac{5}{7}}{\frac{5}{7}}$，则已经读过的相当于单位“1”的$\left(1+\frac{1-\frac{5}{7}}{\frac{5}{7}}\right)$；没有读过的相当于单位“1”的$\frac{1}{2\frac{1}{2}}$. 所以，已读过的页数为

$$252\div\left[\left(1+\frac{1-\frac{5}{7}}{\frac{5}{7}}\right)+\frac{1}{2\frac{1}{2}}\right]\div\frac{5}{7}=196\text{(页)；}$$

解6 已经读过的页数相当于它$\frac{5}{7}$的$\frac{1}{\frac{5}{7}}$. 已读过页数的$\frac{5}{7}$相当于没有读过的$2\frac{1}{2}$倍，根据倍比法思想，已经读过的页数是没有读过页数的$2\frac{1}{2}\times\frac{1}{\frac{5}{7}}$.

所以，已读过的页数为

$$252\div\left(1+2\frac{1}{2}\times\frac{1}{\frac{5}{7}}\right)\times\left(2\frac{1}{2}\times\frac{1}{\frac{5}{7}}\right)=196(\text{页})；$$

解7　没有读过的页数是它$2\frac{1}{2}$倍的$\frac{1}{2\frac{1}{2}}$.已知没有读过的页数的$2\frac{1}{2}$倍等于已经读过页数的$\frac{5}{7}$，根据倍比法思想，没有读过的页数相当于已经读过页数的$\frac{5}{7}\times\frac{1}{2\frac{1}{2}}$.所以，已读过的页数为

$$252\div\left(1+\frac{5}{7}\times\frac{1}{2\frac{1}{2}}\right)=196(\text{页})；$$

解8　设已经读过页数的$\frac{5}{7}$和没有读过页数的$2\frac{1}{2}$倍为“1”，则已经读过的页数为$\frac{1}{\frac{5}{7}}$，没有读过的页数为$\frac{1}{2\frac{1}{2}}$.所以，已读过的页数为

$$252\div\left(\frac{1}{\frac{5}{7}}+\frac{1}{2\frac{1}{2}}\right)\times\frac{1}{\frac{5}{7}}=196(\text{页})；$$

解9　$\left.\begin{array}{l}\text{已经读过页数}\times\frac{5}{7}=\text{没有读过页数}\times2\frac{1}{2}，\\ \text{已经读过页数}+\text{没有读过页数}=252\end{array}\right\}\Longrightarrow$已经读过页数$\times\frac{5}{7}=(252-\text{已经读过页数})\times2\frac{1}{2}\Longrightarrow$已经读过页数$\times\left(2\frac{1}{2}+\frac{5}{7}\right)=252\times2\frac{1}{2}\Longrightarrow$已经读过的页数$=252\times2\frac{1}{2}\div\left(2\frac{1}{2}+\frac{5}{7}\right)=196(\text{页})$；

解10　用对应法求解.

已经读过的　　没有读过的

$$\frac{5}{7}\quad\longleftrightarrow\quad2\frac{1}{2}$$

$$1\quad\longleftrightarrow\quad2\frac{1}{2}\div\frac{5}{7}$$

所以已读过的页数为

$$252 \div \left(1+2\frac{1}{2} \div \frac{5}{7}\right) \times \left(2\frac{1}{2} \div \frac{5}{7}\right) = 196(\text{页});$$



或　已经读过的　　没有读过的

$$\frac{5}{7} \longleftrightarrow 2\frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{7} \div 2\frac{1}{2} \longleftrightarrow 1$$

所以已读过的页数为

$$252 \div \left(1+\frac{5}{7} \div 2\frac{1}{2}\right) = 196(\text{页});$$

解 11　设已经读过 x 页. 依题意，得

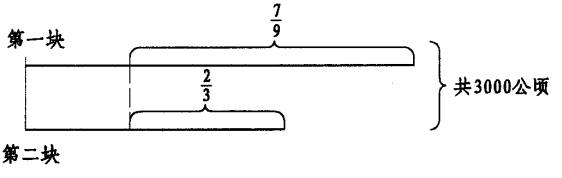
$$\frac{5}{7}x = 2\frac{1}{2}(252-x).$$

解方程，得　$x=196$.

所以小明已经读过 196 页.

874. **两块地共 3000 公顷，第一块耕了 $\frac{7}{9}$，第二块耕了 $\frac{2}{3}$，两块地没有耕的公顷数相等. 问两块地各多少公顷？**

解 1　按题意可作下图：



如图所示，第一块耕了 $\frac{7}{9}$，第二块耕了 $\frac{2}{3}$，两块地没有耕的公顷数相等，即第一块地的 $\left(1-\frac{7}{9}\right)$ 等于第二块地的 $\left(1-\frac{2}{3}\right)$，则第二块地的公顷数相当于第一块地的 $\left(1-\frac{7}{9}\right) \div \left(1-\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}$. 又知两块地共 3000 公顷，所以

第一块地为　$3000 \div \left(1+\frac{2}{3}\right) = 1800$(**公顷**)，

第二块地为　$3000-1800=1200$(**公顷**)；

解 2　设第一块地有 x 公顷，则第二块地有$(3000-x)$**公顷. 依题意，得**

$$x - \frac{7}{9}x = 3000 - x - \frac{2}{3}(3000-x).$$

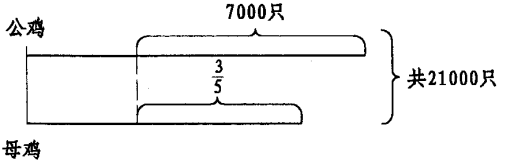
解方程，得　$x=1800$，

$$3000 - x = 3000 - 1800 = 1200.$$

所以第一块地有 1800 公顷，第二块地有 1200 公顷.

875. 红星鸡场养鸡 21000 只，卖出公鸡 7000 只，卖出母鸡的$\frac{3}{5}$，剩下的公鸡和母鸡只数相等. 问这个鸡场原有公鸡和母鸡各多少只？

解 1



若公鸡卖出 7000 只后，母鸡不卖出，则剩下的公鸡只数是母鸡的 $1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$. 剩下的公鸡和母鸡的和是 $21000-7000=14000$(只)，正好相当于母鸡只数的 $1+\frac{2}{5}=1\frac{2}{5}$. 所以，母鸡只数为 $14000\div\left(1+\frac{2}{5}\right)=10000$(只)，公鸡只数为 $21000-10000=11000$(只).

综合算式为

$$\begin{aligned}&(21000-7000)\div\left[1+\left(1-\frac{3}{5}\right)\right]\\=\ &1000(\text{只})\cdots\cdots\text{母鸡},\\&21000-10000\\=\ &11000(\text{只})\cdots\cdots\text{公鸡};\end{aligned}$$

解 2　如果把剩下的公鸡数作为“1”，则原有母鸡数为 $\left(1+\frac{\frac{3}{5}}{1-\frac{3}{5}}\right)$，原有公鸡和母鸡的只数各为

$$(21000-7000)\div\left(1+\frac{\frac{3}{5}}{1-\frac{3}{5}}+1\right)+7000=11000(\text{只})\cdots\cdots\text{公鸡},$$

$$\begin{aligned}&(21000-7000)\div\left(1+\frac{\frac{3}{5}}{1-\frac{3}{5}}+1\right)\times\left(1+\frac{\frac{3}{5}}{1-\frac{3}{5}}\right)\\=\ &10000(\text{只})\cdots\cdots\text{母鸡};\end{aligned}$$

解 3　设原有公鸡 x 只，则原有母鸡$(21000-x)$只. 依题意，得

$$x-7000=(21000-x)\times\left(1-\frac{3}{5}\right).$$

解方程得 $x=11000$，$21000-x=21000-11000=10000$.

所以原有公鸡 11000 只，原有母鸡 10000 只.

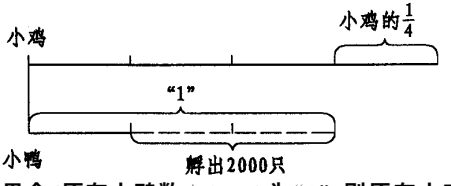
876. 一个饲养专业户养有小鸡、小鸭共 5000 只. 小鸡卖出$\frac{1}{4}$，小鸭又孵出 2000 只后，小鸡、小鸭的只数相同. 问这个专业户原来养有小鸡、小鸭各多少只？

解 1　因为小鸡卖出$\frac{1}{4}$，小鸭孵出 2000 只，小鸡与小鸭的只数相同，所以原来的小鸭数加上 2000 只以后相当于原来小鸡数的$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$. 由此可知，$5000+2000=7000$(只)相当于小鸡只数的$\left(1+\frac{3}{4}\right)$. 所以原有小鸡数为

$(5000+2000)\div\left(1+\frac{3}{4}\right)=4000$(只)；原有小鸭数为

$5000-4000=1000$(只)；

解 2　按题意可作下图：



如图所示，如果令(原有小鸭数$+2000$)为"1"，则原有小鸡数为现有小鸭数的$\left(1+\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}}\right)$. 所以原有小鸡数为

$$(5000+2000)\div\left(1+\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}}+1\right)\times\left(1+\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}}\right)=4000\text{(只)；}$$

原有小鸭数为$(5000+2000)\div\left(1+\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}}+1\right)-2000=1000$(只)，或 $5000-4000=1000$(只)；

解 3　设原有小鸡 x 只，则原有小鸭$(5000-x)$只. 依题意，得

$$x-\frac{x}{4}=5000-x+2000.$$

解方程，得　$x=4000$，$5000-x=5000-4000=1000$.

所以小鸡原有 4000 只，小鸭原有 1000 只.

877. 两条铁丝共长 11 米，如果从第一条截去$\frac{1}{5}$，在第二条上添上 7 分米，这时两条铁丝的长度就相等. 问这两条铁丝原来各长多少？

解 1　如果第二条添上 7 分米，而第一条不截去它的$\frac{1}{5}$，则第二条现有的长度是第一条的$\left(1-\frac{1}{5}\right)$，所以

第一条原长为　$(110+7)\div\left(1-\frac{1}{5}+1\right)=65$(分米)$=6.5$(米)，

第二条原长为　$6.5\times\left(1-\frac{1}{5}\right)-0.7=4.5$(米)

或　　$11-6.5=4.5$(米)；

解 2　令第二条现有的长度为“1”，则第一条原有长度是第二条现有长度的$\left(1+\frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{5}}\right)$，所以

第一条原长为

$$(110+7)\div\left(1+\frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{5}}+1\right)\times\left(1+\frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{5}}\right)=65\text{(分米)}=6.5\text{(米)},$$

第二条原长为

$$(110+7)\div\left(1+\frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{5}}+1\right)-7=45\text{(分米)}=4.5\text{(米)};$$

解 3　设第一条铁丝原来的长度是 x 米，则第二条铁丝原来的长度应是$(11-x)$米. 依题意，得

$$x-\frac{x}{5}=11-x+0.7.$$

解方程，得　$x=6.5$，$11-x=11-6.5=4.5$.

所以第一条铁丝原长 6.5 米，第二条铁丝原长 4.5 米.

878. 上、下两册书共有 280 页. 再版时上册减少 10 页，下册增加它的$\frac{1}{4}$，这样两册书的页数就相等. 问第一版时，上、下册各有多少页？

解 1　下册页数的 $1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$ 比上册少 10 页. 因此，$280-10=270$



(页)是下册页数的$\frac{5}{4}+1=\frac{9}{4}$. 所以下册的页数为$(280-10)\div\frac{9}{4}=120$(页). 上册的页数为$280-120=160$(页);

解2 设第一版时上册有x页,则下册是$(280-x)$页. 依题意,得

$$x-10=280-x+\frac{1}{4}(280-x).$$

解方程,得 $x=160$, $280-x=280-160=120$.

所以第一版时上册有160页,下册有120页.

879. 长海盐场有两堆盐共重2000吨. 从第一堆运走$\frac{1}{3}$,从第二堆运走200吨后,第二堆剩下的是第一堆剩下的$\frac{3}{4}$. 问这两堆盐原各是多少吨?

解1 将第一堆原有的盐看作单位"1",

第二堆剩下的盐是第一堆原有盐的$\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{4}\right]$. 所以,

$$(2000-200)\div\left[1+\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{4}\right]=1200(\text{吨})\cdots\cdots \text{第一堆},$$

$$2000-1200=800(\text{吨})\cdots\cdots \text{第二堆};$$

解2 将第二堆剩下的盐看作单位"1",

第一堆剩下的盐是第二堆剩下盐的$\frac{1}{\frac{3}{4}}$. 第一堆原有的盐是第二堆剩下盐的$\frac{1}{\frac{3}{4}}\times\frac{1}{1-\frac{1}{3}}$. 所以

$$(2000-200)\div\left(1+\frac{1}{\frac{3}{4}}\times\frac{1}{1-\frac{1}{3}}\right)+200=800(\text{吨})\cdots\cdots \text{第二堆},$$

$$2000-800=1200(\text{吨})\cdots\cdots \text{第一堆};$$

解3 将第一堆剩下的盐看作单位"1".

第二堆剩下的盐是第一堆剩下的盐的$\frac{3}{4}$,第一堆原有的盐是第一堆剩下的盐的$\frac{1}{1-\frac{1}{3}}$. 所以

$$(2000-200)\div\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{1-\frac{1}{3}}\right)\times\frac{1}{1-\frac{1}{3}}=1200(\text{吨})\cdots\cdots \text{第一堆},$$

$$2000-1200=800(\text{吨})\cdots\cdots \text{第二堆};$$

解 4 设第一堆原有盐 x 吨，则第二堆原有盐$(2000-x)$吨. 依题意，得

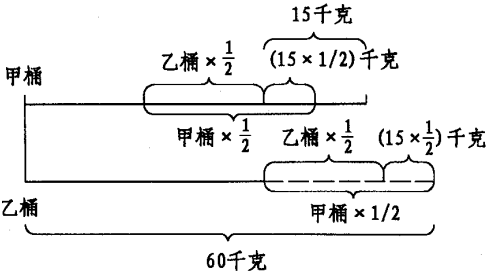
$$\frac{3}{4}\left(x-\frac{x}{3}\right)=(2000-x)-200.$$

解方程，得 $x=1200$，$2000-x=2000-1200=800$.

所以第一堆原有盐 1200 吨，第二堆原有盐 800 吨.

880. 有两桶汽油，甲桶的汽油比乙桶的汽油重 15 千克. 从甲桶倒一半给乙桶. 这时乙桶的汽油重 60 千克. 问两桶汽油原各有多少千克？

解 1 按题意可作下图：

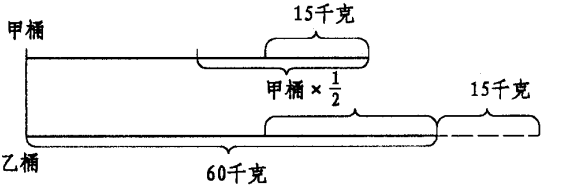


以乙桶原有的汽油为“1”. 如图所示，甲桶汽油的一半可以看成是乙桶汽油的$\frac{1}{2}$与 15 千克的$\frac{1}{2}$的和. 所以从 60 千克中减去 15 千克的$\frac{1}{2}$所得的差相当于乙桶原有汽油的$\left(1+\frac{1}{2}\right)$.

$\left(60-15\times\frac{1}{2}\right)\div\left(1+\frac{1}{2}\right)=35$(千克)……乙桶，

$35+15=50$(千克)……甲桶；

解 2 依题意可作下图：



以甲桶原有的汽油为“1”. 如图所示，$(60+15)$千克相当于甲桶汽油的$\left(1+\frac{1}{2}\right)$，所以甲桶原有汽油为 $(60+15)\div\left(1+\frac{1}{2}\right)=50$(千克)，

乙桶原有汽油为 $50-15=35$(千克)；

解 3 用推导法解.



乙桶原有汽油＋甲桶原有汽油×$\frac{1}{2}$＝60，

而甲桶原有汽油＝乙桶原有汽油＋15，

所以，乙桶原有汽油＋（乙桶原有汽油＋15）×$\frac{1}{2}$＝60，经整理得，乙桶原有汽油×$\left(1+\frac{1}{2}\right)=60-15\times\frac{1}{2}$，所以，乙桶原有汽油为$\left(60-15\times\frac{1}{2}\right)\div\left(1+\frac{1}{2}\right)=35$（千克），

甲桶原有汽油为　35＋15＝50（千克）；

解4　设甲桶原有汽油 x 千克，则乙桶原有汽油$(x-15)$千克，依题意，得

$$x-15+\frac{x}{2}=60.$$

解方程，得　$x=50$，$x-15=50-15=35$.

所以甲桶原有汽油 50 千克，乙桶原有汽油 35 千克.

881. 甲、乙两粮仓，甲仓的存粮比乙仓多 60 吨，如果乙仓调 60 吨给甲仓，这时甲仓的存粮是乙仓的 $1\frac{1}{5}$ 倍. 问两仓原各存粮多少吨？

解1　调拨后甲仓比乙仓多$(60+60\times2)$吨. 以乙仓目前的存粮为“1”，则

$(60+60\times2)\div\left(1\frac{1}{5}-1\right)+60=960$（吨）……乙仓，

960＋60＝1020（吨）……甲仓；

解2　设甲仓原存粮 x 吨，则乙仓原存粮$(x-60)$吨，依题意，得

$$x+60=1\frac{1}{5}(x-60-60).$$

解方程，得　$x=1020$，$x-60=1020-60=960$.

所以，甲仓原存粮 1020 吨，乙仓原存粮 960 吨.

882. 有两堆钢材，从第一堆运走$\frac{1}{3}$，从第二堆运走 80%，这时第一堆剩下的钢材是第二堆剩下钢材的 3 倍. 已知第一堆原有钢材比第二堆原有钢材少 10 吨. 问这两堆钢材原各有多少吨？

解1　第一堆剩下$\left(1-\frac{1}{3}\right)$. 第二堆剩下$(1-80\%)$. 由于第一堆剩下的是第二堆剩下的 3 倍，所以第二堆的$(1-80\%)$相当于第一堆的$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{3}$. 因此第二堆相当于第一堆的$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{3}\div(1-80\%)$.

所以，

$10\div\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{3}\div(1-80\%)-1\right]=90$(**吨**)……**第一堆**，

$90+10=100$(**吨**)……**第二堆**；

解 2　用对应法解.

第一堆		**第二堆**
$1-\frac{1}{3}$	⟷	$3\times(1-80\%)$
$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{3}$	⟷	$1-80\%$
$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{3}\times5$	⟷	1

所以，$10\div\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{3}\times5-1\right]=90$(**吨**)……**第一堆**，

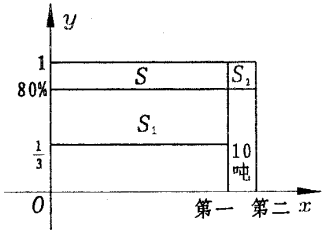
$90+10=100$(**吨**)……**第二堆**；

解 3　用倍比法解.

第一堆原有的钢材是它剩下的 $\frac{1}{1-\frac{1}{3}}$. **根据题意，第一堆的** $\left(1-\frac{1}{3}\right)$**等于第二堆的**$[(1-80\%)\times3]$，**那么第一堆等于第二堆的** $\left[(1-80\%)\times3\times\frac{1}{1-\frac{1}{3}}\right]$. **所以**，

$10\div\left[1-(1-80\%)\times3\times\frac{1}{1-\frac{1}{3}}\right]=100$(**吨**)……**第二堆**，

$100-10=90$(**吨**)……**第一堆**；



解 4　用面积法解.

$S+S_1$ **为第一堆钢材剩下的.** $S+S_2$ **为第二堆钢材剩下的，根据题意，得** $S+S_1=3(S+S_2)$，**即** $S_1=2S+3S_2$ **而**

$S_1=$**第一堆原有钢材**$\times\left(80\%-\frac{1}{3}\right)$，

$S=$**第一堆原有钢材**$\times(1-80\%)$，

$S_2=10\times(1-80\%)$，**所以**

第一堆原有钢材$\times\left(80\%-\frac{1}{3}\right)=$**第一堆原有钢材**$\times(1-80\%)\times2+10\times(1-80\%)\times3$.



第一堆原有钢材为

$$10\times(1-80\%)\times3\div\left[\left(80\%-\frac{1}{3}\right)-(1-80\%)\times2\right]=90(\text{吨}),$$

第二堆原有钢材为 $90+10=100$(吨)；

解5 设第二堆原有钢材 x 吨. 则第一堆原有钢材$(x-10)$吨. 依题意,得

$$(x-10)-\frac{x-10}{3}=3\times(x-80\%x).$$

解方程,得 $x=100$, $x-10=100-10=90$.

所以第一堆原有钢材 90 吨,第二堆原有钢材 100 吨.

883. 粮站运进两汽车面粉,第一辆比第二辆多装 0.8 吨. 如果从第二辆取出 0.5 吨放入第一辆,则第二辆的面粉正好是第一辆的$\frac{3}{4}$. 问这两辆车原来各装多少吨面粉？

解1 第一辆比第二辆多装 0.8 吨,又从第二辆取出 0.5 吨放入第一辆,那么这时第一辆比第二辆多装$(0.8+0.5\times2)$,即 1.8 吨. 这时第二辆的面粉正好是第一辆的$\frac{3}{4}$,由此可知. 第一辆的 $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$为 1.8 吨. 所以第一辆汽车这时装 $1.8\div\frac{1}{4}=7.2$(吨),原来装 $7.2-0.5=6.7$(吨),第二辆汽车原来装 $6.7-0.8=5.9$(吨).

综合算式为 $(0.8+0.5\times2)\div\left(1-\frac{3}{4}\right)-0.5=6.7$(吨)……第一辆,

$6.7-0.8=5.9$(吨)……第二辆；

解2 设第二辆汽车原来装 x 吨,则第一辆汽车原来装$(x+0.8)$吨. 依题意,得

$$x-0.5=\frac{3}{4}(x+0.8+0.5).$$

解方程,得 $x=5.9$, $x+0.8=5.9+0.8=6.7$.

所以第二辆汽车原来装 5.9 吨,第一辆汽车原来装 6.7 吨.

884. 两块长方形铁皮,第一块的面积比第二块的面积小$\frac{1}{5}$. 从两块铁皮上各剪下它们的$\frac{1}{3}$,共剪下 36 分米^2. 问原来这两块铁皮的面积各是多少？

解1 以第二块铁皮的面积为"1". 第一块铁皮面积的$\frac{1}{3}$等于第二块铁

皮面积的$\left[\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{1}{3}\right]$，36分米^{2}相当于第二块铁皮面积的$\left[\frac{1}{3}+\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{1}{3}\right]$.所以，

$$36\div\left[\frac{1}{3}+\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{1}{3}\right]=60(\text{分米}^2)\cdots\cdots\text{第二块},$$

$$60\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=48(\text{分米}^2)\cdots\cdots\text{第一块};$$

解2 以第一块铁皮的面积为“1”，第二块铁皮面积的$\frac{1}{3}$等于第一块铁皮面积的$\left[\frac{1}{\left(1-\frac{1}{5}\right)}\times\frac{1}{3}\right]$.所以，

$$36\div\left[\frac{1}{3}+\frac{1}{1-\frac{1}{5}}\times\frac{1}{3}\right]=48(\text{分米}^2)\cdots\cdots\text{第一块};$$

$$48\div\left(1-\frac{1}{5}\right)=60(\text{分米}^2)\cdots\cdots\text{第二块};$$

解3 第一块面积：第二块面积$=\left(1-\frac{1}{5}\right)$：1=4：5

$$36\div\left(4\times\frac{1}{3}+5\times\frac{1}{3}\right)\times4=48(\text{分米}^2)\cdots\cdots\text{第一块},$$

$$36\div\left(4\times\frac{1}{3}+5\times\frac{1}{3}\right)\times5=60(\text{分米}^2)\cdots\cdots\text{第二块};$$

解4 根据题意：

$$\left.\begin{array}{l}\text{第一块面积}\times\frac{1}{3}+\text{第二块面积}\times\frac{1}{3}=36\\ \text{第一块面积}=\text{第二块面积}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\end{array}\right\}\Longrightarrow\text{第二块面积}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{1}{3}+\text{第二块面积}\times\frac{1}{3}=36\Longrightarrow\text{第二块面积}\times\left[\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right]=36\Longrightarrow\text{第二块面积}=36\div\left[\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right]=60(\text{分米}^2),$$

$$\text{第一块面积}=60\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=48(\text{分米}^2);$$

解5 设第二块铁皮的面积为x分米^2.则第一块铁皮的面积为$\left(1-\frac{1}{5}\right)x$分米^2，依题意，得

$$\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)x+\frac{1}{3}x=36,$$

解方程，得 $x=60$，$60\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=48$.

所以第一块铁皮的面积是 48 **分米**^{2}，**第二块铁皮的面积为** 60 **分米**^{2}.

885. **甲筐中有鸡蛋** 20 **个，将乙筐中鸡蛋的**$\frac{2}{5}$**移入甲筐，那么两筐鸡蛋的个数相等，问乙筐中原来有鸡蛋多少个？**

解 1　乙筐中的鸡蛋取出$\frac{2}{5}$**，还余下**$\left(1-\frac{2}{5}\right)$**，即**$\frac{3}{5}$. **甲筐中原有鸡蛋** 20 **个，加上乙筐鸡蛋的**$\frac{2}{5}$**，这时甲、乙两筐的鸡蛋个数相等，所以** 20 **个相当于乙筐中原有鸡蛋数的**$\frac{3}{5}-\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$. **乙筐中原有鸡蛋** $20\div\frac{1}{5}=100$(**个**). **综合算式为**

$$20\div\left(1-\frac{2}{5}-\frac{2}{5}\right)=100(\text{个});$$

解 2　设乙筐中原有鸡蛋 x **个. 依题意，得**

$$x-\frac{2}{5}x=20+\frac{2}{5}x.$$

解方程，得 $x=100$.

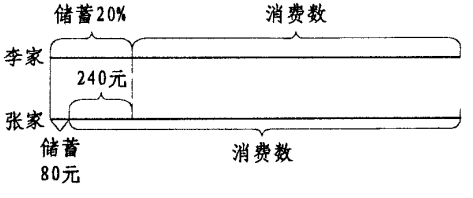
所以乙筐中原有鸡蛋 100 **个.**

886. **李、张两家每月有同样的收入. 李家按月储蓄他家收入的** 20%，**张家比李家每年多消费** 2880 **元，这样两年后张家已储蓄了** 1920 **元. 问两家每月的收入各是多少元？**

解 1　张家比李家两年多消费(2880×2)**元. 如果张家不比李家多消费，那么两年后应储蓄**(2880×2+1920)**元. 这个数字也是李家在两年中的储蓄数. 李家每月储蓄**(2880×2+1920)÷(12×2)，**所以李家每月的收入是**(2880×2+1920)÷(12×2)÷20%=1600(**元**). 这也是张家每月的收入.**

解 2　张家比李家每月多消费 2880÷12=240(**元**).

张家每月储蓄 1920÷(12×2)=80(**元**).



张家每月储蓄 80 元与每月多消费 240 元的和，相当于李家每月收入的 20%，也是张家每月收入的 20%. 所以两家每月的收入各为

$$\left(\frac{1920}{12\times 2}+\frac{2880}{12}\right)\div 20\% = 1600(\text{元});$$

解 3 设两家每月的收入各是 x 元，则

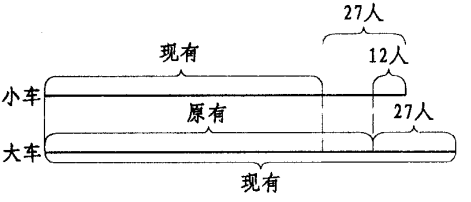
$$20\%x\times 12\times 2 = 1920+2880\times 2.$$

解方程，得 $x=1600$.

所以张、李两家每月各收入 1600 元.

887. 某小学组织同学游园，分乘大小两辆公共汽车. 开始，上小车的比上大车的多 12 人，后来老师从小车上调 27 人到大车，则小车人数正好是大车的$\frac{7}{10}$. 问这时大小两车各有多少人？

解 1 按题意可作下图：



如图所示，设调动后大车的人数为“1”，则

$$(27-12+27)\div\left(1-\frac{7}{10}\right)=140(\text{人})\cdots\cdots \text{大车},$$

$$140\times\frac{7}{10}=98(\text{人})\cdots\cdots \text{小车};$$

解 2 设经调动后大车有 x 人，则小车有$\frac{7}{10}x$ 人. 依题意，得

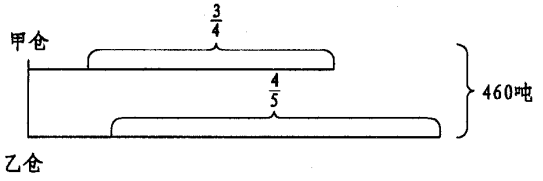
$$\left(\frac{7}{10}x+27\right)-(x-27)=12,$$

解方程，得 $x=140$，$\frac{7}{10}x=140\times\frac{7}{10}=98$.

所以大车有 140 人，小车有 98 人.

888. 甲、乙两粮仓共贮存小麦 460 吨，甲仓运走$\frac{3}{4}$，乙仓运走$\frac{4}{5}$后，甲仓所余的小麦是乙仓的$\frac{2}{3}$. 问两仓原来各有小麦多少吨？

解 1 按题意可作下图：



如图所示，甲仓剩下的小麦是乙仓原有小麦的$\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}$，甲仓原有的小麦是乙仓原有小麦的$\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}\div\left(1-\frac{3}{4}\right)$.

所以乙仓原有小麦

$$460\div\left[1+\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}\div\left(1-\frac{3}{4}\right)\right]=300(\text{吨}),$$

甲仓原有小麦

$460-300=160$(吨)；

解2　乙仓剩下的小麦是甲仓原有小麦的$\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{\frac{2}{3}}$，乙仓原有小麦是甲仓原有小麦的$\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{\frac{2}{3}}\div\left(1-\frac{4}{5}\right)$. 所以甲仓原有小麦

$$460\div\left[1+\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{\frac{2}{3}}\div\left(1-\frac{4}{5}\right)\right]=160(\text{吨}),$$

乙仓原有小麦

$$460-160=300(\text{吨});$$

解3　根据题意，得

甲仓的小麦$\times\left(1-\frac{3}{4}\right)$=乙仓的小麦$\times\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}$，则甲仓小麦：乙仓小麦$=\left[\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}\right]:\left(1-\frac{3}{4}\right)=8:15$. 所以，

$$460\times\frac{8}{8+15}=160(\text{吨})\cdots\cdots\text{甲仓},$$

$$460\times\frac{15}{8+15}=300(\text{吨})\cdots\cdots\text{乙仓};$$

解4　甲仓小麦的$\frac{3}{4}$等于它$\left(1-\frac{3}{4}\right)$的$\frac{\frac{3}{4}}{1-\frac{3}{4}}$. 已知甲仓的

$\left(1-\frac{3}{4}\right)$等于乙仓的$\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}$，根据倍比法思想，甲仓小麦的$\frac{3}{4}$等于乙仓的$\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}\times\frac{\frac{3}{4}}{1-\frac{3}{4}}$.

所以乙仓原有小麦

$$460\div\left[1+\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}+\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}\times\frac{\frac{3}{4}}{1-\frac{3}{4}}\right]=300(\text{吨}),$$

乙仓小麦的$\frac{4}{5}$等于它$\left(1-\frac{4}{5}\right)$的$\frac{\frac{4}{5}}{1-\frac{4}{5}}$. 已知乙仓的$\left(1-\frac{4}{5}\right)$等于甲仓小麦的$\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{\frac{2}{3}}$，根据倍比法思想，乙仓小麦的$\frac{4}{5}$等于甲仓的$\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{\frac{2}{3}}\times\frac{\frac{4}{5}}{1-\frac{4}{5}}$. 所以甲仓原有小麦

$$460\div\left[1+\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{\frac{2}{3}}+\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{\frac{2}{3}}+\frac{\frac{4}{5}}{1-\frac{4}{5}}\right]=160(\text{吨});$$

解5 把乙仓小麦的$\left(1-\frac{4}{5}\right)$看作“1”，则甲仓小麦的$\left(1-\frac{3}{4}\right)$为$\frac{2}{3}$.

又乙仓小麦的$\frac{4}{5}$应为$\frac{\frac{4}{5}}{1-\frac{4}{5}}$，甲仓小麦的$\frac{3}{4}$应为$\frac{2}{3}\times\frac{\frac{3}{4}}{1-\frac{3}{4}}$.

$$460\div\left[\left(1+\frac{\frac{4}{5}}{1-\frac{4}{5}}\right)+\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{\frac{3}{4}}{1-\frac{3}{4}}\right)\right]\div\left(1-\frac{4}{5}\right)$$

$=300(\text{吨})\cdots\cdots$乙仓，

$$460\div\left[\left(1+\frac{\frac{4}{5}}{1-\frac{4}{5}}\right)+\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{\frac{3}{4}}{1-\frac{3}{4}}\right)\right]\times\frac{2}{3}\div\left(1-\frac{3}{4}\right)$$

$=160(\text{吨})\cdots\cdots$甲仓；



解6 把甲仓小麦的$\left(1-\frac{3}{4}\right)$看作“1”，则乙仓小麦的$\left(1-\frac{4}{5}\right)$为$\frac{1}{\frac{2}{3}}$.

甲仓小麦的$\frac{3}{4}$应为$\frac{\frac{3}{4}}{1-\frac{3}{4}}$，乙仓小麦的$\frac{4}{5}$应为$\frac{1}{\frac{2}{3}}\times\frac{\frac{4}{5}}{1-\frac{4}{5}}$. 甲仓原有小麦

$$460\div\left[\left(1+\frac{\frac{3}{4}}{1-\frac{3}{4}}\right)+\left(\frac{1}{\frac{2}{3}}+\frac{1}{\frac{2}{3}}\times\frac{\frac{4}{5}}{1-\frac{4}{5}}\right)\right]\div\left(1-\frac{3}{4}\right)$$

$=160$(吨)，

乙仓原有小麦 $460-160=300$(吨)；

解7 令乙仓小麦的$\left(1-\frac{4}{5}\right)$为“1”，则乙仓小麦为$\frac{1}{1-\frac{4}{5}}$. 已知乙仓小麦的$\left(1-\frac{4}{5}\right)$等于甲仓的$\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{\frac{2}{3}}$，根据倍比法思想，乙仓等于甲仓的$\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{\frac{2}{3}}\times\frac{1}{1-\frac{4}{5}}$. 所以甲仓原有小麦

$$460\div\left[1+\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{\frac{2}{3}}\times\frac{1}{1-\frac{4}{5}}\right]=160\text{(吨)},$$

乙仓原有小麦 $460-160=300$(吨)；

解8 令甲仓小麦的$\left(1-\frac{3}{4}\right)$为“1”，则甲仓小麦为$\frac{1}{1-\frac{3}{4}}$. 已知甲仓小麦的$\left(1-\frac{3}{4}\right)$等于乙仓小麦的$\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}$，根据倍比法思想，甲仓的小麦等于乙仓的$\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{1-\frac{3}{4}}$. 所以乙仓原有小麦

$$460\div\left[1+\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{1-\frac{3}{4}}\right]=300\text{(吨)},$$

甲仓原有小麦 $460-300=160$(吨)；

解9 令乙仓小麦的$\left(1-\frac{4}{5}\right)$为“1”，则甲仓小麦的$\left(1-\frac{3}{4}\right)$为$\frac{2}{3}$. 乙

仓应为$\frac{1}{1-\frac{4}{5}}$，甲仓应为$\frac{2}{3}\times\frac{1}{1-\frac{3}{4}}$.

$460\div\left[\frac{1}{1-\frac{4}{5}}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{1-\frac{3}{4}}\right]\times\frac{1}{1-\frac{4}{5}}=300$(吨)……乙仓，

$460\div\left[\frac{1}{1-\frac{4}{5}}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{1-\frac{3}{4}}\right]\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{1-\frac{3}{4}}=160$(吨)……甲仓；

解10 令甲仓小麦的$\left(1-\frac{3}{4}\right)$为"1"，则乙仓的$\left(1-\frac{4}{5}\right)$为$\frac{1}{\frac{2}{3}}$. 甲仓应为$\frac{1}{1-\frac{3}{4}}$，乙仓应为$\frac{1}{\frac{2}{3}}\times\frac{1}{1-\frac{4}{5}}$.

$460\div\left[\frac{1}{1-\frac{3}{4}}+\frac{1}{\frac{2}{3}}\times\frac{1}{1-\frac{4}{5}}\right]\times\frac{1}{1-\frac{3}{4}}=160$(吨)……甲仓，

$460\div\left[\frac{1}{1-\frac{3}{4}}+\frac{1}{\frac{2}{3}}\times\frac{1}{1-\frac{4}{5}}\right]\times\frac{1}{\frac{2}{3}}\times\frac{1}{1-\frac{4}{5}}=300$(吨)……乙仓.

解11 已知甲仓小麦$\times\left(1-\frac{3}{4}\right)$=乙仓小麦$\times\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}$，

(460−乙仓小麦)$\times\left(1-\frac{3}{4}\right)$=乙仓小麦$\times\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}$，

$460\times\left(1-\frac{3}{4}\right)$−乙仓小麦$\times\left(1-\frac{3}{4}\right)$=乙仓小麦$\times\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}$，

乙仓小麦$\times\left[\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}+\left(1-\frac{3}{4}\right)\right]=400\times\left(1-\frac{3}{4}\right)$，

所以乙仓原有小麦

$460\times\left(1-\frac{3}{4}\right)\div\left[\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}+\left(1-\frac{3}{4}\right)\right]=300$(吨)，

甲仓原有小麦 $460-300=160$(吨)；

解12 已知甲仓小麦$\times\left(1-\frac{3}{4}\right)$=乙仓小麦$\times\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}$，

甲仓小麦$\times\left(1-\frac{3}{4}\right)$

=(460−甲仓小麦)$\times\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}$，

甲仓小麦$\times\left(1-\frac{3}{4}\right)$

$=460\times\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}-$甲仓小麦$\times\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}$，

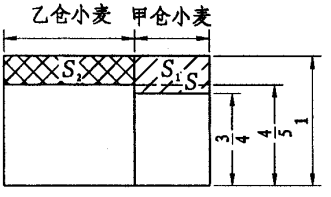
甲仓小麦$\times\left[\left(1-\frac{3}{4}\right)+\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}\right]=460\times\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}$，

所以甲仓原有小麦

$460\times\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}\div\left[\left(1-\frac{3}{4}\right)+\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}\right]=160$(吨)，

乙仓原有小麦　$460-160=300$(吨)；

解 13　用面积法解，



如图，$S_1+S_2-S=460\times\left(1-\frac{4}{5}\right)$，

而 $S_1=$甲仓小麦$\times\left(1-\frac{3}{4}\right)$，

$S_2=\frac{1}{\frac{2}{3}}S_1$

$=$甲仓小麦$\times\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{\frac{2}{3}}$，

$S=$甲仓小麦$\times\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{4}\right)$.

所以甲仓小麦$\times\left[\left(1-\frac{3}{4}\right)+\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{\frac{2}{3}}-\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{4}\right)\right]$

$=460\times\left(1-\frac{4}{5}\right)$，

甲仓小麦

$=460\times\left(1-\frac{4}{5}\right)\div\left[\left(1-\frac{3}{4}\right)+\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{\frac{2}{3}}-\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{4}\right)\right]$

$=160$(吨)，

如图所示，$S_1+S_2+S=460\times\left(1-\frac{3}{4}\right)$，而 $S_2=$乙仓小麦$\times\left(1-\frac{4}{5}\right)$，

$S_1=\frac{2}{3}S_2=$乙仓小麦$\times\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}$，$S=$乙仓小麦$\times\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{4}\right)$，所以

乙仓小麦$\times\left[\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}+\left(1-\frac{4}{5}\right)+\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{4}\right)\right]$

$=460\times\left(1-\frac{3}{4}\right)$,

乙仓小麦$=400\times\left(1-\frac{3}{4}\right)\div\left[\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}+\left(1-\frac{4}{5}\right)+\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{4}\right)\right]$

$=300$(吨);

解 14 设甲仓原有小麦 x 吨,则乙仓原有小麦$(460-x)$吨. 依题意,得

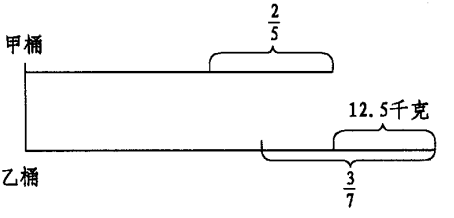
$$x-\frac{3}{4}x=\frac{2}{3}\left[460-x-\frac{4}{5}(460-x)\right].$$

解方程,得 $x=160$,$460-x=460-160=300$.

所以甲仓原有小麦 160 吨,乙仓原有小麦 300 吨.

889. 甲桶食油比乙桶食油少 12.5 千克,如果从甲桶取出$\frac{2}{5}$,乙桶取出$\frac{3}{7}$,这时甲桶的油是乙桶的$\frac{4}{5}$. 问两桶食油原各有多少千克?

解 1 按题意可作下图:



因为甲桶$\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=$乙桶$\times\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}$,

所以,甲桶:乙桶$=\left[\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}\right]:\left(1-\frac{2}{5}\right)=16:21$.

甲桶原有油 $12.5\div(21-16)\times16=40$(千克),

乙桶原有油 $12.5\div(21-16)\times21=52.5$(千克);

解 2 令乙桶的食油为"1". 因为甲桶食油的$\left(1-\frac{2}{5}\right)$等于乙桶的$\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}$,所以甲桶食油等于乙桶的$\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}\div\left(1-\frac{2}{5}\right)$.

$12.5\div\left[1-\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}\div\left(1-\frac{2}{5}\right)\right]=52.5$(千克)……乙桶,

$52.5-12.5=40$(千克)……甲桶;

解 3 令甲桶的食油为"1". 因为乙桶食油的$\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}$等于甲桶的

$\left(1-\frac{2}{5}\right)$，所以乙桶食油等于甲桶的$\left(1-\frac{2}{5}\right)\div\left(1-\frac{3}{7}\right)\div\frac{4}{5}$.

$12.5\div\left[\left(1-\frac{2}{5}\right)\div\left(1-\frac{3}{7}\right)\div\frac{4}{5}-1\right]=40$(千克)……甲桶，

$40+12.5=52.5$(千克)……乙桶；

解4 甲桶食油的$\frac{2}{5}$等于它$\left(1-\frac{2}{5}\right)$的$\frac{\frac{2}{5}}{1-\frac{2}{5}}$. 已知甲桶的$\left(1-\frac{2}{5}\right)$等于乙桶的$\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}$，根据倍比法思想，甲桶的$\frac{2}{5}$等于乙桶的$\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}\times\frac{\frac{2}{5}}{1-\frac{2}{5}}$.

$$12.5\div\left[1-\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}-\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}\times\frac{\frac{2}{5}}{1-\frac{2}{5}}\right]$$

$=52.5$(千克)……乙桶，

同理，乙桶食油的$\frac{3}{7}$等于它$\left(1-\frac{3}{7}\right)$的$\frac{\frac{3}{7}}{1-\frac{3}{7}}$. 已知乙桶食油的$\left(1-\frac{3}{7}\right)$等于甲桶的$\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{1}{\frac{4}{5}}$，根据倍比法思想，乙桶食油的$\frac{3}{7}$等于甲桶的$\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{1}{\frac{4}{5}}\times\frac{\frac{3}{7}}{1-\frac{3}{7}}$. 所以甲桶原有食油

$$12.5\div\left[\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{1}{\frac{4}{5}}+\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{1}{\frac{4}{5}}\times\frac{\frac{3}{7}}{1-\frac{3}{7}}-1\right]$$

$=40$(千克)；

解5 令乙桶食油的$\left(1-\frac{3}{7}\right)$为“1”，则甲桶的$\left(1-\frac{2}{5}\right)$为$\frac{4}{5}$，乙桶的$\frac{3}{7}$为$\frac{\frac{3}{7}}{1-\frac{3}{7}}$，甲桶的$\frac{2}{5}$为$\frac{4}{5}\times\frac{\frac{2}{5}}{1-\frac{2}{5}}$. 所以乙桶有食油

$$12.5\div\left[\left(1+\frac{\frac{3}{7}}{1-\frac{3}{7}}\right)-\left(\frac{4}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{\frac{2}{5}}{1-\frac{2}{5}}\right)\right]\div\left(1-\frac{3}{7}\right)$$

$=52.5$(千克).

同理,令甲桶食油的$\left(1-\frac{2}{5}\right)$为"1",则

乙桶的$\left(1-\frac{3}{7}\right)$为$\frac{1}{\frac{4}{5}}$,甲桶的$\frac{2}{5}$为$\frac{\frac{2}{5}}{1-\frac{2}{5}}$,

乙桶的$\frac{3}{7}$为$\frac{1}{\frac{4}{5}}\times\frac{\frac{3}{7}}{1-\frac{3}{7}}$.

所以甲桶有食油

$$12.5\div\left[\left(\frac{1}{\frac{4}{5}}+\frac{1}{\frac{4}{5}}\times\frac{\frac{3}{7}}{1-\frac{3}{7}}\right)-\left(1+\frac{\frac{2}{5}}{1-\frac{2}{5}}\right)\right]\div\left(1-\frac{2}{5}\right)$$

$=40$(千克);

解6 甲桶食油等于它$\left(1-\frac{2}{5}\right)$的$\frac{1}{1-\frac{2}{5}}$.已知甲桶食油的$\left(1-\frac{2}{5}\right)$等于乙桶的$\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}$,根据倍比法思想,甲桶等于乙桶的

$$\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{1-\frac{2}{5}}.$$

所以乙桶有食油

$$12.5\div\left[1-\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{1-\frac{2}{5}}\right]=52.5\text{(千克)}.$$

同理,乙桶食油等于它$\left(1-\frac{3}{7}\right)$的$\frac{1}{1-\frac{3}{7}}$.已知乙桶食油的$\left(1-\frac{3}{7}\right)$等于甲桶的$\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{1}{\frac{4}{5}}$,根据倍比法思想,乙桶食油等于甲桶的$\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{1}{\frac{4}{5}}\times\frac{1}{1-\frac{3}{7}}$.所以甲桶有食油

$$12.5\div\left[\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{1}{\frac{4}{5}}\times\frac{1}{1-\frac{3}{7}}-1\right]=40(\text{千克});$$



解7　令乙桶食油的$\left(1-\frac{3}{7}\right)$为“1”，则甲桶的$\left(1-\frac{2}{5}\right)$为$\frac{4}{5}$，乙桶为$\frac{1}{1-\frac{3}{7}}$，甲桶为$\frac{4}{5}\times\frac{1}{1-\frac{2}{5}}$. 乙桶食油为

$$12.5\div\left(\frac{1}{1-\frac{3}{7}}-\frac{4}{5}\times\frac{1}{1-\frac{2}{5}}\right)\times\frac{1}{1-\frac{3}{7}}=52.5(\text{千克}),$$

同理，令甲桶食油的$\left(1-\frac{2}{5}\right)$为“1”，则乙桶的$\left(1-\frac{3}{7}\right)$为$\frac{1}{\frac{4}{5}}$，甲桶为$\frac{1}{1-\frac{2}{5}}$，乙桶为$\frac{1}{\frac{4}{5}}\times\frac{1}{1-\frac{3}{7}}$. 甲桶食油为

$$12.5\div\left(\frac{1}{\frac{4}{5}}\times\frac{1}{1-\frac{3}{7}}-\frac{1}{1-\frac{2}{5}}\right)\times\frac{1}{1-\frac{2}{5}}=40(\text{千克});$$

解8　已知　甲桶食油$\times\left(1-\frac{2}{5}\right)$=乙桶食油$\times\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}$

$$\Longrightarrow(\text{乙桶食油}-12.5)\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=\text{乙桶食油}\times\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}$$

$$\Longrightarrow\text{乙桶食油}\times\left(1-\frac{2}{5}\right)-12.5\times\left(1-\frac{2}{5}\right)$$

$$=\text{乙桶食油}\times\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}$$

$$\Longrightarrow\text{乙桶食油}\times\left[\left(1-\frac{2}{5}\right)-\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}\right]$$

$$=12.5\times\left(1-\frac{2}{5}\right)$$

$$\Longrightarrow\text{乙桶食油}=12.5\times\left(1-\frac{2}{5}\right)\div\left[\left(1-\frac{2}{5}\right)-\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}\right]$$

$$=52.5(\text{千克}),$$

同理，已知　甲桶食油$\times\left(1-\frac{2}{5}\right)$=乙桶食油$\times\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}$

$$\Longrightarrow\text{甲桶食油}\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=(\text{甲桶食油}+12.5)\times\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}$$

$\Longrightarrow$甲桶食油$\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=$甲桶食油$\times\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}$

$+12.5\times\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}$

$\Longrightarrow$甲桶食油$\times\left[\left(1-\frac{2}{5}\right)-\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}\right]$

$=12.5\times\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}$

$\Longrightarrow$甲桶食油$=12.5\times\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}$

$\div\left[\left(1-\frac{2}{5}\right)-\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}\right]=40$(千克)；

解9　用对应法解.

甲桶食油　　乙桶食油

已知：$1-\frac{2}{5}\longleftrightarrow\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}$

$1\longleftrightarrow\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{1-\frac{2}{5}}$

所以乙桶有食油　$12.5\div\left[1-\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{1-\frac{2}{5}}\right]=52.5$(千克).

又　　甲桶食油　　乙桶食油

已知：$1-\frac{2}{5}\longleftrightarrow\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{4}{5}$

$\left(1-\frac{2}{5}\right)\div\frac{4}{5}\longleftrightarrow1-\frac{3}{7}$

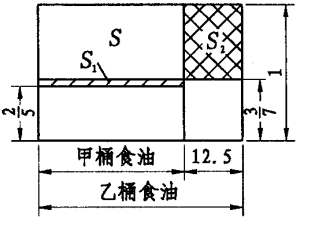
$\left(1-\frac{2}{5}\right)\div\frac{4}{5}\div\left(1-\frac{3}{7}\right)\longleftrightarrow1$

所以甲桶有食油

$12.5\div\left[\left(1-\frac{2}{5}\right)\div\frac{4}{5}\div\left(1-\frac{3}{7}\right)-1\right]=40$(千克)；

解10　用面积法解.

如图：



（单位：千克）

$S+S_1=$甲桶食油$\times\left(1-\frac{2}{5}\right)$　　①

$S+S_2=$乙桶食油$\times\left(1-\frac{3}{7}\right)$　　②



$$\xrightarrow{②-①}\begin{cases} S_2-S_1=\text{乙桶}\times\left(1-\frac{3}{7}\right)-\text{甲桶}\times\left(1-\frac{2}{5}\right); \\ S_2=12.5\times\left(1-\frac{3}{7}\right); \\ S_1=\text{甲桶}\times\left(\frac{3}{7}-\frac{2}{5}\right); \\ \text{乙桶}\times\left(1-\frac{3}{7}\right)=\text{甲桶}\times\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{1}{\frac{4}{5}}. \end{cases}$$

$$\Longrightarrow 12.5\times\left(1-\frac{3}{7}\right)-\text{甲桶}\times\left(\frac{3}{7}-\frac{2}{5}\right)=\text{甲桶}\times\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{1}{\frac{4}{5}}$$

$$-\text{甲桶}\times\left(1-\frac{2}{5}\right)$$

$$\Longrightarrow\text{甲桶}\times\left[\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{1}{\frac{4}{5}}+\left(\frac{3}{7}-\frac{2}{5}\right)-\left(1-\frac{2}{5}\right)\right]$$

$$=12.5\times\left(1-\frac{3}{7}\right)$$

$$\Longrightarrow\text{甲桶食油}=12.5\times\left(1-\frac{3}{7}\right)$$

$$\div\left[\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{1}{\frac{4}{5}}+\left(\frac{3}{7}-\frac{2}{5}\right)-\left(1-\frac{2}{5}\right)\right]=40(\text{千克}),$$

乙桶食油$=40+12.5=52.5$(**千克**)；

解 11 设甲桶原有食油 x 千克，则乙桶原有食油$(x+12.5)$千克. 依题意，得

$$x-\frac{2}{5}x=\frac{4}{5}\left[x+12.5-\frac{3}{7}(x+12.5)\right].$$

解方程，得 $x=40$，$x+12.5=40+12.5=52.5$.

所以甲桶原有食油 40 千克，乙桶原有食油 52.5 千克.

890. 某厂甲、乙两车间共 137 人. 甲车间人数的$\frac{4}{7}$加上乙车间人数的$\frac{4}{5}$为 92 人，求甲、乙两车间各几人？

解 1 已知 甲$+$乙$=137\Longrightarrow$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{甲}\times\frac{4}{5}+\text{乙}\times\frac{4}{5}=137\times\frac{4}{5} & ① \\ \text{甲}\times\frac{4}{7}+\text{乙}\times\frac{4}{5}=92 & ② \end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{①-②}\ \text{甲}\times\left(\frac{4}{5}-\frac{4}{7}\right)=137\times\frac{4}{5}-92$$

$$\Longrightarrow\ \text{甲}=\left(137\times\frac{4}{5}-92\right)\div\left(\frac{4}{5}-\frac{4}{7}\right)=77(\text{人}),$$

$$\text{乙}=137-77=60(\text{人});$$

解 2　已知 $\text{甲}+\text{乙}=137\Longrightarrow$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{甲}\times\frac{4}{7}+\text{乙}\times\frac{4}{7}=137\times\frac{4}{7} & ① \\ \text{甲}\times\frac{4}{7}+\text{乙}\times\frac{4}{5}=92 & ② \end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{②-①}\ \text{乙}\times\left(\frac{4}{5}-\frac{4}{7}\right)=92-137\times\frac{4}{7}$$

$$\Longrightarrow\ \text{乙}=\left(92-137\times\frac{4}{7}\right)\div\left(\frac{4}{5}-\frac{4}{7}\right)=60(\text{人}),$$

$$\text{甲}=137-60=77(\text{人});$$

解 3　已知　$\text{甲}\times\frac{4}{7}+\text{乙}\times\frac{4}{5}=92$

$$\Longrightarrow\text{甲}\times\frac{4}{7}\div\frac{4}{5}+\text{乙}$$

$$\left.\begin{array}{ll} =92\div\frac{4}{5} & ① \\ \text{甲}+\text{乙}=137 & ② \end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{②-①}\ \text{甲}\times\left(1-\frac{4}{7}\div\frac{4}{5}\right)=137-92\div\frac{4}{5}$$

$$\Longrightarrow\ \text{甲}=\left(137-92\div\frac{4}{5}\right)\div\left(1-\frac{4}{7}\div\frac{4}{5}\right)=77(\text{人}),$$

$$\text{乙}=137-77=60(\text{人});$$

解 4　已知　$\text{甲}\times\frac{4}{7}+\text{乙}\times\frac{4}{5}=92$

$\Longrightarrow$甲$+$乙$\times\frac{4}{5}\div\frac{4}{7}$

$=92\div\frac{4}{7}$ ①

甲$+$乙$=137$ ②

①$-$② $\Longrightarrow$ 乙$\times\left(\frac{4}{5}\div\frac{4}{7}-1\right)=92\div\frac{4}{7}-137$

$\Longrightarrow$乙$=\left(92\div\frac{4}{7}-137\right)\div\left(\frac{4}{5}+\frac{4}{7}-1\right)=60$(人),

甲$=137-60=77$(人);

解5 设甲车间有 x 人,则乙车间有$(137-x)$人. 依题意,得

$$\frac{4}{7}x+\frac{4}{5}(137-x)=92.$$

解方程,得 $x=77$,$137-x=137-77=60$.

所以甲车间有 77 人,乙车间有 60 人.

891. 新华小学舞蹈小组和歌咏小组共有组员 66 人,舞蹈小组人数的$\frac{1}{2}$与歌咏小组人数的$\frac{3}{7}$的和是 30 人. 问两组人数各是多少?

解1 舞蹈小组人数的$\frac{1}{2}$与歌咏小组人数的$\frac{1}{2}$的和是 $66\times\frac{1}{2}=33$(人). 但是舞蹈小组人数的$\frac{1}{2}$与歌咏小组人数的$\frac{3}{7}$的和是 30 人,所以 $33-30=3$(人)相当于歌咏小组人数的$\frac{1}{2}-\frac{3}{7}=\frac{1}{14}$. 由此可得歌咏小组的人数是 $3\div\frac{1}{14}=42$(人). 综合算式为

$$\left(66\times\frac{1}{2}-30\right)\div\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{7}\right)=42(\text{人}),$$

舞蹈小组人数为

$$66-42=24(\text{人});$$

解2 已知舞蹈小组人数的$\frac{1}{2}$与歌咏小组人数的$\frac{3}{7}$的和是 30 人,那么舞蹈小组全组人数与歌咏小组的$\left(\frac{3}{7}\times2\right)$的和是$(30\times2)$人. $66-30\times2=6$(人)相当于歌咏小组人数的 $1-\frac{3}{7}\times2=\frac{1}{7}$,所以歌咏小组的人数是 $6\div$

$\frac{1}{7}=42$(人). 综合算式为

$$(66-30\times 2)\div\left(1-\frac{3}{7}\times 2\right)=42(\text{人}),$$

舞蹈小组人数为

$$66-42=24(\text{人});$$

解3　已知　舞蹈小组人数$\times\frac{1}{2}$+歌咏小组人数$\times\frac{3}{7}=30$

$$\xrightarrow{\substack{\text{等式两边}\\ \text{同乘以}\ \frac{1}{\frac{3}{7}}}} \left.\begin{array}{l} \text{舞蹈小组人数}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{\frac{3}{7}}+\text{歌咏小组人数}=30\times\frac{1}{\frac{3}{7}}\ ①\\ \text{已知舞蹈小组人数}+\text{歌咏小组人数}=66\quad ② \end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{①-②} \text{舞蹈小组人数}=\left(30\times\frac{1}{\frac{3}{7}}-66\right)\div\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{\frac{3}{7}}-1\right)=24(\text{人}),$$

歌咏小组人数　$66-24=42$(人);

解4　已知　舞蹈小组人数+歌咏小组人数$=66$

$$\xrightarrow{\substack{\text{等式两边}\\ \text{同乘以}\ \frac{3}{7}}} \left.\begin{array}{l} \text{舞蹈小组人数}\times\frac{3}{7}+\text{歌咏小组人数}\times\frac{3}{7}=66\times\frac{3}{7}\ ①\\ \text{已知舞蹈小组人数}\times\frac{1}{2}+\text{歌咏小组人数}\times\frac{3}{7}=30\ ② \end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{②-①} \text{舞蹈小组人数}=\left(30-66\times\frac{3}{7}\right)\div\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{7}\right)=24(\text{人}),$$

歌咏小组人数　$66-24=42$(人);

解5　设舞蹈小组有 x 人,则歌咏小组有$(66-x)$人.

$$\frac{x}{2}+\frac{3}{7}(66-x)=30.$$

解方程,得　$x=24$,$66-x=66-24=42$.

所以舞蹈小组有 24 人. 歌咏小组有 42 人.

892. 东、西两粮仓存粮的比是 5∶7,两仓分别运入同样数量的粮食后,

东仓有粮 96 吨，西仓有粮 120 吨. 问两仓分别运入多少吨粮食？



解 1　设西仓原有的粮食为“1”，则东仓原有的粮食是西仓原有粮食的 $\frac{5}{7}$，东仓比西仓少 $1-\frac{5}{7}=\frac{2}{7}$. 因为两仓运入同样数量的粮食，所以原来两仓粮食的相差数就是运入同样数量粮食后的相差数 $120-96=24$(吨)，相当于西仓原有粮食的 $\frac{2}{7}$，所以西仓原有粮食为 $24\div\frac{2}{7}=84$(吨)，$120-84=36$(吨)就是两仓分别增加的粮食数. 综合算式为

$$120-(120-96)\div\left(1-\frac{5}{7}\right)=36(\text{吨});$$

解 2　如解 1 所述，设东仓原有的粮食为“1”，则西仓原有的粮食是东仓的 $\frac{7}{5}$，相差 $\frac{7}{5}-1=\frac{2}{5}$. 所以东仓原存粮为　$(120-96)\div\left(\frac{7}{5}-1\right)=60$(吨)，$96-60=36$(吨)，即为两仓分别运入的粮食数.

解 3　设两仓分别运入 x 吨粮食. 依题意，得

$$\frac{96-x}{120-x}=\frac{5}{7}.$$

解方程，得　$x=36$.

所以两仓分别运入粮食 36 吨.

893. 某工厂三级工与四级工的人数比是 4∶3，后来又有 33 人由三级工升入四级工，这时三级工人数是三、四级工总人数的 $\frac{3}{8}$. 问这家工厂三、四级工总人数是多少？

解 1　升级前后，三、四级工总人数没有发生变化. 原来三级工人数占三、四级工总人数的 $\frac{4}{4+3}$；升级后占 $\frac{3}{8}$. 造成这种变化的原因是三级工人数减少了 33 人. 所以三、四级工总人数为　$33\div\left(\frac{4}{4+3}-\frac{3}{8}\right)=168$(人)；

解 2　设三、四级工总人数是 x 人. 依题意，得

$$\frac{4}{7}x-33=\frac{3}{8}x.$$

解方程，得　$x=168$.

所以这家工厂三、四级工总人数是 168 人.

894. 两堆煤共重 28.5 吨. 第一堆用去$\frac{3}{4}$,第二堆用去$\frac{2}{3}$后,第一堆剩下的煤比第二堆剩下的煤少 2.5 吨. 问两堆煤原来各重多少吨?

解 1　第一堆剩下的煤比第二堆剩下的煤少 2.5 吨,就是第二堆的$\left(1-\frac{2}{3}\right)$比第一堆的$\left(1-\frac{3}{4}\right)$多 2.5 吨. 这样第二堆就比第一堆的$\left(1-\frac{3}{4}\right)\div\left(1-\frac{2}{3}\right)$多$\left[2.5\div\left(1-\frac{2}{3}\right)\right]$吨. 因此第一堆煤的重量为

$$\left[28.5-2.5\div\left(1-\frac{2}{3}\right)\right]\div\left[1+\left(1-\frac{3}{4}\right)\div\left(1-\frac{2}{3}\right)\right]=12(\text{吨}),$$

第二堆煤的重量为　$28.5-12=16.5$(吨);

解 2　设第一堆煤的重量为 x 吨,则第二堆煤的重量为$(28.5-x)$吨. 依题意,得

$$x-\frac{3}{4}x+2.5=28.5-x-\frac{2}{3}(28.5-x).$$

解方程,得　$x=12$,$28.5-x=28.5-12=16.5$.

所以第一堆煤重 12 吨,第二堆煤重 16.5 吨.

895. 甲、乙两个书架,已知甲书架有书 600 本,从甲书架借出$\frac{1}{3}$,从乙书架借出$\frac{3}{4}$后,甲书架比乙书架的 2 倍还多 150 本. 问乙书架原有书多少本?

解 1　甲书架借出$\frac{1}{3}$后还剩$600\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=400$(本). $400-150=250$(本)为乙书架剩书的 2 倍. 乙书架剩书 $250\div2=125$(本),为乙书架原有书的$\left(1-\frac{3}{4}\right)$. 所以乙书架原有书 $125\div\left(1-\frac{3}{4}\right)=500$(本). 综合算式为

$$\frac{600\times\left(1-\frac{1}{3}\right)-150}{2}\div\left(1-\frac{3}{4}\right)=500(\text{本});$$

解 2　设乙书架原有书 x 本. 依题意,得

$$2\left(x-\frac{3}{4}x\right)+150=600-600\times\frac{1}{3}.$$

解方程,得　$x=500$.

所以乙书架原有书 500 本.

896. 一家工厂新招合同工 18 人,如果全部分配给第一车间,那么第一车间的人数是第二车间人数的 2 倍;如果全部分配给第二车间,那么第二车间的人数是第一车间的$\frac{7}{8}$.问两个车间原来各有多少人?

解 1　将两个车间原有的人数加上合同工 18 人,作为总人数.

如果合同工 18 人分配给第一车间,那么第一车间人数占总人数的$\frac{2}{1+2}$,即$\frac{2}{3}$;

如果合同工 18 人分配给第二车间,那么第一车间人数占总人数的$\frac{1}{1+\frac{7}{8}}$,即$\frac{8}{15}$.所以新招 18 人相当于总人数的$\frac{2}{3}-\frac{8}{15}$,即$\frac{2}{15}$.总人数是

$18\div\frac{2}{15}=135$(人).

因为 18 人分配给第一车间,第一车间人数是第二车间的 2 倍,所以$135\times\frac{2}{1+2}=90$(人).是这时第一车间的人数.第一车间原有人数为

$90-18=72$(人),

第二车间的人数为　$135-90=45$(人);

解 2　设第一车间原有 x 人,则第二车间原有人数为$\frac{x+18}{2}$人.依题意,得

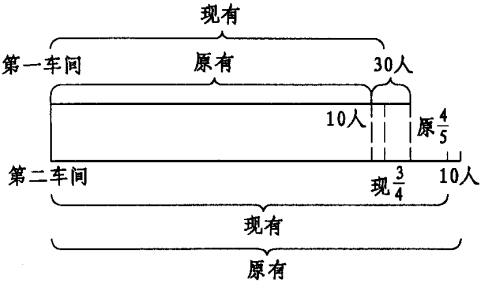
$$\frac{x+18}{2}+18=\frac{7}{8}x.$$

解方程,得　$x=72$,$\frac{x+18}{2}=\frac{72+18}{2}=45$.

所以第一车间原有 72 人,第二车间原有 45 人.

897. 某工厂第一车间的人数比第二车间的人数的$\frac{4}{5}$少 30 人.如果从第二车间调 10 人到第一车间,第一车间的人数就是第二车间人数的$\frac{3}{4}$.求原来每个车间的人数.

解 1　按题意可作下图:



如图所示，从第二车间调 10 人到第一车间，第一车间现有人数是第二车间现有人数的$\frac{3}{4}$，可以看成第一车间现有人数比第二车间原有人数的$\frac{3}{4}$少$\left(10\times\frac{3}{4}\right)$人. 又第一车间原有人数比第二车间原有人数的$\frac{4}{5}$少 30 人，也可看成第一车间现有人数比第二车间原有人数的$\frac{4}{5}$少$(30-10)$人. 第二车间原有人数的$\frac{4}{5}$与$\frac{3}{4}$相差$\left(30-10-10\times\frac{3}{4}\right)$人. 所以第二车间原有人数为

$$\left(30-10-10\times\frac{3}{4}\right)\div\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{4}\right)=250(\text{人}),$$

第一车间原有人数为 $250\times\frac{4}{5}-30=170(\text{人})$；

解 2　根据题意，第一车间原有人数比第二车间原有人数的$\frac{4}{5}$少 30 人，可以看成是第一车间现有人数比第二车间现有人数的$\frac{4}{5}$少$\left(30-10-10\times\frac{4}{5}\right)$人. 又第一车间现有人数是第二车间现有人数的$\frac{3}{4}$. 由此可知，第二车间现有人数的$\frac{3}{4}$比现有人数的$\frac{4}{5}$少$\left(30-10-10\times\frac{4}{5}\right)$人，所以第二车间原有人数为

$$\left(30-10-10\times\frac{4}{5}\right)\div\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{4}\right)+10=250(\text{人}),$$

第一车间原有人数为 $250\times\frac{4}{5}-30=170(\text{人})$；

解 3　用推导法求解.

以第二车间原有人数为“1”.

第一车间现有人数＝第二车间现有人数$\times\frac{3}{4}$＝(第二车间原有人数－

$10)\times\frac{3}{4}=$**第二车间原有人数**$\times\frac{3}{4}-10\times\frac{3}{4}$ ①



第一车间原有人数$=$**第二车间原有人数**$\times\frac{4}{5}-30\Longrightarrow$

第一车间现有人数$-10=$**第二车间原有人数**$\times\frac{4}{5}-30\Longrightarrow$

第一车间现有人数$=$**第二车间原有人数**$\times\frac{4}{5}-(30-10)$ ②

由①、②,得第二车间原有人数$\times\frac{3}{4}-10\times\frac{3}{4}$

$=$**第二车间原有人数**$\times\frac{4}{5}-(30-10)\Longrightarrow$

第二车间原有人数$\times\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{4}\right)=30-10-10\times\frac{3}{4}\Longrightarrow$

第二车间原有人数$=\left(30-10-10\times\frac{3}{4}\right)\div\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{4}\right)=250$(**人**),

第一车间原有人数为:$250\times\frac{4}{5}-30=170$(**人**);

解4　以第二车间现有人数为“1”.

第一车间原有人数$=$**第二车间原有人数**$\times\frac{4}{5}-30\Longrightarrow$

第一车间现有人数$-10=$(**第二车间现有人数**$+10)\times\frac{4}{5}-30\Longrightarrow$

第一车间现有人数$=$**第二车间现有人数**$\times\frac{4}{5}+10\times\frac{4}{5}-30+10$①

第一车间现有人数$=$**第二车间现有人数**$\times\frac{3}{4}$ ②

由①、②,得第二车间现有人数$\times\frac{3}{4}=$**第二车间现有人数**$\times\frac{4}{5}+10\times\frac{4}{5}-30+10$

$\Longrightarrow$**第二车间现有人数**$\times\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{4}\right)=30-10-10\times\frac{4}{5}$

$\Longrightarrow$**第二车间原有人数**$=\left(30-10-10\times\frac{4}{5}\right)\div\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{4}\right)+10$

$=250$(**人**),

第一车间原有人数为　$250\times\frac{4}{5}-30=170$(**人**);

解5　以第一车间原有人数为“1”.

第二车间现有人数＝第一车间现有人数$\times\frac{1}{\frac{3}{4}}$

第一车间现有人数＝第一车间原有人数＋10 $\Longrightarrow$

第二车间现有人数＝(第一车间原有人数＋10)$\times\frac{1}{\frac{3}{4}}$ ①

第二车间原有人数＝(第一车间原有人数＋30)$\times\frac{1}{\frac{4}{5}}$

第二车间原有人数＝第二车间现有人数＋10 $\Longrightarrow$

第二车间现有人数＋10＝第一车间原有人数$\times\frac{1}{\frac{4}{5}}+30\div\frac{4}{5}\Longrightarrow$

第二车间现有人数＝第一车间原有人数$\times\frac{1}{\frac{4}{5}}+30\div\frac{4}{5}-10.$ ②

由①、②,得 第一车间原有人数$\times\frac{1}{\frac{3}{4}}+10\div\frac{3}{4}$

$=$第一车间原有人数$\times\frac{1}{\frac{4}{5}}+30\div\frac{4}{5}-10\Longrightarrow$

第一车间原有人数$\times\left(\frac{1}{\frac{3}{4}}-\frac{1}{\frac{4}{5}}\right)=30\div\frac{4}{5}-10\div\frac{3}{4}-10\Longrightarrow$

第一车间原有人数$=\left(30\div\frac{4}{5}-10\div\frac{3}{4}-10\right)\div\left(\frac{1}{\frac{3}{4}}-\frac{1}{\frac{4}{5}}\right)$

$=170$(人),

第二车间原有人数为

$(170+30)\div\frac{4}{5}=250$(人);

解6 以第一车间现有人数为“1”.

第二车间原有人数＝(第一车间现有人数$-10+30)\times\frac{1}{\frac{4}{5}}$

第二车间原有人数＝第二车间现有人数＋10 $\Longrightarrow$

第二车间现有人数＋10＝(第一车间现有人数$-10+30)\times\frac{1}{\frac{4}{5}}\Longrightarrow$



第二车间现有人数＝

$$\left.\begin{array}{l}\text{第一车间现有人数}\times\dfrac{1}{\frac{4}{5}}+30\div\dfrac{4}{5}-10\div\dfrac{4}{5}-10\\ \text{第二车间现有人数}=\text{第一车间现有人数}\times\dfrac{1}{\frac{3}{4}}\end{array}\right\}\Longrightarrow$$

$$\text{第一车间现有人数}\times\frac{1}{\frac{3}{4}}=\text{第一车间现有人数}\times\frac{1}{\frac{4}{5}}+30\div\frac{4}{5}-10\div\frac{4}{5}-10\Longrightarrow$$

$$\text{第一车间现有人数}\times\left(\frac{1}{\frac{3}{4}}-\frac{1}{\frac{4}{5}}\right)=30\div\frac{4}{5}-10\div\frac{4}{5}-10\Longrightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{第一车间现有人数}=\left(30\div\dfrac{4}{5}-10\div\dfrac{4}{5}-10\right)\div\left(\dfrac{1}{\frac{3}{4}}-\dfrac{1}{\frac{4}{5}}\right)\\ \text{第一车间原有人数}=\text{第一车间现有人数}-10\end{array}\right\}\Longrightarrow$$

$$\text{第一车间原有人数}=\left(30\div\frac{4}{5}-10\div\frac{4}{5}-10\right)\div\left(\frac{1}{\frac{3}{4}}-\frac{1}{\frac{4}{5}}\right)-10=170(\text{人}),$$

第二车间原有人数为

$$(170+30)\div\frac{4}{5}=250(\text{人});$$

解7　用列表法解.

第一车间	第二车间　　分率
*①＋30	**② $\frac{4}{5}$ (1)
①＋10	②－10 $\frac{3}{4}$ (2)
(2)转化为 ①＋10＋10×$\frac{3}{4}$	② $\frac{3}{4}$ (3) ∀第二车间人数为“1”

*　① 表示第一车间原有人数.

**　② 表示第二车间原有人数.

(1)－(3)

$\left(30-10-10\times\frac{3}{4}\right)\div\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{4}\right)=250$(人)……第二车间人数，

$250\times\frac{4}{5}-30=170$(人)……第一车间人数；

解 8　用列表法解.

第一车间	第二车间　分率
①+30	①　$\frac{4}{5}$　(1)
①+10	②−10　$\frac{3}{4}$　(2)
(1)转化为→①+30−10×$\frac{4}{5}$	②−10　$\frac{4}{5}$　(3) ∀(②−10)为"1"

(3)−(2)

$\left(30-10\times\frac{4}{5}-10\right)\div\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{4}\right)+10=250$(人)……第二车间人数，

$250\times\frac{4}{5}-30=170$(人)……第一车间人数；

解 9　设第二车间有 x 人. 则第一车间有 $\left(\frac{4}{5}x-30\right)$ 人. 依题意，得

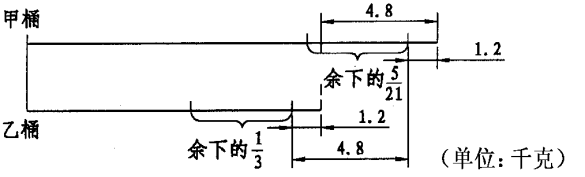
$$\frac{4}{5}x-30+10=\frac{3}{4}(x-10).$$

解方程，得　$x=250$，$\frac{4}{5}x-30=\frac{4}{5}\times250-30=170$.

所以第一车间有 170 人，第二车间有 250 人.

898. 甲桶食油比乙桶食油多 4.8 千克，如果从两桶里各取出 1.2 千克后，甲桶里所余的$\frac{5}{21}$等于乙桶里所余的$\frac{1}{3}$. 问两桶里原来各有食油多少千克？

解 1　按题意可作下图：



(单位：千克)



如图所示，甲、乙两桶各取出 1.2 千克后，两桶余下的食油仍然相差4.8千克. 设甲桶取出 1.2 千克后所余食油为“1”，那么乙桶所余的食油相当于甲桶所余食油的$\frac{5}{21}\div\frac{1}{3}$. 所以 $48\div\left(1-\frac{5}{21}\div\frac{1}{3}\right)$是甲桶所余的食油，甲桶原有的食油为

$$4.8\div\left(1-\frac{5}{21}\div\frac{1}{3}\right)+1.2=18(\text{千克}),$$

乙桶原有食油为　$18-4.8=13.2(\text{千克})$；

解 2　设乙桶所余食油为“1”，那么甲桶所余的食油是乙桶所余食油的$\frac{1}{3}\div\frac{5}{21}$. 所以 $4.8\div\left(\frac{1}{3}\div\frac{5}{21}-1\right)$是乙桶所余的食油，乙桶原有的食油为

$$4.8\div\left(\frac{1}{3}\div\frac{5}{21}-1\right)+1.2=13.2(\text{千克}),$$

甲桶原有食油为　$13.2+4.8=18(\text{千克})$；

解 3　根据题意：甲桶余下的食油$\times\frac{5}{21}$＝乙桶余下的食油$\times\frac{1}{3}$，所以

$$\frac{\text{甲桶余下的食油}}{\text{乙桶余下的食油}}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{21}}=\frac{7}{5}.$$

$$4.8\div(7-5)\times7+1.2=18(\text{千克})\cdots\cdots\text{甲桶},$$
$$4.8\div(7-5)\times5+1.2=13.2(\text{千克})\cdots\cdots\text{乙桶};$$

解 4　因为甲桶余下食油的$\frac{5}{21}$等于乙桶余下食油的$\frac{1}{3}$，所以可以同将它们作为单位“1”. 甲桶余下的食油是$\frac{1}{\frac{5}{21}}$；乙桶余下的食油是$\frac{1}{\frac{1}{3}}$，它们的差仍是 4.8 千克.

$$4.8\div\left(\frac{1}{\frac{5}{21}}-\frac{1}{\frac{1}{3}}\right)\div\frac{5}{21}+1.2=18(\text{千克})\cdots\cdots\text{甲桶},$$

$$4.8\div\left(\frac{1}{\frac{5}{21}}-\frac{1}{\frac{1}{3}}\right)\div\frac{1}{3}+1.2=13.2(\text{千克})\cdots\cdots\text{乙桶};$$

解 5　用推导法解：

甲桶余下食油$\times\frac{5}{21}$＝乙桶余下食油$\times\frac{1}{3}\Longrightarrow$

（甲桶原有食油-1.2）$\times\frac{5}{21}$＝（乙桶原有食油-1.2）$\times\frac{1}{3}\Longrightarrow$

(乙桶原有食油$+4.8-1.2)\times\frac{5}{21}=$(乙桶原有食油$-1.2)\times\frac{1}{3}\Longrightarrow$

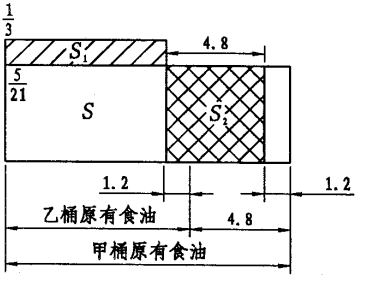
乙桶原有食油$\times\left(\frac{1}{3}-\frac{5}{21}\right)=4.8\times\frac{5}{21}+1.2\times\left(\frac{1}{3}-\frac{5}{21}\right)\Longrightarrow$

乙桶原有食油$=4.8\times\frac{5}{21}\div\left(\frac{1}{3}-\frac{5}{21}\right)+1.2=13.2$(千克),

甲桶原有食油　$13.2+4.8=18$(千克);

解6　用面积法解.

如图所示,$S+S_1=$乙桶余下的食油$\times\frac{1}{3}$,



(单位:千克)

$S+S_2=$甲桶余下的食油$\times\frac{5}{21}$;

而甲桶余下食油$\times\frac{5}{21}=$乙桶余下食油$\times\frac{1}{3}$,

所以　$S+S_1=S+S_2$,$S_1=S_2$,

因为 $S_2=4.8\times\frac{5}{21}$,所以,$S_1=S_2=4.8\times\frac{5}{21}$,

而 $S_1=$乙桶余下食油$\times\left(\frac{1}{3}-\frac{5}{21}\right)$,

所以乙桶余下食油$\times\left(\frac{1}{3}-\frac{5}{21}\right)=4.8\times\frac{5}{21}$,

乙桶余下食油$=4.8\times\frac{5}{21}\div\left(\frac{1}{3}-\frac{5}{21}\right)=12$(千克),

乙桶原有食油为　$12+1.2=13.2$(千克),

甲桶原有食油为　$13.2+4.8=18$(千克);

解7　设甲桶原有食油 x 千克,则乙桶原有食油$(x-4.8)$千克.依题意,得

$$\frac{5}{21}(x-1.2)=\frac{1}{3}(x-4.8-1.2).$$

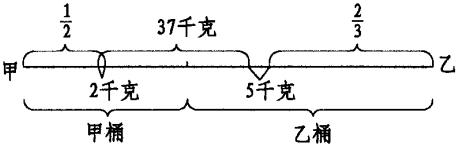
解方程,得　$x=18$,$x-4.8=18-4.8=13.2$.

所以甲桶原有食油 18 千克,乙桶原有食油 13.2 千克.

899. 甲、乙两桶蜂蜜共重 100 千克,如果从甲桶中取出$\frac{1}{2}$少 2 千克,从乙桶中取出$\frac{2}{3}$多 5 千克,那么两桶共剩蜂蜜 37 千克.问两桶蜂蜜原各重多

少千克？

解1 依题意，可作下图：



如图所示，如果甲桶取出$\frac{1}{2}$，乙桶取出$\frac{2}{3}$，两桶应共剩蜂蜜$(37-2+5)$，即40千克. 甲桶取出$\frac{1}{2}$，应剩$\frac{1}{2}$；乙桶取出$\frac{2}{3}$，应剩$\frac{1}{3}$. $40\times2=80$(千克)应是甲桶的全部蜂蜜与乙桶蜂蜜的$\frac{2}{3}$的和. $100-80=20$(千克)是乙桶蜂蜜的$\frac{1}{3}$. 所以

$[100-(37-2+5)\times2]\div\left(1-\frac{2}{3}\right)=60$(千克)……乙桶，

$100-60=40$(千克)……甲桶；

解2 根据题意，得

$$100-\left(\text{甲桶蜂蜜}\times\frac{1}{2}-2\right)-\left(\text{乙桶蜂蜜}\times\frac{2}{3}+5\right)=37\Longrightarrow$$

$$100-\text{甲桶蜂蜜}\times\frac{1}{2}-\text{乙桶蜂蜜}\times\frac{2}{3}=37-2+5\Longrightarrow$$

$$\text{甲桶蜂蜜}\times\frac{1}{2}+\text{乙桶蜂蜜}\times\frac{2}{3}=100-(37-2+5)\Longrightarrow$$

$$\left.\begin{array}{ll}\text{甲桶蜂蜜}+\text{乙桶蜂蜜}\times\frac{4}{3}=100\times2-(37-2+5)\times2 & ①\\ \text{甲桶蜂蜜}+\text{乙桶蜂蜜}=100 & ②\end{array}\right\}\overset{①-②}{\Longrightarrow}$$

$$\text{乙桶蜂蜜}\times\frac{1}{3}=100-(37-2+5)\times2\Longrightarrow$$

$$\text{乙桶蜂蜜}=[100-(37-2+5)\times2]\div\left(1-\frac{2}{3}\right)=60\text{(千克)},$$

$100-60=40$(千克)……甲桶；

解3 设甲桶原重x千克，则乙桶原重$(100-x)$千克. 依题意，得

$$\left[x-\left(\frac{x}{2}-2\right)\right]+\left\{(100-x)-\left[\frac{2}{3}(100-x)+5\right]\right\}=37,$$

或 $100-\left(\frac{x}{2}-2\right)-\left[\frac{2}{3}(100-x)+5\right]=37.$

解方程，得 $x=40$，$100-x=100-40=60$.

所以甲桶原重 40 千克，乙桶原重 60 千克.

900. 公共交通公司第一车队在某天的上午和下午卖得的车票款数额相等. 如果上午的车票款减去它的$\frac{5}{6}$再减去 126 元，下午的票款减去 4356 元，再减去余下的$\frac{2}{3}$，那么，上、下午所剩的数额相等. 问这个车队在这一天共卖得车票款多少元？

解 1　从上午票款中减去$\frac{5}{6}$再减去 126 元，就是从上午票款的$\frac{1}{6}$中减去 126 元.

从下午票款中减去 4356 元再减去余下的$\frac{2}{3}$，就是从下午票款的$\frac{1}{3}$中减去$\left(4356\times\frac{1}{3}\right)$元.

因为上、下午卖得的车票款数额与所剩票款数额都相等，这样，半天票款的$\frac{1}{6}$减去 126 元等于半天票款的$\frac{1}{3}$减去 4356 元的$\frac{1}{3}$. 因此半天的票款为

$$\left(4356\times\frac{1}{3}-126\right)\div\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)=7956(\text{元}),$$

全天的票款为　$7956\times2=15912(\text{元})$.

解 2　设这个车队在这一天共卖得车票款 x 元. 依题意，得

$$\frac{x}{2}-\frac{x}{2}\times\frac{5}{6}-126=\frac{x}{2}-4356-\frac{2}{3}\left(\frac{x}{2}-4356\right).$$

解方程，得　$x=15912$.

所以这个车队这天共卖得车票款 15912 元.

901. 哥哥和弟弟共有糖果 80 粒. 哥哥吃了自己糖果的$\frac{1}{3}$，弟弟第一次从自己糖果里取出 5 粒来吃，第二次又从自己的糖果里取出 10 粒来吃. 现在哥哥和弟弟的糖果一样多. 问两人原来各有几粒糖果？

解 1　弟弟剩下的糖果相当于哥哥原有糖果的$\left(1-\frac{1}{3}\right)$. 假如哥哥没有吃掉自己糖果的$\frac{1}{3}$，而弟弟吃了 5 粒又吃 10 粒，那么(80－5－10)粒糖果是哥哥原有糖果粒数的$\left[1+\left(1-\frac{1}{3}\right)\right]$倍，所以

$$(80-5-10)\div\left[1+\left(1-\frac{1}{3}\right)\right]=39(\text{粒})\cdots\cdots\text{哥哥},$$

$80-39=41$(粒)…… 弟弟；



解 2 设哥哥原有糖果 x 粒，则弟弟原有糖果$(80-x)$粒. 依题意，得

$$x-\frac{x}{3}=80-x-5-10.$$

解方程，得 $x=39$，$80-x=80-39=41$.

所以哥哥原来有糖果 39 粒，弟弟原来有糖果 41 粒.

902. 哥哥 32 岁，弟弟 21 岁. 问几年以后，弟弟的年龄是哥哥年龄的$\frac{3}{4}$？

解 1 哥哥和弟弟年龄的差，始终一定，即 $32-21=11$(岁). 当弟弟的年龄是哥哥年龄的$\frac{3}{4}$时，哥哥年龄的 $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$必须是 11 岁. 所以，哥哥的年龄是 $11\div\frac{1}{4}=44$(岁)，这是在 $44-32=12$(年)以后. 所以 12 年以后，弟弟的年龄是哥哥年龄的$\frac{3}{4}$；

解 2 设 x 年后，弟弟的年龄是哥哥年龄的$\frac{3}{4}$. 依题意，得

$$21+x=\frac{3}{4}(32+x).$$

解方程，得 $x=12$.

所以 12 年后弟弟的年龄是哥哥年龄的$\frac{3}{4}$.

903. 兄弟两人年龄的差是 8 岁. 7 年后弟弟的年龄是哥哥年龄的$\frac{3}{5}$，求两人现在的年龄.

解 1 7 年后弟弟的年龄是哥哥的$\frac{3}{5}$，两人年龄的差相当于哥哥年龄的 $1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$，而两人年龄的差是 8 岁，所以 $8\div\frac{2}{5}=20$(岁)是哥哥 7 年后的年龄. 因此，哥哥今年的年龄是 $20-7=13$(岁)；弟弟今年的年龄是 $13-8=5$(岁)；

解 2 设哥哥今年 x 岁，则弟弟今年$(x-8)$岁.

$$x-8+7=\frac{3}{5}(x+7).$$

解方程，得 $x=13$，$x-8=13-8=5$.

所以哥哥今年 13 岁，弟弟今年 5 岁.

904. 容器内装有酒精溶液若干升，其中水占 15%，加进 0.8 升蒸馏水

以后，水占总数的25%，问容器中原有酒精溶液多少升？

解1 加蒸馏水以后，水占总数的25%，就是水是原有酒精溶液的25%与0.8升的25%的和，也是水是原有酒精溶液的15%与0.8升的和. 所以原有酒精溶液的25%－15%＝10%就是0.8－0.8×25%＝0.6(升)，原有酒精溶液为0.6÷10%＝6(升). 综合算式为

(0.8－0.8×25%)÷(25%－15%)＝6(升)；

解2 原酒精溶液＝新酒精溶液－0.8

＝纯酒精÷(1－25%)－0.8

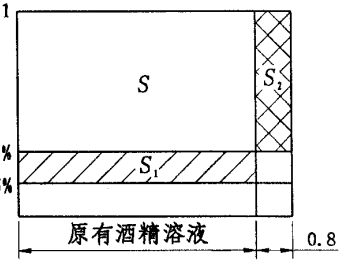
＝原酒精溶液×(1－15%)÷(1－25%)－0.8

原酒精溶液 $=0.8\div[(1-15\%)\div(1-25\%)-1]=6$(升)；

解3 酒精溶液×浓度＝纯酒精，加水前后纯酒精不变，酒精溶液与浓度成反比. 所以

$\dfrac{\text{原有酒精溶液}}{\text{原有酒精溶液}+0.8}=\dfrac{1-25\%}{1-15\%}$，解比例式得原有酒精溶液为0.8×(1－25%)÷[(1－15%)－(1－25%)]＝6(升)；

解4 用面积法解.



$(S+S_1)$和$(S+S_2)$分别表示加水前后所含的纯酒精. 由于加水前后所含纯酒精相等，所以$S+S_1=S+S_2$，$S_1=S_2$. 如图，S_1＝原有酒精溶液×(25%－15%)，$S_2=0.8\times(1-25\%)$，因为$S_1=S_2$. 所以原有酒精溶液×(25%－15%)＝0.8×(1－25%)，原有酒精溶液＝0.8×(1－25%)÷(25%－15%)＝6(升)；

解5 设原有酒精溶液x升. 依题意，得

$$15\%x+0.8=(x+0.8)\times25\%.$$

解方程，得 $x=6$.

也可根据加水前后酒精溶液中所含纯酒精不变，列方程如下

$$(1-15\%)x=(x+0.8)\times(1-25\%).$$

解方程，得 $x=6$.

所以原有酒精溶液6升.

905. 有浓度为98%的硫酸300千克，现在要将它稀释成浓度为10%的硫酸溶液，问需加水多少千克？

解1 加水前，浓度是98%的300千克硫酸含纯硫酸(300×98%)千克. 加水后，纯硫酸含量不变，应是300千克与加水重量之和的10%. 所以

$(300\times98\%-300\times10\%)\div10\%=2640$(千克)；



解2 加水重量＝新溶液－原溶液

＝纯硫酸÷10%－300

＝300×98%÷10%－300

＝2640(千克)；

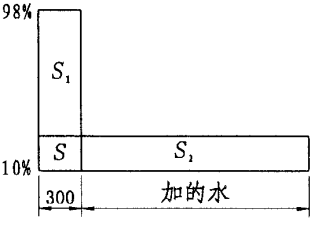
解3 用列表法解.

溶液重量　含硫率	纯硫酸
300　×　98% →	300×98%
(300＋水)×10% ←	300×98%

如上表所示，可知加水前后，含纯硫酸量不变，都是 $300\times98\%$. 从(300＋水)×10%＝300×98%可得加水的重量为 $300\times98\%\div10\%-300=2640$(千克)；

解4 由上表可以看出 300 千克和 98%都是因数，$300\times98\%$是积；同样(300＋水)与 10%也都是因数，积仍应为 $300\times98\%$. 由于在一个乘法算式中，当积不变时，两因数成反比例，所以可得比例式如下：$\frac{300}{300+水}=\frac{10\%}{98\%}$，解比例式得所加的水为 $300\div\frac{10\%}{98\%}-300=2640$(千克)；

解5 用面积法解.



S_1+S 表示加水前所含的纯硫酸，S_2+S 表示加水后所含的纯硫酸，因为加水前后所含纯硫酸不变，所以 $S_1+S=S_2+S$，$S_1=S_2$. 而 $S_1=300\times(98\%-10\%)$，S_2＝水×10%，所以，$300\times(98\%-10\%)=$水×10%，由上式可知所加的水为 $300\times(98\%-10\%)\div10\%=2640$(千克)；

解6 设需加水 x 千克. 根据加水前后纯硫酸含量不变，依题意，得

$$300\times98\%=(x+300)\times10\%.$$

解方程，得 $x=2640$.

所以需加水 2640 千克.

906. 要把浓度是 95%的酒精 600 毫升，稀释成为浓度是 75%的消毒

酒精，求需要加入多少毫升蒸馏水？

解1 与上题解1同理，应加水

$$(600\times 95\%-600\times 75\%)\div 75\% = 160(\text{毫升});$$

解2 浓度是95%的酒精600毫升含纯酒精$(600\times 95\%)$毫升．这些纯酒精占加水后酒精中的75%，所以$(600\times 95\%\div 75\%)$毫升是加水后酒精的总数，减去600毫升，即为所加水的毫升数．

$$600\times 95\%\div 75\%-600 = 160(\text{毫升});$$

解3 设需要加入x毫升蒸馏水．依题意，得

$$600\times 95\% = (600+x)\times 75\%.$$

解方程，得 $x=160$.

所以需要加入160毫升蒸馏水．

907. 长城职业学校开设缝纫和照相两专业，去年共招收新生475人．今年共招收新生640人，其中缝纫专业人数比去年增加48%，照相专业人数比去年增加20%．问今年这两个专业各招收新生多少人？

解1 假设去年和今年招收的学生全部是照相专业，则今年应招收新生

$$475\times(1+20\%) = 570(\text{人}),$$

而今年实际招收新生640人，相差$640-570=70$(人)．这是因为去年的缝纫专业学生被当作了照相专业学生．每将一个缝纫专业学生当作照相专业的学生，今年就少增加$[1\times(48\%-20\%)]$人，所以去年的缝纫专业学生为$70\div(48\%-20\%)=250$(人)，

去年照相专业学生为

$$475-250 = 225(\text{人});$$

今年两专业的招生人数为

缝纫专业 $250\times(1+48\%)=370$(人)，

照相专业 $225\times(1+20\%)=270$(人)；

解2 同解1的思路相同，假设去年和今年招收的学生全部是缝纫专业．则今年应收新生

$$475\times(1+48\%) = 703(\text{人}),$$

与实际招收人数相差

$703-640=63$(人)．

所以去年照相专业学生数为 $63\div(48\%-20\%)=225$(人)，

去年缝纫专业学生数为 $475-225=250$(人)．

今年两专业的招生人数为

缝纫专业 $250\times(1+48\%)=370$(**人**),

照相专业 $225\times(1+20\%)=270$(**人**);

解3 **用推导法求解.**

$$\left.\begin{array}{l}\text{去年缝纫专业学生数}\times(1+48\%)\\ \quad+\text{去年照相专业学生数}\times(1+20\%)=640\\ \text{去年照相专业学生数}=475-\text{去年缝纫专业学生数}\end{array}\right\}$$

$\Longrightarrow$**去年缝纫专业学生数**$\times(1+48\%)+(475-$**去年缝纫专业学生数**$)\times(1+20\%)=640$

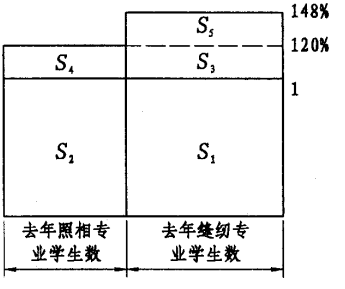
$\Longrightarrow$**去年缝纫专业学生数**$\times[(1+48\%)-(1+20\%)]$

$=640-475\times(1+20\%)$

$\Longrightarrow$**去年缝纫专业学生数**$=[640-475\times(1+20\%)]\div(48\%-20\%)$

$=250$(**人**);(**余略**)

解4 **用面积法解.**



$S_1+S_2+S_3+S_4+S_5=640$,

$S_1+S_2+S_3+S_4=475\times(1+20\%)$.**所以**

$S_5=640-475\times(1+20\%)$.

而 $S_5=$**去年缝纫专业学生数**$\times[(1+48\%)-(1+20\%)]$,**所以**

去年缝纫专业学生数$\times[(1+48\%)-(1+20\%)]=640-475\times(1+20\%)$,

由此可得,去年缝纫专业学生数$=[640-475\times(1+20\%)]\div[(1+48\%)-(1+20\%)]=250$(**人**);(**余略**)

解5 **设今年收缝纫专业学生** x **人,则收照相专业学生**$(640-x)$**人.依题意,得**

$$\frac{x}{1+48\%}+\frac{640-x}{1+20\%}=475.$$

解方程,得 $x=370$,$640-x=640-370=270$.

所以今年招收缝纫专业学生 370 **人,照相专业学生** 270 **人.**

908. **某工厂有甲、乙、丙三个车间,甲车间人数比乙车间人数多**$\frac{1}{5}$**,乙车间人数比丙车间人数少**$\frac{1}{4}$**,甲、乙两车间人数之和比乙、丙两车间人数之和少** 4. **问三个车间各有多少人?**

解 设丙车间人数为“1”，则乙车间人数为$\left(1-\frac{1}{4}\right)$，甲车间人数为$\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\left(1+\frac{1}{5}\right)$. 根据题意，丙车间人数为

$$4\div\left\{\left[1+\left(1-\frac{1}{4}\right)\right]-\left[\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\left(1+\frac{1}{5}\right)+\left(1-\frac{1}{4}\right)\right]\right\}=40(\text{人}).$$

又因为甲、乙两车间人数之和比乙、丙两车间人数之和少4，就是甲车间人数比丙车间人数少4，所以丙车间的人数还可这样求得

$$4\div\left[1-\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\left(1+\frac{1}{5}\right)\right]=40(\text{人});$$

$$\text{乙车间人数}\quad 40\times\left(1-\frac{1}{4}\right)=30(\text{人});$$

$$\text{甲车间人数}\quad 30\times\left(1+\frac{1}{5}\right)=36(\text{人}).$$

909. 有甲、乙、丙三人. 丙的年龄等于甲的年龄的$\frac{3}{16}$，又甲、乙两人年龄的差除以3就等于丙的年龄. 如果已知乙的年龄是14岁，问甲、丙两人各是几岁？

解1 甲的年龄的$\frac{3}{16}$是丙的年龄，因此甲的年龄不小于16岁，比乙的年龄要大.

甲、乙两人年龄的差除以3等于丙的年龄，所以甲的年龄减去14所得的差是丙的年龄的3倍，就是甲的年龄减去14所得的差是甲年龄的$\frac{3}{16}$的3倍，也就是甲的年龄与甲年龄的$\frac{3}{16}\times 3$的差是14岁. 因此，甲的年龄为

$$14\div\left(1-\frac{3}{16}\times 3\right)=32(\text{岁}),$$

$$\text{丙的年龄是}\ 32\times\frac{3}{16}=6(\text{岁});$$

解2

$$\left.\begin{array}{l}\text{丙的年龄}=\text{甲的年龄}\times\frac{3}{16}\\ \text{丙的年龄}=(\text{甲的年龄}-\text{乙的年龄})\times\frac{1}{3}\end{array}\right\}$$

$$\Longrightarrow\text{甲的年龄}\times\frac{3}{16}=\text{甲的年龄}\times\frac{1}{3}-\text{乙的年龄}\times\frac{1}{3}$$

$$\left.\begin{array}{l}\Longrightarrow\text{甲的年龄}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{16}\right)=\text{乙的年龄}\times\frac{1}{3}\\ \text{乙的年龄为}\ 14\ \text{岁}\end{array}\right\}$$

$\Longrightarrow$甲的年龄$=14\times\frac{1}{3}\div\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{16}\right)=32$(岁),

丙的年龄为 $32\times\frac{3}{16}=6$(岁);



解3 设甲的年龄是 x 岁,则丙的年龄是$\frac{3}{16}x$ 岁. 依题意,得

$$\frac{x-14}{3}=\frac{3}{16}x.$$

解方程,得 $x=32$,$\frac{3}{16}x=\frac{3}{16}\times32=6$.

所以甲 32 岁,丙 6 岁.

910. 三对渔轮在一次鱼汛中,第一对渔轮的捕鱼量是其余渔轮捕鱼量的$\frac{1}{2}$,第二对渔轮的捕鱼量是其余渔轮的捕鱼量的$\frac{1}{3}$,第三对渔轮捕鱼量比第一对渔轮多 7.2 吨. 问在这次鱼汛中,三对渔轮各捕鱼多少吨?

解1 设总的捕鱼量为"1". 第一对渔轮占总数的$\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}$,第二对渔轮占总数的$\frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}$. 所以,

第一对

$$7.2\div\left(1-\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}-\frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}-\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}\right)\times\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}=28.8\text{(吨)},$$

第二对

$$7.2\div\left(1-\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}-\frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}-\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}\right)\times\frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}=21.6\text{(吨)},$$

第三对 $28.8+7.2=36$(吨);

解2 设第一对渔轮捕鱼 x 吨,则第三对捕鱼$(x+7.2)$吨,第二对捕鱼$\left[\frac{1}{3}(x+7.2+x)\right]$吨. 依题意,得

$$x=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{3}(x+7.2+x)+(x+7.2)\right].$$

解方程,得 $x=28.8$,

$$x+7.2=28.8+7.2=36,$$

$$\frac{1}{3}(x+7.2+x)=\frac{1}{3}(28.8+7.2+28.8)=21.6.$$

所以第一对渔轮捕鱼 28.8 **吨，第二对渔轮捕鱼** 21.6 **吨，第三对渔轮捕鱼** 36 **吨.**

911. **一个果园中栽有桃、杏、李三种果树. 其中李树的棵数比杏树少** $\frac{4}{9}$**，桃树的棵数比杏树与李树棵数的和少** $\frac{2}{7}$**，已知这三种果树共** 1200 **棵，问各有多少棵？**

解 1　设杏树的棵数为 1**，则李树的棵数为** $\left(1-\frac{4}{9}\right)$**，桃树的棵数为** $\left[1+\left(1-\frac{4}{9}\right)\right]\times\left(1-\frac{2}{7}\right)$**. 所以，**

$$1200\div\left\{1+\left(1-\frac{4}{9}\right)+\left[1+\left(1-\frac{4}{9}\right)\right]\times\left(1-\frac{2}{7}\right)\right\}$$

$$=450(\text{棵})\cdots\cdots\text{杏},$$

$$450\times\left(1-\frac{4}{9}\right)=250(\text{棵})\cdots\cdots\text{李},$$

$$1200-450-250=500(\text{棵})\cdots\cdots\text{桃};$$

解 2　设杏树是 x **棵，则李树是** $\left(x-\frac{4}{9}x\right)$**棵，桃树是** $\left[\left(x-\frac{4}{9}x+x\right)-\frac{2}{7}\left(x-\frac{4}{9}x+x\right)\right]$**棵. 依题意，得**

$$x+\left(x-\frac{4}{9}x\right)+\left[\left(x-\frac{4}{9}x+x\right)-\frac{2}{7}\left(x-\frac{4}{9}x+x\right)\right]=1200,$$

解方程，得　$x=450,$

$$x-\frac{4}{9}x=450-\frac{4}{9}\times450=250,$$

$$\left(x-\frac{4}{9}x+x\right)-\frac{2}{7}\left(x-\frac{4}{9}x+x\right)$$

$$=\left(450-\frac{4}{9}\times450+450\right)-\frac{2}{7}\times\left(450-\frac{4}{9}\times450+450\right)=500.$$

所以果园栽有杏树 450 **棵，李树** 250 **棵，桃树** 500 **棵.**

912. **甲、乙、丙三座山. 甲山的高度比乙山高度的** $\frac{3}{4}$**多** 50 **米；丙山比甲山的** $\frac{3}{5}$**少** 5 **米；乙山比丙山的** 2 **倍还多** 30 **米. 求各山的高度.**

解 1　设乙山的高度为“1”，那么甲山的高度为乙山的 $\frac{3}{4}$**与** 50 **米的和，**

丙山的高度为乙山的$\frac{3}{4}\times\frac{3}{5}$与$\left(50\times\frac{3}{5}\right)$米的和再减去5米，即乙山的$\frac{9}{20}$与25米的和. 乙山比丙山的2倍还高30米，应是$\frac{9}{20}\times2$与$(25\times2)$米的和再加上30米，就是乙山的$\frac{9}{10}$与80米的和. 因此乙山的高度为$80\div\left(1-\frac{9}{10}\right)=800$(米). 综合算式为

$$\left[\left(50\times\frac{3}{5}-5\right)\times2+30\right]\div\left(1-\frac{3}{4}\times\frac{3}{5}\times2\right)=800(\text{米}),$$

甲山的高度为 $800\times\frac{3}{4}+50=650$(米)，

丙山的高度为 $650\times\frac{3}{5}-5=385$(米)；

解2 设乙山高x米. 则甲山高$\left(\frac{3}{4}x+50\right)$米，丙山高$\left[\frac{3}{5}\left(\frac{3}{4}x+50\right)-5\right]$米. 依题意，得

$$x=2\left[\frac{3}{5}\left(\frac{3}{4}x+50\right)-5\right]+30,$$

解方程，得 $x=800$，

$$\frac{3}{4}x+50=\frac{3}{4}\times800+50=650,$$

$$\frac{3}{5}\left(\frac{3}{4}x+50\right)-5=\frac{3}{5}\left(\frac{3}{4}\times800+50\right)-5=385.$$

所以甲山高650米，乙山高800米，丙山高385米.

913. 三个工人制造机器零件. 甲比乙多制造$\frac{1}{5}$，乙比丙多制造$\frac{1}{4}$，甲比丙多制造20个. 问三人各制造了多少个？

解1 以丙为单位“1”. 甲比乙多制造$\frac{1}{5}$，即甲是乙的$\frac{6}{5}$，乙比丙多制造$\frac{1}{4}$，即乙是丙的$\frac{5}{4}$. 那么，甲是丙的$\frac{5}{4}\times\frac{6}{5}=\frac{3}{2}$. 由此可知，甲比丙多制造$\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}$.

丙造 $20\div\frac{1}{2}=40$(个)，

乙造 $40\times\left(1+\frac{1}{4}\right)=50$(个)，

甲造 $50\times\left(1+\frac{1}{5}\right)=60$(个)；

解 2　以甲为单位“1”，则乙是甲的$\frac{1}{1+\frac{1}{5}}$，丙是乙的$\frac{1}{1+\frac{1}{4}}$，丙是甲的$\frac{1}{1+\frac{1}{5}}\times\frac{1}{1+\frac{1}{4}}$.

$$20\div\left(1-\frac{1}{1+\frac{1}{5}}\times\frac{1}{1+\frac{1}{4}}\right)=60(\text{个})\cdots\cdots\text{甲},$$

$$60\times\frac{1}{1+\frac{1}{5}}=50(\text{个})\cdots\cdots\text{乙},$$

$$50\times\frac{1}{1+\frac{1}{4}}=40(\text{个})\cdots\cdots\text{丙};$$

解 3　以乙为单位“1”，则甲是乙的$\left(1+\frac{1}{5}\right)$；丙是乙的$\frac{1}{1+\frac{1}{4}}$.

$$20\div\left[\left(1+\frac{1}{5}\right)-\frac{1}{1+\frac{1}{4}}\right]=50(\text{个})\cdots\cdots\text{乙},$$

$$50\times\left(1+\frac{1}{5}\right)=60(\text{个})\cdots\cdots\text{甲},$$

$$50\times\frac{1}{1+\frac{1}{4}}=40(\text{个})\cdots\cdots\text{丙};$$

解 4　设丙制造了 x 个零件，则乙制造了$\left(x+\frac{x}{4}\right)$个，甲制造了$\left[\left(x+\frac{x}{4}\right)+\frac{x+\frac{x}{4}}{5}\right]$个.依题意，得

$$x+\frac{x}{4}+\frac{x+\frac{x}{4}}{5}-x=20.$$

解方程，得　$x=40$，

$$x+\frac{x}{4}=40+\frac{40}{4}=50,$$

$$x+\frac{x}{4}+\frac{x+\frac{x}{4}}{5}=40+\frac{40}{4}+\frac{40+\frac{40}{4}}{5}=60.$$

所以甲制造 60 个机器零件，乙制造 50 个机器零件，丙制造 40 个机器零件.

914. 有三堆煤，共 36 吨. 若从第一堆和第二堆中各运出 3 吨送到第三堆，这时第一堆是第二堆的 $\frac{1}{3}$，第三堆比第二堆多 $\frac{2}{3}$. 问这三堆煤原来各有多少吨？



解 1　从第一、二堆中各运出 3 吨送到第三堆，这时如把第二堆看作单位“1”，则第一堆是第二堆的 $\frac{1}{3}$，第三堆是第二堆的 $\left(1+\frac{2}{3}\right)$，即 $1\frac{2}{3}$ 倍. 所以第二堆的 $\left(1+\frac{1}{3}+1\frac{2}{3}\right)$ 是 36 吨. 由此可得

第二堆此时有煤　$36\div\left(1+\frac{1}{3}+1\frac{2}{3}\right)=12$(吨)，

第一堆此时有煤　$12\times\frac{1}{3}=4$(吨)，

第三堆此时有煤　$12\times\left(1+\frac{2}{3}\right)=20$(吨).

因此，

第一堆原来有煤　$4+3=7$(吨)，

第二堆原来有煤　$12+3=15$(吨)，

第三堆原来有煤　$20-3\times2=14$(吨)；

解 2　设第二堆原有煤 x 吨，则现有煤 $(x-3)$ 吨，第一堆原有煤 $\left[\frac{1}{3}(x-3)+3\right]$ 吨，第三堆原有煤 $\left[(x-3)+\frac{2}{3}(x-3)-3\times2\right]$ 吨. 依题意，得

$$x+\left[\frac{1}{3}(x-3)+3\right]+\left[(x-3)+\frac{2}{3}(x-3)-3\times2\right]=36.$$

解方程，得　$x=15$，

$$\frac{1}{3}(x-3)+3=\frac{1}{3}\times(15-3)+3=7,$$

$$(x-3)+\frac{2}{3}(x-3)-3\times2=(15-3)+\frac{2}{3}\times(15-3)-6=14.$$

所以第一堆原有煤 7 吨，第二堆原有煤 15 吨，第三堆原有煤 14 吨.

915. 银行将一笔款子贷给三个工厂. 甲厂贷得总数的 $\frac{4}{15}$. 乙厂比甲厂多贷得 5 万元，丙厂贷得的款子是甲、乙两厂贷款数的和的 $\frac{2}{3}$. 问这三个工厂各从银行贷得多少万元？

解 1　甲、乙两厂贷款数的和是这笔款子的 $\frac{4}{15}\times2$ 还多 5 万元. 丙厂贷

得的款子是这笔款子的 $\frac{4}{15}\times 2\times\frac{2}{3}$ 再加上 5 万元的 $\frac{2}{3}$. 因此这笔款子为

$$\left(5+5\times\frac{2}{3}\right)\div\left(1-\frac{4}{15}\times 2-\frac{4}{15}\times 2\times\frac{2}{3}\right)=75(\text{万元}).$$

甲厂贷,得

$$75\times\frac{4}{15}=20(\text{万元}),$$

乙厂贷,得

$$75\times\frac{4}{15}+5=25(\text{万元}),$$

丙厂贷,得

$$(20+25)\times\frac{2}{3}=30(\text{万元});$$

解 2　设甲厂贷款数为"1",乙厂贷款数比甲厂的"1"还多 5 万元,丙厂贷款数比甲厂的$(1+1)\times\frac{2}{3}$ 还多$\left(5\times\frac{2}{3}\right)$万元. 这笔贷款的总数是甲厂贷款数的 $\frac{1}{\frac{4}{15}}$,因此甲厂的贷款数为

$$5\times\left(1+\frac{2}{3}\right)\div\left[\frac{1}{\frac{4}{15}}-(1+1)\times\left(1+\frac{2}{3}\right)\right]=20(\text{万元}),$$

乙厂贷款数是

$$20+5=25(\text{万元}),$$

丙厂贷款数是

$$(20+25)\times\frac{2}{3}=30(\text{万元});$$

解 3　设甲厂贷款 x 万元,则乙厂贷款$(x+5)$万元,丙厂贷款$\left[\frac{2}{3}(x+5+x)\right]$万元. 依题意,得

$$\frac{x}{x+(x+5)+\frac{2}{3}(x+5+x)}=\frac{4}{15}.$$

解方程,得　$x=20$,

$$x+5=20+5=25,$$

$$\frac{2}{3}(x+5+x)=\frac{2}{3}\times(20+5+20)=30.$$

所以甲厂贷款 20 万元,乙厂贷款 25 万元,丙厂贷款 30 万元.

916. 农民老李组织家庭成员从事副业生产. 去年养蜂的收入是养兔收

入的 $\frac{3}{7}$；养鸡的收入比养兔、养蜂收入的和少 2278 元；如果把养鸡收入加上养蜂收入的一半，那么正好与养蜂的收入相同. 问去年老李家这三种副业收入各是多少元？



解 1 设养兔收入为“1”，那么养蜂收入为 $\frac{3}{7}$，养鸡收入为 $\frac{3}{7}-\frac{3}{7}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{14}$. 所以养兔的收入为 $2278\div\left(1+\frac{3}{7}-\frac{3}{14}\right)=1876$(元)，养蜂的收入为 $1876\times\frac{3}{7}=804$(元)，养鸡的收入为 $1876\times\frac{3}{14}=402$(元)；

解 2 设养兔收入 x 元，则养蜂收入是 $\frac{3}{7}x$ 元，养鸡收入是 $\left(x+\frac{3}{7}x-2278\right)$元. 依题意，得

$$x+\frac{3}{7}x-2278+\frac{3}{7}x\times\frac{1}{2}=\frac{3}{7}x.$$

解方程，得 $x=1876$，

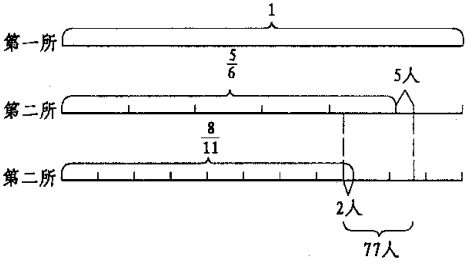
$$\frac{3}{7}x=\frac{3}{7}\times1876=804,$$

$$x+\frac{3}{7}x-2278=1876+\frac{3}{7}\times1876-2278=402.$$

所以养兔收入 1876 元，养蜂收入 804 元，养鸡收入 402 元.

917. 清河镇有三所小学. 第二所小学的学生数比第一所学生数的 $\frac{5}{6}$ 多 5 人，第三所小学的学生数比第一所学生数的 $\frac{8}{11}$ 少 2 人，而且第二所小学比第三所小学多 77 人. 问这三所小学各有学生多少人？

解 1 按题意可作下图：



如图所示，把第一所小学的学生数看作“1”，那么第一所小学学生数的 $\frac{5}{6}$ 与 $\frac{8}{11}$ 的差就是(77−5−2)人，所以第一所小学的学生数为

$$(77-5-2)\div\left(\frac{5}{6}-\frac{8}{11}\right)=660(\text{人}),$$

第二所小学的学生数为

$$660\times\frac{5}{6}+5=555(\text{人}),$$

第三所小学的学生数为

$$660\times\frac{8}{11}-2=478(\text{人});$$

解 2 设第一所小学的学生数是 x 人. 依题意,得

$$\left(\frac{5}{6}x+5\right)-\left(\frac{8}{11}x-2\right)=77.$$

解方程,得 $x=660$,

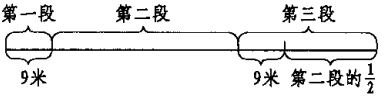
$$\frac{5}{6}x+5=\frac{5}{6}\times660+5=555,$$

$$\frac{8}{11}x-2=\frac{8}{11}\times660-2=478,$$

所以第一所小学有学生 660 人,第二所小学有学生 555 人,第三所小学有学生 478 人.

918. 一根电线分成三段. 第一段长 9 米;第三段等于第二段的一半与第一段的和;第二段又等于第一段与第三段的和. 求电线总长.

解 1 依题意可作下图:



因为第二段等于第一段与第三段的和,所以第二段等于总长的 $\frac{1}{2}$. 第一段与第三段的和等于 9 米的 2 倍与总长的 $\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)$ 的和,则总长的 $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)$ 是 (9×2) 米. 所以,总长为

$$9\times2\div\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)=72(\text{米});$$

解 2 设电线的总长为 x 米. 因为第二段等于第一段与第三段的和,所以第二段长 $\frac{x}{2}$ 米. 依题意,得

$$9+\frac{x}{2}+\left(\frac{x}{2}\times\frac{1}{2}+9\right)=x.$$



解方程，得 $x=72$.

所以电线总长为 72 米.

919. 某城市共有四个区. 甲区人口数是全城的 $\frac{4}{13}$，乙区人口数是甲区的 $\frac{5}{6}$，丙区人口数是前两区人口总数的 $\frac{4}{11}$，丁区比丙区多 4000 人，求全城的人口数.

解 1　乙区人口数是全城的 $\frac{4}{13}\times\frac{5}{6}$，丙区人口数是全城的 $\frac{4}{13}\times\left(1+\frac{5}{6}\right)\times\frac{4}{11}$. 全城的人口数为

$$4000\div\left[1-\frac{4}{13}-\frac{4}{13}\times\frac{5}{6}-\frac{4}{13}\times\left(1+\frac{5}{6}\right)\times\frac{4}{11}\times2\right]=156000(\text{人});$$

解 2　设全城人口数为 x 人. 依题意，得

$$\frac{4}{13}x+\frac{4}{13}x\times\frac{5}{6}+\frac{4}{11}\left(\frac{4}{13}x+\frac{4}{13}x\times\frac{5}{6}\right)\times2+4000=x.$$

解方程，得 $x=156000$.

所以全城人口数为 156000 人.

920. 四个数的和是 $33\frac{3}{4}$. 第二数是第一数的 $\frac{1}{2}$，第三数是第二数的 $\frac{1}{2}$，第四数是第三数的 $\frac{1}{2}$. 求这四个数.

解 1　把第一数看作“1”. 所以，

$$33\frac{3}{4}\div\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)=18\cdots\cdots\text{第一数},$$

$$18\times\frac{1}{2}=9\cdots\cdots\text{第二数},$$

$$9\times\frac{1}{2}=4\frac{1}{2}\cdots\cdots\text{第三数},$$

$$4\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=2\frac{1}{4}\cdots\cdots\text{第四数};$$

解 2　把第二数看作“1”，则第一数为 $\frac{1}{\frac{1}{2}}=2$.

$$33\frac{3}{4}\div\left(2+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)=9\cdots\cdots\text{第二数},$$

$$9\times2=18\cdots\cdots\text{第一数},$$

$$9\times\frac{1}{2}=4\frac{1}{2}\cdots\cdots\text{第三数},$$

$$4\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=2\frac{1}{4}\cdots\cdots\text{第四数};$$

解 3 把第三数看作“1”,则第二数为 $1\div\frac{1}{2}=2$,第一数为 $2\div\frac{1}{2}=4$.

$$33\frac{3}{4}\div\left(4+2+1+\frac{1}{2}\right)=4\frac{1}{2}\cdots\cdots\text{第三数},$$

$$4\frac{1}{2}\div\frac{1}{2}=9\cdots\cdots\text{第二数},$$

$$9\div\frac{1}{2}=18\cdots\cdots\text{第一数},$$

$$4\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=2\frac{1}{4}\cdots\cdots\text{第四数};$$

解 4 把第四数看作“1”,则第三数为 $1\div\frac{1}{2}=2$,第二数为 $2\div\frac{1}{2}=4$,第一数为 $4\div\frac{1}{2}=8$,

$$33\frac{3}{4}\div(1+2+4+8)=2\frac{1}{4}\cdots\cdots\text{第四数},$$

$$2\frac{1}{4}\div\frac{1}{2}=4\frac{1}{2}\cdots\cdots\text{第三数},$$

$$4\frac{1}{2}\div\frac{1}{2}=9\cdots\cdots\text{第二数},$$

$$9\div\frac{1}{2}=18\cdots\cdots\text{第一数};$$

解 5 设第一数为 x,则第二数为 $\frac{x}{2}$,第三数为 $\left(\frac{x}{2}\times\frac{1}{2}\right)$,第四数为 $\left(\frac{x}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)$. 依题意,得

$$x+\frac{x}{2}+\frac{x}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{x}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=33\frac{3}{4}.$$

解方程,得 $x=18$,

$$\frac{x}{2}=\frac{18}{2}=9,$$

$$\frac{x}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{18}{2}\times\frac{1}{2}=4\frac{1}{2},$$

$$\frac{x}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{18}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=2\frac{1}{4}.$$



所以第一数为 18,第二数为 9,第三数为 $4\frac{1}{2}$,第四数为 $2\frac{1}{4}$.

921. 四个车间合做一批零件,第一车间所做的件数等于其余车间所做

件数的和的 $\frac{1}{2}$，第二车间所做的件数等于其余车间所做件数的和的 $\frac{1}{3}$，第三车间所做的件数等于其余车间所做件数的和的 $\frac{1}{4}$，第四车间做了 650 件. 问这批零件共有多少件？



解 1 第一车间所做的件数占总数的 $\dfrac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}$，

第二车间所做的件数占总数的 $\dfrac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}$，

第三车间所做的件数占总数的 $\dfrac{\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{4}}$，

所以这批零件共有

$$650\div\left(1-\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}-\frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}-\frac{\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{4}}\right)=3000(\text{件});$$

解 2 设这批零件共有 x 件. 依题意，得

$$\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}x+\frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}x+\frac{\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{4}}x+650=x.$$

解方程，得 $x=3000$.

所以这批零件共有 3000 件.

922. 修筑一条公路，由四个工区分段负责. 第一工区修筑全长的 25%，第二工区修筑余下的 30%还多 3 千米，第三工区修筑的比前两工区修筑总数的 50%少 1.5 千米，第四工区比第二工区少修 1 千米. 求这条公路的全长.

解 1 设公路全长为“1”. 第二工区修筑的是全长的(1−25%)×30%再多 3 千米；第三工区修筑的是全长的[25%+(1−25%)×30%]×50%再加上(3×50%−1.5)千米. 第四工区修筑的是全长的(1−25%)×30%再多(3−1)千米. 因此公路的全长为

[3+(3×50%−1.5)+(3−1)]÷{1−25%−(1−25%)×30%×2−[25%+(1−25%)×30%]×50%}=80(千米)；

解 2 设公路的全长为 x 千米，则

$[25\%x+30\%(x-25\%x)+3]\times(1+50\%)-1.5+30\%(x-25\%x)+3-1=x$.

解方程，得 $x=80$.

所以，公路全长 80 千米.

923. 有 A、B、C、D、E 五个容器，各装有不相等的蒸馏水. 如果将 B 容器中蒸馏水的 $\frac{1}{2}$ 注入 A 容器，C 容器中蒸馏水的 $\frac{1}{3}$ 注入 B 容器，D 容器中蒸馏水的 $\frac{1}{4}$ 注入 C 容器，E 容器中蒸馏水的 $\frac{1}{6}$ 注入 D 容器，这时五个容器都贮有 30 升蒸馏水. 问最初这五个容器各贮蒸馏水多少升？

解 1 E **容器**

$$30\div\left(1-\frac{1}{6}\right)=36(\text{升}),$$

D **容器**

$$\left(30-36\times\frac{1}{6}\right)\div\left(1-\frac{1}{4}\right)=32(\text{升}),$$

C **容器**

$$\left(30-32\times\frac{1}{4}\right)\div\left(1-\frac{1}{3}\right)=33(\text{升}),$$

B **容器**

$$\left(30-33\times\frac{1}{3}\right)\div\left(1-\frac{1}{2}\right)=38(\text{升}),$$

A **容器**

$$30-38\times\frac{1}{2}=11(\text{升});$$

解 2

A	$A+\frac{B}{2}=30$	$30-\frac{1}{2}\times38=11$
B	$B-\frac{1}{2}B+\frac{1}{3}C=30$	$\left(30-\frac{1}{3}\times33\right)\div\left(1-\frac{1}{2}\right)=38$
C	$C-\frac{1}{3}C+\frac{1}{4}D=30$	$\left(30-\frac{1}{4}\times32\right)\div\left(1-\frac{1}{3}\right)=33$
D	$D-\frac{1}{4}D+\frac{1}{6}E=30$	$\left(30-\frac{1}{6}\times36\right)\div\left(1-\frac{1}{4}\right)=32$
E	$E-\frac{1}{6}E=30$	$30\div\left(1-\frac{1}{6}\right)=36$

③ **乘二次的**

924. 培英初级中学有学生 1048 人，其中初三学生占 $\frac{1}{4}$，初三学生中男生是全年级学生数的 $\frac{1}{2}$ 还多 6 人，求初三年级的男生人数.



解　$1048\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}+6=137$(人).

925. 西门小学有学生 750 人，其中六年级学生占 16%，五年级学生的人数比六年级多 12.5%. 问五年级有学生多少人？

解　$750\times16\%\times(1+12.5\%)=135$(人).

926. 某校五年级学生人数占全校学生人数的 12.5%，四年级学生人数是五年级学生人数的 $1\frac{1}{2}$ 倍；三年级有学生 192 人，恰好占全校学生人数的 24%. 求(1) 这个学校有学生多少人？

(2) 四年级有学生多少人？

(3) 三年级学生人数比四年级学生人数多百分之几？

解　(1) $192\div24\%=800$(人)……全校学生数；

(2) $800\times12.5\%\times1\frac{1}{2}=150$(人)……四年级学生数；

(3) 三年级学生人数比四年级学生人数多 $\frac{192-150}{150}=28\%$.

927. 某电工把一根长 111 米的电线分成三段，第一段是全长的 $\frac{1}{3}$，第二段是剩余部分的 $\frac{3}{5}$，最后剩下的部分是第三段，求各段的长.

解　$111\times\frac{1}{3}=37$(米)……第一段；

$111\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{5}=44.4$(米)……第二段；

$111-37-44.4=29.6$(米)，

或　$111\times\left[1-\frac{1}{3}-\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{5}\right]=29.6$(米)，

或　$111\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{3}{5}\right)=29.6$(米)……第三段.

928. 东方机械厂一月份计划产值为 32 万元，二月份计划比一月份增产 5%. 经过改进技术，革新设备，二月份的实际生产总值比计划产值增加 2%. 问二月份的实际生产总值是多少万元？

解　$32\times(1+5\%)\times(1+2\%)=34.272$(万元).

929. 东方锅炉厂上月计划烧煤 120 吨，实际消耗比计划节约了 4%，这

个月计划在上月实际用煤的基础上再节约 5%. 问这个月计划烧煤多少吨？

解 $120\times(1-4\%)\times(1-5\%)=109.44$(吨).

930. 光华木器厂一月份的产值是 36 万元，二月份的产值比一月份增加 $\frac{1}{6}$，三月份的产值又比二月份增加 $\frac{1}{10}$. 问三月份的产值是多少万元？

解 $36\times\left(1+\frac{1}{6}\right)\times\left(1+\frac{1}{10}\right)=46\frac{1}{5}$(万元).

931. 新达铁工厂一月份烧煤 5.4 吨，二月份比一月份节约 $\frac{1}{10}$，三月份又比二月份节约 $\frac{1}{5}$. 问三月份烧煤多少吨？

解 $5.4\times\left(1-\frac{1}{10}\right)\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=3.888$(吨).

932. 某一工程队修一段长 3000 米的公路，第一天修了全长的 25%，第二天修了余下的 40%，第三天全部修完. 问第三天修了多少米？

解 1 把公路全长 3000 米看作“1”，则第三天修的占全长的[1−25%−(1−25%)×40%]. 所以，

$$3000\times[1-25\%-(1-25\%)\times40\%]=1350(\text{米});$$

解 2 先把公路全长 3000 米看作“1”，第一天余下[3000×(1−25%)]米，再把第一天余下的看作“1”，第三天修的应是余下的(1−40%)，所以第三天修

$$3000\times(1-25\%)\times(1-40\%)=1350(\text{米}).$$

933. 一本书共 300 页，第一次看了它的 20%，第二次看的页数恰好是第一次的 40%. 问第二次看了多少页？还剩下多少页没有看？

解 把这本书的页数看作“1”，第二次看的是全书页数的 20%×40%. 所以

$$300\times20\%\times40\%=24(\text{页});$$

还剩下 $300\times(1-20\%-20\%\times40\%)=216$(页)没有看.

934. 某种物品原售价为 240 元，三次降低价格，每次均按售价降低 10%. 问现在售价为多少元？

解 $240\times(1-10\%)\times(1-10\%)\times(1-10\%)=174.96$(元).

935. 四堆草，第一堆重 $4\frac{4}{5}$ 吨；第二堆是第一堆的 $\frac{1}{4}$；第三堆比第一堆少 $\frac{1}{4}$；第四堆比第一堆多 $\frac{1}{4}$. 草干后减少原来重量的 $\frac{1}{6}$，求四堆草干后一共重多少吨？

解 $4\frac{4}{5}\times\left[1+\frac{1}{4}+\left(1-\frac{1}{4}\right)+\left(1+\frac{1}{4}\right)\right]\times\left(1-\frac{1}{6}\right)=13$(吨).



936. 一个粮仓有粮 5000 吨，第一天运走了总数的 $\frac{3}{10}$，比第二天多运 $\frac{1}{5}$，第三天运走前两天运粮后余下的 $\frac{3}{8}$，还剩多少吨？

解 $5000\times\left[1-\frac{3}{10}-\frac{3}{10}\div\left(1+\frac{1}{5}\right)\right]\times\left(1-\frac{3}{8}\right)=1406\frac{1}{4}$(吨).

937. 老张家上月工资收入 1800 元. 领到工资后，他首先储蓄 200 元，上旬的家庭开支花去储蓄后余下数的 $\frac{2}{5}$，中旬花去上旬开支后剩下数的 $\frac{1}{3}$，下旬比中旬多开支 $\frac{1}{4}$. 老张家上月结余多少元？

解 1 $(1800-200)\times\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\left[1-\frac{1}{3}\times\left(1+\frac{1}{4}+1\right)\right]=240$(元)；

解 2 $(1800-200)\times\left[1-\frac{2}{5}-\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{1}{3}\times\left(1+\frac{1}{4}+1\right)\right]$

$=240$(元).

938. 某电机厂一个生产小组原有工人 30 名，是现在人数的 $1\frac{1}{5}$ 倍. 原来平均每人每天生产零件 450 只，现在工作效率提高 6%. 问这个小组现在每天可生产零件多少只？

解 1 小组现在有 $\left(30\div1\frac{1}{5}\right)$ 人，每人每天生产零件 $450\times(1+6\%)$ 只. 所以这个小组现在每天可生产零件的只数为

$$450\times(1+6\%)\times\left(30\div1\frac{1}{5}\right)=11925\text{(只)};$$

解 2 设这个小组现在每天生产零件 x 只. 依题意，得

$$\frac{x}{30\div1\frac{1}{5}}=450\times(1+6\%).$$

解方程，得 $x=11925$.

所以这个小组现在每天可生产零件 11925 只.

④ 除两次的

939. 甲、乙、丙三人制造同样的机器零件，甲做一个需 15 分，相当于乙所用时间的 $1\frac{1}{4}$ 倍，乙用的时间是丙的 $\frac{6}{7}$. 问丙做一个零件需要几分？

解 1 乙做一个零件需 $15\div1\frac{1}{4}=12$(分)，丙做一个零件需 $12\div\frac{6}{7}=14$(分). 综合算式为

$$15\div1\frac{1}{4}\div\frac{6}{7}=14(\text{分});$$

解 2 设丙做一个零件要 x 分. 依题意,得

$$\frac{6}{7}x\times1\frac{1}{4}=15.$$

解方程,得 $x=14$.

所以丙做一个零件需要 14 分.

940. 红星农场收获了一批夏熟作物,卖给国家的占总收获量的 $\frac{3}{5}$,留作饲料粮的占余下的 $\frac{1}{4}$,最后剩下 1050 吨. 问这个农场共收夏粮多少吨?

解 1 最后剩下的 1050 吨占卖给国家后余下的 $\left(1-\frac{1}{4}\right)$,$\left[1050\div\left(1-\frac{1}{4}\right)\right]$吨是卖给国家后余下的夏粮;这些夏粮占收获总数的 $\left(1-\frac{3}{5}\right)$. 所以,这个农场共收夏粮为

$$1050\div\left(1-\frac{1}{4}\right)\div\left(1-\frac{3}{5}\right)=3500(\text{吨});$$

解 2 把夏粮总数看作"1". 卖给国家 $\frac{3}{5}$,余下总数的 $\left(1-\frac{3}{5}\right)$. 饲料粮占余下的 $\frac{1}{4}$,因此最后剩下的 1050 吨占余下的 $\left(1-\frac{1}{4}\right)$,也是总数的 $\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)$. 所以夏粮总数为

$$1050\div\left[\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\right]=3500(\text{吨});$$

解 3 设共收夏粮 x 吨. 依题意,得

$$\left(1-\frac{3}{5}\right)x\times\left(1-\frac{1}{4}\right)=1050.$$

解方程,得 $x=3500$.

所以这个农场共收夏粮 3500 吨.

941. 红棠皮鞋厂要生产一批皮鞋. 一月份生产了总数的 $\frac{2}{5}$,二月份生产的比余下的 $\frac{3}{5}$ 多 736 双,还剩这批皮鞋的 $\frac{1}{8}$ 没有生产. 问要生产的这批皮鞋共有多少双?



解 1 总数的 $\frac{1}{8}$,是余下的 $\frac{\frac{1}{8}}{1-\frac{2}{5}}=\frac{5}{24}$. 余下的 $\left(1-\frac{3}{5}-\frac{5}{24}\right)$ 是 736

双，余下的皮鞋为 $736\div\left(1-\frac{3}{5}-\frac{5}{24}\right)=3840$（双）. 3840 双是这批皮鞋的$\left(1-\frac{2}{5}\right)$，所以这批皮鞋共有 $3840\div\left(1-\frac{2}{5}\right)=6400$（双）.

综合算式为

$$736\div\left(1-\frac{3}{5}-\frac{\frac{1}{8}}{1-\frac{2}{5}}\right)\div\left(1-\frac{2}{5}\right)=6400\text{（双）；}$$

解 2 余下的 $\frac{3}{5}$ 是总数的 $\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{3}{5}$. 736 双是总数的$\left[1-\frac{2}{5}-\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{3}{5}-\frac{1}{8}\right]$，所以这批皮鞋共有

$$736\div\left[1-\frac{2}{5}-\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{3}{5}-\frac{1}{8}\right]=6400\text{（双）；}$$

解 3 设这批皮鞋共 x 双. 依题意，得

$$x-\frac{2}{5}x-\left(x-\frac{2}{5}x\right)\times\frac{3}{5}-736=\frac{1}{8}x.$$

解方程，得 $x=6400$.

所以这批皮鞋共有 6400 双.

942. 用重锤测量一条河流的深浅. 开始，放下绳子的 $\frac{2}{3}$，重锤还没有沉到河底，接着又放下余下绳子的 $\frac{1}{3}$，重锤刚好接触到河底，这时绳子还余下 1.04 米. 求河水的深度.

解 1 绳子的长度是$\left[1.04\div\left(1-\frac{1}{3}\right)\div\left(1-\frac{2}{3}\right)\right]$米. 所以河水的深度为

$$1.04\div\left(1-\frac{1}{3}\right)\div\left(1-\frac{2}{3}\right)-1.04=3.64\text{（米）；}$$

解 2 设河水的深度是 x 米. 依题意，得

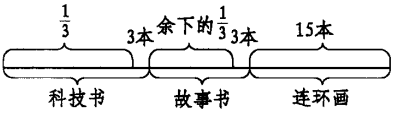
$$(x+1.04)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=1.04.$$

解方程，得 $x=3.64$.

所以河水深 3.64 米.

943. 班级图书馆买来一批书，其中 $\frac{1}{3}$ 还多 3 本是科技书，余下部分的 $\frac{1}{3}$ 多 3 本是故事书，还有 15 本是连环画. 问这批图书共有多少本？

解 1　按题意可作下图：



如图所示，$(15+3)$**本是余下的**$\left(1-\frac{1}{3}\right)$，$\left[(15+3)\div\left(1-\frac{1}{3}\right)\right]$**是余下的本数. 再加上** 3 **本，即**$\left[(15+3)\div\left(1-\frac{1}{3}\right)+3\right]$**本是总数的**$\left(1-\frac{1}{3}\right)$，**所以这批图书共有**

$$\left[(15+3)\div\left(1-\frac{1}{3}\right)+3\right]\div\left(1-\frac{1}{3}\right)=45(\text{本});$$

解 2　设这批图书共有 x **本. 依题意，得**

$$x-\left(\frac{1}{3}x+3\right)-\left\{\frac{1}{3}\left[x-\left(\frac{1}{3}x+3\right)\right]+3\right\}=15.$$

解方程，得　$x=45$.

所以这批图书共有 45 **本.**

944. **一条公路用** 5 **天修完，第一天修了全路的** $\frac{3}{20}$**，第二天修了全路的** 17%**，后三天修的路程比是** 6∶7∶4**，又知最后一天修了** 2 **千米. 这条公路长多少千米？**

解 1　2 **千米是后三天所修长的** $\frac{4}{6+7+4}$，$\left(2\div\frac{4}{6+7+4}\right)$**千米是后三天所修的长度，占公路全长的**$\left(1-\frac{3}{20}-17\%\right)$**. 所以这条公路的全长为**

$$2\div\frac{4}{6+7+4}\div\left(1-\frac{3}{20}-17\%\right)=12.5(\text{千米});$$

解 2　**最后一天修的** 2 **千米是公路全长的**$\left[\left(1-\frac{3}{20}-17\%\right)\times\frac{4}{6+7+4}\right]$**. 所以公路全长为**

$$2\div\left[\left(1-\frac{3}{20}-17\%\right)\times\frac{4}{6+7+4}\right]=12.5(\text{千米});$$

解 3　**设这条公路长** x **千米. 依题意，得**

$$\left(x-\frac{3}{20}x-17\%x\right)\times\frac{4}{6+7+4}=2.$$

解方程，得　$x=12.5$.

所以这条公路长 12.5 **千米.**

945. **用三台抽水机浇地，第一台浇的公顷数比第二台的** 2 **倍少** 30 **公**



顷，第二台浇的公顷数比第三台的 $\frac{5}{6}$ 多 5 公顷. 第一台浇地 90 公顷，问第三台浇地多少公顷？

解 1 第二台抽水机浇地公顷数的 2 倍为(90＋30)公顷，则第二台抽水机浇地公顷数为(90＋30)÷2＝60(公顷)；第三台抽水机浇地公顷数的 $\frac{5}{6}$ 为(60－5)公顷，则第三台抽水机浇地公顷数为(60－5)÷$\frac{5}{6}$＝66(公顷).

综合算式为

$$[(90+30)\div 2-5]\div\frac{5}{6}=66(\text{公顷});$$

解 2 设第三台浇地 x 公顷. 依题意，得

$$2\left(\frac{5}{6}x+5\right)-30=90.$$

解方程，得 $x=66$.

所以第三台抽水机浇地 66 公顷.

946. 张、王两人在银行各有一笔存款. 老张存款 800 元. 如果老张从存款中取出 $\frac{1}{5}$，老王从存款中取出 75%，那么，老张的余款比老王的余款的 2 倍还多 120 元. 问张、王两人共有存款多少元？

解 1 老张的余款 $800\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=640$(元)，

老王的余款 $(640-120)\div 2=260$(元)，

老王的存款 $260\div(1-75\%)=1040$(元)，

所以张、王两人共有存款 $1040+800=1840$(元).

综合算式为

$$\left[800\times\left(1-\frac{1}{5}\right)-120\right]\div 2\div(1-75\%)+800=1840(\text{元});$$

解 2 设张、王共有存款 x 元. 依题意，得

$$800\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=2(x-800)\times(1-75\%)+120.$$

解方程，得 $x=1840$.

所以张、王两人共有存款 1840 元.

947. 一个容器中的海水含盐 1%，蒸发一部分水分后，含盐 1.5%. 又加入 2 千克清水，于是含盐 1.25%. 求容器中原有海水的重量.

解 1 在蒸发、加水过程中，海水中所含的盐的重量不变，因此以盐的重量作为单位“1”.

原有海水中，含盐 1%，水应占 99%，水是盐的 99%÷1%=99(倍).

蒸发部分水分后，含盐 1.5%，水应占 98.5%，水是盐的

$$98.5\%\div1.5\%=\frac{197}{3}(\text{倍}).$$

加水后，含盐 1.25%，水占 98.75%，水是盐的

$$98.75\%\div1.25\%=79(\text{倍}).$$

显然，2 千克是盐的 79 倍与 $\frac{197}{3}$ 倍的差. 所以，$2\div\left(79-\frac{197}{3}\right)=\frac{3}{20}$(千克)是海水中盐的重量，$\frac{3}{20}\times99+\frac{3}{20}=15$(千克)是原有海水的重量. 或从 $\frac{20}{3}\div1\%=15$(千克)也可得到原有海水的重量. 综合算式为

$2\div[(1-1.25\%)\div1.25\%-(1-1.5\%)\div1.5\%]\div1\%=15$(千克)；

解 2 设容器中原有海水 x 千克. 则 $1\%x$ 是盐的重量，$(1\%x\div1.5\%)$ 是蒸发水分后海水的重量，$(1\%x\div1.5\%+2)$ 是加入 2 千克清水后的重量. 依题意，得

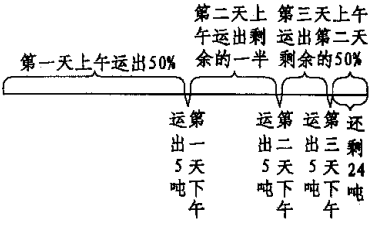
$$\frac{1\%x}{1\%x\div1.5\%+2}=1.25\%.$$

解方程，得 $x=15$.

所以容器中原有海水 15 千克.

948. 某仓库原存煤若干吨，第一天上午运出总数的 50%，下午运出 5 吨；第二天上午运出剩余的一半，下午运出 5 吨；第三天上午运出第二天剩余的 50%，下午运出 5 吨；这时仓库存煤 24 吨. 问这仓库原有煤多少吨？

解 1 按题意可作下图：



如图所示，$(24+5)\div(1-50\%)=58$(吨)是第二天运出后剩余的吨数；$(58+5)\div(1-50\%)=126$(吨)是第一天运出后剩余的吨数；所以，$(126+5)\div(1-50\%)=262$(吨)就是原有煤的吨数. 综合算式为

$\{[(24+5)\div(1-50\%)+5]\div(1-50\%)+5\}\div(1-50\%)=262$(吨)；

解 2 设仓库原有煤 x 吨. 依题意，得

$\{[(1-50\%)x-5]\times(1-50\%)-5\}\times(1-50\%)-5=24.$

解方程，得 $x=262.$

所以仓库原有煤 262 **吨.**

⑤ 乘除混合

949. 李明同学三月份解答了数学题 240 **道，四月份解答数学题数的** $\frac{1}{6}$ **等于三月份解答题数的** $\frac{1}{5}$**，求四月份解答数学题多少道？**

解 1 $240\times\frac{1}{5}\div\frac{1}{6}=288$(**道**)；

解 2 **四月份解答的数学题数等于三月份解答题数的** $\left(\frac{1}{5}\div\frac{1}{6}\right)$**. 所以**

$$240\times\left(\frac{1}{5}\div\frac{1}{6}\right)=288(\text{道});$$

解 3 **设四月份解答数学题** x **道. 依题意，得**

$$\frac{1}{6}x=240\times\frac{1}{5}.$$

解方程，得 $x=288.$

所以四月份解答数学题 288 **道.**

950. 某初级中学今年被录取到重点高中的学生是参加考试人数的 $\frac{3}{16}$**，已知参加考试人数的** $\frac{1}{6}$ **是** 32 **人. 问被录取到重点高中的有多少人？**

解 $32\div\frac{1}{6}\times\frac{3}{16}=36$(**人**).

951. 某煤矿工人甲已采煤 25.8 **吨，完成了标准定额的** 172%**，乙完成了标准定额的** 182%**，求乙采了多少吨煤？**

解 **标准定额是**(25.8÷172%)**，所以乙采的煤是**

$$25.8\div172\%\times182\%=27.3(\text{吨}).$$

952. 某饲养场养鸡 1800 **只，占饲养家禽总数的** $\frac{3}{5}$**，鸭占总数的** 30%**. 问饲养场养了多少只鸭？**

解 $1800\div\frac{3}{5}\times30\%=900$(**只**).

953. 光明小学一年级有学生 120 **人，二年级学生数是一年级学生数的** $\frac{5}{6}$**，二年级的学生数占全校学生总数的** 20%**. 问全校有学生多少人？**

解 $120\times\frac{5}{6}\div20\%=500$(**人**).

954. 有甲、乙两个仓库，甲库存粮的 $\frac{2}{3}$ 正好是乙库存粮的 60%. 已知乙库存粮 1500 吨，问甲库存粮多少吨？

解 1 $1500\times60\%\div\frac{2}{3}=1350$(吨)；

解 2 设甲库存粮 x 吨. 依题意，得

$$\frac{2}{3}x=1500\times60\%.$$

解方程，得 $x=1350$.

所以甲库存粮 1350 吨.

955. 青年果园种有梨、李、桃三种果树，李树棵数比梨树多 $\frac{1}{2}$，李树的 $\frac{1}{3}$ 刚好是桃树的 $\frac{1}{5}$. 桃树的一半是 200 棵. 问三种果树各有多少棵？

解 $200\div\frac{1}{2}=400$(棵)……桃；

$400\times\frac{1}{5}\div\frac{1}{3}=240$(棵)……李；

$240\div\left(1+\frac{1}{2}\right)=160$(棵)……梨.

956. 已知出米率由原来的 71.5%提高到 72.5%，如果想与原来的 100 吨稻谷出同样多的米，现在需要多少吨稻谷？(精确到 0.1 吨)

解 1 $100\times71.5\%\div72.5\%\approx98.6$(吨)；

解 2 设需要 x 吨稻谷. 依题意，得

$$72.5\%x=100\times71.5\%.$$

解方程，得 $x\approx98.6$.

所以需稻谷约为 98.6 吨.

957. 农民老王对蔬菜追施氮肥时，需要把含氮量 16%的氨水稀释成含氮量 0.15%的氨水 320 千克. 他要准备含氮量 16%的氨水和水各多少千克？

解 1 准备含氮量 16%的氨水

$$320\times0.15\%\div16\%=3\text{(千克)},$$

准备水

$$320-3=317\text{(千克)};$$

解 2 设需要准备含氮 16%的氨水 x 千克，则需要准备的水应是 $(320-x)$ 千克. 依题意，得

$$16\%x=320\times0.15\%.$$



解方程，得　$x=3$，$320-x=320-3=317$.

所以需准备含氮量 16% 的氨水 3 千克，水 317 千克.

958. 东西两村，东村的羊数是西村的 36%，西村售去它所有羊的 36%，还余 176 只. 问东村有羊多少只？

解　由西村售去它所有羊的 36%，余 176 只，可知西村所有羊的只数是 $176\div(1-36\%)$，然后再求东村的只数. 所以

$$176\div(1-36\%)\times 36\%=99(\text{只}).$$

959. 据统计，20 世纪 70 年代的某一年，日本有失业工人 120 万，英国的失业工人数比日本多 $\frac{1}{4}$，比美国少 $\frac{3}{4}$. 问美国有失业工人多少万？

解　$120\times\left(1+\frac{1}{4}\right)\div\left(1-\frac{3}{4}\right)=600(\text{万}).$

960. 幼儿园食堂买了一筐鸡蛋，第一天吃了总数的 $\frac{1}{4}$，第二天吃了剩下的一半，正好是 45 千克. 问第一天吃了多少千克鸡蛋？

解 1　第二天吃的 45 千克是总数的 $\left[\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{2}\right]$. 第一天吃了

$$45\div\left[\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{2}\right]\times\frac{1}{4}=30(\text{千克});$$

解 2　第一天吃后剩下鸡蛋 $\left(45\div\frac{1}{2}\right)$ 千克. 总数是 $\left[45\div\frac{1}{2}\div\left(1-\frac{1}{4}\right)\right]$ 千克. 第一天吃了

$$45\div\frac{1}{2}\div\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{4}=30(\text{千克}).$$

961. 用大小两船运输一批西瓜. 大船运走总数的 $\frac{7}{11}$，比小船多运 12 吨. 问大船运了多少吨？

解 1　小船运总数的 $\left(1-\frac{7}{11}\right)$，12 吨相当于总数的 $\left[\frac{7}{11}-\left(1-\frac{7}{11}\right)\right]$，所以大船运

$$12\div\left[\frac{7}{11}-\left(1-\frac{7}{11}\right)\right]\times\frac{7}{11}=28(\text{吨});$$

解 2　以大船运的西瓜吨数为单位“1”，小船运的西瓜吨数是大船的 $\frac{1-\frac{7}{11}}{\frac{7}{11}}$. 所以

$$12\div\left(1-\frac{1-\frac{7}{11}}{\frac{7}{11}}\right)=28(\text{吨});$$

解 3 以小船运的西瓜吨数为单位“1”. 大船运的西瓜吨数是小船的 $\frac{\frac{7}{11}}{1-\frac{7}{11}}$. $\left[12\div\left(\frac{\frac{7}{11}}{1-\frac{7}{11}}-1\right)\right]$ 吨是小船所运的西瓜重量. 所以大船运的西瓜重

$$12\div\left(\frac{\frac{7}{11}}{1-\frac{7}{11}}-1\right)\times\frac{\frac{7}{11}}{1-\frac{7}{11}}=28(\text{吨});$$

解 4 大船运的西瓜吨数∶小船运的西瓜吨数$=\frac{7}{11}\div\left(1-\frac{7}{11}\right)=7\div 4$,所以大船运西瓜:$12\div(7-4)\times 7=28$(吨);

解 5 设大船运西瓜 x 吨. 依题意,得

$$\frac{7}{11}(2x-12)=x.$$

解方程,得 $x=28$.

所以大船运西瓜 28 吨.

962. 仓库里有一批化肥,第一天用去全部的 $\frac{1}{5}$,第二天用去 2.3 吨,第三天用去 2.5 吨,还剩全部重量的 $\frac{4}{15}$. 问剩下的化肥重多少吨?

解 $(2.3+2.5)\div\left(1-\frac{1}{5}-\frac{4}{15}\right)\times\frac{4}{15}=2.4$(吨).

963. 小红看一本文艺书,第一天看了 80 页,第二天比第一天多看 $\frac{1}{10}$,两天共看了总页数的 60%. 问这本书有多少页?

解 $80\times\left(1+\frac{1}{10}+1\right)\div 60\%=280$(页).

964. 永丰村去年收早稻 30 吨,晚稻比早稻多收了 40%,两种稻谷占全年粮食总产量的 $\frac{6}{11}$,全年共收粮食多少吨?

解 $30\times(1+40\%+1)\div\frac{6}{11}=132$(吨).

965. 赵庄初级中学组织学生植树,二年级植了 280 棵,一年级比二年

级少植 $\frac{2}{7}$，两个年级完成了全校任务的 60%. 问全校共植树多少棵？



解 $280\times\left(1-\frac{2}{7}+1\right)\div 60\%=800$(棵).

966. 进步小学四年级举行数学测验，四(一)班取得优良成绩的有 40 人，四(二)班取得优良成绩的人数比四(一)班少 5%. 两班取得优良成绩的同学刚好是全年级人数的 78%. 问全年级有多少人？

解 $40\times(1-5\%+1)\div 78\%=100$(人).

967. 桥头村用试验田的 $\frac{3}{5}$ 种小麦，$\frac{1}{4}$ 种棉花，其余的种花生. 已知麦田比棉田多 0.14 公顷. 问种花生几公顷？

解 $0.14\div\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{4}\right)\times\left(1-\frac{3}{5}-\frac{1}{4}\right)=0.06$(公顷).

968. 一条长 18 千米的公路，除其中 $\frac{1}{9}$ 的路面不需要修理外，其余的路面由甲、乙两队合修，16 天完成任务. 已知甲队平均每天比乙队多修 $\frac{1}{9}$. 问甲、乙两队每天各修多少千米？

解 $18\times\left(1-\frac{1}{9}\right)\div 16\div\left(1+\frac{1}{9}+1\right)=\frac{9}{19}$(千米)……乙队；

$\frac{9}{19}\times\left(1+\frac{1}{9}\right)=\frac{10}{19}$(千米)……甲队.

969. 职工子弟小学原有科技书，文艺书共 630 本，其中科技书占 20%，后来又买进一些科技书，这时科技书占两种图书的 30%. 问又买进的科技书是多少本？

解 1 文艺书有$[630\times(1-20\%)]$本，买进一些科技书后，$[630\times(1-20\%)]$本文艺书占这时图书总数的$(1-30\%)$，所以$[630\times(1-20\%)\div(1-30\%)]$本是买进一些科技书后图书的总数，由此可知新买进的科技书为

$$630\times(1-20\%)\div(1-30\%)-630=90\text{(本)};$$

解 2 文艺书有 $630\times(1-20\%)=504$(本)，

现有的科技书相当于文艺书本数的 $\frac{30\%}{1-30\%}=\frac{3}{7}$；所以现有科技书 $504\times\frac{3}{7}=216$(本)，

新买进的科技书为 $216-630\times20\%=90$(本).

综合算式为 $630\times(1-20\%)\times\frac{30\%}{1-30\%}-630\times20\%=90$(本)；

解 3 设新买进的科技书是 x 本. 依题意,得

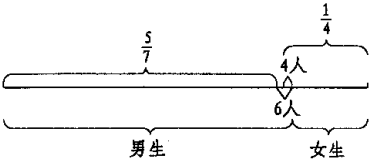
$$\frac{630\times 20\%+x}{630+x}=30\%.$$

解方程,得 $x=90$.

所以新买进科技书 90 本.

970. 某班男生比全班人数的 $\frac{5}{7}$ 多 6 人,女生比全班人数的 $\frac{1}{4}$ 少 4 人. 问该班男女生各是多少人?

解 按题意可作下图:



如图所示,$(6-4)$人相当于总人数的$\left(1-\frac{5}{7}-\frac{1}{4}\right)$,所以,

$(6-4)\div\left(1-\frac{5}{7}-\frac{1}{4}\right)\times\frac{5}{7}+6=46$(人)……男生;

$(6-4)\div\left(1-\frac{5}{7}-\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{4}-4=10$(人)……女生.

971. 两辆汽车同时从相距 180 千米的两地相对而行,经过 1.5 时后还相距全程的 $\frac{1}{6}$. 已知甲车的速度是乙车的 $\frac{9}{11}$,求两车的速度各是多少?

解 $180\times\left(1-\frac{1}{6}\right)\div 1.5\div\left(1+\frac{9}{11}\right)=55$(千米/时)……乙车;

$55\times\frac{9}{11}=45$(千米/时)……甲车.

972. 甲、乙两人赛跑,甲跑到全程的 $\frac{2}{3}$ 处,乙已跑到全程的 $\frac{3}{4}$ 处,这时两人相距 $\frac{1}{4}$ 千米. 求

(1) 全程是多少米?

(2) 如果甲平均每分跑 200 米,乙的速度是多少?

(3) 当乙跑完全程时,甲还要多少时间才能到达终点?

解 (1) $1000\times\frac{1}{4}\div\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\right)=3000$(米);



(2) $3000\times\frac{3}{4}\div\left(3000\times\frac{2}{3}\div200\right)=225$(米/分),

或 $200\times\left(\frac{3}{4}\div\frac{2}{3}\right)=225$(米/分);

(3) $3000\div200-3000\div225=1\frac{2}{3}$(分).

973. 甲、乙两粮仓,甲仓的存粮比乙仓多 $\frac{1}{6}$. 如果甲仓调 30 吨给乙仓,则两仓的存粮数相等. 问两仓共有粮多少吨?

解 甲仓的存粮比乙仓多(30×2)吨. 乙仓存粮 $\left(30\times2\div\frac{1}{6}\right)$吨. 两仓共有粮食

$$30\times2\div\frac{1}{6}\times\left(1+\frac{1}{6}+1\right)=780(\text{吨}).$$

974. 甲、乙两粮仓,甲仓调出存粮数的 $\frac{1}{7}$ 给乙仓,则比乙仓少 60 吨,而且这时甲仓的存粮是乙仓的 $\frac{7}{8}$. 问两仓原各存粮多少吨?

解 调出后甲仓存粮比乙仓少 60 吨,是乙仓的 $\frac{7}{8}$,所以,现在乙仓存粮 $60\div\left(1-\frac{7}{8}\right)=480$(吨),甲仓存粮 $480\times\frac{7}{8}=420$(吨). 由此可知,甲仓原存粮 $420\div\left(1-\frac{1}{7}\right)=490$(吨). 综合算式为

$$60\div\left(1-\frac{7}{8}\right)\times\frac{7}{8}\div\left(1-\frac{1}{7}\right)=490(\text{吨});$$

乙仓原存粮:

$$60\div\left(1-\frac{7}{8}\right)-490\times\frac{1}{7}=410(\text{吨}).$$

975. 新塔乡砖窑第一天卖出砖 15000 块,第二天比第一天多卖出 $\frac{2}{5}$,两天卖出的砖占砖窑原存量的 80%. 问这个砖窑原来存有多少块砖?

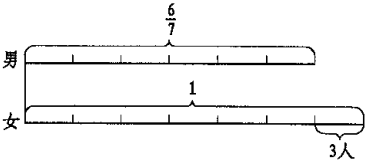
解 $15000\times\left(1+\frac{2}{5}+1\right)\div80\%=45000$(块).

976. 小英和小雄分别从东西两村同时出发相对而行,小英行全程的 $\frac{3}{7}$,小雄行 2000 米,两人相遇. 如果小英行全程的 $\frac{2}{5}$,小雄应行多少米两人才相遇?

解 $2000\div\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=2100$(米).

977. 五(1)班男生人数是女生的 $\frac{6}{7}$，女生比男生多 3 人，求全班有多少人？

解 1 按题意可作下图：



如图所示，把女生看作单位“1”，男生比女生少 $\left(1-\frac{6}{7}\right)$，正好是 3 人，所以女生有 $3\div\left(1-\frac{6}{7}\right)=21$(人)，全班人数为 $21\times\left(1+\frac{6}{7}\right)=39$(人).

综合算式为 $3\div\left(1-\frac{6}{7}\right)\times\left(1+\frac{6}{7}\right)=39$(人)；

解 2 从上图可知，全班共分成 $6+7=13$(份)，男生占 $\frac{6}{13}$，女生占 $\frac{7}{13}$. 女生比男生多 3 人，相当于总人数的 $\frac{7}{13}-\frac{6}{13}=\frac{1}{13}$，$3\div\frac{1}{13}=39$(人). 综合算式为

$$3\div\left(\frac{7}{6+7}-\frac{6}{6+7}\right)=39\text{(人)};$$

解 3 设全班有 x 人. 依题意，得

$$\frac{x-3}{2}=\frac{6}{7}\times\frac{x+3}{2}.$$

解方程，得 $x=39$.

所以全班有 39 人.

978. 某拖拉机厂一月上旬完成全月计划的 $\frac{1}{3}$，中旬完成全月计划的 $\frac{2}{5}$，上旬和中旬共生产拖拉机 165 台. 问一月份中旬比上旬多生产多少台？

解 $165\div\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\right)\times\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{3}\right)=15$(台).

979. 有一根钢管，用去它的 40%，还剩 2.4 米；如果用去它的 $\frac{5}{8}$，应剩多少米？



解　$2.4\div(1-40\%)\times\left(1-\frac{5}{8}\right)=1.5$(米).

980. 东湖农场第一天播种大豆 240 公顷，占总面积的 40%；第二天播种的公顷数占总面积的 $\frac{7}{15}$. 问还有多少公顷没有播种？

解　$240\div40\%\times\left(1-40\%-\frac{7}{15}\right)=80$(公顷).

981. 新丰大队抗旱挖渠，第一天挖了 0.8 千米，第二天比第一天多挖 $\frac{1}{8}$，两天共挖了全长的 50%. 问这个大队挖渠全长多少千米？

解　$0.8\times\left(1+\frac{1}{8}+1\right)\div50\%=3.4$(千米).

982. 唐山小学女生占全校人数的 46%，男生中少先队员有 240 人，非队员占男生人数的 $\frac{1}{9}$，求女生人数.

解　$240\div\left(1-\frac{1}{9}\right)\div(1-46\%)\times46\%=230$(人).

983. 利民机械厂第一季度完成产值 8.4 万元，比第二季度少完成 20%. 两个季度完成的产值正好是全年总产值的 $\frac{3}{5}$，该厂还差多少万元才能完成全年总产值？

解　第二季度的产值为　$[8.4\div(1-20\%)]$万元；

全年总产值为　$\left\{[8.4\div(1-20\%)+8.4]\div\frac{3}{5}\right\}$万元；

还差$[8.4\div(1-20\%)+8.4]\div\frac{3}{5}\times\left(1-\frac{3}{5}\right)=12.6$(万元).

984. 某工厂第一季度制造机器 640 台，完成全年计划的 $\frac{2}{7}$，第二季度制造的机器是年计划余下部分的 43%，第二季度制造了多少台？

解　$640\div\frac{2}{7}\times\left(1-\frac{2}{7}\right)\times43\%=688$(台)；

或　$\left(640\div\frac{2}{7}-640\right)\times43\%=688$(台).

985. 前宅村去年小麦每公顷产 2700 千克，今年每公顷产比去年增产二成四，这个增产数和该村 1966 年小麦每公顷产的 $\frac{2}{5}$ 相等. 今年小麦每公顷产多少千克？1966 年每公顷产多少千克？

解　今年每公顷产小麦为　$2700\times(1+24\%)=3348$(千克).

1966 年每公顷产小麦为 $2700\times24\%\div\frac{2}{5}=1620$(千克).

986. 新华书店运进一批文艺书,运进的册数是原有文艺书册数的 $\frac{2}{3}$. 原有科技书卖出 80%以后,恰好与现在运进的文艺书册数相同. 已知原有文艺书 1200 册. 问原有科技书多少册?

解 运进的文艺书册数是 $\left(1200\times\frac{2}{3}\right)$,相当于原有科技书册数的(1−80%),所以原有科技书为

$$1200\times\frac{2}{3}\div(1-80\%)=4000(\text{册}).$$

987. 某班女生的人数是男生的 $\frac{2}{3}$,最近转来 2 名女生,这样女生的人数是男生的 $\frac{3}{4}$. 问现在全班学生有多少人?

解 把男生人数看作单位"1",2 名女生相当于男生人数的 $\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=\frac{1}{12}$,$2\div\frac{1}{12}=24$(人)是男生的人数,所以现在全班人数应是 $24\times\left(1+\frac{3}{4}\right)=42$(人). 综合算式为

$$2\div\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\right)\times\left(1+\frac{3}{4}\right)=42(\text{人}).$$

988. 某班女生人数是男生的 $\frac{4}{5}$,最近转来了 1 名男生,这样女生的人数是男生人数的 $\frac{10}{13}$. 问这个班现在共有学生多少人?

解 1 把女生人数作为单位"1". 这样,原来男生人数是女生的 $\frac{1}{\frac{4}{5}}=\frac{5}{4}$,现在男生人数是女生的 $\frac{1}{\frac{10}{13}}=\frac{13}{10}$. 现在女生人数是 $1\div\left(\frac{13}{10}-\frac{5}{4}\right)=20$(人),全班人数为 $20\times\left(1+\frac{13}{10}\right)=46$(人). 综合算式为

$$1\div\left(\frac{1}{\frac{10}{13}}-\frac{1}{\frac{4}{5}}\right)\times\left(1+\frac{1}{\frac{10}{13}}\right)=46(\text{人});$$

解 2 设现在全班有 x 人. 则原来全班为$(x-1)$人. $\frac{x-1}{1+\frac{4}{5}}$ 是原来男

生人数；$\frac{x}{1+\frac{10}{13}}$ 是现在男生人数，因为现在男生人数比原来男生人数多 1，所以

$$\frac{x-1}{1+\frac{4}{5}}=\frac{x}{1+\frac{10}{13}}-1.$$

解方程，得 $x=46$.

所以现在全班有 46 人.

989. 某修路队修一条公路，第一天修了全长的 $\frac{1}{4}$ 又 14 米. 第二天修了全长的 $\frac{3}{10}$，第三天修了全长的 $\frac{2}{5}$ 正好修完. 问三天各修了多少米？

解 如果第一天修了全长的 $\frac{1}{4}$，其余两天修的不变，那么三天后将剩下 14 米，所以 14 米相当于全长的 $1-\frac{1}{4}-\frac{3}{10}-\frac{2}{5}=\frac{1}{20}$，这条公路的全长是 $14\div\frac{1}{20}=280$(米).

$280\times\frac{1}{4}+14=84$(米)……第一天；

$280\times\frac{3}{10}=84$(米)……第二天；

$280\times\frac{2}{5}=112$(米)……第三天.

990. 新光电视机厂去年比前年增产 $\frac{3}{8}$，增产了 2.1 万台. 问这两年共生产电视机多少台？

解 $2.1\div\frac{3}{8}\times\left(1+\frac{3}{8}+1\right)=13.3$(万台).

991. 新华小学上学期体育锻炼的达标率为 55%，本学期新达标的学生有 130 人，未达标的学生占总人数的 $\frac{1}{5}$. 问还有多少人没有达标？

解 1 $130\div\left(1-\frac{1}{5}-55\%\right)\times\frac{1}{5}=104$(人)；

解 2 设学生总人数为 x 人，依题意，得

$$55\%x+130=\left(1-\frac{1}{5}\right)x.$$

解方程，得 $x=520$，$520\times\frac{1}{5}=104$.

所以还有 104 人没有达标.

992. 光明乡种玉米 48 公顷，比种大豆的公顷数多 20%，两种作物的种植公顷数是该乡耕地总公顷数的 $\frac{4}{11}$. 问这个生产队有耕地多少公顷？

解　$[48\div(1+20\%)+48]\div\frac{4}{11}=242$(公顷)；

或　$48\div(1+20\%)\times(1+20\%+1)\div\frac{4}{11}=242$(公顷).

993. 某校图书馆的藏书中，数学书占 $\frac{1}{10}$，文学书占 $\frac{4}{7}$，科技书有 348 本，比文学书的 18%少 12 本. 问这个图书馆的数学书有多少本？

解　$(348+12)\div18\%\div\frac{4}{7}\times\frac{1}{10}=350$(本).

994. 新海农场试种杂交水稻，每公顷产量高达 9000 千克，相当于一般水稻每公顷产量的 150%. 求比一般水稻每公顷增产多少千克？

解　$9000\div150\%\times(150\%-1)=3000$(千克).

995. 甲、乙两人共有人民币若干元，其中甲占 $\frac{3}{5}$. 若乙给甲 12 元，则乙余下的钱占总数的 25%. 问甲、乙两人各有人民币多少元？

解　在共有的人民币中，乙占 $1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$. 乙给甲的 12 元是总数的 $\frac{2}{5}$ 与 25%的差，所以，$12\div\left(\frac{2}{5}-25\%\right)=80$(元)是两人所有人民币的总数. 甲有人民币 $80\times\frac{3}{5}=48$(元)，乙有人民币 $80\times\frac{2}{5}=32$(元). 综合算式为

$$12\div\left(1-\frac{3}{5}-25\%\right)\times\frac{3}{5}=48(\text{元})\cdots\cdots\text{甲};$$

$$12\div\left(1-\frac{3}{5}-25\%\right)\times\left(1-\frac{3}{5}\right)=32(\text{元})\cdots\cdots\text{乙}.$$

996. 将一批猪肉送到冷藏库去. 两次运去总数的 $\frac{4}{5}$，第一次运 16.8 吨，第二次比第一次多运 $\frac{1}{6}$. 问这批猪肉共多少吨？

解　$16.8\times\left(1+\frac{1}{6}+1\right)\div\frac{4}{5}=45.5$(吨).

997. 有一部书，分上、下两册，上册页数的 $\frac{1}{4}$ 等于下册页数的 $\frac{2}{7}$，下册有 154 页. 问这部书上、下册共有多少页？



解 1 $154\times\frac{2}{7}\div\frac{1}{4}+154=330$(**页**)；

解 2 **下册页数是上册页数的** $\left(\frac{1}{4}\div\frac{2}{7}\right)$，**上册的页数为** $\left[154\div\left(\frac{1}{4}\div\frac{2}{7}\right)\right]$**页. 上、下册共有**

$$154\div\left(\frac{1}{4}\div\frac{2}{7}\right)+154=330(\text{页})；$$

解 3 **上册页数是下册页数的** $\left(\frac{2}{7}\div\frac{1}{4}\right)$，**两册书共有**

$$154\times\left(1+\frac{2}{7}\div\frac{1}{4}\right)=330(\text{页})；$$

解 4 **设两册书共** x **页，则上册有**$(x-154)$**页. 依题意，得**

$$\frac{1}{4}(x-154)=154\times\frac{2}{7}.$$

解方程，得 $x=330$.

所以这部书上、下册共有 330 **页.**

998. **小张生产一批零件，已经完成** $\frac{2}{5}$. **余下的比已完成的零件个数多** 25 **只. 问小张已完成多少只？**

解 1 **这批零件余下** $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$，**比已完成的多** $\frac{3}{5}-\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$. 25 **只占这批零件的** $\frac{1}{5}$，**所以全部零件为** $25\div\frac{1}{5}=125$(**只**). **已完成** $125\times\frac{2}{5}=50$(**只**). **综合算式为**

$$25\div\left(1-\frac{2}{5}-\frac{2}{5}\right)\times\frac{2}{5}=50(\text{只})；$$

解 2 **设小张已完成** x **只. 依题意，得**

$$x\div\frac{2}{5}=25\div\left(1-\frac{2}{5}-\frac{2}{5}\right).$$

解方程，得 $x=50$.

所以小张已完成 50 **只.**

999. **甲** 8 **天的工作量与乙** 7 **天的工作量相等. 他们在同一时间一起生产竹器** 60 **件. 问甲比乙少做几件？**

解 1 **把乙的工作量看作“**1**”，那么在同一时间内，甲的工作量是乙的** $\frac{7}{8}$. **所以，两人在同一时间内生产的竹器相差**

$$60\div\left(1+\frac{7}{8}\right)\times\left(1-\frac{7}{8}\right)=4(\text{件})；$$

解 2 在工作量相等的情况下，工作效率与工作时间成反比，所以甲与乙的工作效率之比是 $7:8$.

$$60\div(7+8)\times8-60\div(7+8)\times7=4(\text{件});$$

解 3 设甲比乙少做 x 件. 这样甲做 $\frac{60-x}{2}$ 件，乙做 $\frac{60+x}{2}$ 件. 依题意，得

$$\frac{60-x}{2}:\frac{60+x}{2}=7:8.$$

解比例方程，得 $x=4$.

所以甲比乙少做 4 件.

1000. 某纺织厂男职工人数是女职工人数的 $\frac{1}{3}$. 已知男职工比女职工少 380 人. 问全厂有职工多少人？

解 1 把女职工的人数看作“1”，380 人相当于女职工人数的 $\left(1-\frac{1}{3}\right)$. 全厂职工人数为

$$380\div\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1+\frac{1}{3}\right)=760(\text{人});$$

解 2 设女职工有 x 人. 依题意，得

$$x-\frac{1}{3}x=380.$$

解方程，得 $x=570$，$570\times\left(1+\frac{1}{3}\right)=760$.

所以全厂职工有 760 人；

解 3 设全厂职工有 x 人. 依题意，得

$$\frac{\frac{x-380}{2}}{\frac{x+380}{2}}=\frac{1}{3}.$$

解方程，得 $x=760$.

所以全厂职工有 760 人.

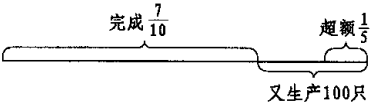
1001. 一袋农药，拌种用去全袋的 40%，剩下 $27\frac{1}{2}$ 千克，防治蚜虫又用去全袋的 $\frac{2}{5}$，还剩多少千克？

解 $27\frac{1}{2}\div(1-40\%)\times\left(1-40\%-\frac{2}{5}\right)=9\frac{1}{6}$(千克).

1002. 王师傅生产一批零件，完成 $\frac{7}{10}$ 以后，又生产了 100 只，这样就超

额 $\frac{1}{5}$. 问超额了多少只？

解 1 按题意可作下图：



如图所示，又生产的 100 只相当于计划生产的 $\left(1-\frac{7}{10}+\frac{1}{5}\right)$，则计划生产数为 $100\div\left(1-\frac{7}{10}+\frac{1}{5}\right)=200$(只)，超额 $200\times\frac{1}{5}=40$(只). 综合算式为

$$100\div\left(1-\frac{7}{10}+\frac{1}{5}\right)\times\frac{1}{5}=40(\text{只});$$

解 2 设超额 x 只，则超额的 x 只相当于这批零件的 $\frac{1}{5}$，$\frac{x}{\frac{1}{5}}$ 只是这批零件的只数. 依题意，得

$$\frac{x}{\frac{1}{5}}+x=100+\frac{x}{\frac{1}{5}}\times\frac{7}{10}.$$

解方程，得 $x=40$.

所以超额 40 只.

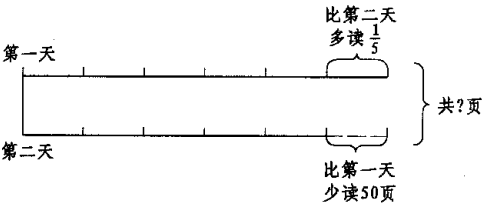
1003. 水化成水蒸气，体积增加 1669 倍，水结成冰，体积增加 $\frac{1}{11}$，现有水蒸气 3340 分米^3，如结成冰体积是多少？

解 设水的体积为“1”，它若化成水蒸气，体积变成 $1669+1=1670$；若结成冰，则体积是水的 $1+\frac{1}{11}=\frac{12}{11}$. 所以水蒸气 3340 分米^3 若凝成水，则得 $3340\div1670=2$(分米^3). 又结成冰，则可得 $2\times\frac{12}{11}=2\frac{2}{11}$(分米^3)，综合算式为

$$3340\div(1669+1)\times\left(1+\frac{1}{11}\right)=2\frac{2}{11}(\text{分米}^3).$$

1004. 小华两天读完一本书，第一天比第二天多读 $\frac{1}{5}$，第二天比第一天少读 50 页. 问这本书共有几页？

解 1 按题意可作下图：



如图所示，第二天读 $50\div\frac{1}{5}=250$(页)，第一天读 $250\times\left(1+\frac{1}{5}\right)=300$(页)，所以这本书有

$$250+300=550(\text{页}).$$

综合算式为

$$50\div\frac{1}{5}\times\left(1+\frac{1}{5}+1\right)=550(\text{页});$$

解 2　如上图所示，第一天看的占全书的 $\dfrac{1+\frac{1}{5}}{1+\frac{1}{5}+1}$，第二天看的占全书的 $\dfrac{1}{1+\frac{1}{5}+1}$，全书的页数为

$$50\div\left(\frac{1+\frac{1}{5}}{1+\frac{1}{5}+1}-\frac{1}{1+\frac{1}{5}+1}\right)=550(\text{页});$$

解 3　设第二天读 x 页，则第一天读$(x+50)$页. 依题意，得

$$x+\frac{1}{5}x=x+50.$$

解方程，得　$x=250$.

所以这本书的总页数有 $250\times\left(1+\frac{1}{5}+1\right)=550$(页).

1005. 师徒两人生产一批零件. 师傅 $\frac{3}{4}$ 时生产 60 个. 上午他们完成了全部任务的 $\frac{8}{15}$，下午他们又一起工作了 $3\frac{1}{8}$ 时，完成了全部任务. 已知徒弟下午生产了 247 个零件. 问这批零件共有多少个？

解 1　师傅每小时生产零件 $\left(60\div\frac{3}{4}\right)$ 个，徒弟每小时生产零件 $\left(247\div3\frac{1}{8}\right)$ 个，师徒两人下午共生产零件 $\left[\left(60\div\frac{3}{4}+247\div3\frac{1}{8}\right)\times3\frac{1}{8}\right]$



个，正好占这批零件的$\left(1-\frac{8}{15}\right)$. 所以这批零件的个数为

$$\left(60\div\frac{3}{4}+247\div3\frac{1}{8}\right)\times3\frac{1}{8}\div\left(1-\frac{8}{15}\right)=1065(\text{个}),$$

或 $$\left(60\div\frac{3}{4}\times3\frac{1}{8}+247\right)\div\left(1-\frac{8}{15}\right)=1065(\text{个});$$

解 2 设这批零件有 x 个. 依题意，得

$$\frac{8}{15}x+247+60\div\frac{3}{4}\times3\frac{1}{8}=x.$$

解方程，得 $x=1065$.

所以这批零件有 1065 个.

1006. 运一堆矿石到工厂，共用三天时间. 其中第二天运全部矿石的 $\frac{2}{5}$，比第一天多运 30 吨，第三天运 120 吨. 问第二天运多少吨？

解 1 假如第一天也运全部矿石的 $\frac{2}{5}$，那么第三天需运$(120-30)$吨，相当于所运矿石的$\left(1-\frac{2}{5}-\frac{2}{5}\right)$，所以第二天运

$$(120-30)\div\left(1-\frac{2}{5}-\frac{2}{5}\right)\times\frac{2}{5}=180(\text{吨});$$

解 2 设第二天运 x 吨. 依题意，得

$$x+(x-30)+120=x\div\frac{2}{5}.$$

解方程，得 $x=180$.

所以第二天运矿石 180 吨.

1007. 五年级中男生占 $\frac{3}{5}$，比女生多 19 人. 问这个年级男女生各有多少人？

解 1 女生占全年级人数的$\left(1-\frac{3}{5}\right)$，男女生相差的 19 人相当于全班人数的$\left[\frac{3}{5}-\left(1-\frac{3}{5}\right)\right]$，全班人数为 $19\div\left[\frac{3}{5}-\left(1-\frac{3}{5}\right)\right]$(人). 所以

$$19\div\left[\frac{3}{5}-\left(1-\frac{3}{5}\right)\right]\times\frac{3}{5}=57(\text{人})\cdots\cdots\text{男生},$$

$$57-19=38(\text{人})\cdots\cdots\text{女生};$$

解 2 设男生有 x 人，则女生有$(x-19)$人. 依题意，得

$$\frac{x}{x-19+x}=\frac{3}{5}.$$

解方程，得　$x=57$，$x-19=57-19=38$.

所以五年级有男生 57 人，女生 38 人.

1008. 向阳机器厂女职工占全厂人数的 $\frac{2}{5}$，男职工比女职工多 340 人，求男职工的人数.

解 1　男职工应占全厂人数的 $\left(1-\frac{2}{5}\right)$，男职工比女职工多的 340 人是全厂人数的 $\left(1-\frac{2}{5}-\frac{2}{5}\right)$. 所以男职工的人数为

$$340\div\left(1-\frac{2}{5}-\frac{2}{5}\right)\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=1020(\text{人});$$

解 2　设男职工有 x 人，则女职工有 $(x-340)$ 人. 依题意，得

$$\frac{x-340}{x-340+x}=\frac{2}{5}.$$

解方程，得　$x=1020$.

所以男职工有 1020 人.

1009. 有两堆钢材，从第一堆运出 $\frac{1}{3}$，从第二堆运出 $\frac{4}{5}$，那么第一堆剩下的是第二堆剩下的 3 倍. 已知第一堆原有钢材 90 吨，问第二堆原有钢材多少吨？

解 1　第一堆钢材运出 $\frac{1}{3}$ 后尚剩 $90\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=60$(吨). 那么，第二堆尚剩 $60\div3=20$(吨)，正好是原有钢材重量的 $\left(1-\frac{4}{5}\right)$. 所以第二堆原有钢材 $20\div\left(1-\frac{4}{5}\right)=100$(吨). 综合算式为

$$90\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\div3\div\left(1-\frac{4}{5}\right)=100(\text{吨});$$

解 2　设第二堆原有钢材 x 吨. 依题意，得

$$90\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=3\left(x-\frac{4}{5}x\right).$$

解方程，得　$x=100$.

所以第二堆原有钢材 100 吨.

1010. 五(1)班有女生 25 人，比男生多 25%，这个班的学生数占全校学生数的 $\frac{3}{28}$. 问全校有学生多少人？

解　五(1)班有男生 $25\div(1+25\%)=20$(人)，全班学生数有 $25+20=45$(人)，所以全校学生有 $45\div\frac{3}{28}=420$(人). 综合算式为

$$[25\div(1+25\%)+25]\div\frac{3}{28}=420(\text{人}).$$



1011. 某化肥厂二月份生产的化肥比一月份多 20%，比三月份少 $\frac{4}{25}$，三月份生产化肥 450 吨. 这个厂第一季度产量的 $\frac{2}{3}$ 等于全年产量的 15%. 问全年生产化肥多少吨？

解 二月份生产 $450\times\left(1-\frac{4}{25}\right)=378$(吨). 一月份生产 $378\div(1+20\%)=315$(吨). 全年生产 $(315+378+450)\times\frac{2}{3}\div15\%=5080$(吨). 综合算式为

$$450\times\left[\left(1-\frac{4}{25}\right)\div(1+20\%)\times(1+20\%+1)+1\right]\times\frac{2}{3}\div15\%$$
$$=5080(\text{吨}).$$

1012. 新生文具店批进圆珠笔和钢笔支数的比是 5∶7，当圆珠笔卖出 $\frac{1}{10}$ 后，剩下的圆珠笔比钢笔少 50 支. 问两种笔共批进多少支？

解 1 设钢笔的支数为“1”，则圆珠笔的支数为 $\frac{5}{7}$. 当圆珠笔卖出 $\frac{1}{10}$ 后，剩下圆珠笔的支数是钢笔支数的 $\frac{5}{7}\times\left(1-\frac{1}{10}\right)$. 所以钢笔的支数为 $50\div\left[1-\frac{5}{7}\times\left(1-\frac{1}{10}\right)\right]=140$(支)，两种笔的总支数为 $140\times\left(1+\frac{5}{7}\right)=240$(支). 综合算式为

$$50\div\left[1-\frac{5}{7}\times\left(1-\frac{1}{10}\right)\right]\times\left(1+\frac{5}{7}\right)=240(\text{支});$$

解 2 把批进的圆珠笔支数作为 5 份，钢笔的支数作为 7 份. 圆珠笔卖出 $\frac{1}{10}$，还剩 $5\times\left(1-\frac{1}{10}\right)$ 份，则两种笔共批进

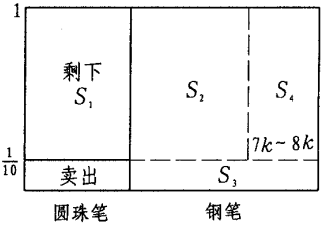
$$50\div\left[7-5\times\left(1-\frac{1}{10}\right)\right]\times(7+5)=240(\text{支});$$

解 3 设圆珠笔的支数为“1”，则钢笔的支数为 $\frac{7}{5}$. 两种笔共批进

$$50\div\left[\frac{7}{5}-\left(1-\frac{1}{10}\right)\right]\times\left(1+\frac{7}{5}\right)=240(\text{支});$$

解 4 用面积法解.

把两种笔共分 $(5+7)$ 份.



如图所示，S_1 表示圆珠笔卖出 $\frac{1}{10}$ 后剩下的支数，$S_2=S_1$，则 S_3+S_4 是钢笔比剩下的圆珠笔多的 50 支. S_3 为 $7\times\frac{1}{10}$ 份笔，S_4 为 $(7-5)\times\left(1-\frac{1}{10}\right)$ 份笔，因此每份为 $50\div\left[7\times\frac{1}{10}+(7-5)\times\left(1-\frac{1}{10}\right)\right]=20$(支)，两种笔共 $20\times(5+7)=240$(支). 综合算式为

$$50\div\left[7\times\frac{1}{10}+(7-5)\times\left(1-\frac{1}{10}\right)\right]\times(5+7)=240(\text{支});$$

解 5 设批进钢笔 x 支，则批进圆珠笔 $\frac{5}{7}x$ 支. 依题意，得

$$x-50=\frac{5}{7}x-\frac{1}{10}\times\frac{5}{7}x.$$

解方程，得 $x=140$，$140\times\left(1+\frac{5}{7}\right)=240$.

所以两种笔共批进 240 支；

解 6 设两种笔共批进 x 支，则批进圆珠笔 $\frac{5}{5+7}x$ 支，批进钢笔 $\frac{7}{5+7}x$ 支. 依题意，得

$$\frac{5}{5+7}x\times\left(1-\frac{1}{10}\right)=\frac{7}{5+7}x-50.$$

解方程，得 $x=240$.

所以两种笔共批进 240 支.

1013. 新华书店运进科技书和文艺书本数的比是 5∶7. 当科技书卖出 $\frac{1}{10}$，文艺书卖出 $\frac{3}{14}$ 后，科技书比文艺书少 100 本. 问两种书共运进多少本？

解 1 把文艺书的本数看作单位“1”，则科技书的本数为 $\frac{5}{7}$. 文艺书卖出 $\frac{3}{14}$ 后还剩 $1-\frac{3}{14}$，科技书卖出 $\frac{1}{10}$ 后还剩 $\frac{5}{7}\times\left(1-\frac{1}{10}\right)$，差 100 本相当

于文艺书的$\left(1-\frac{3}{14}\right)-\frac{5}{7}\times\left(1-\frac{1}{10}\right)$. 所以文艺书有 $100\div\left[1-\frac{3}{14}-\frac{5}{7}\times\left(1-\frac{1}{10}\right)\right]=700$(本),两种书共运进 $700\times\left(1+\frac{5}{7}\right)=1200$(本). 综合算式为

$$100\div\left[1-\frac{3}{14}-\frac{5}{7}\times\left(1-\frac{1}{10}\right)\right]\times\left(1+\frac{5}{7}\right)=1200\text{(本)};$$

解 2 用列表法解.

种　类	运进本数	卖出	剩下
科　技	$5k$　$\forall k=1$	$\frac{1}{10}$	$5\times\left(1-\frac{1}{10}\right)$
文　艺	$7k$	$\frac{3}{14}$	$7\times\left(1-\frac{3}{14}\right)$

相差 100 本

所以，$100\div\left[7\times\left(1-\frac{3}{14}\right)-5\times\left(1-\frac{1}{10}\right)\right]\times(5+7)=1200$(本).

或

种　类	运进本数	卖出	剩下
科　技	$5k$　$\forall 5k=1$	$\frac{1}{10}$	$1-\frac{1}{10}$
文　艺	$7k$　$\frac{7}{5}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{7}{5}\times\left(1-\frac{3}{14}\right)$

相差 100 本

所以，$100\div\left[\frac{7}{5}\times\left(1-\frac{3}{14}\right)-\left(1-\frac{1}{10}\right)\right]\times\left(1+\frac{7}{5}\right)=1200$(本).

或

种　类	运进本数	卖出	剩下
科　技	$5k$　$\frac{5}{7}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{5}{7}\times\left(1-\frac{1}{10}\right)$
文　艺	$7k$　$\forall 7k=1$	$\frac{3}{14}$	$1-\frac{3}{14}$

相差 100 本

所以，$100\div\left[\left(1-\frac{3}{14}\right)-\frac{5}{7}\times\left(1-\frac{1}{10}\right)\right]\times\left(1+\frac{5}{7}\right)=1200$(本);

解 3 设运进文艺书 x 本,则运进科技书 $\frac{5}{7}x$ 本. 依题意,得

$$x-\frac{3}{14}x-100=\frac{5}{7}x-\frac{5}{7}x\times\frac{1}{10}.$$

解方程,得　$x=700$，$700\times\left(1+\frac{5}{7}\right)=1200$.

所以两种书共运进 1200 本.

解 4 设两种书共运进 x 本,则运进文艺书 $\frac{7}{5+7}x$ 本,运进科技书 $\frac{5}{5+7}x$ 本. 依题意,得

$$\frac{7}{5+7}x\times\left(1-\frac{3}{14}\right)-\frac{5}{5+7}x\times\left(1-\frac{1}{10}\right)=100.$$

解方程,得 $x=1200$.

所以两种书共运进 1200 本.

1014. 某厂女职工人数是男职工人数的 $\frac{4}{5}$,最近新招了 10 名女职工,因此男职工人数是女职工人数的 $1\frac{1}{5}$ 倍. 问现在全厂的职工总数是多少?

解 1 现在女职工人数是男职工人数的 $\left(1\div1\frac{1}{5}\right)$,男职工人数是 $\left[10\div\left(1\div1\frac{1}{5}-\frac{4}{5}\right)\right]$人,所以全厂职工总数为

$$10\div\left(1\div1\frac{1}{5}-\frac{4}{5}\right)\times\left(1+1\div1\frac{1}{5}\right)=550(\text{人});$$

解 2 设现在有男职工 x 人,则有女职工 $\left(\frac{4}{5}x+10\right)$人. 依题意,得

$$1\frac{1}{5}\left(\frac{4}{5}x+10\right)=x.$$

解方程,得 $x=300$.

所以现在有男职工 300 人,女职工 $300\times\frac{4}{5}+10=250$(人),全厂职工总数是 $300+250=550$(人);

解 3 设现在有女职工 x 人,则有男职工 $1\frac{1}{5}x$ 人. 依题意,得

$$x-10=1\frac{1}{5}x\times\frac{4}{5}.$$

解方程,得 $x=250$.

所以现在有女职工 250 人,全厂职工总数是

$$250\times\left(1+1\frac{1}{5}\right)=550(\text{人}).$$

1015. 一个公路养护队派出两个小组各修一段公路. 第一组修的公路长度的 $\frac{3}{4}$ 等于第二组修的公路长度的 $\frac{2}{3}$. 现在第一组修了 $\frac{2}{3}$,还剩 80 米. 问两个组修的公路共长多少米?



解 第一组应修$\left[80\div\left(1-\frac{2}{3}\right)\right]$米，第二组修的公路长度是第一组的$\left(\frac{3}{4}\div\frac{2}{3}\right)$，所以两组共应修

$$80\div\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(1+\frac{3}{4}\div\frac{2}{3}\right)=510(\text{米}).$$

1016. 水果店仓库里存有100千克草莓，含水量为99%. 在第二次测定时，草莓的水分已蒸发掉一部分，含水量变为98%. 问这时草莓的重量是多少？

解 草莓中非水物质占$(1-99\%)$，100千克草莓中这种物质是$100\times(1-99\%)=1$(千克). 草莓的水分蒸发. 而非水物质却始终不变. 当草莓的含水量为98%时，1千克非水物质应占草莓重量的$(1-98\%)$，所以这时草莓的重量为$1\div(1-98\%)=50$(千克). 综合算式为

$$100\times(1-99\%)\div(1-98\%)=50(\text{千克}).$$

1017. 两筐荔枝，乙筐的重量是甲筐的$\frac{5}{8}$. 如果从甲筐拿出10千克放入乙筐，这时甲筐还比乙筐多10千克. 问两筐荔枝共重多少千克？

解1 原来甲筐比乙筐多$(10+10\times2)$千克. 所以

$$(10+10\times2)\div\left(1-\frac{5}{8}\right)\times\left(1+\frac{5}{8}\right)=130(\text{千克});$$

解2 设甲筐原有荔枝x千克. 则乙筐原有荔枝$\frac{5}{8}x$千克. 依题意，得

$$x-10-\left(\frac{5}{8}x+10\right)=10.$$

解方程，得 $x=80$.

所以甲筐原有荔枝80千克，两筐荔枝共重$80\times\left(1+\frac{5}{8}\right)=130$(千克).

1018. 甲、乙两桶柴油，乙桶柴油的重量是甲桶的$1\frac{1}{4}$倍，如果甲桶中加进5千克，这时乙桶的重量是甲桶的$1\frac{1}{9}$倍. 问两桶原来共有柴油多少千克？

解1 原来甲桶的柴油是乙桶的$1\div1\frac{1}{4}=\frac{4}{5}$；现在甲桶的柴油是乙桶的$1\div1\frac{1}{9}=\frac{9}{10}$；$5\div\left(\frac{9}{10}-\frac{4}{5}\right)=50$(千克)是乙桶中柴油的重量. 所以两桶

原来共重 $50\times\left(1+\frac{4}{5}\right)=90$(千克). 综合算式为

$$5\div\left(1\div1\frac{1}{9}-1\div1\frac{1}{4}\right)\times\left(1+1\div1\frac{1}{4}\right)=90(\text{千克});$$

解 2 因为

原甲：乙 $=4:5$

乙：现甲 $=10:9$

原甲：乙：现甲 $=8:10:9$

所以，$5\div(9-8)\times(8+10)=90$(千克).

1019. 加工一批零件，乙每小时做 70 个，比甲每小时少做 $\frac{1}{8}$，两人合做 $2\frac{1}{3}$ 时，完成这批零件的 62.5%. 问这批零件有多少个？

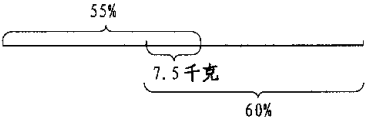
解 $70\div\left(1-\frac{1}{8}\right)\times\left(1-\frac{1}{8}+1\right)\times2\frac{1}{3}\div62.5\%=560$(个).

1020. 两根同样长的电线，第一根第一次用去 40%，第二次用去 20 米，还剩原长的 20%；第二根第一次用去 35%，第二次用去 45%，还剩多少米？

解 $20\div(1-40\%-20\%)\times(1-35\%-45\%)=10$(米).

1021. 两箩杨梅共重若干千克，已知甲箩占总重量的 55%，如果从甲箩取出 7.5 千克放入乙箩，则乙箩就占总重量的 60%. 问两箩杨梅原各重多少千克？

解 1 按题意可作下图：



如图所示，乙箩原重占总重量的(1−55%)，增加 7.5 千克后，就占总重量的 60%，所以 7.5 千克相当于总重量的[60%−(1−55%)].

甲箩原重 $7.5\div[60\%-(1-55\%)]\times55\%=27.5$(千克)，

乙箩原重 $7.5\div[60\%-(1-55\%)]\times(1-55\%)=22.5$(千克)；

解 2 如解 1 图所示，甲箩原重占总重量的 55%，取出 7.5 千克后，就占总重量的(1−60%)，所以 7.5 千克相当于总重量的[55%−(1−60%)].

甲箩原重 $7.5\div[55\%-(1-60\%)]\times55\%=27.5$(千克)，

乙箩原重 $7.5\div[55\%-(1-60\%)]\times(1-55\%)=22.5$(千克)；

解 3 仍如解 1 图所示，7.5 千克相当于总重量的(55%+60%−1)，所以



甲箩原重　$7.5\div[55\%+60\%-1)]\times55\%=27.5$(千克)，

乙箩原重　$7.5\div[55\%+60\%-1)]\times(1-55\%)=22.5$(千克)；

以上三解都是以两箩的总重量为“1”，下面再取不同的单位“1”以求解.

解 4　以乙箩原来的重量为“1”，则乙箩现在的重量是乙箩原来重量的 $\frac{60\%}{1-55\%}$. 所以乙箩原来的重量为　$7.5\div\left(\frac{60\%}{1-55\%}-1\right)=22.5$(千克).

甲箩原来的重量是乙箩原来重量的 $\frac{55\%}{1-55\%}$，所以甲箩原来的重量为 $22.5\times\frac{55\%}{1-55\%}=27.5$(千克)；

解 5　以甲箩原来的重量为“1”，则甲箩现在的重量是原来重量的 $\frac{1-60\%}{55\%}$. 所以甲箩原来的重量为　$7.5\div\left(1-\frac{1-60\%}{55\%}\right)=27.5$(千克).

乙箩原来的重量是甲箩原来重量的 $\frac{1-55\%}{55\%}$，所以乙箩原来的重量为 $27.5\times\frac{1-55\%}{55\%}=22.5$(千克)；

解 6　设两箩的总重量为“1”，则甲箩原来的重量为 55%；甲箩现在的重量为(1−60%)；乙箩原来的重量为(1−55%)；乙箩现在的重量为 60%.

所以，原甲：现甲：原乙：现乙$=55\%:(1-60\%):(1-55\%):60\%=11:8:9:12$

由此可求得

甲箩原来的重量为　$7.5\div(12-9)\times11=27.5$(千克)，

乙箩原来的重量为　$7.5\div(12-9)\times9=22.5$(千克).

或

甲箩原来的重量为　$7.5\div(11-8)\times11=27.5$(千克)，

乙箩原来的重量为　$7.5\div(11-8)\times9=22.5$(千克)；

解 7　设甲箩重 x 千克，则乙箩重 $\frac{1-55\%}{55\%}x$ 千克. 依题意，得

$$\frac{x-7.5}{1-60\%}=\frac{\frac{1-55\%}{55\%}x+7.5}{60\%}.$$

解方程，得　$x=27.5$.

所以甲箩重 27.5 千克，乙箩重 $27.5\times\frac{1-55\%}{55\%}=22.5$(千克)；

解 8　设乙箩重 x 千克，则甲箩重 $\frac{55\%}{1-55\%}x$ 千克. 依题意，得

$$\frac{x+7.5}{60\%}=\frac{\frac{55\%}{1-55\%}x-7.5}{1-60\%}.$$

解方程，得 $x=22.5$.

所以乙箩重 22.5 **千克，甲箩重** $22.5\times\frac{55\%}{1-55\%}=27.5$(**千克**)；

解 9　设两箩共重 x **千克，则甲箩重** $55\%x$ **千克，乙箩重**$(x-55\%x)$**千克. 依题意，得**

$$\frac{55\%x-7.5}{1-60\%}=\frac{x-55\%x+7.5}{60\%}.$$

解方程，得 $x=50$.

所以两箩共重 50 **千克，甲箩重** $50\times55\%=27.5$(**千克**)，**乙箩重** $50\times(1-55\%)=22.5$(**千克**).

1022. **东湖化工厂计划三个月生产一批化肥，第一个月完成计划的** $\frac{2}{7}$，**第二个月生产的吨数是第三个月的** $\frac{2}{3}$，**已知第三个月比第二个月多生产** 25 **吨. 求计划生产化肥多少吨？**

解 1　第二个月生产的吨数比第三个月少 $\left(1-\frac{2}{3}\right)$，**则第三个月生产** $25\div\left(1-\frac{2}{3}\right)=75$(**吨**)；**第二个月生产** $75\times\frac{2}{3}=50$(**吨**)；**第二、三两个月共生产**$(75+50)$**吨，占计划的** $\left(1-\frac{2}{7}\right)$，**则计划生产化肥**$(75+50)\div\left(1-\frac{2}{7}\right)=175$(**吨**). **综合算式为**

$$25\div\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(1+\frac{2}{3}\right)\div\left(1-\frac{2}{7}\right)=175(\text{吨});$$

解 2　设第三个月生产化肥 x **吨，则第二个月生产化肥** $\frac{2}{3}x$ **吨. 依题意，得**

$$x-\frac{2}{3}x=25.$$

解方程，得 $x=75$.

所以第三个月生产化肥 75 **吨，第二、三两个月生产化肥** $75\times\left(1+\frac{2}{3}\right)=125$(**吨**)，**三个月的总生产量为** $125\div\left(1-\frac{2}{7}\right)=175$(**吨**)；

解 3　设计划生产化肥 x **吨. 依题意，得**

$$\frac{2}{7}x=x-25\div\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(1+\frac{2}{3}\right).$$



解方程，得 $x=175$.

所以计划生产化肥 175 **吨.**

1023. 某服装厂去年有工人 500 **人，共生产服装** 300000 **套；今年工人减少** 20% **，而产量却增加** 50% **. 问平均每人比去年多生产服装多少套？**

解 1 $300000\times(1+50\%)\div[500\times(1-20\%)]-300000\div500$

$=525$(**套**)；

解 2 **设平均每人比去年多生产服装** x **套，依题意，得**

$$\left(\frac{300000}{500}+x\right)[500\times(1-20\%)]=300000\times(1+50\%).$$

解方程，得 $x=525$.

所以今年平均每人比去年多生产服装 525 **套.**

1024. 光明商店一周卖完两种不同的水果，各卖得 600 **元，其中一种赚了** 20% **，另一种因保管不善赔了** 20% **. 问这家商店卖完这两种水果时赚的钱和赔的钱相差多少？究竟是赚还是赔？**

解 **赔的一种水果原应卖得**$[600\div(1-20\%)]$**元，赔了** $600\div(1-20\%)\times20\%=150$(**元**)，**赚的一种水果原价为**$[600\div(1+20\%)]$**元，赚得** $600\div(1+20\%)\times20\%=100$(**元**). **因此赔了** $150-100=50$(**元**). **综合算式为**

$$600\div(1-20\%)\times20\%-600\div(1+20\%)\times20\%=50(\text{元}).$$

1025. 一辆汽车从甲地开往乙地，第一天走了 350 **千米；第二天走的是第一天的** $1\frac{1}{5}$ **倍，两天走的比没有走的少全程的** $\frac{1}{15}$**，求甲地到乙地共多少千米？**

解 1 **两天共走** $350\times\left(1+1\frac{1}{5}\right)=770$(**千米**)，**占全程的**$\left(1-\frac{1}{15}\right)\div2$.

所以甲乙两地的距离为

$$350\times\left(1+1\frac{1}{5}\right)\div\left[\left(1-\frac{1}{15}\right)\div2\right]=1650(\text{千米});$$

解 2 **设甲乙两地相距** x **千米. 依题意，得**

$$x-350\times\left(1+1\frac{1}{5}\right)-350\times\left(1+1\frac{1}{5}\right)=\frac{x}{15}.$$

解方程，得 $x=1650$.

所以甲、乙两地相距 1650 **千米.**

1026. 星火农场抢收小麦，两天共收割小麦总数的 40% **，第一天收**

割 84 公顷，第二天收割的是第一天的 $1\frac{1}{4}$ 倍. 问还剩下多少公顷没有收割？

解 1 $84\times\left(1+1\frac{1}{4}\right)\div40\%\times(1-40\%)=283.5$(公顷)；

解 2 设还剩下 x 公顷没有收割. 依题意，得

$$84\times\left(1+1\frac{1}{4}\right)=\left[x+84\times\left(1+1\frac{1}{4}\right)\right]\times40\%.$$

解方程，得 $x=283.5$.

所以还剩下 283.5 公顷没有收割.

1027. 两个筑路队合修一条长 47.52 千米的公路. 每天甲队修的比乙队修的多 $\frac{1}{5}$. 两队合修 16 天后，还剩下全程的 $\frac{1}{9}$. 问甲乙两队每天各修多少千米？

解 1 两队 16 天内修了 $\left[47.52\times\left(1-\frac{1}{9}\right)\right]$ 千米. 平均每天两队共修 $\left[47.52\times\left(1-\frac{1}{9}\right)\div16\right]$ 千米.

相当于乙队每天修的 $\left(1+\frac{1}{5}+1\right)$ 倍. 所以乙队每天修 $47.52\times\left(1-\frac{1}{9}\right)\div16\div\left(1+\frac{1}{5}+1\right)=1.2$(千米)，

甲队每天修 $1.2\times\left(1+\frac{1}{5}\right)=1.44$(千米)；

解 2 设乙队每天修 x 千米，则甲队每天修 $\left(1+\frac{1}{5}\right)x$ 千米. 依题意，得

$$47.52-\left[x+\left(1+\frac{1}{5}\right)x\right]\times16=47.52\times\frac{1}{9}.$$

解方程，得 $x=1.2$，$\left(1+\frac{1}{5}\right)x=\left(1+\frac{1}{5}\right)\times1.2=1.44$.

所以，乙队每天修 1.2 千米，甲队每天修 1.44 千米.

1028. 修路队修一条公路，开始 5 天，平均每天修 1.2 千米，修了这条公路的 20%. 后来工作效率提高了 $\frac{1}{4}$，求修这条公路共需多少天？

解 1 公路全长 $1.2\times5\div20\%=30$(千米). 5 天后余下 $30\times(1-20\%)=24$(千米). 后来的工作效率是每天修 $1.2\times\left(1+\frac{1}{4}\right)=1.5$(千米). 余下的公路还需修 $24\div1.5=16$(天)，共需 $5+16=21$(天). 综合算式为

$1.2\times5\div20\%\times(1-20\%)\div\left[1.2\times\left(1+\frac{1}{4}\right)\right]+5=21$(天)；



解 2 设修筑这条公路共需 x 天. 依题意，得

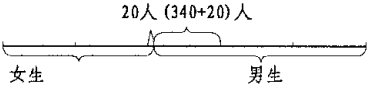
$$\frac{1.2\times\left(1+\frac{1}{4}\right)(x-5)}{1.2\times5}=\frac{1-20\%}{20\%}.$$

解方程，得 $x=21$.

所以修筑这条公路共需 21 天.

1029. 尚文路小学女生比全校学生数的 $\frac{2}{5}$ 多 20 人，男生比女生多 340 人. 求男生有多少人？

解 1 依题意可作下图：



如图所示，$(340+20\times2)$人相当于总人数的 $\left(1-\frac{2}{5}-\frac{2}{5}\right)$. 先求总人数，再求男生人数.

$(340+20\times2)\div\left(1-\frac{2}{5}-\frac{2}{5}\right)\times\frac{2}{5}+20+340=1120$(人)；

解 2 设男生有 x 人，则女生有 $(x-340)$人. 依题意，得

$$\frac{x-340-20}{x+(x-340)}=\frac{2}{5}.$$

解方程，得 $x=1120$.

所以男生有 1120 人.

1030. 某人乘汽车去省城，预定中午 12 时到达，他乘每小时速度是 33 千米的汽车在上午 6 时 15 分出发，至上午 9 时 45 分时只行了全程的 55%. 如果他要在预定的时刻到达省城，每小时的速度应该增加多少千米？

解 1 9 时 45 分 − 6 时 15 分 = 3 时 30 分，即 $3\frac{1}{2}$ 时，

12 时 − 9 时 45 分 = 2 时 15 分，即 $2\frac{1}{4}$ 时.

$33\times3\frac{1}{2}\div55\%\times(1-55\%)\div2\frac{1}{4}-33=9$(千米)，

所以，每小时的速度应该增加 9 千米；

解 2 设每小时的速度应该增加 x 千米. 依题意，得

$$(x+33)\times2\frac{1}{4}=33\times3\frac{1}{2}\div55\%\times(1-55\%).$$

解方程，得　$x=9$.

所以每小时的速度应该增加 9 千米.

1031. 一个初级中学，有男生 420 人，是女生人数的 $1\frac{1}{3}$ 倍. 三年级学生人数占全校学生总数的 20%，二年级学生人数比一年级少 $\frac{1}{25}$. 问一年级有学生多少人？

解 1　女生人数为 $\left(420\div1\frac{1}{3}\right)$人，全校学生总数为 $\left(420\div1\frac{1}{3}+420\right)$人，一二年级的学生总人数为 $\left[\left(420\div1\frac{1}{3}+420\right)\times(1-20\%)\right]$人，这两个年级的学生总人数相当于一年级学生人数的 $\left[1+\left(1-\frac{1}{25}\right)\right]$ 倍，所以一年级有学生

$$\left(420\div1\frac{1}{3}+420\right)\times(1-20\%)\div\left[1+\left(1-\frac{1}{25}\right)\right]=300(\text{人});$$

解 2　设一年级有学生 x 人. 依题意，得

$$x+\left(x-\frac{x}{25}\right)=\left(420\div1\frac{1}{3}+420\right)\times(1-20\%).$$

解方程，得　$x=300$.

所以一年级有学生 300 人.

1032. 飞鸽自行车厂原计划今年比去年增产 5%，在修订计划时，又决定今年比去年增产 8%，这样，修订后的计划将比原计划增产 4500 辆. 结果今年前 10 个月的产量就比去年的全年产量增加 6%. 求这个自行车厂今年前 10 个月的平均月产量.

解　去年的年产量为 [4500÷(8%−5%)]辆. 今年前 10 个月的总产量为 [4500÷(8%−5%)×(1+6%)]辆. 所以今年前 10 个月的平均月产量为

$$4500\div(8\%-5\%)\times(1+6\%)\div10=15900(\text{辆}).$$

1033. 化肥厂第一季度生产化肥 0.21 万吨. 比第二季度少 25%，这两个季度产量的 $\frac{3}{7}$ 正好占全年总产量的 20%. 问全年生产化肥多少吨？

解　$[0.21\div(1-25\%)+0.21]\times\frac{3}{7}\div20\%=1.05(\text{万吨})$.

1034. 甲、乙两人在银行都有存款，已知甲存款 16000 元，若甲取出存款的 75%，乙取出存款的 $\frac{1}{3}$，则甲的余款是乙余款的 $\frac{1}{2}$. 问乙原来在银行

存款多少元？



解 1 $16000\times(1-75\%)\div\frac{1}{2}\div\left(1-\frac{1}{3}\right)=12000$(元)，

乙原来存款 12000 元；

解 2 设乙原来存款 x 元，依题意，得

$$\left(1-\frac{1}{3}\right)x\times\frac{1}{2}=16000\times(1-75\%).$$

解方程，得 $x=12000$.

所以乙原来存款 12000 元.

1035. 某厂男职工人数的 $\frac{2}{5}$ 加上全厂女职工正好是 200 人，男职工的 $\frac{26}{35}$ 和全厂女职工人数相等. 问这个厂共有职工多少人？

解 1 男职工的 $\frac{2}{5}+\frac{26}{35}=\frac{8}{7}$ 是 200 人，男职工有 $200\div\frac{8}{7}=175$(人). 全厂职工人数是男职工人数的 $1+\frac{26}{35}=\frac{61}{35}$，所以全厂职工数是 $175\times\frac{61}{35}=305$(人). 综合算式为

$$200\div\left(\frac{2}{5}+\frac{26}{35}\right)\times\left(1+\frac{26}{35}\right)=305(\text{人});$$

解 2 设全厂共有职工 x 人.

$\frac{x}{1+\frac{26}{35}}$ 人是男职工人数，

$\left(\frac{x}{1+\frac{26}{35}}\times\frac{26}{35}\right)$ 人是女职工人数. 依题意，得

$$\frac{x}{1+\frac{26}{35}}\times\frac{2}{5}+\frac{x}{1+\frac{26}{35}}\times\frac{26}{35}=200.$$

解方程，得 $x=305$.

所以这个厂共有职工 305 人.

1036. 建筑工地有石子、石灰和黄沙三种建筑材料，石灰占总数的 $\frac{1}{6}$，黄沙占总数的 $\frac{1}{2}$，石子和黄沙共有 100 吨. 问黄沙比石子多多少吨？

解 1 石子和黄沙占总数的 $1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$，三种建筑材料共 $100\div\frac{5}{6}=120$(吨). 石子占总数的 $1-\frac{1}{6}-\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$，黄沙比石子多 $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$，所以

黄沙比石子多 $120\times\frac{1}{6}=20$(吨). 综合算式为

$$100\div\left(1-\frac{1}{6}\right)\times\left[\frac{1}{2}-\left(1-\frac{1}{6}-\frac{1}{2}\right)\right]=20(\text{吨});$$

解 2 设黄沙比石子多 x 吨,则黄沙有 $\frac{100+x}{2}$ 吨. 三种建筑材料的总数是 $\frac{\frac{100+x}{2}}{\frac{1}{2}}$ 吨. 依题意,得

$$\frac{\frac{100+x}{2}}{\frac{1}{2}}\times\left(1-\frac{1}{6}\right)=100.$$

解方程,得 $x=20$.

所以黄沙比石子多 20 吨.

1037. 一辆汽车把货物从城市运往山区,往返共用了 20 时,去时所用的时间是回来的 $1\frac{1}{2}$ 倍. 去时每小时比回来时慢 12 千米. 这辆汽车往返共行了多少千米?

解 1 回来所用的时间是 $20\div\left(1+1\frac{1}{2}\right)=8$(时),去时所用的时间是 $8\times1\frac{1}{2}=12$(时). 去时每小时比回来时慢 12 千米,就是回来时比去时每小时快 12 千米. 8 时共快 $12\times8=96$(千米).

这 96 千米使得去时多行了 $12-8=4$(时). 平均每小时行 $96\div4=24$(千米),这就是去时的速度. 因此路程为 $24\times12=288$(千米). 往返共行 $288\times2=576$(千米). 综合算式为

$$12\times\left[20\div\left(1+1\frac{1}{2}\right)\right]\div\left[20\div\left(1+1\frac{1}{2}\right)\times\left(1\frac{1}{2}-1\right)\right]\times\left[20\div\left(1+1\frac{1}{2}\right)\times1\frac{1}{2}\right]\times2=576(\text{千米}).$$

用列表法表示解题的思路. 根据题意列出下表.

s	v	t	
	v	t_1	$1\frac{1}{2}$ ＞ 20 时
	$v+12$	t_2	$\forall 1$ ＞ 20 时



算出 t_2 **为** $20\div1+1\frac{1}{2}=8$ **时**，

t_1 **为** $20-8=12$(**时**).

并由此算出 s_1 **为** $12v$，

s_2 **为** $8(v+12)$.

s		v	t	
s_1	$12v$	v	t_1	$1\frac{1}{2}$ ∀ 1 〉 20 时 〈 12 时 / 8 时
s_2	$8(v+12)$	$v+12$	t_2	

但 $s_1=s_2$，

∴ $12v=8(v+12)$，

$4v=96$，

$v=24$.

因此往返路程为 $24\times12\times2=576$(**千米**).

综合算式为

$$12\times\left[20\div\left(1+1\frac{1}{2}\right)\right]\div\left[20\div\left(1+1\frac{1}{2}\right)\times\left(1\frac{1}{2}-1\right)\right]\times\left[20\div\left(1+1\frac{1}{2}\right)\times1\frac{1}{2}\right]\times2=576(\text{千米});$$

解 2　设往返共行 x **千米. 依题意，得**

$$\frac{\frac{x}{2}}{20\div\left(1\frac{1}{2}+1\right)}-\frac{\frac{x}{2}}{20\div\left(1\frac{1}{2}+1\right)\times1\frac{1}{2}}=12.$$

解方程，得 $x=576$.

所以这辆汽车往返共行 576 **千米.**

1038. 有甲、乙、丙三工人，五月份共领工资 2710 **元，又得奖金占工资的** 20%**. 如乙工人的收入相当于甲工人的** 90%**，丙工人的收入相当于乙工人的** 90%**. 问三人各收入多少元？**

解 1　把甲的收入看作"1"，那么乙的收入是甲的 90%**，丙的收入是甲的**$(90\%\times90\%)$.

$$2710\times(1+20\%)\div(1+90\%+90\%\times90\%)=1200(\text{元})\cdots\cdots\text{甲},$$

$$1200\times90\%=1080(\text{元})\cdots\cdots\text{乙},$$

$$1080\times90\%=972(\text{元})\cdots\cdots\text{丙};$$

解 2　设甲收入 x **元，则乙收入**$(90\%x)$**元，丙收入**$(90\%x\times90\%)$**元.**

$x+90\%x+90\%x\times90\%=2710\times(1+20\%)$.

解方程，得 $x=1200$，

$90\%x=1200\times90\%=1080$，

$90\%x\times90\%=1200\times90\%\times90\%=972$.

所以甲收入 1200 **元，乙收入** 1080 **元，丙收入** 972 **元.**

1039. 东湖农场利用两口池塘进行“湖蚌育珠”. 去年第一口塘的产量的 $\frac{2}{5}$ **等于第二口塘产量的** $\frac{3}{5}$**. 第一口塘比第二口塘多收珍珠** 12.5 **千克. 求两口塘的总产量.**

解 1　第二口塘的产量是第一口塘的 $\frac{2}{5}\div\frac{3}{5}=\frac{2}{3}$**. 第一口塘比第二口塘多收的** 12.5 **千克相当于第一口塘的** $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$**. 第一口塘收珍珠** 12.5 $\div\frac{1}{3}=37.5$**(千克). 两口塘共收珍珠** $37.5\times\left(1+\frac{2}{3}\right)=62.5$**(千克).**

综合算式为

$$12.5\div\left(1-\frac{2}{5}\div\frac{3}{5}\right)\times\left(1+\frac{2}{5}\div\frac{3}{5}\right)=62.5\text{(千克)};$$

解 2　第一口塘的产量是第二口塘的 $\frac{3}{5}\div\frac{2}{5}=\frac{3}{2}$**. 第一口塘比第二口塘多收的** 12.5 **千克相当于第二口塘的** $\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}$**，第二口塘收珍珠** 12.5 $\times\frac{1}{2}=25$**(千克)；两口塘共收珍珠** $25\times\left(1+\frac{3}{2}\right)=62.5$**(千克). 综合算式为**

$$12.5\div\left(\frac{3}{5}\div\frac{2}{5}-1\right)\times\left(1+\frac{3}{5}\div\frac{2}{5}\right)=62.5\text{(千克)};$$

解 3　用倍比法思想解.

第一口塘的产量是第二口塘产量的 $\frac{2}{5}$ **的** $\frac{1}{\frac{2}{5}}$**. 第一口塘产量的** $\frac{2}{5}$ **等于第二口塘产量的** $\frac{3}{5}$**，则第一口塘的产量等于第二口塘产量的** $\frac{3}{5}\times\frac{1}{\frac{2}{5}}$**.**

两口塘的总产量为

$$12.5\div\left[\left(\frac{3}{5}\times\frac{1}{\frac{2}{5}}-1\right)\times\left(1+\frac{3}{5}\times\frac{1}{\frac{2}{5}}\right)\right]=62.5\text{(千克)}.$$

也可这样推理：



第二口塘的产量是第一口塘产量的 $\frac{3}{5}$ 的 $\frac{1}{\frac{3}{5}}$. 第二口塘产量的 $\frac{3}{5}$ 等于第一口塘产量的 $\frac{2}{5}$，则第二口塘的产量等于第一口塘产量的 $\frac{2}{5}\times\frac{1}{\frac{3}{5}}$.

两口塘的总产量为

$$12.5\div\left(1-\frac{2}{5}\times\frac{1}{\frac{3}{5}}\right)\times\left(1+\frac{2}{5}\times\frac{1}{\frac{3}{5}}\right)=62.5(\text{千克});$$

解 4 用对应法解.

第一口塘　第二口塘

$$\frac{2}{5}\longleftrightarrow\frac{3}{5}$$

$$1\longleftrightarrow\frac{3}{5}\div\frac{2}{5}$$

所以，两口塘的总产量为

$$12.5\div\left(\frac{3}{5}\div\frac{2}{5}-1\right)\times\left(1+\frac{3}{5}\div\frac{2}{5}\right)=62.5(\text{千克}).$$

或　第一口塘　第二口塘

$$\frac{2}{5}\longleftrightarrow\frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{5}\div\frac{3}{5}\longleftrightarrow 1$$

所以，两口塘的总产量为

$$12.5\div\left(1-\frac{2}{5}\div\frac{3}{5}\right)\times\left(1+\frac{2}{5}\div\frac{3}{5}\right)=62.5(\text{千克});$$

解 5 用推导法解.

$$\left.\begin{array}{l}\text{第一口塘的产量}\times\frac{2}{5}=\text{第二口塘的产量}\times\frac{3}{5}\\ \text{第二口塘的产量}=\text{第一口塘的产量}-12.5\end{array}\right\}\Longrightarrow$$

$$\text{第一口塘的产量}\times\frac{2}{5}=(\text{第一口塘的产量}-12.5)\times\frac{3}{5}\Longrightarrow$$

$$\text{第一口塘的产量}\times\frac{2}{5}=\text{第一口塘的产量}\times\frac{3}{5}-12.5\times\frac{3}{5}\Longrightarrow$$

$$\text{第一口塘的产量}\times\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{5}\right)=12.5\times\frac{3}{5}\Longrightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{第一口塘的产量}=12.5\times\frac{3}{5}\div\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{5}\right)=37.5(\text{千克})\\ \text{第二口塘的产量}=\text{第一口塘的产量}-12.5\end{array}\right\}\Longrightarrow$$

两口塘的总产量$=37.5\times2-12.5=62.5$(千克).

或

$$\left.\begin{array}{l}\text{第一口塘的产量}\times\frac{2}{5}=\text{第二口塘的产量}\times\frac{3}{5}\\ \text{第一口塘的产量}=\text{第二口塘的产量}+12.5\end{array}\right\}\Longrightarrow$$

$$(\text{第二口塘的产量}+12.5)\times\frac{2}{5}=\text{第二口塘的产量}\times\frac{3}{5}\Longrightarrow$$

$$\text{第二口塘的产量}\times\frac{2}{5}+12.5\times\frac{2}{5}=\text{第二口塘的产量}\times\frac{3}{5}\Longrightarrow$$

$$\text{第二口塘的产量}\times\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{5}\right)=12.5\times\frac{2}{5}\Longrightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{第二口塘的产量}=12.5\times\frac{2}{5}\div\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{5}\right)=25(\text{千克})\\ \text{第一口塘的产量}=\text{第二口塘的产量}+12.5\end{array}\right\}\Longrightarrow$$

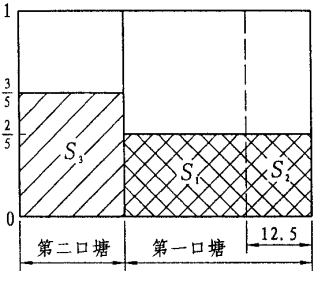
两口塘的总产量$=25\times2+12.5=62.5$(千克);

解 6 用"按比例分配"解.

因为,第一口塘的产量$\times\frac{2}{5}=$第二口塘的产量$\times\frac{3}{5}$.所以,第一口塘的产量∶第二口塘的产量$=\frac{3}{5}:\frac{2}{5}=3:2$.两口塘的总产量为

$$12.5\div(3-2)\times(3+2)=62.5(\text{千克});$$

解 7 用面积法解.



如图所示,$S_1=$第二口塘的产量$\times\frac{2}{5}$,

$S_2=12.5\times\frac{2}{5}$,

$S_3=$第二口塘的产量$\times\frac{3}{5}$,

$S_1+S_2=$第一口塘的产量$\times\frac{2}{5}$.



因为，第一口塘的产量$\times\frac{2}{5}$=第二口塘的产量$\times\frac{3}{5}$，

所以，$S_1+S_2=S_3$，即第二口塘的产量$\times\frac{2}{5}+12.5\times\frac{2}{5}$=第二口塘的产量$\times\frac{3}{5}$. 因此，第二口塘的产量$=12.5\times\frac{2}{5}\div\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{5}\right)$.

两口塘的总产量$=12.5\times\frac{2}{5}\div\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{5}\right)\times2+12.5=62.5$(千克)；

解 8　设两口塘的总产量为 x 千克，则第一口塘的产量为 $\frac{x+12.5}{2}$ 千克，第二口塘的产量为 $\frac{x-12.5}{2}$ 千克. 依题意，得

$$\frac{x+12.5}{2}\times\frac{2}{5}=\frac{x-12.5}{2}\times\frac{3}{5}.$$

解方程，得　$x=62.5$.

所以两口塘的总产量为 62.5 千克.

1040. 某年七月份(31 天)的降雨天数比晴天少 $\frac{8}{11}$，阴天天数是晴天的 $\frac{3}{22}$，求这个月雨天有多少天？

解 1　以晴天的天数为“1”，则降雨天数是$\left(1-\frac{8}{11}\right)$，阴天天数是 $\frac{3}{22}$.

所以雨天有　$31\div\left[1+\left(1-\frac{8}{11}\right)+\frac{3}{22}\right]\times\left(1-\frac{8}{11}\right)=6$(天)；

解 2　雨天：晴天：阴天$=(1-\frac{8}{11})$：1：$\frac{3}{22}=6$：22：3，

所以雨天有　$31\times\frac{6}{6+22+3}=6$(天).

1041. 育红小学开展植树活动，四年级完成了学校计划的 $\frac{1}{3}$，剩下的任务由三年级和五年级完成，三年级植树数是五年级的 $\frac{4}{5}$，实际上，比五年级少 28 棵. 问三个年级各植树多少棵？

解　$28\div\left(1-\frac{4}{5}\right)=140$(棵)……五年级；

$140\times\frac{4}{5}=112$(棵)……三年级；

$(112+140)\div\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{3}=126$(棵)……四年级.

1042. 新华书店运到甲、乙、丙三种儿童读物，甲种占总数的 25%，乙种比甲种多 $\frac{2}{7}$，乙种比丙种少 15 本. 问三种儿童读物各运到多少本？

解　以总数为“1”，乙种读物占总数的 $25\%\times\left(1+\frac{2}{7}\right)=\frac{9}{28}$；丙种读物占总数的 $1-25\%-\frac{9}{28}=\frac{3}{7}$；

读物的总数为　$15\div\left(\frac{3}{7}-\frac{9}{28}\right)=140$(本).

所以，甲种读物　$140\times25\%=35$(本)；

乙种读物　$140\times\frac{9}{28}=45$(本)；

丙种读物　$140\times\frac{3}{7}=60$(本).

综合算式为

$$15\div\left[1-25\%\times\left(1+\frac{2}{7}+1\right)-25\%\times\left(1+\frac{2}{7}\right)\right]\times25\%$$
$$=35\text{(本)……甲种；}$$
$$15\div\left[1-25\%\times\left(1+\frac{2}{7}+1\right)-25\%\times\left(1+\frac{2}{7}\right)\right]\times\left[25\%\times\left(1+\frac{2}{7}\right)\right]$$
$$=45\text{(本)……乙种；}$$
$$15\div\left[1-25\%\times\left(1+\frac{2}{7}+1\right)-25\%\times\left(1+\frac{2}{7}\right)\right]\times\left[1-25\%\times\left(1+\frac{2}{7}+1\right)\right]=60\text{(本)……丙种.}$$

1043. 某班 48 名学生全部参加课外兴趣小组，其中参加数学小组的男生为 21 人，女生是全组人数的 $\frac{2}{9}$，恰好又是全班女生数的 $\frac{3}{7}$. 问参加其他小组的男生有多少人？

解　参加数学小组共 $\left[21\div\left(1-\frac{2}{9}\right)\right]$ 人，其中女生为 $\left[21\div\left(1-\frac{2}{9}\right)\times\frac{2}{9}\right]$ 人，由此可得全班女生数为 $\left[21\div\left(1-\frac{2}{9}\right)\times\frac{2}{9}\div\frac{3}{7}\right]$ 人. 全班人数减去全班女生数再减去参加数学小组的男生数就是参加其他小组的男生数. 所以，

$$48-21\div\left(1-\frac{2}{9}\right)\times\frac{2}{9}\div\frac{3}{7}-21=13\text{(人).}$$

1044. 把两筐苹果分给三个幼儿园，甲园分得全部水果的 $\frac{2}{5}$，乙园、丙

园分得的水果数量之比是 $7:5$，已知第二筐苹果为第一筐的 $\frac{9}{10}$，若从第一筐拿出 10 千克放入第二筐内，则两筐苹果重量相等. 求三个幼儿园各分得的苹果重量.



解　第一筐比第二筐重(10×2)千克，相当于第一筐重量的$\left(1-\frac{9}{10}\right)$，所以两筐苹果的总重量为

$$10\times2\div\left(1-\frac{9}{10}\right)\times\left(1+\frac{9}{10}\right)=380(\text{千克}).$$

甲园分得　$380\times\frac{2}{5}=152(\text{千克})$；

乙园分得　$(380-152)\times\frac{7}{7+5}=133(\text{千克})$；

丙园分得　$(380-152)\times\frac{5}{7+5}=95(\text{千克})$.

综合算式为

$10\times2\div\left(1-\frac{9}{10}\right)\times\left(1+\frac{9}{10}\right)\times\frac{2}{5}=152(\text{千克})\cdots\cdots\text{甲园}$；

$10\times2\div\left(1-\frac{9}{10}\right)\times\left(1+\frac{9}{10}\right)\times\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{7}{7+5}=133(\text{千克})\cdots\cdots\text{乙园}$；

$10\times2\div\left(1-\frac{9}{10}\right)\times\left(1+\frac{9}{10}\right)\times\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{5}{7+5}=95(\text{千克})\cdots\cdots\text{丙园}$.

1045. 在我军攻克敌人某一山地的战斗中，敌人死亡人数是其总人数的 $\frac{2}{7}$，受伤人数是其余人数的 $\frac{3}{4}$，剩下的敌人中有 $\frac{7}{9}$ 被俘，除去死、伤和被俘的外，其他的敌人全失踪了. 已知被俘人数比死亡人数少 3626 人，问敌人失踪了多少人？

解　以敌人的总人数为“1”，则

受伤占　$\left(1-\frac{2}{7}\right)\times\frac{3}{4}=\frac{15}{28}$；

被俘占　$\left(1-\frac{2}{7}\right)\times\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{7}{9}=\frac{5}{36}$；

总人数　$3626\div\left(\frac{2}{7}-\frac{5}{36}\right)=24696(\text{人})$；

失踪人数　$24696\times\left(1-\frac{2}{7}-\frac{15}{28}-\frac{5}{36}\right)=980(\text{人})$.

综合算式为

$3626\div\left[\frac{2}{7}-\left(1-\frac{2}{7}\right)\times\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{7}{9}\right]\times\left[1-\frac{2}{7}-\left(1-\frac{2}{7}\right)\times\frac{3}{4}\right.$

$-\left(1-\frac{2}{7}\right)\times\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{7}{9}\Big]=980$(人).

1046. 某印染厂第一车间人数的 $\frac{1}{3}$ 是 40 人,现在调出 $\frac{1}{5}$ 到第二车间,调动后,第一车间的人数是第二车间的 2 倍少 2 人. 问第二车间原有多少人?

解　一车间现有人数

$$40\div\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=96(\text{人});$$

二车间现在人数

$$(96+2)\div2=49(\text{人});$$

一车间调至二车间的人数

$$40\div\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}=24(\text{人});$$

二车间原有人数

$$49-24=25(\text{人}).$$

综合算式为

$$\left[40\div\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)+2\right]\div2-40\div\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}=25(\text{人}).$$

1047. 甲、乙两车间一起加工一批零件. 甲车间已加工 4500 个,乙车间已加工的是甲车间已加工的 90%. 甲、乙两车间已加工的零件正好是总数的 $\frac{3}{8}$,剩下的零件按 8∶7 分配给两车间. 问两车间各应分配多少个?

解　两车间已经加工

$$4500\times(1+90\%)=8550(\text{个});$$

这批零件的总数

$$8550\div\frac{3}{8}=22800(\text{个});$$

剩下的零件数

$$22800\times\left(1-\frac{3}{8}\right)=14250(\text{个}).$$

甲车间应分配

$$14250\times\frac{8}{8+7}=7600(\text{个});$$

乙车间应分配

$$14250\times\frac{7}{8+7}=6650(\text{个}).$$

综合算式为

$4500\times(1+90\%)\div\frac{3}{8}\times\left(1-\frac{3}{8}\right)\times\frac{8}{8+7}=7600$(个)……甲车间;

$4500\times(1+90\%)\div\frac{3}{8}\times\left(1-\frac{3}{8}\right)\times\frac{7}{8+7}=6650$(个)……乙车间.

1048. 毛巾厂有三个车间,第一车间男职工占 $\frac{1}{5}$,女职工人数相当于第二车间总人数.第三车间人数比第一车间多 $\frac{1}{10}$,第一车间比第二车间多 30 人.问三个车间共有职工多少人?

解 第二车间人数相当于第一车间的 $\left(1-\frac{1}{5}\right)$;

第一车间人数为

$$30\div\left[1-\left(1-\frac{1}{5}\right)\right]\text{人};$$

第三车间人数相当于第一车间的 $\left(1+\frac{1}{10}\right)$.

所以三个车间共有职工

$$30\div\left[1-\left(1-\frac{1}{5}\right)\right]\times\left[1+\left(1-\frac{1}{5}\right)+\left(1+\frac{1}{10}\right)\right]=435(\text{人}).$$

⑥ 综合应用

1049. 修一条公路,计划每月修 36 千米,需 5 个月修完,后因改进方法提高了效率,只用原计划时间的 $\frac{9}{10}$ 就完成了任务.问每月实际修路多少千米?

解 1 $36\times5\div\left(5\times\frac{9}{10}\right)=40$(千米);

解 2 设每月实际修路 x 千米.依题意,得

$$5\times\frac{9}{10}\times x=36\times5.$$

解方程,得 $x=40$.

所以每月实际修路 40 千米.

1050. 一个工厂计划在 15 天内完成 1100 个零件的加工任务,前 4 天平均每天完成任务的 $\frac{1}{16}$.问剩下的零件平均每天要加工多少个才能完成任务?

解 1 $1100\times\left(1-\frac{1}{16}\times4\right)\div(15-4)=75$(个);

解 2 设每天应加工 x 个,依题意,得

$$1100\times\frac{1}{16}\times4+(15-4)x=1100.$$

解方程，得　$x=75$.

所以每天平均加工 75 个零件.

1051. 一辆汽车从甲城出发，每小时行驶 20 千米，4.5 时后到达乙城. 返回时，每小时速度比去时加快 $\frac{1}{4}$. 问行驶 3 时后离甲城还有多少千米？

解　$20\times4.5-20\times\left(1+\frac{1}{4}\right)\times3=15$(千米).

1052. 建筑工地要运一批水泥，用载重量 8 吨的汽车运了 6 次后，还剩下水泥的 20%. 问这时再用载重量 3 吨的汽车运，几次可以运完？

解 1　$8\times6\div(1-20\%)\times20\%\div3=4$(次)；

解 2　设 x 次可以运完，依题意，得

$$\frac{3x}{20\%}=\frac{8\times6}{1-20\%}.$$

解方程，得　$x=4$.

所以 4 次可以运完.

1053. 新星林场计划造林 3600 公顷，前 6 天完成了全部计划的 60%，后来每天造林面积比前 6 天的平均数多 120 公顷. 问余下的任务得用几天才能完成？

解　前 6 天平均每天造林$(3600\times60\%\div6)$公顷，

现在每天造林$(3600\times60\%\div6+120)$公顷，

6 天后余下$[3600\times(1-60\%)]$公顷.

所以还需要

$$3600\times(1-60\%)\div(3600\times60\%\div6+120)=3(\text{天}).$$

1054. 某修路队原定用 7 天修完一条路，3 天修了全部的 30%，这时没修的路比已修的路多 84 米. 问以后平均每天应修多少米，才能按原定时间完成任务？

解　这条路的长度为　$[84\div(1-30\%-30\%)]$米；

没有修的长度为　$[84\div(1-30\%-30\%)\times(1-30\%)]$米；所以平均每天应修

$$84\div(1-30\%-30\%)\times(1-30\%)\div(7-3)=36.75(\text{米}).$$

1055. 某村运一批粮食，第一天运了 1104 千克，第二天比第一天多运 $\frac{1}{4}$，两天共运了这批粮食的 40%，其余的粮食计划在 2 天内运完，问这两天平均每天要运多少千克？



解　$1104\times\left(1+\frac{1}{4}+1\right)\div40\%\times(1-40\%)\div2=1863$(千克).



1056. 某农具厂原计划在 8 天内完成一批打稻机的生产任务，自改进技术后，工作效率提高了 50%，结果提前 2 天完成任务，并超产了 50 台. 问原计划每天生产多少台？

解 1 提高工效后完成计划需 $1\div\left[\frac{1}{8}\times(1+50\%)\right]=5\frac{1}{3}$(天)，

每天完成 $50\div\left(8-2-5\frac{1}{3}\right)=75$(台)，

原计划每天生产 $[75\times(8-2)-50]\div 8=50$(台)；

解 2 设原计划每天生产 x 台. 依题意，得

$$8x=(1+50\%)x\times(8-2)-50.$$

解方程，得 $x=50$.

所以原计划每天生产 50 台.

1057. 新星农场买进一批化肥，先用一辆汽车运 8 次，运回全部化肥的 75%. 余下的化肥用一辆手扶拖拉机分 10 次运完，每次运 $1\frac{1}{6}$ 吨，问汽车平均每次运多少吨？

解 1 $1\frac{1}{5}\times 10\div(1-75\%)\times 75\%\div 8=4.5$(吨)；

解 2 设汽车平均每次运 x 吨. 依题意，得

$$\frac{8x}{75\%}=\frac{1\frac{1}{5}\times 10}{1-75\%}.$$

解方程，得 $x=4.5$.

所以汽车平均每次运 4.5 吨.

1058. 用 1.6 米长的铁丝围成一个长方形，使得长比宽长 $\frac{2}{3}$. 问长方形的面积是多少？

解 1 设长方形的宽为“1”，则长方形的长为 $\left(1+\frac{2}{3}\right)$.

所以长方形面积为

$$1.6\div 2\div\left(1+\frac{2}{3}+1\right)\times\left[1.6\div 2\div\left(1+\frac{2}{3}+1\right)\times\left(1+\frac{2}{3}\right)\right]=\frac{3}{20}$$

(米^2)；

解 2 设长方形的宽为 x 米，则长为 $\left(1+\frac{2}{3}\right)x$ 米. 依题意，得

$$2\left[x+\left(1+\frac{2}{3}\right)x\right]=1.6.$$

解方程，得　$x=0.3$，$\left(1+\frac{2}{3}\right)x=\frac{5}{3}\times0.3=0.5$.

所以长方形的宽为 0.3 米，长为 0.5 米，面积为 $0.3\times0.5=0.15$(米^2).

1059. 运送一堆木料，一辆汽车 8 时可以运完，一辆大车 8 时能运完这堆木料的 25%. 现在用 4 辆大车和一辆汽车同时运，几时可以运完？

解　设这堆木料为“1”，一辆汽车平均每小时运这堆木料的 $\frac{1}{8}$，一辆大车平均每小时运这堆木料的 $\frac{25\%}{8}$.

$$1\div\left(\frac{1}{8}+\frac{25\%}{8}\times4\right)=4(\text{时}).$$

1060. 某工地用大小两辆汽车运一批水泥，大车的载重量是 4.5 吨，相当于小车载重量的 1.5 倍. 先用小车运了 9 次，还余下 75%的水泥改由大车来运，问大车几次可以运完？

解 1　$4.5\div1.5\times9\div(1-75\%)\times75\%\div4.5=18$(次)；

解 2　设大车 x 次可以运完. 依题意，得

$$\frac{4.5\div1.5\times9}{1-75\%}=\frac{4.5x}{75\%}.$$

解方程，得　$x=18$.

所以大车 18 次可以运完.

1061. 一件工作原定 20 人去完成，现在每人的工作效率提高 25%，可以减少几个人就能完成？

解 1　把这件工作看作“1”，原来每人完成 $\frac{1}{20}$. 现在每人完成 $\frac{1}{20}\times(1+25\%)=\frac{1}{16}$. 这样，完成这件工作只需要 $1\div\frac{1}{16}=16$(人)，可以减少 $20-16=4$(人). 综合算式为

$$20-1\div\left[\frac{1}{20}\times(1+25\%)\right]=4(\text{人})；$$

解 2　设可减少 x 人. 依题意，得

$$\frac{1}{20-x}=\frac{1}{20}\times(1+25\%).$$

解方程，得　$x=4$.

所以可以减少 4 人.

1062. 一项工作由 25 人合做，24 天可以完成. 如果每人的工作效率不变，现在要提前 4 天完成，要增加多少人？

解 1　把整个工作量看作“1”，现在要 $24-4=20$(天)完成，每天的工作

量为 $\frac{1}{20}$；每人的工作效率为 $\frac{1}{25\times24}$，所以现在要 $\frac{1}{20}\div\frac{1}{25\times24}=30$(人)，增加 $30-25=5$(人)．综合算式为

$$\frac{1}{24-4}\div\frac{1}{25\times24}-25=5(\text{人})；$$

解 2 用整数应用题解法求解，则

$$24\times25\div(24-4)-25=5(\text{人})；$$

解 3 设要增加 x 人．依题意，得

$$\frac{1}{(25+x)(24-4)}=\frac{1}{25\times24}.$$

解方程，得 $x=5$.

所以要增加 5 人．

1063. 100 个工人 10 天修好一条公路的 40%，如果人数减少 $\frac{1}{5}$，工作效率提高 20%，余下的公路还要修多少天？

解 原来的工作效率是 $40\%\div10\div100$，现在的工作效率是 $40\%\div10\div100\times(1+20\%)$，现在的人数是 $100\times\left(1-\frac{1}{5}\right)$，现在每天能修这条公路的 $40\%\div10\div100\times(1+20\%)\times\left[100\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\right]$，所以余下的公路还要修

$$(1-40\%)\div\left\{40\%\div10\div100\times(1+20\%)\times\left[100\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\right]\right\}$$

$$=15\frac{5}{8}(\text{天}).$$

1064. 一辆汽车用 $2\frac{1}{2}$ 时行了全程的 $\frac{1}{3}$；行余下的路程时，速度比原来降低 20%．问这辆汽车行完全程共用了多少时？

解 把全程看作单位“1”．汽车开始时每小时行全程的 $\left(\frac{1}{3}\div2\frac{1}{2}\right)$，后来每小时行全程的 $\left[\frac{1}{3}\div2\frac{1}{2}\times(1-20\%)\right]$．所以行完全程共用

$$\left(1-\frac{1}{3}\right)\div\left[\frac{1}{3}\div2\frac{1}{2}\times(1-20\%)\right]+2\frac{1}{2}=8\frac{3}{4}(\text{时}).$$

1065. 李明借来一本小说，每天读 12 页，4 天读了全书的 $\frac{1}{3}$，其余的 6 天读完．问平均每天读多少页？

解 1 全书共 $12\times4\div\frac{1}{3}=144$(页)，剩下 $144-48=96$(页)；平均每天读 $96\div6=16$(页)．综合算式为

$$\left(12\times4\div\frac{1}{3}-12\times4\right)\div6=16(\text{页});$$

解 2 设平均每天读 x 页. 依题意,得

$$6x+12\times4=12\times4\div\frac{1}{3}.$$

解方程,得 $x=16$.

所以平均每天读 16 页.

1066. 甲、乙两人同时从两地相向而行,甲每小时行 4 千米,甲的速度是乙的 $\frac{4}{5}$,经过 20 分后两人还相距 500 米. 问两地间相距多少千米?

解 $\left(4+4\div\frac{4}{5}\right)\times\frac{20}{60}+\frac{500}{1000}=3.5(\text{千米})$.

1067. 从甲站到乙站,快车 3 时可到达. 普通客车的速度只有快车的 $\frac{5}{7}$,问普通客车几时可以到达?

解 1 把从甲站到乙站的距离看作"1",那么,快车每小时行这段路程的 $\frac{1}{3}$,普通客车每小时行这段路程的 $\frac{1}{3}\times\frac{5}{7}=\frac{5}{21}$. 所以普通客车要 $1\div\frac{5}{21}=4.2$(时)才能到达. 综合算式为

$$1\div\left(\frac{1}{3}\times\frac{5}{7}\right)=4.2(\text{时});$$

解 2 用列表法解

s	v	t
1×3 ←	$\forall1$ (快)	3
↓ 1×3	$1\times\frac{5}{7}$ (普)	t

所以,普通客车到达要:$1\times3\div\frac{5}{7}=4.2$(时).

或

s	v	t
$1\div\frac{5}{7}\times3$ ←	$1\div\frac{5}{7}$ (快)	3
↓ $1\div\frac{5}{7}\times3$	$\forall1$ (普)	t

所以,普通客车到达要:$1\div\frac{5}{7}\times3\div1=4.2$(时);



解 3 设普通客车 x 时可到达. 依题意,得

$$\frac{1}{3}\times\frac{5}{7}=\frac{1}{x}.$$

解方程,得 $x=4.2$.

所以普通客车 4.2 时可到达.

1068. 妈妈买 5 千克苹果和 6 千克梨,共用去人民币 12 元,已知梨的单价是苹果单价的 $\frac{5}{6}$. 求苹果和梨每千克各多少元?

解 1 1 千克梨的单价相当于 1 千克苹果单价的 $\frac{5}{6}$. 6 千克梨的价钱就相当于 $6\times\frac{5}{6}=5$ 千克苹果的价钱,所以苹果每千克价为 $12\div(5+5)=1.20$(元);梨每千克价为 $1.20\times\frac{5}{6}=1.00$(元). 综合算式为

$$12\div\left(6\times\frac{5}{6}+5\right)=1.20(\text{元}),$$

$$1.20\times\frac{5}{6}=1.00(\text{元});$$

解 2 设每千克苹果价为 x 元,则每千克梨价为 $\frac{5}{6}x$ 元. 依题意,得

$$5x+6\times\frac{5}{6}x=12.$$

解方程,得 $x=1.20$, $\frac{5}{6}x=\frac{5}{6}\times1.20=1.00$.

所以每千克苹果价为 1.20 元,每千克梨价为 1.00 元.

1069. 两台脱粒机,第二台每天的脱粒数是第一台的 $\frac{1}{2}$. 第一台工作 12.5 天,第二台工作 14 天,共脱粒 107.64 吨. 问两台脱粒机各脱粒多少吨?

解 1 第二台 14 天的工作量相当于第一台 $14\times\frac{1}{2}=7$(天)的工作量,因此,第一台每天的工作量是 $107.64\div(12.5+7)=5.52$(吨).

所以第一台脱粒 $5.52\times12.5=69$(吨),

第二台脱粒 $5.52\times\frac{1}{2}\times14=38.64$(吨).

综合算式为

$$107.64\div\left(12.5+14\times\frac{1}{2}\right)\times12.5=69(\text{吨}),$$

$$107.64\div\left(12.5+14\times\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}\times14=38.64(\text{吨});$$

解 2　设第一台脱粒 x 吨，则第二台脱粒 $(107.64-x)$ 吨．依题意，得

$$\frac{107.64-x}{14}=\frac{x}{12.5}\times\frac{1}{2}.$$

解方程，得　$x=69$，$107.64-x=107.64-69=38.64$．

所以第一台脱粒 69 吨，第二台脱粒 38.64 吨；

解 3　用列表法解．

工　作　量	工　效	时　间
107.64 吨 $\begin{cases}Q_1\\Q_2\end{cases}$	V	12.5 天
	$\frac{V}{2}$	14 天

找不变量，转化 ⟹

工　作　量	工　效	时　间
107.64	$V\times\frac{1}{2}$	$12.5\div\frac{1}{2}$
	$V\times\frac{1}{2}$	14

转化为和比问题 ⟹

$$107.64\div\left(12.5\div\frac{1}{2}+14\right)\times\left(12.5\div\frac{1}{2}\right)=69(\text{吨})\cdots\cdots\text{第一台},$$

$$107.64\div\left(12.5\div\frac{1}{2}+14\right)\times14=38.64(\text{吨})\cdots\cdots\text{第二台}.$$

1070．一列火车从甲城开往乙城，第一小时行驶 60 千米，比第二小时少行驶 $\frac{1}{6}$，两时正好行驶全程的 $\frac{1}{8}$，以后如果以第一、第二小时的平均速度继续行驶，还要多少时间才能到达乙城？

解 1　第二小时的速度为 $\left[60\div\left(1-\frac{1}{6}\right)\right]$ **千米，两时共行** $\left[60\div\left(1-\frac{1}{6}\right)\times\left(1-\frac{1}{6}+1\right)\right]$ **千米，余下** $\left[60\div\left(1-\frac{1}{6}\right)\times\left(1-\frac{1}{6}+1\right)\div\frac{1}{8}\times\left(1-\frac{1}{8}\right)\right]$ **千米，**

所以还要行　$\dfrac{60\div\left(1-\frac{1}{6}\right)\times\left(1-\frac{1}{6}+1\right)\div\frac{1}{8}\times\left(1-\frac{1}{8}\right)}{60\div\left(1-\frac{1}{6}\right)\times\left(1-\frac{1}{6}+1\right)\div2}$

$=14$(**时**)；



解 2 两时的平均速度是全程的$\left(\frac{1}{8}\div 2\right)$.

所以还要行

$$\frac{1-\frac{1}{8}}{\frac{1}{8}\div 2}=14(\text{时}).$$

1071. 如果被乘数加上$1\frac{2}{3}$,则积增加$2\frac{7}{9}$;如果乘数减去$\frac{1}{3}$,则积减少$\frac{5}{9}$.求被乘数、乘数、积各是多少?

解 根据题意,$\left(\text{被乘数}+1\frac{2}{3}\right)\times\text{乘数}=\text{积}+2\frac{7}{9}$,即 被乘数×乘数$+1\frac{2}{3}\times$乘数$=$积$+2\frac{7}{9}$.显然$1\frac{2}{3}\times$乘数$=2\frac{7}{9}$,所以乘数为 $2\frac{7}{9}\div 1\frac{2}{3}=1\frac{2}{3}$.

又根据题意,被乘数$\times\left(\text{乘数}-\frac{1}{3}\right)=\text{积}-\frac{5}{9}$,即 被乘数×乘数$-$被乘数$\times\frac{1}{3}=$积$-\frac{5}{9}$,可见被乘数$\times\frac{1}{3}=\frac{5}{9}$,所以被乘数为 $\frac{5}{9}\div\frac{1}{3}=1\frac{2}{3}$.

积为 $1\frac{2}{3}\times 1\frac{2}{3}=2\frac{7}{9}$.

1072. 两数相除商4余16,商与余数的差是被除数、除数、商与余数的和的$\frac{1}{23}$,求被除数和除数.

解 1 被除数、除数、商与余数的和为 $(16-4)\div\frac{1}{23}$,被除数和除数的和为 $(16-4)\div\frac{1}{23}-4-16$,因为被除数是除数的4倍多16,所以除数为

$$\left[(16-4)\div\frac{1}{23}-4-16-16\right]\div(1+4)=48,$$

被除数为 $48\times 4+16=208$;

解 2 设除数是x,那么被除数是$(4x+16)$.依题意,得

$$\frac{1}{23}[(4x+16)+x+4+16]=16-4.$$

解方程，得　$x=48$，$4x+16=4\times48+16=208$.

所以被除数是 208，除数是 48.

1073. 水结成冰时，冰的体积比水增加了 $\frac{1}{11}$. 一个圆柱形铁桶底面直径是 48 厘米，深 55 厘米，里面的水结成的冰恰巧是铁桶容积的 $\frac{1}{2}$，求水的体积(精确到 1 分米^3).

解　铁桶的容积为　$\left(\frac{1}{4}\times3.14\times4.8^2\times5.5\right)$(厘米^3)，

冰的体积为　$\left(\frac{1}{4}\times3.14\times4.8^2\times5.5\times\frac{1}{2}\right)$(厘米^3)，

所以水的体积为

$$\frac{1}{4}\times3.14\times4.8^2\times5.5\times\frac{1}{2}\div\left(1+\frac{1}{11}\right)\div1000\approx46(\text{分米}^3).$$

1074. 甲村在山岭的东麓，乙村在山岭的西麓，来回一次共需要 4.5 时. 如果上山的速度是每小时 4 千米，下山的速度是每小时 5 千米. 求甲、乙两村间的路程.

解 1　上山行 1 千米要 $\frac{1}{4}$ 时；下山行 1 千米要 $\frac{1}{5}$ 时，来回 1 千米要

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{9}{20}(\text{时}),$$

所以甲、乙两村间的路程为　$4.5\div\frac{9}{20}=10(\text{千米})$；

解 2　用列表法解.

s	v	t
全　程	上山　4 千米	t_1
全　程	下山　5 千米	t_2

去时的上山，回来时是下山；去时的下山，回来时是上山. 因此在东西山麓的甲、乙两村之间往返一次，上山的路程是两村间的全程. 下山的路程也是两村间的全程.

因为 $\frac{t_1}{t_2}=\frac{5}{4}$，所以上山的时间是 $4.5\times\frac{5}{4+5}=2.5$(时)，下山的时间是 $4.5\times\frac{4}{4+5}=2$(时)，全程为 $4\times\left(4.5\times\frac{5}{4+5}\right)=10$(千米)，或 $5\times\left(4.5\times\frac{4}{4+5}\right)=10$(千米)；



解 3

s	v	t
4×1 ←	上山 4	$\forall 1$
↓ 4×1	下山 5 →	$\frac{4\times1}{5}$

所以全程为 $4\times\left[4.5\div\left(1+\frac{4\times1}{5}\right)\right]=10$(**千米**)；

解 4

s	v	t
↑ 5×1	上山 4 →	$\frac{5\times1}{4}$
5×1 ←	下山 5	$\forall 1$

所以全程为 $5\times\left[4.5\div\left(1+\frac{5\times1}{4}\right)\right]=10$(**千米**)；

解 5 设两村间的全程为 x 千米. 依题意,得

$$\frac{x}{4}+\frac{x}{5}=4.5.$$

解方程,得 $x=10$.

所以甲、乙两村间的路程为 10 千米.

1075. 一辆汽车从甲地驶往乙地,第一小时行 49 千米,比第二小时多行 3.5 千米,第三小时比第一小时多行 $\frac{1}{7}$,最后半小时的速度与第一小时相同,问这辆汽车从甲地到乙地的平均速度是多少?

解 1 $\left[49+(49-3.5)+49\times\left(1+\frac{1}{7}\right)+49\times\frac{1}{2}\right]\div3\frac{1}{2}=50$(**千米**)；

解 2 $\left\{49\times\left[1+1+\left(1+\frac{1}{7}\right)+\frac{1}{2}\right]-3.5\right\}\div3\frac{1}{2}=50$(**千米**).

1076. 加工一批零件,甲 $1\frac{3}{4}$ 时做的零件数相当于乙 2 时做的零件数,甲每小时比乙多做零件 10 个. 两人一起加工这批零件, $3\frac{11}{15}$ 时完成,问这批零件有多少个?

解 1 设甲 $1\frac{3}{4}$ 时做的零件数为单位"1",则乙 2 时所做的零件数

同样为“1”. 因此，甲 $1\frac{3}{4}$ 时或乙 2 时所做的零件为 $\left[10\div\left(\frac{1}{1\frac{3}{4}}-\frac{1}{2}\right)\right]$ 个，$\left[10\div\left(\frac{1}{1\frac{3}{4}}-\frac{1}{2}\right)\div1\frac{3}{4}\right]$ 个与 $\left[10\div\left(\frac{1}{1\frac{3}{4}}-\frac{1}{2}\right)\div2\right]$ 个分别是甲、乙每小时所做的零件数. 所以这些零件共

$$\left[10\div\left(\frac{1}{1\frac{3}{4}}-\frac{1}{2}\right)\div1\frac{3}{4}+10\div\left(\frac{1}{1\frac{3}{4}}-\frac{1}{2}\right)\div2\right]\times3\frac{11}{15}=560(\text{个}).$$

上面的解题思路可用列表法表示如下：

工作量			工效	时间
甲	↓	$\forall 1$	$1\div1\frac{3}{4}$	$1\frac{3}{4}$ 时
乙		1	$1\div2$	2

10 个零件是甲、乙工效之差.

$$10\div\left(1\div1\frac{3}{4}-1\div2\right)\div1\frac{3}{4}=80(\text{个})\cdots\cdots\text{甲工效},$$

$$10\div\left(1\div1\frac{3}{4}-1\div2\right)\div2=70(\text{个})\cdots\cdots\text{乙工效}.$$

所以这批零件有 $(80+70)\times3\frac{11}{15}=560(\text{个})$；

解 2

工作量			工效	时间
甲	↓	$1\times1\frac{3}{4}$	$\forall 1$	$1\frac{3}{4}$ 时
乙		$1\times1\frac{3}{4}$	$1\times1\frac{3}{4}\div2$	2

$$10\div\left(1-1\frac{3}{4}\div2\right)=80(\text{个})\cdots\cdots\text{甲工效},$$

$$80\times\left(1\frac{3}{4}\div2\right)=70(\text{个})\cdots\cdots\text{乙工效}.$$

所以这批零件有 $(80+70)\times3\frac{11}{15}=560(\text{个})$；

解 3

工 作 量			工 效	时 间
甲	↑ 1×2		$1\times2\div1\frac{3}{4}$	$1\frac{3}{4}$ 时
乙	1×2	←	$\forall 1$	2

$$10\div\left(2\div1\frac{3}{4}-1\right)=70(\text{个})\cdots\cdots\text{乙工效},$$

$$70\times\left(2\div1\frac{3}{4}\right)=80(\text{个})\cdots\cdots\text{甲工效}.$$

所以这批零件有$(70+80)\times3\frac{11}{15}=560(\text{个})$；

解 4　用比例解.

工 作 量	工 效	时 间
甲　Q	V_1	$1\frac{3}{4}$ 时
乙　Q	V_2	2

$$V_1:V_2=2:1\frac{3}{4}=8:7;$$

$$10\div(8-7)\times8=80(\text{个})\cdots\cdots\text{甲工效},$$

$$10\div(8-7)\times7=70(\text{个})\cdots\cdots\text{乙工效}.$$

所以这批零件有$(80+70)\times3\frac{11}{15}=560(\text{个})$；

解 5　设甲每时做 x **个零件，则乙每时做**$(x-10)$**个零件. 依题意，得**

$$1\frac{3}{4}x=2(x-10).$$

解方程，得　$x=80$，$x-10=80-10=70$.

所以甲每小时做 80 **个零件，乙每小时做** 70 **个零件，这批零件共有**

$$(80+70)\times3\frac{11}{15}=560(\text{个}).$$

1077. **甲、乙两人同时分别从** A、B **两地相向而行，甲走到全程** $\frac{5}{11}$ **的地方与乙相遇，已知甲每小时行** 4.5 **千米，乙** 2 **时行全程的** $\frac{2}{3}$**，求** A、B **两地间的距离.**

解 乙每小时行全程的 $\frac{2}{3}\div 2=\frac{1}{3}$. 两人相遇时乙已行了全程的 $1-\frac{5}{11}=\frac{6}{11}$，相遇时间为 $\frac{6}{11}\div\frac{1}{3}=1\frac{7}{11}$(时). 相遇时甲行了 $4.5\times 1\frac{7}{11}=7\frac{4}{11}$(千米). 所以全程为 $7\frac{4}{11}\div\frac{5}{11}=16.2$(千米). 综合算式为

$$4.5\times\left[\left(1-\frac{5}{11}\right)\div\left(\frac{2}{3}\div 2\right)\right]\div\frac{5}{11}=16.2(\text{千米}).$$

1078. 甲、乙两个运输队，甲队有某种型号的汽车 20 辆，乙队有与甲队相同型号的汽车 30 辆. 现在甲队抽出所有车辆的 60%，乙队抽出所有车辆的 50%，一起去运一批货物. 装运一次运走了这批货物的 25%，已知乙队的车辆比甲队的车辆多运了 12 吨，问这批货物共有多少吨？

解 $12\div(30\times 50\%-20\times 60\%)\times(30\times 50\%+20\times 60\%)\div 25\%$
$=432$(吨).

1079. 从甲地到乙地，摩托车要行 10 时，比汽车行完全程所用的时间少 $\frac{1}{3}$. 现在摩托车和汽车分别从甲、乙两地同时出发相向行驶. 相遇时汽车离乙地 240 千米，求甲、乙两地间的路程.

解 摩托车每小时行全程的 $\frac{1}{10}$，汽车每小时行全程的 $\frac{1}{10\div\left(1-\frac{1}{3}\right)}$，相遇时间为 $\frac{1}{\frac{1}{10\div\left(1-\frac{1}{3}\right)}+\frac{1}{10}}$. 所以甲乙两地间的路程为

$$240\div\left[\frac{1}{10\div\left(1-\frac{1}{3}\right)}\times\frac{1}{\frac{1}{10\div\left(1-\frac{1}{3}\right)}+\frac{1}{10}}\right]=600(\text{千米}).$$

1080. 某水果店买进苹果若干千克，每千克 1.20 元；出售时，每千克售价为 1.60 元. 卖出这批苹果的 $\frac{1}{2}$ 又 10 千克时，就收回成本. 问该店买进的苹果是多少千克？

解 1 用两个差的思想求解. 假设这批苹果以每千克售价 $\left(1.60\times\frac{1}{2}\right)$ 元卖出. 这样每千克亏损 $\left(1.20-1.60\times\frac{1}{2}\right)$ 元，这批苹果共亏损 (1.60×10) 元. 所以这批苹果有

$$1.6\times 10\div\left(1.2-1.6\times\frac{1}{2}\right)=40(\text{千克});$$

解 2　用列表法解.

总　价	单　价	总 重 量
1.2×1 ←	1.2	$\forall 1$
1.2×1	1.6	$\frac{1}{2}$ 又 10 千克
1.2×1	1.6 →	$\frac{1.2\times1}{1.6}=\frac{3}{4}$

$\Longrightarrow$ 总重量的$\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)$是 10 千克.

所以这批苹果有

$$10\div\left(\frac{1.2\times1}{1.6}-\frac{1}{2}\right)=40(\text{千克});$$

解 3

总　价	单　价	总 重 量
$\forall 1$	1.2 →	$\frac{1}{1.2}$(原)
1	1.6 →	$\frac{1}{1.6}$(现)
1	1.6	$\frac{1}{1.2}$ 的 $\frac{1}{2}$ 又 10 千克

所以这批苹果有

$$10\div\left(\frac{1}{1.6}-\frac{1}{1.2}\times\frac{1}{2}\right)\div1.2=40(\text{千克});$$

解 4

总　价	单　价	总 重 量
↑ 1.6×1	1.2 →	$\frac{1.6\times1}{1.2}$
1.6×1	1.6	$\frac{1.6\times1}{1.2}$ 的 $\frac{1}{2}$ 又 10 千克
1.6×1 ←	1.6	$\forall 1$

$10\div\left(1-\frac{1.6\times1}{1.2}\times\frac{1}{2}\right)=30$(千克),所以这批苹果有$(30-10)\div\frac{1}{2}=40$(千克),或 $1.6\times\left[10\div\left(1-\frac{1.6\times1}{1.2}\times\frac{1}{2}\right)\right]\div1.2=40$(千克);

解 5　用比例法解.

总　价	单　价	总 重 量
Q	1.2	P
Q	1.6	$\frac{1}{2}P+10$ 千克

总价一定,单价与重量成反比.

$$\frac{P}{\frac{1}{2}P+10}=\frac{1.6}{1.2}=\frac{4}{3},$$

P **占** 4 **份,** $\frac{1}{2}P$ **占** $\left(4\times\frac{1}{2}\right)$**份,即** 2 **份,则** 10 **千克是** 1 **份.**

所以这批苹果有 $10\times\left(3-4\times\frac{1}{2}\right)\times4=40$**(千克);**

解 6　用拆对法(通过拆数找对应数)解.

$$\text{总价}=1.6\times\left(\text{总重量}\times\frac{1}{2}+10\text{ 千克}\right)$$

$$=1.6\times\frac{1}{2}\times\text{总重量}+16$$

$$=(2.4-0.8)\times\frac{1}{2}\times\text{总重量}+16$$

$$=1.2\times\text{总重量}-0.4\times\text{总重量}+0.4\times40$$

但总价 $=1.2\times$**总重量,**

所以, $0.4\times40-0.4\times$**总重量** $=0$**,这批苹果的总重量** $=40$**(千克);**

解 7　设买进苹果 x **千克.依题意,得**

$$1.2x=1.6\times\frac{x}{2}+1.6\times10.$$

解方程,得　$x=40$.

所以买进苹果 40 **千克.**

1081. **某人以每小时** 3.5 **千米的速度,行全程的** $\frac{7}{12}$**,以每小时** 4 **千米的速度行余下的路程,共用了** $6\frac{1}{2}$**时.问全路程是多少千米?**

解 1　行了全路程的 $\frac{7}{12}$**,余下全路程的** $1-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$.

如果两种速度都行全路程的 $\frac{5}{12}$**,那么所用的时间应与速度成反比,即** $4:3.5=8:7$.



以每小时 3.5 千米的速度行了全路程的 $\frac{5}{12}$，还要用这个速度行全路程的 $\frac{7}{12}-\frac{5}{12}=\frac{1}{6}$，$\frac{1}{6}$ 占 $\frac{5}{12}$ 的 $\frac{\frac{1}{6}}{\frac{5}{12}}=\frac{2}{5}$，因此以每小时 3.5 千米的速度行全路程的 $\frac{7}{12}$ 所用的时间应占 $8\times\left(1+\frac{2}{5}\right)=11\frac{1}{5}$(份).

所以用每小时 3.5 千米的速度行全路程的 $\frac{7}{12}$ 与用每小时 4 千米的速度行全路程的 $\frac{5}{12}$ 所需时间的比是 $11\frac{1}{5}:7=8:5$.

由此，用前一速度行 $6\frac{1}{2}\times\frac{8}{8+5}=4$(时)，用后一速度行

$$6\frac{1}{2}\times\frac{5}{8+5}=2\frac{1}{2}\text{(时)}.$$

全路程为

$$3.5\times4+4\times2\frac{1}{2}=24\text{(千米)}.$$

上面的解题思路可用列表法表示如下：

s	v	t
$\frac{7}{12}$ $\frac{2}{12}$	3.5 千米	t_1
$\forall$“1” $\frac{7}{12}$ $\frac{5}{12}$	3.5	t_2
$1-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$	4	t_3

因为 $\frac{5}{12}=\frac{5}{12}$，反比 $t_2:t_3=4:3.5=8:7$，

又因为 $3.5=3.5$，正比 $t_1:t_2=\frac{2}{12}:\frac{5}{12}=2:5$，

即 $t_1=\frac{2}{5}t_2=\frac{2}{5}\times8=3\frac{1}{5}$(份)，所以，

$$(t_1+t_2):t_3=\left(3\frac{1}{5}+8\right):7=8:5.$$

由此，前一速度行 $6\frac{1}{2}\times\frac{8}{8+5}=4$(时)，

后一速度行 $6\frac{1}{2}-4=2\frac{1}{2}$(时)，

因此全程为 $3.5\times4+4\times2\frac{1}{2}=24$(**千米**),

也可列式为 $4\times\left[6\frac{1}{2}\div\left(3\frac{1}{5}+8+7\right)\times7\right]\div\left(1-\frac{7}{12}\right)=24$(**千米**);

解 2

s	v	t
$\frac{7}{12}$	3.5	t_1
$1-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$	4	t_2

$\Rightarrow$

s	v	t
$\frac{7}{12}$	3.5	t_1: $\frac{7}{12}\div3.5$
$\frac{5}{12}$	4	t_2: $\frac{5}{12}\div4$

$\Rightarrow$

$t_1:t_2=\frac{\frac{7}{12}}{3.5}:\frac{\frac{5}{12}}{4}=8:5$ **用和比问题解**

所以全路程为 $3.5\times\left[6\frac{1}{2}\div(8+5)\times8\right]\div\frac{7}{12}=24$(**千米**);

解 3

s	v	t
$\frac{7}{12}\times\frac{1}{7}$	$3.5\times\frac{1}{7}$	t_1
$\frac{5}{12}\times\frac{1}{5}$	$4\times\frac{1}{5}$	t_2

$\Longrightarrow\quad\frac{t_1}{t_2}=\frac{4\times\frac{1}{5}}{3.5\times\frac{1}{7}}=\frac{8}{5}$

所以全路程为 $3.5\times\left[6\frac{1}{2}\div(8+5)\times8\right]\div\frac{7}{12}=24$(**千米**);

解 4 **设全路程为** x **千米. 依题意,得**

$$\frac{\frac{7}{12}x}{3.5}+\frac{\left(1-\frac{7}{12}\right)x}{4}=6\frac{1}{2}.$$

解方程,得 $x=24$.

所以全路程为 24 **千米.**

1082. **一人外出旅行,整个旅程如果乘汽车需要** 3 **时,如果骑自行车需要** 10 **时,现在乘汽车的时间是骑自行车时间的** $\frac{1}{5}$. **问整个旅程共行了多少时间?**

解 1 **乘汽车每小时行整个旅程的** $\frac{1}{3}$,**骑自行车每小时行整个旅程的**

$\frac{1}{10}$，骑自行车 1 时，乘汽车 $\frac{1}{5}$ 时，共行整个旅程的 $\frac{1}{10}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{6}$.

因此，整个旅程共需时间

$$1\times\left(1\div\frac{1}{6}\right)+\frac{1}{5}\times\left(1\div\frac{1}{6}\right)=7\frac{1}{5}(\text{时});$$

解 2 设整个旅程共用 x 时. 则骑自行车用 $\frac{x}{1+\frac{1}{5}}$ 时. 乘汽车用 $\left(\frac{x}{1+\frac{1}{5}}\times\frac{1}{5}\right)$ 时.

把整个旅程看作“1”. 骑自行车的速度是 $\frac{1}{10}$，汽车的速度是 $\frac{1}{3}$. 依题意，得

$$\frac{1}{10}\times\frac{x}{1+\frac{1}{5}}+\frac{1}{3}\times\left(\frac{x}{1+\frac{1}{5}}\times\frac{1}{5}\right)=1.$$

解方程，得 $x=7\frac{1}{5}$. 所以整个旅程共行了 $7\frac{1}{5}$ 时.

1083. 一辆汽车从甲地开往乙地，预定 2 时 30 分到达. 在途中，有 30 千米的路程行车的速度是原速度的 $\frac{3}{4}$，因此比预定时间推迟了 12 分到达. 问甲地到乙地的路程是多少？

解 1 在路程相同的情况下，时间与速度成反比. 所以，同是 30 千米路程，用原速度的 $\frac{3}{4}$ 行驶所花的时间应是用原速度行驶所花时间的 $\frac{4}{3}$. 用原速度行驶所花时间的 $\frac{4}{3}-1=\frac{1}{3}$ 就是 12 分. 因而原来行驶 30 千米要用 $12\div\frac{1}{3}=36$(分)，原来每小时的速度是 $30\div\frac{36}{60}=50$(千米)，所以甲地到乙地的路程为 $50\times2\frac{1}{2}=125$(千米)；

解 2 用列表法解.

s	v	t
30	原速 $\forall 1$	t_1
30	现速 $\frac{3}{4}$	$t_1+\frac{12}{60}$

因路程一定，速度与时间成反比，所以

$$\frac{t_1}{t_1+\frac{1}{5}}=\frac{\frac{3}{4}}{1},\ t_1=\frac{3}{5}(\text{时}),$$

原速为 $30\div\frac{3}{5}=50(\text{千米/时})$.

由此可知，甲、乙两地间的路程为 $50\times2\frac{1}{2}=125(\text{千米})$；

解 3　用两个差的思想解.

设甲、乙两地间的全程为“1”，则原速为 $\frac{1}{2\frac{1}{2}}$，现速为 $\left(\frac{1}{2\frac{1}{2}}\times\frac{3}{4}\right)$. 当用原速行完 30 千米时，用现速则还相差 $\left(\frac{1}{2\frac{1}{2}}\times\frac{3}{4}\times\frac{12}{60}\right)$ 这样一段路程.

所以会产生这样一段差距，是因为前后两种速度相差 $\left(\frac{1}{2\frac{1}{2}}-\frac{1}{2\frac{1}{2}}\times\frac{3}{4}\right)$.

在 $\left(\frac{1}{2\frac{1}{2}}\times\frac{3}{4}\times\frac{12}{60}\right)$ 中包含多少个 $\left(\frac{1}{2\frac{1}{2}}-\frac{1}{2\frac{1}{2}}\times\frac{3}{4}\right)$，就是经过多少时间造成这样一段差距，也就是用原速行完 30 千米所用的时间.

$$\frac{\frac{1}{2\frac{1}{2}}\times\frac{3}{4}\times\frac{12}{60}}{\frac{1}{2\frac{1}{2}}-\frac{1}{2\frac{1}{2}}\times\frac{3}{4}}=\frac{3}{5}(\text{时}).$$

所以原速为 $\left(30\div\frac{3}{5}\right)$ 千米/时，甲、乙两地间的路程为

$$30\div\frac{3}{5}\times2\frac{1}{2}=125(\text{千米}).$$

综合算式为

$$30\div\left[\frac{1}{2\frac{1}{2}}\times\frac{3}{4}\times\frac{12}{60}\div\left(\frac{1}{2\frac{1}{2}}-\frac{1}{2\frac{1}{2}}\times\frac{3}{4}\right)\right]\times2\frac{1}{2}=125(\text{千米});$$

解 4　设甲、乙两地间的路程为 x 千米. 依题意，得

$$\frac{30}{\frac{x}{2\frac{1}{2}}}+\frac{12}{60}=\frac{30}{\frac{x}{2\frac{1}{2}}\times\frac{3}{4}}.$$



解方程，得　$x=125$.

所以甲、乙两地间的路程为 125 千米.

1084. 一段路程，汽车用某一速度行驶要 8 时. 现在先用这一速度的 2 倍行驶 $1\frac{3}{5}$ 时，接着又以这一速度的 $\frac{1}{2}$ 行驶 2 时，这时所行的路程是全路程的 $\frac{1}{2}$ 还多 6 千米. 问这段路程全长多少千米？

解 1　用原速度的 2 倍行驶 $1\frac{3}{5}$ 时，相当于用原速度行驶 $1\frac{3}{5}\times 2=3\frac{1}{5}$(时). 用原速度的 $\frac{1}{2}$ 行驶 2 时，相当于用原速度行驶 $2\times\frac{1}{2}=1$(时). 这时所行的路程应是这段路程的 $\frac{3\frac{1}{5}+1}{8}=\frac{21}{40}$. 所以全程为

$$6\div\left(\frac{21}{40}-\frac{1}{2}\right)=240(\text{千米});$$

解 2　以这段路程为单位“1”，则原速为 $\frac{1}{8}$. 用原速的 2 倍行驶了这段路程的 $\left(\frac{1}{8}\times 2\times 1\frac{3}{5}\right)$，用原速的 $\frac{1}{2}$ 行驶了这段路程的 $\left(\frac{1}{8}\times\frac{1}{2}\times 2\right)$. 这段路程为

$$6\div\left(\frac{1}{8}\times 2\times 1\frac{3}{5}+\frac{1}{8}\times\frac{1}{2}\times 2-\frac{1}{2}\right)=240(\text{千米});$$

解 3　用列表法解.

s	v	t
1×8	$\forall 1$	8
$1\times 2\times 1\frac{3}{5}$	1×2	$1\frac{3}{5}$
$1\times\frac{1}{2}\times 2$	$1\times\frac{1}{2}$	2

这段路程为

$$6\div\left(\frac{1\times 2\times 1\frac{3}{5}+1\times\frac{1}{2}\times 2}{1\times 8}-\frac{1}{2}\right)=240(\text{千米});$$

或

s	v	t
$\forall 1$	$\frac{1}{8}$	8
$\frac{1}{8}\times 2\times 1\frac{3}{5}$	$\frac{1}{8}\times 2$	$1\frac{3}{5}$
$\frac{1}{8}\times\frac{1}{2}\times 2$	$\frac{1}{8}\times\frac{1}{2}$	2

这段路程为

$$6\div\left(\frac{1}{8}\times 2\times 1\frac{3}{5}+\frac{1}{8}\times\frac{1}{2}\times 2-\frac{1}{2}\right)=240(\text{千米});$$

解 4 设这段路程全长为 x 千米. 依题意,得

$$\frac{x}{8}\times 2\times 1\frac{3}{5}+\frac{x}{8}\times\frac{1}{2}\times 2=\frac{x}{2}+6.$$

解方程,得 $x=240$.

所以这段路程全长 240 千米.

1085. 某人从甲地到乙地,如果乘了汽车又乘船,需要 3 时到达;如果都乘汽车,那么只需要 $1\frac{4}{5}$ 时就能到达,单乘汽车比既乘汽车又乘船少用的时间相当于原来乘船时间的 $\frac{3}{5}$. 问从甲地到乙地如果全部乘船要几时才能到达?

解 1 单乘汽车比乘车又乘船少用 $3-1\frac{4}{5}=1\frac{1}{5}$(时). 这个时间相当于乘船时间的 $\frac{3}{5}$,所以乘船时间是 $1\frac{1}{5}\div\frac{3}{5}=2$(时),乘车时间是 $3-2=1$(时).

因为从甲地到乙地的路程是乘汽车 1 时,乘船 2 时的路程,也是乘汽车 $1\frac{4}{5}$ 时的路程,所以乘汽车 $1\frac{4}{5}-1=\frac{4}{5}$(时)的路程相当于乘船 2 时的路程,乘汽车 1 时的路程就相当于乘船 $2\div\frac{4}{5}=2\frac{1}{2}$(时)的路程.

由此可知从甲地到乙地单乘船要 $2\frac{1}{2}+2=4\frac{1}{2}$(时)或 $2\frac{1}{2}\times 1\frac{4}{5}=4\frac{1}{2}$(时);

解 2 设从甲地到乙地全部乘船要 x 时才能到达.

把甲地到乙地的路程看作"1",那么船速是 $\frac{1}{x}$,车速是 $\frac{1}{1\frac{4}{5}}$. 在 3 时中

乘船$\left[\left(3-1\frac{4}{5}\right)\div\frac{3}{5}\right]$时，乘车$\left[3-\left(3-1\frac{4}{5}\right)\div\frac{3}{5}\right]$时. 依题意，得

$$\frac{1}{x}\left[\left(3-1\frac{4}{5}\right)\div\frac{3}{5}\right]+\frac{1}{1\frac{4}{5}}\left[3-\left(3-1\frac{4}{5}\right)\div\frac{3}{5}\right]=1.$$

解方程，得 $x=4\frac{1}{2}$.

所以全部乘船要 $4\frac{1}{2}$ 时才能到达.

1086. 一队解放军战士分三路行军. 左路 7 时的行程相当于右路 8 时的行程；左路 6 时的行程相当于中路 5 时的行程；右路每小时比中路少行 $1\frac{3}{10}$ 千米. 求各路战士每小时的行程各是多少千米？

解 1　设左路每小时的行程为“1”.

那么，右路每小时的行程为 $\frac{7}{8}$. 中路每小时的行程为 $\frac{6}{5}$. $1\frac{3}{10}$ 千米相当于左路每小时行程的 $\frac{6}{5}-\frac{7}{8}=\frac{13}{40}$，所以左路每小时的行程为

$$1\frac{3}{10}\div\frac{13}{40}=4(\text{千米}),$$

$$\text{右路}\quad 4\times\frac{7}{8}=3\frac{1}{2}(\text{千米}),$$

$$\text{中路}\quad 4\times\frac{6}{5}=4\frac{4}{5}(\text{千米});$$

解 2　用列表法解.

(1)

s	v		t	
1×7 ←	左	$\forall 1$	7(时)	
1×7 ↓	右	$\frac{1\times7}{8}$	8	(由 s、t 求 v)
1×6 ←	左	$\forall 1$	6	
1×6 ↓	中	$\frac{1\times6}{5}$	5	(由 s、t 求 v)

$$1\frac{3}{10}\ \text{千米}\longrightarrow\frac{6}{5}-\frac{7}{8}$$

所以

$1\frac{3}{10}\div\left(\frac{6}{5}-\frac{7}{8}\right)=4$(千米)……左路,

$4\times\frac{7}{8}=3\frac{1}{2}$(千米)……右路,

$4\times\frac{6}{5}=4\frac{4}{5}$(千米)……中路;

(2)

s	v		t
↑ 1×8	左	$\frac{1\times8}{7}$	7(由 s、t 求 v)
1×8 ←	右	$\forall1$	8(时)
↓ $\frac{1\times8\times6}{7}$ ←	左	$\frac{1\times8}{7}$	6
↓ $\frac{1\times8\times6}{7}$	中	$\frac{1\times8\times6}{7\times5}$	5(由 s、t 求 v)

所以

$1\frac{3}{10}\div\left(\frac{1\times8\times6}{7\times5}-1\right)=3\frac{1}{2}$(千米)……右路,

$3\frac{1}{2}\times\frac{1\times8}{7}=4$(千米)……左路,

$3\frac{1}{2}\times\frac{1\times8\times6}{7\times5}=4\frac{4}{5}$(千米)……中路;

(3)

s	v		t
↓ $\frac{1\times5\times7}{6}$ ←	左	$\frac{1\times5}{6}$	7
↓ $\frac{1\times5\times7}{6}$	右	$\frac{1\times5\times7}{6\times8}$	8(由 s、t 求 v)
↑ 1×5	左	$\frac{1\times5}{6}$	6(由 s、t 求 v)
1×5 ←	中	$\forall1$	5(时)

所以

$1\frac{3}{10}\div\left(1-\frac{1\times5\times7}{6\times8}\right)=4\frac{4}{5}$(千米)……中路,

$4\frac{4}{5}\times\frac{1\times5}{6}=4$(千米)……左路,

$4\frac{4}{5}\times\frac{1\times5\times7}{6\times8}=3\frac{1}{2}$(千米)……右路;

(4)

s	v		t
∀1	左	$\frac{1}{7}$	7(时)(由 s、t 求 v)
1	右	$\frac{1}{8}$	8 (由 s、t 求 v)
$\frac{1}{7}\times6$	左	$\frac{1}{7}$	6
$\frac{1}{7}\times6$	中	$\frac{1}{7}\times6\div5$	5 (由 s、t 求 v)

所以

$1\frac{3}{10}\div\left(\frac{1}{7}\times6\div5-\frac{1}{8}\right)\div7=4$(千米)……左路,

$4\times7\div8=3\frac{1}{2}$(千米)……右路,

$4\times6\div5=4\frac{4}{5}$(千米)……中路;

(5)

s	v		t
$\frac{1}{6}\times7$	左	$\frac{1}{6}$	7
$\frac{1}{6}\times7$	右	$\frac{1}{6}\times7\div8$	8 (由 s、t 求 v)
∀1	左	$\frac{1}{6}$	6(时)(由 s、t 求 v)
1	中	$\frac{1}{5}$	5 (由 s、t 求 v)

所以

$1\frac{3}{10}\div\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\times7\div8\right)\div6=4$(千米)……左路,

$1\frac{3}{10}\div\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\times7\div8\right)\div5=4\frac{4}{5}$(千米)……中路,

$4\times7\div8=3\frac{1}{2}$(千米)……右路;

解 3 设左路每小时行 x 千米，则右路每小时行 $\frac{7}{8}x$ 千米，中路每小时行 $\frac{6}{5}x$ 千米. 依题意，得

$$\frac{6}{5}x-\frac{7}{8}x=1\frac{3}{10}.$$

解方程，得 $x=4$，$\frac{7}{8}x=\frac{7}{8}\times4=3\frac{1}{2}$，$\frac{6}{5}x=\frac{6}{5}\times4=4\frac{4}{5}$.

所以左路每小时行 4 千米，右路每小时行 $3\frac{1}{2}$ 千米，中路每小时行 $4\frac{4}{5}$ 千米.

1087. 一个人骑自行车从甲城到乙城. 4 时所走的路程比全程的 $\frac{1}{3}$ 还多 8 千米. 没走的路程比全程的 $\frac{3}{4}$ 还少 18 千米. 余下的路程，每小时的速度加快了 1.5 千米，他还要走多少时才能到达乙城？

解 1 全程为 $(18-8)\div\left(\frac{1}{3}+\frac{3}{4}-1\right)=120$（千米）. 余下 $120\times\frac{3}{4}-18=72$（千米），以每小时 $\left(120\times\frac{1}{3}+8\right)\div4+1.5=13.5$（千米）的速度前进，所以还要走 $72\div13.5=5\frac{1}{3}$（时）；

解 2 设甲城到乙城的路程是 x 千米. 按题意，得

$$\left(\frac{x}{3}+8\right)+\left(\frac{3x}{4}-18\right)=x.$$

解方程，得 $x=120$.

所以全程为 120 千米.

又设这个人还要走 y 时才能到达乙城. 按题意，得

$$\left(\frac{\frac{120}{3}+8}{4}+1.5\right)y=120\times\frac{3}{4}-18.$$

解方程，得 $y=5\frac{1}{3}$.

所以还要走 $5\frac{1}{3}$ 时才能到达.

1088. 甲、乙两个抄写员同时开始抄写稿件，甲每分钟抄 8 个字，乙每分抄 12 个字，当甲抄完一份稿件时，乙也抄完了另一份稿件. 如果两人每分都比原来多抄 2 个字，而且仍旧同时开始抄写自己原来的稿件，那么甲比乙早 8 分抄毕. 问这两份稿件各有多少字？



解 1　原来甲每分抄的 8 个字，现在只要用 $\frac{8}{8+2}$ 即 $\frac{4}{5}$ 分钟就可抄完. 同样，乙原来每分抄的 12 个字，现在只要用 $\frac{12}{12+2}$ 即 $\frac{6}{7}$ 分就可抄完.

原来两份稿件同时抄完，现在甲比乙早完成 8 分，这是因为两人原来一分钟抄的字和现在抄字时要相差 $\frac{6}{7}-\frac{4}{5}=\frac{2}{35}$（分）而形成的. 由此可知，原来两人抄写的时间为

$$8\div\frac{2}{35}=140,\text{即 } 140 \text{ 分}.$$

所以甲抄的稿件是 $8\times140=1120$（字），乙抄的稿件是 $12\times140=1680$（字）；

解 2　用列表法解.

工作量		工效		时间
不变	8×1	甲	8	$\forall 1$
	12×1	乙	12	1
移下	8×1	甲	$8+2$	$\frac{8\times1}{8+2}=\frac{4}{5}$，$t_1$
	12×1	乙	$12+2$	$\frac{12\times1}{12+2}=\frac{6}{7}$，$t_2$
				$t_2-t_1=8$ 分

$8\div\left(\frac{6}{7}-\frac{4}{5}\right)=140$（分）……甲、乙按原工效完成稿件所需时间.

所以　$8\times\left[8\div\left(\frac{6}{7}-\frac{4}{5}\right)\right]=1120$（字）……甲，

$12\times\left[8\div\left(\frac{6}{7}-\frac{4}{5}\right)\right]=1680$（字）……乙；

解 3　设甲抄的稿件有 x 个字. 则甲用 $\frac{x}{8}$ 分抄完稿件，乙也用 $\frac{x}{8}$ 分抄完自己的稿件，因此乙抄的稿件有 $\left(\frac{x}{8}\times12\right)$ 个字. 依题意，得

$$\frac{x}{8+2}+8=\frac{\frac{x}{8}\times12}{12+2}.$$

解方程，得　$x=1120$，$\frac{x}{8}\times12=\frac{1120}{8}\times12=1680$.

所以甲抄的稿件有 1120 字，乙抄的稿件有 1680 字.

1089. 一辆卡车和一辆轿车都从甲地出发驶向与甲地相距 100 千米的乙地. 卡车每小时行 30 千米，轿车每小时行 50 千米. 卡车行至路程的一半时将速度减低到原来的 $\frac{5}{6}$. 但是仍旧比轿车早到 5 分. 问卡车比轿车早出发多少时间？

解 1 卡车的速度开始是每小时 30 千米. 后来是每小时 $\left(30\times\frac{5}{6}\right)$ 千米，轿车的速度是每小时 50 千米. 如果两车同时从甲地出发同向行驶，那么卡车比轿车应迟 $\frac{100\times\frac{1}{2}}{30}+\frac{100\times\frac{1}{2}}{30\times\frac{5}{6}}-\frac{100}{50}=1\frac{2}{3}$（时）到达乙地，但现在卡车比轿车早到 5 分，即早到 $\frac{1}{12}$ 时，所以卡车比轿车早出发

$$1\frac{2}{3}+\frac{1}{12}=1\frac{3}{4}\text{（时）；}$$

解 2 设卡车比轿车早出发 x 时. 依题意，得

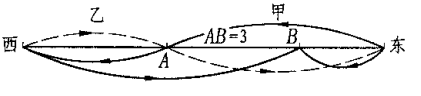
$$\frac{100\times\frac{1}{2}}{30}+\frac{100\times\frac{1}{2}}{30\times\frac{5}{6}}=\frac{100}{50}+x-\frac{1}{12}.$$

解方程，得 $x=1\frac{3}{4}$.

所以，卡车比轿车早出发 $1\frac{3}{4}$ 时.

1090. 甲从东村，乙从西村，同时出发相向而行. 乙的速度是甲的 $\frac{2}{3}$. 甲到达西村、乙到达东村后立即返回，两人在返回途中相遇的地点与去时相遇的地点相隔 3 千米. 求东西两村的距离.

解 1 时间一定，路程与速度成正比. 因此，两人第一次相遇时所行路程的比是 $1:\frac{2}{3}=3:2$. 把东西两村的距离等分成 5 份，第一次相遇的地点必在离东村 3 份、离西村 2 份的 A 点.



如图所示，从第一次相遇到返回途中第二次相遇，两人所行路程的和是



东西两村距离的 2 倍，而两人所行路程的比仍是 3∶2，那么甲行 $2\div(3+2)\times3=\frac{6}{5}$，乙行 $2\div(3+2)\times2=\frac{4}{5}$，这表明甲应行 6 份，乙应行 4 份. 因此第二次相遇必在离东村 1 份，离西村 4 份的 B 点. A、B 间距离 3 千米为东西两村距离的 $\frac{2}{5}$，所以东西两村的距离是 $3\div\frac{2}{5}=7\frac{1}{2}$(千米)；

解 2 设东西两村相距 x 千米，则第一次相遇时，甲行了 $\frac{x}{1+\frac{2}{3}}$ 千米，即相遇地点在离东村 $\frac{x}{1+\frac{2}{3}}$ 千米处. 从第一次相遇到第二次相遇两人共行 $2x$ 千米，其中甲行了 $\frac{2x}{1+\frac{2}{3}}$ 千米. 第二次相遇的地点应离东村 $\left(\frac{2x}{1+\frac{2}{3}}-x\right)$ 千米处. 而 $\frac{x}{1+\frac{2}{3}}$ 千米与 $\left(\frac{2x}{1+\frac{2}{3}}-x\right)$ 千米的差是 3 千米. 故得

$$\frac{x}{1+\frac{2}{3}}-\left(\frac{2x}{1+\frac{2}{3}}-x\right)=3.$$

解方程，得 $x=7\frac{1}{2}$.

所以东西两村的距离是 $7\frac{1}{2}$.

1091. 从甲城到乙城公路全长 250 千米，其中平地占 $\frac{1}{5}$，上坡路与下坡路的里程之比是 2∶3，一辆汽车从甲城开往乙城共行驶了 5 时. 已知这辆汽车行上坡路的速度比平地慢 20%，行下坡路的速度比平地快 20%，照这样计算，汽车从乙城返回甲城要行多少时？

解 1 平地占 $250\times\frac{1}{5}=50$(千米)，

上坡路是 $250\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{2}{2+3}=80$(千米)，

下坡路是 $250\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{3}{2+3}=120$(千米).

当路程一定时，时间与速度成反比. 如平地、上坡、下坡都是 50 千米，那么所花时间的比为：行上坡路所花的时间∶行平地所花的时间$=1\div1\times(1-20\%)=5\div4$. 行平地所花时间∶行下坡路所花的时间$=1\times(1+20\%)\div1$

$=6:5$. 用连比形式表示为

行上坡路所花时间：行平地所花时间：行下坡路所花时间$=15:12:10$.

行 80 千米上坡路所花时间在 5 时中应占 $15\times\frac{80}{50}=24$(份)，行 120 千米下坡路所花时间在 5 时中应占 $10\times\frac{120}{50}=24$(份). 所以从甲城到乙城行平地所花的时间为 $5\times\frac{12}{24+12+24}=1$(时). 由此可知，行平地的速度为 $50\div1=50$(千米/时)，行上坡路的速度为 $50\times(1-20\%)=40$(千米/时)，行下坡路的速度为 $50\times(1+20\%)=60$(千米/时).

从乙城返回甲城，原来的上坡路现在成为下坡路，原来的下坡路现在成为上坡路，所以共用 $120\div40+50\div50+80\div60=5\frac{1}{3}$(时)；

解 2　设这辆汽车在平地上的行驶速度是每时 x 千米. 依题意，得

$$\frac{250\times\frac{1}{5}}{x}+\frac{250\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{2}{2+3}}{(1-20\%)x}+\frac{250\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{3}{2+3}}{(1+20\%)x}=5.$$

解方程，得　$x=50$. 即这辆汽车在平地上的行驶速度是每时 50 千米，所以从乙城返回甲城共用

$$\frac{250\times\frac{1}{5}}{50}+\frac{250\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{2}{2+3}}{50\times(1+20\%)}+\frac{250\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{3}{2+3}}{50\times(1-20\%)}=5\frac{1}{3}\text{(时)}.$$

1092. 一个水池，贮有一定数量的水，每天取出这个定量的 3%供饮用. 20 天后，每天注入定量的 5%. 注入 25 天后，就停止注入. 问再过多少天水池中的水将完全取完？

解　将这一定数量的水看作“1”. 得

$$[(1-3\%\times20)+(5\%-3\%)\times25]\div3\%=30\text{(天)}.$$

1093. 举行一个会议，准备的椅子不足 8 张；如果增加原来椅子数的 $\frac{1}{2}$，那么就多余 12 张. 问出席会议的有多少人？

解 1　设原来的椅子数是“1”，那么$(12+8)$张相当于 $\left(1+\frac{1}{2}\right)$与 1 的差. 所以原来的椅子数是$(12+8)\div\left(1+\frac{1}{2}-1\right)=40$(张). 由此可知，出席会议的人数是 $40+8=48$(人)；

解 2　设出席会议的有 x 人. 依题意，得

$$x-8+\frac{x-8}{2}=x+12.$$



解方程，得 $x=48$.

所以出席会议的有 48 **人.**

1094. **一个最简分数，若分子加上** 1，**可以约成** $\frac{2}{3}$；**若分子减去** 1，**可以约成** $\frac{1}{2}$. **求这个分数.**

解 1　因为 $\frac{\text{分子}+1}{\text{分母}}+\frac{\text{分子}-1}{\text{分母}}=2\times\frac{\text{分子}}{\text{分母}}$，**所以** $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$ **的和是原分数的** 2 **倍. 因此原分数为** $\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)\div 2=\frac{7}{12}$；

解 2　用逐试法解.

$\frac{2}{3}=\frac{2\times 2}{3\times 2}=\frac{4}{6}$，$\frac{4-2}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\neq\frac{1}{2}$，**不适合，**

$\frac{2}{3}=\frac{2\times 3}{3\times 3}=\frac{6}{9}$，$\frac{6-2}{9}=\frac{4}{9}\neq\frac{1}{2}$，**不适合，**

$\frac{2}{3}=\frac{2\times 4}{3\times 4}=\frac{8}{12}$，$\frac{8-2}{12}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$，**适合，**

所以，所求分数为 $\frac{7}{12}$；

或 $\frac{1}{2}=\frac{1\times 2}{2\times 2}=\frac{2}{4}$，$\frac{2+2}{4}=1\neq\frac{2}{3}$，**不适合，**

$\frac{1}{2}=\frac{1\times 3}{2\times 3}=\frac{3}{6}$，$\frac{3+2}{6}=\frac{5}{6}\neq\frac{2}{3}$，**不适合，**

$\frac{1}{2}=\frac{1\times 4}{2\times 4}=\frac{4}{8}$，$\frac{4+2}{8}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}\neq\frac{2}{3}$，**不适合，**

$\frac{1}{2}=\frac{1\times 5}{2\times 5}=\frac{5}{10}$，$\frac{5+2}{10}=\frac{7}{10}\neq\frac{2}{3}$，**不适合，**

$\frac{1}{2}=\frac{1\times 6}{2\times 6}=\frac{6}{12}$，$\frac{6+2}{12}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$，**适合. 所以，所求分数为** $\frac{7}{12}$；

解 3　设原分数为 $\frac{x}{y}$. **依题意，得**

$$\begin{cases}\dfrac{x+1}{y}=\dfrac{2}{3},\\[2ex]\dfrac{x-1}{y}=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$$

解方程组，得 $x=7$，$y=12$.

所以原分数为 $\frac{7}{12}$.

1095. 把一个最简分数的分子加上 3，约简得 $\frac{5}{6}$；把原分数的分子扩大 3 倍以后，再从分子中减去 3，约分得 2. 求原分数.

解 1 因为 $\frac{\text{分子}+3}{\text{分母}}+\frac{\text{分子}\times 3-3}{\text{分母}}=\frac{\text{分子}}{\text{分母}}\times 4$，所以 $2+\frac{5}{6}$ 是原分数的 4 倍. 因此，原分数为 $\left(2+\frac{5}{6}\right)\div 4=\frac{17}{24}$；

解 2 设原分数为 $\frac{x}{y}$. 依题意，得

$$\begin{cases}\dfrac{x+3}{y}=\dfrac{5}{6},\\[2ex] \dfrac{3x-3}{y}=2.\end{cases}$$

解方程组，得 $x=17$，$y=24$. 所以原分数为 $\frac{17}{24}$.

1096. 某年级统计语、数优等生人数，语文优等生人数占语、数优等生总数的 $\frac{2}{5}$，数学优等生人数占语、数优等生总数的 $\frac{3}{4}$，两科全优的有 12 人. 问共有多少优等生？语、数单科优等生各是多少人？

解 语、数优等生中包括数学单科优等生、语文单科优等生和两科全优生三种，总数为这三种优等生人数之和. 把总数看作“1”. $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}-1=\frac{3}{20}$，表明两科全优生占总数的 $\frac{3}{20}$.

所以语、数优等生总数为 $12\div\frac{3}{20}=80$(人).

语文单科优等生 $80\times\left(\frac{2}{5}-\frac{3}{20}\right)=20$(人)；

数学单科优等生 $80\times\left(\frac{3}{4}-\frac{3}{20}\right)=48$(人).

1097. 两个工厂生产同样的产品. 甲厂贮存的某种原料是乙厂的 3 倍. 当甲厂用去所存原料的 $\frac{2}{5}$，乙厂用去所存原料的 $\frac{1}{5}$ 以后，甲厂再调拨 97.5 吨给乙厂，这时两厂所有的原料正好相等. 问两厂原各有原料多少吨？

解 1 设乙厂原有的原料为 1，那么甲厂原有的原料为 3. 甲厂用去原有原料的 $\frac{2}{5}$ 后，剩下 $3\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=\frac{9}{5}$；乙厂用去原有原料的 $\frac{1}{5}$ 后，剩下

$1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$. 这时,两厂相差 $\frac{9}{5}-\frac{4}{5}=1$,相当于 $97.5\times2=195$(吨). 因此乙厂原有原料 195 吨. 甲厂原有原料 $195\times3=585$(吨);



解 2 设甲厂原有原料为 1,那么乙厂原有的原料为 $\frac{1}{3}$.

$$97.5\times2\div\left[\left(1-\frac{2}{5}\right)-\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\right]=585(\text{吨})\cdots\cdots\text{甲厂},$$

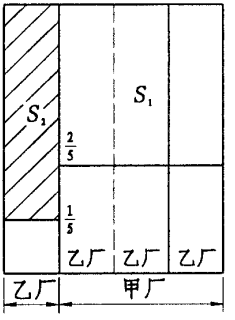
$$585\times\frac{1}{3}=195(\text{吨})\cdots\cdots\text{乙厂};$$

解 3 设甲、乙两厂原有原料的和为"1",那么甲厂原有的原料为 $\frac{3}{1+3}$,乙厂原有的原料为 $\frac{1}{1+3}$.

$$97.5\times2\div\left[\frac{3}{1+3}\times\left(1-\frac{2}{5}\right)-\frac{1}{1+3}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\right]\times\frac{3}{1+3}$$
$$=585(\text{吨})\cdots\cdots\text{甲厂},$$

$$97.5\times2\div\left[\frac{3}{1+3}\times\left(1-\frac{2}{5}\right)-\frac{1}{1+3}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\right]\times\frac{1}{1+3}$$
$$=195(\text{吨})\cdots\cdots\text{乙厂};$$

解 4 用面积法解.



S_1 表示甲厂用去 $\frac{2}{5}$ 后所剩的原料,S_2 表示乙厂用去 $\frac{1}{5}$ 后所剩的原料. 根据题意:$S_2+97.5\times2=S_1$. 又 $S_1=$甲厂原料$\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=$乙厂原料$\times\left(1-\frac{2}{5}\right)\times3$,$S_2=$乙厂原料$\times\left(1-\frac{1}{5}\right)$,所以,乙厂原料$\times\left(1-\frac{2}{5}\right)\times3=$乙厂原料$\times\left(1-\frac{1}{5}\right)+97.5\times2$.

$$\text{乙厂原料}=97.5\times2\div\left[\left(1-\frac{2}{5}\right)\times3-\left(1-\frac{1}{5}\right)\right]=195(\text{吨}).$$

甲厂原料$=195\times3=585$(吨);

解 5 设乙厂原有原料 x 吨,则甲厂原有原料 $3x$ 吨. 依题意,得

$$3x-\frac{2}{5}\times3x-97.5=x-\frac{x}{5}+97.5.$$

解方程,得 $x=195$,$3x=3\times195=585$.

所以甲厂原有原料 585 吨,乙厂原有原料 195 吨.

1098. 有长短不同的两条绳子,甲绳的长度是乙绳的 3 倍. 如果截下甲

绳的 $\frac{3}{8}$ 接到乙绳上，这时乙绳反而比甲绳长了. 问需从乙绳截下几分之几接到甲绳上才能使两条绳子的长度相等.

解 设乙绳原来的长度为“1”，那么甲绳原来的长度为“3”. 甲绳截下 $\frac{3}{8}$ 接到乙绳上，这时甲绳长度是 $3\times\left(1-\frac{3}{8}\right)=1\frac{7}{8}$，乙绳的长度是 $1+3\times\frac{3}{8}=2\frac{1}{8}$. 乙绳比甲绳长 $2\frac{1}{8}-1\frac{7}{8}=\frac{1}{4}$. 因此，只要从乙绳上截下 $\frac{1}{4}\div 2=\frac{1}{8}$ 接到甲绳上，两绳的长度就相等. 这个 $\frac{1}{8}$ 应该是这时乙绳长度的

$$\frac{1}{8}\div 2\frac{1}{8}=\frac{1}{17}.$$

1099. 一个食堂买来的面粉是米的 2 倍. 每天吃 30 千克米，40 千米面粉. 若干天后，米全部吃完，面粉还剩 160 千克. 这个食堂买面粉和米各多少千克？

解 1 把面粉的千克数看作“1”，那么米的千克数是 $\frac{1}{2}$. 当天数一定时，每天用粮数与用粮总数成正比. 所以根据题意，得

$$30:40=\frac{1}{2}:x.$$

解比例方程，得 $x=\frac{2}{3}$. 即所吃的面粉占面粉总数的 $\frac{2}{3}$.

因此买来的面粉为 $160\div\left(1-\frac{2}{3}\right)=480$(千克)；

米为 $480\times\frac{1}{2}=240$(千克)；

解 2 假设买来的米与面粉同样多，而且每天吃(30×2)千克米，40 千克面粉. 那么若干天后面粉还剩 160 千克而米仍然吃完. 这是因为每天吃的米比面粉多$(30\times 2-40)$千克. 因此，$160\div(30\times 2-40)$是吃的天数. 从而得到买来的米为 $30\times[160\div(30\times 2-40)]=240$(千克)，买来的面粉为 $240\times 2=480$(千克)；

解 3 用列表法解.

用粮总数	每天用粮数	天数
大米 $\frac{1}{2}\times 2$	30×2	t
面粉 1 还差 160 千克	40	t

转化为差比问题

$30\times[160\div(30\times2-40)]=240$(千克)……大米，

$40\times[160\div(30\times2-40)]+160=480$(千克)……面粉；



解 4 设买来米 x 千克，则买来的面粉是 $2x$ 千克. 依题意，得

$$\frac{2x-160}{40}=\frac{x}{30}.$$

解方程，得 $x=240$，$2x=2\times240=480$.

所以买来米 240 千克，买来面粉 480 千克.

1100. 两根同样长的绳子，一根剪去 $\frac{2}{5}$ 米，另一根剪去它的 $\frac{2}{5}$，问剩下的绳子哪一根长？

解 设两根绳子各长 a 米.

当 $a<1$ 时，因为 $\frac{2}{5}a<\frac{2}{5}$，所以 $a-\frac{2}{5}<a-\frac{2}{5}a$，即第二根剩下的绳子比第一根剩下的绳子长.

当 $a=1$ 时，因为 $\frac{2}{5}a=\frac{2}{5}$，所以，$a-\frac{2}{5}=a-\frac{2}{5}a$，即第一根剩下的绳子与第二根剩下的绳子同样长.

当 $a>1$ 时，因为 $\frac{2}{5}a>\frac{2}{5}$，所以，$a-\frac{2}{5}>a-\frac{2}{5}a$，即第一根剩下的绳子比第二根剩下的绳子长.

1101. 有两种铜和锌的合金. 第一种铜锌之比为 3∶2；第二种铜锌之比为 7∶3. 如果要得到铜锌之比为 11∶5 的新合金 16 千克，问两种合金各应取多少千克？

解 1 两种合金中铜锌所占的分率是：

	铜	锌
第一种：	$\frac{3}{3+2}=\frac{3}{5}$	$\frac{2}{3+2}=\frac{2}{5}$
第二种：	$\frac{7}{7+3}=\frac{7}{10}$	$\frac{3}{7+3}=\frac{3}{10}$
新合金：	$\frac{11}{11+5}=\frac{11}{16}$	$\frac{5}{11+5}=\frac{5}{16}$

从各种合金中所含的铜来看

$$\frac{3}{5}<\frac{11}{16}<\frac{7}{10}.$$

这说明，两种含有同样成分而比例不同的合金，经熔化而成一种新合金时，就某种金属而言，新合金所含这种金属的分率必介于原来两种合金所含这种金属的分率之间. 因此我们可以选用新合金中的某一金属的分率作为

标准进行分析比较，从而求解.

现在仍就铜进行观察.

假设原来两种合金各取 1 千克. 从 1 千克第二种合金中可以得到 $\frac{7}{10}$ 千克的铜，这 1 千克合金熔到新合金中比需求的铜多余 $\frac{7}{10}-\frac{11}{16}=\frac{1}{80}$（千克）；从 1 千克第一种合金中可以得到 $\frac{3}{5}$ 千克铜，比 1 千克新合金中的铜少了 $\frac{11}{16}-\frac{3}{5}=\frac{7}{80}$（千克）. 由此可知，需用 7 千克第二种合金才能平衡 1 千克第一种合金在铜方面所形成的差额，即第一种合金的重量应是第二种合金的 $\frac{1}{7}$，或第一种合金应在新合金中占 $\frac{\frac{1}{7}}{1+\frac{1}{7}}=\frac{1}{8}$. 所以第一种合金应取 $16\times\frac{1}{8}=2$（千克）；第二种合金应取 $16-2=14$（千克）.

综合算式：$16\times\dfrac{\dfrac{\frac{7}{7+3}-\frac{11}{11+5}}{\frac{11}{11+5}-\frac{3}{3+2}}}{1+\dfrac{\frac{7}{7+3}-\frac{11}{11+5}}{\frac{11}{11+5}-\frac{3}{3+2}}}=2$（千克）……第一种，

$16-2=14$（千克）……第二种；

或　第一种：第二种$=\left(\frac{7}{7+3}-\frac{11}{11+5}\right):\left(\frac{11}{11+5}-\frac{3}{3+2}\right)=1:7$.

$16\div(1+7)\times1=2$（千克）……第一种，

$16\div(1+7)\times7=14$（千克）……第二种.

如果就锌进行观察，取得的结果相同.

$$\underset{\text{（第二种）}}{\frac{3}{7+3}}<\frac{5}{11+5}<\underset{\text{（第一种）}}{\frac{2}{3+2}}$$

$$\frac{2}{3+2}-\frac{5}{11+5}=\frac{7}{80}\text{（千克）},$$

$$\frac{5}{11+5}-\frac{3}{7+3}=\frac{1}{80}\text{（千克）}.$$

第一种：第二种$=\frac{1}{80}:\frac{7}{80}=1:7$

$16\div(1+7)\times1=2$(千克)……第一种，

$16\div(1+7)\times7=14$(千克)……第二种；

解 2 第二种合金所含铜的分率最高. 以它作为比较的标准：

$$16\times\frac{\frac{7}{7+3}-\frac{11}{11+5}}{\frac{7}{7+3}-\frac{3}{3+2}}=2\text{(千克)……第一种，}$$

$16-2=14$(千克)……第二种；

解 3 用列表法解.

	合 金 重	含 铜 率
$1\times\frac{3}{5}$	① $\forall$ 1 份	$\frac{8}{5}$
$11-1\times\frac{3}{5}$	② $\left(\frac{11}{\frac{7}{10}}-\frac{1\times\frac{3}{5}}{\frac{7}{10}}\right)$	$\frac{7}{10}$
$11-16\times\frac{11}{16}$	③ 16 千克	$\frac{11}{16}$

$$\left(16-\frac{11}{\frac{7}{10}}\right)\div\left(1-\frac{1\times\frac{3}{5}}{\frac{7}{10}}\right)=2\text{(千克)……第一种，}$$

$16-2=14$(千克)……第二种；

解 4 设第一种合金应取 x 千克，第二种合金应取 y 千克.

$$\begin{cases}\frac{3}{3+2}x+\frac{7}{7+3}y=16\times\frac{11}{11+5},\\ \frac{2}{3+2}x+\frac{3}{7+3}y=16\times\frac{5}{11+5}.\end{cases}$$

解方程组，得 $x=2$，$y=14$.

所以第一种合金取 2 千克，第二种合金取 14 千克.

1102. A、B 两村相距 2 千米，分别在河流的上下游. 某日有甲船由 A 村，又有乙船由 B 村同时相向航行，两船相会于两村的中途. 相会后，甲船到达 B 村，乙船到达 A 村时，并不停留仍循原路回航，两船又在离 B 村 500 米之某处相会. 第二次相会离第一次相会的时间相隔 1 时又 20 分，问这条河流中水的速度是多少？

解 1 因为甲船自 A 村、乙船自 B 村同时出发相向航行且相会于中途，所以

$v_{甲}+v_{水}=v_{乙}-v_{水}$（水流自 A 村流向 B 村），

因此，$v_{乙}-v_{甲}=2v_{水}$ ①

相会后继续航行，航向不变，航速就不变，则甲乙两船必同时到达 B 村和 A 村，设所需时间为 t 时.

因为两船同时到达两村且立即循原路返航，相遇于离 B 村 500 米的 D 点，所以乙船回航 AD，甲船回航 BD 所用时间又必相等，设此时间为 t_1 时.

$\because$ $(v_{乙}-v_{水})t+(v_{甲}+v_{水})t=2$，

$(v_{乙}+v_{水})t_1+(v_{甲}-v_{水})t_1=2$，

$\therefore$ $(v_{乙}+v_{甲})(t-t_1)=0$.

$\because$ $v_{乙}+v_{甲}\neq 0$，

$\therefore$ $t-t_1=0$，即 $t=t_1$.

因此 $t=t_1=1\frac{1}{3}\div 2=\frac{2}{3}$（时）.

$\because$ $\dfrac{1\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}=v_{乙}+v_{水}$，$\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}=v_{甲}-v_{水}$，

$\therefore$ $\dfrac{1\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}-\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}=v_{乙}+v_{水}-(v_{甲}-v_{水})=v_{乙}-v_{甲}+2v_{水}$.

以①代入上式，得 $\dfrac{1\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}-\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}=4v_{水}$，

所以所求水速为 $\left(\dfrac{1\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}-\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}\right)\div 4=\frac{3}{8}$（千米/时）；

解 2　设甲船速度为 x 千米/时，乙船速度为 y 千米/时. 水流的速度为 z 千米/时.

$\dfrac{2}{(x+z)+(y-z)}$ 为出发后第一次相遇时间，也就是第一次相遇后继续航行两船各自到达 B 村和 A 村的时间，$\left[1\frac{1}{3}-\dfrac{2}{(x+z)+(y-z)}\right]$ 为乙船从 A 村出发，甲船从 B 村同时出发到第二次相遇所用的时间. 乘以两船回航时的速度和即为 A、B 两村间的距离 2 千米. 所以列方程

$$\left[1\frac{1}{3}-\frac{2}{(x+z)+(y-z)}\right]\times[(y+z)+(x-z)]=2,$$

即 $\left(\frac{4}{3}-\frac{2}{x+y}\right)\times(x+y)=2$，亦即 $x+y=3$.

又　根据题意，得　$x+z=y-z$.

即　$x-y+2z=0$.

如果时间一定，速度与路程成正比例，所以 $\frac{x-z}{y+z}=\frac{0.5}{2-0.5}$，化简，得 $3x-y-4z=0$.

解方程组

$$\begin{cases}x+y=3,\\x-y+2z=0,\\3x-y-4z=0,\end{cases}$$

得

$$\begin{cases}x=1\frac{1}{8},\\y=1\frac{7}{8},\\z=\frac{3}{8}.\end{cases}$$

所以水流的速度为每小时 $\frac{3}{8}$ 千米.

1103. 收割一块麦田，每小时收割 4 公顷，预计若干时完成，收割了 $\frac{2}{3}$ 以后，改用新式农具，工作效率提高到原来的 $1\frac{1}{2}$ 倍，因此比预定的时间提早 1 时完成. 这块麦田有多少公顷？

解 1　耕一公顷地，原来需用 $\frac{1}{4}$ 时，现在用 $\frac{1}{4\times1\frac{1}{2}}$ 时. 这块麦田的 $\left(1-\frac{2}{3}\right)$ 是 $\left[1\div\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{4\times1\frac{1}{2}}\right)\right]$ 公顷.

所以 $1\div\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{4\times1\frac{1}{2}}\right)\div\left(1-\frac{2}{3}\right)=36$（公顷）；

解 2　设收割这块麦田的 $\left(1-\frac{2}{3}\right)$ 原用 t_1 时，提高效率后用 t_2 时. 工作量一定时，工作时间与效率成反比，所以 $t_1:t_2=1\frac{1}{2}:1=3:2$. 用差比法，得

t_1 为 $1\div(3-2)\times3=3$（时），

t_2 为 $1\div(3-2)\times2=2$（时）.

所以麦田有

$$4\times3\div\left(1-\frac{2}{3}\right)=36(\text{公顷}),$$

或

$$4\times1\frac{1}{2}\times2\div\left(1-\frac{2}{3}\right)=36(\text{公顷});$$

解 3 与解 2 类似，如 $t_1:t_2=1\frac{1}{2}:1$，可列式为：

$$4\times\left[1\div\left(1\frac{1}{2}-1\right)+1\right]\div\left(1-\frac{2}{3}\right)=36(\text{公顷}),$$

或

$$4\times\left[1\div\left(1\frac{1}{2}-1\right)\times1\frac{1}{2}\right]\div\left(1-\frac{2}{3}\right)=36(\text{公顷});$$

解 4 用比例法解.

设收割麦田的$\left(1-\frac{2}{3}\right)$原用 t 时，则提高工效后用$(t-1)$时.

$$t:(t-1)=1\frac{1}{2}:1,$$

解比例式，得 $t=3$. 所以麦田有 $4\times3\div\left(1-\frac{2}{3}\right)=36(\text{公顷})$；

解 5 用列表法解.

工 作 量	工 效		时 间
1×4	4 公顷		$\forall1$
$1\times4\times\frac{2}{3}$	4 公顷	⟶	$\left(1\times4\times\frac{2}{3}\right)\div4$
$1\times4\times\left(1-\frac{2}{3}\right)$	4 公顷$\times1\frac{1}{2}$	⟶	$1\times4\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\div\left(4\times1\frac{1}{2}\right)$

$$4\times1\div\left(1-\frac{1\times4\times\frac{2}{3}}{4}-\frac{1\times4\times\left(1-\frac{2}{3}\right)}{4\times1\frac{1}{2}}\right)=36(\text{公顷}).$$

或

工 作 量	工 效		时 间
$\forall1$	4 公顷	⟶	$\frac{1}{4}$
$\frac{2}{3}$	4	⟶	$\frac{2}{3}\div4$
$1-\frac{2}{3}$	$4\times1\frac{1}{2}$	⟶	$\left(1-\frac{2}{3}\right)\div\left(4\times1\frac{1}{2}\right)$

$$\div\left(\frac{1}{4}-\frac{\frac{2}{3}}{4}-\frac{1-\frac{2}{3}}{4\times1\frac{1}{2}}\right)=36(\text{公顷}).$$

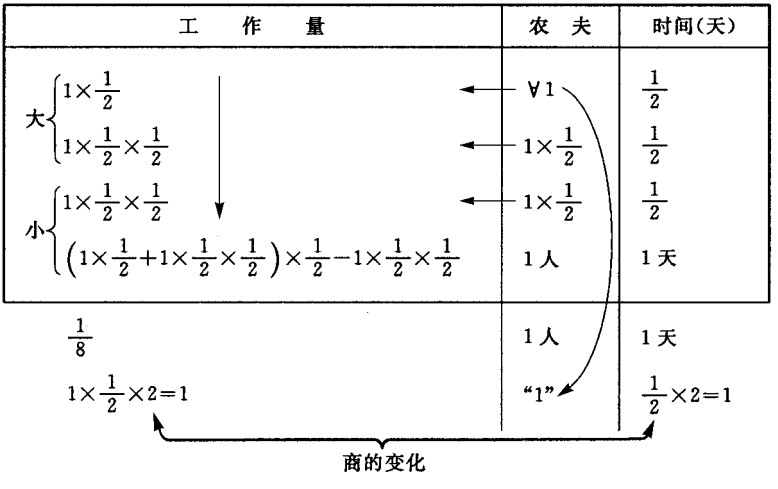
1104. 托尔斯泰的问题：

一个农场的农夫们要把两片草地的草割掉. 大的一片有小的两倍大. 上半天农夫们都在大的一片上割草，午后农夫们对半分开：一半人留在大的草地上，工作到晚就把草地割完了；另外一半人到小的草地上去割，到晚还剩下一块，改日由一个农夫去割，恰好要一天工夫. 问这个农场有几个农夫？

解1　设农夫总数为“1”. 下午，在大的一片上相当于农夫的$\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)$割了一天；同样在小的一片上也相当于农夫的$\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)$割了一天. 大的一片如由农夫的$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)$割一天就能割完；小的一片面积是大的$\frac{1}{2}$，因此小的一片如果由农夫的$\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}\right]$割一天也能割完. 由此求得农夫的总数为

$$1\div\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right]=8(\text{人}).$$

上面的叙述可列表示意如下



全体农夫一天完成工作量1（大片工作量$\frac{3}{4}$，小片工作量$\frac{3}{8}$，两片工

作总量 $1\frac{1}{8}$），农夫 1 人一天完成工作量 $\frac{1}{8}$. 所以 1 人是农夫总数的 $\frac{1}{8}$，总数为 $1\div\frac{1}{8}=8$（人）.

综合算式为

$$1\div\left[\left(1\times\frac{1}{2}+1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}-1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right]=8\text{（人）；}$$

解 2 用列表法解.

工作量	人数	时间（天）
大 $\forall 1$	$\forall$ a	0.5
	$\frac{a}{2}$	0.5
小 $\frac{1}{2}$	$\frac{a}{2}$	0.5
	1 人	1 天
转化为 → 大 1	$a+\frac{a}{2}$	0.5
小 $\frac{1}{2}$	$\frac{a}{2}+2$ 人	0.5
转化为 → 大 1	$a+\frac{a}{2}$	0.5
小 $\frac{1}{2}\times 2=1$	$\left(\frac{a}{2}+2\text{ 人}\right)\times 2$	0.5

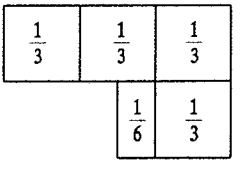
（1 人做 1 天，相当于 2 人做半天）

$\longrightarrow a+\frac{a}{2}=\left(\frac{a}{2}+2\text{ 人}\right)\times 2$

$\longrightarrow a+\frac{a}{2}=a+4\text{ 人}\longrightarrow\frac{a}{2}=4\text{ 人}$

$\longrightarrow a=8\text{ 人}$；

解 3 因为大的一片草地需要全组割草人割半天以后，还有一半割草人再割半天，显然，一半割草人半天时间可割这块地的 $\frac{1}{3}$. 因此，小片地上留下的没割的一块是大片地的 $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$. 而当天一共割了大片地的 $1+\frac{1}{3}=\frac{8}{6}$. 所以割草人为 $\frac{8}{6}\div\frac{1}{6}=8$（人）. 图解如右；





解 4 设割草人共 x 人. 全体割草人干一天再加 1 个割草人干一天才割完两片草地,则 1 人割完需$(x+1)$天,割完两片草地的 $\frac{1}{3}$ 需 $\frac{x+1}{3}$ 天. 另一方面,割小片草地 $\frac{x}{2}$ 人干了 $\frac{1}{2}$ 天,还需 1 人干一天,合 1 人干$\left(\frac{x}{4}+1\right)$天. 依题意,得

$$\frac{x+1}{3}=\frac{x}{4}+1.$$

解方程,得 $x=8$.

所以共有割草人 8 人;

解 5 设共有 x 人. 割完两片草地需$(x+1)$个工作日,其中大片草地需 $\frac{2}{3}(x+1)$个工作日,实际上全体割草人在大片草地上割了半天,用 $\frac{1}{2}x$ 个工作日. 一半人又在大片草地上割半天,用 $\frac{1}{4}x$ 个工作日. 依题意,得

$$\frac{2}{3}(x+1)=\frac{x}{2}+\frac{x}{4}.$$

解方程,得 $x=8$.

所以共有 8 人;

解 6 设共有 x 人. 割大片草地需 $\frac{2}{3}(x+1)$个工作日,割小片草地用 $\left(\frac{x}{4}+1\right)$个工作日. 大片草地为小片草地的 2 倍,所用工作日数也应是小片草地的 2 倍. 依题意,得

$$\frac{2}{3}(x+1)=2\left(\frac{x}{4}+1\right).$$

解方程,得 $x=8$.

所以共有 8 人;

解 7 设割草人共有 x 人,每人每天割草面积为 y. 大片草地上 x 人割了 $\frac{1}{2}$ 天, $\frac{x}{2}$ 人又割了 $\frac{1}{2}$ 天,故大片草地的面积为 $y\left(\frac{x}{2}+\frac{x}{4}\right)$,即 $\frac{3}{4}xy$;小片草地上 $\frac{x}{2}$ 人割了 $\frac{1}{2}$ 天, 1 个人又割了 1 天,故小片草地面积为 $\frac{xy}{4}+y$,即 $\frac{xy+4y}{4}$. 因大片草地是小片草地面积的 2 倍,依题意,得

$$\frac{3xy}{4}:\frac{xy+4y}{4}=2,\text{则 }\frac{3x}{x+4}=2.$$

解方程,得 $x=8$.

所以共有割草人 8 人.

1105. 两个容器各贮酒和水的混合液共 56 千克. 甲容器中水分是酒的 $\frac{3}{5}$，乙容器中水分是酒的 $\frac{5}{6}$. 如果把它们混和在一起，这时水分是酒的 $\frac{37}{51}$. 问两容器中原来各有酒和水的混合液多少千克？

解 1　设两容器中的混合液混和后的含酒量是“1”，那么含水量应是 $\frac{37}{51}$.

56 千克是混和后含酒量的 $\left(1+\frac{37}{51}\right)$ 倍，所以 56 千克混合液中含酒 $56\div\left(1+\frac{37}{51}\right)=\frac{357}{11}$(千克)；含水　$56-\frac{357}{11}=\frac{259}{11}$(千克).

甲容器中含酒量的 $\frac{3}{5}$ 与乙容器中含酒量的 $\frac{5}{6}$ 的和等于两容器中混合液混和后的含水量，即 $\frac{259}{11}$ 千克.

对上述等量关系的双方各乘以 $\frac{5}{3}$，就得到甲容器中的含酒量与乙容器中含酒量的 $\frac{25}{18}$ 的和等于 $\left(\frac{259}{11}\times\frac{5}{3}\right)$ 千克，即 $\frac{1295}{33}$ 千克.

由此，$\frac{1295}{33}-\frac{357}{11}=\frac{224}{33}$(千克)是乙容器中含酒量的 $\frac{7}{18}$.

$\frac{224}{33}\div\frac{7}{18}=\frac{192}{11}$(千克)是乙容器中的含酒量，

$\frac{192}{11}\times\frac{5}{6}=\frac{160}{11}$(千克)是乙容器中的含水量，

$\frac{192}{11}+\frac{160}{11}=32$(千克)是乙容器中混合液的重量，

$56-32=24$(千克)是甲容器中混合液的重量；

解 2　设甲容器中原有混合液 x 千克，则乙容器中原有混合液$(56-x)$千克. 依题意，得

$$\frac{\frac{3}{5}}{1+\frac{3}{5}}x+\frac{\frac{5}{6}}{1+\frac{5}{6}}(56-x)=\frac{\frac{37}{51}}{1+\frac{37}{51}}\times 56.$$

解方程，得　$x=24$，$56-x=56-24=32$.

所以甲容器中原有混合液 24 千克，乙容器中原有混合液 32 千克.

1106. 买来 4 分邮票、8 分邮票和 1 角邮票共 100 张，总值 6 元 2 角. 其中 8 分邮票的张数是 4 分邮票和 1 角邮票总张数的 $\frac{2}{3}$. 三种邮票各买来多

少张？



解 1 $100\div\left(1+\frac{2}{3}\right)=60$(张)是 4 分邮票和 1 角邮票的总张数. $60\times\frac{2}{3}=40$(张)是 8 分邮票的张数，

列成综合式是：$100\div\left(1+\frac{2}{3}\right)\times\frac{2}{3}=40$(张).

$6.2-0.08\times40=3$(元)是 4 分邮票和 1 角邮票的总值. 知道了 4 分邮票和 1 角邮票的总张数和总值，要分别求出它们的张数，可用鸡兔问题求解.

假设这 60 张全部为 1 角邮票，总值将是 $0.1\times60=6$(元). 但这两种邮票的实际总值是 3 元，差额 $6-3=3$(元)，是由于把$[3\div(0.1-0.04)]$张 4 分邮票当作 1 角邮票而造成的. 因此

$$\left\{0.1\times\left[100\div\left(1+\frac{2}{3}\right)\right]-(6.2-0.08\times40)\right\}\div(0.1-0.04)=50$$

(张)是 4 分邮票的张数，

$100-40-50=10$(张)是 1 角邮票的张数；

解 2 设 8 分邮票买 x 张. 依题意，得

$$x=\frac{2}{3}(100-x).$$

解方程，得 $x=40$.

所以 8 分邮票买 40 张.

又设 4 分邮票买 y 张. 依题意，得

$$6.2-0.08\times40-0.04y=0.1(100-40-y).$$

解方程，得 $y=50$.

所以 4 分邮票买 50 张，1 角邮票买 $100-40-50=10$(张).

1107. 某商店代售邮票，在清点存货时，发现卖剩的 4 分邮票的金额是卖剩的 8 分邮票的金额的 $\frac{10}{17}$，两种邮票相差 3 张. 问卖剩的两种邮票各是多少张？

解 1 设 8 分邮票的金额为“1”，那么，4 分邮票的金额为 $\frac{10}{17}$.

如果两种邮票的张数相同，那么 4 分邮票的金额应为 8 分邮票金额的 $\frac{1}{2}$. 现在 $\frac{10}{17}>\frac{1}{2}$，所以两种邮票的相差数 3 张，应是 4 分邮票. 3 张 4 分邮票的金额是 12 分，应占 8 分邮票金额的 $\frac{10}{17}-\frac{1}{2}=\frac{3}{34}$.

因此 8 分邮票的金额为 $12\div\frac{3}{34}=136$(分),张数为 $136\div8=17$(张);

4 分邮票有 $17+3=20$(张);

解 2

剩下总金额	单　价	卖剩张数
S_1	4 分	m_1
S_2	8 分	m_2

表中 m_1 与 m_2 的差为 3 张，$S_1=S_2\times\frac{10}{17}$.

使 4 分邮票成为 8 分邮票,这样单价就成为不变量.

剩下总金额	单　价	卖剩张数
$S_1\times2$	4 分$\times2$	m_1
S_2	8 分	m_2

单价一定,剩下的总金额与卖剩的张数成正比.所以,

$$\frac{2S_1}{S_2}=\frac{2\left(S_2\times\frac{10}{17}\right)}{S_2}=\frac{20}{17}=\frac{m_1}{m_2}\xrightarrow{\text{问题转化为差倍问题}}$$

$3\div(20-17)\times20=20$(张)……4 分邮票,

$3\div(20-17)\times17=17$(张)……8 分邮票;

解 3　设 m_4 是 4 分邮票卖剩的张数，m_8 是 8 分邮票卖剩的张数.

$$4\times m_4=8\times m_8\times\frac{10}{17},$$

$$m_4=m_8\times\frac{20}{17},$$

$m_8=3\div\left(\frac{20}{17}-1\right)=17$(张)……8 分邮票,

$m_4=3\div\left(\frac{20}{17}-1\right)\times\frac{20}{17}=20$(张)……4 分邮票;

解 4　同解 3,设 m_4 为 4 分邮票卖剩的张数，m_8 为 8 分邮票卖剩的张数.

由已知条件得　$4\times m_4=8\times m_8\times\frac{10}{17}$　①

假设 8 分的张数与 4 分的相同　$4\times m_4=8\times m_4\times\frac{1}{2}$　②　$\Longrightarrow$ ①②

$m_8\times\frac{10}{17}=m_4\times\frac{1}{2}$. 这等式说明 8 分邮票张数的 $\frac{10}{17}$ 等于 4 分邮票张数的 $\frac{1}{2}$. 由此可得出以下多种解法：



(1) $m_8:m_4=\frac{1}{2}:\frac{10}{17}=17:20$

所以，8 分邮票为

$$3\div(20-17)\times17=17(\text{张}),$$

4 分邮票为

$$3\div(20-17)\times20=20(\text{张});$$

(2) 令 8 分邮票的张数为“1”，则 4 分邮票的张数为 $\frac{10}{17}\div\frac{1}{2}$.

$3\div\left(\frac{10}{17}\div\frac{1}{2}-1\right)=17(\text{张})\cdots\cdots8$ 分邮票，

$3\div\left(\frac{10}{17}\div\frac{1}{2}-1\right)\times\left(\frac{10}{17}\div\frac{1}{2}\right)=20(\text{张})\cdots\cdots4$ 分邮票；

如令 4 分邮票的张数为“1”，则 8 分邮票的张数为 $\frac{1}{2}\div\frac{10}{17}$.

$3\div\left(1-\frac{1}{2}\div\frac{10}{17}\right)=20(\text{张})\cdots\cdots4$ 分邮票，

$3\div\left(1-\frac{1}{2}\div\frac{10}{17}\right)\times\left(\frac{1}{2}\div\frac{10}{17}\right)=17(\text{张})\cdots\cdots8$ 分邮票；

(3) 用倍比法解.

8 分邮票的张数应是它 $\frac{10}{17}$ 的 $\frac{1}{\frac{10}{17}}$，现在 8 分邮票张数的 $\frac{10}{17}$ 等于 4 分邮票的 $\frac{1}{2}$，则 8 分邮票的张数应是 4 分邮票张数的 $\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{\frac{10}{17}}\right)$.

$3\div\left(1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{\frac{10}{17}}\right)=20(\text{张})\cdots\cdots4$ 分邮票，

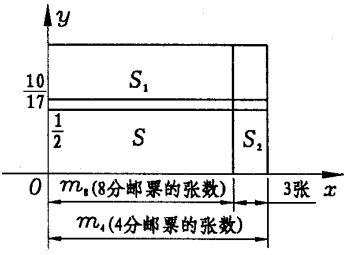
$3\div\left(1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{\frac{10}{17}}\right)\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{\frac{10}{17}}\right)=17(\text{张})\cdots\cdots8$ 分邮票；

用类似的推理方法可得

$3\div\left(\frac{10}{17}\times\frac{1}{\frac{1}{2}}-1\right)=17(\text{张})\cdots\cdots8$ 分邮票，

$3\div\left(\frac{10}{17}\times\frac{1}{\frac{1}{2}}-1\right)\times\left(\frac{10}{17}\times\frac{1}{2}\right)=20$(张)……4 分邮票;

(4) 用面积法解.



已知 $m_4\times\frac{1}{2}=m_8\times\frac{10}{17}$,所以, $S+S_2=S+S_1$, $S_1=S_2$,而 $S_1=m_8\times\left(\frac{10}{17}-\frac{1}{2}\right)$, $S_2=3\times\frac{1}{2}$,所以, $m_8\times\left(\frac{10}{17}-\frac{1}{2}\right)=3\times\frac{1}{2}$, $m_8=3\times\frac{1}{2}\div\left(\frac{10}{17}-\frac{1}{2}\right)=17$(张)……8 分邮票, $m_4=17\times\frac{10}{17}\div\frac{1}{2}=20$(张)……4 分邮票;

解 5 用列表法解.

总　　价	邮票单价	卖剩的张数
$8\times1\times\frac{10}{17}$	4 分	$\frac{8\times1\times\frac{10}{17}}{4}$
8×1	8 分	∀1 份
		差 3 张

$3\div\left(\frac{8\times1\times\frac{10}{17}}{4}-1\right)=17$(张)……8 分邮票,

$17+3=20$(张)……4 分邮票;

解 6 设 8 分邮票是 x 张,则 4 分邮票是$(x-3)$张. 依题意,得

$$0.04(x-3)=0.08x\times\frac{10}{17}.$$

解方程,得 $x=-17$.

邮票的张数不应是负数,这表明 4 分邮票的张数多于 8 分邮票,应为$(x+3)$张. 重列方程,得

$$0.04(x+3)=0.08x\times\frac{10}{17}.$$



解方程，得 $x=17$，$x+3=17+3=20$.

所以 8 分邮票卖剩 17 张，4 分邮票卖剩 20 张.

1108. 茶叶店运到一级茶和二级茶一批. 其中二级茶的数量是一级茶的 $\frac{1}{2}$. 已知一级茶和二级茶每千克的批发价分别是 6.40 元和 4.80 元. 如果这两种茶各加价 12.5%出售，那么共可盈利 176 元，问这两种茶各运到多少千克？

解 1 每售出 1 千克一级茶，$\frac{1}{2}$ 千克二级茶可盈利 $6.4\times12.5\%+4.8\times12.5\%\times\frac{1}{2}=1.10$(元).

由 $176\div1.1=160$ 可知运到的一级茶和二级茶分别是 1 千克的 160 倍和 $\frac{1}{2}$ 千克的 160 倍. 所以，运到的一级茶是 160 千克，二级茶是 $\frac{1}{2}\times160=80$(千克)；

解 2 设运到一级茶 x 千克，则运到二级茶是 $\frac{x}{2}$ 千克. 依题意，得

$$6.4\times12.5\%\times x+4.8\times12.5\%\times\frac{x}{2}=176.$$

解方程，得 $x=160$，$\frac{x}{2}=\frac{160}{2}=80$.

所以运到一级茶 160 千克，二级茶 80 千克.

1109. 甲、乙、丙三个集邮爱好者各有纪念邮票若干，互相进行交换. 先由乙取出他所有邮票的 $\frac{1}{3}$，由丙取出他所有邮票的 $\frac{1}{10}$ 一起给甲；然后由甲取出他这时所有邮票的 $\frac{1}{8}$，由丙取出他这时所有邮票的 $\frac{1}{9}$ 一起给乙；最后，由乙取出他这时所有邮票的 $\frac{3}{11}$，由甲取出他这时所有邮票的 $\frac{2}{7}$ 一起给丙. 这样，甲有邮票 155 枚，乙有邮票 136 枚，丙有邮票 209 枚. 问当初三人各有邮票多少枚？

解 第二次交换后甲由所有邮票中取出 $\frac{2}{7}$，而余 155 枚，所以第二次交换后甲有邮票 $155\div\left(1-\frac{2}{7}\right)=217$(枚)；第二次交换后，乙有邮票 $136\div\left(1-\frac{3}{11}\right)=187$(枚). 丙由甲处得 $217\times\frac{2}{7}=62$(枚)，由乙处得 $187\times\frac{3}{11}$

$=51$(枚),而有 209 枚,所以第二次交换后丙有邮票 $209-62-51=96$(枚).

同理,第一次交换后,

甲有邮票 $217\div\left(1-\frac{1}{8}\right)=248$(枚);

丙有邮票 $96\div\left(1-\frac{1}{9}\right)=108$(枚);

乙有邮票 $187-248\times\frac{1}{8}-108\times\frac{1}{9}=144$(枚).

最初,乙有邮票 $144\div\left(1-\frac{1}{3}\right)=216$(枚);

丙有邮票 $108\div\left(1-\frac{1}{10}\right)=120$(枚);

甲有邮票 $248-216\times\frac{1}{3}-120\times\frac{1}{10}=164$(枚).

1110. 甲年龄的 $\frac{1}{3}$,等于乙年龄的 $\frac{1}{4}$,两人年龄的差的 $\frac{5}{6}$ 是 10 岁.几年以后,甲年龄的 $\frac{1}{4}$,等于乙年龄的 $\frac{1}{5}$?

解 1 甲年龄的 $\frac{1}{3}$,等于乙年龄的 $\frac{1}{4}$,所以乙年龄等于甲年龄的

$$\frac{1}{3}\div\frac{1}{4}=\frac{4}{3}.$$

甲年龄与乙年龄的差的 $\frac{5}{6}$ 是 10 岁,这个差是 $10\div\frac{5}{6}=12$(岁),相当于甲年龄的 $\frac{4}{3}-1=\frac{1}{3}$,所以甲的年龄是 $12\div\frac{1}{3}=36$(岁),乙的年龄是 $36\times\frac{4}{3}=48$(岁).

若干年后,甲年龄的 $\frac{1}{4}$ 等于乙年龄的 $\frac{1}{5}$,这时,乙年龄是甲年龄的 $\frac{1}{4}\div\frac{1}{5}=\frac{5}{4}$.两人年龄的差相当于甲年龄的 $\frac{5}{4}-1=\frac{1}{4}$.因为两人年龄的差始终是 12 岁,所以甲当时的年龄是 $12\div\frac{1}{4}=48$ 岁.而甲目前是 36 岁.$48-36=12$(年).即 12 年以后甲年龄的 $\frac{1}{4}$ 等于乙年龄的 $\frac{1}{5}$.

综合算式为

$$10\div\frac{5}{6}\div\left(\frac{1}{4}\div\frac{1}{5}-1\right)-10\div\frac{5}{6}\div\left(\frac{1}{3}\div\frac{1}{4}-1\right)=12\text{(年)};$$



解 2 现在：

$$\text{甲龄}\times\frac{1}{3}=\text{乙龄}\times\frac{1}{4},$$

$$\text{甲龄}:\text{乙龄}=\frac{1}{4}:\frac{1}{3}=3:4,$$

两人相差$\left(10\div\frac{5}{6}\right)$岁，

所以甲的年龄为 $10\div\frac{5}{6}\div(4-3)\times3=36$(岁)；

若干年后：

$$\text{甲龄}\times\frac{1}{4}=\text{乙龄}\times\frac{1}{5},$$

$$\text{甲龄}:\text{乙龄}=\frac{1}{5}:\frac{1}{4}=4:5,$$

两人仍相差$\left(10\div\frac{5}{6}\right)$岁，

所以甲的年龄为 $10\div\frac{5}{6}\div(5-4)\times4=48$(岁)；

由此可知 $48-36=12$(年)后甲的年龄的 $\frac{1}{4}$ 等于乙的年龄的 $\frac{1}{5}$.

1111. 某车间三个小组加工零件，第一小组 4 天加工的零件，第二小组 3 天就能完成；而第二小组 6 天加工的零件，第三小组 5 天就能完成；问第一小组 56 天所加工的零件，由第三小组加工，几天可以完成？

解 1 设第一、二、三组的工效分别是 V_1、V_2 和 V_3.

$$\begin{array}{r} V_1:V_2=3:4 \\ V_2:V_3=\quad 5:6 \\ \hline V_1:V_2:V_3=15:20:24 \end{array}$$

第一小组 56 天加工的零件，由第三小组加工要 $\frac{15\times56}{24}=35$(天)；

解 2

工作量		工效	天数	
第一组	Q_1	V_1	4	
第二组	Q_1 Q_2	V_2	3	6
第三组	Q_2	V_3		5

转化为连比 →

工作量	工效	天数	
Q_2	V_1	8	56
Q_2	V_2	6	
Q_2	V_3	5	x

$\frac{8}{5}=\frac{56}{x}$，$x=35$. 即由第三小组加工需 35 天完成；

解 3

工 作 量		工 效	天 数
1×4	①组	$\forall 1$	4
1×4	②组	$\frac{1\times4}{3}$	3
$\frac{1\times4}{3}\times6$	②组	$\frac{1\times4}{3}$	6
$\frac{1\times4}{3}\times6$	③组	$\frac{1\times4}{3}\times6\div5$	5
1×56	①组	1	56
1×56	③组	$\frac{1\times4}{3}\times6\div5$	t

$t=\dfrac{1\times56}{\frac{1\times4}{3}\times6\div5}=35$. **即由第三小组加工需** 35 **天完成.**

1112. 买三种不同规格的木螺钉，第一种每个 0.06 **元，第二种每个** 0.04 **元，第三种** 2 **个值** 0.05 **元，总共付款** 4.3 **元. 又第一种的个数是第二、第三两种个数和的** $\frac{1}{5}$**，第二种的个数是第一、第三两种个数和的** $\frac{1}{2}$**. 问三种木螺钉各买了多少个？**

解 1 设第一种木螺钉的个数为“1”，那么，第二、第三种木螺钉个数的和是 $1\div\frac{1}{5}=5$. 第一、第三种木螺钉个数的和是 $(1+5)\div\left(1+\frac{1}{2}\right)=4$. 因此，第三种木螺钉的个数是 $4-1=3$，第二种木螺钉的个数是 $5-3=2$. 三种木螺钉个数的比为 $1:2:3$.

买 2 个第二种木螺钉相当于买 $\frac{0.04\times2}{0.06}=\frac{4}{3}$（个）第一种木螺钉；买 3 个第三种木螺钉相当于买 $\frac{0.05\div2\times3}{0.06}=\frac{5}{4}$（个）第一种木螺钉. 因此三种木螺钉总价的比为

$$1:\frac{4}{3}:\frac{5}{4}.$$

第一种木螺钉应付款

$$4.3\times\frac{1}{1+\frac{4}{3}+\frac{5}{4}}=1.2(\text{元}).$$



由此可得第一种木螺钉的个数是 $1.2\div0.06=20$(个),第二种的个数是 $20\times2=40$(个),第三种的个数是 $20\times3=60$(个);

解 2　设第一种木螺钉买 x 个. 则第二、第三种个数的和是 $\left(x\div\frac{1}{5}\right)$,即 $5x$ 个,第一、第三种个数的和是 $\left[(x+5x)\div\left(1+\frac{1}{2}\right)\right]$,即 $4x$ 个. 所以第三种买 $(4x-x)$,即 $3x$ 个;第二种买 $(5x-3x)$,即 $2x$ 个. 依题意,得

$$0.06x+0.04\times2x+\frac{0.05}{2}\times3x=4.3.$$

解方程,得　$x=20$, $2x=2\times20=40$, $3x=3\times20=60$.

所以买第一种木螺钉 20 个,第二种木螺钉 40 个,第三种木螺钉 60 个.

1113. 学校工会买了 35 元与 30 元两种不同票价的电影票若干张,共值 1750 元. 如果 30 元一种的张数减去两种电影票总张数的 $\frac{3}{11}$,那么两种电影票的张数相等. 问两种电影票各买了多少张?

解 1　显然票价 30 元的电影票张数多于票价 35 元的电影票张数. 把两种不同票价的电影票的总张数看作"1",那么,票价 35 元的张数应是总张数的 $\frac{1-\frac{3}{11}}{2}=\frac{4}{11}$,票价 30 元的张数应是总张数的 $\frac{4}{11}+\frac{3}{11}=\frac{7}{11}$. 因此,两种不同票价的电影票张数的比是 $\frac{4}{11}:\frac{7}{11}=4:7$.

买 4 张 35 元和 7 张 30 元的,共应付款 $35\times4+30\times7=350$ 元,而 1750 元是 350 元的 5 倍,由此可知:

票价 35 元的,买了 $4\times5=20$(张),

票价 30 元的,买了 $7\times5=35$(张);

解 2　设买 35 元电影票为 n_1 张, 30 元的为 n_2 张. 依题意,得

$$n_2-(n_1+n_2)\times\frac{3}{11}=n_1\Longrightarrow(n_2-n_1)=(n_2+n_1)\times\frac{3}{11}.$$

令 n_2+n_1 为"1",则 n_2-n_1 为 $\frac{3}{11}$. 根据和差问题的解题方法,得

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{1+\frac{3}{11}}{2}=\dfrac{7}{11}\longrightarrow n_2\\[2ex]\dfrac{1-\frac{3}{11}}{2}=\dfrac{4}{11}\longrightarrow n_1\end{array}\right\}\Longrightarrow\frac{n_1}{n_2}=\frac{\frac{4}{11}}{\frac{7}{11}}=\frac{4}{7}.$$

设 Q_1 表示 35 元票子的总金额, Q_2 表示 30 元票子的总金额.

总　金　额	单　　价	张　　数
$Q_1\times 7$	35	4×7
$Q_2\times 4$	30	7×4

表中张数成了不变量，单价与总金额成正比例，所以

$$\frac{Q_1\times 7}{Q_2\times 4}=\frac{35}{30}=\frac{7}{6}\Longrightarrow\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{2}{3}.$$

由此可得

$1750\div(2+3)\times 2\div 35=20$(张)……35 元的电影票，

$1750\div(2+3)\times 3\div 30=35$(张)……30 元的电影票；

解 3　设买 35 元电影票为 n_1 张，30 元的为 n_2 张. 依题意，得

$$n_2-(n_1+n_2)\times\frac{3}{11}=n_1 \qquad ①$$

设 n_2 为“1”，代入①得 n_1 为 $\frac{4}{7}$ ②

总　　价	单　　价	张　　数
$35\times\frac{4}{7}$	35	由②代得 $\frac{4}{7}$
$\frac{30\times 1}{1750\text{元}}$	30	$\forall 1$

$1750\div\left(35\times\frac{4}{7}+30\times 1\right)=35$(张)……30 元的电影票，

$35\times\frac{4}{7}=20$(张)……35 元的电影票；

解 4　设两种电影票共买 x 张，则票价 35 元的买了 $\frac{x-\frac{3}{11}x}{2}$(张)，票价 30 元的买了 $\frac{x+\frac{3}{11}x}{2}$(张). 依题意，得

$$35\times\frac{x-\frac{3}{11}x}{2}+30\times\frac{x+\frac{3}{11}x}{2}=1750.$$

解方程，得　$x=55$. 所以票价 35 元的买了 $\frac{55-\frac{3}{11}\times 55}{2}=20$(张)，票价 30 元的买了 $\frac{55+\frac{3}{11}\times 55}{2}=35$(张).

3. 典型应用题



(1) 平均数问题

1114. 气象小组一周内在每天早晨 8 时,测得室外温度是 12℃、13℃、12.6℃、13.5℃、13℃、14℃、13.4℃.求这一周早晨 8 时的平均温度.(得数保留一位小数)

解　一周 7 天测得的温度和为 12+13+12.6+13.5+13+14+13.4=91.5(℃),**这一周早晨 8 时的平均温度为** 91.5÷7≈13.1(℃).**综合算式为**

(12+13+12.6+13.5+13+14+13.4)÷7≈13.1(℃).

1115. 前进农场有三块玉米试验田,第一块 2.4 公顷,共收玉米 15120 千克;第二块 1.6 公顷,共收玉米 10548 千克;第三块 2.8 公顷,共收玉米 17580 千克.问三块试验田平均每公顷收玉米多少千克?

解　三块试验田共有 2.4+1.6+2.8=6.8(**公顷**),**收玉米** 15120+10548+17580=43248(**千克**),**平均每公顷收玉米** 43248÷6.8=6360(**千克**).**综合算式为**

(15120+10548+17580)÷(2.4+1.6+2.8)=6360(**千克**).

1116. 四(1)班学生积肥.第一小组 6 人,平均每人积肥 28 千克;第二小组 7 人,平均每人积肥 25 千克;第三小组 8 人,平均每人积肥 31 千克.问平均每个小组积肥多少千克?

解　三个小组共积肥 28×6+25×7+31×8=591(**千克**),**平均每组积肥** 591÷3=197(**千克**).**综合算式为**

(28×6+25×7+31×8)÷3=197(**千克**).

说明　从以上三题可以看出,求算术平均数,就要用总份数去除与其相对应的总数量.因此,必须先求出总数量和总份数,才能用除法求出平均数.

求平均数时"总数÷总份数=平均数"中的"总份数"可以是小数.

1117. 红旗机器厂装配机器,第一天装配 50 台,第二天比第一天多装配 5 台,第三、四两天装配的台数是第一天的 2 倍多 3 台.问平均每天装配多少台?

解 1　四天一共装配 50+(50+5)+(50×2+3)=208(**台**),**平均每天装配** 208÷4=52(**台**).**综合算式为**

[50+(50+5)+(50×2+3)]÷4=52(**台**);

解 2　可用移多补少拉平的办法求平均数.假使每天都装配 50 台,则一共多出 5+3=8(**台**),**把这 8 台平均分为 4 份得每份** 8÷4=2(**台**),**故知每天平均装配** 50+2=52(**台**).**综合算式为**

$50+(5+3)\div4=52$(台).

1118. 小林期终考试语文得 82 分，数学得 92 分，外语因病未考. 他想使自己的三门学科考试平均成绩达到 90 分，他的外语补考成绩至少要得多少分？

解 1 要使三门学科考试平均成绩达到 90 分，就要使三科的总分达到 $90\times3=270$(分)，故外语补考至少要得 $270-82-92=96$(分). 综合算式为

$90\times3-82-92=96$(分)；

解 2 要使三门功课考试平均成绩达到 90 分，他数学得 92 分比 90 分多 2 分，把这 2 分加到语文 82 分上得 84 分，还比 90 分差 6 分，故外语补考要比平均成绩 90 分多得 6 分，即 96 分. 综合算式为

$90+[90-(92-90+82)]=96$(分).

1119. 一年级举行口算比赛. 第二名到第六名平均每人做对 105 题，比前六名做对题目的平均数少 2 题. 问第一名做对了多少题？

解 1 因前六名的平均数是 $105+2=107$(题)，故知前六名共做对 $107\times6=642$(题)；第二名到第六名平均每人做对 105 题，这 5 人共做对 $105\times5=525$(题)，所以第一名做对 $642-525=117$(题). 综合算式为

$(105+2)\times6-105\times5=117$(题)；

解 2 由题意知，前六名平均每人做对的题数比第二名到第六名的平均数多 2 题，6 人共多做对 $2\times6=12$(题)，故知第一名共做对 $105+12=117$(题). 综合算式为

$105+2\times6=117$(题)；

解 3 由题意知，前六名做对题目的平均数是 $105+2=107$(题)，要使第二名到第六名每人做对的题数平均都增加 2 题，达到 107 题这个平均数，就要增加 $2\times5=10$(题)，这 10 题就是第一名比其他 5 人的平均数 107 题多做的. 所以第一名共做对 $107+10=117$(题). 综合算式为

$105+2+2\times5=117$(题).

1120. 某班有 40 人，数学期中考试时有两人因病缺考，这时平均成绩为 78 分. 后来这两人补考分别得 90 分与 86 分. 问该班这次数学期中考试的平均成绩应是多少分？

解 1 该班 40 人的考试总分为 $78\times(40-2)+90+86=3140$(分)，数学期中考试平均成绩为 $3140\div40=78.5$(分). 综合算式为

$[78\times(40-2)+90+86]\div40=78.5$(分)；

解 2 两补考者的得分与原平均分的差数是 $90+86-78\times2=20$，[或 $90-78+(86-78)=20$]，将这 20 分按 40 人平均，每人平均分可提高 $20\div40=0.5$(分)，故该班这次数学期中考试的平均成绩是 $78+0.5=78.5$

(分). 综合算式为

$$78+(90+86-78\times2)\div40=78.5(\text{分}).$$

1121. 刘东参加六门学科考试，语文成绩公布前他五门学科平均成绩是93分. 语文成绩公布后，他总平均成绩下降了2分. 问刘东语文考了几分？

解1 刘东六门学科考试的总成绩为 $(93-2)\times6=546$(分)；除语文外的五门学科的总成绩为 $93\times5=465$(分). 故他的语文成绩为 $546-465=81$(分). 综合算式为

$$(93-2)\times6-93\times5=81(\text{分});$$

解2 语文成绩公布后，六门学科的总平均分数下降了2分，说明要从其他五门学科的总分中拿出 $2\times5=10$(分)加到语文成绩上，才能使各科都达到 $93-2=91$(分)，由此可知语文成绩比各科平均成绩91分低10分，故语文成绩应为

$$(93-2)-2\times5=81(\text{分}).$$

1122. 三个数的平均数是120，如果再加入一个数，它们的平均数就是115. 问加入的是什么数？

解1 加入一个数后，四个数的总和是 $115\times4=460$；原来三个数的总和是 $120\times3=360$. 故知加入的一个数是 $460-360=100$. 综合算式为

$$115\times4-120\times3=100;$$

解2 仿上题解2，可知加入的一个数为 $115-(120-115)\times3=100$.

1123. 15个同学分连环画，平均每人分到7本；又来了若干个同学，大家重新分配，平均每人分到5本. 问来了几个同学？

解1 连环画的总数为 $7\times15=105$(本)，重新分配每人分到5本，参加分配的人数应是 $105\div5=21$(人)，故后来来的人数是 $21-15=6$(人). 综合算式为

$$7\times15\div5-15=6(\text{人});$$

解2 重新分配后，15个同学每人少分 $7-5=2$(本)，共少分 $2\times15=30$(本). 这30本书拿来分给新来的同学每人5本，可知新来的同学有 $30\div5=6$(人). 综合算式为

$$(7-5)\times15\div5=6(\text{人}).$$

1124. 30个同学平分若干本连环画，后来又来了6个同学，大家重新分配，每人平均分得的连环画比以前少2本. 问共有连环画多少本？

解1 30人都比以前减少2本，共减少 $2\times30=60$(本)，而这60本即后来6人平均所需之数，故知后来6人每人可分得 $60\div6=10$(本)，连环画共有 $10\times36=360$(本). 综合算式为

$$2\times30\div6\times(30+6)=360(\text{本});$$

解 2 又来 6 人后共有 30＋6＝36(人)，大家重新分配后，如果仍要保持原来 30 人时的平均数，就要缺 2×36＝72(本)，而这是因又来 6 人所致，由此知每人平均分得 72÷6＝12(本)，即原来 30 人平分时，每人可分得 12 本. 所以连环画一共有 12×30＝360(本). 综合算式为

$$2\times36\div6\times30=360(\text{本}).$$

1125. 志强参加五次数学测验，平均成绩是 85 分，后三次的平均成绩是 87 分. 问他最初两次的平均成绩是多少？

解 1 志强最初两次测验共得 85×5－87×3＝164(分)，故他最初两次的平均成绩是 164÷2＝82(分). 综合算式为

$$(85\times5-87\times3)\div2=82(\text{分});$$

解 2 后三次测验的平均成绩比五次测验的平均成绩高出 87－85＝2(分)，三次共高出 2×3＝6(分)，把这 6 分平均贴补给前 2 次测验后，五次测验的平均成绩才达到 85 分，可见前两次测验的平均成绩为 85－6÷2＝82(分). 综合算式为

$$85-(87-85)\times3\div2=82(\text{分}).$$

1126. 黄山小学五年级学生有 120 人，在期中考试中，语文、数学、外语三科及格的人数平均为 85%. 已知语文及格的有 114 人，外语及格的有 100 人，问数学及格的有多少人？

解 因语、数、外三科及格人数平均达 85%，故知这三科及格的总人数是 120×85%×3＝306(人)，所以数学及格的人数是 306－114－100＝92(人). 综合算式为

$$120\times85\%\times3-114-100=92(\text{人}).$$

1127. 12 个同学合影留念，最初 3 张照片要 3.18 元，以后每加印一张需 0.54 元，如果每人要一张照片，平均每人付多少钱？

解 1 12 人要一人一张，已有 3 张尚需加印 12－3＝9(张)，共需付款 3.18＋0.54×9＝8.04(元). 故平均每人要付 8.04÷12＝0.67(元). 综合算式为

$$[3.18+0.54\times(12-3)]\div12=0.67(\text{元});$$

解 2 若最初 3 张也以 0.54 元一张计算，则有差额 3.18－0.54×3＝1.56(元)，12 人平分此差额每人应再付 1.56÷12＝0.13(元)，故每人应付 0.54＋0.13＝0.67(元). 综合算式为

$$0.54+(3.18-0.54\times3)\div12=0.67(\text{元}).$$

1128. 甲、乙、丙三数，甲、乙平均数是 30，乙、丙平均数是 36，甲、丙平均数是 33. 问这三个数的平均数是多少？

解 1 据题意，可先求两甲、两乙、两丙的总和，再求三数的平均数. 即

$(30\times2+36\times2+33\times2)\div2\div3=33$. 这三个数的平均数是 33.

因 $\frac{1}{2}$(甲＋乙)＝30，$\frac{1}{2}$(乙＋丙)＝36，$\frac{1}{2}$(丙＋甲)＝33，三式相加可得　甲＋乙＋丙＝30＋36＋33，所以也可直接把三数的两两平均数相加得出三数之和，故此解可简化为

$$(30+36+33)\div3=33;$$

解 2　已知三数十位均为 3，只要适当调整它们的个位数即可　$(0+6+3)\div3=3$，所以这三个数的平均数是 33.

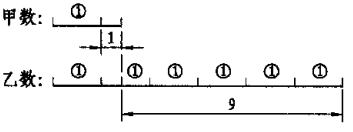
1129. 有甲、乙、丙三个数，已知甲数是 28；乙、丙两数的平均数是 25. 求三数的平均数是多少？

解　乙、丙两数的和为 $25\times2=50$，甲数是 28，故甲、乙、丙三数的平均数是$(50+28)\div3=26$. 综合算式为

$$(25\times2+28)\div3=26.$$

1130. 乙数比甲数多 9，而甲数减去 1 正好是乙数的六分之一，丙数是 15. 求甲、乙、丙三个数的平均数.

解 1　依题意可作图如下：



由图知，乙数为$(9+1)\div(6-1)\times6=12$；甲数为 $12-9=3$. 所以甲、乙、丙三数的平均数为

$$(3+12+15)\div3=10;$$

解 2　由解 1 图知，甲数为$(9+1)\div(6-1)+1=3$，乙数为 $3+9=12$. 所以甲、乙、丙三数的平均数为$(3+12+15)\div3=10$；

解 3　设甲数为 x，依题意，得

$$x-1=\frac{1}{6}(x+9).$$

解方程，得　$x=3$. 所以甲数为 3，乙数为 $3+9=12$，甲、乙、丙三数的平均数为

$$(3+12+15)\div3=10.$$

1131. 甲、乙、丙、丁四个人割草，甲、乙、丙三人平均每人割草 12 千克，乙、丙、丁三人平均每人割草 13 千克. 已知丁割草 14 千克，问甲割草多少千克？

解　乙、丙、丁三人共割草　$13\times3=39$(千克)，丁割草 14 千克，故知

乙、丙共割草 $39-14=25$(千克);而甲、乙、丙三人共割草 $12\times3=36$(千克),所以甲割草为 $36-25=11$(千克). 综合算式为

$$12\times3-(13\times3-14)=11(\text{千克}).$$

1132. 有六个按顺序排列的数,最小数是 12,每相邻两个数之间的差为 6,问这六个数的平均数是多少?

解 1 由题意可知,这六个数是 12、18、24、30、36、42. 故这六个数的平均数为

$$(12+18+24+30+36+42)\div6=27;$$

解 2 由题意知,这六个数中有五个数与 12 的差分别是 1 个 6、2 个 6、3 个 6、4 个 6、5 个 6. 若六个数全是 12,则要多出 $6\times(1+2+3+4+5)=90$,将多出的 90 平分给六个数,每个数就要增加 $90\div6=15$. 所以这六个数的平均数为 $12+15=27$. 综合算式为

$$12+6\times(1+2+3+4+5)\div6=27;$$

解 3 这六个数中,最小数是 12,最大数为 $12+6\times5=42$,所以这六个数的平均数为 $(12+42)\div2=27$.

【注意】 等差数列前 n 项和 $S_n=\frac{1}{2}(a_1+a_n)\times n$,这 n 个数的平均数是 $\frac{1}{2}(a_1+a_n)\times n\div n=\frac{1}{2}(a_1+a_n)$,故有解法 3.

1133. 三种花布,平均每米 10 元 5 角,红布比黄布每米贵 2 元 1 角,绿布比红布每米便宜 6 角. 问这三种花布各是多少钱一米?

解 1 三种花布平均每米 10 元 5 角,故三种花布各 1 米,3 米共 $105\times3=315$(角),若将这 3 米布都改为红布,根据三种布的差价可得 3 米红布的价为 $315+21+6=342$(角),所以红布每米是 $342\div3=114$(角),即每米 11 元 4 角. 综合算式为 $(105\times3+21+6)\div3=114$(角). 由此知黄布每米是 $114-21=93$(角),即每米 9 元 3 角;绿布每米是 $114-6=108$(角),即每米 10 元 8 角;

解 2 设红布每米价为 x 角,依题意,得

$$x+(x-21)+(x-6)=105\times3.$$

解方程,得 $x=114$. 故红布每米价为 114 角,即 11.4 元;黄布每米价为 $11.4-2.1=9.3$(元);绿布每米价为 $11.4-0.6=10.8$(元).

1134. 某人参加语、数、英三科测验,平均得分 67.3 分. 其中数学 81 分,英语比语文得分多,且均及格. 问语文、英语各得多少分?(各科均以 60 分为及格,且得分均为整数)

解 由题意可知三门学科总分为 $67.3\times3=201.9$,因得分均为整数,



实际总分应为 202，故语文、英语得分之和为 202－81＝121. 因英语比语文得分多，且均及格，这两科的得分必为　英语 61 分，语文 60 分.

1135. 四个数均为 36，第五个数比这五个数的平均数大 3. 问这五个数的平均数是多少？

解 1　因第五个数比这五个数的平均数大 3，所以从第五个数中取出 3，平均分给另四个数，即可使它们都达到平均数的数值，可见这五个数的平均数应为　36＋3÷4＝36. 75；

解 2　由题意知，假定这五个数都等于它们的平均数，此时若去掉一个数，另四个数的总和应为 36×4＋3，故知其平均数为

(36×4＋3)÷4＝36. 75；

解 3　设这五个数的平均数为 x，依题意，得

$$36\times4+(x+3)=5x.$$

解方程，得　$x=36.75$. 所以这五个数的平均数为 36. 75.

1136. 有 6 个木工和 1 个家俱工完成了一项任务，每个木工各得 200 元，家俱工的收入比全组平均收入多 30 元. 问家俱工得多少元？

解 1　由上题解法可知，全组平均收入应是　200＋30÷6＝205(元)[或(200×6＋30)÷6＝205(元)]，故家俱工应得 205＋30＝235(元)；

解 2　由题意知，若七人收入都等于它们的平均数，则此时去掉一人后六人的总收入应为　200×6＋30＝1230(元). 而 6 个木工的收入若都与家俱工一样，他们 6 人的总收入就要再增加 30×6＝180(元)，这时他们 6 人的平均收入为　(200×6＋30＋30×6)÷6＝235(元)，所以家俱工的收入为 235 元；

解 3　设家俱工得 x 元，依题意，得

$$200\times6+x=7(x-30).$$

解方程，得　$x=235$.

所以家俱工得 235 元.

1137. 某帽子工厂生产三种不同规格的帽子，它们的单价分别是 3 元、5 元、10 元；它们的产量各是 6000 顶、3000 顶、1000 顶. 问这家工厂所生产的帽子的平均价格是多少？

解　该厂生产的帽子共值　3×6000＋5×3000＋10×1000＝43000(元)，生产帽子的总数　6000＋3000＋1000＝10000(顶)，所以帽子的平均价格是 43000÷10000＝4. 30(元). 综合算式为

(3×6000＋5×3000＋10×1000)÷(6000＋3000＋1000)＝4. 30(元).

【注意】　平均价格 $=\dfrac{3\times6000+5\times3000+10\times1000}{6000+3000+1000}=\dfrac{6}{10}\times3+\dfrac{3}{10}\times5$

$+\frac{1}{10}\times 10=4.30$(元),其中 $\frac{6}{10}$,$\frac{3}{10}$ 和 $\frac{1}{10}$ 三个系数反映了各种产品在求平均过程中所起的作用.这些系数叫做加权系数,它们的和等于 1.加权平均都可利用加权系数求得.

1138. 糖果店用每千克 32 元的糖果 4 千克、每千克 21 元的糖果 6 千克和每千克 14 元的糖果 20 千克,混合成什锦糖.问什锦糖每千克应卖多少钱?

解　这些什锦糖的总价是　$32\times 4+21\times 6+14\times 20=534$(元);总千克数是 $4+6+20=30$,所以这种什锦糖的售价应是 $534\div 30=17.8$(元).综合算式为

$$(32\times 4+21\times 6+14\times 20)\div(4+6+20)=17.8(\text{元}).$$

若用加权系数来解,此题可列式为

$$\frac{4}{30}\times 32+\frac{6}{30}\times 21+\frac{20}{30}\times 14=17.8(\text{元})$$

(30 为三种糖果的总千克数,4、6、20 分别为三种糖果的千克数).

1139. 有两块棉田,平均每公顷产棉 1387.5 千克.已知一块田是 3 公顷,平均每公顷产棉 1522.5 千克;另一块田平均每公顷产棉 1275 千克,问这块田是几公顷?

解　与两块田平均每公顷的产量相比,第一块田平均每公顷多产 $1522.5-1387.5=135$(千克),共多出 $135\times 3=405$(千克);第二块田平均每公顷少产 $1387.5-1275=112.5$(千克).要使第二块田平均每公顷达到 1387.5 千克,平均每公顷要贴补 112.5 千克,现第一块田共多出 405 千克,可贴补 $405\div 112.5=3.6$(公顷),可见第二块田是 3.6 公顷.综合算式为

$$(1522.5-1387.5)\times 3\div(1387.5-1275)=3.6(\text{公顷}).$$

1140. 两块稻田,第一块田 7.5 公顷,平均每公顷收稻谷 7125 千克;第二块田 5 公顷,平均每公顷收 6750 千克.问这两块田平均每公顷收稻谷多少千克?

解　这两块田的总产量是 $7125\times 7.5+6750\times 5=87187.5$(千克),这两块田共 $7.5+5=12.5$(公顷).故知这两块田平均每公顷收稻谷 $87187.5\div 12.5=6975$(千克).综合算式为

$$(7125\times 7.5+6750\times 5)\div(7.5+5)=6975(\text{千克}).$$

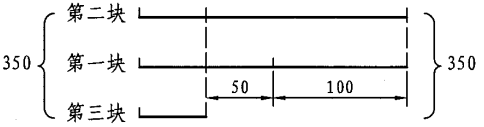
1141. 某农场的麦田分成三块,总面积是 350 公顷.第一块比第二块少 100 公顷,但比第三块多 50 公顷;第一、二、三块田平均每公顷的产量分别是 4500 千克、4050 千克、3900 千克.问此农场的麦田平均每公顷产麦多少千克?



解 1 由题意知，若第二、第三两块麦田的面积都与第一块麦田相同，则三块麦田的总面积是 $350-100+50=300$（公顷），故第一块麦田的面积是 $300\div3=100$（公顷）；第二块麦田的面积是 $100+100=200$（公顷）；第三块麦田的面积是 $100-50=50$（公顷）. 此农场麦的总产量为 $4500\times100+4050\times200+3900\times50=1455000$（千克），故此农场麦田平均每公顷产麦

$$1455000\div350\approx4157\text{（千克）；}$$

解 2 依题意，三块麦田的面积如下图所示.



（单位：公顷）

故知第三块田的面积是 $(350-100-50\times2)\div3=50$（公顷）；第一、二两块田的面积分别是 $50+50=100$（公顷）；$100+100=200$（公顷）. 故此农场麦田平均每公顷产麦

$$(4500\times100+4050\times200+3900\times50)\div350\approx4157\text{（千克）.}$$

1142. 少先队搞夏令营活动，从学校到营地的距离是 9 千米. 从学校出发时，每小时行 4 千米；回来时，每小时行 3 千米，问来回平均每小时行多少千米？

解 来回总距离为 $9\times2=18$（千米）；来回共费时 $\frac{9}{4}+\frac{9}{3}=5\frac{1}{4}$（时），故来回平均每小时行 $18\div5\frac{1}{4}=3\frac{3}{7}$（千米）. 综合算式为

$$9\times2\div\left(\frac{9}{4}+\frac{9}{3}\right)=3\frac{3}{7}\text{（千米）.}$$

【注意】 因 $9\times2\div\left(\frac{9}{4}+\frac{9}{3}\right)=2\div\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)$（由“商不变”性质得）. 可见，由于来回路程相同，求往返平均速度时，与路程的具体数值无关. 所以解题时可直接列式为 $2\div\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)=3\frac{3}{7}$（千米）. 以下题 1143～题 1148 均可仿此解之.

$2\div\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)$ 也可作如下理解：因来回路程相同，可取来、回各 1 千米的运动情况来研究如何求其平均速度. 去时，由“每小时行 4 千米”可知行 1 千米需 $\frac{1}{4}$ 时；回时，由“每小时行 3 千米”可知行 1 千米需 $\frac{1}{3}$ 时. 来回共 2

千米，共费时$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)$时，所以来回平均每小时行

$$2\div\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)=3\frac{3}{7}(\text{千米}).$$

1143. 一架飞机从甲地到乙地是顺风飞行，每小时飞行 810 千米；返回时天气不好，又是逆风飞行，每小时只飞行 540 千米. 甲、乙两地相距 1350 千米. 问这架飞机在甲、乙两地间往返飞行的平均速度是多少？

解　因往返路程相同，由上题[注意]知，此机在甲、乙两地往返飞行的平均速度为 $2\div\left(\frac{1}{810}+\frac{1}{540}\right)=648$(千米/时).

【注意】　此题若按一般整数应用题解法则有　$1350\times2\div(1350\div810+1350\div540)=648$(千米/时)，此解法显然不及分数解法简洁.

1144. 有一人爬山，上山速度为每小时 2 千米. 到达山顶后即循原路下山，下山速度为每小时 6 千米. 问此人上、下山的平均速度是多少？

解　由题 1142[注意]知，此人上、下山的平均速度是

$$2\div\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)=3(\text{千米/时}).$$

【注意】　① 若设上、下山路程均为 s 千米，依题意则有 $2s\div\left(\frac{s}{2}+\frac{s}{6}\right)=2\div\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)=3$(千米/时). 由此可再次看到：在路程相同的情况下，求往返平均速度与路程的具体数值无关，计算时可直接列式为

$$2\div\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right).$$

② 此题易错解为$(2+6)\div2=4$(千米). 若设上山的速度为 v_1，所需时间为 t_1；下山的速度为 v_2，所需时间为 t_2. 依题意，得平均速度$=\frac{v_1t_1+v_2t_2}{t_1+t_2}=\frac{t_1}{t_1+t_2}v_1+\frac{t_2}{t_1+t_2}v_2$，可见求此平均速度实为求加权平均数，并非求 v_1 与 v_2 的算术平均数. 所以此题用$(v_1+v_2)\div2$，即$(2+6)\div2$ 来解是不合题意的.

1145. 一台拖拉机耕两块同样面积的土地. 第一块平均每天可耕 20 公顷；第二块平均每天可耕 16 公顷. 问两块地全部耕完后，拖拉机平均每天可耕多少公顷？

解　因两块土地面积相等，仿上题解法可知，两块土地全部耕完后，拖拉机平均每天可耕

$$2\div\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{16}\right)=17\frac{7}{9}(\text{公顷}).$$



1146. 张华从甲地到乙地，先是骑自行车走完全程的一半，速度是每小时 12 千米；剩下的步行，速度是每小时 4 千米. 求张华走完全程的平均速度是多少？

解　仿题 1144 解法可知，所求平均速度为

$$1\div\left(\frac{1}{2}\div 12+\frac{1}{2}\div 4\right)=2\div\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{4}\right)=6(\text{千米/时}).$$

【注意】　此题也可直接列式：$2\div\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{4}\right)=6(\text{千米/时})$.

1147. 某人由甲地到乙地，全程的 $\frac{1}{3}$ 坐汽车、$\frac{1}{3}$ 坐火车、$\frac{1}{3}$ 骑自行车. 已知汽车速度是每小时 30 千米，火车速度是每小时 50 千米，自行车速度是每小时 15 千米. 求此人由甲地到乙地的平均速度.

解　因三段路程相等，仿上题解法可知，此人由甲地到乙地的平均速度为

$$3\div\left(\frac{1}{30}+\frac{1}{50}+\frac{1}{15}\right)=25(\text{千米/时}).$$

1148. 某人原计划以每小时 16 千米的速度骑自行车由甲地去乙地，后改为前面一半路程乘汽车（车速是自行车的 2 倍），后面一半路程步行（速度是自行车的一半）. 求此人由甲地到乙地的平均速度.

解　由题意知，汽车速度为 $16\times 2=32$（千米/时）；步行速度为 $16\div 2=8$（千米/时），故此人由甲地到乙地的平均速度为

$$2\div\left(\frac{1}{32}+\frac{1}{8}\right)=12\frac{4}{5}(\text{千米/时}).$$

1149. 一个学生在算出 35 人考试成绩的平均分数后，他粗心地把这个平均数和 35 人的考试成绩混在一起，求出了这 36 个数的平均数. 这第二个平均数与 35 人的考试成绩平均分数的比值是多少？

解　设 35 人的考试成绩分别为 a_1、a_2、a_3、…、a_{35}，他们的平均成绩为 $\bar{a}$，则有 $35\bar{a}=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{35}$；而 36 个数的平均数是 $(a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{35}+\bar{a})\div 36=(35\bar{a}+\bar{a})\div 36=36\bar{a}\div 36=\bar{a}$，所以这 36 个数的平均数与 35 人的平均成绩的比值是 $\bar{a}:\bar{a}=1$.

1150. 一群医生和律师组成的人中，平均年龄是 40 岁. 若医生的平均年龄是 35 岁，律师的平均年龄是 50 岁，那么医生和律师的人数比是多少？

解　医生平均年龄比总平均年龄小 $40-35=5$（岁），而律师平均年龄比总平均年龄大 $50-40=10$（岁）. 故知平均每位律师要与两位医生相配合才能使他们的总平均年龄保持在 40 岁. 所以医生与律师的人数比是 $2:1$.

【注意】　若作如下解答，则结论更为明显：设医生和律师的人数分别

为 m 和 n，依题意，得 $40(m+n)=35m+50n$，即 $5m=10n$，$m/n=10/5=2/1$，所以医生和律师的人数比是 $2:1$.

1151. 有若干粒糖果，如果平均分给某班的全体同学，每人可得 6 粒；如果只分给这个班的男同学，每人可得 10 粒；如果只分给这个班的女同学，那么每人可得几粒？

解　由题意知，$10\times$男生人数$=6\times$全班人数，

所以，男生人数是全班人数的 $\frac{3}{5}$，

$$\text{男生每人分得的粒数}=6\div\frac{3}{5}\left(\frac{\text{男生人数}}{\text{全班人数}}\right).$$

由此可知，女生人数是全班人数的 $\frac{2}{5}$，

女生每人可分得的粒数是 $6\div\frac{2}{5}=15$.

1152. 有五个数，每次选取其中四个数，算出它们的平均数，然后加上第五个数；用这种方法计算了 5 次，分别得到结果为：84、110、102、98、116. 求这五个数的平均数.

解　设这五个数分别为 a、b、c、d、e.

根据题意，得

$$\left(\frac{a+b+c+d}{4}+e\right)+\left(\frac{a+b+c+e}{4}+d\right)+\left(\frac{a+b+d+e}{4}+c\right)+\left(\frac{a+c+d+e}{4}+b\right)+\left(\frac{b+c+d+e}{4}+a\right)=84+110+102+98+116.$$

整理，得

$$2(a+b+c+d+e)=510,$$

则　$a+b+c+d+e=255$.

所以 $\frac{a+b+c+d+e}{5}$ 即这五个数的平均数为

$$255\div5=51.$$

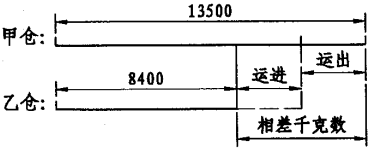
(2) 差额平分问题

1153. 甲仓存粮 13500 千克，乙仓存粮 8400 千克，问甲仓要转移多少粮食给乙仓，才能使两仓的存粮相等？

解 1　甲、乙两仓存粮的平均数为 $(13500+8400)\div2=10950$(千克)，故要从甲仓取出 $13500-10950=2550$(千克)转移到乙仓去，才能使两仓的存粮相等. 综合算式为

$$13500-(13500+8400)\div2=2550(\text{千克});$$

解 2　依题意可作下图



（单位：千克）

从图可以看出：甲仓要取出的粮食数，即乙仓要运进的粮食数，两者之和等于两仓存粮数之差，故知应转移的粮食数是$(13500-8400)\div 2=2550$（千克）.

【注意】 差额平均不是求两数的平均数，而是求使两数变成相等所需调整的数，即差额的平均数. 上述两种解法，显然解 2 要简便些.

1154. 甲、乙两艘油船，分别装有石油 5920 吨和 3040 吨. 现由甲轮向乙轮每小时抽灌石油 576 吨，问几小时后，两船所载的石油相等？

解 1 要使两船载油相等，需从甲船抽油给乙船$(5920-3040)\div 2=1440$（吨），故所需时间为 $1440\div 576=2.5$（时）. 综合算式为

$$(5920-3040)\div 2\div 576=2.5\text{（时）；}$$

解 2 设 x 时后两船所载的石油相等. 依题意，得

$$5920-576x=3040+576x.$$

解方程，得 $x=2.5$. 故知 2.5 时后两船所载的石油相等.

1155. 甲、乙两桶水，若每分钟各流出水 5 升，甲桶需 52 分流尽，乙桶需 36 分流尽. 问甲桶流入乙桶需经过几分两桶水就相等？

解 甲乙两桶各有水 $5\times 52=260$（升）、$5\times 36=180$（升）. 要使甲、乙两桶水相等，需从甲桶流入乙桶$(260-180)\div 2=40$（升），故甲桶流入乙桶使两桶水相等需经过 $40\div 5=8$（分）. 综合算式为

$(5\times 52-5\times 36)\div 2\div 5=8$（分）或 $5\times(52-36)\div 2\div 5=8$（分）.

1156. 两生产队各出一半资金从外地购进一批良种猪仔. 分配时，甲队拿 65 头，乙队拿 47 头，甲队找给乙队 54 元. 问这批猪仔每头多少元？

解 1 甲队若给乙队猪仔$(65-47)\div 2=9$（头），则两队分配到的猪仔数相等，甲队就不需要找给乙队 54 元，可见每头猪仔售价为 $54\div 9=6$（元）. 综合算式为 $54\div[(65-47)\div 2]=6$（元）；

解 2 设每头猪仔价为 x 元. 依题意，得

$$\frac{65x-47x}{2}=54.$$

解方程，得 $x=6$. 故知每头猪仔价为 6 元.

1157. 甲、乙、丙三个工厂各出等量金额购买若干辆汽车. 买好后，由于

丙需要量减少，比甲、乙各少要 15 辆，甲、乙需各偿还给丙 90 万元. 问每辆汽车的价格是多少？

解 1 甲、乙共比丙多要汽车 $15\times2=30$(辆)，若甲、乙不多要，则甲、乙、丙各可再分配到 $30\div3=10$(辆). 现甲、乙都付给丙 90 万元，可见丙的 10 辆是平均分给甲、乙两工厂的，即丙给甲、乙各 5 辆，故知每辆汽车的价格为 $90\div5=18$(万元). 综合算式为 $90\div(15\times2\div3\div2)=18$(万元)；

解 2 甲、乙各比丙多要 15 辆汽车，若甲、乙各给丙 5 辆，则三者取车辆数相等，故知甲、乙各从丙处取车 5 辆，又知甲、乙各偿还给丙 90 万元，所以每辆汽车价为 $90\div5=18$(万元).

1158. 小红有 22 张纸，小琴有 24 张纸，小珍有 11 张纸. 小红和小琴各给小珍几张纸后，三人的纸才一样多？

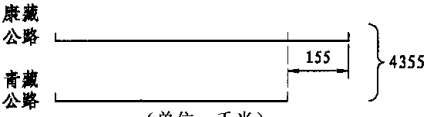
解 1 三人一样多时，每人应有 $(22+24+11)\div3=19$(张)，故知小红要给小珍 $22-19=3$(张)，小琴要给小珍 $24-19=5$(张)，这样三人的纸才一样多；

解 2 若三人有纸张数都是 11 张(即与小珍一样)，则多出 $(22-11)+(24-11)=24$(张)，平均分配给三人，每人可再得 $24\div3=8$(张)，可见三人纸一样时，每人有 $11+8=19$(张)，故小红要给小珍 $22-19=3$(张)，小琴要给小珍 $24-19=5$(张).

(3) 和差问题

1159. 康藏公路和青藏公路共长 4355 千米，康藏公路比青藏公路长 155 千米. 问两条公路各长多少千米？

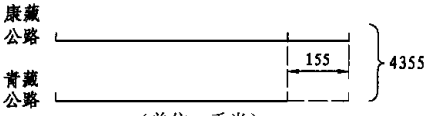
解 1 依题意可作下图：



(单位：千米)

由图可知，青藏公路的长是 $(4355-155)\div2=2100$(千米)，从而知康藏公路的长是 $4355-2100=2255$(千米)；

解 2 也可先求出康藏公路的长. 依题意作图



(单位：千米)

由图可知，康藏公路的长是 $(4355+155)\div2=2255$(千米)，从而知青藏

公路的长是 4355－2255＝2100(千米)；

说明　从此题的两种解法可得和差问题的基本题解公式：(和＋差)÷2＝大数；(和－差)÷2＝小数.

解 3　设青藏公路的长为 x 千米，则康藏公路的长为$(x+155)$千米. 依题意，得

$$x+x+155=4355.$$

解方程，得　$x=2100$，$x+155=2100+155=2255$.

故知青藏公路长 2100 千米，康藏公路长 2255 千米.

1160. 甲、乙两地相距 390 千米. 一辆汽车从甲地开往乙地要用两天时间，已知汽车第二天比第一天多行驶 28 千米，两天各行驶多少千米？

解　由题意知，两天行驶的路程和为 390 千米，差为 28 千米，由上题解题公式得，第一天行驶的路程为(390－28)÷2＝181(千米)；第二天行驶的路程为(390＋28)÷2＝209(千米)[或 390－181＝209(千米)].

1161. 甲、乙两生产组共有车床 96 台，若甲组拨给乙组 8 台，则两组的台数相等，问两组车床各有多少台？

解 1　按和差问题解，需先求出两组的差. 由题意知，甲组减少 8 台，乙组增加 8 台，则两组车床数就相等，可见两组车床相差 8×2＝16(台)，故甲组车床有(96＋16)÷2＝56(台)；乙组车床有 96－56＝40(台)；

解 2　设甲组有车床 x 台，则乙组有车床$(96-x)$台，依题意，得

$$x-8=96-x+8.$$

解方程，得　$x=56$，$96-x=96-56=40$.

故知甲组有车床 56 台，乙组有车床 40 台.

说明　① 关于和差问题的解法，有时题中没有直接写出两数的和或差，则需先设法求出两数的和或差，然后再按和差问题的规律来解.

② 若从调整后两组车床数相等来考虑，则可直接求得甲组车床有 96÷2＋8＝56(台)；乙组车床有 96÷2－8＝40(台).

1162. 有甲、乙两个粮仓，共有米 144000 千克，如果从甲仓运 6000 千克到乙仓，则两仓存粮数相等. 两个粮仓原有粮各多少千克？

解 1　(144000＋6000×2)÷2＝78000(千克)……甲仓，

(144000－6000×2)÷2＝66000(千克)……乙仓；

解 2　144000÷2＋6000＝78000(千克)……甲仓，

144000÷2－6000＝66000(千克)……乙仓；

解 3　设甲仓存粮 x 千克，则乙仓存粮$(144000-x)$千克，依题意，得

$$x-6000=144000-x+6000.$$

解方程，得　$x=78000$，$144000-x=144000-78000=66000$.

所以甲仓原存粮 78000 千克，乙仓原存粮 66000 千克.

1163. 甲、乙两箱共有水果 50 千克，若从甲箱中取 6 千克放到乙箱中，这时甲箱还比乙箱多 2 千克. 求两箱原有水果各多少千克？

解　先求甲、乙两箱的重量差. 由题意知，甲减少 6 千克，乙增加 6 千克后甲还比乙多 2 千克，可见原来甲比乙多 $6\times2+2=14$(千克). 故甲箱原有水果 $(50+14)\div2=32$(千克)；乙箱原有水果 $50-32=18$(千克).

1164. 小红期终考试时语文和数学的平均分数是 96 分，数学比语文多 8 分. 问语文和数学各得了几分？

解　由题意知，语、数总分为 $96\times2=192$(分)，语、数成绩相差 8 分，故语文得 $(192-8)\div2=92$(分)；数学得 $92+8=100$(分).

1165. 做 10 套成人服装和 10 套儿童服装共用布 80 米；一套成人服装比一套儿童服装多用布 2 米. 问做一套成人服装和一套儿童服装各用布多少米？

解　由题意知，一套成人服装和一套儿童服装共用布 $80\div10=8$(米)，而一套成人服装比一套儿童服装多用布 2 米，故做一套成人服装要用布 $(8+2)\div2=5$(米)，做一套儿童服装要用布 $8-5=3$(米).

1166. 甲、乙两块麦田共有 12 公顷，它们平均每公顷产小麦 3225 千克. 已知甲田比乙田多收 4200 千克，求两块田各收小麦多少千克？

解　由题意知，甲、乙两块田共收小麦 $3225\times12=38700$(千克)，由此知甲田收小麦 $(38700+4200)\div2=21450$(千克)，乙田收小麦 $(38700-4200)\div2=17250$(千克).

1167. 300 根自行车辐条，安装 4 辆自行车后还剩 12 根，前圈比后圈每个少用 8 根，前后圈各用辐条多少根？

解　由题意知，安装一辆自行车(即前、后圈各一个)需用辐条 $(300-12)\div4=72$(根)，而安装一辆自行车前圈比后圈少用 8 根，故前圈每个用辐条 $(72-8)\div2=32$(根)；后圈每个用辐条 $(72+8)\div2=40$(根).

1168. 两笼鸡共有 15 只. 若甲笼再放入 4 只，乙笼取出 2 只，这时乙笼还比甲笼的鸡多 1 只. 求甲、乙两笼原来各有鸡多少只？

解　由题意知，甲增加 4 只，乙减少 2 只后还比甲多 1 只，可见原来乙笼比甲笼多 $4+2+1=7$(只)，故乙笼的鸡有 $(15+7)\div2=11$(只)；甲笼的鸡有 $15-11=4$(只).

1169. 天平的一端有铜一块和 6 千克的砝码，在天平的另一端有铜一块和 14 千克的砝码，这时两端平衡. 如把两块铜放在一端，另一端放 36 千克砝码，这时天平也平衡了. 问每块铜的重量是多少千克？

解　由题意知，两块铜的重量和是 36 千克，两块铜的重量差是 $14-6$



＝8(千克)，故甲铜块重(36＋8)÷2＝22(千克)；乙铜块重 36－22＝14(千克)．

1170．小明播种了两颗树种，出土后四年一共长了 6 米，其中一棵比另一棵高 0.8 米，问两棵树平均每年各长多高？

解　要求两棵树平均每年各长高多少，应先求出两棵树的高度．由和差问题的公式得，出土四年后两棵树的高分别为　甲树(6＋0.8)÷2＝3.4(米)；乙树 6－3.4＝2.6(米)．故甲树平均每年长高 3.4÷4＝0.85(米)；乙树平均每年长高 2.6÷4＝0.65(米)．

1171．把 325 分为两个数，使两数的和是两数差的 5 倍，问这两个数各是多少？

解　由题意知，两数和为 325，差为 325÷5＝65．故大数是(325＋65)÷2＝195；小数是 325－195＝130．

1172．大小两数的差是 5，若以差数除和数得 15，求这两个数．

解　由题意知，两数之和为 15×5＝75，两数之差是 5．故大数为(75＋5)÷2＝40；小数为(75－5)÷2＝35．

1173．大小两数的和是 48，如果用差去除和得商 3 余 3，求两数．

解　由题意知，两数和为 48，差为(48－3)÷3＝15，故大数是(48＋15)÷2＝31.5；小数是 48－31.5＝16.5．

1174．上海与南京相距 312 千米．一列快车和一列货车同时从两地出发，相向而行，$2\frac{3}{5}$时相遇．快车比货车平均每小时快 10 千米．问快车和货车的速度各是多少？

解　由题意知，两车速度和为 $312\div2\frac{3}{5}=120$(千米/时)，而两车速度差为 10 千米/时，故知快车速度为(120＋10)÷2＝65(千米/时)；货车速度为(120－10)÷2＝55(千米/时)．

1175．将 113 分为两个数，使两数的和与两数的差相乘等于 1921．求这两个数．

解　题中两数之和为 113，两数之差为 1921÷113＝17．故这两个数分别是(113＋17)÷2＝65 与(113－17)÷2＝48．

1176．两个连续奇数的和为 40，问这两个奇数的积是多少？

解 1　由于是连续奇数，它们的差为 2，而和为 40，故知较大的奇数为(40＋2)÷2＝21；较小的奇数为(40－2)÷2＝19，则两数的积为 19×21＝399；

解 2　在自然数列里，奇数、偶数是相间隔的，在两个连续奇数之间，必

定是个偶数.例如，3与5之间是4，11与13之间是12，而两个连续奇数之间的偶数，恰为这两个连续奇数的算术平均数.由此知本题两个连续奇数之间的偶数为40÷2=20，因此两连续奇数分别为20+1=21，20-1=19.则两数的积为19×21=399.

1177. 甲、乙两人由同地向同方向出发，经8分，甲比乙多走40步.若由同地相背而行，5分后两人相距375步.问两人每分钟各行几步？

解　由两人同地同方向行"8分，甲比乙多走40步"知两人速度差为40÷8=5(步/分)，由同地相背而行"5分后两人相距375步"知两人速度和为375÷5=75(步/分).故甲的速度为　(75+5)÷2=40(步/分)；乙的速度为　(75-5)÷2=35(步/分).

1178. 四(1)班有学生48人，暑期中有5人学会了游泳，这样全班会游泳的学生比不会游泳的学生多16人.问原来会游泳的有多少人？

解　因现在会游泳的学生与不会游泳的学生人数差为16，人数和为48.故现在会游泳的人数是(48+16)÷2=32(人)，原来会游泳的学生有32-5=27(人).

1179. 某农场原有水田和旱田共168公顷，如果把18公顷旱田改为水田，那么旱田比水田少90公顷，问原来水田、旱田各有多少公顷？

解1　因现有水田、旱田的面积之差为90公顷，面积之和为168公顷，故现有旱田(168-90)÷2=39(公顷)；现有水田(168+90)÷2=129(公顷).所以原有水田129-18=111(公顷)，原有旱田39+18=57(公顷)；

解2　由题意知，原来旱田比水田少90-18×2=54(公顷)，而原来旱田与水田的公顷数之和为168，故原有水田(168+54)÷2=111(公顷)，原有旱田168-111=57(公顷).

1180. 甲买一份苹果，乙买一份梨子，两人共付2元8角.若甲再买一份橘子，则甲共要付2元4角；若乙再买一份橘子，则乙共要付2元.求苹果、梨子、橘子每份各值多少钱？

解　按题意，甲买一份苹果、一份橘子共付2元4角；乙买一份梨子、一份橘子共付2元.故知一份苹果比一份梨子贵2.40-2=0.40(元)，而一份苹果与一份梨子共2元8角，故一份苹果价为　(2.80+0.40)÷2=1.60(元)；一份梨子价为　2.80-1.60=1.20(元)；一份橘子价为　2.40-1.60=0.80(元).

1181. 甲车站有客车116辆，乙车站有客车76辆.每天甲站向乙站开出客车5辆，乙站向甲站开出客车2辆，求几天后乙站比甲站多32辆客车？

解　因甲、乙两站共有客车116+76=192(辆)，故当乙站比甲站多32辆客车时，甲站有客车(192-32)÷2=80(辆)，乙站有客车192-80=112



(辆).甲站由原来的 116 辆减少到 80 辆,而每天开出 5 辆、开进 2 辆,即每天要减少 5－2＝3(辆),所以需经过(116－80)÷3＝12(天),即 12 天后乙站比甲站多 32 辆客车.综合算式为

$$[116-(116+76-32)\div 2]\div(5-2)=12(\text{天}).$$

1182. 有一分数,若分子加 1 是 $\frac{2}{3}$;若分子减 1 是 $\frac{1}{2}$.求这个分数.

解　若此分数为 $\frac{m}{n}$,则分子加 1 即加上 $\frac{1}{n}$;分子减 1 即减去 $\frac{1}{n}$,故原题可看作 $\frac{m}{n}$ 与 $\frac{1}{n}$ 的和为 $\frac{2}{3}$、差为 $\frac{1}{2}$,所以这个分数为

$$\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)\div 2=\frac{7}{12}.$$

1183. 校园内原种有桃树和李树共 25 棵,现计划再种桃树 9 棵、李树 5 棵,那么桃树就比李树多 17 棵.问原来桃树和李树各有多少棵?

解　由题意知,原来桃树比李树多 17－(9－5)＝13(棵),而原来校园内桃树、李树共有 25 棵,故原来桃树有(25＋13)÷2＝19(棵),李树有 25－19＝6(棵).

1184. 甲、乙两校共有毕业生 180 人.两校各买了一批纪念册,给本校毕业生每人一本后,甲校余 116 本,乙校余 114 本.经研究两校各向彼校毕业生每人送一本纪念册.送后甲校还比乙校多剩 10 本.问两校各买有纪念册多少本?各有毕业生多少人?

解 1　两校共买纪念册 180＋116＋114＝410(本),两校各给对方每个毕业生发了一本纪念册后,相当于各发了 180 本,这时甲校比乙校多剩 10 本,说明甲校原来就比乙校多买了 10 本.故知甲校买了(410＋10)÷2＝210(本);乙校买了(410－10)÷2＝200(本).因甲校买 210 本发给本校毕业生每人一本后还余 116 本,乙校买 200 本发给本校毕业生每人一本后还余 114 本,故知甲校有毕业生 210－116＝94(人),乙校有毕业生 200－114＝86(人).综合算式为　甲校毕业生数:(180＋116＋114＋10)÷2－116＝94(人),乙校毕业生数:(180＋116＋114－10)÷2－114＝86(人);

解 2　由题意知,两校各给本校毕业生每人一本后共余下 116＋114＝230(本).两校再各向彼校毕业生每人送一本后共余下 230－180＝50(本),而这时甲校比乙校多余下 10 本,故知此时甲校还余下(50＋10)÷2＝30(本),乙校还余下(50－10)÷2＝20(本).而两校各给对方每个毕业生送了一本后,相当于两校买的纪念册各发了 180 本,所以甲校买了 30＋180＝210(本),乙校买了 20＋180＝200(本),甲、乙两校的毕业生人数分别是 210－116＝94(人),200－114＝86(人);

解 3 由题意知，两校各给本校毕业生每人发了一本后的剩余数，甲比乙多 116－114＝2(本)，而两校再各给对方每个毕业生送一本后，甲还比乙多 10 本. 可见，若原来的剩余数相同(即甲、乙都剩 114 本)则再送后甲应比乙多剩下 10－2＝8(本)，由此知甲校比乙校多 8 个毕业生. 又知甲、乙两校毕业生共 180 人，故知甲校毕业生有(180＋8)÷2＝94(人)；乙校毕业生有(180－8)÷2＝86(人). 综合算式为 {180＋[10－(116－114)]}÷2＝94(人)和{180－[10－(116－114)]}÷2＝86(人). 甲、乙两校买的纪念册分别为 94＋116＝210(本)和 86＋114＝200(本).

1185. 有一长方形果园，长 120 米、宽 108 米，里面只种了苹果树和杏树. 已知每 162 米^2 有果树 10 棵. 苹果树比杏树多 278 棵. 问两种果树各有多少棵？

解 由题意知，此园内有苹果树、杏树共 10×(120×108÷162)＝800(棵)，苹果树比杏树多 278 棵. 故此园内有苹果树(800＋278)÷2＝539(棵)；有杏树(800－278)÷2＝261(棵).

1186. 把长 126 厘米的铁丝围成一个长方形，使长比宽多 18 厘米. 问长和宽各是多少厘米？

解 此长方形的长与宽之和应是 126÷2＝63(厘米)，而长与宽之差为 18 厘米，故知它的长为(63＋18)÷2＝40.5(厘米)、宽为 40.5－18＝22.5(厘米).

1187. 沿长宽相差 30 米的长方形游泳池边跑 5 圈，做下水前的准备活动. 已知共跑了 700 米距离. 问游泳池的长和宽各是多少米？

解 由题意知，游泳池的长、宽之和为 700÷5÷2＝70(米)，长、宽之差是 30 米，故游泳池的长为(70＋30)÷2＝50(米)；宽为(70－30)÷2＝20(米).

1188. 某小学向加工厂订购一批桌子和凳子，共付款 3600 元. 已知桌子的张数与凳子的只数共 150，凳子的只数比桌子的张数多 50，且每张桌子比每只凳子贵 54 元，问桌子和凳子的单价各是多少元？

解 1 先求出桌、凳订购的数量各是多少，再求它们的单价各是多少.

由题意知，凳子有(150＋50)÷2＝100(只)，桌子有 150－100＝50(张). 若将 50 张桌子都换成凳子，则 150 只凳子共应付款 3600－54×50＝900(元)，故每只凳子的单价是 900÷150＝6(元)，由此可知每张桌子的单价是 6＋54＝60(元)；

解 2 凳子有(150＋50)÷2＝100(只)，桌子有 150－100＝50(张).

设凳子每只价 x 元，则桌子每张价$(x+54)$元. 依题意，得

$$100x+50(x+54)=3600.$$

解方程，得 $x=6$，$x+54=6+54=60$. **故知凳子每只价** 6 **元，桌子每张价** 60 **元.**

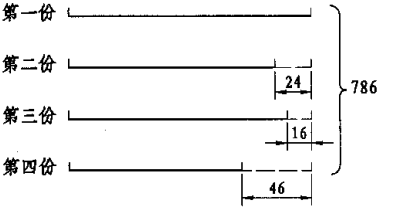
1189. 许老师去商店买了 120 **本练习本和一些铅笔，共花人民币** 150 **元. 如果买练习本比买铅笔多花** 102 **元，那么再买** 30 **本练习本还要再付多少元？**

解　依题意，买练习本花去的钱为$(150+102)\div 2=126$(**元**)，**故每本练习本售价为** $126\div 120=1.05$(**元**)，**所以再买** 30 **本练习本还要付** $1.05\times 30=31.5$(**元**). **综合算式为**

$$(150+102)\div 2\div 120\times 30=31.5(\text{元}).$$

1190. 把 786 **分成四份：第一份比第二份多** 24，**比第三份多** 16，**比第四份多** 46. **问这四份各是多少？**

解 1　依题意可作下图



故知第一份为$[786+(24+16+46)]\div 4=218$；**第二份为** $218-24=194$；**第三份为** $218-16=202$；**第四份为** $218-46=172$；

说明　此题是多量的和差问题. 解这类题的方法有好几种. 此解则是从四量中选定一量作标准，据其和差关系解之.

解 2　设第一份为 x，**则第二份为** $x-24$，**第三份为** $x-16$，**第四份为** $x-46$，**依题意，得**

$x+(x-24)+(x-16)+(x-46)=786$，**解方程得** $x=218$，

$x-24=218-24=194$，$x-16=218-16=202$，$x-46=218-46=172$. **故知第一份为** 218，**第二份为** 194，**第三份为** 202，**第四份为** 172.

1191. 小红将各国发射的第一颗人造地球卫星的重量进行比较，发现我国第一颗卫星比前苏联的重 89.4 **千克，前苏联的比法国的重** 45.6 **千克，法国的比日本的重** 28.6 **千克，日本的比美国的重** 1.18 **千克，这五颗卫星的平均重量是** 62.444 **千克. 试问这五颗人造地球卫星各重多少千克？**

解 1　若以法国卫星重量为标准，则我国的比法国的重 $89.4+45.6=135$(**千克**)；**前苏联的比法国的重** 45.6 **千克；日本的比法国的轻** 28.6 **千克；美国的比法国的轻** $1.18+28.6=29.78$(**千克**). **假定五国卫星的重量都与**

法国的一样，它们的总重量是 62.444×5－135－45.6＋28.6＋29.78＝190（千克），故知法国卫星的重量是 190÷5＝38（千克），由此知前苏联卫星重量是 38＋45.6＝83.6（千克）；中国卫星重量是 83.6＋89.4＝173（千克）；日本卫星重量是 38－28.6＝9.4（千克）；美国卫星重量是 9.4－1.18＝8.22（千克）；

【注意】 也可先求其他任何一国卫星的重量.

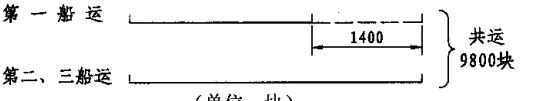
解 2 若以我国卫星重量为标准，则我国的比前苏联的重 89.4 千克，比法国的重 89.4＋45.6＝135（千克），比日本的重 135＋28.6＝163.6（千克），比美国的重 163.6＋1.18＝164.78（千克）. 假定五国卫星的重量都与我国的一样，它们的总重量是 62.444×5＋89.4＋135＋163.6＋164.78＝865（千克），故知我国卫星的重量是 865÷5＝173（千克）. 由此知前苏联卫星重量是 173－89.4＝83.6（千克）；法国卫星重量是 83.6－45.6＝38（千克）；日本卫星重量是 38－28.6＝9.4（千克）；美国卫星重量是 9.4－1.18＝8.22（千克）.

1192. 某轴线厂有四位工人开展劳动竞赛. 甲比乙多缠线 120 轴，丙比乙少缠线 80 轴，丁比甲少缠线 20 轴，四人共缠线 1840 轴. 问这四人各缠线多少轴？

解 若以乙为标准，则甲比乙多缠线 120 轴，丙比乙少缠线 80 轴，丁比乙多缠线 120－20＝100（轴）. 假定各人缠线轴数都与乙相同，这四人应共缠线 1840－120＋80－100＝1700（轴），故知乙缠线 1700÷4＝425（轴）. 所以甲缠线 425＋120＝545（轴），丙缠线 425－80＝345（轴），丁缠线 425＋100＝525（轴）.

1193. 三只船运木板 9800 块，第一船比其余两船共运的少 1400 块，第二船比第三船多运 200 块. 问三船各运木板多少块？

解 依题意可作下图：



（单位：块）

故知第二、第三两船共运（9800＋1400）÷2＝5600（块），而第二船比第三船多运 200 块，所以第二船运木板（5600＋200）÷2＝2900（块）；第三船运木板（5600－200）÷2＝2700（块）；第一船运木板 5600－1400＝4200（块）.

1194. 一列快车长 280 米，一列慢车长 200 米，在平行的轨道上相向而行，从两车头相遇到两车尾相离经过 20 秒. 若此两车在平行的轨道上同向而行，慢车在前，快车在后从两车相遇（快车头与慢车尾相遇）到两车相离

(快车尾与慢车头相离)经过 2 分,求两车速度各是多少?

解　两种情况下,从相遇到相离所行的路程都是两车车身之长的和.但"相向而行"时,是两车在 20 秒内共同走的,故知两车的速度和为(280+200)÷20=24(米/秒);"同向而行"时,是在"追及"情况下运动,是快车比慢车多走的路程,故知两车速度差为(280+200)÷(60×2)=4(米/秒).所以快车速度为(24+4)÷2=14(米/秒);慢车速度为(24−4)÷2=10(米/秒).

1195. 有 50 名学生参加联欢会.第一个到会的女生同全部男生握过手,第二个到会的女生只差一个男生没握过手,第三个到会的女生只差 2 个男生没握手,如此等等,最后一个到会的女生同 7 个男生握过手.问这 50 名同学中有多少男生?

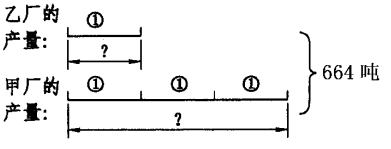
解　第一个到会的女生同全部男生握过手,以后到会的女生与男生握过手的人数根据到会顺序递减 1,直到最后一个到会的女生同 7 个男生握过手,显然女生人数比男生人数少 6 人.所以这 50 名学生中男生有

$$(50+6)\div 2=28(\text{人}).$$

(4) 和倍问题

1196. 甲、乙两个化肥厂共生产化肥 664 吨,甲厂的产量是乙厂的 3 倍.问两厂各生产化肥多少吨?

解 1　依题意可作下图



由图可知,以乙厂产量为标准,总产量 664 吨是乙厂产量的(3+1)倍,所以乙厂生产的吨数为 664÷(3+1)=166(吨);甲厂生产的吨数为 166×3=498(吨);

说明　解答和倍问题时,先选定一个数作为标准,然后设法把其他数以及各数的和分别折合成标准数的倍数,用除法先求出标准数,一般计算公式为　和÷(倍数+1)=标准数,再求出其他数.

解 2　设乙厂生产 x 吨,那么甲厂生产 $3x$ 吨.依题意,得

$$x+3x=664.$$

解方程,得　$x=166$, $3x=498$.

所以甲厂生产 498 吨,乙厂生产 166 吨.

1197. 果园里有梨树、苹果树和桃树共 1800 棵,其中梨树的棵数是苹果数棵数的 2 倍,桃树的棵数是苹果树棵数的 3 倍.求梨树、苹果树和桃树

的棵数.

解 1 以苹果树的棵数为标准,总棵数是苹果树的$(2+3+1)$倍.所以苹果树的棵数是$1800\div(2+3+1)=300$(棵),梨树的棵数是$300\times2=600$(棵),桃树的棵数是$300\times3=900$(棵);

解 2 设苹果树有x棵,则梨树有$2x$棵,桃树有$3x$棵.依题意,得

$$x+2x+3x=1800.$$

解方程,得 $x=300$, $2x=600$, $3x=900$.

所以苹果树有300棵,梨树有600棵,桃树有900棵.

1198. 三块钢板共重207千克.第一块的重量是第二块的3倍,第二块的重量是第三块的2倍.问三块钢板各重多少千克?

解 1 如果把第三块的重量作标准,那么第一块的重量是第三块的(2×3)倍,总重量是第三块的$(2\times3+2+1)$倍.所以第三块重$207\div(2\times3+2+1)=23$(千克),第二块重$23\times2=46$(千克),第一块重$46\times3=138$(千克);

解 2 设第三块钢板重x千克,则第二块钢板重$2x$千克,第一块钢板重$(2\times3)x$千克,依题意,得

$$x+2x+(2\times3)x=207.$$

解方程,得 $x=23$, $2x=46$, $(2\times3)x=138$.

所以第一块钢板重138千克,第二块钢板重46千克,第三块钢板重23千克.

1199. 某厂三个车间共有工人624人,第一车间的人数是第二车间的5倍,第三车间的人数等于第一、二两个车间人数的和.求各车间的人数.

解 1 以第二车间的人数为标准,第三车间人数是第二车间人数的$(5+1)$倍,总人数是第二车间人数的$5+(5+1)+1=12$(倍),所以第二车间的人数是$624\div[5+(5+1)+1]=52$(人),第一车间的人数是$52\times5=260$(人),第三车间的人数是$52+260=312$(人);

解 2 由第三车间的人数等于第一、二两个车间人数的和可知:三个车间的总人数正好是第三车间人数的2倍,故知第三车间人数为$624\div2=312$(人).这个人数也就是第一、第二两个车间人数的和,又是第三车间人数的$(5+1)$倍,所以,第二车间的人数是$312\div(5+1)=52$(人),第一车间的人数是$52\times5=260$(人);

解 3 设第二车间有x人,则第一车间有$5x$人,第三车间有$(5+1)x$人.依题意,得

$$x+5x+(5+1)x=624.$$

解方程,得 $x=52$, $5x=260$, $(5+1)x=312$.

所以第一车间有 260 人，第二车间有 52 人，第三车间有 312 人.

1200. 少先队员种柳树和杨树共 134 棵，杨树的棵数比柳树棵数的 3 倍多 14 棵. 两种树各种了多少棵？

解 1　如果杨树少种 14 棵，杨树和柳树的总数是(134－14)棵，这时杨树的棵树恰好是柳树的 3 倍，所以柳树的棵数是(134－14)÷(3＋1)＝30(棵)，杨树的棵数是 134－30＝104(棵)；

解 2　设有柳树 x 棵，则有杨树$(3x+14)$棵. 依题意，得

$$x+3x+14=134.$$

解方程，得　$x=30$，$3x+14=104$.

所以有柳树 30 棵，杨树 104 棵.

1201. 少先队员种柳树和杨树共 108 棵，杨树的棵数比柳树的 3 倍少 12 棵. 问两种树各种了多少棵？

解 1　如果杨树多种 12 棵，柳树和杨树的总数是(108＋12)棵，这时杨树的棵数恰好是柳树的 3 倍，所以柳树的棵数是(108＋12)÷(3＋1)＝30(棵)，杨树的棵数是 108－30＝78(棵)；

解 2　设种柳树 x 棵，则种杨树$(3x-12)$棵，依题意，得

$$x+3x-12=108.$$

解方程，得　$x=30$，$3x-12=78$.

所以种柳树 30 棵，种杨树 78 棵.

1202. 小华在两天内做了 570 道口算题，第一天做的题数的 10 倍等于第二天做的题数的 9 倍. 问两天各做了多少道口算题？

解 1　若以第二天做的作标准，那么第一天做的是第二天的 $9\div10=\frac{9}{10}$. 总数 570 道就相当于第二天的$\left(1+\frac{9}{10}\right)$倍，所以第二天做的题数是 $570\div\left(1+\frac{9}{10}\right)=300$(道)，第一天做的题数是 570－300＝270(道)；

解 2　设第一天做了 x 道口算题，则第二天做了$(570-x)$道口算题. 依题意，得

$$10x=9(570-x).$$

解方程，得　$x=270$.

所以第一天做了 270 道口算题，第二天做了 $570-x=300$(道)口算题.

1203. 一块长方形地，它的周长是 24 米，长是宽的 2 倍. 求这块地的面积.

解　长与宽的和是(24÷2)米，以宽为标准，它是宽的(2＋1)倍. 所以这块地的宽是 24÷2÷(2＋1)＝4(米)，长是 4×2＝8(米)，面积是 4×8＝32

(米^2).

1204. 甲、乙两个筑路队合修一条长 312 米的公路,同时从两端开始修,经 8 天完工.已知甲队每天的工作量是乙队的 2 倍,求两队每天各修多少米?

解 两队每天共修(312÷8)米,它是乙队每天工作量的(2+1)倍,所以乙队每天修 312÷8÷(2+1)=13(米);甲队每天修 13×2=26(米).

1205. 用同样大小的纸 200 张制作大小两种风筝,小风筝每个用纸 1 张,大风筝每个用纸 2 张.要使小风筝的个数是大风筝的个数的 6 倍,两种风筝各制作了多少个?

解 1 由于小风筝的个数是大风筝的 6 倍,每制作 6 个小的就要制作 1 个大的,而制作 6 个小的和 1 个大的共要用纸(6+2)张,故知大风筝做了 200÷(6+2)=25(个),小风筝做了 25×6=150(个);

解 2 设大风筝制作 x 个,则小风筝制作了 $6x$ 个,依题意,得

$$2x+6x=200.$$

解方程,得 $x=25$, $6x=150$.

所以大风筝制作了 25 个,小风筝制作了 25×6=150(个).

1206. 书架上、下两层共有书 109 本.如果把新买的 15 本放入上层,那么上层的书正好是下层的 3 倍.问两层原来各有书多少本?

解 1 新买的 15 本放入上层后,两层共有书(109+15)本,它是下层的(3+1)倍.所以下层原有书的本数是(109+15)÷(3+1)=31(本),上层原有书的本数是 109−31=78(本);

解 2 设下层原有书 x 本,则上层原有书(3x−15)本.依题意,得

$$x+3x-15=109.$$

解方程,得 $x=31$, $3x-15=78$.

所以上层原有书 78 本,下层原有书 31 本.

1207. 两箱茶叶共重 88 千克,如果从甲箱取出 15 千克放入乙箱,那么乙箱的斤数是甲箱的 3 倍.问两箱原有茶叶各多少千克?

解 1 从甲箱取出 15 千克放入乙箱,两箱的总千克数不变.以甲箱现有的千克数作标准,总千克数是它的(3+1)倍.甲箱现有千克数为 88÷(3+1),所以甲箱原有茶叶 88÷(3+1)+15=37(千克),乙箱原有茶叶 88−37=51(千克);

解 2 设甲箱原有茶叶 x 千克,则乙箱原有茶叶(88−x)千克.依题意,得

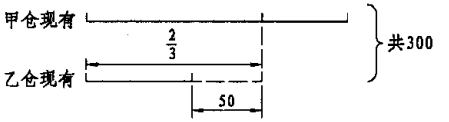
$$3(x-15)=80-x+15.$$

解方程,得 $x=37$, $88-x=51$.

所以甲箱原有茶叶 37 千克，乙箱原有茶叶 51 千克.

1208. 甲、乙两仓共有化肥 300 吨，从甲仓运 30 吨到乙仓后，乙仓的化肥比甲仓的 $\frac{2}{3}$ 少 50 吨. 问两仓原来各有化肥多少吨？

解　依题意可作下图



（单位：吨）

由图可知甲仓现有化肥 $(300+50)\div\left(1+\frac{2}{3}\right)=210$（吨），故知甲仓原有化肥 $210+30=240$（吨）. 综合算式为

$$(300+50)\div\left(1+\frac{2}{3}\right)+30=240\text{（吨）；乙仓原有 }300-240=60\text{（吨）.}$$

1209. 甲、乙两仓共有化肥 300 吨，乙仓运进 50 吨，甲仓运出它的 $\frac{1}{4}$ 后，两仓的化肥数正好相等. 问两仓原来各有化肥多少吨？

解　乙仓运进 50 吨，如果甲仓不运出，那么乙仓现有吨数是甲仓的 $\left(1-\frac{1}{4}\right)$，此时两仓的化肥总数应是 $(300+50)$ 吨，它是甲仓原有化肥数的 $\left(1-\frac{1}{4}+1\right)$ 倍，所以甲仓原有化肥吨数是 $(300+50)\div\left(1-\frac{1}{4}+1\right)=200$（吨）；乙仓原有化肥吨数是 $300-200=100$（吨）.

1210. 某畜牧场有绵羊、山羊共 3561 只，如果绵羊减少 60 只，山羊增加 100 只，那么绵羊只数比山羊只数的 2 倍多 1 只. 问原来绵羊、山羊各有多少只？

解 1　绵羊减少 60 只、山羊增加 100 只后羊的总数是 $3561-60+100=3601$（只），如果再减少 1 只绵羊，总数是 $3601-1=3600$（只），此时绵羊只数正好是山羊的 2 倍，所以此时山羊的只数是 $3600\div(2+1)=1200$（只），原来只数是 $1200-100=1100$（只）. 综合算式为　$(3561-60+100-1)\div(2+1)-100=1100$（只），原来绵羊的只数是 $3561-1100=2461$（只）；

解 2　设原有山羊 x 只，则原有绵羊 $(3561-x)$ 只. 依题意，得

$$2(x+100)+1=3561-x-60.$$

解方程，得　$x=1100$，$3561-x=2461$.

所以原有山羊 1100 只；绵羊 2461 只.

1211. 甲数被乙数除商 3 余 10，假如把除数、被除数、商和余数都加起来，得 143. 求甲、乙两数.

解 1 被除数与除数的和是 $143-(10+3)=130$，若被除数减少 10，那么被除数恰好是除数的 3 倍，此时被除数与除数的和(即甲、乙两数的和)是 $130-10=120$，故知乙数是 $120\div(3+1)=30$. 综合算式为 $[143-(10+3)-10]\div(3+1)=30$，甲数是 $30\times3+10=100$；

解 2 设乙数为 x，则甲数为 $3x+10$. 依题意，得

$$x+3x+10+3+10=143.$$

解方程，得 $x=30$，$3x+10=100$.

所以甲数为 100，乙数为 30.

1212. 某农场有水田 255 公顷，旱田 85 公顷，今冬明春计划把一部分旱田改成水田，使全队旱田公顷数的 15 倍相当于水田公顷数的 2 倍. 问要把多少公顷旱田改成水田？

解 1 把一部分旱田改成水田后总公顷数不变，此时水田的公顷数是旱田的 $15\div2=7.5$(倍)，所以旱田的公顷数为 $(255+85)\div(1+7.5)=40$(公顷)，要把旱田改成水田的公顷数为 $85-40=45$(公顷). 综合算式为 $(255+85)\div(1+15\div2)-40=45$(公顷)；

解 2 设要把 x 公顷旱田改成水田，依题意，得

$$2(255+x)=15(85-x).$$

解方程，得 $x=45$.

所以要把 45 公顷旱田改成水田.

1213. 甲池有水 1500 米^3，乙池有水 1200 米^3，每分钟从甲池流入乙池 25 米^3 水，求多少分后乙池的水是甲池的 2 倍？

解 1 当乙池的水是甲池的 2 倍时，甲池有水 $(1500+1200)\div(2+1)=900$(米^3). 所以甲池流入乙池 $1500-900=600$(米^3)，所求时间为 $600\div25=24$(分). 综合算式为 $[1500-(1500+1200)\div(2+1)]\div25=24$(分)；

解 2 设 x 分后乙池的水是甲池的 2 倍. 依题意，得

$$2(1500-25x)=1200+25x.$$

解方程，得 $x=24$.

所以 24 分后乙池的水是甲池的 2 倍.

1214. 三个植树队共植树 1800 棵，甲队植树的棵数是乙队的 2 倍，乙队植树的棵数比丙队少 200 棵. 问三队各植树多少棵？

解 1 把乙队植树的棵数作标准，若丙队少种 200 棵，则总数为 $(1800-200)$棵，它是乙队的 $(2+1+1)$倍. 所以乙队植树的棵数为 $(1800-200)\div(2+1+1)=400$(棵)，丙队植树的棵数为 $400+200=600$(棵)，甲队植树的

棵数为 $400\times2=800$(棵)；



解 2 设乙队植树 x 棵，则甲队植树 $2x$ 棵，丙队植树 $(x+200)$ 棵，依题意，得

$$x+2x+x+200=1800.$$

解方程，得 $x=400$，$2x=800$，$x+200=600$.

所以甲队植树 800 棵，乙队植树 400 棵，丙队植树 600 棵.

1215. 三个物体平均重 31 千克，甲物比乙、丙两物重量的和轻 1 千克，乙物比丙物的 2 倍重 2 千克. 问三物各重多少千克？

解 1 三个物体的总重量为 (31×3) 千克，若减去 1 千克就是甲物重量的 2 倍. 所以甲物重 $(31\times3-1)\div2=46$(千克)，丙物重 $(46+1-2)\div(2+1)=15$(千克)，乙物重 $15\times2+2=32$(千克)；

解 2 设丙物重 x 千克，则乙物重 $(2x+2)$ 千克，甲物重 $(x+2x+2-1)$ 千克. 依题意，得

$x+2x+2+x+2x+2-1=31\times3$，或 $2(x+2x+2)-1=31\times3$.

解方程，得 $x=15$，$2x+2=32$，$x+2x+2-1=46$.

所以甲物重 46 千克，乙物重 32 千克，丙物重 15 千克.

1216. 甲、乙、丙三人，由于超额完成任务，共得奖金 120 元. 甲得的 3 倍等于乙得的 5 倍，乙得的 2 倍等于丙得的 3 倍. 问三人各得奖金多少元？

解 1 若以乙得的奖金作标准，则甲得的是乙得的 $\frac{5}{3}$ 倍，丙得的是乙得的 $\frac{2}{3}$. 120 元是乙得的 $\left(\frac{5}{3}+\frac{2}{3}+1\right)$ 倍. 所以乙得奖金 $120\div\left(\frac{5}{3}+\frac{2}{3}+1\right)=36$(元)，甲得奖金 $36\times\frac{5}{3}=60$(元)，丙得奖金 $36\times\frac{2}{3}=24$(元)；

解 2 甲、乙所得奖金之比为 5∶3，乙、丙所得奖金之比为 3∶2，甲、乙、丙三人所得奖金之比为 5∶3∶2. 所以甲得 $120\div(5+3+2)\times5=60$(元)，乙得 $120\div(5+3+2)\times3=36$(元)，丙得 $120\div(5+3+2)\times2=24$(元).

1217. 甲、乙、丙三数之和为 1000，甲数比乙数的 3 倍小 2，丙数比甲、乙两数之和的一半大 1. 求这三个数.

解 丙数的 2 倍等于甲、乙两数之和加上 1×2，所以 $1000+1\times2$ 就是丙数的 $(2+1)$ 倍. 丙数是 $(1000+1\times2)\div(2+1)=334$；乙数是 $(334\times2)\div(3+1)=167$；甲数是 $167\times3-2=499$.

1218. 某校有 60 个学生按工种分甲、乙、丙三组参加勤工俭学，乙组人数为甲组的 2 倍，丙组为甲组的 3 倍. 每天共得报酬 505 元，已知每人每天的报酬甲组比乙组高 1 元，乙组比丙组高 20%. 求各组每个人每天的

报酬.

解 1 甲组的人数是 $60\div(2+3+1)=10$(人),乙组的人数是 $10\times2=20$(人),丙组的人数是 $10\times3=30$(人).若以丙组每个人的报酬作标准,则乙组每个人的报酬为丙组每个人的 $1+20\%$,甲组每个人的报酬比丙组每个人的$(1+20\%)$多 1 元.所以 $505-1\times10=495$(元)相当于丙组 $30+(20+10)\times(1+20\%)=66$(人)每天的报酬,丙组每人每天的报酬是 $495\div66=7.5$(元),乙组每人每天的报酬是 $7.5\times(1+20\%)=9$(元),甲组每人每天的报酬是 $9+1=10$(元);

解 2 在解 1 求得甲、乙、丙三组的人数后,可用方程解.设乙组每人每天的报酬为 x 元,则甲组为$(x+1)$元,丙组为 $\frac{1}{1+20\%}x$ 元.依题意,得

$$20x+10(x+1)+30\times\frac{1}{1+20\%}x=505.$$

解方程,得 $x=9$, $x+1=10$, $\frac{1}{1+20\%}x=7.5$.

所以甲组每人每天的报酬是 10 元,乙组每人每天的报酬是 9 元,丙组每人每天的报酬是 7 元 5 角.

1219. 四个数的和是 180,第一个数是第二个数的 2 倍,第二个数是第三个数的 2 倍,第三个数是第四个数的 2 倍.求这四个数.

解 若把第四个数作标准,则第三个数是第四个数的 2 倍,第二个数是第四个数的(2×2)倍,第一个数是第四个数的$(2\times2\times2)$倍,所以第四个数是 $180\div(1+2+2\times2+2\times2\times2)=12$;第三个数是 $12\times2=24$;第二个数是 $24\times2=48$;第一个数是 $48\times2=96$.

1220. 甲、乙、丙、丁四个数的和为 162,若甲数加上 2,乙数减去 2,丙数乘以 2,丁数除以 2,则各数相等.求这四个数.

解 1 若以丙数作标准,则甲数加上 2 是丙数的 2 倍,乙数减去 2 是丙数的 2 倍,丁数是丙数的(2×2)倍.所以 $162+2-2=162$ 是丙数的 $2+2+2\times2+1=9$(倍),丙数是 $162\div9=18$;甲数为 $18\times2-2=34$,乙数为 $18\times2+2=38$,丁数为 $18\times(2\times2)=72$;

解 2 设丙数为 x,则甲数为 $2x-2$,乙数为 $2x+2$,丙数为 $2\times2x$.依题意,得

$$x+2x-2+2x+2+2\times2x=162.$$

解方程,得 $x=18$, $2x-2=34$, $2x+2=38$, $2\times2x=72$.

所以甲数为 34,乙数为 38,丙数为 18,丁数为 72.

1221. 大小两数的和为 20,大数的 3 倍与小数的 5 倍的和为 74.求这两个数.



解 1 大数的 3 倍与小数的 3 倍的和是 $20\times3=60$，而大数的 3 倍与小数的 5 倍的和是 74，所以小数的$(5-3)$倍是 $74-60=14$，小数是 $14\div(5-3)=7$. 综合算式为

$$(74-20\times3)\div(5-3)=7,$$

大数是 $20-7=13$；

解 2 大数的 5 倍与小数的 5 倍的和是 $20\times5=100$，而大数的 3 倍与小数的 5 倍的和是 74，所以大数的$(5-3)$倍是 $100-74=26$，大数是 $26\div(5-3)=13$. 综合算式为 $(20\times5-74)\div(5-3)=13$，小数是 $20-13=7$；

解 3 设大数为 x，则小数为 $20-x$. 依题意，得

$$3x+5(20-x)=74.$$

解方程，得 $x=13$，$20-x=7$.

所以大数为 13，小数为 7.

1222. 育红小学买 1 台电视机和 3 台录音机，共用去 12750 元. 一台电视机的价格是一台录音机的价格的 2 倍. 问电视机和录音机每台各多少元？

解 1 若把一台录音机的价格作标准，则总价是每台录音机价格的$(2+3)$倍. 所以每台录音机的价格是 $12750\div(2+3)=2550$(元)，每台电视机的价格是 $2550\times2=5100$(元)；

解 2 设每台录音机价为 x 元，则每台电视机价为 $2x$ 元. 依题意，得

$$2x+3x=12750.$$

解方程，得 $x=2550$，$2x=5100$.

所以每台录音机价 2550 元，每台电视机价 5100 元.

1223. 甲数比乙数大 10，甲数的 4 倍与乙数的 7 倍的和是 205. 求甲、乙两数.

解 1 因为甲数比乙数大 10，甲的 4 倍＝乙的 4 倍$+10\times4$，所以 $205-10\times4$ 是乙数的$(7+4)$倍，乙数是$(205-10\times4)\div(7+4)=15$，甲数是 $15+10=25$；

解 2 设甲数为 x，则乙数为 $x-10$. 依题意，得

$$4x+7(x-10)=205.$$

解方程，得 $x=25$，$x-10=15$.

所以甲数为 25，乙数为 15.

1224. 大数的 3 倍与小数的 4 倍的和是 165，大数的 4 倍与小数的 3 倍的和是 171. 求大、小两数.

解 1 大数的$(3+4)$倍与小数的$(4+3)$倍的和是$(165+171)$，大数与小数的和是$(165+171)\div(3+4)=48$，大数的 3 倍与小数的 3 倍的和是 48

×3=144,所以小数是 165−144=21. 综合算式为 165−(165+171)÷(3+4)×3=21,大数是(165−21×4)÷3=27;

解 2 由题意知大数比小数大 171−165=6,故大数的(3+4)倍为 165+6×4=189,大数为 189÷(3+4)=27. 综合算式为 [165+(171−165)×4]÷(3+4)=27,小数为(165−27×3)÷4=21,或 27−(171−165)=21;

解 3 设大数为 x. 依题意,得

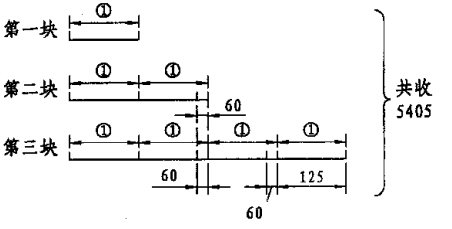
$$\frac{165-3x}{4}=\frac{171-4x}{3}.$$

解方程,得 $x=27$, $\frac{165-3x}{4}=21$.

所以大数是 27,小数是 21.

1225. 某农场在三块田上共收小麦 5405 千克. 第一块田收的小麦比第二块的 2 倍少 60 千克,第三块田收的小麦比第一块的 2 倍多 125 千克. 问三块田各收小麦多少千克?

解 1 依题意可作下图



(单位:千克)

由图可知,如果第一块增产 60 千克,恰好是第二块的 2 倍,第三块减少 125−60×2=5(千克),恰好是第二块的 2×2=4(倍),所以, 5405+60−5=5460(千克)相当于第二块产量的 2+2×2+1=7(倍),故知第二块田产量是 5460÷7=780(千克),综合算式为 [5405+60−(125−60×2)]÷(2+2×2+1)=780(千克),第一块田产量是 780×2−60=1500(千克);第三块田产量是 1500×2+125=3125(千克);

解 2 设第二块田收小麦 x 千克,则第一块田收小麦(2x−60)千克,第三块田收小麦[2(2x−60)+125]千克. 依题意,得

$$x+2x-60+2(2x-60)+125=5405.$$

解方程,得 $x=780$, $2x-60=1500$, $2(2x-60)+125=3125$.

所以第一块田收小麦 1500 千克,第二块田收小麦 780 千克,第三块田

收小麦 3125 千克.

1226. 买甲、乙两种电影票共 52 张，共付 840 元，甲种票数是乙种票数的 $\frac{3}{10}$，一张甲种票价是一张乙种票价的 $1\frac{1}{3}$ 倍. 求每种电影票每张的单价.

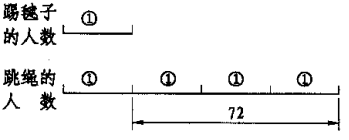
解　乙种票的张数是 $52\div\left(1+\frac{3}{10}\right)=40$(张)，甲种票的张数是 $52-40=12$(张)，12 张甲种票的票价相当于 $12\times1\frac{1}{3}=16$(张)乙种票的票价. 所以乙种票的单价是 $840\div(40+16)=15$(元). 综合算式为 $840\div\left\{52\div\left(1+\frac{3}{10}\right)+\left[52-52\div\left(1+\frac{3}{10}\right)\right]\times1\frac{1}{3}\right\}=15$(元)，甲种票的单价是

$$15\times1\frac{1}{3}=20(\text{元}).$$

(5) 差倍问题

1227. 胜利小学开展冬季体育比赛. 参加跳绳的人数是踢毽子的人数的 4 倍，比踢毽子的多 72 人. 问参加跳绳和踢毽子的各有多少人？

解 1　依题意可作下图



由图可知，若把踢毽子的人数作标准，则 72 人是踢毽子的人数的(4－1)倍，所以踢毽子的人数是 $72\div(4-1)=24$(人)，跳绳的人数是 $24\times4=96$(人)；

说明　由解 1 可知差倍问题的解答方法与和倍问题的解法相仿，一般计算公式为：差÷(倍数－1)＝标准数.

解 2　设踢毽子的有 x 人，则跳绳的有 $4x$ 人. 依题意，得

$$4x-x=72.$$

解方程，得　$x=24$，$4x=96$.

即踢毽子的有 24 人，跳绳的有 96 人.

1228. 甲、乙两车间人数之比为 5∶7. 两个车间调入相同的人数后，甲车间有 48 人，乙车间有 60 人. 求每个车间调入的人数.

解 1　由条件可知乙车间人数是甲车间的 $\frac{7}{5}$ 倍，而两个车间调入相同人数后的差与原来人数的差 $60-48=12$(人)相同. 仿上题解 1 可知甲车间

原有人数为 $12\div\left(\frac{7}{5}-1\right)=30$(人),所以调入人数为 $48-30=18$(人). 综合算式为 $48-(60-48)\div\left(\frac{7}{5}-1\right)=18$(人);

解 2 如果把甲车间人数看作 5 份,那么乙车间人数是 7 份. 两个车间调入相同人数后的差与原来人数的差 $60-48=12$(人)相同,所以 12 人相当于 $7-5=2$(份),每份为 $12\div2=6$(人). 甲车间原有人数为 $6\times5=30$(人),调入人数为 $48-30=18$(人). 综合算式为 $48-(60-48)\div(7-5)\times5=18$(人);

解 3 设每个车间调入 x 人. 依题意,得

$$(48-x):(60-x)=5:7.$$

解方程,得 $x=18$.

即每个车间各调入 18 人.

1229. 一支钢笔比一支毛笔贵 3.6 元,5 支毛笔的价钱恰好等于 2 支钢笔的价钱. 求每支钢笔和毛笔的价钱.

解 1 由 5 支毛笔的价钱等于 2 支钢笔的价钱可知每支钢笔的价钱是每支毛笔的价钱 $\frac{5}{2}$ 的倍,所以每支毛笔的价钱是 $3.6\div\left(\frac{5}{2}-1\right)=2.4$(元);每支钢笔的价钱是 $2.4+3.6=6$(元);

解 2 如果把 2 支钢笔换成 2 支毛笔,应找回(3.6×2)元,因此 5 支毛笔的价钱等于 2 支毛笔的价钱加上(3.6×2)元,每支毛笔的价钱是$(3.6\times2)\div(5-2)=2.4$(元),每支钢笔的价钱是 $2.4+3.6=6$(元);

解 3 设毛笔每支价为 x 元,则钢笔每支价为$(x+3.6)$元. 依题意,得

$$5x=2(x+3.6).$$

解方程,得 $x=2.4$, $x+3.6=6$.

所以毛笔每支价 2.4 元,钢笔每支价 6 元.

1230. 某农场利用山坡种了一批核桃树和红果树,核桃树的棵数比红果树的 2 倍多 95 棵,已知核桃树比红果树多 1455 棵. 问两种树各种了多少棵?

解 1 如果核桃树减少 95 棵,那么核桃树的棵数就是红果树的 2 倍,$(1455-95)$棵就是红果树的棵数的$(2-1)$倍. 所以红果树的棵数是$(1455-95)\div(2-1)=1360$(棵),核桃树的棵数是 $1360\times2+95=2815$(棵);

解 2 设种红果树 x 棵,则种核桃树$(x+1455)$棵. 依题意,得

$$x+1455=2x+95.$$

解方程,得 $x=1360$, $x+1455=2815$.

所以种核桃树 2815 棵,种红果树 1360 棵.



1231. 参加少年宫科技小组的人数，今年比去年多 41 人，今年的人数比去年的 3 倍少 35 人. 问两年各有多少人参加？

解 1 如果今年增加 35 人，今年的人数就是去年的 3 倍，(41＋35)人就是去年人数的(3－1)倍. 所以去年参加的人数是(41＋35)÷(3－1)＝38(人)，今年参加的人数是 38＋41＝79(人)；

解 2 设今年有 x 人参加科技小组，则去年参加人数为(x－41)人. 依题意，得

$$x+35=3(x-41).$$

解方程，得 $x=79$，$x-41=38$.

所以今年有 79 人参加科技小组，去年有 38 人参加科技小组.

1232. 某农具厂二季度比一季度多生产滚珠轴承 1200 套，三季度比二季度多生产 2800 套，三季度生产的是一季度的 3 倍. 求各季度生产的套数.

解 由题意知三季度比一季度多生产(1200＋2800)套，它是一季度的(3－1)倍. 所以一季度生产的套数是(1200＋2800)÷(3－1)＝2000(套)；二季度生产的套数是 2000＋1200＝3200(套)；三季度生产的套数是 3200＋2800＝6000(套).

1233. 甲桶的酒是乙桶的 4 倍，如果从甲桶取出 15 千克倒入乙桶，那么两桶酒的重量相等. 问两桶原来各有酒多少千克？

解 由题意可知甲桶酒比乙桶酒多(15×2)千克，它是乙桶酒的(4－1)倍. 所以乙桶原有酒 15×2÷(4－1)＝10(千克)；甲桶原有酒 10×4＝40(千克).

1234. 天平的两端各放有一些砝码，左端的克数是右端的 5 倍，若右端加 13 克，左端减少 31 克，那么天平就平衡. 问原来两端各有多少克？

解 以右端克数作标准，左端比右端重(13＋31)克，它是右端克数的(5－1)倍. 所以右端的克数是(13＋31)÷(5－1)＝11(克)；左端的克数是 11×5＝55(克).

1235. 甲、乙两个仓库各存有一批面粉，甲仓库所存面粉的袋数是乙仓库的 3 倍，从甲仓库运走 850 袋，从乙仓库运走 50 袋以后，两仓库所剩面粉的袋数相等. 问甲、乙两个仓库原来各有面粉多少袋？

解 原来甲仓所存面粉的袋数比乙仓多(850－50)袋，它是乙仓所存面粉的(3－1)倍. 所以乙仓原有面粉袋数为(850－50)÷(3－1)＝400(袋)；甲仓原有面粉袋数为 400×3＝1200(袋).

1236. 甲、乙两人买了同样本数的书. 甲送给乙 4 本后，乙的书的本数是甲的 3 倍. 问两人原来各买了多少本书？

解 1 甲送给乙 4 本后，乙比甲多 4×2＝8(本)，它是甲剩下的本数的

(3－1)倍，所以甲剩下 8÷(3－1)＝4(本)，两人原来各买了 4＋4＝8(本)．综合算式为

$$4\times2\div(3-1)+4=8(\text{本})；$$

解 2 设两人原来各买了 x 本书．依题意，得

$$3(x-4)=x+4.$$

解方程，得 $x=8$．

所以两人原来各买书 8 本．

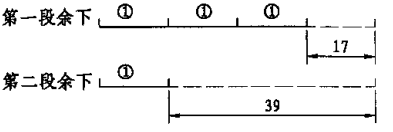
1237．甲、乙两人的存款相等．甲取出 60 元．乙存入 20 元后，乙的存款是甲的 3 倍．问两人原有存款各多少元？

解 甲取出 60 元，乙存入 20 元后，甲的存款比乙少(60＋20)元，它是甲现有存款的(3－1)倍，所以甲现有存款(60＋20)÷(3－1)＝40(元)，两人原有存款各是 40＋60＝100(元)．综合算式为

(60＋20)÷(3－1)＋60＝100(元)．

1238．两段电线的长度相等，在装电灯时第一段用去 17 米，第二段用去 39 米，结果第一段余下的电线刚好是第二段余下的 3 倍．问这两段电线原来各长多少米？

解 1 依题意可作下图



(单位：米)

由图可知，第一段余下的比第二段余下的长 39－17＝22(米)，故知第二段余下 22÷(3－1)＝11(米)，原来各长 11＋39＝50(米)．综合算式为

$$(39-17)\div(3-1)+39=50(\text{米})；$$

解 2 设原来各长 x 米．依题意，得

$$(x-17)=3(x-39).$$

解方程，得 $x=50$．

即原来各长 50 米．

1239．有煤两堆，甲堆比乙堆少 480 吨，从两堆煤里各取出 900 吨后，乙堆煤恰好是甲堆煤的 3 倍．求两堆煤原有的吨数．

解 1 各取出 900 吨后，甲堆仍比乙堆少 480 吨．以甲堆剩下的煤作标准，480 吨是它的 3－1＝2(倍)，故知甲堆剩下 480÷2＝240(吨)，甲堆原有的吨数是 240＋900＝1140(吨)，综合算式为

$$480\div(3-1)+900=1140(\text{吨}),$$

乙堆原有的吨数是 1140＋480＝1620(吨)；

解 2　设甲堆煤有 x 吨，则乙堆煤有(x＋480)吨．依题意，得

$$3(x-900)=x+480-900.$$

解方程，得　$x=1140$，$x+480=1620$．

所以甲堆煤有 1140 吨，乙堆煤有 1620 吨．

1240．甲的存款是乙的 5 倍，如果甲取出 60 元，乙存入 60 元，那么乙的存款是甲的 2 倍．甲、乙原有存款各多少元？

解 1　由题意知，甲现有存款加 60 元即是甲原存款数，它相当于乙原存款数的 5 倍；而乙原存款加上 60 元才是乙现存款数，故甲原存款数要加上(60×5)元才是乙现存款的 5 倍．所以甲现存款数加(60＋60×5)元后才是乙现存款的 5 倍．而甲现存款数是乙现存款数的 $\frac{1}{2}$，由此知(60＋60×5)元是乙现存款的 $\left(5-\frac{1}{2}\right)$ 倍，乙现存款为(60＋60×5)÷$\left(5-\frac{1}{2}\right)$＝80(元)，乙原存款为 80－60＝20(元)，甲原存款为 20×5＝100(元)；

解 2　由“乙存入 60 元后是甲取出 60 元后的 2 倍”知，“乙存入 60 元后”相当于“甲存款的 2 倍取出(60×2)元”；而由“甲存款是乙的 5 倍”知，“甲原有存款的 2 倍”相当于“乙原有存款的 5×2＝10(倍)”，故知“乙再存入 60 元后”相当于“乙原有存款的 10 倍取出 60×2＝120(元)”．所以，60＋120＝180(元)相当于乙原有存款的 10－1＝9(倍)，乙原有存款为 180÷9＝20(元)，综合算式为　(60＋60×2)÷(5×2－1)＝20(元)，甲原有存款 20×5＝100(元)；

解 3　设乙原有存款 x 元，则甲原有存款为 $5x$ 元．依题意，得

$$x+60=2(5x-60).$$

解方程，得　$x=20$，$5x=100$．

所以甲原有存款 100 元，乙原有存款 20 元．

1241．某工厂甲、乙两车间各有工人若干名，现另有 18 名新工人待分配．若全部分配到甲车间，则甲车间所有工人数是乙车间的 2 倍；若全部分配到乙车间，则乙车间所有工人数是甲车间的 $\frac{7}{8}$．问两个车间原来各有多少名工人？

解 1　由“甲车间增加 18 人后是乙车间的 2 倍”知，乙车间人数相当于“甲车间人数的一半加 18÷2＝9(人)”又知“乙车间增加 18 人后是甲车间的 $\frac{7}{8}$”，所以“甲车间人数的 $\frac{1}{2}$ 加 9 再加 18，是甲车间的 $\frac{7}{8}$”，由此知(9＋

$18)\div\left(\frac{7}{8}-\frac{1}{2}\right)=72$(人)即甲车间的人数,综合算式为 $(18\div2+18)\div\left(\frac{7}{8}-1\div2\right)=72$(人),乙车间有工人$(72+18)\div2=45$(人);

解 2 设甲车间原有 x 人,则乙车间原有 $\frac{x+18}{2}$ 人.依题意,得

$$\frac{x+18}{2}+18=\frac{7}{8}x.$$

解方程,得 $x=72$, $\frac{x+18}{2}=45$.

所以甲车间原有 72 人,乙车间原有 45 人.

1242. 有两堆煤,甲堆 94 吨,乙堆 138 吨,每天各运走 9 吨.问几天后乙堆剩下的煤是甲堆剩下的煤的 3 倍?

解 1 几天后两堆煤的差仍是 $138-94=44$(吨).当乙堆剩下的煤是甲堆剩下的 3 倍时,甲堆剩下煤 $44\div(3-1)=22$(吨),故所求的天数为 $(94-22)\div9=8$(天).综合算式为 $[94-(138-94)\div(3-1)]\div9=8$(天);

解 2 设 x 天后乙堆剩下的煤是甲堆剩下的煤的 3 倍.依题意,得

$$138-9x=3(94-9x).$$

解方程,得 $x=8$.

所以 8 天后乙堆剩下的煤是甲堆剩下的煤的 3 倍.

1243. 兄妹各有钱若干.若兄给妹 24 元,两人钱数就相等;若妹给兄 27 元,兄的钱数就是妹的 2 倍.问兄妹各有钱多少元?

解 兄给妹 24 元,两人钱数就相等,说明兄比妹多 $24\times2=48$(元).若妹给兄 27 元,兄比妹多 $48+27\times2=102$(元),即$(24+27)\times2=102$(元),此时兄的钱数是妹的 2 倍,故知此时妹有钱 $102\div(2-1)=102$(元),妹原有钱 $102+27=129$(元).综合算式为 $(24+27)\times2\div(2-1)+27=129$(元);兄原有钱 $129+24\times2=177$(元).

1244. 师徒两人做同样的机器零件.若师傅每天多做 4 个,就比徒弟每天多做 10 个;若徒弟每天多做 2 个,师傅每天所做的个数是徒弟的 1.2 倍.问师徒两人每天各做多少个?

解 1 师傅原来每天比徒弟多做 $10-4=6$(个),当师傅每天做的是徒弟的 1.2 倍时,比徒弟多做 $6-2=4$(个),所以徒弟每天做 $4\div(1.2-1)-2=18$(个);综合算式为 $(10-4-2)\div(1.2-1)-2=18$(个),师傅每天做 $18+(10-4)=24$(个);

解 2 设徒弟每天做 x 个,则师傅每天做 $1.2(x+2)$个.依题意,得

$$1.2(x+2)+4=x+10.$$

解方程，得 $x=18$，$1.2(x+2)=24$.

所以师傅每天做 24 **个，徒弟每天做** 18 **个.**

1245. **甲瓶内有酒精** 61 **毫升，乙瓶内有酒精** 5 **毫升. 现在往两瓶内注入等量的酒精，使甲瓶内的酒精恰好是乙瓶的** 8 **倍. 问两瓶各注入了多少酒精？**

解 1　甲瓶内的酒精是乙瓶的 8 **倍时，甲瓶仍比乙瓶多** $61-5=56$(**毫升**). **它是乙瓶现有酒精的** $8-1=7$(**倍**)，**可知乙瓶现有酒精** $56\div7=8$(**毫升**)，**两瓶各注入酒精** $8-5=3$(**毫升**). **综合算式为**

$$(61-5)\div(8-1)-5=3(\text{毫升});$$

解 2　设两瓶各注入了 x **毫升. 依题意，得**

$$61+x=8(5+x).$$

解方程，得 $x=3$.

即两瓶各注入了 3 **毫升.**

1246. **甲、乙两个工人，甲有** 1400 **元，乙有** 300 **元，他们每人每天得工资** 25 **元. 问再工作多少天甲所有的钱是乙所有的钱的** 3 **倍？**

解 1　由于每天的工资与工作天数都相同，两人所有的钱的差总是 $1400-300=1100$(**元**)，**当甲所有的钱是乙所有的钱的** 3 **倍时，乙所有的钱数为** $1100\div(3-1)=550$(**元**)，**由此可知两人还要工作的天数是**$(550-300)\div25=10$(**天**). **综合算式为**

$$[(1400-300)\div(3-1)-300]\div25=10(\text{天});$$

解 2　设 x **天后甲所有的钱是乙所有的钱的** 3 **倍. 依题意，得**

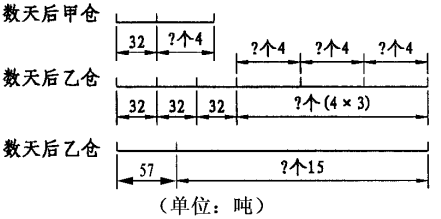
$$1400+25x=3(300+25x).$$

解方程，得 $x=10$.

所以 10 **天后甲所有的钱是乙所有的钱的** 3 **倍.**

1247. **甲仓库存粮** 32 **吨，乙仓库存粮** 57 **吨，甲仓每天存入** 4 **吨，乙仓每天存入** 15 **吨，求几天后乙仓存粮是甲仓的** 3 **倍？**

解 1　依题意可作下图



（单位：吨）

比较两个“数天后乙仓存粮数”的表示图，可知所求天数为$(32\times3-57)\div(15-4\times3)=13$(天)；

解 2 设 x 天后乙仓的存粮是甲仓的 3 倍，依题意，得

$$57+15x=3(32+4x).$$

解方程，得 $x=13$.

即 13 天后乙仓存粮是甲仓的 3 倍.

1248. 甲有银行存款 60 元，乙有银行存款 28 元. 两人各再存入相等的金额后，甲的存款的 3 倍等于乙的存款的 5 倍. 问两人各再存入多少元？

解 1 由甲的存款的 3 倍等于乙的存款的 5 倍，可知甲的存款是乙的 $\frac{5}{3}$ 倍. 仿照题 1246 的解法得两人各再存入

$$(60-28)\div\left(\frac{5}{3}-1\right)-28=20(\text{元});$$

解 2 原来甲存款的 3 倍比乙存款的 5 倍多 $60\times3-28\times5=40$(元)，如果两人各再存入 1 元，则甲要比乙少 $1\times5-1\times3=2$(元)，即两者差额可减少 2 元，所以两人各再要存入 $40\div2=20$(元). 综合算式为 $(60\times3-28\times5)\div(1\times5-1\times3)=20$(元)；

解 3 设两人各再存入 x 元，依题意，得

$$3(60+x)=5(28+x).$$

解方程，得 $x=20$.

所以两人各再存入 20 元.

1249. 有两条绳子，长的是短的 3 倍，如从这两条绳子上各剪去 20 米，那么长的就是短的 4 倍. 问每条绳子各长多少米？

解 1 短的剪去 20 米，长的剪去 20 米的 3 倍，则剪后长的仍为短的 3 倍，现长绳剪去 20 米后是短绳剪去 20 米的 4 倍，故长绳上少剪的 $20\times(3-1)$相当于剪后短绳的$(4-3)$倍，故短绳原来长 $20\times(3-1)\div(4-3)+20=60$(米)，长绳长 $60\times3=180$(米)；

解 2 设短绳长 x 米，则长绳长 $3x$ 米. 依题意，得

$$3x-20=4(x-20).$$

解方程，得 $x=60$.

所以短绳长 60 米，长绳长 $60\times3=180$(米).

1250. 小明所有的连环画本数是小华的 6 倍，如果两人各再买 2 本，那么小明所有的本数是小华的 4 倍. 问两人原来各有连环画多少本？

解 1 如果小华再买 2 本，小明再买 $2\times6=12$(本)，那么现在小明的本

数仍是小华的 6 倍. 可见 $2\times6-2=10$(本)就是小华现有本数的 $6-4=2$(倍),所以小华现有 $10\div2=5$(本),原有 $5-2=3$(本). 综合算式为

$$(2\times6-2)\div(6-4)-2=3\text{(本)},$$

小明原有 $3\times6=18$(本);

解 2 仿照上题解 1 分析,可知 $2\times(4-1)$本相当于小华原有本数的$(6-4)$倍,所以小华原有 $2\times(4-1)\div(6-4)=3$(本),小明原有 $3\times6=18$(本);

解 3 设小华原有连环画 x 本,则小明有连环画 $6x$ 本. 依题意,得

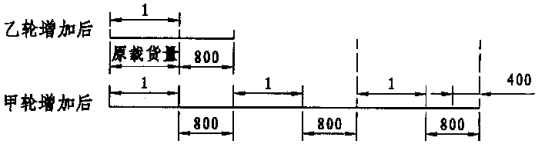
$$6x+2=4(x+2).$$

解方程,得 $x=3$, $6x=18$.

所以小华原有连环画 3 本,小明原有连环画 18 本.

1251. 有甲、乙两艘货轮,甲轮所载货物的重量等于乙轮的 5 倍,如果甲轮增加 400 吨,乙轮增加 800 吨,那么甲轮的载货重量是乙轮的 3 倍. 问两轮各载货物多少吨?

解 1 依题意可作下图:



(单位:吨)

由上图可知甲轮原来的载货量比乙轮原来的载货量的 3 倍还多 $800\times3-400=2000$(吨),所以乙轮原载货 $2000\div(3-1)=1000$(吨). 综合算式为 $(800\times3-400)\div(3-1)=1000$(吨),甲轮原载货 $1000\times5=5000$(吨);

解 2 设乙轮载货 x 吨,则甲轮载货 $5x$ 吨. 依题意,得

$$5x+400=3(x+800).$$

解方程,得 $x=1000$, $5x=5000$.

所以甲轮载货 5000 吨,乙轮载货 1000 吨.

1252. 期中考试时,数学得满分的人数甲班是乙班的 2.5 倍. 期末考试时,数学得满分的人数乙班增加了 6 人,甲班减少了 1 人,结果乙班反是甲班的 2 倍. 问期中考试时两个班级数学各有多少人得满分?

解 1 若甲班期末考试得满分人数增加 $1+6\times2.5=16$(人),那么它仍是乙班期末考试得满分人数的 2.5 倍. 实际期末考试得满分的人数乙班是甲班的 2 倍,即甲班是乙班的一半. 由此可知,增加的 16 人相当于乙班期末

考试得满分人数的 2.5－0.5＝2(倍)，故知期中考试乙班得满分的人数是 16÷2－6＝2(人)．综合算式为 (1＋6×2.5)÷(2.5－0.5)－6＝2(人)，期中考试时甲班得满分的人数是 2×2.5＝5(人)；

解 2 设期中考试时，乙班数学得满分的有 x 人，则甲班有 $2.5x$ 人．依题意，得

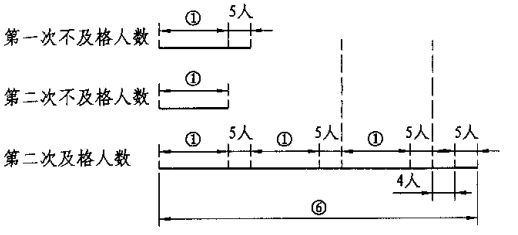
$$x+6=2(2.5x-1).$$

解方程，得 $x=2$，$2.5x=2.5\times2=5$．

所以期中考试时，数学得满分的乙班有 2 人，甲班有 5 人．

1253．某区小学进行两次数学竞赛，参加的人数相同．第一次及格的比不及格的 3 倍多 4 人；第二次及格的人数增加了 5 人，正好是不及格人数的 6 倍．问每次参加竞赛的有多少人？

解 1 依题意可作下图：



(单位：米)

由图可知，第二次不及格人数的 6 倍(即第二次及格人数)比第二次不及格人数的 3 倍多 5×3＋4＋5＝24(人)，所以第二次不及格人数是 24÷(6－3)＝8(人)，由此可知每次参加竞赛的有 8×(6＋1)＝56(人)．综合算式为

$$(5\times3+4+5)\div(6-3)\cdot(6+1)=56(\text{人});$$

解 2 设第一次竞赛时，不及格的有 x 人，则及格的有 $(3x+4)$ 人．依题意，得

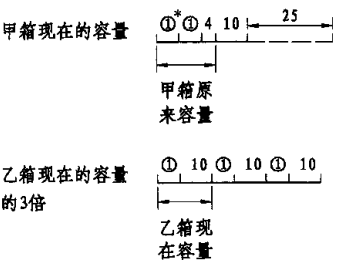
$$3x+4+5=6(x-5).$$

解方程，得 $x=13$，$3x+4=39+4=43$．又知两次参加竞赛的人数相同，故知每次参加数学竞赛的有

$$13+43=56(\text{人}).$$

1254．有甲、乙两水箱，甲箱内的水比乙箱的 2 倍多 4 米^3，如果两箱各注入 10 米^3，那么甲箱内的水比乙箱的 3 倍少 25 米^3．问两箱原来各有水多少？

解 1 依题意可作下图：



（单位：米^3）

（*图中“①”表示乙箱原来容量）

由图可知，甲箱现在的容量等于乙箱原来容量的 2 倍加上 $4+10=14$（米^3），如果再加上 25 米^3 就相当于乙箱现在容量的 3 倍，也就是乙箱原来容量的 3 倍加上 $10\times3=30$（米^3）. 所以乙箱原来容量为 $(14+25-30)\div(3-2)=9$（米^3）. 综合算式为 $(4+10+25-10\times3)\div(3-2)=9$（米^3），甲箱原有水 $9\times2+4=22$（米^3）；

解 2 设乙箱原来有水 x 米^3，则甲箱原来有水 $(2x+4)$ 米^3. 依题意，得

$$2x+4+10=3(x+10)-25.$$

解方程，得 $x=9$，$2x+4=18+4=22$.

所以乙箱原有水 9 米^3，甲箱原有水 22 米^3.

(6) 归一问题

1255. 我国 1971 年 3 月 3 日发射的科学实验人造卫星，在空中绕地球运行 6 周需要 $10\frac{3}{5}$ 时. 以同样的速度运行 14 周需要多少时？

解 运行一周需时间 $10\frac{3}{5}\div6=1\frac{23}{30}$（时），故用同样的速度运行 14 周需要 $1\frac{23}{30}\times14=24\frac{11}{15}$（时）. 综合算式为

$$10\frac{3}{5}\div6\times14=24\frac{11}{15}\text{（时）}.$$

1256. 从北京到郑州有 1078 千米，一列火车从北京开往郑州，3 时行驶了 294 千米. 问照这样的速度，还需几时可到达郑州？

解 1 火车每小时行驶 $294\div3=98$（千米），照这样速度到郑州还需 $(1078-294)\div98=8$（时）. 综合算式为

$$(1078-294)\div(294\div3)=8\text{（时）}；$$

解 2 火车每时行驶 $294\div3=98$（千米），照这样速度北京到郑州共需

1078÷98＝11(时)，故知火车行驶 3 时后还要 11－3＝8(时)才能到达郑州. 综合算式为

$$1078\div(294\div3)-3=8(\text{时}).$$

1257. 用同样的砖铺地，铺 16 平方米要用砖 544 块. 如果再铺 8 平方米，一共要用这样的砖多少块？

解 1　铺 1 平方米要用砖 544÷16＝34(块)，现一共要铺 16＋8＝24(平方米)，故知共要用这种砖 34×24＝816(块)，综合算式为

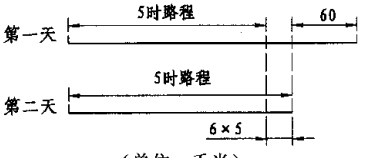
544÷16×(16＋8)＝816(块)；

解 2　再铺 8 平方米，相当于原来铺 16 平方米的 $\frac{8}{16}$，即 $\frac{1}{2}$，用砖数同样要增加 $\frac{1}{2}$，即为原来的 $1+\frac{1}{2}=1\frac{1}{2}$(倍)，故知一共要用砖 $544\times1\frac{1}{2}=816$(块). 综合算式为

$$544\times\left(1+\frac{8}{16}\right)=816(\text{块}).$$

1258. 某船在水上航行. 第一天行了 8 时，第二天以比第一天快 6 千米的速度行了 5 时，比第一天少行 60 千米. 问两天各行了多少千米？

解 1　先求第一天每小时行的路程. 依题意可作下图



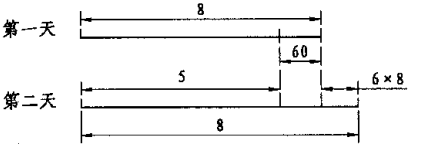
(单位：千米)

由图可知，第一天每小时行(60＋6×5)÷(8－5)＝30(千米)，故第一天行 30×8＝240(千米). 综合算式为

(60＋6×5)÷(8－5)×8＝240(千米)，

第二天行 240－60＝180(千米)；

解 2　先求第二天每小时行的路程. 若第二天也行 8 时，则要比第一天多行 6×8＝48(千米). 依题意可作下图



由图可知第二天行 8 时比行 5 时多行 60＋48＝108(千米)，故知第二

天每小时行 108÷(8−5)=36(千米),所以第二天行 36×5=180(千米).综合算式为 (60+6×8)÷(8−5)×5=180(千米),第一天行 180+60=240(千米);

解 3 先求第一天每小时行的路程.若第二天仍以原速航行 5 时,则还要少行 6×5=30(千米),即以第一天的速度航行 8 时比航行 5 时要多行 60+30=90(千米).故知第一天每小时行 90÷(8−5)=30(千米),所以第一天行 30×8=240(千米).综合算式为

$$(60+6\times5)\div(8-5)\times8=240(\text{千米}),$$

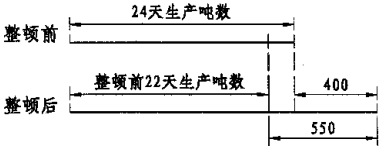
第二天行 240−60=180(千米).

1259. 某掘煤小组按 50 天的平均日定额计算,前 24 天远未完成任务.于是决定停产整顿 3 天.整顿后每天多生产 25 吨,结果提前 1 天完成了 50 天的生产计划,比整顿前多产原煤 400 吨.问整顿前后各产原煤多少吨?

解 1 先求整顿后每天产原煤的吨数.整顿后若生产 24 天,应比整顿前多产煤 25×24=600(吨),实际整顿后生产的天数是 50−24−3−1=22(天),比整顿前增产 400 吨.由此知,整顿后少生产 24−22=2(天),就要少增产 600−400=200(吨),故整顿后每天应产煤 200÷2=100(吨),所以整顿后共生产煤 100×22=2200(吨).综合算式为 (25×24−400)÷[24−(50−24−3−1)]×(50−24−3−1)=2200(吨).整顿前共生产煤

2200−400=1800(吨)或(100−25)×24=1800(吨);

解 2 先求整顿前每天生产原煤的吨数.整顿后生产的天数是 50−24−3−1=22(天),比整顿前多生产原煤 25×22=550(吨).依题意可作下图



由图可知,整顿前每天生产原煤(550−400)÷(24−22)=75(吨),整顿前共产原煤 75×24=1800(吨).综合算式为 [25×(50−24−3−1)−400]÷[24−(50−24−3−1)]×24=1800(吨).整顿后共产煤

$$1800+400=2200(\text{吨});$$

解 3 设整顿前每天生产原煤 x 吨.则整顿后每天生产原煤$(x+25)$吨.依题意,得

$$24x+400=(50-24-3-1)(x+25).$$

解方程,得 $x=75$, $x+25=100$.

所以整顿前生产煤 75×24=1800(吨),整顿后生产煤 1800+400=

2200(吨).

1260. 有一只闹钟和一只手表. 已知手表每小时比闹钟快 30 秒,闹钟每小时比标准钟慢 30 秒,问这只手表的时间与标准钟相比,情况如何?

解 1　标准钟走 1 时,闹钟少走 30 秒,即走了 3600－30＝3570(秒). 而闹钟走 1 秒,手表要走(3600＋30)÷3600＝$1.00\dot{8}3$(秒). 故知标准钟走 1 时(即闹钟走 3570 秒),手表要走 $1.00\dot{8}3\times3570=3599.75$(秒),即手表比标准钟走得慢,标准钟走 1 时,手表少走 3600－3599.75＝0.25(秒). 综合算式为　3600－(3600＋30)÷3600×(3600－30)＝0.25(秒);

解 2　由题意知,闹钟走 1 时,手表要走 3600＋30＝3630(秒),故闹钟走 1 秒钟. 手表要走 3630÷3600＝$1.00\dot{8}3$(秒);标准钟走 1 时,闹钟要走 3600－30＝3570(秒),故闹钟走 1 秒,标准钟要走 3600÷3570≈1.0084(秒). 两者相比,闹钟走 1 秒,手表走 $1.00\dot{8}3$ 秒,标准钟走 1.0084 秒. 因 $1.00\dot{8}3<1.0084$ 故手表比标准钟慢.

【注意】　此题若用比例解,解法如下:

① 先求手表走 1 时闹钟走多少时间. 设手表走 1 时闹钟走 x_1 秒,即有 $\frac{3600+30}{3600}=\frac{3600}{x_1}$.

解方程,得　$x=\frac{3600\times3600}{3630}$;

② 再求手表走 1 时(即闹钟走 x_1 秒)标准钟走多少时间. 设手表走 1 时标准钟走 x_2 秒. 即有: $\frac{3600-30}{x_1}=\frac{3600}{x_2}$.

解方程,得　$x_2=\frac{3600}{3570}$　$x_1=\frac{3600}{3570}\times\frac{3600\times3600}{3630}\approx3600.25$,

所以手表走 1 时,标准钟走了 3600.25 秒,所以手表比标准钟每时慢 0.25 秒.

1261. 3 台拖拉机 10 时开垦荒地 90 公顷, 8 台拖拉机 6 时开荒多少公顷?

解　一台拖拉机一时开荒: 90÷3÷10＝3(公顷),故知 8 台拖拉机 6 时可开荒: 3×8×6＝144(公顷). 综合算式为

$$90\div3\div10\times8\times6=144(\text{公顷}).$$

1262. 360 台织布机 12 天共织布 302400 米,增加同样的织布机 140 台后, 30 天可织布多少米?

解　1 台织布机 1 天可织布: 302400÷360÷12＝70(米),增加 140 台

后共有织布机 360＋140＝500(台)，故增加织布机后 30 天可织布 70×500×30＝1050000(米)．综合算式为

302400÷360÷12×(360＋140)×30＝1050000(米)．

1263．某部一连 120 人 5 天用粮 450 千克．二、三两连共有 250 人，目前有粮食 750 千克，照一连的用粮情况推算，7 天还需再拨给他们粮食多少千克？

解　由一连用粮情况知，一人一天用粮 450÷120÷5＝0.75(千克)，250 人 7 天要用粮 0.75×250×7＝1312.5(千克)，故还需再拨给二、三两连粮食 1312.5－750＝562.5(千克)．综合算式为

450÷120÷5×250×7－750＝562.5(千克)．

1264．4 辆汽车行驶 300 千米需要汽油 240 升，现有 5 辆汽车同时运货到相距 800 千米的地方去，汽油只有 1000 升，是否够用？

解　每辆汽车行驶 1 千米需汽油 240÷4÷300＝0.2(升)，5 辆汽车行驶 800 千米需汽油 0.2×5×800＝800(升)．综合算式为　240÷4÷300×5×800＝800(升)．因 800 升少于 1000 升，所以汽油够用．

1265．米喂鸡，鸡生蛋．37 千克米喂 37 只母鸡吃了 37 天．而 73 只母鸡 73 天生了 73 千克蛋．问在同样条件下要得到 1 千克的蛋，需要喂米几千克？

解　由“37 千克米喂 37 只鸡吃了 37 天”知：1 只母鸡 1 天吃米 $\frac{1}{37}$ 千克；由“73 只母鸡 73 天生 73 千克蛋”知 73 只母鸡 1 天可生蛋 1 千克．故要得到 1 千克蛋就要喂 73 只鸡 1 天吃的米，其用量是 $\frac{1}{37}\times 73=1\frac{36}{37}$(千克)．即要得到 1 千克蛋需喂米 $1\frac{36}{37}$ 千克．综合算式为

$$37\div 37\div 37\times 73=1\frac{36}{37}\text{(千克)}.$$

1266．某工厂计划做 4320 个机器零件，18 个工人工作 8 时完成了计划的 50%，其余的如果要 4 时完成，需要多少工人？

解 1　原来每人 1 时可做零件：4320×50%÷18÷8＝15(个)，余下的要 4 时完成，需工人 4320×50%÷(15×4)＝36(人)，综合算式为

4320×(1－50%)÷(4320×50%÷18÷8×4)＝36(人)；

解 2　原来每人 1 时可做零件：4320×50%÷18÷8＝15(个)，余下的要 4 时完成，每时需完成 4320×50%÷4＝540(个)，需要工人 540÷15＝36(人)．综合算式为

4320×50%÷4÷(4320×50%÷18÷8)＝36(人)．

【注意】 此题前后完成的零件数均是总数的50%，零件总数在计算中并不起作用：$4320\times(1-50\%)\div(4320\times50\%\div18\div8\times4)=2160\div(2160\div18\div8\times4)=1\div\frac{4}{18\times8}$（被除数与除数都除以2160，商不变）$=\frac{18\times8}{4}=36$（人）. 因此，本题的算式可简化为$18\times8\div4$. 这一点若改用下法解，可更清楚地看出：因任务数相同，在工作效率不变的情况下，工作时间与所需人数成反比例关系. 设所需人数为x，即有$4x=18\times8$，解方程，得 $x=36$.

1267. 红旗农场播种小麦，原计划4台播种机12天播种小麦480公顷，由于他们抓紧农时，每天每台播种的公顷数是原计划的1.2倍，这样可以提前多少天完成任务？

解 原计划每台播种机1天播种小麦$480\div4\div12=10$（公顷），实际每天每台播种了$10\times1.2=12$（公顷），故知播种480公顷小麦4台播种机实际用$480\div(12\times4)=10$（天），这样可提前$12-10=2$（天）完成任务. 综合算式为

$$12-480\div(480\div4\div12\times1.2\times4)=2(\text{天}).$$

【注意】 此题与题1266相似，若用比例解，总数“480公顷”可不用.

1268. 5个人每天工作8时，40天完成长40米、宽20米、深1米的一条沟. 问6个人每天工作5时，几天能挖成长100米、宽15米、深1米的沟？

解 两条沟的土方量分别是$40\times20\times1=800$（米^3）与$100\times15\times1=1500$（米^3）. 而每人每小时可完成土方$800\div(8\times5\times40)=0.5$（米^3），故知6人每天工作5时要挖成长100米、宽15米、深1米的沟需$1500\div(0.5\times6\times5)=100$（天），综合算式为

$$100\times15\times1\div[40\times20\times1\div(8\times5\times40)\times6\times5]=100(\text{天}).$$

1269. 某牧场养牛32头、养马76匹，30天吃草32040千克. 每匹马每天吃草9千克，问每头牛每天吃草多少千克？

解1 76匹马30天吃草$9\times76\times30=20520$（千克），32头牛30天吃草$32040-20520=11520$（千克），故知每头牛每天吃草$11520\div32\div30=12$（千克）. 综合算式为

$$(32040-9\times76\times30)\div32\div30=12(\text{千克});$$

解2 设每头牛每天吃草x千克. 依题意，得

$$30(32x+9\times76)=32040.$$

解方程，得 $x=12$.

所以每头牛每天吃草12千克.

1270. 2台车床8时共加工零件1280个，现在增加同样的车床3台，每台车床的生产效率增加25%. 问加工零件4400个需要多少时？



解 1台车床1时原来可加工零件1280÷2÷8=80(个),现在1台车床1时可加工零件:80×(1+25%)=100(个),故知加工零件4400个,2+3=5(台)车床需4400÷(100×5)=8.8(时).综合算式为

$$4400\div[1280\div2\div8\times(1+25\%)\times(2+3)]=8.8(\text{时}).$$

1271. 某件工作6个人做25天能完成.照这样计算,10个人做多少天能完成?

解 1人完成这件工作需要25×6=150(天),10人完成这件工作需要150÷10=15(天).综合算式为

$$25\times6\div10=15(\text{天}).$$

1272. 红星农场用拖拉机耕地.原计划每天耕27公顷,5天完成;实际提前半天完成.问每天多耕了多少公顷?

解 一共要耕地27×5=135(公顷).实际每天耕地135÷(5−0.5)=30(公顷),而原计划每天耕27公顷,故知实际每天多耕30−27=3(公顷).综合算式为

$$27\times5\div(5-0.5)-27=3(\text{公顷}).$$

1273. 一本书,原计划印270页,每页排24行,每行排30个字,因要节约用纸,改为每页排30行,每行排36个字.问这本书比原计划减少多少页?

解 这本书的总字数是30×24×270=194400(个),改排后的页数是194400÷(36×30)=180(页),故知此书比原计划减少270−180=90(页).综合算式为

$$270-30\times24\times270\div(36\times30)=90(\text{页}).$$

1274. 搬运一堆砂土,如用工人200名需5日;如用马车25辆需4日;如用卡车5辆需2日.现有工人100名,马车10辆,卡车2辆同时搬运.问运完这堆砂土需多少日?

解 若一人工作一天算一个工作日,则运完这堆砂土需要的工作日是200×5=1000(个)工作日.因此每辆马车每日的运输量相当于1000÷(4×25)=10(个)工作日,每辆卡车每日的运输量相当于1000÷(2×5)=100(个)工作日,所以现有的工人、马车、卡车一起运一天,相当于100+10×10+100×2=400(工作日),故知运完这堆砂土需1000÷400=2.5(日).综合算式为

$$200\times5\div[100+1000\div(4\times25)\times10+1000\div(2\times5)\times2]=2.5(\text{日}).$$

1275. 一项工程7人合作11天可完成,若想提前4天完成,要增加多少人?

解 完成此项工程的总工作量是11×7=77(个)工作日,想提前4天,即用11−4=7(天)完成,需用77÷7=11(人),故需增加11−7=4(人).综

合算式为

$$7\times11\div(11-4)-7=4(\text{人}).$$

1276. 5台拖拉机20天耕地800公顷，问要18天耕完3600公顷土地，需增加同样的拖拉机多少台？

解　每台拖拉机1天耕地$800\div20\div5=8$(公顷)，3600公顷地要18天耕完需同样的拖拉机$3600\div18\div8=25$(台)，故知应增加同样的拖拉机$25-5=20$(台)．综合算式为

$$3600\div18\div(800\div20\div5)-5=20(\text{台}).$$

1277. 某工厂计划15人每天工作8时，6天完成一批定货．后来因要提前供应，改由18人工作，限4天完成．问每天需工作几时？

解　完成这批定货若1人工作需用$8\times15\times6=720$(时)，故改用18人工作4天，每天应工作的时间为$720\div18\div4=10$(时)．综合算式为

$$8\times15\times6\div18\div4=10(\text{时}).$$

1278. 誊写社有6个人共同刻写一份资料，每天工作4时，需5天完成；照这样计算，如果再增加4个人，工作时间每天减少1时，需要多少天才能完成？

解　这份资料若由1人刻写，共需$4\times6\times5=120$(时)，现有$6+4=10$(人)刻写，每天工作$4-1=3$(时)，故需$120\div10\div3=4$(天)完成．综合算式为

$$4\times6\times5\div(6+4)\div(4-1)=4(\text{天}).$$

1279. 某印刷厂工人8名，每天工作7时，24天可印完一套书籍．现少用工人2名，每天多工作1时．问这套书需多少天印完？

解　印完这套书的总工作量是$7\times8\times24=1344$(时)．6名工人每天工作8时的工作量是$8\times6=48$(时)，故现在印完这套书所需的天数是$1344\div48=28$(天)．综合算式为

$$7\times8\times24\div[(7+1)\times(8-2)]=28(\text{天}).$$

1280. 某一土方工程原计划42人每天工作8时，12天完成．按进度工作7天后，因支援其他紧急任务调走了12人．问：(1) 假如每天仍工作8时，那么剩下的工作还要多少天才能完成？(2) 若要求按原定日期完成任务，那么每天要工作多少时？

解1　(1) 工作7天后剩下的工程还需要$(12-7)\times42=210$(个)工作日．调走12人后，要完成这些任务还需$210\div(42-12)=7$(天)．综合算式为

$$(12-7)\times42\div(42-12)=7(\text{天}).$$

(2) 若1人工作1时为1工时，则42人每天工作8时，1天可完成$8\times42=336$(工时)．要按期完成任务，剩下的$42-12=30$(人)每天也要做满

336 工时才行. 因此他们每天要工作 336÷30=11.2(时);



解 2 (2) 按进度工作 7 天后剩下的任务要完成需 8×42×(12−7)=1680(时),剩下的 42−12=30(人)要在 12−7=5(天)内完成,每天需工作 1680÷(30×5)=11.2(时). 综合算式为

$$8\times42\times(12-7)\div(30\times5)=11.2(\text{时}).$$

1281. 某连共有战士 108 人,备有 31 天的粮食. 10 天后增加了 18 人,假定每人每天用粮相等,那么剩下的粮食还可吃多少天?

解 1 连队备有的粮食可供 1 人吃 31×108=3348(天), 10 天后剩下的粮食可供 1 人吃 3348−10×108=2268(天), 10 天后共有战士 108+18=126(人),故剩下的粮食还可吃 2268÷126=18(天). 综合算式为

$$(31\times108-10\times108)\div(108+18)=18(\text{天});$$

解 2 10 天后剩有的粮食可供 1 人吃(31−10)×108=2268(天), 10 天后共有战士 108+18=126(人),故知剩下粮食还可吃 2268÷126=18(天). 综合算式为

$$(31-10)\times108\div(108+18)=18(\text{天}).$$

1282. 某工地有工人 1200 人,为他们准备了 80 天的粮食. 23 天后调走了 250 人,问余粮可供食用多少天?

解 若人数无变化,则 23 天后所余粮食还可供吃 80−23=57(天). 假如这些余粮供 1 人吃,可吃 57×1200=68400(天),调走 250 人后,还剩 1200−250=950(人),故知所余粮食可供食用 68400÷950=72(天). 综合算式为

$$(80-23)\times1200\div(1200-250)=72(\text{天}).$$

1283. 学校有一批粉笔,原计划 30 个班用 60 天. 实际 15 天后有 5 个班外出了,问剩下的粉笔够在校班级用多少天?

解 1 由题意知, 15 天后剩下的粉笔够 30 个班用 60−15=45(天),这些粉笔若给 1 个班用则可用 45×30=1350(天),而 15 天后在校班级仅 30−5=25(个),故知剩下粉笔够在校班级用 1350÷25=54(天). 综合算式为

$$(60-15)\times30\div(30-5)=54(\text{天});$$

解 2 这批粉笔若给 1 个班用,可用 60×30=1800(天),开始 15 天用去的粉笔若给 1 个班用,可用 15×30=450(天),所以剩下的粉笔若给 1 个班用,可用 1800−450=1350(天). 15 天后在校班级仅 30−5=25(个),故知剩下的粉笔够在校班级用 1350÷25=54(天). 综合算式为

$$(60\times30-15\times30)\div(30-5)=54(\text{天}).$$

【注意】 此题若用比例解,可设剩下的粉笔可供在校班级用 x 天. 因剩

下的粉笔可供 30 个班级用 60－15＝45(天)，故有 45×30＝(30－5)x，解方程，得　x＝54. 所以剩下的粉笔够在校班级用 54 天.

(7) 倍比问题

1284. 张明 2 时制造 125 个零件，照这样计算，8 时可制造零件多少个？

解 1　由题意知，每小时制造的零件个数相同，而 8 时是 2 时的 8÷2＝4(倍)，故知 8 时制造零件 125×4＝500(个). 综合算式为

125×(8÷2)＝500(个)；

解 2　因平均 1 时可制造零件 125÷2＝62.5(个)，所以 8 时可制造零件 62.5×8＝500(个). 综合算式为

125÷2×8＝500(个)；

解 3　设 8 时可制造零件 x 个. 依题意，得

$$2 : 8 = 125 : x.$$

解比例方程，得　x＝500.

所以 8 时可制造零件 500 个.

说明　用倍比法解答的应用题，在结构上和归一问题相同，但在整数范围内不能求出单位值，而它的同类量的两个已知数值成倍数关系，就用倍比法解(解 1). 解题时先求出同类量两个数值的倍数关系，然后按照倍数关系求出结果. 在学过小数、分数以后，就可打破归一法和倍比法的界限，凡用倍比法解的应用题，都可以用归一法解(解 2).

1285. 一列火车，从甲站经过乙站开往丙站. 甲站到乙站有 205 千米，行了 3 时. 用同样的速度继续开往丙站，又行了 6 时. 问从乙站到丙站有多少千米？

解　从乙站到丙站有 205×(6÷3)＝410(千米).

1286. 3 米长的竹杆影长 0.5 米，同时测得电线杆的影长与竹杆长相等，问电线杆的高度是多少米？

解　电线杆的高度为 3×(3÷0.5)＝18(米).

1287. 腌 100 千克鱼用盐 3.5 千克，现有鱼 50 筐，每筐重 40 千克，如果每千克盐价 0.26 元，把这些鱼全部腌起来，需用盐款多少元？

解　现有鱼 40×50＝2000(千克)，需用盐 3.5×(2000÷100)＝70(千克)，需用盐款 0.26×70＝18.20(元). 综合算式为

0.26×[3.5×(40×50÷100)]＝18.20(元).

1288. 7 个人植树 23 棵，照这样计算，如果增加 14 个人，能植树多少棵？

解　增加 14 人后共有 7＋14＝21(人)，他们共能植树 23×(21÷7)＝

69(棵).综合算式为

$$23\times[(7+14)\div7]=69(\text{棵}).$$



1289. 20只兔可换2只羊，9只羊可换3头猪，8头猪可换2头牛，问12头牛可换多少只兔？

解　12头牛可换猪 $8\times(12\div2)=48$(头)，

48头猪可换羊 $9\times(48\div3)=144$(只)，

144只羊可换兔 $20\times(144\div2)=1440$(只).综合算式为

$$20\times\{9\times[8\times(12\div2)\div3]\div2\}=1440(\text{只}).$$

故知12头牛可换兔子1440只.

1290. 一件工作5个人做24天可完成，照这样计算，10个人做几天可完成？

解1　10人是5人的 $10\div5=2$(倍)，因工作总量不变，人数扩大2倍，时间应缩小2倍，故知10个人做，$24\div2=12$(天)可完成.综合算式为

$$24\div(10\div5)=12(\text{天});$$

解2　1个人做需 $24\times5=120$(天)完成，10个人做需 $120\div10=12$(天)可完成.综合算式为　$24\times5\div10=12$(天)；

解3　设10个人做 x 天可完成.依题意，得

$$5:10=x:24$$

解比例方程，得　$x=12$.

所以10个人做12天可完成.

1291. 有一件工作，5个人做24天可完成，照这样计算，要12天完成这件工作，需增加几人？

解　要12天完成这件工作需 $5\times(24\div12)=10$(人)，所以要增加 $10-5=5$(人).综合算式为

$$5\times(24\div12)-5=5(\text{人}).$$

(8) 植树问题

1292. 一条路长100米，在路的一旁从头至尾每隔4米植树1棵，共要植树多少棵？

解1　把路每4米分成一段，这条路共分成 $100\div4=25$(段)，因为路的两端都植，所以棵数比段数多1，就有 $25+1=26$(棵)，即共要植树26棵.综合算式为

$$100\div4+1=26(\text{棵});$$

说明　在直线上或不封闭曲线上植树，如果两端都植，则

$$\text{棵数}=\text{段数}+1;$$

如果两端都不植，则

棵数＝段数－1；

如果一端植，一端不植，则

棵数＝段数.

从以上三种情况看，掌握棵数和段数的关系，对于解答有关植树问题是非常重要的.

解 2　设共要植树 x 棵. 依题意，得

$$4(x-1)=100.$$

解方程，得　$x=26$.

所以共要植树 26 棵；

解 3　设路的一旁的间隔. 分为 x 段. 依题意，得

$$4x=100.$$

解方程，得　$x=25$. 故知共要植树 $25+1=26$(棵).

1293. 一条路长 400 米，从离起点 192 米的地方开始在路的两旁植树，每 4 米植一棵，直至路的末端，共要植树多少棵？

解 1　需要植树的路长 $400-192=208$(米)，每 4 米一段，可分 $208\div4=52$(段)，故知每边要植树 $52+1=53$(棵)，两旁共植树 $53\times2=106$(棵). 综合算式为

$$[(400-192)\div4+1]\times2=106(\text{棵});$$

解 2　设路的一旁植树 x 棵. 依题意，得

$$4(x-1)=400-192.$$

解方程，得　$x=53$.

所以路的两旁共植树 $53\times2=106$ 棵.

1294. 两根电线杆相隔 115 米，在其间以等距离增加 22 根电杆后，第 15 根与第 1 根间相隔多少米？

解 1　根据题意，115 米应分成 $22+1=23$(段)，故知每段长 $115\div23=5$(米). 而第 15 根与第 1 根间共有 $15-1=14$(段)，所以第 15 根与第 1 根相隔 $5\times14=70$(米). 综合算式为

$$115\div(22+1)\times(15-1)=70(\text{米});$$

解 2　设每根电杆相隔 x 米. 依题意，得

$$(22+1)x=115.$$

解方程，得　$x=5$.

所以第 15 根与第 1 根电杆相隔 $5\times(15-1)=70$ 米.

1295. 公路一旁每隔 40 米有木电杆一根(两端都有)，共 121 根，今改用水泥电杆 51 根(包括两端)，求两相邻水泥杆间的距离.

解 1　公路长为 $40\times(121-1)=4800$(米)，公路被水泥电杆分成 $51-1$



$=50$(段),故相邻水泥杆间的距离为 $4800\div50=96$(米). 综合算式为

$$40\times(121-1)\div(51-1)=96(\text{米});$$

解 2 设两相邻水泥杆之间的间隔为 x 米. 依题意,得

$$(51-1)x=40\times(121-1).$$

解方程,得 $x=96$.

所以两相邻水泥杆之间的间隔为 96 米.

1296. 一根木料长 2 米,锯成每段 50 厘米,需要 30 分;如果把它锯成每段 40 厘米,需要多少时间?

解 1 2 米 $=200$ 厘米. 把它锯成每段 50 厘米,需锯 $200\div50-1=3$(次);锯成每段 40 厘米,需锯 $200\div40-1=4$(次). 故知锯成每段 40 厘米需要 $30\div3\times4=40$(分). 综合算式为

$$30\div(200\div50-1)\times(200\div40-1)=40(\text{分});$$

解 2 设需要 x 分钟. 依题意,得

$$\frac{x}{200\div40-1}=\frac{30}{200\div50-1}.$$

解方程,得 $x=40$.

所以锯成每段 40 厘米需要 40 分.

1297. 在铁路一旁,每隔 50 米有电杆一根. 一旅客在行进的火车里,从经过第 1 根电杆起到第 45 根电杆止,恰好过了 3 分. 问火车行进的速度是每小时多少千米?

解 从第 1 根电杆到第 45 根电杆,中间有 $45-1=44$(段),火车 3 分所走的路程是 $50\times44=2200$(米). 火车每小时行 $2200\times(60\div3)\div1000=44$(千米). 综合算式为

$$50\times(45-1)\times(60\div3)\div1000=44(\text{千米}).$$

1298. 在边长为 $2\frac{1}{30}$ 米的正方形窗口做均匀木格,纵横各用 21 根木条(不包括四周窗框),木条每根宽 $\frac{1}{30}$ 米,求相邻两木条的间距.

解 21 根木条共宽 $\frac{1}{30}\times21=0.7$(米),21 根木条与上、下(或左、右)窗框之间共分成相等的 $21+1=22$(个)间距,每个间距为 $\left(2\frac{1}{30}-0.7\right)\div22=\frac{2}{33}$(米). 综合算式为

$$\left(2\frac{1}{30}-\frac{1}{30}\times21\right)\div(21+1)=\frac{2}{33}(\text{米}).$$

1299. 在长 2400 米的公路两旁,每隔 50 米植槐树一棵(两端都植),在

每相邻两棵槐树之间又补栽大叶杨一棵，问栽槐树、杨树各几棵？

解 每 50 米分成一段，这条路共可分 $2400\div50=48$(段)，所以这条路的两旁共栽槐树 $(48+1)\times2=98$(棵)，共栽大叶杨 $48\times2=96$(棵)．综合算式为

$$(2400\div50+1)\times2=98(\text{棵})\cdots\cdots\text{槐树；}$$

$$2400\div50\times2=96(\text{棵})\cdots\cdots\text{大叶杨．}$$

1300．一列彩车共 52 辆，每辆长 4 米，相邻两辆之间相隔 5 米．彩车前进的速度是每分钟 50 米．问这列彩车通过长 587 米的检阅场共需多少时间？

解 这列彩车全长 $4\times52+5\times(52-1)=463$(米)，彩车通过检阅场的路程等于这列彩车的全长加检阅场的长．即 $463+587=1050$(米)，这列彩车通过检阅场所需的时间为 $1050\div50=21$(分)．综合算式为

$$[4\times52+5\times(52-1)+587]\div50=21(\text{分}).$$

1301．有步兵、炮兵、骑兵组成的三支队伍，每支队伍 800 人．他们都分 4 行并列行进，步兵队前后每人相距 1 米，炮兵队前后相距 5 米，骑兵队前后相距 3 米，队与队相距 10 米，他们每分钟走 80 米，过一座全长为 589 米的铁桥．问三支队伍过完这座桥需要多少时间？

解 队伍全长：$1\times(800\div4-1)+5\times(800\div4-1)+3\times(800\div4-1)+10\times(3-1)=1811$(米)[或 $(1+5+3)\times(800\div4-1)+10\times2=1811$(米)]，三支队伍通过这座桥所走的路程是 $1811+589=2400$(米)．所以需要 $2400\div80=30$(分)．

1302．一座桥全长 104 米，计划在桥的两侧栏杆上各安装 16 块花纹图案，图案的横长为 1.5 米，两头的图案离桥端都是 10 米．求相邻两块图案之间应相隔几米？

解 1 从这座桥的总长度 104 米里减去 16 块图案占用的米数，再减去桥的两头空余的米数得 $104-1.5\times16-10\times2=60$(米)，即为 $16-1=15$(个)间隔所占用的总米数．故知相邻两块图案之间相隔 $60\div15=4$(米)．综合算式为 $(104-1.5\times16-10\times2)\div(16-1)=4$(米)；

解 2 先求出 15 个间隔的总长度为 $104-1.5\times16-10\times2=60$(米)．再设相邻两块图案之间相隔 x 米．依题意，得

$$(16-1)x=60.$$

解方程，得 $x=4$．

所以相邻两块图案之间相隔 4 米．

1303．准备在甲、乙两地间竖电杆，当两杆间隔为 30 米时比间隔为 40 米时多用电杆 30 根．求甲、乙两地相距多少米．



解 1 30 与 40 的最小公倍数为 120，若不考虑起点的第一根电杆，则每 120 米中，间隔为 30 米与间隔为 40 米相差 1 根电杆，现两者共相差 30 根，所以甲、乙两地相距 $120\times30=3600$(米)；

解 2 设甲、乙两地相距 x 米. 依题意，得

$$\frac{x}{30}+1=\frac{x}{40}+1+30.$$

解方程，得 $x=3600$.

所以甲、乙两地相距 3600 米.

1304. 有甲、乙两汽车站，从甲站到乙站与从乙站到甲站每隔 10 分同时各发车一辆，且都是 1 时到达目的地. 问某旅客乘车从甲站到乙站，在途中可看到几辆从乙站开往甲站的汽车？

解 某旅客所乘之车在甲站起动时，正好有一辆从乙站开来的车到站停车；同样，当该旅客所乘之车到达乙站时，正好有一辆车从乙站开出，这两辆车均不算该旅客在“途中”看到的，这时，下一辆从乙站开来的汽车离甲站还有 10 分的路程，这辆车与该旅客所乘的车相向而行，相遇时，离甲站有 $10\div2=5$(分)的路程. 由此可推知，该旅客在途中每隔 5 分就可看到一辆从乙站开往甲站的车. 所以从甲站到乙站，该旅客在途中可看到 $60\div5-1=11$(辆)从乙站开来的车. 综合算式为

$$60\div(10\div2)-1=11(\text{辆}).$$

1305. 沿运动场一直线跑道从一端到另一端，每隔 4 米打 1 根桩子，一共打有 25 根桩子. 现改为每隔 6 米打 1 根桩子，求可以不拔出来的桩子有几根？

解 4 与 6 的最小公倍数为 12. 由题意知，跑道起点的桩子可不拔，距跑道起点 12 米的桩子可以不拔. 以后每隔 12 米的桩子也可不拔. 这跑道长 $4\times(25-1)=96$(米)，每 12 米分成一段，这跑道可分成 $96\div12=8$(段)，因此，可有 $8+1=9$(根)桩子不拔.

1306. 沿着跑道起点按相等距离插上一面红旗，到终点一共有 15 面红旗. 运动员起跑后 8 秒到达第 8 面红旗，如果速度不变，一共要花几秒才能到达第 15 面红旗？

解 从第 1 面红旗到第 8 面红旗，中间有 7 个间隔，走了 8 秒；从第 8 面红旗到第 15 面红旗，中间同样是 7 个间隔，如果速度不变，同样需要 8 秒，所以一共要花 $8\times2=16$(秒)才能到达第 15 面红旗.

1307. 道路一旁的树，每相邻两棵的间隔都相等. 哥哥和弟弟同时从第 1 棵树向第 2 棵树的方向出发. 哥哥每分钟走 84 米，弟弟每分钟走 36 米，当哥哥走到第 22 棵树时，弟弟走到第几棵树？

解 1 哥哥每分钟走 84 米，弟弟每分钟走 36 米，故哥哥走一段路时，弟弟只走了他的 36/84. 当哥哥走到第 22 棵树时，他共走了 22－1＝21(段)，这时弟弟走了 21×36/84＝9(段)，即弟弟走到了第 10 棵(9＋1＝10)树. 综合算式为

$$(22-1)\times(36\div84)+1=10(\text{棵});$$

解 2 若以相邻两棵树的间隔为一段，设哥哥走到第 22 棵树时，弟弟走了 x 段. 哥哥从第 1 棵走到第 22 棵，共走了(22－1)段. 由题意可得：

$$84:36=21:x.$$

解方程，得 $x=9$.

即当哥哥走到第 22 棵树时，弟弟走了 9 段，故知这时弟弟走到了第 10 棵树.

1308. 一水池周长为 16 米，沿池边每 2 米栽树一棵，需树苗多少棵？

解 1 在封闭曲线上植树，树的棵数等于可分的段数，故知需树苗 16÷2＝8(棵)；

解 2 设需树苗 x 棵. 依题意，得

$$2x=16.$$

解方程，得 $x=8$.

所以需要树苗 8 棵.

1309. 实验小学举行秋季运动会，在周长 450 米的运动场外圈安排检查员，每隔 30 米安排 1 名学生，求需安排检查员多少名.

解 仿上题. 450÷30＝15(名).

1310. 有树苗 16 棵、17 棵、18 棵、19 棵、20 棵，要使正方形池塘四周每边都种上 5 棵，应该怎样种？

解 由于种的方法不同，所需树苗数也就不同.

(1) 在正方形的四个角上都种 1 棵，每条边的中间再种 3 棵，这样一共需树苗为 4＋3×4＝16(棵).

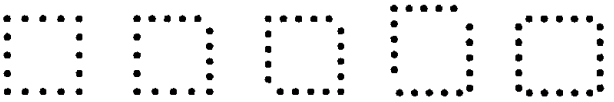
(2) 在正方形的三个角上都种 1 棵，那么，两条边上再种 3 棵，另两条边上再种 4 棵，一共需树苗为 3＋3×2＋4×2＝17(棵).

(3) 在正方形的两个角上都种 1 棵，那么，每条边上再种 4 棵，一共需树苗为 2＋4×4＝18(棵).

(4) 在正方形的一个角上种 1 棵，那么，有两条边上共种 9 棵，另两条边共种 10 棵，一共需树苗为 9＋10＝19(棵).

(5) 正方形的四个角都不种树，那么，每边种 5 棵，一共需树苗为 5×4＝20(棵).

以上情况分别如图所示.



16 棵　　17 棵　　18 棵　　19 棵　　20 棵



1311. 工程队打算在长 96 米、宽 36 米的长方形工地四周打木桩. 要求四角各打一根，并且每相邻两根的距离是 4 米. 问共要打多少根木桩？

解　这是在长方形四周“植树”，且长与宽均是 4 的整数倍，所以木桩根数等于分割的段数.

工地的周长是(96＋36)×2＝264(米)；要打木桩 264÷4＝66(根). 综合算式为

$$(96+36)\times 2\div 4=66(\text{根}).$$

1312. 在圆形池边植树，把树植在距岸边均为 3 米的圆周上，每隔 2 米植树 1 棵，共植 314 棵，求池的周长.(π 取 3.14)

解　植树线路的圆周长为 2×314＝628(米)，此圆直径为 628÷3.14＝200(米)，圆池直径为 200－3×2＝194(米)，圆池周长为 194×3.14＝609.16(米). 综合算式为

$$(2\times 314\div 3.14-3\times 2)\times 3.14=609.16(\text{米}).$$

1313. 湖的周长是 1000 米，在湖边每隔 8 米种柳树一棵，再在两棵柳树之间间隔相等地种 2 棵桃树，问相邻两棵桃树每隔多少米？可种桃树多少棵？

解　柳树有 1000÷8＝125(棵)，相邻两棵桃树相隔 $8\div(2+1)=2\frac{2}{3}$(米)，可种桃树 $1000\div 2\frac{2}{3}-125=250$(棵)[或 2×125＝250(棵)]. 综合算式为

$$1000\div[8\div(2+1)]-1000\div 8=250(\text{棵}).$$

1314. 园林乡有一块长 84 米、宽 54 米的长方形苹果园，苹果树的株距 2 米，行距 3 米. 问这块地共种苹果多少棵？

解 1　先算出一行能种多少棵：84÷2＝42(棵)，

再算能种多少行：54÷3＝18(行)，

这块地共种苹果树的棵数是 42×18＝756(棵)；

解 2　先算出这块地的面积：84×54＝4536(米^2)，

再算一棵树占地面积：2×3＝6(米^2)，

这块地共种苹果树的棵数为 4536÷6＝756(棵).

1315. 在一块长 80 米、宽 21 米的长方形果园里种树. 树的株距是 4

米，行距是 6 米. 问这块地可种多少棵树？

解 因地的长、宽的米数 80 和 21 不是株距、行距米数 4 和 6 的公倍数，所以不同的种法，种的棵数也不同. 仿上题解有：

$$80\div 4=20(\text{棵}),$$
$$21\div 6=3(\text{余 }3),$$
$$20\times 3=60(\text{棵}).$$

即这块地可种 60 棵树.

或 $80\div 6=13(\text{余 }2),$
$$21\div 4=5(\text{余 }1),$$
$$13\times 5=65(\text{棵}).$$

即这块地可种 65 棵树.

(9) 还原问题

1316. 某数加上 3、乘以 5，再加上 7、除以 8、减去 9，再用 4 乘，恰好等于 100. 求某数.

解 1 从最后一步逆推还原：最后不用 4 乘是 $100\div 4=25$，不减去 9 是 $25+9=34$，不除以 8 是 $34\times 8=272$，不加 7 是 $272-7=265$，不乘以 5 是 $265\div 5=53$，不加上 3 是 $53-3=50$. 故知某数是 50. 综合算式为

$[(100\div 4+9)\times 8-7]\div 5-3=50$；

解 2 设某数为 x. 依题意，得

$$\{[(x+3)\times 5+7]\div 8-9\}\times 4=100.$$

解方程，得 $x=50$.

所以某数为 50.

1317. 某数加上 7，乘以 7，再减去 7，除以 7 商 7. 求某数.

解 1 仿上题还原得某数是 $(7\times 7+7)\div 7-7=1$；

解 2 设某数为 x. 依题意，得

$$[(x+7)\times 7-7]\div 7=7.$$

解方程，得 $x=1$.

所以某数为 1.

1318. 一老人说："把我的年龄加上 17 后用 4 除，再减去 15 后用 10 乘，恰巧是 100 岁."问这位老人今年多少岁？

解 1 仿题 1316 逆推还原知，此老人今年为 $(100\div 10+15)\times 4-17=83(\text{岁})$；

解 2 设这位老人今年 x 岁，依题意，得

$$[(x+17)\div 4-15]\times 10=100.$$

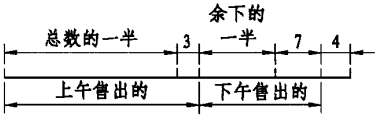
解方程，得 $x=83$.

所以这位老人今年 83 岁.

说明　这类问题的解，是根据题意的叙述顺序由后向前逆推计算，也就是：原题加了的，逆推用减；原题减了的，逆推用加；原题乘了的，逆推用除；原题除了的，逆推用乘. 这种解题方法，通常叫做逆推法. 如果用方程解，则应按照题目叙述顺序，列出方程.

1319. 百货商店出售彩色电视机，上午售出总数的一半又 3 台；下午售出余下的一半又 7 台，还剩 4 台. 问这批彩色电视机共有多少台？

解 1　依题意可作下图



（单位：台）

由图可知，剩下的 4 台加上下午售出的 7 台，就是上午售出后“余下的一半”，故知上午售出后余下$(4+7)\times2=22$(台)，上午售出后余下的电视机再加上 3 台就是“总数的一半”，所以这批彩色电视机共有$(22+3)\times2=50$(台). 综合算式为

$$[(4+7)\times2+3]\times2=50(\text{台});$$

解 2　设有彩色电视机 x 台，依题意，得

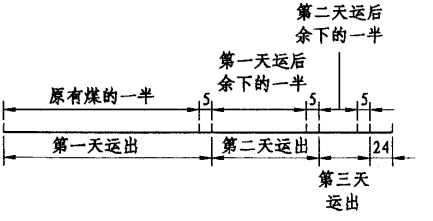
$$\frac{x}{2}+3+\frac{1}{2}\left[x-\left(\frac{x}{2}+3\right)\right]+7+4=x.$$

解方程，得　$x=50$.

所以这批彩色电视机共有 50 台.

1320. 某仓库原有煤若干吨，第一天上午运出总数的一半，下午运出 5 吨；第二天上午运出剩煤的一半，下午运出 5 吨；第三天上午运出剩煤的一半，下午运出 5 吨. 这时仓库还存煤 24 吨. 问此仓库原有煤多少吨？

解　依题意可作下图



（单位：吨）

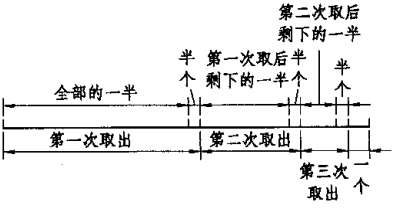
由图可知，最后剩下的 24 吨加上 5 吨就是“第二天运后剩下的一半”，

可见第二天运后剩下的煤是$(24+5)\times2=58$(吨);第二天运后剩下的煤加上5吨就是"第一天运后余下的一半",故知第一天运后余下煤$(58+5)\times2=126$(吨);第一天运后余下的煤加上5吨就是"原有煤的一半",所以此仓库原有煤$(126+5)\times2=262$(吨).综合算式为

$$\{[(24+5)\times2+5]\times2+5\}\times2=262(\text{吨}).$$

1321. 有一筐鸡蛋,第一次取出全部的一半又半个,第二次取出剩下的一半又半个,第三次取出剩下的一半又半个,筐内还剩下一个鸡蛋.问这个筐内原有鸡蛋多少个?

解　依题意可作下图

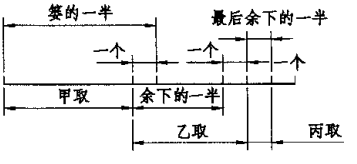


由图可知,并非每次真取出过半个鸡蛋,实际是第二次取出后,剩下$\left(1+\frac{1}{2}\right)\times2=3$(个);第一次取出后剩下$\left(3+\frac{1}{2}\right)\times2=7$(个);筐里原有鸡蛋$\left(7+\frac{1}{2}\right)\times2=15$(个).综合算式为

$$\left\{\left[\left(1+\frac{1}{2}\right)\times2+\frac{1}{2}\right]\times2+\frac{1}{2}\right\}\times2=15(\text{个}).$$

1322. 有苹果一篓,甲取一半少1个,乙取余下的一半又1个,丙又取其余的一半,结果还剩1个.如果每个苹果0.24元,问这篓苹果共值多少元?

解　依题意可作下图



由图可知,"最后余下的一半"是1个,故知最后余下$1\times2=2$(个);最后余下的苹果加上1个就是甲取后余下的一半,所以,甲取后余下苹果$(2+1)\times2=6$(个);甲取后余下的苹果减去1个就是"一篓苹果的一半",可见,这篓苹果共有$(6-1)\times2=10$(个).由此知这篓苹果共值$0.24\times10=2.40$(元).综合算式为

$$0.24\times\{[(1\times2+1)\times2-1]\times2\}=2.40(\text{元}).$$

1323. 有煤三堆，第一堆煤的吨数是第二堆的 3 倍，第三堆煤的吨数是第二堆的 4 倍，如果从第三堆里每天取用 5 吨，那么 9 天后还剩 3 吨. 求第一堆煤的吨数.

解 1 由题意知，第三堆煤有 $5\times9+3=48$(吨). 由此知第二堆煤有 $48\div4=12$(吨)，故第一堆煤有 $12\times3=36$(吨). 综合算式为

$$(5\times9+3)\div4\times3=36(\text{吨});$$

解 2 设第一堆煤有 x 吨，则第三堆煤有 $\frac{4}{3}x$ 吨. 依题意，得

$$\frac{4}{3}x=5\times9+3.$$

解方程，得 $x=36$.

所以第一堆煤有 36 吨.

1324. 从第一工程队抽调一半的人去支援第二队，抽调 75 人支援第三队，又抽调剩下的人的一半支援第四队，后来又调进 6 人，这时第一队还有 44 人. 求第一队原有多少人？

解 1 从最后一步逆推：支援各队后若不调进 6 人，第一工程队还有 $44-6=38$(人). 支援第二、三工程队后，若不支援第四工程队，第一工程队还剩 $38\times2=76$(人)；支援第二工程队后若不支援第三、四工程队，第一工程队还剩 $76+75=151$(人)；故知第一工程队原有人数是 $151\times2=302$(人). 综合算式为

$$[(44-6)\times2+75]\times2=302(\text{人});$$

解 2 设第一工程队原有 x 人. 依题意，得

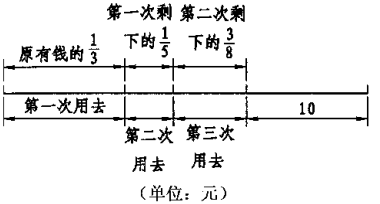
$$\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{2}-75\right)+6=44.$$

解方程，得 $x=302$.

所以第一工程队原有 302 人.

1325. 某人有钱若干，第一次用去全数的三分之一，第二次用去第一次剩下的五分之一，第三次用去第二次剩下的八分之三，还剩 10 元. 问某人原有钱多少？

解 1 依题意可作下图



（单位：元）

由图可知，最后剩下的 10 元相当于第二次剩下的 $1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$，所以第二次剩下的钱是 $10\div\frac{5}{8}=16$(元)；仿此，可知第一次剩下的钱是 $16\div\left(1-\frac{1}{5}\right)=20$(元)；原有钱数是 $20\div\left(1-\frac{1}{3}\right)=30$(元). 综合算式为

$$10\div\left(1-\frac{3}{8}\right)\div\left(1-\frac{1}{5}\right)\div\left(1-\frac{1}{3}\right)=30(\text{元});$$

解 2 设某人原有钱 x 元. 依题意，得

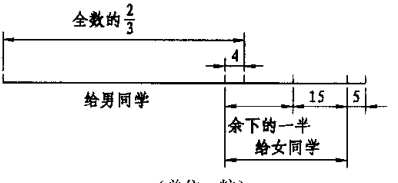
$$\frac{1}{3}x+\frac{1}{5}\left(x-\frac{x}{3}\right)+\frac{3}{8}\left[x-\frac{x}{3}-\frac{1}{5}\left(x-\frac{x}{3}\right)\right]+10=x.$$

解方程，得 $x=30$.

所以某人原有 30 元.

1326. 五(1)班开文娱晚会买糖若干，拿全数的三分之二减去 4 粒给男同学，又拿余下的一半加上 15 粒给女同学，尚余糖 5 粒. 问男同学分得糖多少粒？

解 1 依题意可作图



(单位：粒)

由图可知，余下的是 $(15+5)\times2=40$(粒)，全数的 $\frac{1}{3}$ 是 $40-4=36$(粒)，故知给男同学的糖有：$36\times2-4=68$(粒)或 $36\times3-40=68$(粒). 综合算式为 $[(15+5)\times2-4]\times2-4=68$(粒)，

或 $[(15+5)\times2-4]\times3-(15+5)\times2=68$(粒)；

解 2 设共买糖 x 粒. 依题意，得

$$\frac{2}{3}x-4+\frac{1}{2}\left[x-\left(\frac{2}{3}x-4\right)\right]+15+5=x.$$

解方程，得 $x=108$，$108\times\frac{2}{3}-4=68$(粒).

所以男同学分得 68 粒.

1327. 有甲、乙两堆小球，各有若干个. 若按下列规则挪动小球：第一次从甲堆拿出和乙堆同样多的小球放到乙堆；第二次从乙堆拿出和甲堆剩下的同样多的小球放到甲堆，如此挪动四次后，甲、乙两堆的小球恰好都是

16 个. 问甲、乙两堆小球最初各有多少个？



解　从最后一步逆推：第四次是从乙堆拿小球放到甲堆后，两堆小球都是 16 个，可见在乙堆挪动前，甲堆有小球 16÷2＝8(个)；乙堆有小球 16＋8＝24(个). 逆推过程如下表所示(表中箭头表示推理方向)

逆　推　过　程	甲　　堆	乙　　堆
第四次挪动后 (两堆小球都是 16 个)	16	16
第四次挪动前 (即第三次挪动后)	16÷2＝8	16＋8＝24
第三次挪动前 (即第二次挪动后)	8＋12＝20	24÷2＝12
第二次挪动前 (即第一次挪动后)	20÷2＝10	12＋10＝22
第一次挪动前 (即开始挪动时)	10＋11＝21	22÷2＝11

故知最初甲堆有小球 21 个，乙堆有小球 11 个.

1328. 书架上、中、下三层共放 96 本书. 先从上层取出与中层同样多的书放到中层，再从中层取出与下层同样多的书放到下层，最后从下层取出与上层剩下的本数同样多的书放到上层，这时三层所放的书本数相同. 问这个书架的上、中、下三层原来各有多少本书？

解　最后各层均有 96÷3＝32(本)，这时上层书的本数正好是原来上层剩下书的 2 倍，可见原来上层剩下的书有 32÷2＝16(本)；下层不取出书放到上层去之前有书 32＋16＝48(本)，而这时下层的书正好是下层原有书的 2 倍，故知下层原有书 48÷2＝24(本). 进一步可推知，中层若不给下层 24 本，则正好是它原有本数的 2 倍，所以中层原有书(32＋24)÷2＝28(本)，上层原有书 96－24－28＝44(本). 即此书架的上、中、下三层原来各有书 44 本、28 本和 24 本.

1329. 甲、乙、丙三个小朋友，各有年历片若干张. 如果甲给乙 1 张，乙给丙 2 张，丙给甲 3 张，那么他们每人都有 4 张. 问原来三人各有年历片几张？

解 1　依题意可以推知：丙有 4 张，若不给甲 3 张也不拿乙给的 3 张，丙原有 4＋3－2＝5(张)，乙有 4 张，若不给丙 2 张也不拿甲给的 1 张，乙原有 4＋2－1＝5(张)，甲有 4×3－5－5＝2(张)；

解 2　甲给乙 1 张，得丙 3 张后有 4 张，这时甲比原来多 3－1＝2(张)，

故知甲原有 4－2＝2(张)，乙给丙 2 张，得甲 1 张后有 4 张，这时乙比原来少 2－1＝1(张)，故知乙原有 4＋1＝5(张)，由此可推知丙原有 4×3－2－5＝5(张).

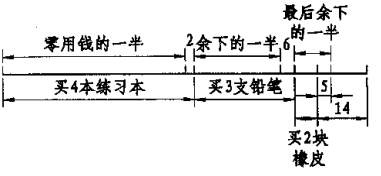
1330. 甲、乙、丙、丁四个小朋友共有彩色玻璃弹子 100 颗. 甲给乙 13 颗，乙给丙 18 颗，丙给丁 16 颗，丁给甲 2 颗，这时四人的弹子数相等. 问他们原来各有弹子多少颗？

解 1 最后四人都有弹子 100÷4＝25(颗). 丁若不给甲 2 颗，也不拿丙给的 16 颗，则丁原有 25＋2－16＝11(颗)，丙若不给丁 16 颗，也不拿乙给的 18 颗，则丙原有 25＋16－18＝23(颗)，乙若不给丙 18 颗，也不拿甲给的 13 颗，则乙原有 25＋18－13＝30(颗)，由此可推知甲原有 100－30－23－11＝36(颗). 所以原来甲有 36 颗、乙有 30 颗、丙有 23 颗、丁有 11 颗；

解 2 甲给乙 13 颗、得丁 2 颗，比原来少 13－2＝11(颗)；乙给丙 18 颗，得甲 13 颗，比原来少 18－13＝5(颗)；丙给丁 16 颗、得乙 18 颗，比原来多 18－16＝2(颗)；丁给甲 2 颗、得丙 16 颗，比原来多 16－2＝14(颗). 因调整后四人弹子数相等，即每人有 100÷4＝25(颗)，故知原来甲有 25＋11＝36(颗)；乙有 25＋5＝30(颗)；丙有 25－2＝23(颗)；丁有 25－14＝11(颗).

1331. 张明拿零用钱的一半又 2 角钱买 4 本练习本；拿余下的一半又 6 角钱买 3 支铅笔；拿其余的一半少 5 角买 2 块橡皮，还剩 1 元 4 角. 问练习本、铅笔、橡皮的单价各是多少？

解 1 依题意可作下图



(单位：角)

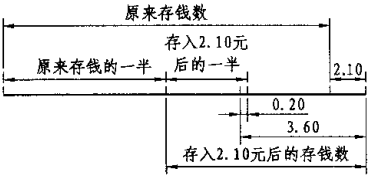
由图逆推可知：买橡皮用去(14－5)×2－14＝4(角)，故每块橡皮售价是 4÷2＝2(角)；买铅笔用去[(14－5)×2＋6]×2－(14－5)×2＝30(角)，故每支铅笔售价是 30÷3＝10(角)；买练习本用去零用钱的一半又 2 角，即[(14－5)×2＋6]×2＋2＋2＝52(角)或 14＋4＋30＋2×2＝52(角)，故每本练习本售价是 52÷4＝13(角)；

解 2 由解 1 图知，张明共有零用钱{[(14－5)×2＋6]×2＋2}×2＝100(角). 故知他买练习本、铅笔、橡皮分别用去：100÷2＋2＝52(角)；(100－52)÷2＋6＝30(角)，(100－52－30)÷2－5＝4(角)，它们的售价分别是：每本练习本 52÷4＝13(角)，每支铅笔 30÷3＝10(角)，每块橡皮 4÷2

$=2$(角).

1332. 小勇把爸爸、妈妈给的零用钱，存放在一个小盒里. 两个月后，他用其中的一半去买了练习本. 后来又存入 2.10 元，他又用其中比一半少 0.20 元的钱去买了课外书籍，结果还剩下 3.60 元. 问未买练习本之前他共存了多少钱？

解 1　依题意可作下图



（单位：元）

由图可知，小勇未买练习本之前他共存钱

$$[(3.60-0.20)\times 2-2.10]\times 2=9.40(\text{元});$$

解 2　设小勇原存款 x 元. 依题意，得

$$\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2}+2.10\right)-0.20+3.60-2.10=x.$$

解方程，得　$x=9.40$.

所以小勇原存有 9.40 元.

1333. 张老师积极参加银行储蓄. 今年 1 至 6 月每月存 300 元，7 月份因故未存，还取出了存款的一半，8 月至 12 月又每月存 300 元，年终时取用存款的一半后尚余 1450 元. 问他去年年终的存款额是多少？（利息不计在内）

解 1　从最后一步逆推：年终时若不取出一半，则存款应有 $1450\times 2=2900$(元)；若 8 至 12 月不储蓄，存款只有 $2900-30\times 5=1400$(元)；7 月份若不取出一半，存款应有 $1400\times 2=2800$(元)；今年 1 至 6 月若不储蓄，存款仅 $2800-30\times 6=1000$(元)，故知去年年终存款额为 1000 元. 综合算式为

$(1450\times 2-300\times 5)\times 2-300\times 6=1000$(元)；

解 2　设张老师去年年终存款 x 元. 依题意，得

$$\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}(x+300\times 6)+300\times 5\right]=1450.$$

解方程，得　$x=1000$.

所以张老师去年年终存款 1000 元.

1334. 一个天文爱好者说：“土星直径比地球直径大 8 倍又 4800 千米，土星直径除以 24 等于水星直径，水星直径加上 2000 千米是火星直径，火星

直径的一半减去 500 千米等于月亮的直径，月亮直径是 3000 千米."请你算一算地球直径是多少千米？

解 1 从最后一步逆推知：火星直径是(3000＋500)×2＝7000(千米)；水星直径是 7000－2000＝5000(千米)；土星直径是 5000×24＝120000(千米)；由此知地球直径是(120000－4800)÷(8＋1)＝12800(千米). 综合算式为 {[(3000＋500)×2－2000]×24－4800}÷(8＋1)＝12800(千米)；

解 2 设地球直径为 x 千米. 依题意，得

$$\frac{\frac{(8+1)x+4800}{24}+2000}{2}-500=3000.$$

解方程，得 $x=12800$.

所以地球直径是 12800 千米.

1335. 24 千克水被分装在三个瓶中. 现把甲瓶中的水倒一部分给乙、丙两瓶，使乙、丙两瓶的水比原来增加 1 倍. 此后又把乙瓶中的水倒一部分给甲、丙两瓶，也使甲、丙两瓶的水比瓶中已装的水增加 1 倍. 最后再将丙瓶中的水同样按上面的要求倒一部分给甲、乙两瓶. 这样倒了三次之后，三瓶水就变成了一样多. 问三个瓶中最初各装有水多少千克？

解 从最后一步逆推：最后三瓶水一样多，每瓶有水 24÷3＝8(千克)，丙瓶未向甲、乙两瓶倒水前，甲、乙两瓶各应有水 8÷2＝4(千克)，故丙瓶有水 24－4－4＝16(千克). 逆推过程如下表：

逆推过程	甲瓶	乙瓶	丙瓶
第三次倒水后 (即丙倒给甲、乙后)	8 千克	8 千克	8 千克
第三次倒水前 (即丙未倒给甲、乙时)	8÷2＝4(千克)	8÷2＝4(千克)	24－4－4＝16(千克)
第二次倒水前 (即乙未倒给甲、丙时)	4÷2＝2(千克)	24－2－8＝14(千克)	16÷2＝8(千克)
第一次倒水前 (即甲未倒给乙、丙时)	24－7－4＝13(千克)	14÷2＝7(千克)	8÷2＝4(千克)

所以最初甲、乙、丙三瓶分别装有水 13 千克、7 千克、4 千克.

1336. 有砖 26 块，兄弟两人争着去挑，弟弟抢在前面，刚装好砖头，哥哥赶到了. 哥哥看弟弟挑得太多，就抢过一半，弟弟不服，又从哥哥那儿抢走一半，哥哥不肯，弟弟还给哥哥 5 块，这时哥哥比弟弟多挑 2 块. 问最初弟弟

准备挑多少块？

解　由题意知，兄弟两人共挑 26 块砖，兄比弟多挑 2 块，由和差问题解法知兄挑(26＋2)÷2＝14(块)，弟挑(26－2)÷2＝12(块)．弟未还给兄 5 块前，兄挑 14－5＝9(块)，故知兄未被弟抢去一半时，兄挑 9×2＝18(块)，这时弟弟有砖 26－18＝8(块)，所以兄未抢走弟一半之前，弟最初准备挑 8×2＝16(块)．综合算式为

$$\{26-[(26+2)\div 2-5]\times 2\}\times 2=16(\text{块}).$$

1337．甲、乙两瓶各装了 2.5 千克酒，小黄的爸爸用可装 2.6 千克的空瓶满满装去了一瓶．小黄从剩下酒较多的甲瓶倒一部分给乙瓶，使乙瓶内酒增加 1 倍，然后又从乙瓶倒一部分给甲瓶，使甲瓶的酒增加 1 倍，这时甲瓶的酒恰好等于乙瓶的 3 倍．问小黄的爸爸从两个酒瓶里各倒去了多少酒？

解　甲、乙两瓶倒去 2.6 千克酒后还剩下：2.5×2－2.6＝2.4(千克)，这些酒在两瓶倒来倒去，总重量不变．最后甲瓶中酒等于乙瓶的 3 倍，故知这时乙瓶有酒 2.4÷(3＋1)＝0.6(千克)，甲瓶有酒 0.6×3＝1.8(千克)．在乙瓶未倒给甲瓶前，甲瓶应有 1.8÷2＝0.9(千克)，乙瓶应有 2.4－0.9＝1.5(千克)；在甲瓶未倒给乙瓶前，乙瓶应有 1.5÷2＝0.75(千克)，甲瓶应有 2.4－0.75＝1.65(千克)，而原来两瓶各有 2.5(千克)，所以小黄爸爸从甲瓶倒去 2.5－1.65＝0.85(千克)，从乙瓶倒去 2.5－0.75＝1.75(千克)．

(10) 行程问题

1338．甲、乙两人从相距 27 千米的两地同时相向而行．甲每小时行 5 千米，乙每小时行 4 千米，几时后两人相遇？

解 1　出发时两人相距 27 千米，以后两人间的距离每小时可缩短 5＋4＝9(千米)，故知 27÷9＝3(时)后两人相遇；

说明　相向相遇的行程问题一般用此法来解，其基本解题公式是：路程和÷速度和＝相遇时间(速度和×时间＝路程和)；

解 2　由甲每小时行 5 千米，乙每小时行 4 千米，可知乙速为甲速的 $\frac{4}{5}$，由此知从出发到相遇，乙所行之路程为甲的 $\frac{4}{5}$，总的路程 27 千米相当于甲行路程的 $\left(1+\frac{4}{5}\right)$，故甲行了 $27\div\left(1+\frac{4}{5}\right)=15$(千米)，相遇时间为 15÷5＝3(时)；

解 3　两人速度之比为 5∶4，而所行时间相同，所以两人所行路程之比也是 5∶4，故甲行了 $27\times\frac{5}{5+4}=15$(千米)，相遇时间为 15÷5＝3(时)；

解 4　设 x 时后两人相遇，依题意，得

$$5x+4x=27.$$

解方程，得　$x=3$. 所以 3 时后两人相遇.

1339. 两城相距 240 千米，甲、乙两车同时由两城出发，相向而行. 甲车行完全程需 4 时，乙车行完全程需 6 时. 问两车出发后多少时间相遇？

解 1　甲车每小时行 $240\div4=60$(千米)，乙车每小时行 $240\div6=40$(千米)，故两车出发后需 $240\div(60+40)=2.4$(时)相遇. 综合算式为

$$240\div(240\div4+240\div6)=2.4(\text{时});$$

解 2　按工程问题解设全程为 1，则有 $1\div\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\right)=2\frac{2}{5}$(时)，即两车出发后 $2\frac{2}{5}$ 时相遇；

解 3　设两车出发后 x 时相遇. 依题意，得

$$\frac{240}{4}x+\frac{240}{6}x=240.$$

解方程，得　$x=2.4$.

所以两车出发后 2.4 时相遇.

1340. 两人从相距 22.5 千米的两地同时相对走来，甲每小时行 5 千米，乙每小时行 4 千米，问甲距乙出发地多远的地方和乙相遇？

解　根据题意，所求的即为从出发到相遇乙所走的路程. 两人从出发到相遇所经过的时间是 $22.5\div(5+4)=2.5$(时)，乙所走的路程是 $4\times2.5=10$(千米). 综合算式为

$$4\times[22.5\div(5+4)]=10(\text{千米}).$$

1341. 京广铁路全长 2331 千米. 甲车以平均每小时 56 千米的速度从广州出发开往北京. 3 时后，乙车从北京出发开往广州，并在行驶了 21 时后与甲车在武汉相遇，求乙车平均每小时行多少千米？

解 1　甲车 3 时行了 $56\times3=168$(千米)，两车速度之和为每小时 $(2331-168)\div21=103$(千米)，乙车速度为每小时 $103-56=47$(千米). 综合算式为　$(2331-56\times3)\div21-56=47$(千米)；

解 2　设乙车平均每小时行 x 千米. 依题意，得

$$21x+56\times(3+21)=2331.$$

解方程，得　$x=47$. 所以乙车平均每小时行 47 千米.

1342. 一列 1200 米长的队伍以每分 80 米的速度行进. 队伍前面的联络员用 6 分的时间跑到队伍末尾传达命令，问联络员每分跑多少米？

解 1　开始时联络员与排尾相隔 1200 米，以后作相向运动，6 分钟后联络员与排尾的人相遇，所以速度和为每分 $1200\div6=200$(米)，联络员每分跑 $200-80=120$(米). 综合算式为

$$1200\div6-80=120(\text{米});$$



解 2 队伍 6 分行进 $80\times6=480$(米),联络员 6 分跑 $1200-480=720$(米),联络员每分跑 $720\div6=120$(米).综合算式为

$(1200-80\times6)\div6=120$(米).

1343. 两地相距 900 千米.甲、乙两列火车同时分别从两地出发,相向而行.甲车每小时行 60 千米,乙车每小时行 90 千米.两车在途中相遇后继续前进.问从相遇时算起,两车开到对方的出发点,各需多少时?

解 两车从出发到相遇需 $900\div(60+90)=6$(时),甲列车行完全程需 $900\div60=15$(时),乙列车行完全程需 $900\div90=10$(时),故知甲列车还需行 $15-6=9$(时),乙列车还需行 $10-6=4$(时).综合算式为

甲列车 $900\div60-900\div(60+90)=9$(时),

乙列车 $900\div90-900\div(60+90)=4$(时).

1344. 一列货车早晨 6 时从甲地开往乙地,平均每小时行 45 千米.一列客车从乙地开往甲地,平均每小时比货车快 15 千米.已知客车比货车迟发 2 时,中午 12 时同时经过途中某站,继续前进.问当客车到达甲地时,货车离乙地还有多少千米?

解 由题意知,客车每小时行 $45+15=60$(千米),两车同时到达途中某站时,货车已行 $12-6=6$(时),客车已行 $6-2=4$(时).故知甲、乙两地相距 $45\times6+60\times4=510$(千米)[或$(45+60)\times4+45\times2=510$(千米)],客车由乙地到甲地需 $510\div60=8.5$(时),所以,当客车到达甲地时,货车离乙地还有 $510-45\times(8.5+2)=37.5$(千米).

1345. 一列快车在上午 8 时由甲站开往乙站,每小时行 58 千米.一列慢车在上午 9 时由乙站开往甲站,每小时行 48 千米.在慢车出发后 3 时,两列火车相遇后又相距 74 千米.求甲、乙两站相距多少千米?

解 慢车出发后 3 时两列火车共行了 $58\times(9-8+3)+48\times3=376$(千米),故知两车站相距 $376-74=302$(千米).综合算式为

$58\times(9-8+3)+48\times3-74=302$(千米).

1346. 两城相隔 477 千米.甲列车以每小时 46 千米,乙列车以每小时 38 千米的速度先后从两城出发,相向而行.相遇时甲列车行驶了 230 千米,问乙列车比甲列车早发了几时?

解 1 相遇时甲列车行了 $230\div46=5$(时);乙列车行了$(477-230)\div38=6.5$(时),所以乙列车比甲列车早发了 $6.5-5=1.5$(时).综合算式为

$(477-230)\div38-230\div46=1.5$(时);

解 2 相遇时甲列车行驶了 $230\div46=5$(时),甲列车出发时,乙列车先行了 $477-(46+38)\times5=57$(千米),故知,乙列车先行了 $57\div38=1.5$(时).综合算式为

$[477-(46+38)\times(230\div46)]\div38=1.5$(时).

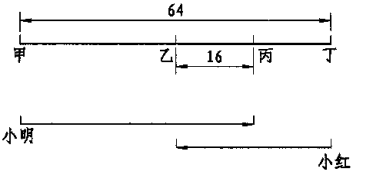
1347. 甲、乙两人同时分别从两地骑车相向而行，甲每小时行 20 千米，乙每小时行 18 千米，两人相遇时距全程中点 3 千米. 问全路程长多少千米？

解　由题意知，两人相遇时，甲已过中点 3 千米，乙尚距中点 3 千米，两者行程相差 $3\times2=6$(千米)，即从出发到相遇，甲比乙多走了 6 千米，两人从出发到相遇所经过的时间是 $6\div(20-18)=3$(时)，所以两地间路程长 $(20+18)\times3=114$(千米). 综合算式为

$$(20+18)\times[3\times2\div(20-18)]=114(\text{千米}).$$

1348. 甲、乙、丙、丁四地在一直线上，甲、丁两地相距 64 千米，乙、丙两地相距 16 千米. 小明从甲地出发每小时走 3 千米，小红从丁地出发每小时走 2 千米，两人同时出发相向而行，当小明走到丙地时，小红恰好走到乙地. 求甲地与乙地、丙地与丁地之间各相隔几千米.

解　依题意可作下图



(单位：千米)

由图可知，两人分别到达丙地与乙地时，费时 $(64+16)\div(3+2)=16$(时)，故知甲、乙两地相距 $3\times16-16=32$(千米)，丙、丁两地相距 $2\times16-16=16$(千米). 综合算式为　甲、乙两地相距 $3\times[(64+16)\div(3+2)]-16=32$(千米)；丙、丁两地相距 $2\times[(64+16)\div(3+2)]-16=16$(千米).

1349. 有东西两地，甲从东地出发，乙从西地出发，同时相向而行，2 时后甲乙相距 81 千米，5 时后(从出发时起)甲乙还相距 54 千米. 问从出发到相遇需几时？

解 1　$5-2=3$(时)，3 小时中两人所行路程和为 $81-54=27$(千米)，剩下的 54 千米需行 $3\times(54\div27)=6$(时)，从出发到相遇需 $5+6=11$(时). 综合算式为　$5+(5-2)\times[54\div(81-54)]=11$(时)；

解 2　两人 1 小时共行 $(81-54)\div(5-2)=9$(千米)，54 千米需行 $54\div9=6$(时)，从出发到相遇共需行 $5+6=11$(时). 综合算式为

$5+54\div[(81-54)\div(5-2)]=11$(时).

1350. 甲、乙两人同时从东镇出发，到相距 45 千米的西镇去办事. 甲骑自行车每小时行 15 千米，乙步行每小时行 5 千米. 甲到西镇用 1 时办完事情后沿原路返回，途中与乙相遇. 问这时乙走了多少千米？



解 甲从西镇返回时乙走了 $5\times(45\div15+1)=20$(千米),所以甲从西镇出发到与乙相遇需 $(45-20)\div(15+5)=1.25$(时). 相遇时,乙共行了 $4+1.25=5.25$(时),故知这时乙走了 $5\times5.25=26.25$(千米). 综合算式为

$$5\times\{[45-5\times(45\div15+1)]\div(15+5)+4\}=26.25(\text{千米}).$$

1351. 东西镇相距 45 千米,甲、乙两人分别从两镇同时出发,相向而行. 甲比乙每小时多行 1.5 千米, 6 时后两人相遇,两人每小时各行几千米?

解 1 如果甲每小时少行 1.5 千米,则甲与乙速度相同,那么 6 时甲、乙共行 $45-1.5\times6=36$(千米),所以乙每小时行 $36\div(6+6)=3$(千米). 综合算式为 $(45-1.5\times6)\div(6+6)=3$(千米),甲每小时行 $1.5+3=4.5$(千米);

解 2 甲比乙共多行 $1.5\times6=9$(千米),两人共行 45 千米,由和差问题的解法可知,甲行了 $(45+9)\div2=27$(千米),乙行了 $(45-9)\div2=18$(千米). 所以,甲每小时行 $27\div6=4.5$(千米),乙每小时行 $18\div6=3$(千米);

解 3 两人速度和为每小时 $45\div6=7.5$(千米),速度差为每小时 1.5 千米,所以甲每小时行 $(7.5+1.5)\div2=4.5$(千米),乙每小时行 $4.5-1.5=3$(千米);

解 4 设甲每小时行 x 千米,则乙每时行 $(x-1.5)$ 千米,依题意,得

$$6(x+x-1.5)=45.$$

解方程,得 $x=4.5$, $4.5-1.5=3$.

所以甲每小时行 4.5 千米,乙每小时行 3 千米.

1352. 炼铁厂用汽车从距厂 63 千米外的矿山运料. 现有甲、乙两车,甲车自矿山,乙车自厂同时出发相向而行,时速分别为 40 千米和 50 千米,如果不计装卸时间,那么两车从出发到第三次相遇共经过多少时间?相遇地点离矿山多少千米?

解 从出发到第一次相遇两车共行了 63 千米,从第一次相遇到第二次相遇两车共行了 $63\times2=126$(千米),从第二次相遇到第三次相遇两车共行了 $63\times2=126$(千米),两车从出发到第三次相遇共经过了 $(63+126+126)\div(40+50)=3.5$(时). 这时甲车共行了 $40\times3.5=140$(千米),相遇地点离矿山 $140-63\times2=14$(千米). 综合算式为

$$(63+63\times2+63\times2)\div(40+50)=3.5(\text{时});$$

$$40\times3.5-63\times2=14(\text{千米}).$$

1353. 甲、乙两人分别从两地同时相向而行,则 8 时后相遇;如果每小时各少行 1.5 千米,则 10 时后相遇. 求两地间的路程.

解 1 由题意知,两人减速后 8 时共少行 $1.5\times2\times8=24$(千米),需多费时 $10-8=2$(时),此即行 24 千米所需的时间,故知减速后每小时行 $24\div$

$2=12$(千米),两地间的路程是 $12\times10=120$(千米). 综合算式为 $1.5\times2\times8\div(10-8)\times10=120$(千米);

解 2 8 时相遇,则 1 时行全程的 $\frac{1}{8}$. 10 时相遇,则 1 时行全程的 $\frac{1}{10}$. 两人每小时各少行 1.5 千米,两人共少行 $1.5\times2=3$(千米),故全程为 $3\div\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{10}\right)=120$(千米);

解 3 设两地间的路程为 x 千米. 依题意,得

$$\frac{x}{8}-1.5\times2=\frac{x}{10}.$$

解方程,得 $x=120$.

所以两地间的路程为 120 千米.

1354. A、B 两地相距 12 千米,甲从 A 到 B,停留半小时后又从 B 返回 A;乙从 B 到 A,停留 40 分后又从 A 返回 B. 已知两人同时分别从 A、B 两地出发,经过 4 时,在他们各自返回的路上相遇,如果甲的速度比乙的速度每小时快 $1\frac{1}{2}$ 千米. 问两人在返回的路上相遇时分别离开各自原来的出发点多远?

解 1 两人从出发到返回的路上相遇共行了 $12\times3=36$(千米),返回相遇时甲已行了 $4-\frac{1}{2}=3\frac{1}{2}$(时),乙已行了 $4-\frac{2}{3}=3\frac{1}{3}$(时). 又知甲比乙每小时多行 $1\frac{1}{2}$ 千米,$3\frac{1}{2}$ 时就多行 $1\frac{1}{2}\times3\frac{1}{2}=5\frac{1}{4}$(千米). 那么 $36-5\frac{1}{4}=30\frac{3}{4}$(千米)就相当于乙在 $3\frac{1}{3}+3\frac{1}{2}=6\frac{5}{6}$(时)内所行的路程,由此可求出乙每小时行 $30\frac{3}{4}\div6\frac{5}{6}=4\frac{1}{2}$(千米),故知相遇处离 A 地 $4\frac{1}{2}\times3\frac{1}{3}-12=3$(千米),离 B 地 $12-3=9$(千米). 所以这时甲、乙分别离开各自原来的出发点 3 千米和 9 千米. 综合算式为

$$\left[12\times3-1\frac{1}{2}\times\left(4-\frac{1}{2}\right)\right]\div\left[\left(4-\frac{1}{2}\right)+\left(4-\frac{2}{3}\right)\right]\times\left(4-\frac{2}{3}\right)-12=3\text{(千米)},\ 12-3=9\text{(千米)};$$

解 2 设乙每时行 x 千米,则甲每时行 $\left(x+1\frac{1}{2}\right)$ 千米. 依题意,得

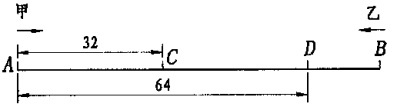
$$\left(4-\frac{1}{2}\right)\left(x+1\frac{1}{2}\right)+\left(4-\frac{2}{3}\right)x=12\times3.$$

解方程,得 $x=4\frac{1}{2}$. 由题意知返回相遇时,乙已行 $4-\frac{2}{3}=3\frac{1}{3}$(时),

故知返回相遇时距 A 地 $4\frac{1}{2}\times3\frac{1}{3}-12=3$(千米)，距 B 地 $12-3=9$(千米)．所以这时甲、乙分别离开各自原来的出发点 3 千米和 9 千米．

1355．甲、乙两辆汽车同时从 A、B 两地出发相向而行．第一次相遇距 A 地 32 千米，相遇后两车仍以原速继续前进，并在到达对方站后立即驶回，两车又在距 A 地 64 千米处第二次相遇．问 A、B 两地相距多少千米？

解 1　依题意可作下图



(单位：千米)

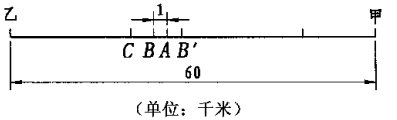
由图可知，从第一次相遇到第二次相遇，甲、乙共行路程 $2AB$(甲：$C\to B\to D$，乙：$C\to A\to D$)，乙行 $32+64=96$(千米)，因速度不变，在甲、乙共行路程 AB 时，乙应行 $96\div2=48$(千米)，故知 A、B 两站相距 $32+48=80$(千米)．综合算式为　$(32+64)\div2+32=80$(千米)；

解 2　由解 1 图可知，第一次相遇时两车已共行了 AB，这时乙车行了 BC；由第一次相遇到第二次相遇两车共行的路程为 $2AB$．故这时两车行的路程都是自己从出发到第一次相遇所行的路程的 2 倍，那么乙第二次行的路程相当于 $2BC$．而这段时间内乙走了 $CA+AD=32+64=96$(千米)，所以 $BC=96\div2=48$(千米)．因此，AB 两地相隔 $32+48=80$(千米)；

解 3　从出发到第一次相遇甲车行了 32 千米，从第一次相遇到第二次相遇甲车行了 $BC+BD$，而第二次行的应是第一次的 2 倍，所以 $2BD=32\times2-32$，$BD=16$(千米)，所以 AB 长为 $64+16=80$(千米)．

1356．甲、乙两人从相距 60 千米的两地同时相向而行，6 时后相遇，如果每小时各多走 1 千米，那么相遇地点离前一次的相遇地点 1 千米，求甲、乙两人原来每小时各行多少千米？

解　依题意可作下图



(单位：千米)

设两人按原速行走相遇在 A 点，提高速度后相遇在 B 点(或 B' 点)．$AB=1$ 千米．按原速行走两人每小时共走 $60\div6=10$(千米)；提高速度后两人每小时共走 $10+1\times2=12$(千米)，则相遇时间为 $60\div12=5$(时)．

如果乙按原速走 5 时，那么就要从 B 点(或 B' 点)退回 $1\times5=5$(千米)，设退回点为 C，即 $BC=5$ 千米，由此，$AC=5+1=6$(千米)[若从 B' 点退回，则 $AC=5-1=4$(千米)]，由此可推出，这 6 千米(或 4 千米)就是乙按原速走 6 时与走 5 时的路程的差，所以，乙原来每小时走 $6\div(6-5)=6$(千米)[或 $4\div(6-5)=4$(千米)]. 甲原来每小时走 $10-6=4$(千米)[或 $10-4=6$(千米)].

1357. 甲、乙两人同时分别从东、西两地相向而行，8 日后相遇. 以后两人行此路时，甲每日较上次少行 0.5 千米，乙每日较上次多行 1.5 千米，7 日后相遇. 求东、西两地相隔几千米.

解 1 第二次与第一次相比较，两人 7 日共多行$(1.5-0.5)\times7=7$(千米)，第二次因多行 7 千米而较第一次少行 $8-7=1$(日)，故知两人第一次一日共行的路程是 7 千米，所以东西两地相隔 $7\times8=56$(千米). 综合算式为

$$(1.5-0.5)\times7\div(8-7)\times8=56(\text{千米});$$

解 2 设东、西两地相隔 x 千米. 依题意，得

$$\frac{x}{8}+(1.5-0.5)=\frac{x}{7}.$$

解方程，得 $x=56$.

所以东、西两地相隔 56 千米.

1358. 两列火车同时从某站出发，一列向北开，每小时行 62 千米；一列向南开，每小时行 48 千米. 几时后两列火车相距 880 千米？

解 1 时后两车相距 $48+62=110$(千米)，所以 $880\div110=8$(时)后两列火车相距 880 千米.

说明 相背而行的行程问题，它们的速度、时间、路程之间的关系与相向而行的行程问题相同. 即路程和÷速度和＝时间.

1359. 一列货车和一列客车同地出发相背而行. 当货车行 6 时，客车行 7 时后，两车相距 699 千米. 已知货车比客车每小时多行 6 千米，求客车每小时行多少千米？

解 1 货车 6 时比客车 6 时多行 $6\times6=36$(千米)，如果货车每小时少行 6 千米，则货车 6 时，客车 7 时共行 $699-36=663$(千米)，故知客车每小时行 $663\div(6+7)=51$(千米). 综合算式为

$$(699-6\times6)\div(7+6)=51(\text{千米});$$

解 2 设客车每小时行 x 千米，则货车每小时行$(x+6)$千米. 依题意，得

$$6(x+6)+7x=699.$$



解方程，得　$x=51$.

所以客车每小时行 51 千米.

1360. 两人自相距 1000 米的东西两地反向布线(拉电线)，甲由东地向东每分钟走 35 米，乙由西地向西每分钟比甲少走 5 米，经过多长时间，两人相距 2950 米？

解 1　两人原相距 1000 米，要使两人相距 2950 米，还需拉开 $2950-1000=1950$(米). 两人每分钟共走 $35+(35-5)=65$(米)，故需经过 $1950\div 65=30$(分)，即半小时后两人相距 2950 米. 综合算式为　$(2950-1000)\div[35+(35-5)]=30$(分)；

解 2　设经过 x 分两人相距 2950 米. 依题意，得

$$35x+(35-5)x=2950-1000.$$

解方程，得　$x=30$.

所以经过 30 分两人相距 2950 米.

1361. 敌车在我车前方 45 千米的地方逃窜，速度为每小时 60 千米，我车紧紧追击，速度为每小时 80 千米，几时后可追上敌车？

解 1　我车每小时比敌车多行 $(80-60)$ 千米(速度差)，我车要追上敌车，就要比敌车多行 45 千米(路程差)，故知追上敌车所需的时间是 $45\div(80-60)=2.25$(时)；

说明　同向追及问题一般利用关系式：路程差÷速度差＝追及时间来解.

解 2　敌车速度相当于我车速度的 $\frac{60}{80}=\frac{3}{4}$，故在相同时间内敌车所行路程也为我车的 $\frac{3}{4}$. 若设我车从出发到追及敌车所行的路程为 1，则 45 千米相当于所行路程的 $\left(1-\frac{3}{4}\right)$，所以我车追及敌车的路程是 $45\div\left(1-\frac{3}{4}\right)=180$(千米)，追及时间为 $180\div 80=2\frac{1}{4}$(时)；

解 3　设 x 时后可追上敌人. 依题意，得

$$80x=45+60x.$$

解方程，得　$x=2\frac{1}{4}$.

所以 $2\frac{1}{4}$ 时后可追上敌人.

1362. 一辆吉普车与一辆卡车分别从甲、乙两地同时出发，同向而行. 卡车在前，吉普车在后，4 时后吉普车追上卡车. 已知吉普车的速度是每小

时 52 千米，卡车的速度是每小时 40 千米. 求甲、乙两地相距多少千米？

解 要求甲、乙两地相距多少千米，即求 4 时吉普车比卡车多行的路程. 故甲、乙两地相距$(52-40)\times 4=48$(千米).

1363. 两码头相距 24 千米. 甲、乙两汽艇同时分别从两码头出发，向同一方向航行，甲艇在前，乙艇在后，甲艇每小时航行 18 千米，乙艇要在 6 时后追上甲艇，每小时应行多少千米？

解 1 经过 6 时乙艇要比甲艇多行 24 千米，因此乙艇每小时要比甲艇多行$24\div 6=4$(千米)，甲艇速度为每小时 18 千米，乙艇速度应为每小时$18+4=22$(千米). 综合算式为

$$18+24\div 6=22(\text{千米});$$

解 2 设乙艇每小时行 x 千米，依题意，得

$$6x=18\times 6+24.$$

解方程，得 $x=22$. 所以乙艇每小时行 22 千米.

1364. 摩托车和自行车从相距 204 千米的甲、乙两地同时同向出发(自行车在前，摩托车在后)，摩托车每小时行 48 千米，自行车每小时行 16 千米，途中摩托车发生故障，修理了 1 时后继续前进，问摩托车和自行车相遇时各行了多少千米？

解 1 自行车在摩托车前 204 千米，摩托车修车 1 时，自行车又前行$16\times 1=16$(千米)，所以两车相遇时路程差应为$204+16=220$(千米)，而摩托车每小时比自行车多行$48-16=32$(千米)，摩托车追上自行车需行驶$220\div 32=6.875$(时)，所以两车相遇时摩托车行驶了$48\times 6.875=330$(千米)，自行车行驶了$330-204=126$(千米)或$16\times(6.875+1)=126$(千米). 综合算式为

摩托车 $48\times[(204+16)\div(48-16)]=330$(千米)，

自行车 $330-204=126$(千米)；

解 2 设 x 时后摩托车追上自行车. 依题意，得

$$48(x-1)=16x+204.$$

解方程，得 $x=7\frac{7}{8}$.

所以经过 $7\frac{7}{8}$ 时摩托车追上自行车. 摩托车行驶了 $48\times\left(7\frac{7}{8}-1\right)=330$(千米)，自行车行驶了 $16\times 7\frac{7}{8}=126$(千米).

1365. 小明每分走 100 米，小红每分走 80 米，两人同时同地向相反方向走，5 分后小明转向追小红，当小明追上小红时，两人已各走了多少米？



解　背向而行，5 分后两人相距(100＋80)×5＝900(米)，小明转向追小红，需时 900÷(100－80)＝45(分)．这时两人都已走了 45＋5＝50(分)，小明走了 100×50＝5000(米)，小红走了 80×50＝4000(米)．综合算式为

小明　100×[(100＋80)×5÷(100－80)＋5]＝5000(米)，

小红　80×[(100＋80)×5÷(100－80)＋5]＝4000(米)．

1366．一队伍长 450 米，以每秒 1.5 米的速度行进．一战士因事需从排尾赶到排头，并立即返回排尾．若他的速度为每秒 3 米，那么往返需要多少时间？

解　这个战士从排尾“追及”排头，他与排头的行程差就是队伍的长 450 米，速度差为每秒 3－1.5＝1.5(米)，因此，追及所需时间为 450÷1.5＝300(秒)．

当他从排头返回排尾并与排尾“相遇”时，他与排尾的行程和也是 450 米，他们的速度和是每秒 3＋1.5＝4.5(米)，因此，返回所需的时间为 450÷4.5＝100(秒)．

这个战士往返所需的时间为 300＋100＝400(秒)．综合算式为

450÷(3－1.5)＋450÷(3＋1.5)＝400(秒)．

1367．火车以每小时 87 千米的速度经过车站上一个路标，当车尾离开路标 3 分后，一辆摩托车以每小时 120 千米的速度从这路标出发追赶，摩托车出发 9 分后，与火车车头对齐．求这列火车的长．

解　火车速度是每分钟 87000÷60＝1450(米)，摩托车速度是每分钟 120000÷60＝2000(米)．火车头与摩托车原来相距 1450×3＋火车长．经过 9 分摩托车与火车的路程差是(2000－1450)×9＝4950(米)，所以火车长是 4950－1450×3＝600(米)．综合算式为

(2000－1450)×9－1450×3＝600(米)．

1368．甲、乙两人同时从东村出发到西村，甲的速度是每小时 6 千米，乙的速度是每小时 4.5 千米，甲途中有事休息 3 时，结果比乙迟到 1 时，求两村间路长多少千米？

解　如果甲途中不休息，则应比乙早到 3－1＝2(时)，即甲到西村时，乙还距西村 4.5×2＝9(千米)．由甲比乙多走 9 千米，以及每小时甲比乙多走 6－4.5＝1.5(千米)可知甲走完全程需 9÷1.5＝6(时)，所以两村间的路长 6×6＝36(千米)．综合算式为

6×[4.5×(3－1)÷(6－4.5)]＝36(千米)．

1369．一列普通客车以每小时 40 千米的速度在 9 时由甲城开往乙城．一列快车以每小时 58 千米的速度在 11 时也由甲城开往乙城．为了行驶安

全，列车间相距不应少于 8 千米. 问客车最晚应在什么时刻停车，让快车通过？

解　两列车在作同向追及运动，当两列车相距 8 千米时，是客车的最晚停车时刻.

快车开出时，客车已行了 $40\times(11-9)=80$(千米)，快车追到距客车 8 千米处需 $(80-8)\div(58-40)=4$(时). 所以快车发车 4 时后，即当天 15 时是客车的最晚停车时刻.

1370. 乙骑自行车追甲，经 15 分至某地，甲已在 20 分前经过此地，并此时离甲出发已有 1 时，照此计算乙再行多少分可追上甲？

解　乙行 15 分的路程，甲要行 $60-20=40$(分)，所以在 $40-15=25$(分)钟前出发的甲，乙可用 15 分追上. 现甲已于 20 分前从某地出发，乙可用 $15\times\frac{20}{25}=12$(分)追上甲，即乙再行 12 分可追上甲.

1371. 甲、乙两人同时同地出发，向相距 88 千米的某地行进. 乙每小时行 4 千米，甲每行 1 时，滞留 2 时，而两人同时到达目的地，求甲每小时行多少千米.

解　乙从出发至到达目的地行了 $88\div4=22$(时). 甲除了最后 1 时外，其余每 3 时中，仅 1 时步行，所以甲步行了 $(22-1)\div3+1=8$(时)，甲每小时行 $88\div8=11$(千米). 综合算式为

$$88\div[(88\div4-1)\div3+1]=11(\text{千米}).$$

1372. 东西两地相距 75 千米，甲由东地出发往西地，7 时后乙也由东地出发向西地行进，两人同时到达西地. 如果乙比甲晚 3 时出发，那么乙到西地时，甲距西地还有 5 千米. 求两人每小时各行多少千米？

解　题中有两种情况，在每种情况中，乙走的路程与时间不变. 而甲在第一种情况下比乙多走 7 时，在第二种情况下比乙多走 3 时且少走 5 千米. 可见这 5 千米即甲在 $7-3=4$(时)内走的路，所以甲的速度为每小时 $5\div4=\frac{5}{4}$(千米).

在第一种情况下，乙行 75 千米的时间甲只行 $75-\frac{5}{4}\times7=66\frac{1}{4}$(千米)，所以乙每小时行 $\frac{5}{4}\times\left(75\div66\frac{1}{4}\right)=1\frac{22}{53}$(千米)，或 $75\div\left(75\div\frac{5}{4}-7\right)=1\frac{22}{53}$(千米).

1373. 甲、乙两人各骑自行车由同地到相隔 45 千米之某地，乙比甲先出发 20 分，而甲比乙先到达 45 分，甲到达时乙在甲后面 10 千米处，求甲每

小时行多少千米.

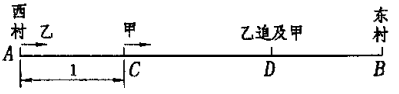
解　乙在 45 分内行 10 千米，所以乙每小时行 $10\div45\times60=13\frac{1}{3}$（千米），乙行全程的时间是 $45\div13\frac{1}{3}=\frac{27}{8}$（时）. 甲行全程的时间较乙少 $20+45=65$（分），所以甲行全程的时间为 $\frac{27}{8}-\frac{65}{60}=\frac{55}{24}$（时），甲每小时行 $45\div\frac{55}{24}=19\frac{7}{11}$（千米）.

1374. 甲、乙两人同时从某地同向出发，甲每天行 15 千米，几天后甲折回乙 3 天内所行的路程，再依原方向行进，距出发 12 天后甲追及乙，然后两人同时折回，当甲回到出发地时，乙距出发地还有几千米？

解　甲从出发到追及乙需 12 天，共行了 $15\times12=180$（千米），180 千米乙要行 $12+3\times2=18$（天），乙每天行 $180\div18=10$（千米）. 从出发到甲追及乙，乙共行了 $10\times12=120$（千米），故当甲返回原地时，乙距原地 $120-10\times(120\div15)=40$（千米）.

1375. 东西两村相隔 7 千米，甲、乙两人同在西村. 甲由西村向东村走，当甲走了 1 千米的时候，乙发觉甲遗忘一物，就以每小时 4 千米的速度追甲，追及后将物交甲，即以原速度返西村. 当甲到东村时，恰好乙也回到西村. 求甲每小时走几千米？

解　依题意可作下图



如图，乙由 A 到 D 的时间，甲由 C 到 D，乙比甲多走 1 千米. 乙由 D 到 A 的时间，甲由 D 到 B，乙也应比甲多走 1 千米.

乙由 A 到 D，再由 D 到 A 的时间内，甲共走了 $7-1=6$（千米），乙共走 $6+1\times2=8$（千米），共费时 $8\div4=2$（时），所以甲每小时走 $6\div2=3$（千米）. 综合算式为

$$(7-1)\div[(6+1\times2)\div4]=3(\text{千米}).$$

1376. 某人从东镇到西镇每小时行 5 千米，回来时每小时行 4 千米，来回共用了 22 时半. 问两镇间相隔多少千米？

解 1　去时 1 时走的路程 5 千米，回来时需走 $5\div4=1.25$（时），也就是说回来所花的时间是去时的 1.25 倍. 根据和倍问题的解法，去时所花的时间是 $22.5\div(1+1.25)=10$（时），两镇间相隔 $5\times10=50$（千米）. 综合算式为

$5\times[22.5\div(1+5\div4)]=50$(千米)；

解 2 因往返的路程不变，所以速度与时间成反比例关系. 往返的速度之比是 $5:4$，往返所花时间之比是 $4:5$，那么由东镇到西镇所花时间是 22.5 时的 $\frac{4}{4+5}$，即 $22.5\times\frac{4}{4+5}=10$(时)，所以两镇间的距离为 $5\times10=50$(千米)；

解 3 由题意知某人在东西镇间往、返各走 1 千米共需 $\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{4}\right)$ 时，故两镇间相隔 $22.5\div\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{4}\right)=50$(千米)；

解 4 设两镇间相隔 x 千米. 依题意，得

$$\frac{x}{5}+\frac{x}{4}=22.5.$$

解方程，得 $x=50$.

所以两镇间相隔 50 千米.

1377. 甲从西城到东城，每小时行 6 千米，同时乙从东城到西城，每小时行 4 千米. 当乙到达西城，甲先到东城已 5 时. 求两人走完全程各需要多少时？东西两城相距多少千米？

解 1 当甲到东城时，乙尚距西城(4×5)千米，即这时甲比乙多走了(4×5)千米，而甲比乙每小时多走$(6-4)$千米，由此知甲走完全程需 $4\times5\div(6-4)=10$(时)；乙走完全程需 $10+5=15$(时)；两城相距 $6\times10=60$(千米)；

解 2 仿上分析，也可先求出乙行完全程需 $6\times5\div(6-4)=15$(时)；再由此得甲行完全程需 $15-5=10$(时)；两城相距 $4\times15=60$(千米)；

解 3 由题意知，甲、乙各行 1 千米的时间分别是 $\frac{1}{6}$ 时和 $\frac{1}{4}$ 时，相差 $\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)$ 时，现知行完全程(即东西两城间距离)时间相差 5 时，故知全程为 $5\div\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)=60$(千米)，甲行完全程需 $60\div6=10$(时)，乙行完全程需 $60\div4=15$(时)；

解 4 设甲行完全程需 x 时，则乙行完全程需$(x+5)$时. 依题意，得

$$6x=4(x+5).$$

解方程，得 $x=10$，$x+5=15$，$6x=60$.

所以甲行完全程需 10 时，乙行完全程需 15 时，东西两城相距 60 千米.

1378. 环形跑道长 400 米，甲骑自行车，平均每分行 500 米，乙练长跑，平均每分跑 260 米，两人同时从同地同向出发，经过几秒后两人又相遇？



解　甲的速度为每秒 $\frac{500}{60}=\frac{25}{3}$(米),乙的速度为每秒 $\frac{260}{60}=\frac{13}{3}$(米).两人从出发到又相遇,甲比乙多行一圈,即 400 米.由 $400\div\left(\frac{25}{3}-\frac{13}{3}\right)=100$(秒),可知经过 100 秒后两人又相遇.

【注意】　在封闭线路上两人同时同地同向而行,从出发到第一次相遇的路程差为一圈的长.这类题解法与直线上同向追及问题相同.

1379. 甲、乙两人沿着 400 米长的环形跑道跑步,甲每分钟跑 300 米,乙每分钟跑 280 米.如果两人同时由同地向相反方向跑,那么经过多少时间两人第一次相遇?

解　两人同时同地反向而行到第一次相遇,两人的行程和等于跑道一圈的长 400 米,两人每分钟共行(300+280)米,从出发到相遇需 $400\div(300+280)=\frac{20}{29}$(分).

1380. 两人在周长为 240 米的圆池边散步,甲每分钟走 16 米,乙每分钟走 14 米,现从同地反向行走,求第二次相遇是在出发后几分?

解　从出发到第二次相遇,两人共行 $240\times2=480$(米),所以,第二次相遇是在出发后的

$$480\div(16+14)=16(\text{分}).$$

1381. 小强用每分钟 120 米的速度沿着长 6 千米的环城路练长跑.他出发 20 分后,小明有封急信要交给他,小明用每分 180 米的速度骑自行车找小强.问最快要多少时间小明能把信交到小强手里?

解　小强 20 分跑了 $120\times20=2400$(米),小明若同向而行找小强,需要 $2400\div(180-120)=40$(分).如果反向而行,需要 $(6000-2400)\div(180+120)=12$(分).因此,小明最快要 12 分才能把信交给小强.

1382. 甲、乙两人在 400 米的环形跑道上行走.如果两人同时从同一起点反向行走,经过 2.5 分相遇;如果两人同时从同一起点同向行走,则经过 12.5 分甲能追上乙.求甲、乙两人每秒各走多少米?

解　由两人同时同地反向行走,经过 2.5 分相遇知两人每分共行 $400\div2.5=160$(米).两人同时同地同向行走,甲追上乙时,甲就比乙多走一圈,所以,甲每分比乙多走 $400\div12.5=32$(米).根据和差问题的解法可知甲的速度为每分 $(160+32)\div2=96$(米),乙的速度为每分 $160-96=64$(米).综合算式为

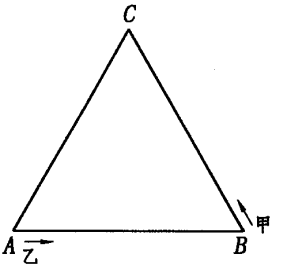
甲　$(400\div2.5+400\div12.5)\div2=96$(米),

乙　$400\div2.5-96=64$(米).

1383. 甲、乙两人绕边长为 60 米的正三角形地面的周围跑步,甲每分

走 65 米，乙每分走 50 米. 如果两人分别站在正三角形地面的两角的顶点，甲在前，乙在后，同时开始跑步. 问几分后，两人恰在同一边上跑？

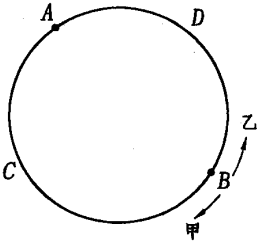
解　依题意可作右图



如图，若看作甲追乙，则甲距乙为正三角形两边之长，要使两人恰在同一边上跑，甲要追乙，把两人之间的路程缩短到一边的长，这就需 $60\div(65-50)=4$(分). 4 分甲跑了 $65\times4=260$(米)，相当于 4 条边的长又 20 米，此时甲在 CA 边上距 A 40 米处；4 分钟乙跑了 $50\times4=200$(米)，相当于 3 条边的长又 20 米，此时乙在 AB 边上距 B 40 米处. 当甲再费 $40\div65=\frac{8}{13}$(分)跑完 40 米到达 A 时，乙还没跑完 40 米，这时两人就在同一边上跑. 故知 $4+\frac{8}{13}=4\frac{8}{13}$(分)后两人恰在同一边上跑步.

1384. 甲、乙两人同时同地出发，反向环池而行. 甲每分行 30 米，乙每分行 25 米，经若干分后，两人同时回到出发地，在此前两人相遇地距出发地有 150 米，问所谓若干分为多少时间？

解　依题意可作右图



设 A 为出发地，B 为两人同时回到 A 地之前的一个相遇地，那么题中的 150 米有两种可能：

(1) $\overset{\frown}{ADB}$长 150 米. 根据题意，甲行$\overset{\frown}{BCA}$与乙行$\overset{\frown}{BDA}$的时间相等，都是 $150\div25=6$(分). 水池周长为 $(30+25)\times6=330$(米). 甲行一周时间为 $330\div30=11$(分)，乙行一周时间为 $330\div25=13\frac{1}{5}$(分)，所求的时间应为 11 的整数倍，又是 $13\frac{1}{5}$ 的整数倍，且又是符合这条件的最小的一个，即 66 分.

(2) $\overset{\frown}{ADB}$长 150 米，仿(1)可知水池周长为

$(30+25)\times(150\div30)=275$(米).

甲行一周时间为 $275\div30=9\frac{1}{6}$(分)，乙行一周时间为 $275\div25=11$(分)，所求时间为 55 分.

1385. 大桥长 1200 米，火车长 300 米，火车以每秒 20 米的速度在桥上

行驶，求火车从上桥到离桥需多少时间？

解　因火车从上桥到离桥所走的路程等于大桥的长加上火车的长，即(1200＋300)米，故火车从上桥到离桥需(1200＋300)÷20＝75(秒).

1386. 一列长为 240 米的火车以每秒 30 米的速度过一隧道，从车头进洞到车尾出洞共 1 分，求这隧道的长.

解　火车 1 分共行进(30×60)米，此即隧道加火车的长. 因此隧道长为 30×60－240＝1560(米).

1387. 小红为测量急驰而过的火车的长度和速度，他用两只马表，一只记下火车从他面前通过所花的时间是 15 秒；另一只记下从车头过第一根电杆到车尾过第二根电杆所花的时间是 20 秒，并量出两电杆间的距离是 100 米，请你帮助小红算出火车的长度和时速.

解　火车 15 秒内所行的路程等于火车的长，20 秒内所行的路程等于火车长加两电杆间的距离. 因此这两段时间所行的路程的差就是两电杆间的距离 100 米，故知，火车每秒行驶 100÷(20－15)＝20(米)，合每小时 72 千米. 火车的全长为 20×15＝300(米).

1388. 某辆车通过长 199 米的停车场车道需 80 秒，用同样的速度通过 177 米长的桥需 74 秒，求这辆车的速度和它的长.

解　车通过停车场的车道比通过桥多走了 199－177＝22(米)，所费时间相差 80－74＝6(秒)，这辆车的速度为每秒 $22\div6=3\frac{2}{3}$(米)，车长为 $3\frac{2}{3}\times80-199=94\frac{1}{3}$(米). 综合算式为

$$(199-177)\div(80-74)=3\frac{2}{3}(\text{米});$$

$$(199-177)\div(80-74)\times80-199=94\frac{1}{3}(\text{米}).$$

1389. 快车长 182 米，每秒运行 20 米，慢车长 1034 米，每秒运行 18 米.

(1) 两车相向而行，求从车头相遇到车尾离开的时间；

(2) 两车同向而行，求从快车头追及慢车尾到快车尾离开慢车头的时间；

(3) 两车同向而行，求从两车头齐到快车尾离开慢车头的时间；

(4) 两车同向而行，求从两车车尾齐到快车尾离开慢车头的时间.

解　(1) (182＋1034)÷(20＋18)＝32(秒)；

(2) (182＋1034)÷(20－18)＝608(秒)；

(3) 182÷(20－18)＝91(秒)；

(4) 1034÷(20－18)＝517(秒).

1390. 每小时 40 千米的客车与每小时 50 千米的货车相向交错而过，客车上的乘务员发现货车从他身边驶过 10 秒，求货车的长.

解　客车速度每小时 40 千米，合每秒 $\frac{100}{9}$ 米；货车速度每小时 50 千米，合每秒 $\frac{125}{9}$ 米. 两车由相向而相背，它们每秒钟共行 $\frac{100}{9}+\frac{125}{9}=25$（米），货车长为 $25\times10=250$（米）.

1391. 一列客车以每小时 80 千米的速度向南行驶，当客车上的乘务员以每秒 2 米的速度向车后行走时，一列长 407 米的货车向北行驶，经 9 秒从乘务员身边驶过，求货车的速度.

解　客车速度合每秒 $\frac{200}{9}$ 米，乘务员随客车向南移动的速度是每秒 $\frac{200}{9}-2=\frac{182}{9}$（米），此速度与货车的速度之和是每秒 $\frac{407}{9}$ 米，故知货车的速度是每秒 $\frac{407}{9}-\frac{182}{9}=25$（米），合每时 90 千米.

1392. 甲、乙两队学生从相隔 17 千米的两地出发相向而行，一学生骑自行车以每小时 14 千米的速度在两队之间往返联络（停歇时间不计）. 如果甲队学生每小时走 4.5 千米，乙队学生每小时走 4 千米，求两队学生相遇时，骑自行车的学生共行了多少千米？

解　骑自行车的学生往返联络所用的时间与两队学生相遇的时间相同. 两队学生相遇时间是 $17\div(4.5+4)=2$（时）. 骑自行车学生共行 $14\times2=28$（千米）. 综合算式为

$$14\times[17\div(4.5+4)]=28\text{（千米）}.$$

1393. 张明、李军、赵琪三人都要从甲地到乙地，张、李两人一起从甲地出发，2 时后赵琪才从甲地出发，张明每小时行 5 千米，李军每小时行 4 千米，张、李两人出发后 12 时，张明和赵琪同时到达乙地，问赵琪出发后几时追上李军？

解 1　从甲地到乙地张明行走了 12 时，因此甲、乙两地相距 $5\times12=60$（千米）；赵琪走完全程需 $12-2=10$（时），赵琪的速度为每小时 $60\div10=6$（千米）.

赵琪出发时李军已行了 $4\times2=8$（千米），所以赵琪追上李军所需的时间是 $8\div(6-4)=4$（时）. 综合算式为

$$4\times2\div[5\times12\div(12-2)-4]=4\text{（时）}；$$

解 2　先由赵琪、张明的追及运动求出赵琪的速度.

赵琪出发时张明已行了 (5×2) 千米，追及所需时间为 $(12-2)$ 时，故知

赵琪每小时比张明多行 $5\times2\div(12-2)=1$(千米),因此赵琪的速度为每小时 $1+5=6$(千米).

再由赵琪、李军的追及运动求出赵琪从出发到追及李军需 $4\times2\div(6-4)=4$(时).综合算式为

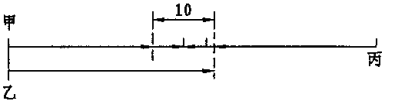
$$4\times2\div[5\times2\div(12-2)+5-4]=4(\text{时});$$

解 3 张明行完全程需 12 时,每小时行全程的 $\frac{1}{12}$;赵琪每小时行全程的 $\frac{1}{12-2}$.张明每小时行的是赵琪的 $\frac{1}{12}\div\frac{1}{12-2}=\frac{5}{6}$,因此,赵琪每小时行 $5\div\frac{5}{6}=6$(千米).赵琪出发后需 $4\times2\div(6-4)=4$(时)追上李军.综合算式为

$$4\times2\div\left[5\div\left(\frac{1}{12}\div\frac{1}{12-2}\right)-4\right]=4(\text{时}).$$

1394. 甲、乙、丙三人,甲每分钟走 60 米,乙每分钟走 67 米,丙每分钟走 73 米.甲、乙从东镇,丙从西镇,同时相向出发,丙遇到乙后 10 分再遇到甲,求两镇间相距多少千米?

解 1 依题意可作下图



丙遇到乙后 10 分再遇到甲,10 分甲、丙两人共走了 $(60+73)\times10=1330$(米),这就是乙、丙相遇时乙比甲多走的路程.又知乙比甲每分多走 $67-60=7$(米),由此知乙、丙从出发到相遇所用的时间是 $1330\div7=190$(分),两镇相距 $(67+73)\times190=26600$(米),合 26.6 千米.综合算式为

$$(67+73)\times[(60+73)\times10\div(67-60)]=26600(\text{米});$$

解 2 甲、丙相遇时,甲、乙两人相距的路程就是乙、丙相背运动的路程和,即 $(67+73)\times10=1400$(米).甲、乙是同时出发的,到甲、丙相遇时,甲、乙相距 1400 米,所以从出发到甲、丙相遇需 $1400\div(67-60)=200$(分),两镇间相距 $(60+73)\times200=26600$(米).综合算式为 $(67+73)\times[(60+73)\times10\div(67-60)]=26600$(米).

1395. 甲、乙、丙三人绕水池周围行走,同时同地出发,乙、丙两人同方向行走,甲与乙、丙反方向行走.每分甲走 40 米,乙走 38 米,丙走 36 米,甲遇到乙后 3 分与丙相遇.求池周围长多少米?

解 1 仿上题分析,由题意知 3 分甲、丙共走了 $(40+36)\times3=228$

(米),此即甲、乙相遇时乙比丙多走的路程,而乙比丙每分多走 38－36＝2(米),所以从出发到甲、乙相遇所需的时间是 228÷2＝114(分),水池周围的长为(40＋38)×114＝8892(米);

解 2 甲、丙相遇时,乙、丙相隔(40＋38)×3＝234(米),所以甲、丙相遇时甲、乙、丙均已走了 234÷(38－36)＝117(分),故水池周围长是(40＋36)×117＝8892(米).

1396. 三艘轮船从武汉出发开往上海. 甲船早晨 6 时开出,每小时行 20 千米;乙船 8 时开出,每小时行 25 千米;丙船 9 时开出, 5 时后追上乙船. 问丙船再行驶几时可赶上甲船?

解 丙船开出时乙船在丙船前面 25×(9－8)＝25(千米),丙船比乙船每小时多行 25÷5＝5(千米),丙船每小时行 25＋5＝30(千米).

丙船开出时甲船在丙船的前面 20×(9－6)＝60(千米), 5 时后丙船追上乙船时已赶上甲船(30－20)×5＝50(千米),这时两船(丙与甲)相隔 60－50＝10(千米),故知丙船再行驶 10÷(30－20)＝1(时)可赶上甲船.

后面一步也可这样求: 丙船赶上乙船时,丙船已行了 30×5＝150(千米),甲船已行了 20×[(9－6)＋5]＝160(千米),这时甲船在丙船前面 160－150＝10(千米),丙船再行驶 10÷(30－20)＝1(时)就可赶上甲船.

1397. 一列长 110 米的火车以每小时 30 千米的速度向北行驶. 铁路旁有一小道,在道上向北走的甲发现火车在他身边开了 15 秒. 6 分后列车遇到向南走的乙,火车在乙身边开了 12 秒. 问再经过几分甲与乙相遇?

解 火车每小时行 30 千米,合每秒 $\frac{25}{3}$ 米.

火车与甲作同向运动,相隔路程是火车长 110 米,速度差为每秒 $110\div15=\frac{22}{3}$(米),故甲的速度为每秒 $\frac{25}{3}-\frac{22}{3}=1$(米).

火车与乙作相向运动,相隔路程是火车长 110 米,速度和为每秒 $110\div12=\frac{55}{6}$(米),故乙的速度为每秒 $\frac{55}{6}-\frac{25}{3}=\frac{5}{6}$(米).

火车从遇到甲至遇到乙行驶了 60×6＝360(秒),因此,火车遇到乙时,甲与乙相隔路程为 $\frac{25}{3}\times360-1\times360=2640$(米),所以甲、乙相遇时间为 $2640\div\left(1+\frac{5}{6}\right)=1440$(秒),合 24 分. 即再过 24 分甲与乙相遇.

1398. 在与铁路平行的道路上,有一行人与一骑自行车的人同向前进,行人每小时走 3.6 千米,骑车的人每小时行 10.8 千米. 在铁路上从这两人的后面有一列火车开来,火车通过行人身旁用 22 秒,通过骑车人身旁用 26

秒，求这列火车的速度及火车长.



解　骑车人速度合每秒 3 米，行人速度合每秒 1 米.

火车通过行人用 22 秒，它与行人所行路程之差等于车身长.

火车通过骑车人用 26 秒，它与骑车人所行路程之差也等于车身长.

这两个路程差相等，即火车 22 秒内所行路程－行人 22 秒内所行路程＝火车 26 秒内所行路程－骑车人 26 秒内所行路程. 因此，火车在 26－22＝4(秒)内所行路程等于骑车人 26 秒内所行路程与行人 22 秒内所行路程的差.

而骑车人 26 秒内行 3×26＝78(米)，行人 22 秒内行 1×22＝22(米). 所以火车速度为每秒(78－22)÷4＝14(米)，合每小时 50.4 千米. 火车长为 14×22－1×22＝286(米). 综合算式为

$$(3\times26-1\times22)\div(26-22)=14(\text{米});$$

$$14\times22-1\times22=286(\text{米}).$$

1399. 龟兔举行 2000 米竞走，龟每分钟走 25 米，兔每分钟走 320 米. 兔自以为比龟走得快，就在途中睡了一觉，结果龟比兔早 1.25 分到达终点. 求兔在途中睡了几分.

解　龟走 2000 米需 2000÷25＝80(分)；兔走 2000 米需 2000÷320＝6.25(分)，兔子在途中睡了 80－6.25＋1.25＝75(分). 综合算式为

$$2000\div25-2000\div320+1.25=75(\text{分}).$$

1400. 有甲、乙两村分别在山南、山北. 两村之间全是上、下山路. 某人上山每小时走 1 千米，下山每小时走 2.5 千米，从甲村到乙村要走 41 时，从乙村到甲村要走 29 时. 问两村之间的路程是多少？从甲村到乙村上山路和下山路各是多少？

解 1　两村间往返一次需 41＋29＝70(时). 在往返一次过程中，走的上坡路程之和与走的下坡路程之和相等(都等于两村间的路程). 又上坡速度与下坡速度之比为 1∶2.5＝2∶5，故上坡时间与下坡时间之比为 5∶2. 因此，在往返过程中，上坡时间共用去 $70\times\frac{5}{7}=50$(时)，上坡路程之和为 1×50＝50(千米)，此即两村间的路程.

如果甲村到乙村都是上坡路，则需行 50÷1＝50(时)，而实际只需 41 时，相差 50－41＝9(时). 上山路与下山路走 1 千米的时间相差 $\left(1-\frac{1}{2.5}\right)$ 时，故下山路为 $9\div\left(1-\frac{1}{2.5}\right)=15$(千米)，上山路为 50－15＝35(千米)；

解 2　由已知条件可知，上坡 1 千米需 1 时，下坡 1 千米需 $\frac{1}{2.5}$ 时，往

返 1 千米需 $\left(1+\frac{1}{2.5}\right)$ 时. 今往返全程一次需 $41+29=70$(时),故知两村间路程为 $70\div\left(1+\frac{1}{2.5}\right)=50$(千米).

从甲村到乙村,若上山路比下山路多 1 千米,则去时比回来时多用 $1-\frac{1}{2.5}=\frac{3}{5}$(时). 现从甲村到乙村比从乙村到甲村多用了 $41-29=12$(时),可见,从甲村到乙村上山路比下山路多 $12\div\frac{3}{5}=20$(千米),于是从甲村到乙村的上山路为 $(50+20)\div2=35$(千米),下山路为 $(50-20)\div2=15$(千米);

解 3　设两村间的路程为 x 千米. 由题意可知,往返一次走的上坡路之和为 x 千米,下坡路之和亦为 x 千米. 依题意,得

$$x+\frac{x}{2.5}=41+29.$$

解方程,得　$x=50$.

即两村间的路程为 50 千米.

又设从甲村到乙村上山路为 y 千米,则下山路为 $(50-y)$ 千米. 依题意,得

$$y+\frac{50-y}{2.5}=41.$$

解方程,得　$y=35$.

所以从东村到西村上山路为 35 千米,下山路为 $50-35=15$ 千米.

1401. 距猎犬 26 步(犬步)前有一野兔,猎犬追之. 兔逃 8 步的时间犬只跨 5 步,但兔逃 9 步的路程只等于犬的 4 步. 问兔跑几步后即被猎犬所获?

解 1　由已知条件:

时间:　犬 5 步等于兔 8 步;

路程:　犬 4 步等于兔 9 步;

得　时间:　犬 20 步等于兔 32 步;

路程:　犬 20 步等于兔 45 步.

即犬每跑 20 步,兔子跑 32 步,而犬的 20 步相当于兔的 45 步,故知犬每跑 20 步就可追上兔子 $45-32=13$(兔步).

今犬前 26 步(犬步)有兔,犬的 26 步相当于兔的 58.5 步[$45\times(26\div20)=58.5$]. 58.5 步是 13 步的 $58.5\div13=4.5$(倍),所以,兔子跑了 $32\times4.5=144$(步)就被犬捕获;



解 2 兔逃 8 步时犬只跨 5 步，因此兔逃 1 步时犬只跨 $\frac{5}{8}$ 步. 而兔逃 9 步的路程等于犬的 4 步，因此兔的 1 步等于犬的 $\frac{4}{9}$ 步.

于是可知，兔每逃 1 步就被犬追上 $\left(\frac{5}{8}-\frac{4}{9}\right)$ 步，现兔在犬前 26 步（犬步），所以兔子逃 $26\div\left(\frac{5}{8}-\frac{4}{9}\right)=144$（兔步）时，就被猎犬捕获；

解 3 犬、兔在单位时间内步数之比为 5∶8，步长之比为 9∶4，得犬、兔速度之比为 $(5\times9)\colon(8\times4)=45\colon32$. 以犬速为 1，则兔速为 $\frac{32}{45}$，两者相差 $\left(1-\frac{32}{45}\right)$，犬追上 26 步需行 $26\div\left(1-\frac{32}{45}\right)=90$（步），兔子要逃 $90\times\frac{8}{5}=144$（步），故知兔跑 144 步即被猎犬捕获.

1402. 甲、乙两人在距离 120 米的直路来回跑步，甲的速度是每秒 3 米，乙的速度是每秒 2 米. 他们同时分别在直路两端出发，当他们跑了 12 分后，在途中共相遇了多少次？

解 第一次相遇在他们起跑 $120\div(2+3)=24$（秒）后，以后每跑 $120\times2=240$（米）再相遇一次，即再跑 $240\div(2+3)=48$（秒）后才相遇一次.

12 分 $=720$ 秒.

$(720-24)\div48=14\cdots24$.

这表明他们第一次相遇后到跑了 12 分时再能相遇 14 次，所以他们在途中共相遇了

$14+1=15$（次）.

1403. 甲、乙、丙三人，甲每分走 50 米，乙每分走 60 米，丙每分走 70 米. 甲、乙两人从东镇，丙一人从西镇同时相向出发，丙遇到乙后 2 分再遇到甲，乙到西镇后甲需再走几分才到西镇？

解 乙、丙相遇时，甲离丙

$(70+50)\times2=240$（米），

也就是甲比乙落后 240 米.

甲比乙每分少行

$60-50=10$（米），$240\div10=24$（分）.

表示甲、乙同行 24 分后甲比乙落后 240 米，也就是三人同出发 24 分后，乙、丙相遇. 所以，东、西两镇相距

$(70+60)\times24=3120$（米）.

乙行 $3120\div60=52$（分）到达西镇，而甲需行 $3120\div50=62.4$（分）才能

到达西镇，所以甲比乙晚 62.4－52＝10.4(分)才能到达西镇.列成综合式为

(70＋60)×[(70＋50)×2÷(60－50)]÷50－(70＋60)×[(70＋50)×2÷(60－50)]÷60＝10.4(分).

1404. 某人在 360 米长的环形跑道上跑了一圈，已知他前一半时间每秒跑 5 米，后一半时间每秒跑 4 米，那么他后一半路程跑了多少秒？

解　前一半时间和后一半时间所跑时间相同，所跑路程比应等于速度比，所以前一半时间所跑路程应占 360 米的 9 份中的 5 份，后一半时间所跑路程应占 360 米的 9 份中的 4 份.

$$360\div(4+5)\times5=200(\text{米}),$$

$$360\div(4+5)\times4=160(\text{米}).$$

路程的一半是

$$360\div2=180(\text{米}).$$

$$180-160=20(\text{米}).$$

所以，此人跑后一半路程时，有 160 米的速度是每秒 4 米，另外 20 米跑的速度是每秒 5 米.则他跑后一半路程共用时间

$$160\div4+20\div5=44(\text{秒}).$$

1405. 一段路程分为上坡、平路、下坡三段，各段路程长之比依次是 1∶2∶3.某人走各段路程所用时间之比依次是 4∶5∶6.已知他上坡时速度为每小时 3 千米，路程全长 50 千米.问此人走完全程用了多少时间？

解　上坡的路程是

$$50\times\frac{1}{1+2+3}(\text{千米}).$$

上坡时间是

$$50\times\frac{1}{1+2+3}\div3=\frac{25}{9}(\text{时}).$$

上坡时间占全程时间的

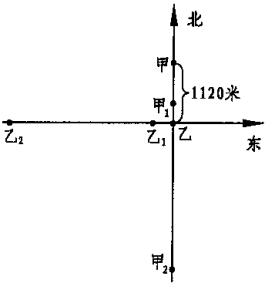
$$\frac{4}{4+5+6}=\frac{4}{15}.$$

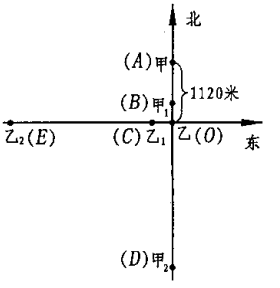
所以，全程时间是

$$\frac{25}{9}\div\frac{4}{15}=10\frac{5}{12}(\text{时}).$$

1406. 甲在南北方向的路上，由北向南行进，乙在东西方向的路上由东向西行进，甲的出发地点在两条路交叉点北 1120 米，乙的出发点在两条路的交叉点上.两人同时出发，4 分后，两人所在的位置距交叉点等远(这时甲仍在交叉点北)；再经过 52 分，两人所在的位置又距交叉点等远(这时甲在

交叉点南). 甲、乙每分各行多少米？





解　甲 4 分行的距离是 AB，乙 4 分行的距离是 OC，而 $OC=OB$，所以两人在 4 分内共行 1120 米，

$$1120\div 4=280(\text{米})\cdots\cdots\text{速度和}.$$

甲$(4+52)$分行的距离是 AD，乙$(4+52)$分行的距离是 OE，而 $OD=OE$. 所以行了$(4+52)$分时甲比乙多行 1120 米，则他们的速度差为

$$1120\div(4+52)=20(\text{米}).$$

所以甲每分行

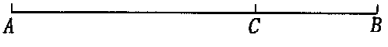
$$(280+20)\div 2=150(\text{米}).$$

所以乙每分行

$$(280-20)\div 2=130(\text{米}).$$

1407. 某校和某工厂之间有一条公路，该校下午 2 点钟派车去该厂接某劳模来校作报告，往返需要 1 时. 这位劳模在下午 1 点钟便离厂步行向学校走来，途中遇到接他的汽车，便立刻上车驶向学校，在下午 2 点 40 分到达. 问：汽车速度是劳模步行速度的几倍？

解　图中 A 是学校，B 是工厂，C 是汽车与劳模相遇的地点.

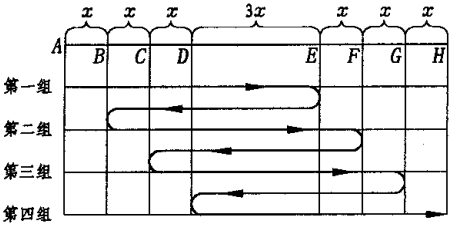


汽车从 A 到 B 往返需 1 时，而从 A 到 C 往返用的时间为 40 分，即 $\frac{2}{3}$ 时，可见从 A 到 C 的距离是 A 到 B 距离的 $\frac{2}{3}$. 因此从 A 到 C 的距离是从 C 到 B 距离的 2 倍. 汽车从 A 到 C 用了 $40\div 2=20$(分)，而劳模从 1 点钟开始步行，从 B 到 C 共用了 1 时$+20$ 分$=80$ 分，是 20 分的 4 倍. 这就是说，劳模走汽车的一半路程，用了 4 倍于汽车的时间. 因此汽车的速度是劳模步行速度的 $4\times 2=8$(倍).

1408. 100 名少先队员要到离学校 33 千米处的烈士陵园扫墓. 只有一

辆能载 25 人的汽车，为了使全体队员尽快地到达目的地，他们决定采取步行与乘车相结合的办法. 已知少先队员步行的速度为 5 千米/时，汽车的速度为 55 千米/时. 请为他们设计一个方案，以保证全体队员都尽快地到达目的地. 按这个方案，所需时间是多少（上、下车所用的时间不计）？汽车行驶的总路程是多少？

解　汽车只能载 25 人，可将少先队员 100 名分成四组，每组 25 人，显然各组队员步行与乘车的时间分别相等，他们才能尽快地同时到达目的地. 如图，设 $AB=BC=CD=EF=FG=GH=x$ 千米，则每个小组步行的路程都是 $3x$ 千米（每组步行时间相等）.



当第二组由 A 步行至 B 时，汽车由于至 E 然后由 E 至 B. 由于步行与汽车速度比为 $5:55=1:11$，所以，它们在相同时间内的路程比也是 $1:11$. 因此当第二组步行 x 千米时，汽车行驶 $11x$ 千米. 即

$AB+BC+CD+DE+DE+CD+BC=5x+2DE=11x$，则 $DE=3x$.

根据题意，$9x=33$，$x=\frac{11}{3}$.

由图可知，每组步行 $3x$ 千米，乘车 $6x$ 千米，所以所用的全部时间为

$$3\times\frac{11}{3}\div5+6\times\frac{11}{3}\div55=\frac{13}{5}(\text{时})$$

所以所用时间为 2 时 36 分.

由于汽车从 A 点（学校）启动，直到把第四组队员送至 H 点（陵园）一直不断在行驶，因此共行的路程为

$$55\times\frac{13}{5}=143(\text{千米}).$$

(11) 流水问题

1409. 船在河中航行时，顺水速度是每小时 12 千米，逆水速度是每小时 6 千米. 问船速、水速各是多少？

解　因顺水速度＝船速＋水速；逆水速度＝船速－水速. 由和差问题解法，得

船速＝(12＋6)÷2＝9(千米/时)；水速＝(12－6)÷2＝3(千米/时).

1410. 某船在一条河流中航行的速度，顺水是逆水的 2 倍. 顺水航行 90 千米花了 9 时，求船速和水速各是多少？

解　由题意知，顺水速度为 90÷9＝10(千米/时)；逆水速度为 10÷2＝5(千米/时). 故船速是(10＋5)÷2＝7.5(千米/时). 综合算式为　(90÷9＋90÷9÷2)÷2＝7.5(千米/时)；水速是(10－5)÷2＝2.5(千米/时)，综合算式为

$$(90\div 9-90\div 9\div 2)\div 2=2.5(\text{千米/时}).$$

1411. 某船在静水中的速度为每小时 15 千米，它从上游甲港开往下游乙港共用了 8 时. 已知水速为每小时 3 千米，问从乙港返回甲港需要多少时间？

解　从甲到乙是顺水，所以每小时实际航行 15＋3＝18(千米)，故知甲、乙两港相距 18×8＝144(千米). 从乙返回甲是逆水，每小时实际航行 15－3＝12(千米)，所以从乙港返回甲港需要 144÷12＝12(时). 综合算式为

$$(15+3)\times 8\div(15-3)=12(\text{时}).$$

1412. 船在静水中的速度为每小时 11.25 千米，河水流速为每小时 1.25 千米. 一船往返甲、乙两港共花了 9 时，问两港相距多少千米？

解 1　由题意知，船的逆水速度是 11.25－1.25＝10(千米/时)，故逆水行 1 千米需 1÷10＝0.1(时)；顺水速度是 11.25＋1.25＝12.5(千米/时)，故顺水行 1 千米需 1÷12.5＝0.08(时). 因此往返 1 千米共需 0.1＋0.08＝0.18(时)，现甲、乙两港往返需 9 时，两地应相距 9÷0.18＝50(千米). 综合算式为　9÷[1÷(11.25－1.25)＋1÷(11.25＋1.25)]＝50(千米)；

解 2　设两港相距 x 千米，依题意，得

$$\frac{x}{11.25+1.25}+\frac{x}{11.25-1.25}=9.$$

解方程，得　$x=50$.

所以甲、乙两港相距 50 千米.

【注意】　此题若用比的知识解如下：因甲、乙两地距离一定，往返时间与往返速度成反比，故顺水航行时间：逆水航行时间＝(11.25－1.25)：(11.25＋1.25)＝4：5，而往返甲、乙共需 9 时，可见顺水航行与逆水航行的时间分别是 4 时和 5 时. 故两地相距(11.25＋1.25)×4＝50(千米)或(11.25－1.25)×5＝50(千米).

1413. 船顺水行 200 千米用 10 时，已知水速为每小时 3.75 千米，问上行 200 千米需多少时？

解　因上行逆水的航速＝顺水航速－水速×2，故知上行逆水航速为

200÷10－3.75×2＝12.5(千米/时)，所以上行需费时 200÷12.5＝16(时)．综合算式为

200÷(200÷10－3.75×2)＝16(时)．

1414．甲、乙两船航行于 180 千米的河中，甲上行全程用 18 时，乙上行全程用 15 时，甲下行用 10 时，问乙下行用多少时？

解　此题先求水速与乙逆水速度．由甲的上、下行航行情况可知，水速＝(180÷10－180÷18)÷2＝4(千米/时)，而乙的逆水速度＝180÷15＝12(千米/时)，所以乙顺水速度＝乙逆水速度＋水速×2＝12＋4×2＝20(千米/时)，故乙下行(即顺水航行)用：180÷20＝9(时)．综合算式为

180÷[180÷15＋(180÷10－180÷18)÷2×2]＝9(时)．

1415．某船顺水而下，12 时航行了 180 千米，已知船在静水中的速度是水速的 5 倍．求水速和船在静水中的速度．

解　因船的顺水速度＝180÷12＝15(千米/时)，由和倍问题解法知水速为 15÷(5＋1)＝2.5(千米/时)，综合算式为　180÷12÷(5＋1)＝2.5(千米/时)；船在静水中的速度为 2.5×5＝12.5(千米/时)．

1416．甲、乙两船在静水中的速度分别为每小时 24 千米和每小时 32 千米．两船自相距 224 千米的两港同时出发相向而行，几时相遇？若同向而行，甲船在前、乙船在后，则几时后乙船追上甲船？

解　因两船对开，一顺一逆，它们的靠拢速度＝甲顺水速度＋乙逆水速度＝(甲在静水中速度＋水速)＋(乙在静水中速度－水速)＝甲在静水中速度＋乙在静水中速度；仿此，可知两船同向航行追及时，两船间距离接近的速度＝后船在静水中速度－前船在静水中速度．故知甲、乙两船对开时，靠拢的速度是 24＋32＝56(千米/时)，两船从相距 224 千米之两港同时出发相向而行，相遇需 224÷56＝4(时)．综合算式为

224÷(32＋24)＝4(时)．

两船同向航行，乙每小时可追上甲 32－24＝8(千米)，两船从相距 224 千米的两地同时同向而行，乙追上甲需 224÷8＝28(时)．综合算式为

224÷(32－24)＝28(时)．

1417．甲、乙两船在同一条河上，水路相隔 64 千米．若同时相向而行，则 2 时相遇；若同时同向而行，则 16 时甲赶上乙．问两船在静水中的速度各是多少？

解　由题意知，两船速之和是 64÷2＝32(千米/时)；两船速之差是 64÷16＝4(千米/时)，故知甲船在静水中的速度为(32＋4)÷2＝18(千米/时)．综合算式为　(64÷2＋64÷16)÷2＝18(千米/时)．乙船在静水中的速度为(32－4)÷2＝14(千米/时)．综合算式为

$(64\div2-64\div16)\div2=14$(千米/时).



1418. 若不论顺水、逆水,轮船的票价都按每千米 2 角来计算. 小张回家乘轮船单程票价是 12 元 8 角,他去时乘了 4 时,来时乘了 8 时. 问小张回家的水路是多少千米?船速、水速各是多少?

解　由题意可知,小张回家的水路是 $128\div2=64$(千米). 故知船速是 $(64\div4+64\div8)\div2=12$(千米/时);水速是 $(64\div4-64\div8)\div2=4$(千米/时).

1419. 静水中甲、乙两船的速度分别是每小时 20 千米和每小时 16 千米. 今两船先后自某港顺水开出,乙比甲早出发 2 时,若水速是每小时 4 千米,问甲开出后几时可追上乙?

解　当甲船出发时,甲、乙两船已相距 $(16+4)\times2=40$(千米),而甲每小时仅能追上乙 $20-16=4$(千米),故知甲开出后要追上乙需 $40\div4=10$(时). 综合算式为

$$(16+4)\times2\div(20-16)=10(\text{时}).$$

1420. 某船在静水中的速度为每小时 15 千米,水流速度为每小时 5 千米,求此船由甲地到乙地再返回甲地的平均速度.

解　此船顺水速度为 $15+5=20$(千米/时);逆水速度为 $15-5=10$(千米/时),因往返距离相同,可取来、回各 1 千米的运动状况来研究其平均速度. 因其顺水行 1 千米需 $1\div20=\frac{1}{20}$(时);逆水行 1 千米需 $1\div10=\frac{1}{10}$(时),故其往返平均速度是 $2\div\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{20}\right)=13\frac{1}{3}$(千米/时). 综合算式为

$$(1+1)\div[1\div(15+5)+1\div(15-5)]=13\frac{1}{3}(\text{千米/时}).$$

【注意】　此题不可误解为 $[(15+5)+(15-5)]\div2=15$(千米/时).

1421. 某河连通甲、乙、丙三城. 甲、乙两城间设有汽船,其船速是每小时 11 千米;乙、丙两城间备有木船,其船速是每小时 3.5 千米. 某旅客自甲城乘汽船顺流航行到达乙城,在乙城停留 1 时,又改乘木船顺流航行到达丙城. 已知甲、丙两城的水路距离为 50 千米,水速是每小时 1.5 千米,旅客在旅途总共花费 8 时. 求甲、乙两城间距离和乙、丙两城间距离.

解　汽船、木船的顺流速度分别是 $11+1.5=12.5$(千米/时), $3.5+1.5=5$(千米/时). 旅客乘船航行时间是 $8-1=7$(时). 由置换问题的解法知:假定旅客 7 时全部乘汽船,则应航行 $12.5\times7=87.5$(千米),比甲、丙间实际水路距离多 $87.5-50=37.5$(千米). 若少乘汽船改乘木船,每时可减少 $12.5-5=7.5$(千米). 现共要减少 37.5 千米,需改乘木船 $37.5\div7.5=5$(时),故知旅客乘木船 5 时. 所以乙、丙两城相距 $5\times5=25$(千米). 综合算

式为 $(3.5+1.5)\times\{[(11+1.5)\times(8-1)-50]\div[(11+1.5)-(3.5+1.5)]\}=25$(千米)；甲、乙两城相距 $50-25=25$(千米).

1422. 某河上、下两埠相距 45 千米，每天定时有甲、乙两艘船速相同的客轮分别从两埠同时出发相向而行. 一天，甲船从上埠出发时掉下一物，此物浮于水面顺水漂下，2 分后与甲船相距 0.5 千米，预计乙船出发后几时与此物相遇？

解 因甲船与浮物同是顺流而下，两者每时距离差＝甲顺水船速－水速＝(甲船速＋水速)－水速＝甲船速. 现 2 分两者就拉开距离 0.5 千米，故知甲船速是 $0.5\div2\times60=15$(千米/时). 甲、乙两船速度相同，乙船速也是 15 千米/时. 乙船逆水航行，它与浮物相向而行，每时接近的距离＝乙逆水速度＋水速＝(乙船速－水速)＋水速＝乙船速＝15(千米/时)，所以两者相遇需 $45\div15=3$(时). 综合算式为

$$45\div(0.5\div2\times60)=3(\text{时}).$$

1423. 甲河是乙河的支流，甲河水速为每小时 3 千米，乙河水速为每小时 2 千米. 某船沿甲河顺水航行 6 时，行了 114 千米后到达乙河，在乙河还要逆水航行 112 千米，问此船在乙河还要航行多少时间？

解 由题意知，某船的船速为 $114\div6-3=16$(千米/时)，故此船在乙河还要航行 $112\div(16-2)=8$(时). 综合算式为

$$120\div(114\div6-3-2)=8(\text{时}).$$

1424. 乙船顺水航行 2 时，行了 60 千米，返回原地用了 4 时. 甲船顺水航行同样一段水路用了 3 时，甲船返回原地将比去时多用几时？

解 由题意知，水速为 $(60\div2-60\div4)\div2=7.5$(千米/时)，而甲船逆水航速＝甲船顺水航速－水速$\times2=60\div3-7.5\times2=5$(千米/时). 所以甲船逆水返回原地要比去时多用 $60\div5-3=9$(时). 综合算式为

$$60\div[60\div3-(60\div2-60\div4)\div2\times2]-3=9(\text{时}).$$

1425. 某江汛期时，中流与沿岸的水速有很大不同，中流每小时 23 千米，沿岸每小时 12 千米. 今有一汽艇顺中流而下，4 时行了 220 千米，问它沿岸航行返回原处需多少时？

解 由题意知，船速为 $220\div4-23=32$(千米/时)，船沿岸返回原地是逆水航行，故需费时 $220\div(32-12)=11$(时). 综合算式为

$$220\div(220\div4-23-12)=11(\text{时}).$$

1426. 某船从甲港到乙港，顺水而行，航速是每小时 15 千米，结果比预定的时间早 1 时到达；它逆水返回甲港时，航速是每小时 10 千米，结果比从甲港到乙港时多用了 2 时. 问此船从甲港到乙港时，若要准时到达，它的船速应是多少？

解 可先求出“预定时间”，由题意知，此船顺水航行时比预定时间少用 1 时；逆水航行时比预定时间多用 1 时. 若两次都按“预定时间”航行，则顺水航行时可多行 15 千米；逆水航行时要少行 10 千米，两者相差 15＋10＝25(千米). 而两次的航速相差 15－10＝5(千米/时)，故知“预定时间”是 25÷5＝5(时). 而水速＝(顺水航速－逆水航速)÷2＝(15－10)÷2＝2.5(千米/时). 故此船从甲港到乙港(顺水航行)要准时到达(即按预定的 5 时到达)，它的船速应是[15×(5－1)－2.5×5]÷5＝9.5(千米/时).

1427. 船顺水而行每小时行 26 千米，逆水而行每小时行 18 千米. 下暴雨后水速增快，该船顺水而行每小时走 28 千米，求雨后船的逆水速度是每小时多少千米？

解 1 由题意知，此船船速为(26＋18)÷2＝22(千米/时)，暴雨后水速为 28－22＝6(千米/时)，故雨后逆水速度是 22－6＝16(千米/时). 综合算式为

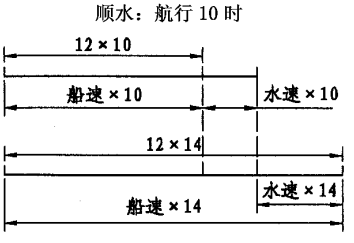
$$(26+18)\div 2-[28-(26+18)\div 2]=16(\text{千米/时});$$

解 2 因船速不变，故由暴雨前后的顺水船速之差 28－26＝2(千米/时)可知，暴雨后水速每小时增加了 2 千米，所以雨后船的逆水速度是 18－2＝16(千米/时). 综合算式为

$$18-(28-26)=16(\text{千米/时}).$$

1428. 顺水行 10 时的路程，逆水要行 14 时. 已知船速是每小时 12 千米，求这段水路的距离.

解 依题意可作下图



由图知，水速为(12×14－12×10)÷(14＋10)＝2(千米/时)，故知这段水路长是(12＋2)×10＝140(千米). 综合算式为

$$[12+(12\times 14-12\times 10)\div(14+10)]\times 10=140(\text{千米}).$$

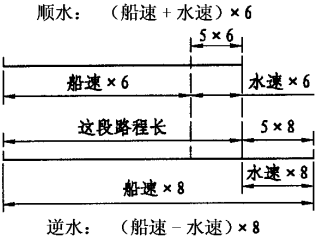
【注意】 此题若用分数解如下：因顺水 1 时与逆水 1 时共行路程＝顺水船速＋逆水船速＝船速×2＝12×2＝24(千米)，则顺水 1 时与逆水 1 时

共行这段水路的 $\frac{1}{10}+\frac{1}{14}=\frac{6}{35}$，故知这段水路长为 $24\div\frac{6}{35}=140$(千米)．综合算式为

$$12\times2\div\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{14}\right)=140(\text{千米}).$$

1429．水速每小时 5 千米，船顺水行 6 时走的路程逆水要行 8 时．求这段路程是多少千米？

解　依题意可作下图



由图知，船速为$(5\times8+5\times6)\div(8-6)=35$(千米/时)，这段路程为$(35+5)\times6=240$(千米)．综合算式为

$$[(5\times8+5\times6)\div(8-6)+5]\times6=240(\text{千米}).$$

【注意】　仿上题，此题可用分数解如下：

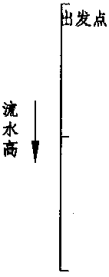
$$5\times2\div\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{8}\right)=240(\text{千米}).$$

1430．一只小船第一次顺流航行 48 千米，逆流航行 8 千米，共用 10 时；第二次用同样的时间，顺流航行了 24 千米、逆流航行了 14 千米．求此小船在静水中的速度和水流速度．

解 1　两次航行用的时间相同，但第一次与第二次相比，顺水多行 $48-24=24$(千米)，逆水少行 $14-8=6$(千米)．可见，顺水行 24 千米的时间与逆水行 6 千米的时间相同，所以顺水船速是逆水船速的 $24\div6=4$(倍)．若第一次航行中，逆水行 8 千米的时间也用来作顺水航行，则第一次航行 10 时可行 $48+8\times4=80$(千米)，故顺水船速是 $80\div10=8$(千米/时)，由此知逆水船速是 $8\div4=2$(千米/时)．所以船在静水中的速度是$(8+2)\div2=5$(千米/时)，水速是$(8-2)\div2=3$(千米/时)；

解 2　仿解 1 求出顺水船速是逆水船速的 4 倍后，也可假定第一次航行中顺水行 48 千米的时间也用作逆水航行，则第一次航行 10 时可逆水行 $48\div4+8=20$(千米)，故逆水速度是 $20\div10=2$(千米/时)，顺水速度是 $2\times4=8$(千米/时)．所以船在静水中的速度是$(2+8)\div2=5$(千米/时)，水速是

$(8-2)\div 2=3$(千米/时).



1431. 游船顺流而下，每小时行 7 千米；逆流而上，每小时前进 5 千米. 两条游船同时从同一地点出发，一个顺流而下，然后返回；一个逆流而上，然后返回. 结果，1 小时后它们同时回到出发点. 在这 1 时内有多少分这两条船是同向航行的？

分析　两船都经历顺流、逆流两种航行，同时出发 1 时后同时回到出发地，因此两船航行的路程相同，每船顺流航行的路程等于逆流航行的路程.

解　设每船顺流航行 x 时，则逆流航行$(1-x)$时. 根据前面的分析列方程，得

$$7x=5(1-x).$$

解方程，得　$x=\frac{5}{12}$，$1-x=1-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$.

所以，每船顺流航行 $\frac{5}{12}$ 时，即 25 分；逆流航行 $\frac{7}{12}$ 时，即 35 分.

当顺流而下的游船航行 25 分后返航时，另一逆流而上的游船正逆流航行需行 35 分后才返航，因此两船有 $35-25=10$(分)是同向航行的.

1432. 甲、乙两船同从 A 地出发背向而行. 甲船逆水上行，到 B 地后立即返航，经 4 时 30 分返回 A 地；乙船顺水下行，到达 C 地后也立即返航，经 3 时回到 A 地. 已知两船的顺水速度都是每小时 7 千米，逆水速度都是每小时 5 千米. 这两船在航行途中有多少时间是同向航行的？

解　4 时 30 分$=4.5$ 时.

设甲船逆水航行 x 时，由于甲船去、回航程相等. 所以

$$5x=7(4.5-x).$$

解方程，得　$x=2.625$.

因此甲船逆水航行 2 时 37.5 分后调头返航.

又设乙船顺水航行 y 时，也因去、回航程相等，所以

$$7y=5(3-y).$$

解方程，得　$y=1.25$.

因此乙船顺水航行 1 时 15 分后即调头返航，当乙船返航时甲船仍在逆水上行.

所以，两船同向航行的时间为

2 时 37.5 分-1 时 15 分$=1$ 时 22.5 分.

1433. 一只小船运木材，逆流而上. 从船上掉入河里一段木材，1.5 分后发现，小船立即调头追赶木材，追上后花了 40 秒捞上木材. 问小船从调头

后到重新逆流而上共用了多少时间？(船调头时间不计)

解　设船速为 v，水流的速度为 v'. 小船上发觉木材掉入水中时，小船已离木材掉入水中地点为

$$1.5(v-v').$$

木材已离掉入水中地点为 $1.5v'$.

所以，小船调头时离木材

$$1.5(v-v')+1.5v'=1.5v.$$

小船追赶木材时两者的速度相差为

$$v+v'-v'=v.$$

所以小船追上木材花的时间为

$$1.5v\div v=1.5(\text{分}).$$

从调头后到重新逆流而上共用的时间为

$$1.5\text{ 分}+40\text{ 秒}=130\text{ 秒}.$$

(12) 年龄问题

1434. 父亲 43 岁、儿子 11 岁，问几年以后父亲的年龄是儿子年龄的 3 倍？几年以前父亲的年龄是儿子的 5 倍？

解 1　因几年后父亲的年龄是儿子年龄的 3 倍时，父子的年龄差仍是 $43-11=32$(岁). 由差倍问题的解法知，那时儿子的年龄是 $32\div(3-1)=16$(岁)，$16-11=5$(年)，故知 5 年后父亲的年龄是儿子年龄的 3 倍. 综合算式为　$(43-11)\div(3-1)-11=5$(年).

同理，当几年前父亲的年龄是儿子年龄的 5 倍时，两人的年龄差仍为 32 岁，那时儿子的年龄应是 $32\div(5-1)=8$(岁)，$11-8=3$(年)，故知 3 年前父亲的年龄是儿子年龄的 5 倍. 综合算式为

$$11-(43-11)\div(5-1)=3(\text{年});$$

解 2　设 x 年后父亲的年龄是儿子年龄的 3 倍. 依题意，得

$$43+x=3(11+x).$$

解方程，得　$x=5$. 故知 5 年后父亲的年龄是儿子年龄的 3 倍.

设 y 年前父亲的年龄是儿子年龄的 5 倍. 依题意，得

$$43-y=5(11-y).$$

解方程，得　$y=3$.

所以 3 年前父亲的年龄是儿子年龄的 5 倍.

1435. 母亲现在的年龄是儿子年龄的 4 倍，母亲 27 足岁时生这孩子，问母子现在年龄各是几岁？

解 1　由题意知，母子年龄差为 27 岁. 现在母亲年龄是儿子年龄的 4 倍，由差倍问题解法知，现在儿子的年龄是 $27\div(4-1)=9$(岁)，母亲的年



龄是 $9\times4=36$(岁)；

解 2 设儿子现年 x 岁，则母亲现年 $4x$ 岁，依题意，得

$$4x-x=27.$$

解方程，得 $x=9$，$4x=36$.

所以儿子现年 9 岁，母亲现年 36 岁.

1436. 哥哥的年龄是弟弟的 3 倍，3 年前哥哥的年龄等于 3 年后弟弟的年龄，问哥哥和弟弟现在各是几岁？

解 由题意知，兄比弟大 $3+3=6$(岁)，而兄龄是弟的 3 倍，由差倍问题解法知，弟弟的年龄是 $6\div(3-1)=3$(岁)；哥哥的年龄是 $3\times3=9$(岁).

1437. 女儿现在 8 岁，母亲现年 38 岁，问母亲几岁时，年龄是女儿的 3 倍？

解 因当母亲年龄是女儿年龄的 3 倍时，母女年龄之差仍是 $38-8=30$(岁)，由差倍问题解法知，那时女儿应是 $30\div(3-1)=15$(岁)，故知当母亲年龄是女儿的 3 倍时，她应是 $15+30=45$(岁)，综合算式为

$$(38-8)\div(3-1)+(38-8)=45(\text{岁}).$$

1438. 甲对乙说：我的年龄是你年龄的 2 倍；乙对甲说：我六年后的年龄和你 10 年前的年龄一样，问甲、乙的年龄各是多少？

解 由题意知，甲、乙年龄差为 $6+10=16$(岁)，而甲龄是乙龄的 2 倍，由差倍问题解法知：乙的年龄是 $16\div(2-1)=16$(岁)，综合算式为 $(6+10)\div(2-1)=16$(岁)；甲的年龄是 $16\times2=32$(岁).

1439. 有父子两人，父亲 50 岁、儿子 26 岁，问几年前父亲年龄的 2 倍恰好是儿子年龄的 5 倍？

解 1 当父龄的 2 倍恰好是子龄的 5 倍时，父龄是子龄的 $\frac{5}{2}$ 倍，这时父子的年龄差仍是 $50-26=24$(岁)，由差倍问题解法知，那时子龄是 $24\div(5\div2-1)=16$(岁)，$26-16=10$(年)，故知 10 年前父亲年龄的 2 倍恰好是儿子年龄的 5 倍，综合算式为 $26-(50-26)\div(5\div2-1)=10$(年)；

解 2 设 x 年前父亲年龄的 2 倍恰好是儿子年龄的 5 倍，依题意，得

$$2(50-x)=5(26-x).$$

解方程，得 $x=10$.

所以 10 年前父亲年龄的 2 倍恰好等于儿子年龄的 5 倍.

1440. 爷爷和孙子的年龄和为 83 岁，4 年后爷爷的年龄是孙子的 6 倍，问爷爷和孙子现在各是几岁？

解 1 4 年后爷爷和孙子的年龄和是 $83+4\times2=91$(岁)，那时爷爷的年龄是孙子的 6 倍，由和倍问题解法知，孙子那时的年龄是 $91\div(6+1)=$

13(岁),故知孙子现在的年龄是 13－4＝9(岁),综合算式为 (83＋4×2)÷(6＋1)－4＝9(岁),爷爷的年龄是 83－9＝74(岁);

解 2 设孙子现年 x 岁,则爷爷现年(83－x)岁.依题意,得

$$83-x+4=6(x+4).$$

解方程,得 $x=9$, $83-x=74$.

所以孙子现年 9 岁,爷爷现年 74 岁.

1441. 父子年龄之和是 60 岁, 8 年前父亲的年龄是儿子的 3 倍.问两人现在各是几岁?

解 1 8 年前父子年龄和为 60－8×2＝44(岁),这时父龄是子龄的 3 倍,由和倍问题解法知, 8 年前儿子的年龄是 44÷(3＋1)＝11(岁),故现在儿子的年龄是 11＋8＝19(岁),综合算式为 (60－8×2)÷(3＋1)＋8＝19(岁),父亲现在年龄是 60－19＝41(岁);

解 2 设儿子现年 x 岁,则父亲现年(60－x)岁.依题意,得

$$60-x-8=3(x-8).$$

解方程,得 $x=19$, $60-x=41$.

所以儿子现年 19 岁,父亲现年 41 岁.

1442. 父子年龄和是 64 岁,儿子年龄的 3 倍比父亲多 8 岁,求父子两人年龄各是几岁?

解 1 由题意知,若父亲年龄增加 8 岁,就正好是儿子年龄的 3 倍,此时他俩的年龄和为 64＋8＝72(岁).由和倍问题解法知,这时儿子的年龄为 72÷(3＋1)＝18(岁),综合算式为 (64＋8)÷(3＋1)＝18(岁),由此知父亲的年龄为 64－18＝46(岁);

解 2 设儿子年龄为 x 岁,则父亲年龄为(64－x)岁.依题意,得

$$3x-8=64-x.$$

解方程,得 $x=18$, $64-x=46$.

所以儿子年龄为 18 岁,父亲年龄为 46 岁.

1443. 有兄弟两人,兄的年龄是弟的年龄的 5 倍; 5 年以后,兄的年龄是弟的年龄的 3 倍.问两人今年各是多少岁?

解 1 假定 5 年后,兄的年龄仍是弟的 5 倍,那么 5 年后兄只增加 5×5＝25(岁),但实际上兄只增加了 5 岁,两者相差 25－5＝20(岁);而 5 年后实际上兄年龄只是弟年龄的 3 倍,并非 5 倍,两者相差 5－3＝2(倍),故知 5 年后弟的年龄是 20÷2＝10(岁),今年弟的年龄是 10－5＝5(岁),综合算式为 (5×5－5)÷(5－3)－5＝5(岁),兄的年龄是 5×5＝25(岁);

解 2 设弟今年 x 岁,则兄今年 $5x$ 岁.依题意,得

$$3(x+5)=5x+5.$$



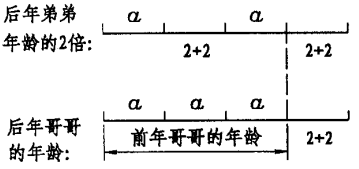
解方程，得 $x=5$.

所以弟今年 5 **岁，兄今年** 25 **岁.**

1444. 前年哥哥的年龄是弟弟年龄的 3 **倍，后年哥哥的年龄将是弟弟的** 2 **倍. 问两人各是几岁？**

解 1　依题意可作下图

以前年弟弟的年龄为 a，



由图可知，前年弟弟的年龄是$(2+2)\div(3-2)=4$**(岁)；前年哥哥的年龄是** $4\times3=12$**(岁). 所以现在弟弟的年龄是** $4+2=6$**(岁)，综合算式为** $(2+2)\div(3-2)+2=6$**(岁)，现在哥哥的年龄是** $12+2=14$**(岁)，综合算式为**

$$(2+2)\div(3-2)\times3+2=14\text{(岁)};$$

解 2　设前年弟弟的年龄是 x **岁，则哥哥的年龄是** $3x$ **岁. 依题意，得**

$$2(x+2+2)=3x+2+2.$$

解方程，得 $x=4$，$3x=3\times4=12$.

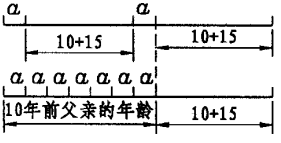
所以今年弟弟的年龄是 $4+2=6$**(岁)，哥哥的年龄是** $12+2=14$**(岁).**

1445. 10 年前父亲的年龄是儿子的 7 **倍，15 年后父亲的年龄是儿子的** 2 **倍. 问现在父子的年龄各几岁？**

解 1　依题意可作下图

以 10 年前儿子的年龄为 a，

15 年后儿子年龄的 2 倍



15 年后父亲的年龄

由图可知， 10 **年前儿子的年龄是**$(10+15)\div(7-2)=5$**(岁)；** 10 **年前父亲的年龄是** $5\times7=35$**(岁). 故知，现在儿子的年龄是** $5+10=15$**(岁)，综合算式为** $(10+15)\div(7-2)+10=15$**(岁)；现在父亲的年龄是** $35+10=45$**(岁)，综合算式为**

$$(10+15)\div(7-2)\times7+10=45\text{(岁)};$$

解 2　从 10 **年前到** 15 **年后，前后共** $15+10=25$**(年)，父子应各比** 10

年前增加 25 岁.若此时父龄仍是子龄的 7 倍,父亲就应增加 $25\times7=175$(岁),要比实际年龄多增加 $175-25=150$(岁),而两者的倍数关系由 7 变成 2,可知这 150 岁就相当于那时(即 15 年后)儿子年龄的 $7-2=5$(倍),故那时儿子的年龄是 $150\div5=30$(岁),父亲的年龄是 $30\times2=60$(岁).所以,现在儿子的年龄是 $30-15=15$(岁),父亲的年龄是 $60-15=45$(岁).综合算式为　子龄　$[(10+15)\times7-(10+15)]\div(7-2)-15=15$(岁),

父龄　$[(10+15)\times7-(10+15)]\div(7-2)\times2-15=45$(岁);

解 3　设 10 年前子龄 x 岁,则父龄 $7x$ 岁.依题意,得

$$2(x+10+15)=7x+10+15.$$

解方程,得　$x=5$, $7x=35$.

所以儿子现年 $5+10=15$(岁),父亲现年 $35+10=45$(岁).

1446. 爷爷 78 岁,两个孙子分别是 17 岁和 14 岁.问几年前爷爷的年龄等于两个孙子年龄和的 3 倍?

解 1　两孙子年龄和的 3 倍是 $(17+14)\times3=93$ 岁,此数比爷爷的岁数大 $93-78=15$.因每倒退一年,爷爷的岁数减 1,而孙子年龄和的 3 倍却要减 $(1+1)\times3=6$.即每倒退一年两者相差 $6-1=5$.故知要倒退 $15\div5=3$(年),即 3 年前爷爷的年龄恰好等于两孙子年龄和的 3 倍.综合算式为 $[(17+14)\times3-78]\div[(1+1)\times3-1]=3$(年);

解 2　设 x 年前爷爷的年龄等于两个孙子年龄和的 3 倍.依题意,得

$$78-x=3[(17-x)+(14-x)].$$

解方程,得　$x=3$.

所以 3 年前爷爷的年龄等于两个孙子年龄和的 3 倍.

1447. 奶奶今年 71 岁,三个孙子的年龄分别是 13 岁、10 岁、7 岁.问几年前奶奶的年龄比三个孙子的年龄和的 3 倍还大 5 岁?

解　三个孙子年龄和的 3 倍又 5 岁是 $(13+10+7)\times3+5=95$(岁),比奶奶岁数多 $95-71=24$(岁).仿上题解法可知,每倒退一年,两者岁数之差缩小 $(1+1+1)\times3-1=8$(岁),故知需倒退 $24\div8=3$(年).即 3 年前,奶奶的年龄比三个孙子年龄和的 3 倍还大 5 岁.综合算式为

$$[(13+10+7)\times3+5-71]\div[(1+1+1)\times3-1]=3(\text{年}).$$

1448. 舅舅 44 岁,四个外甥分别是 14 岁、12 岁、4 岁、2 岁.问几年之后,舅舅的年龄等于四个外甥年龄的和?

解 1　舅舅现在与四个外甥年龄的和相差: $44-(14+12+4+2)=12$(岁).舅舅每增加 1 岁,四个外甥的年龄和就要增加 $1\times4=4$(岁),每年两者相差 $4-1=3$(岁),故知, $12\div3=4$(年)后舅舅的年龄等于四个外甥年龄的和.综合算式为　$[44-(14+12+4+2)]\div(1\times4-1)=4$(年);



解 2 设 x 年后舅舅的年龄等于四个外甥年龄的和. 依题意,得

$$44+x=14+12+4+2+4x.$$

解方程,得 $x=4$.

所以四年后舅舅的年龄等于四个外甥年龄的和.

1449. 叔叔 45 岁,婶婶 40 岁,四个侄儿的年龄之和是 55 岁. 问几年后,叔叔、婶婶的年龄之和等于四个侄儿的年龄之和?

解 1 现在叔、婶年龄之和与四个侄儿年龄之和相差 $45+40-55=30$(岁). 1 年后,叔、婶年龄共增加 2 岁,而四个侄儿年龄之和增加 4 岁,两者相差 2 岁,故知 $30\div2=15$(年)后叔叔、婶婶年龄之和等于四个侄儿的年龄之和. 综合算式为

$(45+40-55)\div(1\times4-1\times2)=15$(年);

解 2 设 x 年后叔、婶年龄之和等于四个侄儿年龄之和. 依题意,得

$$45+40+2x=55+4x.$$

解方程,得 $x=15$.

所以 15 年后叔、婶年龄之和等于四个侄儿的年龄之和.

1450. 两个男孩分别是 18 岁和 16 岁;两个女孩分别是 10 岁和 6 岁. 问几年之后,两个男孩年龄和的 2 倍恰好是两个女孩年龄和的 3 倍?

解 1 今年两男孩年龄和的 2 倍与两女孩年龄和的 3 倍相差$(18+16)\times2-(10+6)\times3=20$(岁). 每过一年,两女孩年龄和的 3 倍比两男孩年龄和的 2 倍多增长$(1+1)\times3-(1+1)\times2=2$(岁). 故知需经过 $20\div2=10$(年),两男孩年龄和的 2 倍恰好等于两女孩年龄和的 3 倍. 综合算式为

$[(18+16)\times2-(10+6)\times3]\div[(1+1)\times3-(1+1)\times2]=10$(年);

解 2 设 x 年后两个男孩年龄和的 2 倍恰好是两个女孩年龄和的 3 倍. 依题意,得

$$2(18+16+2x)=3(10+6+2x).$$

解方程,得 $x=10$.

所以 10 年后两个男孩年龄和的 2 倍恰好是两个女孩年龄和的 3 倍.

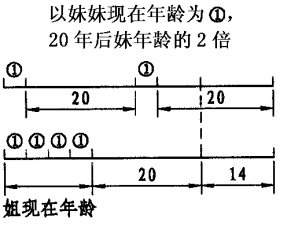
1451. 姐姐的年龄是妹妹年龄的 4 倍,再过 20 年,姐姐的年龄比妹妹年龄的 2 倍少 14 岁. 问两人现在的年龄各是几岁?

解 1 依题意可作下页图

由图可知,今年妹妹的年龄是$(20-14)\div(4-2)=3$(岁),姐姐今年 $3\times4=12$(岁);

解 2 设妹妹现年 x 岁,则姐姐现年 $4x$ 岁. 依题意,得

$$2(x+20)-14=4x+20.$$

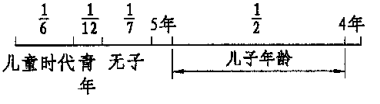


解方程，得　$x=3$，$4x=12$.

所以妹妹今年 3 岁，姐姐今年 12 岁.

1452. 生于公元 2～3 世纪的著名数学家丢番图的墓碑上写着下面的话：他一生的 $\frac{1}{6}$ 时间是儿童时代，$\frac{1}{12}$ 是青年时代，在婚后没有子女的时间是一生的 $\frac{1}{7}$，此后又经过 5 年，得一男孩，此男孩死时的年龄为其父一生之半，此后他又活了 4 年. 求他死时的年龄？

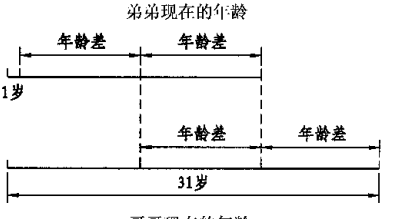
解　依题意，刁蕃都的一生各段所占年龄可表示如下.



故知他死时的年龄是 $(4+5)\div\left(1-\frac{1}{6}-\frac{1}{12}-\frac{1}{7}-\frac{1}{2}\right)=84$(岁).

1453. 有兄、弟两人. 等弟弟长到哥哥现在的年龄时，哥哥的年龄是 31 岁；当哥哥的年龄是现在弟弟的年龄时，那时弟弟才 1 岁. 问两人现在的年龄各是几岁？

解 1　由题意可知，哥哥现在的年龄加上他们的年龄差应是 31 岁；弟弟现在的年龄减去他们的年龄差应是 1 岁，如下图所示



由图知，兄弟两人的年龄差是$(31-1)\div 3=10$(岁)，故得，弟弟现在的年龄是$10+1=11$(岁)，哥哥现在的年龄是$31-10=21$(岁)；

解 2　设哥哥现年 x 岁，弟弟现年 y 岁. 依题意，得

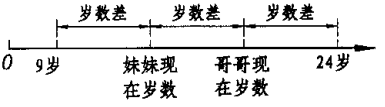
$$\begin{cases}31-x=x-y,\\ y-1=x-y.\end{cases}$$

解方程组，得　$x=21$，$y=11$.

所以哥哥现年 21 岁，弟弟现年 11 岁.

1454. 哥哥的年龄和妹妹现在的年龄一样时，妹妹是 9 岁，妹妹的年龄和哥哥现在的年龄一样时，哥哥是 24 岁. 求兄妹两人现在各是几岁？

解　仿上题分析，依题意可作下图



由图可知，兄妹岁数差为$(24-9)\div 3=5$(岁)，故妹妹现在年龄是$9+5=14$(岁)，综合算式为　$9+(24-9)\div 3=14$(岁)，哥哥现在年龄是$24-5=19$(岁)，综合算式为　$24-(24-9)\div 3=19$(岁).

1455. 小玲全家有三人：爸爸、妈妈和她. 今年全家年龄和是 68 岁，五年前全家年龄和是 54 岁，已知爸爸比妈妈大 2 岁，求三人现在各是几岁？

解　由题意知，五年全家年龄和增长了$68-54=14$(岁)，而爸爸和妈妈五年只增长了$5\times 2=10$(岁)，可见小玲今年仅 4 岁. 由此知今年爸爸和妈妈的年龄和是$68-4=64$(岁)，又知他俩年龄相差 2 岁，由和差问题解法知：今年爸爸年龄是$(64+2)\div 2=33$(岁)，综合算式为　$[68-(68-54-5\times 2)+2]\div 2=33$(岁)；妈妈今年的年龄是$33-2=31$(岁).

1456. 小刚的父亲比他大 25 岁，问他几岁时父子年龄的和等于 35 岁？

解 1　小刚与他父亲的年龄和为 35 岁时，年龄差仍是 25 岁，故由和差问题解法知，此时小刚的年龄是$(35-25)\div 2=5$(岁)，即小刚 5 岁时，他父子年龄和是 35 岁；

解 2　设当小刚 x 岁时，父子年龄和等于 35 岁. 依题意，得

$$x+x+25=35.$$

解方程，得　$x=5$.

所以当小刚 5 岁时他父子年龄和等于 35 岁.

1457. 父亲与弟弟年龄的和是 58 岁，父亲比哥哥大 23 岁，哥哥比弟弟大 5 岁，问三人各几岁？

解 1　由题意知父亲比弟弟大$23+5=28$(岁)，而父亲与弟弟年龄和是

58岁，由和差问题解法知：父亲的年龄是$(58+28)\div 2=43$(岁)．综合算式为 $[58+(23+5)]\div 2=43$(岁)，哥哥的年龄是 $43-23=20$(岁)，弟弟的年龄是 $20-5=15$(岁)；

解 2 设弟弟年龄为 x 岁，则父亲年龄为$(58-x)$岁，哥哥年龄为$(x+5)$岁．依题意，得

$$58-x=x+5+23.$$

解方程，得 $x=15$，$58-x=43$，$x+5=20$.

所以父亲今年 43 岁，哥哥今年 20 岁，弟弟今年 15 岁.

1458. 哥哥 5 年前的年龄等于弟弟 7 年后的年龄，哥哥 4 年后与弟弟 3 年前年龄的和是 35 岁．问弟兄两人今年各几岁？

解 1 因兄 5 年前年龄等于弟 7 年后年龄，故知兄比弟大 $5+7=12$(岁)；又因兄 4 年后与弟 3 年前年龄的和是 35 岁，故知今年兄弟两人年龄的和是 $35-4+3=34$(岁)．由和差问题的解法得今年哥哥的年龄是$(34+12)\div 2=23$(岁)，综合算式为 $[35-4+3+(5+7)]\div 2=23$(岁)，今年弟弟的年龄是$(34-12)\div 2=11$(岁)，综合算式为

$$[35-4+3-(5+7)]\div 2=11(\text{岁});$$

解 2 设今年弟弟 x 岁，则哥哥今年$(x+7+5)$岁．依题意，得

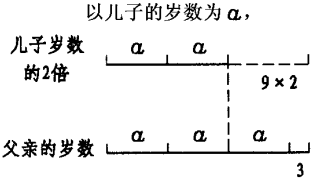
$$x+7+5+4+x-3=35.$$

解方程，得 $x=11$.

所以弟弟今年 11 岁，哥哥今年 $11+7+5=23$(岁).

1459. 儿子的岁数比父亲的一半少 9 岁，父亲的岁数比儿子的 3 倍多 3 岁．求父子两人的岁数.

解 1 因儿子的岁数比父亲的一半少 9，故儿子年龄的 2 倍比父亲年龄少(9×2)岁．依题意可作下图



由图可知，儿子的年龄是 $9\times 2-3=15$(岁)，父亲的年龄是 $15\times 3+3=48$(岁)．综合算式为

$$(9\times 2-3)\times 3+3=48(\text{岁}).$$

解 2 设儿子年龄为 x 岁，则父亲年龄为$(3x+3)$岁．依题意，得

$$2(x+9)=3x+3.$$



解方程，得 $x=15$，$3x+3=48$.

所以儿子今年 15 岁，父亲今年 48 岁.

(13) 盈亏问题

1460. 若干个小朋友分苹果，如果每人分 3 个多 16 个，如果每人分 4 个就要缺 6 个. 问有多少个小朋友、有多少个苹果？

解 1 由题意可知分配方案(1)每人分 3 个，结果多 16 个；分配方案(2)每人分 4 个，结果少 6 个. 比较两种分配方案可知，由于方案(2)比方案(1)每人多分 1 个，苹果就由原来的“多 16 个”变成“少 6 个”，两者相差 $16+6=22$(个)，可见小朋友是 22 人. 综合算式为 $(16+6)\div(4-3)=22$(人)；苹果数是 $3\times22+16=82$(个)[或 $4\times22-6=82$(个)].

【注意】 解这类题时要注意比较两种不同的分配方案，看由于平均分配数的改变它们的分配结果有什么改变，然后按这两个“改变”造成的差求出未知数. 这是解这类题的基本方法.

解 2 设有小朋友 x 人. 依题意，得

$$3x+16=4x-6.$$

解方程，得 $x=22$.

所以有小朋友 22 人，有苹果 $3\times22+16=82$(个).

1461. 每人搬砖 4 块，则有 5 人要搬两趟；每人搬砖 5 块，则 2 人无砖搬. 问人和砖各有多少？

解 由题意知，每人搬 4 块则少 5 人，即要余下 $4\times5=20$(块)；每人搬 5 块则多出 2 人，即还可多搬 $5\times2=10$(块)，可见每人多搬 $5-4=1$(块)，就可多搬 $20+10=30$(块)，故人数为 $30\div1=30$(人)；综合算式为

$(4\times5+5\times2)\div(5-4)=30$(人)；

砖的块数是 $5\times(30-2)=140$(块).

1462. 前锋农场有一块棉田，学农小组去摘棉花. 如果每人摘 0.4 公顷，正好余下 2 人；如果每人摘 0.3 公顷，0.6 公顷没人摘. 问学农小组有多少人？棉田有多少公顷？

解 1 由题意知，每人多摘 0.1 公顷就可多摘 $0.4\times2+0.6=1.4$(公顷)，故知学农小组的人数为 $1.4\div0.1=14$(人). 综合算式为 $(0.4\times2+0.6)\div(0.4-0.3)=14$(人)；棉田的面积是 $0.3\times14+0.6=4.8$(公顷)；

解 2 设学农小组有 x 人. 依题意，得

$$0.4(x-2)=0.3x+0.6.$$

解方程，得 $x=14$.

所以学农小组有 14 人，棉田有 $0.3\times14+0.6=4.8$(公顷).

1463. 学校分配宿舍，每个房间住 3 人，则多出 20 人；每个房间住 5

人，则余下 2 个房间没人住. 问房间和学生各多少？

解 由题意知，每个房间多住 5－3＝2(人)，即可从“多 20 人”变为“少 5×2＝10(人)”，两者相差 20＋10＝30(人)，所以房间为 30÷2＝15(间).

1464. 某省人民治理了几百条河流，挖了大量的土方. 如果把这些土方堆成 1 米宽、1 米高的长堤，那么这条长堤可绕地球赤道 35 圈还多 10 万千米，绕 40 圈则少 10 万千米. 问地球赤道和堤长各多少万千米？

解 由题意知，多绕地球赤道 40－35＝5(圈)，即要相差 10＋10＝20(万千米)，故赤道长为 20÷5＝4(万千米)，综合算式为

$$(10+10)\div(40-35)=4(\text{万千米});$$

堤长为 $4\times40-10=150(\text{万千米})$.

1465. 某数的 7 倍加 36 等于该数的 9 倍减去 68，求某数.

解 某数由 7 倍到 9 倍，结果就由“加”变到要“减”，两者相差 36＋68＝104，故某数为 104÷2＝52. 综合算式为

$$(36+68)\div(9-7)=52.$$

【注意】 这是一个涉及倍数的问题，但具有盈亏问题的特征，故可仿题 1460 的解题思路解之.

1466. 红光小学学生乘车去春游. 如果每车坐 65 人，则有 15 人不能乘上车；如果每车多坐 5 人，恰好多余了 1 辆汽车. 问一共有几辆汽车？有多少学生去春游？

解 “每车多坐 5 人，恰好多余了 1 辆汽车”可理解为“每车坐 70 人，则少 70 人”，又知每车坐 65 人，则多出 15 人无车乘. 由 15 人无车乘变成还可乘 70 人，两者相差 15＋70＝85(人)，可知每车多坐 5 人就可多坐 85 人，故汽车辆数为 85÷5＝17(辆)，综合算式为

$$[15+(65+5)\times1]\div5=17(\text{辆});$$

去春游的学生数是 $65\times17+15=1120(\text{人})$.

1467. 两人一椅多一椅，一人一椅多一人，求椅、人各有几？

解 “两人一椅多一椅”即一椅坐 2 人则缺 2 人；而一椅坐 1 人则多 1 人. 可见每椅多坐 1 人就要相差 2＋1＝3(人)，故椅数为 3÷1＝3(只)，综合算式为 $(2\times1+1)\div(2-1)=3(\text{只})$；人数为 $1\times3+1=4(\text{人})$.

1468. 某班以铅笔奖励优秀生，每人奖 14 支则缺 19 支；每人奖 12 支则缺 11 支. 问该班有几名优秀生？铅笔有多少支？

解 由题意知，每人多奖 14－12＝2(支)，就要多用去铅笔 19－11＝8(支)，所以优秀生有 8÷2＝4(人). 综合算式为

$$(19-11)\div(14-12)=4(\text{人});$$

铅笔有 $12\times4-11=37(\text{支})$.

1469. 同学们乘车去参观，若每车坐 55 人则还可再坐 30 人；若每车坐 50 人则还可再坐 10 人. 问共有车多少辆？同学多少人？

解　仿上题解法可知有车$(30-10)\div(55-50)=4$(辆)；同学有 $55\times4-30=190$(人).

1470. 一架飞机，预定若干时到达某地. 如果飞机每小时飞行 800 千米，可早到 0.5 时；如果每小时飞行 600 千米，就要迟到 0.5 时. 问飞机到达某地航程是多少千米？

解 1　由题意知，若每小时飞行 800 千米，可提早 0.5 时到，即在预定时间内到达目的地后还可多飞 $800\div2=400$(千米)；若每小时飞行 600 千米就要迟到 0.5 时，即飞完预定时间还距某地 $600\div2=300$(千米)，由此知：每小时多飞行 $800-600=200$(千米)，在预定时间内就可多飞行 $400+300=700$(千米)，故知预定时间是 $700\div200=3.5$(时)；飞机到达某地的航程为 $800\times(3.5-0.5)=2400$(千米). 综合算式为　$800\times[(800\div2+600\div2)\div(800-600)-0.5]=2400$(千米)；

解 2　设预定到达时间为 x 时. 依题意，得

$$800(x-0.5)=600(x+0.5).$$

解方程，得　$x=3.5$.

所以飞机到达某地的航程是 $800\times(3.5-0.5)=2400$(千米).

1471. 某生产队给社员分菜，每户分 400 千克还余 3500 千克；若每户分 475 千克，能支援市场 875 千克，问该队有几户社员？共收菜多少千克？

解　“每户分 475 千克，能支援市场 875 千克”即每户分 475 千克，还余下 875 千克. 与“每户分 400 千克还余 3500 千克”相比，每户多分 $475-400=75$(千克)，就要少余 $3500-875=2625$(千克)，故知社员有：$2625\div75=35$(户)，综合算式为

$$(3500-875)\div(475-400)=35(\text{户});$$

共收菜：　$400\times35+3500=17500$(千克).

1472. 一个小组的同学分蜡笔，每人得到的数目相等. 假如小组有 10 人，蜡笔多出 10 支；假如小组有 6 人，蜡笔多出 30 支. 问每个同学分得蜡笔几支？共有蜡笔几支？

解　由题意知，每人少分 $10-6=4$(支)就要多出蜡笔 $30-10=20$(支)，故知每人分得蜡笔 $20\div4=5$(支). 综合算式为

$$(30-10)\div(10-6)=5(\text{支});$$

共有蜡笔　$5\times10+10=60$(支).

1473. 学校规定上午 8 时到校. 王强上学去如每分走 60 米，可提早 10 分到校；如每分走 50 米，可提早 8 分到校. 求王强几时几分离家刚好能 8 时

到校？

解 1 每分走 60 米可提早 10 分到校，即到校后还可多走 $60\times10=600$（米）；每分走 50 米可提早 8 分到校，即到校后还可多走 $50\times8=400$（米）. 两者相比每分多走 $60-50=10$（米），就可多走 $600-400=200$（米），故知王强由家到校需费时：$200\div10=20$（分），综合算式为

$$(600-400)\div(60-50)=20(\text{分}).$$

王强 7 时 40 分离家上学刚好能 8 时到校；

解 2 设王强行 x 分可准时到校. 依题意，得

$$60(x-10)=50(x-8).$$

解方程，得 $x=20$.

即王强行 20 分可准时到校，由此知王强 7 时 40 分离家上学刚好能 8 时到校.

1474. 为绿化环境，某单位植了一批树. 现决定将这批树交职工管理，若每人管 6 棵则还余 92 棵；若每人管 8 棵则刚好分完. 问该单位有多少职工，植了多少棵树？

解 由题意知，每人多管 2 棵即可把余下的 92 棵刚好分完，所以该单位职工人数应是 $92\div2=46$（人），综合算式为 $92\div(8-6)=46$（人）；植树棵数是 $8\times46=368$（棵）.

1475. 某厂计划生产每只用钢 5 吨的水轮机若干台，调查库存钢材尚缺 3 吨. 通过改进设计后，生产每台水轮机可节省钢材 2 吨. 改进设计后，该厂生产水轮机可比原计划超额完成 3 台. 问库存钢材多少吨？

解 1 由题意知，每台用料 5 吨缺料 3 吨；每台用料 $5-2=3$（吨），则可多出钢材 $3\times3=9$（吨），故知生产的水轮机是 $(9+3)\div2=6$（台）；库存钢材是 $5\times6-3=27$（吨）. 综合算式为

$$5\times[(3\times3+3)\div2]-3=27(\text{吨});$$

解 2 设某厂计划生产水轮机 x 台. 依题意，得

$$5x-3=(5-2)(x+3).$$

解方程，得 $x=6$.

所以库存钢材 $5\times6-3=27$（吨）.

1476. 若干人擦玻璃，其中两人各擦 4 块，其余各擦 5 块，则余 12 块；若每人擦 6 块则正好擦完. 求擦玻璃人数及玻璃的块数.

解 1 由“其中两人各擦 4 块，其余各擦 5 块，则余 12 块”可知，若每人都擦 5 块，则余 $12-(5-4)\times2=10$（块）；而每人擦 6 块则正好. 可见每人多擦 1 块就可把余下的 10 块擦完，故擦玻璃的人数是 10 人，综合算式为 $[12-(5-4)\times2]\div(6-5)=10$（人），玻璃的块数是 $6\times10=60$（块）；



解 2 设有 x 人擦玻璃. 依题意,得

$$4\times2+5(x-2)+12=6x.$$

解方程,得 $x=10$.

所以有 10 人擦玻璃,共擦玻璃 $6\times10=60$(块).

1477. 某部队外出进行军事演习,需随身带一批粮食. 开始打算让 8 位战士每人背 4 千克,其余每人背 3 千克,这样算下来还余 48 千克. 后来决定让 10 位小战士每人背 3 千克,其余每人背 5 千克,这样刚好背完. 问共有战士多少人?粮食多少千克?

解 1 可将分配方案(1):8 人每人背 4 千克,其余每人背 3 千克,还余 48 千克;分配方案(2):10 人每人背 3 千克,其余每人背 5 千克正好背完. 看作方案(1):每人背 3 千克,还余 $48+(4-3)\times8=56$(千克);方案(2):每人背 5 千克还缺$(5-3)\times10=20$(千克). 比较两者可知,每人多背 $5-3=2$(千克)就可从余 56 千克,变为缺 20 千克,两者相差 $56+20=76$(千克),所以人数是 $76\div2=38$(人),综合算式为

$$[48+(4-3)\times8+(5-3)\times10]\div(5-3)=38(\text{人}),$$

粮食为 $3\times10+5\times(38-10)=170$(千克);

解 2 设有战士 x 人. 依题意,得

$$4\times8+3(x-8)+48=3\times10+5(x-10).$$

解方程,得 $x=38$.

所以有战士 38 人,粮食 $3\times10+5\times(38-10)=170$(千克).

1478. 某班同学参加劳动,分成若干组,每组 8 人. 工作后觉得每组人数太少,因此重新编组,把每组人数改为 12 人,因而减少 2 组. 问参加劳动的同学共有多少人?

解 1 若每组 12 人时不减少 2 组,则缺 $12\times2=24$(人),而每组 8 人时正好分完. 可知每组增加 $12-8=4$(人)就要增加 24 人,故知第一次编组时(每组 8 人)有组数 $24\div4=6$(组). 由此知参加劳动的同学共有 $8\times6=48$(人). 综合算式为

$$8\times[12\times2\div(12-8)]=48(\text{人});$$

解 2 由题意若按 12 人一组时的组数计算,则每组 8 人就要多出 $8\times2=16$(人),而每组 12 人时正好分完. 即每组增加 $12-8=4$(人)就可将多余的 16 人分完. 故 12 人一组时的组数是 $16\div4=4$(组),参加劳动的同学共有 $12\times4=48$(人). 综合算式为

$$12\times[8\times2\div(12-8)]=48(\text{人});$$

解 3 设原来分成 x 组. 依题意,得

$$8x=12(x-2).$$

解方程，得　$x=6$.

所以参加劳动人数是 $8\times6=48$(人).

1479. 一个学生从家到学校，先用每分 50 米的速度走了 2 分，如果这样走下去，他就要迟到 8 分，后来他改用每分 60 米的速度前进，结果早到 5 分. 求这个学生从家到校的距离.

解 1　"迟到 8 分"可看作尚距学校 $50\times8=400$(米)，"提早 5 分"可看作到校后还可走 $60\times5=300$(米)，两者相差 $400+300=700$(米). 可见每分多走 $60-50=10$(米)就要相差 700 米，故知此学生从家到校需费时 $700\div10=70$(分)，他从家到校的距离是 $50\times(70+2+8)=4000$(米). 综合算式为

$$50\times[(50\times8+60\times5)\div(60-50)+2+8]=4000(\text{米});$$

解 2　设走了 2 分尚需 x 分到校. 依题意，得

$$50(x+8)=60(x-5).$$

解方程，得　$x=70$.

所以这个学生从家到校的距离是 $50\times(2+70+8)=4000$(米).

1480. 某农场计划对高粱作物普遍追施化肥一次，若其中 15 公顷每公顷追施 90 千克，其余每公顷追施 75 千克，则剩化肥 12 千克；若每公顷都追施 90 千克，则还有 3 公顷只好用土粪. 问高粱作物有多少公顷，化肥有多少千克？

解 1　由题意知，若每公顷施肥 75 千克，则剩化肥 $12+(90-75)\times15=237$(千克)；若每公顷施肥 90 千克，则缺化肥 $90\times3=270$(千克). 比较两种施肥方法可知，每公顷多施 $90-75=15$(千克)就要多用化肥 $237+270=507$(千克)，故知高粱作物有 $507\div15=33.8$(公顷)，综合算式为　$[12+(90-75)\times15+90\times3]\div(90-75)=33.8$(公顷)，化肥数量为 $90\times(33.8-3)=2772$(千克)；

解 2　设高粱作物为 x 公顷. 依题意，得

$$90\times15+75(x-15)+12=90(x-3).$$

解方程，得　$x=33.8$.

所以高粱作物有 33.8 公顷，化肥有 $90\times(33.8-3)=2772$(千克).

1481. 一批水果分给若干病号，如果每人分 3 千克，多出 6 份；如果每人分 5 千克，则缺 2 份. 求病号有多少人？这批水果有多少千克？

解 1　每人分 3 千克，多出 6 份，即多出 $3\times6=18$(千克)；每人分 5 千克，缺 2 份，即缺 $5\times2=10$(千克)，可见每人多分 $5-3=2$(千克)就要多拿出水果 $18+10=28$(千克)，故病号人数为 $28\div2=14$(人)，综合算式为　$(3\times6+5\times2)\div(5-3)=14$(人)，这批水果有 $5\times(14-2)=60$(千克)；



解 2 设有病号 x 人. 依题意,得

$$3x+3\times6=5x-5\times2.$$

解方程,得 $x=14$.

所以有病号 14 人,水果 $3\times(14+6)=60$(千克).

1482. 有若干元分给数人,若每人得 25 元,则 4 人无着;若总额增加 12 元,则每人可得 23 元. 问人数有几?

解 1 由题意知,若每人分得 25 元则缺 $25\times4=100$(元);若每人分得 23 元则缺 12 元. 故知每人多分 $25-23=2$(元)就要由缺 12 元变成缺 100 元,要多缺 $100-12=88$(元),所以人数为 $88\div2=44$(人). 综合算式为

$$(25\times4-12)\div(25-23)=44(\text{人});$$

解 2 设有 x 人. 依题意,得

$$25(x-4)=23x-12.$$

解方程,得 $x=44$.

所以有 44 人.

1483. 将人民币若干元分与若干人. 若每 9 人得 172 元则余 40 元;若每 7 人得 148 元则不足 88 元. 求其金额与人数各几何?

解 1 "每 9 人得 172 元余 40 元"可看作每人得 $172/9=19\frac{1}{9}$(元)余 40 元;"每 7 人得 148 元不足 88 元"可看作每人得 $148/7=21\frac{1}{7}$(元)缺 88 元. 比较两种分法可知,每人多分 $\left(21\frac{1}{7}-19\frac{1}{9}\right)$元就要相差 $(40+88)$元,故人数为 $(40+88)\div\left(21\frac{1}{7}-19\frac{1}{9}\right)=63$(人),金额为 $19\frac{1}{9}\times63+40=1244$(元);

解 2 设有 x 人. 依题意,得

$$\frac{172}{9}x+40=\frac{148}{7}x-88.$$

解方程,得 $x=63$.

所以有 63 人,人民币 $172\times(63\div9)+40=1244$(元).

1484. 以铅笔若干支分给学生数人,若每人分 10 支则余 48 支;若每人分 13 支则不足 24 支,问每人分几支正好分完?

解 1 由题意知,每人多分 $13-10=3$(支)就要多分 $48+24=72$(支),故人数为 $72\div3=24$(人);铅笔支数为 $24\times10+48=288$(支). 要正好分完,每人应分铅笔 $288\div24=12$(支). 综合算式为 $[(48+24)\div(13-10)\times10+48]\div[(48+24)\div(13-10)]=12$(支);

解 2 设有学生 x 人. 依题意,得

$$10x+48=13x-24.$$

解方程,得 $x=24$.

所以有学生 24 人,铅笔 $10\times24+48=288$(支),由此得每人分 $288\div24=12$(支)正好分完.

1485. 人民空军运送急救药品抢救某村病危农民. 飞机原计划每分钟飞行 15 千米,现在提高到每分钟 20 千米,这样比原计划早到空投地点 12 分. 问飞机场与空投地点相距多少千米?

解 1 "每分钟飞行 20 千米,比原计划早到 12 分"可看作,每分钟飞行 20 千米则到达目的地后还可多飞行 $20\times12=240$(千米);而每分钟飞行 15 千米则正好到达. 故知每分钟多飞行 $20-15=5$(千米)就可多飞行 240 千米,所以飞行时间为 $240\div5=48$(分),飞机场与空投地点相距 $15\times48=720$(千米). 综合算式为

$$15\times[20\times12\div(20-15)]=720(\text{千米});$$

解 2 设原计划 x 分到达. 依题意,得

$$15x=20(x-12).$$

解方程,得 $x=48$.

所以飞机场与空投地点相距 $15\times48=720$(千米).

1486. 某人以分期付款的办法买得收音机一台,买时第一个月付 30 元,以后每月付 8 元,最后一月付 24 元;若第一个月付 15 元,以后每月付 10 元,最后一月只要付 15 元. 两种付法的月数相同,求这收音机的价格是多少元?

解 1 题中两种付款办法可分别看作:若每月付 8 元则尚缺$(30-8)+(24-8)=38$(元);若每月付 10 元则尚缺$(15-10)+(15-10)=10$(元). 可见每月付款相差 $10-8=2$(元)最后就要相差 $38-10=28$(元),故知付款月数为 $28\div2=14$(个月),所以收音机价格为 $30+24+8\times(14-2)=150$(元). 综合算式为

$$30+24+8\times\{[(30-8)+(24-8)-(15-10)\times2]\div(10-8)-2\}=150(\text{元});$$

解 2 设某人除第一个月和最后一月付款外,中间付款 x 个月. 依题意,得

$$30+8x+24=15+10x+15.$$

解方程,得 $x=12$.

所以这台收音机价格是 $30+8\times12+24=150$(元).

1487. 从外地运来一批水果,运费花了 200 元,报损了 25 千克. 若按每

元 0.25 千克卖出，则要亏损 300 元；若按每元 0.2 千克卖出，则可上交利润 175 元. 问原来进货多少千克？进货金额是多少？

解 1 由题意知，若卖每元 0.25 千克，即每千克 4 元则亏损 300 元；若卖每元 0.2 千克，即每千克 5 元则盈利 175 元. 可见，每千克多卖 1 元，一共就可多得 $175+300=475$(元)，故知商店卖出的水果数量是 $475\div 1=475$(千克). 进货数量应包括报损的数量，所以原来进货数量是 $475+25=500$(千克). 综合算式为 $(300+175)\div(1\div 0.2-1\div 0.25)+25=500$(千克). 商店卖出 475 千克，每千克 5 元得款 $5\times 475=2375$(元)，此款扣除上交利润和运费，即进货时所用去的钱. 所以进货金额为 $2375-175-200=2000$(元)；

解 2 设进货 x 千克. 依题意，得

$$\frac{1}{0.25}(x-25)+300=\frac{1}{0.2}(x-25)-175.$$

解方程，得 $x=500$.

所以原来进货 500 千克. 进货金额是 $\frac{1}{0.2}\times(500-25)-175-200=2000$(元).

1488. 铁道兵某部外出完成一项紧急任务，原计划每辆汽车乘 30 人，还多 1 人随意乘在某辆车上. 为保证提前完成任务，上级决定增派 100 人，但这时原备好的汽车又因事调走 1 辆；因此每车改乘 36 人，还多 5 人任意分乘在 5 辆车上. 问该部原来备车多少辆？计划乘多少人？

解 1 若 100 人不增加，1 辆车也不调走，每车乘 36 人则除计划人数外还可乘 $100+36\times 1-5=131$(人)；而每车乘 30 人则多出 1 人. 可知，每车多乘 $36-30=6$(人)就可多乘 $131+1=132$(人)，故原备汽车有 $132\div 6=22$(辆)，综合算式为 $[(100+36\times 1-5)+1]\div(36-30)=22$(辆)，原计划乘车人数为 $30\times 22+1=661$(人)；

解 2 若一开始就多派 100 人，并减去一辆车，则每车乘 30 人就要有 $1+100+30=131$(人)无车乘. 后来每车乘 36 人仅多出 5 人无车乘. 两者相比，每车多乘 $36-30=6$(人)，一共就可多乘 $131-5=126$(人)，故知这时汽车辆数为 $126\div 6=21$(辆). 原备汽车比这时多 1 辆，应有 $21+1=22$(辆)，综合算式为 $(1+100+30-5)\div(36-30)+1=22$(辆)，原计划乘车人数为 $30\times 22+1=661$(人)；

解 3 设该部队原来备车 x 辆. 依题意，得

$$30x+1=36(x-1)+5-100.$$

解方程，得 $x=22$.

所以该部队原来备车 22 辆，计划乘 $30\times22+1=661$(人).

1489. 小明与小红各买了一本同样的习题集，约定在相同的时间内做完所有习题. 小明计划头两周每周做 30 道题，以后每周做 25 道题；小红计划头两周每周做 35 道题，以后每周做 30 道题，剩下两周留作复习. 试问这本习题集共有多少道习题？他们准备用几周时间做完？

解 1　由题意知，若小明每周(包括头两周在内)都做 25 题，则到期还余$(30-25)\times2=10$(道)题未做好；小红若每周(包括头两周和留作复习的两周)都做 30 道，则到期除完成全部习题外还可再做 $30\times2-(35-30)\times2=50$(道). 即每周多做 $30-25=5$(道)一共就可多做 $50+10=60$(道)，故约定的做题周数为 $60\div5=12$(周)，综合算式为

$$[30\times2-(35-30)\times2+(30-25)\times2]\div(30-25)=12(\text{周}),$$

此习题集共有习题 $25\times(12-2)+30\times2=310$(道)；

解 2　设原准备用 x 周时间做完所有习题. 依题意，得

$$30\times2+25(x-2)=35\times2+30(x-2-2).$$

解方程，得　$x=12$.

所以原准备用 12 周时间做完所有习题. 此习题集共有习题 $30\times2+25\times(12-2)=310$(道).

1490. 某年级组织一次野营，需向生产队租借小木船过湖. 若每艘船乘 10 人，则还空有两人的座位；若每艘船乘 12 人则可少租一艘船，且人员刚好坐满，这时每人可节省 0.05 元. 问租用一艘小木船需多少钱？

解 1　由题意知，若一开始就少租 1 船则每船乘 10 人就要有 $10-2=8$(人)无船乘；而每船乘 12 人则刚好坐满，即每船多乘 $12-10=2$(人)，就可使余下的 8 人都能乘上船，故知此时租用木船 $8\div2=4$(艘)；人数是 $12\times4=48$(人). 因少租 1 船每人可节约 0.05 元，故租用一艘小木船需款 $0.05\times48=2.40$(元). 综合算式为

$$0.05\times12\times[(10-2)\div(12-10)]=2.40(\text{元});$$

解 2　“每艘船乘 10 人则还空有两人的座位”，即每船乘 10 人则还可乘 2 人；“每船乘 12 人，则可少租一艘船”，即每船乘 12 人则还可多乘 12 人. 由此可知，每船多乘 $12-10=2$(人)即可多乘 $12-2=10$(人)，故知原拟租用船 $10\div2=5$(艘). 乘船人数为 $10\times5-2=48$(人). 由少租 1 船每人可节约 0.05 元，故每艘船的租金为 $0.05\times48=2.40$(元). 综合算式为

$$0.05\times\{10\times[(12-2)\div(12-10)]-2\}=2.40(\text{元});$$

解 3　设原来准备租用 x 艘船. 依题意，得

$$10x-2=12(x-1).$$

解方程，得　$x=5$.

所以原准备租用 5 艘船，租用一艘小木船需款 $0.05\times(10\times5-2)=2.40$(元).

1491. 某车间按计划每天应加工 50 个机器零件，技术革新后实际每天加工了 56 个零件，这样不仅提前 3 天完成任务，而且比原计划多加工了 120 个零件. 问这个车间原计划加工多少个零件？

解 1　由题意知，提前 3 天完成任务又多加工了 120 个，若不提前一共可多加工 $120+56\times3=288$(个)零件. 这是因每天多加工 $56-50=6$(个)的结果. 故知计划加工的天数为 $288\div6=48$(天)；一共要加工的零件数为 $50\times48=2400$(个). 综合算式为

$$50\times[(120+56\times3)\div(56-50)]=2400(\text{个});$$

解 2　设某车间原计划用 x 天完成加工任务. 依题意，得

$$50x=56(x-3)-120.$$

解方程，得　$x=48$.

所以某车间原计划加工零件 $50\times48=2400$(个).

1492. 在某招待所开会，每个房间住 3 人则多 36 人；每个房间住 4 人则还多 13 人. 如果每个房间住 5 人，那么情况又怎样？

解 1　由题意知，每间房多住 $4-3=1$(人)，则共可多住 $36-13=23$(人)，故房间数为 $23\div1=23$(间)；住房人数为 $3\times23+36=105$(人). 如果每间房住 5 人，23 间房共可住 $5\times23=115$(人)，所以每间房住 5 人则要少 $115-105=10$(人)，即每房住 5 人就要有 2 间房无人住；

解 2　设有房间 x 间. 依题意，得

$$3x+36=4x+13.$$

解方程，得　$x=23$.

所以有房间 23 间，住房人数为 $3\times23+36=105$(人). 因此，如果每个房间住 5 人，可住 $5\times23=115$(人)，比开会人数多 $115-105=10$(人)，也就是有 $10\div5=2$(个)房间无人住.

1493. 面粉每千克比大米贵 0.8 元. 一顾客若买 40 千克大米还缺 4 元；若不买大米而买 30 千克面粉则还缺 2 元. 算一算，这位顾客带了多少钱？

解 1　此顾客买 40 千克大米缺 4 元，若改买 40 千克面粉则缺款 $0.8\times40+4=36$(元)；而他买 30 千克面粉仅缺 2 元. 故知他多买 $40-30=10$(千克)面粉就要多付 $36-2=34$(元)，所以面粉每千克价是 $34\div10=3.4$(元). 这位顾客带钱 $3.4\times30-2=100$(元). 综合算式为

$$(0.8\times40+4-2)\div(40-30)\times30-2=100(\text{元});$$

解 2　设大米每千克 x 元. 依题意，得

$$40x-4=30(x+0.8)-2.$$

解方程，得 $x=2.6$.

所以这位顾客带钱 $2.6\times40-4=100$(**元**).

1494. **食堂采购员小严带钱若干到菜场买鱼. 若买鲤鱼** 30 **尾则差** 40 **元，若买鲢鱼** 40 **尾则多** 20 **元. 两种鱼每尾的价格相差** 3.50 **元，问它们的单价各是多少？**

解 1　由题意知，买鲤鱼 30 **尾差** 40 **元，若改买鲢鱼** 30 **尾则要余** $3.50\times30-40=65$(**元**)；**而买鲢鱼** 40 **尾仅余** 20 **元. 由此知，多买鲢鱼** $40-30=10$(**尾**)**就要多付出** $65-20=45$(**元**)，**每尾鲢鱼价应是** $45\div10=4.50$(**元**)，**综合算式为**　$(3.5\times30-40-20)\div(40-30)=4.50$(**元**)，**鲤鱼每尾价是** $4.5+3.5=8$(**元**)；

解 2　设每尾鲢鱼价 x **元，则每尾鲤鱼价为**$(x+3.5)$**元. 依题意，得**

$$30(x+3.5)-40=40x+20.$$

解方程，得　$x=4.5$.

所以每尾鲢鱼价 4.5 **元，每尾鲤鱼价** $4.5+3.5=8$(**元**).

1495. **敌人给他们的火力点按每人每天** 0.6 **千克运送** 10 **天的干粮，分两次运到. 第一次运到的给每个火力点分** 25 **千克后还余** 30 **千克，第二次运到的比第一次多** 10 **千克，加上第一次的余数，刚好给每个火力点分** 35 **千克. 问敌人共设几个火力点？每个火力点有多少人？**(**每个火力点人数相同**)

解 1　假定第二次运的千克数与第一次一样多，每个火力点要分 35 **千克就要缺** $10+30=40$(**千克**)，**而第一次运来的粮食每个火力点分** 25 **千克后还余** 30 **千克. 由此可知，每个火力点多分** $35-25=10$(**千克**)**就要多用去粮食** $30+40=70$(**千克**)，**故知火力点有** $70\div10=7$(**个**)，**综合算式为**　$(30+10+30)\div(35-25)=7$(**个**)；**每个火力点共得粮食** $35+25=60$(**千克**)，**每个火力点** 1 **天的用粮数是** $60\div10=6$(**千克**)，**由每人每天用粮** 0.6 **千克可知每个火力点的人数是** $6\div0.6=10$(**人**). **综合算式为**

$$(25+35)\div10\div0.6=10(\text{人});$$

解 2　设有火力点 x **个. 依题意，得**

$$25x+30=35x-10-30.$$

解方程，得　$x=7$.

所以有 7 **个火力点，每个火力点共分得干粮** $25+35=60$(**千克**)，**每天用粮数是** $60\div10=6$(**千克**)，**由此得每个火力点有** $6\div0.6=10$(**人**).

1496. **小王、小刘、小郭三位同学各用同样多的钱买了一些练习本. 小王买的每本是** 3.20 **元比小郭少** 2 **本，小刘买的每本是** 1.60 **元比小郭多** 4

本，问小郭买了几本练习本？每本的价格是多少？



解 1 因三人用的钱同样多．假定小王、小刘买的本数与小郭同样多．“小王买的每本是 3.20 元，比小郭少 2 本”可看作：买每本 3.20 元的，缺 $3.20\times2=6.40$(元)；“小刘买的每本是 1.60 元，比小郭多 4 本”可看作：买每本 1.60 元的，可余 $1.60\times4=6.40$(元)．即每本贵 $3.20-1.60=1.60$(元)就要多付 $6.40+6.40=12.80$(元)，故知小郭买的本数是 $12.80\div1.60=8$(本)．综合算式为$(3.20\times2+1.60\times4)\div(3.20-1.60)=8$(本)．每人用来买练习簿的钱是 $3.20\times(8-2)=19.20$(元)，所以小郭买的练习本每本价是 $19.20\div8=2.40$(元)；

解 2 设小郭买了 x 本练习本．依题意，得

$$3.20(x-2)=1.60(x+4).$$

解方程，得 $x=8$.

所以小郭买了 8 本练习本，每本价是 $3.20\times(8-2)\div8=2.40$(元)．

1497．某食堂有小豆若干千克，调换市价每千克 2.40 元的大豆，可以多得 2 千克；调换市价每千克 4 元的绿豆，则要少得 2 千克．问该食堂有小豆多少千克？小豆市价是每千克多少元？

解 1 题中两种调换方案可看作：小豆若卖 2.4 元一千克则要少得 $2.4\times2=4.80$(元)；小豆若卖 4 元一千克，则可多得 $4\times2=8$(元)．即小豆每千克多卖 $4-2.4=1.60$(元)，就可从少得 4.80 元变成多得 8 元，两者相差 $8+4.8=12.80$(元)，故知小豆有 $12.8\div1.6=8$(千克)，综合算式为 $(2.4\times2+4\times2)\div(4-2.4)=8$(千克)，小豆市价为每千克 $4\times(16-4)\div16=3$(元)；

解 2 由题意知，用小豆调换等量的大豆还可得 $2.4\times2=4.8$(元)；用小豆调换等量的绿豆则要付出 $4\times2=8$(元)．因每千克价格相差 $4-2.4=1.6$(元)，两者总价就相差 $4.8+8=12.8$(元)，故小豆的数量为 $12.8\div1.6=8$(千克)，小豆的市价为每千克为 $2.4\times(16+4)\div16=3$(元)；

解 3 设食堂有小豆 x 千克．依题意，得

$$2.4(x+2)=4(x-2).$$

解方程，得 $x=8$.

所以该食堂有小豆 8 千克，每千克小豆市价为 $2.4\times(16+4)\div16=3$(元)．

1498．一个水池，若每分流入水 21 米^3，经过若干分流入的水比水池的容量的一半还少 510 米^3；若每分流入水 27 米^3，那么经过同样时间流入的水比水池容量的一半还少 270 米^3．求增加流入量后注满整个水池所需的时间．

解 1 每分流入水 21 米^3，经过若干分流入量与“水池容量的一半还少 270 米^3”相比，还缺 $510-270=240$(米^3)；而每分流入水 27 米^3，经过同样时间则正好达到“水池容量的一半还少 270 米^3”的容量. 故知每分流入量相差 $27-21=6$(米^3)流入总量就要相差 240 米^3，可见流入“水池容量的一半还少 270 米^3”需费时 $240\div6=40$(分). 流入“水池容量的一半”需费时 $40+270\div27=50$(分). 所以，增加流量后(即每分流入 27 米^3)注满整个水池需 $50\times2=100$(分). 综合算式为

$$[(510-270)\div(27-21)+270\div27]\times2=100(\text{分});$$

解 2 设注入“水池容量一半还少 270 米^3”需时 x 分，依题意，得

$$21x+510=27x+270.$$

解方程，得 $x=40$.

所以增加流量后注满全池的时间为$(40+270\div27)\times2=100$(分)；

解 3 设水池容量为 $2x$ 米^3，依题意，得

$$\frac{x-510}{21}=\frac{x-270}{27}.$$

解方程，得 $x=1350$.

故水池容量为 $2x=1350\times2=2700$. 每分流入 27 米^3，注满全个水池需 $2700\div27=100$(分).

1499. 收割一块麦田，每小时收 0.4 公顷，预计若干小时完成. 收割了 45 分以后，改用新式农具，工作效率提高到原来的 $1\frac{1}{2}$ 倍，因此，比预计时间提前 1 时完成. 问这块麦田的面积是多少？

解 1 先求出改用新式农具后所用的时间，再求麦田面积. 由题意知，若用新式农具若干小时可完成，即每小时收割 $0.4\times1\frac{1}{2}=0.6$(公顷)正好完成，如不用新式农具，即每小时收割 0.4 公顷就还差 1 时才能完成，亦即还有 0.4 公顷来不及收割. 故知每小时多收割 $0.6-0.4=0.2$(公顷)，就可多收割 0.4 公顷，所以改用新式农具后还需时间 $0.4\div0.2=2$(时)，由此知麦田面积为 $0.4\times\frac{3}{4}+0.6\times2=1.5$(公顷)；

解 2 先求出收割了 45 分后，若不用新式农具还需多少时间割完，再求麦田面积. 由题意知，剩下的麦田如每小时收割 0.4 公顷，正好在预定时间收割完；而每小时收割 $0.4\times1\frac{1}{2}=0.6$(公顷)，就要比预定时间提前 1 时完成，即在预定时间内除完成任务外还可多割 $0.6\times1=0.6$(公顷). 由此知，每小时多割 $0.6-0.4=0.2$(公顷)，结果就可多割 0.6 公顷. 所以剩下

的麦田若不用新式农具收割还需 $0.6\div0.2=3$(时)才能割完. 故知麦田面积为 $0.4\times\left(3+\frac{3}{4}\right)=1.5$(公顷);



解 3 假定一开始就用新式农具收割,即每小时割 $0.4\times1\frac{1}{2}=0.6$(公顷),则在预定时间内可多收割 $(0.6-0.4)\times\frac{3}{4}+0.6\times1=0.75$(公顷),因每小时多割 $0.6-0.4=0.2$(公顷)就可多收割 0.75 公顷,故知预定时间为 $0.75\div0.2=3.75$(时). 麦田面积为 $0.4\times3.75=1.5$(公顷);

解 4 因原来每小时收割 0.4 公顷,即收割 0.1 公顷需 $\frac{1}{4}$ 小时,用新式农具每小时收割 $0.4\times1\frac{1}{2}=0.6$(公顷),即收割 0.1 公顷需 $\frac{1}{6}$ 时. 由此知,每收割 0.1 公顷两者相差 $\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$(时),现"提前 1 时完成"即两者相差 1 时,可见改用新式农具收割的公顷数是 $0.1\div\frac{1}{12}=1.2$(公顷),故这块麦田面积为 $1.2+0.4\times\frac{3}{4}=1.5$(公顷);

解 5 设预定 x 小时完成收割任务. 依题意,得

$$0.4x=0.4\times\frac{3}{4}+0.4\times1\frac{1}{2}\left(x-\frac{3}{4}-1\right).$$

解方程,得 $x=3.75$.

所以麦田面积为 $0.4\times3.75=1.5$(公顷).

1500. 小红用一根绳子来测量一棵树干的周长,将绳子 3 折,围一圈多 1 分米;将绳子 4 折,围一圈差 2 分米. 问绳长和树干的周长各是多少?

解 1 将绳子 3 折,围一圈多 1 分米,可看作此绳全长围树 3 圈多 $1\times3=3$(分米);将绳子 4 折,围一圈差 2 分米,可看作此绳全长围树 4 圈差 $2\times4=8$(分米). 比较两种围法可知,此绳多围树一圈就要相差 $3+8=11$(分米),故此树干周长为 1 米 1 分米. 综合算式为 $(1\times3+2\times4)\div(4-3)=11$(分米),此绳全长 $(11-2)\times4=36$(分米),即绳长为 3 米 6 分米;

解 2 绳子 3 折与绳子 4 折相差 $1+2=3$(分米),所以绳长为 $3\div\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)=36$(分米),即绳长为 3 米 6 分米,树干周长为 $36\times\frac{1}{3}-1=11$(分米),即树干周长是 1 米 1 分米;

解 3 设绳长为 x 分米. 依题意,得

$$\frac{x}{3}-1=\frac{x}{4}+2.$$

解方程，得　$x=36$.

所以绳长为 36 分米，树干周长为 $\frac{x}{3}-1=\frac{36}{3}-1=11$(分米).

1501. 以绳测水深，四折而入则余 3 米；把绳剪去 6 米后三折而入则余 4 米. 求水深和绳子各是多少？

解 1　“四折而入则余 3 米”可看作绳长比水深的 4 倍还多 $3\times4=12$(米)；“剪去 6 米后三折而入则余 4 米”可看作绳长比水深的 3 倍还多 $4\times3+6=18$(米). 两者相比可知，水深多 1 倍，绳子就要相差 $18-12=6$(米)，故知水深是 6 米. 综合算式为　$(4\times3+6-3\times4)\div(4-3)=6$(米)，绳长为 $(6+3)\times4=36$(米)；

解 2　设绳长为 x 米. 依题意，得

$$\frac{x}{4}-3=\frac{x-6}{3}-4.$$

解方程，得　$x=36$.

所以绳长为 36 米，水深 $\frac{x}{4}-3=6$(米).

1502. 苹果是梨子的 2 倍，梨子每人分 3 个余 2 个；苹果每人分 7 个少 6 个. 问有多少人和多少苹果、多少梨？

解 1　若将梨子数与分给每人的个数都增加一倍(即使梨子数与苹果数一样)，则每人分 $3\times2=6$(个)余 $2\times2=4$(个)；而每人分 7 个则少 6 个. 由此知，每人多分 $7-6=1$(个)就要相差 $4+6=10$(个)，故人数为 $10\div1=10$(人)，综合算式为　$(2\times2+6)\div(7-3\times2)=10$(人)，苹果数为 $7\times10-6=64$(个)，梨子数为 $64\div2=32$(个)；

【注意】　解此题需将梨子个数扩大倍数，使与苹果个数相等. 然后仿一般盈亏问题解法解之. 其依据是若有 $a\div b=q\cdots\cdots$(余 r)，则有$(na)\div(nb)=q\cdots\cdots$(余 nr).

解 2　设有 x 人分苹果与梨子. 依题意，得

$$2(3x+2)=7x-6.$$

解方程，得　$x=10$.

所以人数为 10 人，有梨子 $3\times10+2=32$(个)，苹果 $32\times2=64$(个).

1503. 某土建公司储存红、青两种颜色的砖，红砖是青砖量的 2 倍，计划建住宅若干幢. 若每幢住宅使用红砖 80 米^3、青砖 30 米^3，则结果红砖缺 40 米^3，青砖多 40 米^3. 问该公司计划建住宅几幢？红砖、青砖各有多少？

解 1　因红砖量是青砖量的 2 倍，假定青砖储量与每幢住宅的青砖使用量都增加一倍，即可得每幢住宅用砖 $30\times2=60$(米^3)，则多 $40\times2=80$(米^3)，而每幢住宅用砖 80 米^3，则缺 40 米^3.(两者相比可知，每幢住宅多用

$80-60=20$(米^3)就要多用 $80+40=120$(米^3),故住宅数为 $120\div20=6$(幢),综合算式为 $(40\times2+40)\div(80-30\times2)=6$(幢),红砖储量为 $80\times6-40=440$(米^3),青砖储量为 $440\div2=220$(米^3);

解 2 设计划建住宅 x 幢. 依题意,得

$$80x-40=2(30x+40).$$

解方程,得 $x=6$.

所以计划建住宅 6 幢,有红砖 $80\times6-40=440$(米^3),青砖 $440\div2=220$(米^3).

1504. 粉笔盒里装的白粉笔支数是彩色粉笔支数的 5 倍. 教师们每天用去白粉笔 20 支、彩色粉笔 6 支. 若干天后盒中余下白粉笔 60 支而彩色粉笔已断用 2 天. 问粉笔盒中原有的白色与彩色粉笔各多少支?

解 1 若把彩色粉笔的原有支数与每天用量都扩大 5 倍,则彩色粉笔的支数与白粉笔相同,且每天要用去 $6\times5=30$(支). 而白粉笔每天用去 20 支,在彩色粉笔用完时它还余 $60+20\times2=100$(支),故知同样的支数每天少用 $30-20=10$(支),就可多余 100 支,所以彩色粉笔用完的天数为 $100\div10=10$(天),综合算式为 $(60+20\times2)\div(30-20)=10$(天),原有彩色粉笔 $6\times10=60$(支),原有白粉笔 $60\times5=300$(支);

解 2 设用了 x 天. 依题意,得

$$20x+60=6(x-2)\times5.$$

解方程,得 $x=12$.

所以白色粉笔有 $20\times12+60=300$(支),彩色粉笔有 $6\times(12-2)=60$(支);

解 3 设有彩色粉笔 x 支,则有白色粉笔 $5x$ 支. 依题意,得

$$\frac{5x-60}{20}=\frac{x}{6}+2.$$

解方程,得 $x=60$.

所以彩色粉笔有 60 支,白色粉笔有 $60\times5=300$(支).

1505. 现有糖果饼干若干,分给幼儿园小朋友. 已知糖果块数是饼干块数的一半,如每个小朋友分 4 块饼干和 3 块糖果,则饼干多 32 块而糖果缺 4 块,求小朋友有几人?糖果和饼干各有几块?

解 1 仿上题解法,将糖果的块数和分给小朋友糖果的块数都增加一倍,依题意即有:同样的块数每人分 6 块则缺 8 块;每人分 4 块则多 32 块,所以小朋友的人数为$(32+4\times2)\div(3\times2-4)=20$(人),糖果块数为 $3\times20-4=56$(块),饼干块数为 $56\times2=112$(块);

解 2 设有小朋友 x 人. 依题意,得

$$4x+32=2(3x-4).$$

解方程，得 $x=20$.

所以有小朋友 20 **人. 糖果** $3\times20-4=56$(**块**)，**饼干** $4\times20+32=112$(**块**)；

解 3　设有糖果 x **块，则有饼干** $2x$ **块，依题意，得**

$$\frac{x+4}{3}=\frac{2x-32}{4}.$$

解方程，得 $x=56$.

所以糖果有 56 **块，饼干有** $56\times2=112$(**块**)，**人数为** $\frac{x+4}{3}=20$(**人**).

1506. 某果园工人用一篮苹果和梨去慰问住院病员，已知苹果个数是梨的 3 **倍. 现在每次由篮内取出梨** 2 **个、苹果** 5 **个送给病员，梨恰好分完，苹果还剩** 11 **个. 问这个篮内原有梨和苹果各多少个？**

解　仿题 1503 **解法，将梨的个数扩大** 3 **倍使与苹果个数相同，每次取出梨的个数也扩大** 3 **倍，即每次取** $2\times3=6$(**个**). **因每次取** 2 **个时恰好分完，若每次取** 6 **个也应恰好分完. 现因每次取** 5 **个苹果故有** 11 **个剩下. 由此知每次多取** 1 **个就要多分去** 11 **个，故知一共取了** 11 **次. 所以篮内原有梨的个数是** $2\times11=22$(**个**)；**苹果的个数是** $22\times3=66$(**个**).

1507. 几个同学搬砖，不知道每人搬了几块，但知剩下 14 **块；每人搬** 9 **块则最后一人只需搬** 6 **块. 问有几个同学参加搬砖？第一次每人搬了几块？**

解　此题第一次每人搬几块未给出，可用质数知识解答. 设参加搬砖人数为 x，**第一次每人搬砖** m **块. 依题意，有：** $mx+14=9(x-1)+6$，**即** $x(9-m)=17$. **因** 17 **是质数，故** $x(9-m)$**只有两种情况：**(1) $x(9-m)=1\times17$，$x=1$，$9-m=17$；(2) $x(9-m)=17\times1$，$x=17$，$9-m=1$，$m=8$. **显然情况**(1)**是不合理的，答案应是参加搬砖的同学有** 17 **人，第一次每人搬砖**

$[9\times(17-1)+6-14]\div17=8$(**块**).

1508. 蜜橘若干，等分与数人则不足 3 **只；取去** 7 **只，以所余分配之则各得** 3 **只. 求人数与蜜橘数各是多少？**

解　设第一次每人分 m **只. 由题意知，每人** m **只则不足** 3 **只；每人** 3 **只则可余** 7 **只，故人数为** $(3+7)\div(m-3)=\frac{10}{m-3}$. $\frac{10}{m-3}$ **是人数，应为正整数. 故** $m-3$ **只有为** 1、2、5、10 **时才有可能，**(1) **若** $m-3=1$，**则人数为** 10，**橘数为** $3\times10+7=37$(**只**)；(2) **若** $m-3=2$，**则人数为** 5，**橘数为** $3\times5+7=22$(**只**)；(3) **若** $m-3=5$，**则人数为** 2，**橘数为** $3\times2+7=13$(**只**)；(4) **若** $m-3=10$，**则人数为** 1，**此解显然不合理. 所以所求之人数与蜜橘数应是：** 10 **人、**37 **只或** 5 **人、**22 **只或** 2 **人、**13 **只.**



(14) 置换问题(又称鸡兔问题)

1509. 鸡兔共 36 只,有脚 100 只,求鸡兔各是多少只?

解 1 假定 36 只全是鸡,则脚的总数应是 $2\times36=72$(只),比已知的总脚数少 $100-72=28$(只),因每只兔比每只鸡多 $4-2=2$(只)脚,若以兔换鸡,每换 1 只,脚的总数就可增加 2 只,要增加 28 只脚就要换 $28\div2=14$(只)兔,所以有兔 14 只,综合算式为

$(100-2\times36)\div(4-2)=14$(只). 有鸡 $36-14=22$(只);

解 2 假定 36 只全是兔,则总脚数应为 $4\times36=144$(只),比已知的总脚数多 $144-100=44$(只). 因每只鸡比每只兔少 $4-2=2$(只)脚,若以鸡换兔,每换 1 只,脚的总数就可减少 2 只,要换 $44\div2=22$(只),才能使总脚数正好是 100,所以鸡有 22 只. 综合算式为 $(4\times36-100)\div(4-2)=22$(只). 有兔 $36-22=14$(只);

解 3 因把总脚数除以 2 后,鸡每只剩 1 只脚、兔每只剩 2 只脚,故此时脚比头多的数就是兔的头数. 所以兔有 $100\div2-36=14$(只),从而鸡有 $36-14=22$(只);

解 4 设其中有鸡 x 只,则有兔$(36-x)$只. 依题意,得

$$2x+4(36-x)=100.$$

解方程,得 $x=22$.

所以有鸡 22 只,有兔 $36-22=14$(只).

【注意】 从此题的解 1 和解 2 可得这类题的基本解题公式:兔数=(总脚数−每只鸡的脚数×鸡兔总数)÷(每只鸡兔脚数之差)=(总脚数−2×鸡兔总数)÷(4−2);

鸡数=(每只兔的脚数×鸡兔总数−总脚数)÷(每只鸡兔脚数之差)=(4×鸡兔总数−总脚数)÷(4−2).

解这类题时,可直接运用上述公式.

1510. 学校里用 34.50 元买日记本与练习簿共 45 本,日记本每本 1.60 元,练习簿每本 0.35 元. 求日记本、练习簿各买了多少本?

解 1 仿题 1509 的解题方法,买日记本$(34.5-0.35\times45)\div(1.6-0.35)=15$(本),买练习簿 $45-15=30$(本);

解 2 设买日记本 x 本,则买练习簿$(45-x)$本. 依题意,得

$$1.6x+0.35(45-x)=34.5.$$

解方程,得 $x=15$.

所以买日记本 15 本,买练习簿 $45-x=45-15=30$(本).

1511. 甲等上衣 175 元一件,乙等上衣 125 元一件,今共买 8 件. 付款时,营业员误将甲等与乙等的件数互换,故共收款 1250 元. 问甲、乙两种上

衣各买几件？收款时发生什么差错？

解　由题 1509 的基本解题公式可知，收款时是按甲等上衣(1250－125×8)÷(175－125)＝5(件)，乙等上衣 8－5＝3(件)计算的. 因营业员误将甲等与乙等的件数互换，所以实际买的衣服应是甲等上衣 3 件，乙等上衣 5 件，应付款 175×3＋125×5＝1150(元)，多收款 1250－1150＝100(元)，应予退回.

1512. 35 名同学到工地运土，只有 40 只土篮子，问应安排多少人挑，多少人抬？(人和土篮子都不闲. 土篮子不可拎，或一人挑两个或两人抬一个)

解　对照题 1509 解法，把总人数 35 当作总头数，土篮子数 40 当作总脚数，挑土篮子，每人 2 只当作每只兔的脚数，抬土篮子每人 0.5 只当作每只鸡的脚数. 由公式知，挑的人数是(40－0.5×35)÷(2－0.5)＝15(人)，抬的人数为 35－15＝20(人). 也可先求抬的人数是(35×2－40)÷(2－0.5)＝20(人)，挑的人数即为 35－20＝15(人).

1513. 一些同学到工地运土，工地上有扁担 100 根，土篮子 125 只. 如果想把这些工具都用上，问应安排多少人抬、多少人挑？(只安排两人抬一个或一人挑两个，不拎)

解　可先求出抬土和挑土各用多少根扁担，再求应安排几人抬、几人挑. 仿题 1512 用公式可求出：用来挑的扁担数为(125－0.5×100)÷(2－0.5)＝50(根)；用来抬的扁担数即为 100－50＝50(根). 故知抬土人数为 2×50＝100(人)，挑的人数为 1×50＝50(人).

1514. 打一把锄头需要生铁 0.75 千克，加工费 0.5 元；打一把镰刀需要生铁 0.25 千克，加工费 0.4 元. 现某生产队打了镰刀、锄头共计 140 把，用去生铁 65 千克. 问应付加工费多少元？

解　先求镰刀、锄头各打了多少把，再求应付的加工费. 仿题 1509 解法可知加工的镰刀有(0.75×140－65)÷(0.75－0.25)＝80(把)，锄头为 140－80＝60(把)，应付的加工费是 0.5×60＋0.4×80＝62(元).

也可先求出打的锄头有(130－0.5×140)÷(1.5－0.5)＝60(把)，再仿上法解之.

1515. (古算题)百个和尚百个耙，大和尚每人耙四个，小和尚四人一个耙，问有大、小和尚各几人？

解　仿题 1509 的解法，把和尚总数 100 当作总头数，耙的总数 100 当作总脚数，大和尚每人 4 个(相当于每只兔的脚数)，小和尚每人 $\frac{1}{4}$ 个(相当于每只鸡的脚数)，由公式知大和尚的人数是 $\left(100-\frac{1}{4}\times100\right)\div$

$\left(4-\frac{1}{4}\right)=20$(个)；小和尚有 $100-20=80$(个).



1516. 某人去相距 36 千米的某城旅行，于上午 7 时动身，下午 1 时到达. 其中步行 3 时半，其余乘人力车和马车. 步行每小时走 4 千米，人力车每小时走 8 千米，马车每小时走 10 千米，求乘人力车和乘马车各几时？

解　上午 7 时到下午 1 时共 6 时，步行 3.5 时，故知乘人力车和马车共 $6-3.5=2.5$(时)；又乘人力车和马车的路程共 $36-4\times3.5=22$(千米). 仿题 1509 的解法可知乘人力车的时间为 $(10\times2.5-22)\div(10-8)=1.5$(时)，乘马车的时间为 $2.5-1.5=1$(时).

或先求出乘马车的时间为 $(22-8\times2.5)\div(10-8)=1$(时)，从而乘人力车的时间为 $2.5-1=1.5$(时).

1517. 传说九头鸟有九头一尾，九尾鸟有九尾一头. 今有头 580 个，尾 900 个，问两种鸟各有多少？

解 1　假定全部是九尾鸟，因九尾鸟有九尾一头，由题中尾数 900 个可知此时九尾鸟应有 $900\div9=100$(只)，共有头数应为 100 个，比已知头数少 $580-100=480$(个). 若以九头鸟换九尾鸟，每次以 9 只九头鸟换 1 只九尾鸟，则总的尾数保持不变，而每换 1 次总的头数却增加 $9\times9-1=80$(个)，现要增加 480 个头，应换 $480\div80=6$(次)，共换进九头鸟 $9\times6=54$(只)，即应有九头鸟 54 只. 因 6 次换去 6 只九尾鸟，故九尾鸟应有 $100-6=94$(只)；

解 2　假定全部是九尾鸟，由题中头数 580 个知应有尾数 $9\times580=5220$(个)，比已知尾数多 $5220-900=4320$(个). 若以九头鸟换九尾鸟每次以 1 只九头鸟换 9 只九尾鸟，则总头数保持不变，而每换一次总的尾数减少 $9\times9-1=80$(个)，现要减少 4320 个，共要换 $4320\div80=54$(次)，所以有九头鸟 54 只. 九尾鸟每次换出 9 只，54 次共换出 $9\times54=486$(只)，还剩 $580-486=94$(只)，故知九尾鸟有 94 只.

若假定全部是九头鸟，仿上述解题思路也可有两种解法；

解 3　设有九头鸟 x 只，则有九尾鸟 $(580-9x)$ 只. 依题意，得

$$x+9(580-9x)=900.$$

解方程，得　$x=54$.

所以有九头鸟 54 只，九尾鸟 $580-9x=580-54\times9=94$(只).

若设有九尾鸟 x 只，则有九头鸟 $(900-9x)$ 只. 依题意，得

$$x+9(900-9x)=580.$$

解方程，得　$x=94$.

所以有九尾鸟 94 只，九头鸟 $900-9x=900-94\times9=54$(只).

1518. 每辆大客车需甲种零件 8 个，乙种零件 3 个；每辆小客车需甲种

零件 4 个，乙种零件 10 个. 今用去甲种零件 52 个，乙种零件 79 个，问两种车各装了多少辆？

解 1 假定全部装小客车. 据题中条件，小客车应有 $52\div4=13$(辆)，共需乙种零件 $10\times13=130$(个)，比已知乙种零件数多 $130-79=51$(个). 若以一辆大客车掉换两辆小客车，则甲种零件需要数不变，而乙种零件所需数减少 $10\times2-3=17$(个)，要使乙种零件减少 51 个，要换 $51\div17=3$(次). 每次换进大客车 1 辆，故知大客车装了 3 辆；每次换出小客车 2 辆，所以小客车装了 $13-2\times3=7$(辆)；

解 2 设装了大客车 x 辆，则装的小客车为 $\frac{52-8x}{4}$ 辆. 依题意，得

$$3x+10\times\frac{52-8x}{4}=79.$$

解方程，得 $x=3$.

所以装了大客车 3 辆，装的小客车是 $\frac{52-8x}{4}=7$(辆).

若设装了小客车 x 辆，则装的大客车为 $\frac{52-4x}{8}$ 辆. 依题意，得

$$10x+3\times\frac{52-4x}{8}=79.$$

解方程，得 $x=7$.

所以装了小客车 7 辆，装的大客车是 $\frac{52-4x}{8}=3$(辆).

1519. 蜘蛛有 8 只脚，蜻蜓有 6 只脚和 2 对翅膀，蝉有 6 只脚和 1 对翅膀. 现有这三种昆虫 18 只，共有 118 只脚和 20 对翅膀. 问每种昆虫各有多少只？

解 1 因为每只蜻蜓和蝉的脚都是 6 只，可暂不考虑翅膀而都当作 6 足虫，原题即可简化为：8 足虫与 6 足虫共 18 只，脚共有 118 只，求两种虫各有几只？仿题 1509 解法运用公式可知 8 足虫有 $(118-6\times18)\div(8-6)=5$(只)，6 足虫有 $18-5=13$(只)，可见蜘蛛有 5 只.

再考虑 6 足虫的翅膀，又可有："2 对翅膀的虫"与"1 对翅膀的虫"共 13 只，翅膀 20 对，求两种虫各有几只？仿题 1509 解之可知：2 对翅膀的虫有 $(20-1\times13)\div(2-1)=7$(只)；1 对翅膀的虫有 $13-7=6$(只). 所以蜻蜓有 7 只，蝉有 6 只，蜘蛛有 5 只.

此题涉及三种量，比较复杂. 解题思路是：先抓住两种量的共同点把它们看成一种量，从而把三量问题变为两量问题求解，然后再找另两量的关系分步解之.



解 2 设有蜘蛛 x 只，则蜻蜓和蝉共有$(18-x)$只. 依题意，得

$$8x+6(18-x)=118.$$

解方程，得 $x=5$. 故知有蜘蛛 5 只，蜻蜓和蝉共 $18-5=13$(只).

再设有蜻蜓 y 只. 则有蝉$(13-y)$只. 依题意，得

$$2y+(13-y)=20.$$

解方程，得 $y=7$.

所以有蜻蜓 7 只，蝉 $13-7=6$(只).

1520. 某人越一山岭费 5 时，山岭之路程为 15 千米. 其上山速度为每小时 1.5 千米，下山速度为每小时 4 千米，问其上山及下山的路程各是多少千米？

解 1 对照题 1509 基本解题公式，此题中：费时 5 时可看作总头数，路程 15 千米可看作总脚数，速度 1.5 千米/时和 4 千米/时分别看作每只鸡、兔的脚数. 故知下山所费时间为$(15-1.5\times5)\div(4-1.5)=3$(时)，所以此人下山路程为 $4\times3=12$(千米)，上山路程为 $15-12=3$(千米)；

解 2 设某人上山时间为 x 时，则下山时间为$(5-x)$时. 依题意，得

$$1.5x+4(5-x)=15.$$

解方程，得 $x=2$.

所以上山行 2 时，下山行 $5-2=3$(时).

$1.5\times2=3$(千米)，$4\times3=12$(千米)，所以某人上山路程为 3 千米，下山路程为 12 千米.

1521. 李虹学车工，平均每天车某种零件 48 个. 每车好一个正品，可为国家创造财富 12 元；但车坏一个就要损失 98 元. 李虹平均每天为国家创造财富 466 元，问李虹平均每天车出的正品是几个？

解 1 假定 48 个全是正品，则可为国家创造财富 $12\times48=576$(元)，而实际创造的财富仅 466 元，相比之下要少 $576-466=110$(元). 可见 48 个不全是正品. 而车坏一个零件，不仅不能创造财富 12 元，还要损失 98 元，共要损失 $12+98=110$(元)，故知车坏的零件是 $110\div110=1$(个)，李虹每天车出的正品是 $48-1=47$(个)；

解 2 假定 48 个全是废品，则要损失 $98\times48=4704$(元)，现未损失反创造财富 466 元，两者相差 $4704+466=5170$(元)，可见 48 个不全是废品，而减少一个废品不仅无需报损 98 元，还可获利 12 元，两者相差 $12+98=110$(元)，共需减少废品 $5170\div110=47$(个)，即李虹平均每天车出的正品是 47 个；

解 3 设李虹平均每天车出的正品有 x 个，依题意，得

$$12x-98(48-x)=466.$$

解方程，得　$x=47$.

所以李虹平均每天车出的正品有 47 个.

1522. 某水果店以同一种价格购进广柑 500 千克，出售时按质论价，优等广柑售价比购进时每千克贵 0.1 元；次等广柑售价比购进时便宜 0.2 元. 售完后共盈利 41 元. 问优等和次等广柑各有多少千克？

解 1　假定 500 千克全是优等广柑，则可盈利 $0.10\times500=50$(元)，现仅盈利 41 元，应去掉 $50-41=9$(元). 而每售 1 千克次等广柑，不仅不能获利 0.1 元反要亏本 0.2 元，两者相差 0.3 元. 若以次等换优等，每换 1 千克就要减少盈利 0.3 元. 现要去掉盈利 9 元，应换进次等广柑 $9\div0.3=30$(千克)，故知次等广柑有 30 千克，综合算式为　$(0.1\times500-41)\div(0.1+0.2)=30$(千克). 从而知优等广柑有 $500-30=470$(千克)；

解 2　设有优等广柑 x 千克，则有次等广柑$(500-x)$千克. 依题意，得

$$0.1x-0.2(500-x)=41.$$

解方程，得　$x=470$.

所以有优等广柑 470 千克，次等广柑 $500-470=30$(千克).

1523. 甲、乙两人进行射击比赛，约定每中一发记 20 分，脱靶一发扣 12 分. 两人各打了 10 发，共得 208 分，其中甲比乙多 64 分，问甲、乙两人各中了多少发？

解 1　两人共得 208 分，甲比乙多得 64 分，故知甲得$(208+64)\div2=136$(分)，乙得$(208-64)\div2=72$(分). 甲若 10 发全中应得 $20\times10=200$(分)，现实得 136 分，损失 $200-136=64$(分)，而脱靶 1 发不仅不能记 20 分，还要扣 12 分，计损失 $20+12=32$(分)，现甲共损失 64 分，故知甲脱靶 $64\div32=2$(发)，所以甲中靶 $10-2=8$(发). 乙比甲少得 64 分，即比甲多损失 64 分，故知乙比甲多脱靶 $64\div32=2$(发)，即乙中靶 $8-2=6$(发)；

解 2　假定甲、乙两人全部中靶，则应得 $20\times20=400$(分)，现仅得 208 分，共少得 $400-208=192$(分). 而脱靶 1 发不仅不能记 20 分，还要扣 12 分，计损失 $20+12=32$(分). 现共少得 192 分，故知两人共脱靶 $192\div32=6$(发)，即两人共中靶 $20-6=14$(发)，又由甲比乙多 64 分知甲比乙多中 $64\div32=2$(发). 由此得甲中靶$(14+2)\div2=8$(发)，乙中靶$(14-2)\div2=6$(发).

1524. 鸡、兔共 100 只，鸡脚比兔脚多 80 只，问鸡、兔各是多少只？

解 1　假定 100 只都是鸡，则脚的总数是 $2\times100=200$(只)，此时兔脚数为 0，鸡脚比兔脚多 200 只. 实际鸡脚仅比兔脚多 80 只，两者相差 $200-80=120$(只)；若以兔换鸡，每换 1 只，鸡脚减少 2 只而兔脚增加 4 只，两者差数就减少 $2+4=6$(只). 要使鸡、兔脚数之差从 200 降到 80，即减少 120



只，就要换 120÷6＝20(只)，即兔应有 20 只. 综合算式为

$$(2\times100-80)\div(4+2)=20(只)，鸡有\ 100-20=80(只)；$$

解 2 假定 100 只全是兔子，则脚的总数是 $4\times100=400$(只)，这时鸡脚比兔脚少 400 只. 若以鸡换兔，每换 1 只则兔脚减少 4 只而鸡脚增加 2 只，两者相差 6 只. 要使两者脚的差数由鸡比兔少 400 只变为鸡比兔多 80 只，就要换进鸡(400＋80)÷6＝80(只). 即鸡有 80 只，综合算式为 $(4\times100+80)\div(4+2)=80$(只)，兔有 $100-80=20$(只)；

解 3 设鸡有 x 只，则兔有$(100-x)$只. 依题意，得

$$2x-4(100-x)=80.$$

解方程，得 $x=80$.

所以鸡有 80 只，兔有 $100-80=20$(只).

1525. 某音乐会入场券分甲、乙两种共售出 2000 张. 甲种券每张 50 元，乙种券每张 30 元，售甲种券比售乙种券共多得 40000 元. 问甲、乙两种券各售出多少张？

解 仿题 1524 解题思路，假定 2000 张都是甲种券，则甲种券的售款比乙种券多 $50\times2000=100000$(元). 实际甲种券的售款仅比乙种券多 40000 元，而以乙种券换甲种券，每换 1 张两者相差 $50+30=80$(元)，故知需换进乙种券$(50\times2000-40000)\div(50+30)=750$(张)，即乙种券售出 750 张；甲种券售出 $2000-750=1250$(张).

1526. 木工做一个衣柜比做一个书桌要多花 2 天时间，做 3 个书桌与做 2 个衣柜的时间相等. 现做了衣柜和书桌共 22 个，做书桌比做衣柜多用了 28 天，问衣柜和书桌各做了多少个？

解 由题意知做 2 个衣柜比做 3 个书桌要多花 $2\times2=4$(天)时间，而做 2 个衣柜的时间与做 3 个书桌的时间相等，故知做 3 个书桌比做 2 个书桌要多用 4 天，故知做一个书桌需 4 天，做一个衣柜需 $4+2=6$(天). 假定 22 个全做书桌，仿题 1524 解题思路可知做衣柜$(4\times22-28)\div(4+6)=6$(只)；做书桌 $22-6=16$(只).

1527. 鸡、兔共有脚 44 只，若将鸡、兔数互换，则共有脚 52 只，问鸡、兔各有多少只？

解 1 先求出鸡、兔共有几只，再仿一般置换问题解之.

假定把原来的鸡、兔数与互换后的鸡、兔数合在一起，则鸡数与兔数相同，这时鸡、兔的总脚数为 $44+52=96$(只)，而一对鸡、兔(即一鸡一兔)共有脚 6 只，故知有鸡、兔 $96\div6=16$(对)，由此可知原来鸡、兔共有 16 只.

这样，原题即可简化为：鸡兔共 16 只，总脚数是 44 只，求鸡、兔各有几只？据题 1509 基本解题公式，即知兔有$(44-2\times16)\div(4-2)=6$(只)，鸡

有 16－6＝10(只)；

解 2 先求出鸡、兔数的和与差，再作和差问题解之.

仿解 1 求得鸡、兔共 16 只后再求鸡、兔数之差. 因鸡、兔数互换，脚数由 44 只增至 52 只，说明原来鸡多兔少，互换后兔多鸡少，故总脚数增加. 若原来鸡比兔多 1 只，互换后兔数增加 1 只而鸡数减少 1 只，则总脚数就要增加 4－2＝2(只)，现互换后共增加脚 52－44＝8(只)，可见原来鸡比兔多 8÷2＝4(只)，所以鸡有(16＋4)÷2＝10(只)，兔有(16－4)÷2＝6(只). 综合算式为 鸡有[(44＋52)÷(4＋2)＋(52－44)÷(4－2)]÷2＝10(只)，兔有[(44＋52)÷(4＋2)－(52－44)÷(4－2)]÷2＝6(只)；

解 3 设原来鸡脚有 x 只，则兔脚有$(44-x)$只. 由此知鸡有 $\frac{x}{2}$ 只，兔有 $\frac{44-x}{4}$ 只，依题意，得

$$4\times\frac{x}{2}+2\times\frac{44-x}{4}=52.$$

解方程，得 $x=20$.

所以鸡有 $\frac{20}{2}=10$(只)，兔有 $\frac{44-20}{4}=6$(只).

1528. 甲连每人发 4 颗手榴弹，乙连每人发 3 颗手榴弹，共需手榴弹 716 颗. 若甲连每人发 3 颗；乙连每人发 4 颗，则共需手榴弹 705 颗. 问两连各有多少人？

解 1 先求两连人数之和. 若在给甲连每人发 4 颗、乙连每人发 3 颗后再给甲连每人发 3 颗、乙连每人发 4 颗，即每人发 3＋4＝7(颗)，则甲、乙两连共发手榴弹 716＋705＝1421(颗)，故知甲、乙两连共有人数：1421÷7＝203(人).

这样，原题即可简化为：甲乙两连共 203 人，甲连每人发 4 颗手榴弹，乙连每人发 3 颗手榴弹，共需手榴弹 716 颗，问甲乙两连各有多少人？对照题 1509 的基本解题公式，把 203 人看作总头数，716 颗看作总脚数，甲、乙两连每人发手榴弹的颗数看作每只鸡、兔的脚数，即可求得甲连有(716－3×203)÷(4－3)＝107(人)，乙连有 203－107＝96(人)；

解 2 仿解 1 可求出甲、乙两连共 203 人. 又因甲、乙两连每人发手榴弹数互换后所需手榴弹总数由 716 颗减少到 705 颗，所以甲连比乙连人多. 若原来甲连比乙连多 1 人，两次发手榴弹数互换后，发 4 颗的人数比原来少 1 人，而发 3 颗的人数比原来多 1 人，总的发弹数就要减少 4－3＝1(颗)，现每人发弹数互换后，共少 716－705＝11(颗)，可见原来甲连比乙连多 11÷1＝11(人). 依和差问题解法可知，甲连有(203＋11)÷2＝107(人)，乙连有

(203－11)÷2＝96(人). 综合算式为

甲连有[(716＋705)÷(4＋3)＋(716－705)÷(4－3)]÷2＝107(人),

乙连有[(716＋705)÷(4＋3)－(716－705)÷(4－3)]÷2＝96(人).

1529. 学校组织学生积肥支农,甲班每人积 4 担,乙班每人积 2 担,共计积肥 320 担,给生产队送去时,甲班每人送 2 担,乙班每人送 4 担,结果还剩 16 担. 问甲乙两班各有多少人?

解　先求甲、乙两班共有多少人. 若甲班每人积 4 担、乙班每人积 2 担后,甲班每人再积 2 担、乙班每人再积 4 担,则甲乙两班每人积肥 4＋2＝6(担),甲乙两班共积肥 320＋(320－16)＝624(担),故知甲、乙两班共有 624÷6＝104(人).

这时,原题可简化为:甲乙两班共有 104 人,甲班每人积肥 4 担,乙班每人积肥 2 担,共计积肥 320 担,问甲乙两班各有多少人?参照题 1509 基本解题公式知:甲班有(320－2×104)÷(4－2)＝56(人);乙班有 104－56＝48(人).

【注意】　此题也可仿题 1527 解法 2 解之.

1530. 现将含药量为 50%和 5%的两种药剂混合配制成含药量 25%的药剂 90 升. 问需要含药量为 50%和 5%的两种药剂各多少升?

解 1　假定 90 升全用 5%的药剂,则与所需的含药量 90×25%相差含药量 90×25%－90×5%＝18(升),为补足此差额,以含药量 50%的药剂去换含药量 5%的药剂,每换 1 升可增加含药量 1×50%－1×5%＝0.45(升),现共要增加 18 升,故要换进含药量 50%的药剂 18÷0.45＝40(升),由此知需要含药量 50%的药剂 40 升,综合算式为　(90×25%－90×5%)÷(1×50%－1×5%)＝40(升),需要含药量 5%的药剂 90－40＝50(升);

解 2　设所需的含药量 50%的药剂为 x 升,则所需的含药量 5%的药剂为(90－x)升. 依题意,得

$$50\%x+5\%(90-x)=90\times 25\%.$$

解方程,得　$x=40$.

所以所需含药量 50%的药剂 40 升,含药量 5%的药剂 90－40＝50(升);

解 3　设所需的含药量为 50%和 5%的药剂分别为 x 升和 y 升. 依题意,得

$$\begin{cases} x+y=90, \\ 50\%x+5\%y=90\times 25\%. \end{cases}$$

解方程组,得　$\begin{cases} x=40, \\ y=50. \end{cases}$

所以所需含药量为 50%的药剂 40 升，含药量为 5%的药剂 50 升.

【注意】 解 3 的解题过程可简化为下述“十字交叉法”：

$$\begin{array}{ccc} 50 & & 25-5=20 \text{ 需 } 90\times\frac{20}{45}=40(\text{升}) \\ & \diagdown\ \diagup & \\ & 25 & \\ & \diagup\ \diagdown & \\ 5 & & 50-25=25 \text{ 需 } 90\times\frac{25}{45}=50(\text{升}) \end{array}$$

$50-5=45$

另外，此题也可用比例中的“混合比法”解之.

1531. 有密度 7.29 的锡与密度 11.35 的铅铸成密度为 10.44 的合金 1 千克，问其中含锡和铅各多少？

解 1 仿上题解 1，可知其中含铅：$(1\times10.44-1\times7.29)\div(11.35-7.29)=3.15\div4.06=\frac{45}{58}$(千克)，从而知其中含锡 $1-\frac{45}{58}=\frac{13}{58}$(千克)；

解 2 设含锡 x 千克，则含铅 $(1-x)$ 千克. 依题意，得

$$7.29x+11.35(1-x)=10.44.$$

解方程，得 $x=\frac{13}{58}$.

所以含锡 $\frac{13}{58}$ 千克，含铅 $1-\frac{13}{58}=\frac{45}{58}$(千克).

【注意】 若用“十字交叉法”(见题 1530)解有：

$$\begin{array}{ccc} 11.35 & & 10.44-7.29=3.15 \quad 1\times\frac{3.15}{4.06}=\frac{45}{58}(\text{千克}) \\ & \diagdown\ \diagup & \\ & 10.44 & \\ & \diagup\ \diagdown & \\ 7.29 & & 11.35-10.44=0.91 \quad 1\times\frac{0.91}{4.06}=\frac{13}{58}(\text{千克}) \end{array}$$

$11.35-7.29=4.06$

1532. 鸡、兔共笼，鸡比兔多 26 只，足数共 274 只，问鸡、兔各几只？

解 1 由题意知若鸡与兔一样多，则鸡、兔足数之和即为 $274-2\times26=222$(只)，而每一对鸡、兔(即一鸡一兔)有足 $2+4=6$(只)，故知鸡兔共有：$222\div6=37$(对)，所以兔有 37 只. 综合算式为

$(274-2\times26)\div(2+4)=37$(只)，鸡有 $37+26=63$(只)；

解 2 假定兔与鸡一样多，则鸡、兔足数共有：$274+4\times26=378$(只)，而每一对鸡、兔有足 6 只，故知这时鸡、兔共有 $378\div6=63$(对)，所以鸡有 63(只)，兔有 $63-26=37$(只)；

解 3 设有鸡 x 只，则有兔 $x-26$ 只. 依题意，得

$$2x+4(x-26)=274.$$

解方程，得 $x=63$.

所以有鸡 63 只，兔 63－26＝37(只).

1533. 有甲、乙两掘土机，甲每小时比乙多掘土 60 米^3. 现甲工作了 20 时，乙工作了 18 时，共掘土 10320 米^3. 问两掘土机每小时各掘土多少立方米？

解 1　若甲每小时掘土数与乙相同，则甲工作 20 时，乙工作 18 时共掘土 10320－60×20＝9120(米^3)，而这时甲、乙两机的工作量相当于乙机工作 18＋20＝38(时)，所以乙机每小时掘土：9120÷38＝240(米^3). 综合算式为　(10320－60×20)÷(20＋18)＝240(米^3)，甲机每小时掘土 240＋60＝300(米^3)；

解 2　设甲掘土机每小时掘土 x 米^3，则乙掘土机每小时掘土$(x-60)$米^3. 依题意，得

$$20x+18(x-60)=10320.$$

解方程，得　$x=300$.

所以甲掘土机每小时掘土 300 米^3，乙掘土机每小时掘土 300－60＝240(米^3).

1534. 小红的储蓄罐中共有一元、五角、一角的硬币 100 个. 她将全部一角硬币换成等值的五角硬币，罐中的硬币数变为 48 个；接着她又将全部的五角硬币换成等值的一元硬币，这时共有一元硬币 35 个. 她罐中这三种硬币原各有多少个？

解　5 个一角币可换成 1 个 5 角币，进行这样一组交换，币数减少 5－1＝4(个)，现在共减少 100－48＝52(个)，52÷4＝13，表明小红将 13 组 5 个一角币换成了五角币，所以原有一角币 5×13＝65(个).

同理，2 个五角币可换成 1 个一元币，进行这样一组交换，币数减少 2－1＝1(个)，现在共减少 48－35＝13(个)，13÷1＝13，说明小红将 13 组 2 个五角币换成了一元币.

即换成一元币的五角币共

$$2\times13=26(\text{个}).$$

罐中原来应有五角币

$$26-13=13(\text{个}).$$

原有的一元币为

$$100-65-13=22(\text{个}).$$

1535. 小强的储蓄罐中有 100 个硬币，他把其中的贰分币全部换成等值的五分币，硬币总数成 73 个；他又把壹分币也全部换成等值的五分币，硬币总数成了 33 个. 他储蓄罐中原有的贰分币和壹分币共值多少元？

解　5 个贰分币可换成 2 个伍分币，置换中硬币数将减少 5－2＝3

(个),贰分币全部换成等值的伍分币时硬币数共减了 $100-73=27$(个),$27\div3=9$,表明有 9 个贰分币换成了伍分币,所以他原有贰分币

$$5\times9=45(\text{个}).$$

同理,5 个壹分币→1 个伍分币,减少 $5-1=4$(个)硬币,现在硬币共减少 $73-33=40$(个),$40\div4=10$,表明有 10 个 5 个壹分币换成了伍分币,所以原有壹分币

$$5\times10=50(\text{个}).$$

小强储蓄罐中原有的贰分币和壹分币共值

$$0.02\times45+0.01\times50=1.40(\text{元}).$$

1536. 一个布袋中,装有红、黄、绿三种颜色而大小相同的小球各 10 个. 红色小球上标有数字 4,黄色小球上标有数字 5,绿色小球上标有数字 6. 小军从袋中摸出 8 个小球,它们数字之和为 39,那么其中红色小球最多是几个?

解　假设摸出的 8 个小球全是绿色,那么 8 个绿色小球数字之和为 48,比实际的数字之和 39 多 9. 这是因为把实际摸得的红色和黄色小球当作绿色小球的缘故. 现在我们应把部分绿色小球置换成红色和黄色的小球,使 8 个小球数字之和是 39,也就是通过置换把多出的数 9 消除. 因为要使摸出的红色小球尽可能的多,因此尽量将绿球置换成红球. 一个绿球置换成一个红球数减少(6－4)即 2,所以 $9\div2=4\cdots\cdots1$,这表示摸出的 8 个小球数字之和如果是 39,那么其中最多有 4 个是红色小球.

同理,也可假设摸出的 8 个小球全是红色,则 8 个小球数字之和为 $4\times8=32$,比实际少 $39-32=7$. $7\div2=3\cdots\cdots1$ 表明通过将 3 个红球置换成绿球,1 个红球置换成黄球,数字之和就可比 32 增加 7 而成 39. 所以,摸出的 8 个小球数字之和如是 39,其中红色的应是

$$8-3-1=4(\text{个}).$$

1537. A、B 两地相距 8 千米,小明骑自行车从 A 地到 B 地. 开始每分行 120 米,后来改为每分行 160 米,共用了时间 1 时到达 B 地. 小明是在离 A 地多少米的地方开始改变速度的?

解　假设小明自始至终都是以每分 160 米速度行驶,则 1 时内将行 160×60 米. 比实际所行路程多$(160\times6-8000)$米,这是因为将部分每分行 120 米的速度当作每分行 160 米计算的缘故. 他以每分 120 米的速度行的时间为

$$[(160\times6-8000)\div(160-120)]\text{分}.$$

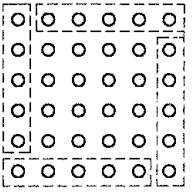
所以小明是在离 A 地

$$120\times[(160\times6-8000)\div(160-120)]=4800(\text{米})$$

处开始改变速度的.

(15) 方阵问题

1538. 棋子若干粒,恰好可排成每边 6 粒的正方形. 问棋子的总数是多少?棋子最外层有多少粒?



解 1　每边 6 粒排成正方形,即 6 粒一排,共 6 排,故棋子的总数是 $6\times6=36$(粒). 棋子最外层的粒数由右图知,应等于每边棋子粒数减去 1,乘上边数. 所以棋子最外层有$(6-1)\times4=20$(粒);

解 2　由解 1 图可知,因四角上的棋子重复计算,每边粒数$\times4$ 的积应是"一周的总粒数$+4$",即每边粒数$\times4=$一周的总粒数$+4$,由此可推知一周的总粒数$=$每边的粒数$\times4-4$. 所以棋子最外层有 $6\times4-4=20$(粒),棋子的总数是 $6\times6=36$(粒).

【注意】　此题解答中用到的基本数量关系:

一周的总粒数$=$(每边粒数$-1)\times4$;

一周的总粒数$=$每边粒数$\times4-4$.

是解这类题时常用的,并且还可据此推得:

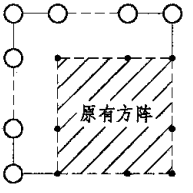
每边粒数$=$一周的总粒数$\div4+1$;

每边粒数$=$(一周的总粒数$+4)\div4$.

1539. 以棋子排成正方形,其外周为 84 粒. 问棋子之总数为多少?

解　棋子外周为 84 粒,此正方形每边的粒数,由上题【注意】中数量关系可知应为 $84\div4+1=22$(粒)[或$(84+4)\div4=22$],故棋子之总数为 $22\times22=484$(粒).

1540. 以若干粒棋子排成正方形,余 12 粒. 依下图纵横添一粒而排成正方形,则不足 17 粒. 求棋子共有多少粒?



解 1　如图所示,为已排成之方阵,新添的棋子则按○排列. 由题意知,若增加 $12+17=29$(粒)棋子,则纵、横可添一粒而排成方阵. 此时方阵每边粒数应为 $(29+1)\div2=15$(粒),此方阵棋子总数为 $15\times15=225$(粒),故知所求棋子数为 $225-17=208$(粒);

解 2　设已排成之方阵每边有 x 粒,则纵横添一粒而排成的方阵每边有$(x+1)$(粒). 依题意,得

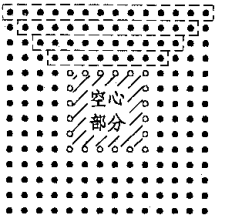
$$(x+1)^2-17=x^2+12.$$

解方程,得　$x=14$.

所以棋子共有 $14\times14+12=208$(粒).

1541. 有一队学生,排列成一个中空的方阵,最外层人数共 52 人,最内

层人数共 28 人，问这队学生有多少人？



解　由题 1538【注意】知，此中空方阵最外层每边的人数是 52÷4+1=14(人)；最内层每边人数是 28÷4+1=8(人)．而从下图可知：方阵每扩展一层，每边要增加 2 人；反之，每边要减少 2 人．故知此方阵空心部分的最外层每边有 8−2=6(人)，此空心方阵可容纳 6×6=36(人)，所以这队学员有 14×14−36=160(人)．

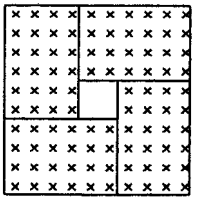
【注意】　此题解中得出的结论："方阵每扩展一层，每边就要增加 2 人；反之，每边要减少 2 人"．是解这类题时常要用的．

1542．有战士若干，排成 4 层的中空方阵，最外层每边人数是 10 人，问有战士多少人？

解 1　由上题【注意】知，因方阵最外层每边 10 人，4 层每边的人数依次为：10 人、8 人、6 人、4 人；中间空心部分为每边 2 人的方阵．故知有战士 10×10−2×2=96(人)；

解 2　因此方阵最外层每边人数是 10 人，共四层，各层的人数由题 1538【注意】知，分别为(10−1)×4=36(人)；(8−1)×4=28(人)；(6−1)×4=20(人)；(4−1)×4=12(人)，故知有战士 36+28+20+12=96(人)；

解 3　依题意可作右图：



若将图划分成相等的四部分(如图)，每一部分的人数都是(10−4)×4=24(人)，故知战士有 24×4=96(人)．

【注意】　从此题的图示可以看出：若按解 3 的方法将方阵划成四个相等的部分，则每一部分的人数=(外层每边人数−层数)×层数，由此可推知：方阵的总人数=(外层每边人数−层数)×层数×4．并可进一步推知：外层每边人数=总人数÷4÷层数+层数．

1543．解放军战士若干分成两队，可排列成甲、乙两个方阵，其中甲方阵每边人数是 8；如果两队合并，可以另排成一个空心丙方阵，丙方阵每边人数比乙方阵每边的人数多 4，甲方阵的战士正好能填满丙方阵的空心部分．问解放军战士有多少人？

解　由题 1541【注意】知，方阵每扩展一层，每边人数要增加 2 人，现丙方阵每边人数比乙方阵每边的人数多 4，故知丙方阵比乙方阵多 4÷2=2(层)．又由题意知，解放军战士要排成一个实心的丙方阵，缺甲方阵的人数，即缺 8×8=64(人)；而若只排成乙方阵则多出一个甲方阵的人数，即多 8×

8＝64(人)，故知实心的丙方阵比乙方阵多 64＋64＝128(人)．由此知，乙方阵要扩展 2 层成为实心丙方阵，需增加 128 人．又知扩展的这两层人数相差 2×4＝8(人)(因每扩展一层，每边增加 2 人)．由和差问题解法知，丙方阵最外层的人数是(128＋8)÷2＝68(人)，其每边人数由题 1538【注意】知应是 68÷4＋1＝18(人)．所以中空丙方阵的人数是 18×18－8×8＝260(人)，即解放军战士共有 260 人．

1544．有 8 层的中空方阵，最外层每边有 20 人．求此方阵的总人数．

解 1 由题 1542 解 3 后的【注意】知，此方阵总人数＝(外层每边人数－层数)×层数×4＝(20－8)×8×4＝384(人)；

解 2 由题 1541【注意】知，方阵每减少一层，每边人数就要减少 2 人，所以中空部分为每边 20－2×8＝4(人)的方阵，中空部分可容纳 4×4＝16(人)，而 8 层实心方阵的总人数为 20×20＝400(人)，故知所求方阵的总人数是 400－16＝384(人)．

1545．设计一个团体操表演队形，想排成 6 层的中空方阵，已知参加表演的有 360 人，问最外层每边应安排多少人？

解 1 由题 1542【注意】知，此中空方阵最外层每边人数＝总人数÷4÷层数＋层数＝360÷4÷6＋6＝21(人)，即最外层每边应安排 21 人；

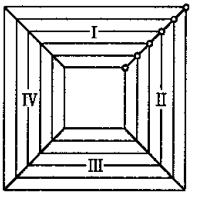
解 2 设最外层每边人数为 x，则中空部分即为每边有$(x-2\times6)$人的方阵(见题 1541【注意】：方阵每减少一层，每边要减少 2 人)．依题意，得

$$x^2-(x-2\times6)^2=360.$$

解方程，得 $x=21$.

所以最外层应安排 21 人；

解 3 根据题意可作右图：



若将图分成相等的四块(见图)，由图知Ⅰ与Ⅱ有重复部分(图中○的部分)，Ⅰ若包括重复部分应有人数 360÷4＋6＝96(人)，又由题 1541【注意】知，方阵每扩展一层，每边人数增加 2，故第一层(最外层)每边人数比第六层每边人数多 2×5＝10(人)；而且Ⅰ中(包括○部分)各层每边人数间有以下关系：第一层＋第六层＝第二层＋第五层＝第三层＋第四层．所以第一层每边人数与第六层每边人数之和为 96÷3＝32(人)．由和差问题解法知，第一层每边人数＝(32＋10)÷2＝21(人)，即最外层每边应安排 21 人．

1546．一个方阵形花坛，内种花草共 15 层，前后左右排列都对齐，最内层每边有 20 株花草，求此花坛的花草总数．

解 由题 1541【注意】知，方阵每扩展一层每边就要增加 2 株，现由最

内层起共扩展 14 层，使之成为 15 层的中空方阵. 则此方阵最外层每边有 20＋2×14＝48(株)，而此中空方阵的空心部分为每边可栽 20－2＝18(株)的方阵，所以此花坛的花草总数为 48×48－18×18＝1980(株).

1547. 原计划每边栽 24 棵树，形成一个实心的树方阵. 现要留出中间地方打一口井，如树的棵数增加 24 棵，想栽成 5 层中空方阵，问最外层需栽多少棵数？最内层呢？

解　由题意知，现共要栽树 24×24＋24＝600(棵)，由题 1542【注意】知，此中空方阵最外层每边棵数＝总棵数÷4÷层数＋层数＝600÷4÷5＋5＝35(棵)，最外层共需栽(35－1)×4＝136(棵)；最内层每边需栽 35－2×(5－1)＝27(棵)，最内层共需栽(27－1)×4＝104(棵).

1548. 有风景树若干棵，若排成三层中空方阵尚余 9 棵；若在中空部分增加一层，则缺 7 棵. 问这种树有多少棵？

解　由题意知，在中空部分增加一层共要栽树 9＋7＝16(棵). 由题 1538【注意】知，增加的这一层每边棵数＝一层的总棵数÷4＋1＝16÷4＋1＝5(棵)，又由题 1541【注意】知，方阵每扩展一层每边要增加 2 棵，所以此中空方阵最外层每边应栽树 5＋2×3＝11(棵)，故知，原排成的三层中空方阵有树 11×11－5×5＝96(棵)，这种树有 96＋9＝105(棵).

1549. 用棋子摆成方阵，恰为每边 24 粒的实心方阵，若改为 3 层的空心方阵，它的最外层每边应放多少粒？

解　由题意知，棋子共有 24×24＝576(粒)，由题 1542【注意】知，中空方阵最外层每边的粒数＝总粒数÷4÷层数＋层数＝576÷4÷3＋3＝51(粒)，即它的最外层每边应放 51 粒.

1550. 有士兵甲、乙两队各排成一个中空方阵. 甲阵有 5 层，最外层每边人数为 55 人；乙阵有 3 层，最外层每边人数为 35 人，问甲队士兵比乙队多几人？

解 1　甲方阵有 5 层，最外层每边 55 人，由题 1542【注意】知，此方阵的总人数＝(最外层每边人数－层数)×层数×4＝(55－5)×5×4＝1000(人)；乙方阵有 3 层，最外层每边有 35 人，它的总人数是(35－3)×3×4＝384(人)，故甲队士兵比乙队多 1000－384＝616(人)；

解 2　甲阵有 5 层，最外层每边人数为 55 人，由题 1541【注意】知，方阵每减少一层它每边的人数就要减少 2，所以，甲阵的最内层每边有 55－2×(5－1)＝47(人)，故甲阵的中空部分可看作一个每边 47－2＝45(人)的方阵，由此知甲阵共有 55×55－45×45＝1000(人)；同理可知乙阵的中空部分可看作一个每边 35－2×(3－1)－2＝29(人)的方阵，乙阵共有 35×35－29×29＝384(人). 所以甲队士兵比乙队多 1000－384＝616(人).

1551. 将棋子排成正方形，甲乙两童自其外周起，轮流取一周，结果甲比乙多得 24 粒，问棋子之总数如何？



解　排成正方形的棋子，自其外周取起时，取外周与取其次一周所得粒数总相差 8 或 7. 但此正方形每边棋子数为奇数时，其中心为 1 粒，其次 1 周为 8 粒，视甲、乙所取之次数不同或相等，可知其所取粒数之差为 8 的倍数加 1 或 8 的倍数加 7；此正方形每边棋子数为偶数时，其中心为 4 粒，其次 1 周为 12 粒，视甲、乙所取之次数不同或相等，可知其所取棋子数之差为 8 的倍数加 4 或 8 的倍数. 现甲比乙多得 $24=8\times3$(粒)，为 8 的倍数，故知两人所取次数相等，每人取了 3 次. 两人所取的方阵每边分别为：2 粒、6 粒、10 粒和 4 粒、8 粒、12 粒. 可知棋子是排成每边 12 粒的正方形，所以棋子总数是 $12\times12=144$(粒).

(16) 轮替问题

1552. 一件重武器需 6 人抬. 某战斗组 8 个人轮流抬着这件重武器以每小时 5 千米的速度，共行军 36 时. 问他们平均每人抬了多少千米？

解 1　每小时走 5 千米，6 人抬 36 时共行路程 $5\times36\times6=1080$(千米). 这件重武器 8 人轮流抬，平均每人抬了 $1080\div8=135$(千米). 综合算式为　$5\times36\times6\div8=135$(千米)；

解 2　6 人抬了 36 时，把每人抬的时间加起来，共抬了 $36\times6=216$(时)，而这些时间实际上是 8 人轮流抬的，平均每人抬 $216\div8=27$(时)；每小时行 5 千米，所以平均每人抬 $5\times27=135$(千米). 综合算式为

$$5\times(36\times6\div8)=135(\text{千米}).$$

【注意】“轮流抬”——抬的人要轮替，但题中有个“总数”不变：解 1 中“共行的路程”为一定值；解 2 中“抬的总时数”为一定值. 解这类题时，要善于抓住题中的“定值”.

1553. 一组学生 9 人，到距离出发地点 9 千米的某公园游玩. 有自行车 5 辆，若使每人骑自行车时间相同，车速也相同，问每人骑车与步行各应行多少千米？

解　每辆车行 9 千米，5 辆车共行 $9\times5=45$(千米)，学生 9 人骑车时间相同、车速也相同，每人骑车路程应是 $45\div9=5$(千米)，故每人步行 $9-5=4$(千米).

1554. 某边防哨所有 6 名战士，轮流派出 2 名战士站岗，从晚上 7 时到第二天清晨 5 时. 问在这段时间里，平均每人能休息多少时？

解 1　从晚上 7 时到第二天清晨 5 时，经过了 10 时，2 名战士站岗时间共为 $10\times2=20$(时). 现有 6 人轮流站岗，平均每人站岗时间为 $20\div6=3\frac{1}{3}$

(时),故知平均每人能休息 $10-3\frac{1}{3}=6\frac{2}{3}$(时);

解 2 6 名战士轮流出 2 名站岗,可将 6 人分成 2 组,每组 3 人,每组轮流派出 1 人站岗,从晚上 7 时到第二天清晨 5 时共 10 时,平均每人站岗 $10\div3=3\frac{1}{3}$(时),故知在这段时间内,平均每人可休息 $10-3\frac{1}{3}=6\frac{2}{3}$(时).

1555. 高二(甲)班有 48 名同学,送 18 桶肥料到 6 千米外的郊区生产队去,2 人抬一桶,大家轮流抬,问每人平均抬几千米路?

解 每 1 桶肥料要送 6 千米,18 桶共要抬 $6\times18=108$(千米),两人一组(抬一桶)可分成 $48\div2=24$(组),故知平均每人要抬 $108\div24=4.5$(千米).综合算式为

$$6\times18\div(48\div2)=4.5(\text{千米}).$$

(17) 工程问题

1556. 一项工程,甲工程队独做 10 天完成,乙工程队独做 15 天完成.问两队合做,几天可以完成?

解 1 把工程总量看作"1".甲队独做需 10 天完成,每天完成 $\frac{1}{10}$;乙队独做需 15 天完成,每天完成 $\frac{1}{15}$.两队合做一天就能完成 $\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{15}\right)$.用工程总量除以两队合做一天的工作量,就能求出两队合做完成这件工程需要的天数为

$$1\div\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{15}\right)=6(\text{天});$$

解 2 设两队合做,x 天可以完成.依题意,得

$$\frac{1}{10}+\frac{1}{15}=\frac{1}{x}.$$

解方程,得 $x=6$.

所以两队合做 6 天可以完成.

1557. 从甲站到乙站,客车要 8 时,货车要 12 时,两车同时从甲乙两站相对开出,求经过几时相遇?

解 把甲乙两站间的路程看作"1",则客车速度为 $\frac{1}{8}$,货车速度为 $\frac{1}{12}$,路程除以两车速度的和,就能求得两车相遇的时间为

$$1\div\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{12}\right)=4\frac{4}{5}(\text{时}).$$

1558. 抄一份稿件,甲需 10 时,乙需 12 时,丙需 15 时.问三人合抄,几时可以抄完?



解 1 把一份稿件看作“1”，则三人合抄一天完成这份稿件的 $\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{15}$. 所以所求的时间为

$$1\div\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{15}\right)=4(\text{时});$$

解 2 设三人合抄 x 时可以抄完. 依题意，得

$$\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{15}=\frac{1}{x}.$$

解方程，得 $x=4$.

所以三人合抄 4 时可以抄完.

1559. 一个蓄水池装有甲、乙、丙三根水管，单开甲管 2 时可以注满水池，单开乙管需 $3\frac{1}{3}$ 时注满水池，单开丙管需 5 时注满水池. 如果三管一齐开，求几时可以注满水池？

解 把蓄水池的容水量看作“1”. 则甲、乙、丙三管齐开 1 时可注满这池水的 $\frac{1}{2}+\frac{1}{3\frac{1}{3}}+\frac{1}{5}$，所以所求时间为

$$1\div\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3\frac{1}{3}}+\frac{1}{5}\right)=1(\text{时}).$$

1560. 某工程甲、乙合做 12 天完成，如果乙独做要 18 天完成，求甲独做要几天完成？

解 1 把某工程量看作“1”. 甲、乙合做 12 天完成，一天完成这项工程的 $\frac{1}{12}$；乙独做 18 天完成，一天完成这项工程的 $\frac{1}{18}$. 则甲独做一天可完成这项工程的 $\left(\frac{1}{12}-\frac{1}{18}\right)$. 所以甲独做所需的天数为

$$1\div\left(\frac{1}{12}-\frac{1}{18}\right)=36(\text{天});$$

解 2 设甲独做要 x 天完成. 依题意，得

$$\frac{1}{12}-\frac{1}{18}=\frac{1}{x}.$$

解方程，得 $x=36$.

所以甲独做要 36 天完成.

1561. 一件工作，甲独做 20 天完成，乙独做 30 天完成. 如果两人合做 6 天后，余下的工作由甲独做，问甲还要做几天才能完成这件工作？

解 1 甲、乙合做一天完成这件工作的$\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}\right)$，6 天完成这件工作的$\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}\right)\times 6$，余下的工作量为 $1-\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}\right)\times 6$. 甲一天完成这件工作的 $\frac{1}{20}$，所以余下的工作甲还要做

$$\left[1-\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}\right)\times 6\right]\div\frac{1}{20}=10(\text{天});$$

解 2 设甲还要做 x 天才能完成这件工作. 依题意，得

$$\frac{1-\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}\right)\times 6}{x}=\frac{1}{20}.$$

解方程，得 $x=10$.

所以甲还要做 10 天.

1562. 一件工作，甲独做 10 天完成，乙独做 12 天完成，丙独做 15 天完成. 现由甲、丙先合做 3 天，余下的工作由乙独做. 问这件工作前后共用多少天才能完成？

解 甲、丙先合做 3 天完成这件工作的$\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{15}\right)\times 3$. 余下 $1-\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{15}\right)\times 3$，由乙独做，需要$\left\{\left[1-\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{15}\right)\times 3\right]\div\frac{1}{12}\right\}$天，所以这件工作前后共用

$$\left[1-\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{15}\right)\times 3\right]\div\frac{1}{12}+3=9(\text{天}).$$

1563. 耕一块地，用一台大型拖拉机耕需 10 时，用一台小型拖拉机耕需 25 时. 现由大小拖拉机各一台合耕，几时才能耕完这块地的 $\frac{7}{10}$？

解 1 大小两台拖拉机合耕 1 时可完成这块地的$\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{25}\right)$，耕完这块地的 $\frac{7}{10}$ 需要

$$\frac{7}{10}\div\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{25}\right)=5(\text{时});$$

解 2 设 x 时耕完这块地的 $\frac{7}{10}$. 依题意，得

$$\frac{7}{10}=\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{25}\right)x.$$

解方程，得 $x=5$.



所以 5 时耕完这块地的 $\frac{7}{10}$.

1564. 甲、乙合做一件工作，4 天可以完成. 甲独做 6 天可以完成，乙独做 3 天可以完成这件工作的百分之几？

解 $\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)\times 3=\frac{1}{4}=25\%$.

1565. 一列快车从甲城开往乙城需 4 时，一列慢车从乙城开往甲城需 5 时. 如果慢车先行 $1\frac{1}{4}$ 时，快车才出发. 问相遇时，慢车行了几小时？

解 慢车先行 $1\frac{1}{4}$ 时，行了甲、乙两城距离的 $\frac{1}{5}\times 1\frac{1}{4}$，余下的距离为 $1-\frac{1}{5}\times 1\frac{1}{4}$. 两车相向而行尚需 $\left(1-\frac{1}{5}\times 1\frac{1}{4}\right)\div\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{4}\right)=1\frac{2}{3}$(时)相遇，所以相遇时慢车行了 $1\frac{2}{3}+1\frac{1}{4}=2\frac{11}{12}$(时). 综合算式为

$$\left(1-\frac{1}{5}\times 1\frac{1}{4}\right)\div\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{4}\right)+1\frac{1}{4}=2\frac{11}{12}(\text{时}).$$

1566. 加工一批零件，甲、乙、丙三人一同加工，4 天可以完成. 如果单独生产，甲要 10 天，乙要 8 天，丙要几天？

解 丙一天可完成这批零件的 $\frac{1}{4}-\frac{1}{10}-\frac{1}{8}$，所以丙单独生产要

$$1\div\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{10}-\frac{1}{8}\right)=40(\text{天}).$$

1567. 一个水池有甲、乙、丙三根水管，单开甲管 3 时可以把水池注满，单开乙管 2 时可以把水池注满，单开丙管 6 时可以把满池水放完. 如果同时打开三管，几小时可以把水池注满？

解 三管齐开，1 时的注水量为 $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}$. 所以三管齐开注满水池的时间为

$$1\div\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)=1\frac{1}{2}(\text{时}).$$

1568. 往粮库运一批粮食. 如果用一辆汽车要运 4 次，用一辆大车要运 20 次. 现用一辆汽车和 5 辆大车一起运，求几次可以运完？

解 一辆汽车每次可运这批粮食的 $\frac{1}{4}$，一辆大车每次可运这批粮食的 $\frac{1}{20}$，5 辆大车每次可运这批粮食的 $\frac{1}{20}\times 5=\frac{1}{4}$. 一辆汽车和 5 辆大车一起运每次可运这批粮食的 $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$. 所以一辆汽车和 5 辆大车一起运需 1

$\div\frac{1}{2}=2$(次)运完. 综合算式为

$$1\div\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{20}\times5\right)=2(\text{次}).$$

1569. 运输一堆石子,一辆汽车 12 次可以运完,一辆大车 30 次可以运完,现由一辆汽车运 4 次后,其余的用 2 辆大车运. 问还要几次才能运完?

解　一辆汽车运 4 次后,这堆石子还余下 $1-\frac{1}{12}\times4=\frac{2}{3}$, 2 辆大车一次可运这堆石子的 $\frac{1}{30}\times2=\frac{1}{15}$. 所以,其余的用 2 辆大车运还要运 $\frac{2}{3}\div\frac{1}{15}=10$(次). 综合算式为

$$\left(1-\frac{1}{12}\times4\right)\div\left(\frac{1}{30}\times2\right)=10(\text{次}).$$

1570. 一项工程,甲先单独做了 3 天,正好完成全工程的 $\frac{1}{2}$,这时乙和甲一起做,又经过 2 天完成全工程. 问甲、乙两人单独做完这项工程各需要几天?

解　甲单独做完成这项工程需 $3\div\frac{1}{2}=6$(天),甲、乙一起工作用 2 天时间完成了全工程的 $\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$,则每天完成全工程的 $\frac{1}{2}\div2=\frac{1}{4}$,甲每天完成 $\frac{1}{6}$,所以乙每天完成 $\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$,乙单独做完这项工程需要

$$1\div\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)\div2-\frac{1}{6}\right]=12(\text{天})\text{或}\ 1\div\left\{\left[1-\frac{1}{6}\times(3+2)\right]\div2\right\}=12(\text{天}).$$

1571. 甲、乙两列火车同时从两站相向开出,经过 20 时相遇. 相遇后甲车继续开,到站还需 30 时,问相遇后乙车继续开,到站还需几小时?

解　甲、乙两车每小时一共行完全程的 $\frac{1}{20}$,甲车每小时行完全程的 $\frac{1}{20+30}=\frac{1}{50}$;则乙车每小时行完全程的 $\frac{1}{20}-\frac{1}{50}=\frac{3}{100}$,乙车行完全程需 $1\div\frac{3}{100}=33\frac{1}{3}$(时),这样两车相遇后乙车继续开,到站还需

$$1\div\left(\frac{1}{20}-\frac{1}{20+30}\right)-20=13\frac{1}{3}(\text{时}).$$

1572. 甲、乙两个建筑队合建一所工人宿舍, 60 天可以完成. 两队合作 24 天后,余下的由乙队独建,还需 48 天. 问甲、乙两队独建各需几天?



解 甲、乙两队合建 24 天可以完成全工程的 $\frac{1}{60}\times 24=\frac{2}{5}$. 这样，还余下全工程的 $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$，因此，乙队每天能完成全工程的 $\frac{3}{5}\div 48=\frac{1}{80}$，所以乙队独建需 $1\div\left[\left(1-\frac{1}{60}\times 24\right)\div 48\right]=80$(天)；甲队独建需 $1\div\left(\frac{1}{60}-\frac{1}{80}\right)=240$(天).

1573. 水池有两个进水管. 用甲管注水需 12 时注满，用乙管注水需 20 时注满，现两管同时开放 $2\frac{1}{2}$时，池内有水 125 米^3，求水池容积.

解 1 甲、乙两管齐开 1 时注入的水占水池容积的 $\frac{1}{12}+\frac{1}{20}=\frac{2}{15}$. 齐开 $2\frac{1}{2}$ 时注入的水占水池容积的 $\frac{2}{15}\times 2\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$. 所以水池容积为 $125\div\left[\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{20}\right)\times 2\frac{1}{2}\right]=375$(米^3)；

解 2 设水池容积为 x 米^3. 依题意，得

$$\left(\frac{x}{12}+\frac{x}{20}\right)\times 2\frac{1}{2}=125.$$

解方程，得 $x=375$. 所以水池容积是 375 米^3.

1574. 师徒两人加工一批零件，师傅独做需要 20 时，徒弟独做需要 30 时. 问两人合作需要几小时完成？完成任务时，师傅比徒弟多做 96 个，这批零件有多少个？

解 师徒两人合作完成这批零件需

$$1\div\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}\right)=12(\text{时}).$$

两人合作完成任务时，师傅完成这批零件的 $\frac{12}{20}$，徒弟完成这批零件的 $\frac{12}{30}$. 师傅比徒弟要多完成这批零件的 $\frac{12}{20}-\frac{12}{30}=\frac{1}{5}$. 所以这批零件的总数为

$$96\div\left[\left(\frac{1}{20}-\frac{1}{30}\right)\times 12\right]=480(\text{个}).$$

1575. 一件工程，甲队独做 5 天完成全工程的 $\frac{1}{4}$；乙队独做 20 天，还剩全工程 $\frac{1}{3}$ 没有完成. 现由甲、乙两队先合做 9 天，然后由甲队独做. 问甲队还要做多少天？

解 甲队每天可完成工程的 $\frac{1}{4}\div 5=\frac{1}{20}$，乙队每天可完成工程的

$\left(1-\frac{1}{3}\right)\div 20=\frac{1}{30}$，两队合做 9 天后余下的工作量是 $1-\frac{9}{20}-\frac{9}{30}=\frac{1}{4}$，所以甲队单独完成余下的工作量还要 $\frac{1}{4}\div\frac{1}{20}=5$(天). 综合算式为

$$\left\{1-\left[\frac{1}{4}\div 5+\left(1-\frac{1}{3}\right)\div 20\right]\times 9\right\}\div\left(\frac{1}{4}\div 5\right)=5(\text{天}).$$

1576. 甲、乙两工程队合作一件工程需 60 天完成，已知甲队的工作效率比乙队的工作效率高 50%. 问两队单独完成这件工程各需多少天？

解 1 甲、乙两队效率之和是 $\frac{1}{60}$，如把乙队的工作效率看作“1”，那么甲队的工作效率应是(1+50%). 由此得乙队的工作效率是 $\frac{1}{60}\div(1+50\%+1)=\frac{1}{150}$，甲队的工作效率是 $\frac{1}{150}\times(1+50\%)=\frac{1}{100}$，所以乙队单独完成这件工程需要 $1\div\frac{1}{150}=150$(天)，甲队单独完成这件工程需要 $1\div\frac{1}{100}=100$(天). 综合算式为

$$1\div\left[\frac{1}{60}\div(1+50\%+1)\right]=150(\text{天})\cdots\cdots\text{乙队},$$

$$1\div\left[\frac{1}{60}\div(1+50\%+1)\times(1+50\%)\right]=100(\text{天})\cdots\cdots\text{甲队};$$

解 2 设甲队单独完成这件工程需 x 天. 由于工作量一定，工作效率和工作时间成反比. 得乙队单独完成这件工程需(1+50%)x 天. 依题意，得

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{(1+50\%)x}=\frac{1}{60}.$$

解方程，得 $x=100$，$(1+50\%)x=1.5\times 100=150$. 所以甲队单独完成这件工程需 100 天，乙队单独完成这件工程需 150 天.

1577. 一件工程，甲、乙合作要 6 天完成，乙、丙合作要 12 天完成，甲、丙合作要 8 天完成. 问三人合作这件工程几天可以完成？

解 甲、乙、丙三人合作，2 天可完成这件工程的 $\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$，一天可完成这件工程的 $\frac{3}{8}\div 2=\frac{3}{16}$. 所以甲、乙、丙三人合作完成这件工程需 $1\div\frac{3}{16}=5\frac{1}{3}$(天). 综合算式为

$$1\div\left[\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{8}\right)\div 2\right]=5\frac{1}{3}(\text{天}).$$

1578. 一件工程，甲、乙两人合作 8 天完成；甲、丙两人合作 $10\frac{2}{3}$ 天完

成；乙、丙两人合作 $9\frac{3}{5}$ 天完成. 问如果由甲一人单独工作，需多少天才能完成？



解 甲、乙、丙三人合作，一天完成这件工作的 $\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{10\frac{2}{3}}+\frac{1}{9\frac{3}{5}}\right)\div 2=\frac{31}{192}$，甲单独工作一天完成这件工作的 $\frac{31}{192}-\frac{1}{9\frac{3}{5}}=\frac{11}{192}$，所以甲单独完成这项工作需要 $1\div\frac{11}{192}=17\frac{5}{11}$（天）. 综合算式为

$$1\div\left[\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{10\frac{2}{3}}+\frac{1}{9\frac{3}{5}}\right)\div 2-\frac{1}{9\frac{3}{5}}\right]=17\frac{5}{11}(\text{天}).$$

1579. 一件工作，甲、乙合作要 $8\frac{8}{9}$ 天完成. 如果这件工作先由甲、乙合做 8 天，然后再由乙单独做，那么整件工作共需 10 天完成. 问甲、乙两人单独做各要几天能完成这件工作？

解 甲、乙合作一天可完成这件工作的 $1\div 8\frac{8}{9}=\frac{9}{80}$. 两人合做 8 天，共完成这件工作的 $\frac{9}{80}\times 8=\frac{9}{10}$. 余下 $1-\frac{9}{10}=\frac{1}{10}$，还要由乙独做 $10-8=2$（天）完成. 那么乙每天可完成这件工作的 $\frac{1}{10}\div 2=\frac{1}{20}$. 所以乙单独做完这件工作需 $1\div\frac{1}{20}=20$（天），甲单独做完这件工作需 $1\div\left(\frac{9}{80}-\frac{1}{20}\right)=16$（天）. 综合算式为

$$1\div\left[\left(1-\frac{1}{8\frac{8}{9}}\times 8\right)\div(10-8)\right]=20(\text{天})\cdots\cdots\text{乙},$$

$$1\div\left(\frac{1}{8\frac{8}{9}}-\frac{1}{20}\right)=16(\text{天})\cdots\cdots\text{甲}.$$

1580. 一件工作，甲独做 12 时完成，乙独做 4 时完成. 现在这件工作先由甲独做，再由乙独做，前后共花了 6 时完成，问甲做了几小时？

解 1 如果由乙独做 6 小时，可以完成这件工作的 $\frac{1}{4}\times 6=\frac{3}{2}$，超额完成这件工作的 $\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}$. 所以会超过 $\frac{1}{2}$，是由于 6 时中有若干小时由甲

独做. 反过来，甲独做 1 时，比乙少做这件工作的 $\frac{1}{4}-\frac{1}{12}=\frac{1}{6}$. 故知甲独做 $\frac{1}{2}\div\frac{1}{6}=3$(时). 综合算式为

$$\left(\frac{1}{4}\times 6-1\right)\div\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{12}\right)=3(\text{时});$$

解 2 设甲做了 x 时，则乙做了$(6-x)$时. 依题意，得

$$\frac{x}{12}+\frac{6-x}{4}=1.$$

解方程，得 $x=3$.

所以甲做了 3 时.

1581. 某工程，甲独做 20 天完成，乙独做 30 天完成. 现在这项工程先由甲独做一段时间，然后移交给乙独做. 乙比甲多做 10 天然后完成. 问甲工作了几天？

解 1 乙 10 天完成这项工程的 $\frac{1}{30}\times 10=\frac{1}{3}$. 余下的 $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ 甲乙两人合做了同样的天数. 由此可知甲工作的天数为

$$\left(1-\frac{1}{30}\times 10\right)\div\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}\right)=8(\text{天});$$

解 2 设甲工作了 x 天，则乙工作了$(x+10)$天，依题意，得

$$\frac{x}{20}+\frac{x+10}{30}=1.$$

解方程，得 $x=8$.

所以甲工作了 8 天.

1582. 一件工作，甲做 15 天完成，乙做 $18\frac{3}{4}$ 天完成. 现在这件工作先由甲独做，几天后乙来协助，两人合做 $6\frac{2}{3}$ 天工作全部完成. 问甲独做了多少天？

解 1 甲每天完成这件工作的 $\frac{1}{15}$，乙每天完成这件工作的 $\frac{1}{18\frac{3}{4}}=\frac{4}{75}$. 两人合作 $6\frac{2}{3}$ 天，完成这件工作的 $\left(\frac{1}{15}+\frac{4}{75}\right)\times 6\frac{2}{3}=\frac{4}{5}$，因而甲一人做了这件工作的 $1-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$，用了 $\frac{1}{5}\div\frac{1}{15}=3$(天). 综合算式为

$$\left[1-\left(\frac{1}{15}+\frac{1}{18\frac{3}{4}}\right)\times 6\frac{2}{3}\right]\div\frac{1}{15}=3(\text{天});$$



解 2 设甲独做 x 天. 依题意,得

$$\frac{x+6\frac{2}{3}}{15}+\frac{6\frac{2}{3}}{18\frac{3}{4}}=1.$$

解方程,得 $x=3$.

所以甲独做 3 天.

1583. 有一批零件,甲独做要 20 时完成,乙独做要 30 时完成. 今由甲、乙两人合作,中途甲因有事请假 5 时,问这批零件需要多少时才能完成?

解 1 甲每小时完成这批零件的 $\frac{1}{20}$,乙每小时完成这批零件的 $\frac{1}{30}$. 如果甲中途不请假 5 时,则所需时间可完成这批零件的 $1+\frac{5}{20}=1\frac{1}{4}$. 所以完成这批零件所需时间为

$$\left(1+\frac{5}{20}\right)\div\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}\right)=15(\text{时});$$

解 2 甲中途休假 5 时,所以甲、乙两人合作完成了这批零件的 $1-\frac{5}{30}=\frac{5}{6}$,则甲、乙合作的时间为 $\frac{5}{6}\div\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}\right)=10$(时),完成这批零件共需时间为 $10+5=15$(时). 综合算式为

$$\left(1-\frac{5}{30}\right)\div\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}\right)+5=15(\text{时});$$

解 3 设这批零件需 x 时完成. 依题意,得

$$\frac{x-5}{20}+\frac{x}{30}=1.$$

解方程,得 $x=15$.

所以这批零件需 15 时完成.

1584. 一件工程甲独做 20 天完成,乙独做 30 天完成. 现在两人合做,其间甲休息一天,乙休息 2 天,问完成这项工程共要几天?

解 1 如果甲、乙两人中途都不休息,则所需时间可完成这项工程的 $\left(1+\frac{1}{20}+\frac{2}{30}\right)$,所以完成这项工程需要天数为 $\left(1+\frac{1}{20}+\frac{2}{30}\right)\div\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}\right)=13\frac{2}{5}$(天);

解 2 设完成这项工程需要 x 天. 依题意,得

$$\frac{x-1}{20}+\frac{x-2}{30}=1.$$

解方程，得　$x=13\frac{2}{5}$.

所以完成这项工程需 $13\frac{2}{5}$ 天.

1585. 一项工程，甲独做 50 天完成，乙独做 75 天完成. 现由甲、乙两人合做，但中途乙离开了几天，因此用了 40 天完成工程任务. 求乙中途离开了几天？

解 1　40 天工程完成时，甲完成全工程的 $\frac{1}{50}\times 40=\frac{4}{5}$，乙完成全工程的 $1-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$. 乙实际工作了 $\frac{1}{5}\div\frac{1}{75}=15$(天)，所以乙中途离开的天数

$$40-\left(1-\frac{1}{50}\times 40\right)\div\frac{1}{75}=25(\text{天});$$

解 2　设乙中途离开了 x 天. 依题意，得

$$\frac{40}{50}+\frac{40-x}{75}=1.$$

解方程，得　$x=25$.

所以乙中途离开了 25 天.

1586. 完成一件工作，甲独做要 10 天，乙独做要 15 天，丙独做要 20 天. 现由三人合做，中间甲因病休息了几天，结果 6 天才告完成. 问甲休息了几天？

解 1　经过 6 天工作完成时，乙、丙完成了这件工作的 $\frac{6}{15}+\frac{6}{20}=\frac{7}{10}$，则甲实际完成了该工作的 $1-\frac{7}{10}=\frac{3}{10}$，甲工作了 $\frac{3}{10}\div\frac{1}{10}=3$(天). 所以甲休息的天数为 $6-\left(1-\frac{6}{20}-\frac{6}{15}\right)\div\frac{1}{10}=3$(天)；

解 2　设甲休息 x 天. 依题意，得

$$\frac{6-x}{10}+\frac{6}{15}+\frac{6}{20}=1.$$

解方程，得　$x=3$.

所以甲休息了 3 天.

1587. 一项工程，甲独做 30 天完成，乙独做 20 天完成. 现在由甲、乙合做 18 天就完工了. 这段时间里乙休息了 4 天，那么甲休息了几天？

解 1　如果 18 天内，甲、乙都不休息，那么可完成该项工程的 $\left(\frac{1}{30}+\frac{1}{20}\right)\times 18=\frac{3}{2}$. 则这项工程的 $\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}$ 就相当于乙休息 4 天和甲休息若干天

期间应做工作的和. 乙 4 天可做全工程的 $\frac{1}{20}\times 4=\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}-\frac{1}{5}=\frac{3}{10}$ 就相当于甲在若干天休息期间应做的工作. 所以甲休息的天数为 $\left[\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}\right)\times 18-1-\frac{1}{20}\times 4\right]\div\frac{1}{30}=9$(天);



解 2　设甲休息 x 天. 依题意,得

$$1-\left(\frac{4}{20}+\frac{x}{30}\right)=\frac{18}{20}+\frac{18}{30}-1.$$

解方程,得　$x=9$.

所以甲休息了 9 天.

1588. 一件工程,甲组独做 8 天完成,乙组独做 12 天完成. 现由甲组工人的 $\frac{1}{3}$ 和乙组工人的 $\frac{3}{4}$ 共同合做,求几天可完成这项工程?

解　甲组一天做全工程的 $\frac{1}{8}$, 甲组工人的 $\frac{1}{3}$ 一天做全工程的 $\left(\frac{1}{8}\times\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{24}$;乙组一天做全工程的 $\frac{1}{12}$,乙组工人的 $\frac{3}{4}$ 一天做全工程的 $\frac{1}{12}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{16}$,所以甲组工人的 $\frac{1}{3}$ 和乙组工人的 $\frac{3}{4}$ 共同合做完成这项工程需要

$$1\div\left(\frac{1}{8}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{12}\times\frac{3}{4}\right)=9\frac{3}{5}\text{(天)}.$$

1589. 收割一批水稻,两个作业组共同收割 7 时可以完成. 但实际上共同收割 5 时后,第一组以及第二组的 $\frac{1}{5}$ 人员调做其他工作,留下的第二组人员继续收割,又经过 6 时全部割完. 求两组单独收割这批水稻各需多少时.

解　两组共同收割 5 时,还剩这块地的 $1-\frac{1}{7}\times 5=\frac{2}{7}$ 没有收割,由第二组留下的人员收割 6 时完成,每小时收割这批水稻的 $\frac{2}{7}\div 6=\frac{1}{21}$,这是第二组留下人员的工作效率,那么第二组全组人员的工作效率是 $\frac{1}{21}\div\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{5}{84}$,所以第二组单独收割需要

$$1\div\left[\left(1-\frac{1}{7}\times 5\right)\div 6\div\left(1-\frac{1}{5}\right)\right]=16\frac{4}{5}\text{(时)};$$

第一组单独收割需要

$$1\div\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{16\frac{4}{5}}\right)=12(\text{时}).$$

1590. 一件工程，甲、乙两人 6 天完成全工程的 $\frac{1}{3}$ 后，由乙、丙完成余下工程的 $\frac{1}{4}$；最后由甲、乙、丙三人合做 5 天完成整个工程. 问如果该工程由丙独做需多少天可以完成？

解　甲、乙、丙三人合做 5 天完成了这件工程的 $1-\frac{1}{3}-\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$. 三人一天可完成全工程的 $\frac{1}{2}\div5=\frac{1}{10}$. 甲、乙两人一天完成全工程的 $\frac{1}{3}\div6=\frac{1}{18}$. 那么，丙一天完成全工程的 $\frac{1}{10}-\frac{1}{18}=\frac{4}{90}$. 由此，可知丙独做完成全工程需 $1\div\frac{4}{90}=22.5$(天). 综合算式为

$$1\div\left[\frac{1-\frac{1}{3}-\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{4}}{5}-\frac{1}{3}\div6\right]=22.5(\text{天}).$$

1591. 一件工程，由甲、乙、丙三人分段去完成. 甲先做 4 时，完成 $\frac{2}{3}$；乙继续做 1 时，完成余下的 $\frac{3}{4}$；丙再做 20 分完成全工程. 如一开始就由三人合做，几小时可完成？

解　甲 4 时完成全工程的 $\frac{2}{3}$，每小时可完成全工程的 $\frac{2}{3}\div4=\frac{1}{6}$；乙 1 时做余下的 $\frac{3}{4}$，占全工程的 $\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$；丙 20 分做全工程的 $\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{12}$，则丙 1 时可完成全工程的 $\frac{1}{12}\div\frac{20}{60}=\frac{1}{4}$. 三人合做 1 时可完成全工程的 $\frac{1}{6}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{3}$. 所以一开始就由三人合做，需要

$$1\div\left[\frac{2}{3}\div4+\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{3}{4}+\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(1-\frac{3}{4}\right)\div\frac{20}{60}\right]=1\frac{1}{2}(\text{时}).$$

1592. 某工程，甲队做 30 天可完成 $\frac{1}{5}$，乙队做 40 天可完成 $\frac{1}{3}$. 现在这件工程由甲乙两队合做，65 天后乙队撤走，甲队留下施工力量的 $\frac{1}{5}$ 进行收尾. 问这件工程前后将花多少时间才能完成？(保留整天数)



解 甲、乙两队合做 65 天可完成这项工程的 $\left(\frac{1}{5}\div30+\frac{1}{3}\div40\right)\times65=\frac{195}{200}$，那么需要收尾的工作量是 $1-\frac{195}{200}=\frac{1}{40}$，甲队留下的施工力量每天的工作效率是 $\frac{1}{5}\div30\times\frac{1}{5}=\frac{1}{750}$，收尾工作尚需 $\frac{1}{40}\div\frac{1}{750}=18\frac{3}{4}$（天），所以这件工程前后将花的时间为

$$65+\left[1-\left(\frac{1}{5}\div30+\frac{1}{3}\div40\right)\times65\right]\div\left(\frac{1}{5}\div30\times\frac{1}{5}\right)$$

$$=83\frac{3}{4}\approx84(\text{天}).$$

1593. 挖一条水渠，甲、乙两队合挖 20 天可以完成. 现由甲、乙两队合挖 8 天后，余下的由甲队单独挖，还要 36 天才能完成. 如果余下的改由乙队单独挖，还要几天才能完成？

解 甲队的工作效率是 $\left(1-\frac{1}{20}\times8\right)\div36=\frac{1}{60}$，乙队的工作效率是 $\frac{1}{20}-\frac{1}{60}=\frac{1}{30}$. 所以乙队单独挖余下的水渠需要

$$\left(1-\frac{1}{20}\times8\right)\div\left[\frac{1}{20}-\left(1-\frac{1}{20}\times8\right)\div36\right]=18(\text{天}).$$

1594. 有一件工作，丙独做 10 时完成；乙、丙合做 4 时完成. 甲在 2 时内完成的工作量，乙需要 3 时才能完成. 现在这件工作由丙独做，他从清晨 5 时开工必须在中午 12 时完工. 甲、乙两人应帮助丙工作多少时间，才能使他准时完成任务？

解 丙 1 时做这件工作的 $\frac{1}{10}$，乙、丙两人合做 1 时完成这件工作的 $\frac{1}{4}$，因此，乙 1 时做这件工作的 $\frac{1}{4}-\frac{1}{10}=\frac{3}{20}$. 丙一人从清晨 5 时至中午 12 时工作 7 时，只能完成这件工作的 $\frac{1}{10}\times7=\frac{7}{10}$，余下的 $1-\frac{7}{10}=\frac{3}{10}$ 须由甲、乙协助完成. 甲 1 时做这件工作的 $\frac{3}{20}\times\frac{3}{2}=\frac{9}{40}$，甲、乙两人 1 时做这件工作的 $\frac{9}{40}+\frac{3}{20}=\frac{3}{8}$，所以甲、乙两人应帮助丙工作 $\frac{3}{10}\div\frac{3}{8}=\frac{4}{5}$（时）. 综合算式为

$$\left[1-\frac{1}{10}\times(12-5)\right]\div\left[\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{10}\right)\times\left(1+\frac{3}{2}\right)\right]=\frac{4}{5}(\text{时}).$$

1595. 一项工作，甲、乙、丙三人合做 60 天可完成. 现在，先由三人合做

10 天后，甲退出；再由乙、丙合做 20 天后，乙又退出；余下的工作由丙独做，工作效率比过去提高 $\frac{1}{3}$，做了 96 天，工作全部结束. 如果整个工作由丙独做要 222 天可完成. 问如果由乙独做需多少天才能完成？

解 甲、乙、丙三人合做，一天完成全部工作的 $\frac{1}{60}$，10 天完成全部工作的 $\frac{1}{60}\times 10=\frac{1}{6}$，余下全部工作的 $1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$. 丙一天做全部工作的 $\frac{1}{222}$. 甲退出后，丙一直工作到结束，做了全部工作的 $\frac{1}{222}\times\left[20+96\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\right]=\frac{2}{3}$. 那么乙在 20 天中完成了全部工作的 $\frac{5}{6}-\frac{2}{3}=\frac{1}{6}$. 所以这项工作如果由乙独做需 $20\div\frac{1}{6}=120$(天). 综合算式为

$$20\div\left\{1-\frac{1}{60}\times 10-\frac{1}{222}\times\left[20+96\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\right]\right\}=120(\text{天}).$$

1596. 一件工作，甲每天工作 8 时，15 天可以完成；乙每天工作 10 时，4 天可以完成. 现由甲、乙两人合做，每天工作 6 时. 问几天可以完成？

解 1 甲每小时完成这件工作的 $\frac{1}{8\times 15}=\frac{1}{120}$，乙每小时完成这件工作的 $\frac{1}{10\times 4}=\frac{1}{40}$. 两人合做一天，每天工作 6 时可完成这件工作的 $\left(\frac{1}{120}+\frac{1}{40}\right)\times 6=\frac{1}{5}$. 所以甲、乙两人合做需 $1\div\frac{1}{5}=5$(天)完成任务. 综合算式为

$$1\div\left[\left(\frac{1}{8\times 15}+\frac{1}{10\times 4}\right)\times 6\right]=5(\text{天});$$

解 2 设甲、乙两人合做 x 天可以完成. 依题意，得

$$\frac{6x}{8\times 15}+\frac{6x}{10\times 4}=1.$$

解方程，得 $x=5$.

所以甲、乙两人合作 5 天完成任务.

1597. 甲、乙、丙三个工人合做一件工作，16 天完成，共得工资 120 元. 这件工作如由甲独做 40 天可完成；如由乙独做 48 天可完成. 现在工资是按劳动力分配，问三人各应得多少元？

解 甲 16 天完成该工作的 $\frac{1}{40}\times 16=\frac{2}{5}$；乙 16 天完成该工作的 $\frac{1}{48}\times 16=\frac{1}{3}$；丙 16 天完成该工作的 $1-\frac{2}{5}-\frac{1}{3}=\frac{4}{15}$. 这样甲应得工资为 120

$\times\frac{2}{5}=48$(元),乙应得工资为 $120\times\frac{1}{3}=40$(元),丙应得工资为 $120\times\frac{4}{15}=32$(元). 综合算式为

$$120\times\left(\frac{1}{40}\times16\right)=48(\text{元})\cdots\cdots\text{甲};$$

$$120\times\left(\frac{1}{48}\times16\right)=40(\text{元})\cdots\cdots\text{乙};$$

$$120\times\left(1-\frac{1}{40}\times16-\frac{1}{48}\times16\right)=32(\text{元})$$

或 $120-48-40=32$(元)……丙.

1598. 某工程队负责修建一项工程,24 天完成了工程的 $\frac{1}{2}$. 后来增加了 16 名工人,用 16 天完成了余下的工程. 问这个工程队原来有工人多少名?

解 1　因为后期工程量与前期工程量相等,所以 16 人在 16 天内做的工作等于工程队原有工人在 $24-16=8$(天)内所做的工作.

设一人一天的工作量是"1",那么 16 人 16 天的工作量是 $16\times16=256$,而一个人 8 天的工作量是 8,所以工程队原有工人人数为 $16\times16\div8=32$(人);

解 2　设工程量为"1",那么,工程队原有工人一天完成全工程的 $\frac{1}{2}\div24=\frac{1}{48}$,增加 16 名工人后一天完成全工程的 $\frac{1}{2}\div16=\frac{1}{32}$,16 人一天完成工程的 $\frac{1}{32}-\frac{1}{48}=\frac{1}{96}$;那么一人一天可以完成工程的 $\frac{1}{96}\div16=\frac{1}{1536}$,所以工程队原有工人 $\frac{1}{48}\div\left(\frac{1}{96}\div16\right)=32$(人). 综合算式为

$$\frac{1}{2}\div24\div\left[\left(\frac{1}{2}\div16-\frac{1}{2}\div24\right)\div16\right]=32(\text{人}).$$

1599. 一项工程由 48 人做,28 天可以完工. 现在由这 48 人先做 6 天,然后增加 7 人再做 8 天. 如果这项工程前后仍用 28 天完工,问应该比原来减少几人?

解　48 人做 6 天完成工程的 $\frac{1}{28}\times6=\frac{3}{14}$,每人每天要完成工程的 $\frac{1}{28}\div48=\frac{1}{1344}$,增加 7 人现有 $48+7=55$(人),55 人 8 天要完成工程的 $\frac{1}{1344}\times55\times8=\frac{55}{168}$,余下工程的 $1-\frac{3}{14}-\frac{55}{168}=\frac{11}{24}$ 没完成. 如工程仍用 28 天完

工，还需工作 $28-6-8=14$(天). 每天应该完成工程的 $\frac{11}{24}\div 14=\frac{11}{336}$. 按这样的进度，每天需要工作人数是 $\frac{11}{336}\div\frac{1}{1344}=44$(人). 所以应该比原来减少 $48-44=4$(人). 综合算式为

$$48-\left\{1-\left[\frac{1}{28}\times 6+\frac{1}{28}\div 48\times(48+7)\times 8\right]\right\}\div(28-6-8)\div\left(\frac{1}{28}\div 48\right)=4(\text{人}).$$

1600. 一件工作，甲做 4 天完成，乙做 5 天完成，丙做 6 天完成. 现在从甲开始，三人按日轮流做，问这件工作共要几天才能完成？

解　甲、乙、丙三人各轮一天，可以完成这件工作的 $\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}=\frac{37}{60}$，接着又轮到甲做一天，这件工作还余下 $1-\frac{37}{60}-\frac{1}{4}=\frac{2}{15}$. 因为 $\frac{2}{15}<\frac{1}{5}$，所以余下的工作乙还要做 $\frac{2}{15}\div\frac{1}{5}=\frac{2}{3}$(天). 所以这件工作从甲开始，三人按日轮流做需

$$3+1+\left(1-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}-\frac{1}{6}-\frac{1}{4}\right)\div\frac{1}{5}=4\frac{2}{3}(\text{天}).$$

1601. 一件工作，乙独做所需天数是甲、丙合做所需天数的 2 倍. 丙独做所需天数是甲、乙合做所需天数的 3 倍. 如三人合做，则 5 天可以完成. 问三人独做各需多少天完成？

解　三人合做一天可完成这件工作的 $\frac{1}{5}$. 其中乙做的是甲、丙两人所做的 $\frac{1}{2}$，乙一天可完成这件工作的 $\frac{1}{5}\div\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{15}$. 因此，乙独做这件工作需要 $1\div\frac{1}{15}=15$(天). 同理，丙独做需要 $1\div\left[\frac{1}{5}\div\left(1+\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{3}\right]=20$(天). 甲独做所需天数为 $1\div\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{15}-\frac{1}{20}\right)=12$(天).

1602. 加工一批手套，甲组单独做要 6 天完成，乙组单独做要 5 天完成. 两组合做 2 天后，还差 440 副没有完成. 问加工的这批手套是多少副？

解 1　甲、乙两组合做 2 天完成这批手套的 $\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{5}\right)\times 2=\frac{11}{15}$. 还剩 $1-\frac{11}{15}=\frac{4}{15}$ 没有完成，即 440 副. 所以加工的这批手套为 $440\div\left(1-\frac{2}{6}-\frac{2}{5}\right)=1650$(副)；

解 2　设这批手套共 x 副. 依题意，得

$$\left(\frac{x}{6}+\frac{x}{5}\right)\times 2+440=x.$$



解方程，得 $x=1650$.

所以这批手套有 1650 副.

1603. 甲、乙、丙三人合做一件工作 5 天完成. 其中甲完成的是乙的 $\frac{1}{2}$，乙完成的是丙的 $\frac{1}{2}$. 如果甲一人做 2 天后，乙、丙两人合做余下的工作，问还需几天完成？

解　甲、乙、丙三人合做一天可完成这件工作的 $\frac{1}{5}$. 甲、乙、丙三人工作效率之比是 1∶2∶4. 因此甲每天能完成这件工作的 $\frac{1}{5}\times\frac{1}{7}=\frac{1}{35}$，甲做 2 天后还剩这件工作的 $1-\frac{2}{35}=\frac{33}{35}$. 由乙、丙合做每天能完成这件工作的 $\frac{1}{5}-\frac{1}{35}=\frac{6}{35}$，所以乙、丙合做余下的工作，还需 $\frac{33}{35}\div\frac{6}{35}=5\frac{1}{2}$（天）. 综合算式为

$$\left[1-\left(\frac{1}{5}\times\frac{1}{1+2+4}\right)\times 2\right]\div\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{5}\times\frac{1}{1+2+4}\right)=5\frac{1}{2}(\text{天}).$$

1604. 有甲、乙、丙三工程队，甲队 5 天的工作量相当于乙队 7 天的工作量；乙队 8 天的工作量相当于丙队 7 天的工作量. 如果甲队需 31 天完成的工作，求三队合做要几天完成？

解　甲队和乙队工作效率之比是 $\frac{1}{5}:\frac{1}{7}=7:5$；乙队和丙队工作效率之比是 $\frac{1}{8}:\frac{1}{7}=7:8$. 因此三人工效之比为甲∶乙∶丙$=7\times 7:5\times 7:5\times 8=49:35:40$. 甲 31 天的工作量为 $49\times 31=1519$. 甲、乙、丙三队的工作效率是 $49+35+40=124$. 所以甲队 31 天完成的工作，由三队合做，需

$$49\times 31\div 124=12\frac{1}{4}(\text{天}).$$

1605. 一件工作，35 个工人 45 天可以完成. 实际开工 15 天后，有 7 个工人临时调走. 问余下的工作需多少天可以完成？

解　开工 15 天后，已完成这件工作的 $\frac{15}{45}$，即 $\frac{1}{3}$；还余 $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$. 每个工人每天可完成这件工作的 $\frac{1}{35\times 45}$，调走 7 个工人后，余下的工人每天可完成 $\frac{35-7}{35\times 45}=\frac{4}{225}$. 所以需 $\frac{2}{3}\div\frac{4}{225}=37\frac{1}{2}$（天）完成. 综合算式为

$$\left(1-\frac{15}{45}\right)\div\frac{35-7}{35\times45}=37\frac{1}{2}(\text{天}).$$

1606. 从甲站到乙站，慢车要行 8 时，快车要行 6 时，快车比慢车每小时多行 12 千米. 甲、乙两站相距多少千米？

解　快车每小时行全程的 $\frac{1}{6}$，慢车每小时行全程的 $\frac{1}{8}$，快车每小时比慢车多行 12 千米，相当于全程的 $\frac{1}{6}-\frac{1}{8}=\frac{1}{24}$. 所以甲、乙两站距离为

$$12\div\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{8}\right)=288(\text{千米}).$$

1607. 有一堆煤，原计划烧 7 天，开展增产节约运动后，实际烧了 9 天. 已知实际每天比计划每天少烧 3 吨，求这堆煤有多少吨？

解　实际每天比计划少烧 $\frac{1}{7}-\frac{1}{9}=\frac{2}{63}$，而实际每天比计划少烧 3 吨，3 吨相当于这堆煤的 $\frac{2}{63}$. 所以这堆煤有

$$3\div\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{9}\right)=94.5(\text{吨}).$$

1608. 加工一批零件，甲独做要 10 天完成，乙独做要 15 天完成. 现在由甲、乙两人一起做，完成任务时甲加工了 288 个. 求这批零件共几个？

解　甲、乙两人合做需 $1\div\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{15}\right)=6$(天)完成. 甲每天可完成这批零件的 $\frac{1}{10}$，完成任务时，甲加工了 288 个，相当于这批零件的 $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$. 所以这批零件共

$$288\div\left\{\frac{1}{10}\times\left[1\div\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{15}\right)\right]\right\}=480(\text{个}).$$

1609. 一个山洞，甲队单独挖需要 15 天，乙队单独挖需要 20 天，两队合挖 5 天，共挖 70 米. 问这个山洞长多少米？

解 1　两队合挖一天挖整个山洞的 $\frac{1}{15}+\frac{1}{20}=\frac{7}{60}$，5 天挖整个山洞的 $\frac{7}{60}\times5=\frac{7}{12}$，山洞长的 $\frac{7}{12}$ 是 70 米. 所以山洞全长 $70\div\frac{7}{12}=120$(米). 综合算式为

$$70\div\left[\left(\frac{1}{15}+\frac{1}{20}\right)\times5\right]=120(\text{米});$$

解 2　设山洞长为 x 米. 依题意，得

$$5\left(\frac{x}{15}+\frac{x}{20}\right)=70.$$



解方程，得 $x=120$.

所以山洞长为 120 米.

1610. 中华肥料厂接到一批化肥的生产任务. 如一车间单独完成需要 20 天，二车间单独完成需要 30 天. 两个车间一起生产 15 天，超过任务定额 150 吨. 问这批生产任务是多少吨？

解 1　甲、乙两车间一起生产这批化肥需要 $1\div\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}\right)=12$(天). 实际比原计划多做了 $15-12=3$(天). 结果多生产 150 吨. 所以，两车间平均每天生产 $150\div3=50$(吨)，原计划 12 天的生产任务是 $50\times12=600$(吨). 综合算式为

$$150\div\left[15-1\div\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}\right)\right]\times12=600(\text{吨});$$

解 2　甲、乙两车间一起生产这批化肥需要 $1\div\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}\right)=12$(天). 实际比完成任务所需要的天数多 $15-12=3$(天). 即多生产了这批任务的 $\frac{3}{20}+\frac{3}{30}=\frac{1}{4}$ 是 150 吨. 所以这批化肥的生产任务是 $150\div\frac{1}{4}=600$(吨). 综合算式为

$$150\div\left\{\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}\right)\times\left[15-1\div\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}\right)\right]\right\}=600(\text{吨});$$

解 3　设这批生产任务是 x 吨. 依题意，得

$$15\left(\frac{x}{20}+\frac{x}{30}\right)=x+150.$$

解方程，得 $x=600$. 所以这批生产任务是 600 吨.

1611. 某部队在“六一”国际儿童节送给一个学校一批少年儿童读物. 如平均分给四、五年级的每个同学，每人可分得 4 本. 如果只分给五年级同学，每人可分得 12 本. 问如果只分给四年级同学，每人可分得几本？

解　把这批读物的总数看作单位“1”，那么四、五年级人数的和占总数的 $\frac{1}{4}$；五年级人数占总数的 $\frac{1}{12}$，四年级的人数占总数的 $\frac{1}{4}-\frac{1}{12}=\frac{1}{6}$. 由此可知四年级每人分得 $1\div\frac{1}{6}=6$(本). 综合算式为

$$1\div\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{12}\right)=6(\text{本}).$$

(18) 温度问题

1612. 122 华氏度，合多少摄氏度、列氏度？

解　华氏温标冰点为 32 华氏度，沸点为 212 华氏度. 摄氏温标冰点为

0 摄氏度，沸点为 100 摄氏度. 列氏温标冰点为 0 列氏度，沸点为 80 列氏度. 自冰点到沸点之间，华氏表有 212－32＝180（华氏度），摄氏表有 100 摄氏度，列氏表有 80 列氏度. 华氏表 1 华氏度相当于摄氏表的 $\frac{100}{180}=\frac{5}{9}$ 摄氏度，相当于列氏表的 $\frac{80}{180}=\frac{4}{9}$ 列氏度. 所以，华氏表有：

$\frac{5}{9}\times(122-32)=50$ 摄氏度数；

$\frac{4}{9}\times(122-32)=40$ 列氏度数.

说明　从上面的计算可得下列公式：

（华氏度数-32）$\times\frac{5}{9}=$摄氏度数；

（华氏度数-32）$\times\frac{4}{9}=$列氏度数.

1613. 50 摄氏度，合多少华氏度、多少列氏度？

解　1 摄氏度，合 $\frac{9}{5}$ 华氏度、$\frac{4}{5}$ 列氏度. 所以，50 摄氏度合

$\frac{9}{5}\times50+32=122$ 华氏度数；

$\frac{4}{5}\times50=40$ 列氏度数.

说明　从上面的计算可得下列公式：

摄氏度数$\times\frac{9}{5}+32=$华氏度数；

摄氏度数$\times\frac{4}{5}=$列氏度数.

1614. 40 列氏度，各合多少华氏度、多少摄氏度？

解　1 列氏度，合 $\frac{9}{4}$ 华氏度、$\frac{5}{4}$ 摄氏度. 所以，40 列氏度合

$\frac{9}{4}\times40+32=122$ 华氏度数；

$\frac{5}{4}\times40=50$ 摄氏度数.

说明　从上面的计算可得下列公式：

列氏度数$\times\frac{9}{4}+32=$华氏度数；

列氏度数$\times\frac{5}{4}=$摄氏度数.

1615. 14 华氏度，各合多少摄氏度、多少列氏度？

解　14 华氏度，在冰点下 32－14＝18（华氏度），即（－18）度.

$$\frac{5}{9}\times(-18)=-10;$$

$$\frac{4}{9}\times(-18)=-8.$$

所以 14 华氏度合冰点下 10 摄氏度，合冰点下 8 列氏度.

1616. 普通人的体温是 37 摄氏度，合多少华氏度？

解　$\frac{9}{5}\times37+32=98\frac{3}{5}$.

合 $98\frac{3}{5}$ 华氏度.

1617. 水银的燃点是 $144\frac{4}{9}$ 列氏度，合几摄氏度？

解　$\frac{5}{4}\times144\frac{4}{9}=180\frac{5}{9}$（摄氏度）.

1618. 零下 10 摄氏度，合几华氏度？

解　零下 10 摄氏度为（－10）摄氏度. 所以

$$\frac{9}{5}\times(-10)+32=14.$$

合 14 华氏度.

1619. 72 列氏度，合几摄氏度？

解　$\frac{5}{4}\times72=90$（摄氏度）.

1620. 0 华氏度是几摄氏度？列氏度？

解　$\frac{5}{9}\times(0-32)=-17\frac{7}{9}$

$\frac{4}{9}\times(0-32)=-14\frac{2}{9}$.

所以 0 华氏度合零下 $17\frac{7}{9}$ 摄氏度，合零下 $14\frac{2}{9}$ 列氏度.

1621. 小明家有南北两个房间，北屋挂华氏表最高温度为 85 华氏度，南屋挂摄氏表最高温度为 30 摄氏度. 问哪个房间热.

解 1　$\frac{5}{9}\times(85-32)=29\frac{4}{9}$.

85 华氏度合 $29\frac{4}{9}$ 摄氏度. 因为 $29\frac{4}{9}$ 度低于 30 摄氏度，所以南屋比北屋略热些；

解 2 $\frac{9}{5}\times30+32=86$.

30 摄氏度合 86 华氏度. 因为 86 华氏度高于 85 华氏度. 所以南屋比北屋略热些.

1622. 夏季某日中午温度上升至 95 华氏度,合几列氏度?

解 $\frac{4}{9}\times(95-32)=28$.

合 28 列氏度.

1623. 气温相同时,摄氏和列氏度数的和是 45. 求各是几摄氏度、华氏度.

解 1 $45\div\left(1+\frac{4}{5}\right)=25$ 摄氏度数,

$45-25=20$ 列氏度数;

解 2 设摄氏度数是 x,则这时列氏度数为 $\frac{4}{5}x$. 依题意,得

$$\frac{4}{5}x=45-x.$$

解方程,得 $x=25$; $45-25=20$.

所以是 25 摄氏度,是 20 列氏度.

1624. 盛夏某日中午,室外华氏寒暑表与室内摄氏寒暑表的度数比为 $14:5$. 如果将室外华氏表的度数改为摄氏表的度数来计算,应该为 $36\frac{2}{3}$ 摄氏度. 那么按华氏计算,室内外温度相差几华氏度?

解 室外华氏度数为 $36\frac{2}{3}\times\frac{9}{5}+32=98$. 室内摄氏度数为 $98\times\frac{5}{14}=35$,合华氏度数为 $35\times\frac{9}{5}+32=95$. 室内外相差 $98-95=3$ 华氏度. 综合算式为

$$36\frac{2}{3}\times\frac{9}{5}+32-\left[\left(36\frac{2}{3}\times\frac{9}{5}+32\right)\times\frac{5}{14}\times\frac{9}{5}+32\right]=3 \text{ 华氏度.}$$

1625. 气温相同时,华氏表与摄氏表的度数之和是 158. 问各是几华氏度、摄氏度?

解 1 $(158-32)\div\left(1+\frac{5}{9}\right)+32=113$ 华氏度;

$(158-32)\div\left(1+\frac{9}{5}\right)=45$ 摄氏度或 $158-113=45$(摄氏度);

解 2 设气温相同时华氏度数为 x,则摄氏度数为$(158-x)$. 依题意,得

$$\frac{5}{9}(x-32)=158-x.$$



解方程，得 $x=113$，$158-x=158-113=45$.

所以 113 **华氏度**，45 **摄氏度**.

1626. 在气温相同时，华氏度数是列氏度数的 $3\frac{1}{2}$ **倍. 问两表上的度数各是多少？**

解 1 以列氏度数为“1”，则华氏度数应为“$\frac{9}{4}$”加上 32 华氏度. 现华氏度数为列氏度数的 $3\frac{1}{2}$ 倍，故知 32 华氏度相当于列氏度数的 $\left(3\frac{1}{2}-\frac{9}{4}\right)$ 倍. 所以，

列氏度数为 $32\div\left(3\frac{1}{2}-\frac{9}{4}\right)=25.6$，

华氏度数为 $25.6\times3\frac{1}{2}=89.6$；

解 2 设列氏度数为 x. 则华氏度数为 $\frac{7}{2}x$. 依题意，得

$$\frac{9}{4}x+32=\frac{7}{2}.$$

解方程，得 $x=25.6$，$\frac{7}{2}x=\frac{7}{2}\times25.6=89.6$.

所以列氏度数为 25.6，**华氏度数为** 89.6；

解 3 设华氏度数为 x，则列氏度数为 $\frac{x}{3\frac{1}{2}}$. 依题意，得

$$\frac{4}{9}(x-32)=\frac{x}{3\frac{1}{2}}.$$

解方程，得 $x=89.6$，$\frac{x}{3\frac{1}{2}}=89.6\div3\frac{1}{2}=25.6$.

所以 89.6 **华氏度**，25.6 **列氏度**.

(19) 时计问题

1627. 时钟的时针和分针经过多少时间才重合一次？一昼夜，时针和分针重合几次？

解 钟面等分为 60 小格. 时针每走 5 小格，分针走 60 小格. 时针走的速度是分针的 $\frac{5}{60}$，即 $\frac{1}{12}$. 所以分针每走 $60\div\left(1-\frac{1}{12}\right)=65\frac{5}{11}$（分），比时针

多走一周，此时即与时针重合.

12 时分针与时针重合，此后每过 $65\frac{5}{11}$ 分钟两针重合一次. 因此一昼夜 24 小时内两针重合

$$60\times24\div65\frac{5}{11}=22(\text{次}).$$

1628. 在 3 点与 4 点之间，时钟的时针和分针在什么时刻重合？

解　3 点时分针指“12”字，时针指“3”字. 分针在时针后面 15 小格. 1 分钟分针追及时针 $1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$(小格)，所以要接近 15 小格，需 $15\div\frac{11}{12}=16\frac{4}{11}$(分)，即 16 分 $21\frac{9}{11}$ 秒. 所求时刻应为 3 时 16 分 $21\frac{9}{11}$ 秒.

1629. 在 6 点和 7 点之间，两针在什么时刻重合？

解　6 点时，分针在时针后 $5\times6=30$(分). 两针重合须经过

$$30\div\left(1-\frac{1}{12}\right)=32\frac{8}{11}(\text{分}).$$

所以两针在 6 点 $32\frac{8}{11}$ 分时重合.

1630. 十时以后，在什么时刻两针第一次重合？

解　十时时，分针在时针后 $5\times10=50$(分). 两针重合须经过

$$50\div\left(1-\frac{1}{12}\right)=54\frac{6}{11}(\text{分}).$$

所以两针重合是在 10 时 $54\frac{6}{11}$ 分.

1631. 一时针现在是 4 点 45 分，几分后时针和分针重合？

解　4 点 45 分须经过 15 分到 5 点. 这时时针指“5”字，分针指“12”字. 所以，从 4 点 45 分至两针重合需经过

$$25\div\left(1-\frac{1}{12}\right)+15=42\frac{3}{11}(\text{分}).$$

所以 $42\frac{3}{11}$ 分以后时针与分针重合.

1632. 4 时与 5 时之间，钟面上的“5”字在时针与分针的中央. 问这是什么时刻？

解　根据题意，这时钟面上的短针在“4”字与“5”字之间，而长针则需在“5”字与“6”字之间. 因“5”字在两针的中央，故这时两针回转(即时针回转到“4”，分针回转到“12”)分数之和为 $25+5=30$. 如果把分针回转的分数看作“1”，则时针回转的分数为 $\frac{1}{12}$，所以要求的时刻是

$30\div\left(1+\frac{1}{12}\right)=27\frac{9}{13}$(分),即 4 时 $27\frac{9}{13}$ 分.



1633. 钟面上的两针,每 66 分重合一次. 问这只钟一天快几分或慢几分?

解　走时准确的钟两针每 $65\frac{5}{11}$ 分重合一次(见题 1627). 本题的钟每 66 分重合一次,所以这只钟两针每重合一次慢 $66-65\frac{5}{11}=\frac{6}{11}$(分),即每 66 分慢 $\frac{6}{11}$ 分. 一天慢 $\frac{6}{11}\times\frac{60\times24}{66}=11\frac{109}{121}$(分).

1634. 一只钟的时针和分针每 65 分重合一次,问这只钟一天慢或快几分?

解　走时准确的钟两针每 $65\frac{5}{11}$ 分重合一次,本题中的两针重合一次比标准钟快 $65\frac{5}{11}-65=\frac{5}{11}$(分),即每 65 分快 $\frac{5}{11}$ 分. 一天 24 时快 $\frac{5}{11}\times\frac{60\times24}{65}=10\frac{10}{143}$(分).

1635. 一只钟,在 7 天内多行了 10 分 30 秒. 问这只钟走 3 天,实际应该是几天?

解　这只钟在 7 天内多行了 10 分 30 秒,所以在 3 天内多行

$$10\text{ 分 }30\text{ 秒}\times\frac{3}{7}=4\text{ 分 }30\text{ 秒}.$$

所求时间为

$$3\text{ 天}-4\text{ 分 }30\text{ 秒}=2\text{ 天 }23\text{ 时 }55\text{ 分 }30\text{ 秒}.$$

1636. 一昼夜快 3 分的时钟,如在今日下午 4 时调拨到几时几分,才能于明日上午 8 时指向正确的时刻?

解　从今日下午 4 时到明日上午 8 时之间经过(12−4)+8=16(时). 这只钟在这段时间里要快 $3\times\frac{16}{24}=2$(分). 所以由 4 时拨回 2 分钟,即拨到 3 时 58 分,于明日上午 8 时正好指向正确的时刻.

1637. 有两只钟,一只钟每小时快 40 秒,另一只钟每小时慢 30 秒. 两钟都在 1 月 1 日中午 12 时对准,问它们在何时同鸣?同鸣时指针各指在什么时刻?

解　较快的钟每经准确时间的 $\frac{60}{60\frac{2}{3}}=\frac{90}{91}$(时)一鸣,较慢的钟每经准

确时间的 $\frac{60}{59\frac{1}{2}}=\frac{120}{119}$(时)一鸣.所以从1月1日中午12时起至两钟第一次同鸣,这中间的小时数,是取这两个分数分母的最大公约数7作分母,这两个分数分子的最小公倍数360作分子所得的分数,即 $\frac{360}{7}$ 小时=2日3时25分 $42\frac{6}{7}$ 秒.因此同鸣的准确时刻是1月3日下午3时25分 $42\frac{6}{7}$ 秒.在这期间,较快的钟多行 $\left(40\times\frac{360}{7}\right)$ 秒,即34分 $17\frac{1}{7}$ 秒,所以指针指向4时;较慢的钟少行 $\left(30\times\frac{360}{7}\right)$ 秒,即25分 $42\frac{6}{7}$ 秒,所以指针指向3时.

1638. 有甲、乙两只钟,甲8点15分时,乙8点31分.甲钟比标准时间每9时快3分;乙钟比标准时间每7时慢5分.问几时后,两钟的指针指在同一时刻?

解 甲、乙两只钟每小时相差 $\frac{3}{9}+\frac{5}{7}=\frac{22}{21}$(分).所以所求的时间为 $(31-15)\div\frac{22}{21}=15$ 时16分 $21\frac{9}{11}$ 秒.即在15时16分 $21\frac{9}{11}$ 秒后,两钟的指针指在同一时刻.

1639. 5时至6时之间,两针什么时刻成直角?

解 分针每分比时针多走 $\frac{11}{12}$ 分. 5时时,分针在时针后 $5\times5=25$(分).两针成直角须隔 $\frac{1}{4}$ 周,即15分.所以,两针成直角时,分针在时针前后15分.分针在时针后15分,成直角须多走 $25-15=10$(分);分针在时针前15分,成直角须多走 $25+15=40$ 分.所以第一次成直角需时 $10\div\frac{11}{12}=10\frac{10}{11}$(分),即5时 $10\frac{10}{11}$ 分时成第一次直角.第二次成直角需时 $40\div\frac{11}{12}=43\frac{7}{11}$(分),即5时 $43\frac{7}{11}$ 分时成第二次直角.

1640. 两点钟后,分针与时针在什么时刻成直角?

解 两点钟时,分针在时针后10分,不能成直角.只有分针在时针前15分时成一次直角.所以两针成直角需时间 $(10+15)\div\frac{11}{12}=27\frac{3}{11}$(分),即在2时 $27\frac{3}{11}$ 分时,两针成直角.

1641. 七点钟以后,什么时候两针之间的夹角为120度?



解　钟面一周，共分 360 度. 120 度恰占钟面的 $\frac{1}{3}$，相差 $60\times\frac{1}{3}=20$（分）. 七点钟时，两针相距 $5\times7=35$（分）. 现在要相距 20 分，只要分针比时针多走 $35-20=15$（分）. 需时 $15\div\frac{11}{12}=16\frac{4}{11}$（分），即在 7 点 $16\frac{4}{11}$ 分时，两针的夹角为 120 度.

1642. 2 点 27 分时，时针与分针成什么角度？

解　2 点 27 分时，分针在距“12”字第 27 小格处，时针在距“12”字第 $27\times\frac{1}{12}+10=12\frac{1}{4}$（小格）处，所以两针距离为 $27-12\frac{1}{4}=14\frac{3}{4}$（小格）. $14\frac{3}{4}$ 小格占钟面 1 周的 $\frac{14\frac{3}{4}}{60}=\frac{59}{240}$，所以两针所成角度为 $360^\circ\times\frac{59}{240}=88^\circ30'$.

1643. 4 点钟后，时针与分针在什么时刻成直线？

解　两针成直线须隔 $\frac{1}{2}$ 周，即 30 分. 所以，两针成直线时，分针必须在时针前后 30 分. 4 点钟时，分针在时针后 20 分，依题意，分针在时针后 30 分，没有可能. 分针在时针前 30 分，须多走 $20+30=50$（分）. 所以成直线时需

$50\div\frac{11}{12}=54\frac{6}{11}$（分）. 即两针成直线应在 4 时 $54\frac{6}{11}$ 分.

1644. 10 点到 11 点之间，两针在什么时刻成直线？

解　10 点时，分针在时针后 $5\times10=50$（分），要两针成直线，两针必须相隔 30 分. 因此，分针要比时针多走 $50-30=20$（分），需时

$$20\div\frac{11}{12}=21\frac{9}{11}\text{（分）}.$$

所以两针成直线应在 10 点 $21\frac{9}{11}$ 分.

1645. 时钟的分针和时针，由第一次成直线到第二次成直线，需要多少时间？

解　所求的时间中，分针要比时针多行 30 小格两针才相重合；分针要比时针多行 60 小格而成第二次直线状. 所以所求时间为

$60\div\frac{11}{12}=65\frac{5}{11}$（分），即 1 小时 5 分 $27\frac{3}{11}$ 秒.

(20) 经差与时差问题

1646. 美国旧金山在西经 $122^\circ26'15''$，法国巴黎在东经 $2^\circ20'22''$. 求两

地经差.

解　在地球仪上,以通过英国伦敦格林尼治天文台原址的经线(0 度经线)为起点,向东从 0 度到 180 度为东经,向西从 0 度到 180 度为西经.

两地一在东经,一在西经,用加法求经差,加得的和超过 180°,再用 360°减去.

$$122°26′15″+2°20′22″=124°46′37″.$$

所以两地的经差是 124°46′37″.

1647. 有一轮船,自某港出发,向东方航行 73°23′42″,又折回向西航行 42°56′42″. 这时此船在距出发港几度的地方?

解　两地同在东经或同在西经,用减法求经差.

$$73°23′42″-42°56′42″=30°27′$$

所以这时此船在距出发港 30°27′的地方.

1648. 我国首都北京在东经 116°23′45″,美国芝加哥,在西经 87°37′45″. 求两地经差和时差.

解　$116°23′45″+87°37′45″=204°1′30″.$

$360°-204°1′30″=155°58′30″$

所以北京和芝加哥的经差为 155°58′30″.

因为地球 24 小时自转一周(360°),即每小时转过经度 $\frac{360°}{24}=15°$. 所以经度,每相差 15°,时间相差 1 时;经度相差 1°,时间相差 $\frac{60}{15}=4$(分),经度相差 1′,时间相差 4 秒.

4 分×155+4 秒×58.5=620 分 234 秒=10 时 23 分 54 秒.

所以北京和芝加哥的时差是 10 时 23 分 54 秒.

1649. 我国最东端约在东经 135°10′,最西端约在东经 73°. 当最东端的地方时是 12 点时,求最西端的地方时是几点?

解　$135°10′-73°=62°10′$

4 分×62+4 秒×10=248 分 40 秒=4 时 8 分 40 秒.

12 时−4 时 8 分 40 秒=7 时 51 分 20 秒.

所以我国最东端的地方时是 12 点时,最西端的地方时为 7 时 51 分 20 秒.

1650. 8 月 1 日上午 7 点 30 分由东经 165 度 30 分之地拍一电报至西经 170 度之地,要 7 分钟到达. 求此电报到达时当地时间是几月几日几时几分?

解　两地经差为:165°30′+170°=335°30′. 而 15°的时差为 1 时,所以

时差为 $335°30'\div15°=22\frac{22}{60}$ 时. 即 22 时 22 分. 电报到达要用去 7 分，实际时差应为 22 时 22 分－7 分＝22 时 15 分. 所以电报到达当地时间是

24 时＋7 时 30 分－(22 时 22 分－7 分)＝9 时 15 分.

即 7 月 31 日上午 9 时 15 分.

1651. 柏林在东经 $13°23'$，上海在东经 $121°27'$. 问柏林中午 12 时，上海是什么时候？上海中午 12 时，柏林是什么时候？

解　两地经差为 $121°27'-13°23'=108°4'$. $109°4'=6484'$. 合时差 $6484'\times4=25936'$. $25936'=7$ 时 12 分 16 秒. 柏林中午 12 时，上海是 12 时＋7 时 12 分 16 秒＝19 时 12 分 16 秒. 上海中午 12 时，柏林为

12 时－7 时 12 分 16 秒＝4 时 47 分 44 秒. 即 4 时 47 分 44 秒.

1652. 墨西哥在西经 $74°3'$，前苏联的彼得堡在东经 $30°30'$. 求两地的时差.

解　两地经差为 $74°3'+30°30'=104°33'$；

4 分×104＋4 秒×33＝416 分 132 秒＝6 时 58 分 12 秒.

所以两地的时差为 6 时 58 分 12 秒.

1653. 南京在东经 $118°53'$，纽约在西经 $74°$. 求两地的时差.

解　两地经差为 $118°53'+74°=192°53'$；

4 分×192＋4 秒×53＝768 分 212 秒＝12 时 51 分 32 秒.

所以两地的时差为 12 时 51 分 32 秒.

1654. 伦敦在西经 $0°5'$，如果伦敦中午 12 时，柏林是下午 12 时 53 分 55 秒. 那么柏林所在经度是多少？

解　12 时 53 分 55 秒－12 时＝53 分 55 秒＝3235 秒.

$3235\div4=808.75$(分)$=13°28'45''$.

$13°28'45''-0°5'=13°23'45''$

所以柏林在东经 $13°23'45''$.

1655. 已知东经 120°的地方时是 12 点，甲地方时是 8 点，问甲地的经度是多少？

解　12－8＝4(时).

因为相差 1 时，经差 15°，

所以时差 4 时，经差 60°.

$$120°-60°=60°.$$

所以甲地的经度是东经 60°.

1656. 已知西经 170°的地方时是 12 点，乙地的地方时是 8 点 59 分. 问乙地的经度是多少？

解 12 时－8 时 59 分＝3 时 1 分.

$15°\times3+15'\times1=45°15'$,

$170°+45°15'=215°15'$,

$180°-(215°15'-180°)=144°45'$.

所以乙地的经度是东经 $144°45'$.

1657. 已知西经 $90°$的地方时是 9 点,丙地的地方时是 12 点.问丙地的经度是多少？

解 12 时－9 时＝3 时. $15°\times3=45°$. $90°-45°=45°$.

所以丙地的经度为西经 $45°$.

1658. 甲地 1 时,乙地为 3 时 28 分 48 秒.已知甲地在东经 $119°20'$.求乙地经度.

解 3 时 28 分 48 秒－1 时＝2 时 28 分 48 秒.

$15°\times2+15'\times28.8=30°432'=37°12'$;

$119°20'+37°12'=156°32'$

所以乙地在东经 $156°32'$.

1659. 两地时差 1 时 42 分 15 秒.经度相差多少？

解 1 时 42 分 15 秒＝1 时 42.25 分.

$15°\times1+15'\times42.25=15°633.75'=25°33'45''$

所以两地经度相差 $25°33'45''$.

1660. 柏林上午 11 时,华盛顿上午 4 点 58 分 12 秒,已知柏林在东经 $13°23'$.求华盛顿的经度.

解 11 时－4 时 58 分 12 秒＝6 时 1 分 48 秒.

6 时 1 分 48 秒＝21708 秒.

21708 秒÷4 秒＝5427 分＝$90°27'$.

比较两地时间,可知华盛顿在柏林西面,因此,华盛顿在西经

$90°27'-13°23'=77°4'$.

1661. 甲、乙两地,经差 $85°40'30''$.甲地在东,乙地在西.若甲地的地方时是中午 12 点,乙地的地方时是什么时候？

解 $85°40'30''=5140.5'$

4 秒$\times5140.5=20562''$＝5 时 42 分 42 秒.

12 时－5 时 42 分 42 秒＝6 时 17 分 18 秒.

所以乙地的地方时是 6 时 17 分 18 秒.

【注意】 东面时间＝西面时间＋时差;

西面时间＝东面时间－时差;

下午时间＝超过 12 时的时间－12 时;

时差超过 12 时的，则从 24 时内减去时差.

1662. 重庆在东经 106°14′58″，上海在东经 121°27′，重庆中午 12 点时，上海是什么时刻？上海中午 12 点时，重庆是什么时刻？



解　两地经差为

121°27′－106°14′58″＝15°12′2″＝912.03′，

4 秒×912.03＝3648.12″≈1 时 48 秒

重庆中午 12 点时，上海是 10 时 59 分 12 秒.

上海中午 12 点时，重庆是 13 时 48 秒.

(21) 利息问题

1663. 1000 元存款一年，年利 1 分，利息多少元？若按月利 1 分，利息多少元？若按日利 1 分，利息多少元？

解　利息＝本金×利率×期数. 期数计算时所用的时间单位有年、月、日的分别. 凡用年为时间单位的，称年利，它的利率叫年利率. 用月为时间单位的，称月利，它的利率叫月利率. 用日为时间单位的，称日利，它的利率叫日利率.

年利率：1 分＝0.1＝10%，

1 分 2 厘＝0.12＝12%.

月利率：1 分＝0.01＝1%，

1 分 2 厘＝0.012＝1.2%.

日利率：1 分＝0.0001＝0.01%，

1 分 2 厘＝0.00012＝0.012%.

用年、月或日做单位，须看题中的利率而定. 题中说年利率的应把月、日聚成年；如说月利率的，应把年化月，日聚月；说日利率的，就把年、月化日来计算.

所以本题年利 1 分，利息是 1000×10%＝100(元)；月利 1 分，利息是 1000×1%×12＝120(元)；日利 1 分，利息是 1000×0.01%×360＝36(元).

1664. 本金 100 万元，年利率 2.88%，问存三年六个月的利息是多少？

解　三年六个月即 $3\frac{1}{2}$ 年，三年六个月的利息为

$$100\times\frac{2.88}{100}\times3\frac{1}{2}=10.08(\text{万元}).$$

1665. 国库券 12 张，每张 100 元，年利 8%，五年后得利息多少元？

解　100×12×8%×5＝480(元).

1666. 本金 450 元，年利率为 6%，求 7 个月零 10 天的利息.

解　一个月的利率是 6%÷12＝0.5%，7 个月另 10 天即 $7\frac{1}{3}$ 个月. 所

以利息应为

$$450\times(6\%\div12)\times7\frac{1}{3}=16.50(\text{元}).$$

1667. 2002 年 4 月 15 日存入 500 元，利率是月息 1 厘 98，于 2003 年 5 月 22 日支取，利息应付多少元？

解　银行为简化计算存期的方法，规定全年按 360 天计算，大月、小月，平月、闰月均按每月 30 天计算. 计算利息时应计至厘位，然后再将厘位四舍五入计至分位. 具体计算时，利率可化成日利率，即月利率÷30 或年利率÷360. 存期可化成天数.

月息 1 厘 98，日利率为 $\frac{0.198}{100}\div30=\frac{0.0066}{100}$. 2002 年 4 月 15 日至 2003 年 5 月 22 日，存期为 397 天.

$$500\times\frac{0.0066}{100}\times397=13.101(\text{元}).$$

按规定缴所得税 20%.

$$13.101-13.101\times20\%=10.4808$$

厘位四舍五入，所以利息应付 10.48 元.

1668. 1978 年 4 月 15 日存入 100 元. 于 1983 年 5 月 25 日支取. 在此期间曾三次调整利率：1978 年 4 月 15 日至 1979 年 3 月 31 日，利率为月息 2 厘 7；1979 年 4 月 1 日至 1980 年 3 月 31 日，利率为月息 3 厘 3；1980 年 4 月 1 日至 1982 年 3 月 31 日，利率为月息 4 厘 5；1982 年 4 月 1 日至 1983 年 5 月 25 日，利率为月息 4 厘 8. 求支取时可得利息几元.

解　因为利息调整了三次，利息应分段计算到厘位，然后合并，厘位再四舍五入.

第一段利息

$$100\times\frac{0.009}{100}\times346=3.114(\text{元});$$

第二段利息

$$100\times\frac{0.011}{100}\times360=3.96(\text{元});$$

第三段利息

$$100\times\frac{0.015}{100}\times720=10.80(\text{元});$$

第四段利息

$$100\times\frac{0.016}{100}\times414=6.624(\text{元}).$$

合计利息　3.114＋3.96＋10.80＋6.624＝24.498(元)



所以支取时应得利息 24.50 元.

1669. 2002 年 7 月 1 日存入银行活期储蓄 1000 元，8 月 2 日支取 181 元. 按月息 0.72 厘算，到 2003 年 6 月 30 日可得利息多少元？

解　月息 0.72 厘，日息为 $0.00072\div30=\frac{0.024}{1000}$，1000 元存一年应得利息 $1000\times360\times0.024‰=8.64$(元)，2002 年 8 月 2 日支取 181 元应扣利息，$181\times329\times0.024‰=1.429$ 元. 实得利息为 $8.64-1.429=7.211$(元).

按规定缴所得税 20%，则

$$7.211-7.211\times20\%=5.769$$

结算时实付利息数计至分位，所以可得利息 5.77 元.

1670. 银行“定活两便”储蓄不满一年按月息 2.4 厘计算，存满一年按月息 5.4 厘计算，小王存入 400 元“定活两便”储蓄 2 年 3 个月，求小王可得利息多少？

解　$400\times\frac{5.4}{1000}\times12\times2=51.84$(元)；

$400\times\frac{2.4}{1000}\times3=2.88$(元)；

$51.84+2.88=54.72$(元).

所以小王可得利息 54.72 元.

1671. 一人参加有奖储蓄中奖，把奖金存入银行两年，月息 2.25 厘，到期得利息 43.20 元. 求这人得奖金多少元.

解　此题属求本金.

本金＝利息÷(1－0.2)÷(利率×存期).

$43.20\div(1-0.2)\div(0.225\%\times24)=1000$(元).

1672. 老张参加银行“整存整取”储蓄，存期五年按月息 2 厘 79 计算，到期可得利息 133.92 元，求老张存入多少元？

解　$133.92\div(1-0.2)\div(0.279\%\times12\times5)=1000$(元).

1673. 年利 3%，10 个月后得利息 144 元. 求本金.

解　10 个月为 $\frac{5}{6}$ 年，所以

$$144\div(1-0.2)\div\left(3\%\times\frac{5}{6}\right)=7200\text{(元)}.$$

1674. 年息 3%，2 年 4 个月本利合计为 1056 元. 求本金.

解　本金＝本利和÷{1＋[利率×期数×(1－0.2)]}. 2 年 4 个月为 $2\frac{1}{3}$ 年. 所以

$$1056\div\left[1+3\%\times2\frac{1}{3}\times(1-0.2)\right]=1000\text{(元)}.$$

1675. 某人存款定期六个月，月息按2厘计算. 准备把利息购买一台售价768元的“小灵通”机，需存款多少元？

解　$768\div[0.2\%\times6\times(1-0.2)]=80000$(元).

1676. 某农民买肥料，向银行贷款，月息5厘，6个月还本利和1228.8元. 问他贷款多少元？

解　$1228.8\div[1+0.5\%\times6\times(1-0.2)]=1200$(元).

1677. 钱某购买复印社企业债券5张，按年利3.5%计算，5年可得利息87.50元. 问债券每张面额多少元？

解　$87.5\div(5\times3.5\%\times5)=100$(元).

1678. “整存整取”储蓄存期半年按月息1.1厘计算，存期1年按月息1.4厘计算. 蔡文去年1月1日，把款存入银行，到今年7月1日全部取出，得利息37.44÷(1−0.2)元. 他存款多少元？

解　蔡文存款1年6个月，因不同存期的月息不同，所以应分别计算.

$37.44\div(1-0.2)\div(0.11\%\times6+0.14\%\times12)=2000$(元).

1679. 某村民向农业信用社贷款2400元，过半年还清，付利息57.6元. 求月利率.

解　由“利息＝本金×利率×存期”，可知“利率＝利息÷(本金×存期).”半年＝6个月，所以，$57.6\div(2400\times6)=0.004$，即月利率是4厘.

1680. 某人借款800元，4年6个月后，共付还款1016元. 求利率.

解　利率＝(本利和−本金)÷(本金×存期)

$(1016-800)\div(800\times4.5)=6\%$. 即年利率为6厘.

1681. 存款20年后的利息，恰与本金相等. 求年利率.

解　设本金、利息都为1，则

$1\div(20\times1)=5\%$，即年利率为5厘.

1682. 现把5000元购买债券，8年后可得利息1680元，求月利率.

解　$1680\div(5000\times12\times8)=0.35\%$，即月利率是3.5厘.

1683. 本金280元，年利率18%，问过几年可得利息126元？

解　由“利息＝本金×利率×存期”可知“存期＝利息÷(本金×利率)”

$126\div(280\times18\%)=2.5$(年).

1684. 设有本金1元，年利率4%，须几年才有1元的利息？

解　$1\div(1\times4\%)=25$(年).

1685. 年利率5%，问几年后，本金与利息相同？

解　设本金、利息都为1. 则可得：

$1\div(1\times5\%)=20$(年).

1686. 某厂改造设备向人民银行贷款200万元，按年利率5%计算，求

经多少时间要付利息 3.75 万元？



解 $3.75\div(200\times5\%)=\frac{3}{8}$(年)，$12\times\frac{3}{8}=4.5$(月).

所以经过 4 个半月要付利息 3.75 万元.

1687. 活期储蓄月息 0.6 厘. 问存入 1200 元后经过多少年可得利息 34.56 元.

解 1 年的利息是 $1200\times0.06\%\times12=8.64$(元)，现在要得利息 34.56 元，须经过 $34.56\div(1-0.2)\div8.64=5$(年).

1688. 本金 1980 元，年利率 3%，求 5 年 8 个月后的本利和(本金与利息的和，简称本利和).

解 本利和＝本金×(1＋利率×期数). 5 年 8 个月为 $5\frac{2}{3}$ 年. 所以，

$$1980\times\left(1\times3\%\times5\frac{2}{3}\right)=666.6\text{(元)}.$$

1689. 小张在 1990 年每月初储蓄 10 元，利率为月息 5.1 厘. 求一年到期的本利和.

解 这种储蓄方式称为零存整取. 月息 5.1 厘. 即 5.1‰.

第一个月存款的本利和：

$a_1=10\times(1+12\times5.1‰)=10.61$(元)；

第二个月存款的本利和：

$a_2=10\times(1+11\times5.1‰)=10.56$(元)；

第三个月存款的本利和：

$a_3=10\times(1+10\times5.1‰)=10.51$(元)；

……

第十二个月存款的本利和：

$a_{12}=10\times(1+1\times5.1‰)=10.05$(元).

一年到期的本利和为：

$$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{12}=10.61+10.56+10.51+\cdots+10.05$$
$$=123.96\text{(元)}.$$

1690. 小青的妈妈五年前为小青存了一份 4000 元的教育储蓄. 今年到期时取出，得到的本利和为 4540 元. 求出这种储蓄的年利率.

解 本利和＝本金×(1＋利率×年数)，本利和为 4540 元，本金 4000 元，所以

$$4540=4000\times(1+\text{利率}\times5).$$
$$(4540-4000)\div(4000\times5)=540\div20000=0.027=2.7\%.$$

所以这种储蓄的年利率为 2.7%.

1691. 某银行设立大学生助学贷款，分 3～4 年期，5～7 年期两种. 贷款年利率分别为 6.03%、6.21%，贷款利息的 50%由国家财政贴补. 某大学生预计 7 年后能一次性偿还 3 万元，问他现在大约可以贷款多少？(精确到 0.1 万元)

解　7 年贷款利息为 6.21%，扣除国家财政补贴为 3.105%. 所以

$$\begin{aligned}3\div(1+6.21\%\div2\times7)&=3\div(1+0.21735)\\&=3\div1.21735\\&=2.46(\text{万元})\\&\approx2.5(\text{万元}).\end{aligned}$$

1692. 某作家取得一书稿酬收入 2 万元，其应缴个人所得税多少元？

解　应缴个人所得税$=20000\times(1-20\%)\times20\%\times(1-30\%)$

$=2240(\text{元})$.

【注意】　稿酬所得应纳税额的计算公式为：

(1) 每次收入不足 4000 元的

应纳税额＝(每次收入额－800)×20%×(1－30%)；

(2) 每次收入在 4000 元以上的

应纳税额＝每次收入额×(1－20%)×20%×(1－30%).

1693. 一歌星某一次表演收入 4 万元，扣除 20%的费用后，应纳税所得额为 3.2 万元. 他应缴个人所得税多少元？

解　他应缴税额为　$32000\times30\%-2000=7600(\text{元})$.

【注意】　劳务报酬所得，应纳税额的计算公式为

(1) 每次收入不足 4000 元的

应纳税额＝(每次收入额－800)×20%；

(2) 每次收入在 4000 元以上的

应纳税额＝每次收入额×(1－20%)×20%；

(3) 每次收入超过 2 万元的*

应纳税额＝每次收入额×(1－20%)×适用税率－速算扣除数.

1694. 某人在某商场有奖销售的购物过程中，中奖所得共计价值 18000 元. 当他领奖时，商场要代扣其个人所得税，问此人实际可得奖金为多少？

解　按规定“偶然所得”应缴税额＝每次收入额×20%. 所以此人实际

---

* 每次收入额×(1－20%)＜5 万元

适用税率为 30%，速算扣除数为 2000；

每次收入额×(1－20%)＞5 万元

适用税率为 40%，速算扣除数为 7000.

可得奖金 18000×(1－20%)＝14400(元).

1695. 张某月薪 3500 元,问他应缴纳个人所得税多少元?

解　按规定他应缴个人所得税(3500－800)×15%－125＝280(元).

【注意】　工资、薪金每月不超过 5000 元的,按以下方法计算:应缴税金＝(每月收入－800)×适用税率－速算扣除数

(每月工资－800)＜500 元,适用税率 5%,速算扣除数 0;

(每月工资－800)超过 500 元～2000 元的部分,适用税率 10%,速算扣除数 25;

(每月工资－800)超过 2000 元～5000 元的部分,适用税率 15%,速算扣除数 125.

1696. 一只保险箱的单价为 936 元,其中含 17%增值税,求这只保险箱的不含税单价为多少元?

解　936÷(1＋17%)＝800(元),这只保险箱的不含税单价为 800 元.

1697. 甲工厂向某钢铁厂购买 20 吨钢材,钢材的不含税价为每吨 4992 元,增值税率为 17%,问甲工厂应付给此钢铁厂的钢材总价(包括税金)是多少元?

解　甲工厂买这 20 吨钢材应付给钢铁厂 4992×(1＋17%)×20＝116812.80(元).

1698. 某厂 1997 年的年利润为 639372 元,应缴的所得税率为 33%.问该厂还留下多少元利润?

解　该厂留下的利润有 639372×(1－33%)＝428379.24(元).

1699. 甲单位承包了某工厂厂区的积尘清除工作,根据合同,甲单位应收劳务费 35000 元.按规定甲单位应缴营业税率为 5%.问甲单位应缴营业税多少元?

解　甲单位应缴营业税 35000×5%＝1750(元).

三、数的性质

1. 等差数列问题

1700. 按前后两个数之间的关系填空:

(1) 27, 31, 35, ____, ____;

(2) 5.2, 4.6, ____, 3.4, ____;

(3) ____, $\frac{7}{12}$, $\frac{2}{3}$, ____, ____, ____, 1.

解　(1) 从三数之间的关系得后一个数都比前一个数大 4,故线段上应

分别填 39，43；

(2) 从左面两数得后一个数比前一个数小 0.6，但是否符合排列规律，还应计算 3.4 是否比 4.6 小 0.6 的 2 倍，检验结果正确，故 3.4 左右两线段上应分别填 4，2.8；

(3) 按(2)的思路，$\frac{2}{3}-\frac{7}{12}=\frac{1}{12}$，又 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{12}\times 4$，说明后一个数都比前一个数大 $\frac{1}{12}$，故自左而右线段上应分别填 $\frac{1}{2}$、$\frac{3}{4}$、$\frac{5}{6}$、$\frac{11}{12}$.

1701. 自 1 开始，每隔三个数一数，得到数列 1，4，7，10，…. 问第一百个数是多少？

解　第一百个数为 1 以后的第(100－1)个数，它比 1 大(100－1)×3，故此数是 1＋(100－1)×3＝298.

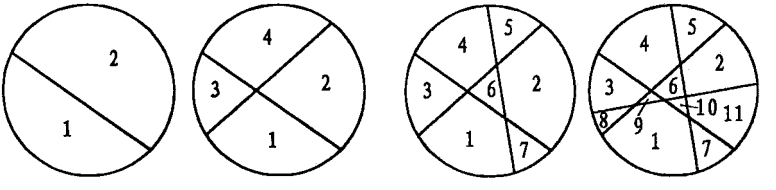
1702. 一个正六边形点阵，它的中心是一个点，算作第一层；第二层每边两个点(相邻两边共占一点)；第三层每边三个点；……这个点阵共有 100 层，则第 100 层共有几个点？这个点阵共有多少个点？

解　第二层有[(2－1)×6]个点，第三层有[(3－1)×6]个点，依次类推，第 100 层有(100－1)×6＝594 个点.

这个点阵共有点数是

$$1+(2-1)\times 6+(3-1)\times 6+(4-1)\times 6+\cdots+(100-1)\times 6$$
$$=1+(1+2+3+\cdots+99)\times 6$$
$$=1+\frac{1+99}{2}\times 99\times 6$$
$$=29701(\text{个}).$$

1703. 在圆形纸片内作直线，可将纸片分成大小不等的若干小纸片(如图)，如果要将圆形纸分成 106 个小纸片，应该在圆内作几条直线？



解　将上述 4 图中直线与所分成的纸片列成下表：

直线数：	1	2	3	4
纸片数：	2	4	7	11
纸片数可写成：	1＋1	1＋1＋2	1＋1＋2＋3	1＋1＋2＋3＋4

由此可知所分成小纸片的块数与所作直线的条数存在这样的关系：小



纸片的块数等于以 1 为首项、条数为末项、公差为 1 的等差数列各项的和与 1 的和. 设所作直线的条数为 n,则所分成的小纸片的块数等于

$$1+\frac{(1+n)\times n}{2}=\frac{n^2+n+2}{2}.$$

根据题意,得

$$\frac{n^2+n+2}{2}=106.$$

$$n^2+n=210,\ n(n+1)=14\times 15,$$

$$\therefore\quad n=14.$$

所以,在圆内作 14 条直线可分成 106 块小纸片.

1704. 从 96 开始有 n 个连续自然数,其中偶数的和是 4550,奇数的和是 4420. 求 n. 这些数中最大的奇数是几?

解　这是一个 n 项的自然数列,也是一个 n 项的等差数列,公差为 1,首项为 96,则末项为

$$96+(n-1)\times 1.$$

这个等差数列的和为

$$\frac{96+(96+n-1)}{2}\times n=4550+4420.$$

化简,得　$(191+n)n=17940$.

则　$17940=2^2\times 3\times 5\times 13\times 23=260\times 69=(191+69)\times 69$.

$\therefore\quad n=69$.

这个数列的首项为偶数 96,共 69 项,那么其中偶数有 35 个,奇数有 34 个.

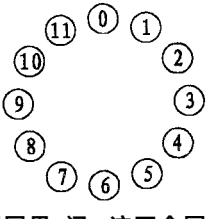
求最大的奇数就是求首数为 97. 项数为 34 的奇数列的末项,所以

$$97+2\times(34-1)=163.$$

也可这样思考:这个自然数列首项为 96,是偶数,项数为 69,是奇数项,那么末项也是偶数,最大的奇数是

$$96+(69-1)\times 1-1=163.$$

1705. 电子跳蚤环圆跳步(如图)有这样的规律性:第一步跳 1 个圆圈(即到相邻圈),第二步跳 2 个圆圈(即到隔 1 个圈的圆圈处),第三步跳 3 个圆圈(即到隔 2 个圈的圆圈处),……现在,一只红跳蚤从标有数字"0"的圆圈按顺时针方向跳了 1998 步,落在一个圆圈里. 一只黑跳蚤也从标有数字"0"的圆圈起跳,但它是沿着逆时针方向跳了 1949 步,落在另一个圆圈里. 问:这两个圆圈里数字的乘积是多少?



解　红跳蚤跳 1998 **步共跳了**

$$(1+1998)\times 1998\div 2=1997001(\text{个圈}).$$

它每跳 12 **个圈就回到起跳位置**

$$1997001\div 12=166416\cdots\cdots 9.$$

所以，红跳蚤跳了 1998 **步落入标有数字“**9**”的圆圈.**

黑跳蚤跳 1949 **步共跳了**

$$(1+1949)\times 1949\div 2=1900275(\text{个圈}).$$

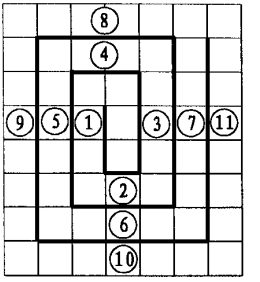
$$1900275\div 12=158356\cdots\cdots 3.$$

因为黑跳蚤是按逆时针方向跳了 1949 **步，所以它从标有数字“**0**”的圆圈按逆时针方向跳了** 158356 **大圈回到起步处后再向前** 3 **个圈也落入标有数字“**9**”的这个圆圈.**

因此，所求的乘积为

$$9\times 9=81.$$

1706. **右图是一张上下、左右都相距** 1 **厘米的方格纸，方格纸上画着如图所示的折线，各段依次标着①，②，③，…的序号. 请根据各序号与线段长度之间的规律回答：**(1) **㉔号线段的长度是多少厘米？**(2) **长为** 15 **厘米的线段序号是哪两个？**



解　根据图示得出序号与线段长度之间的关系如下表：

序　号	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	…
线段长(厘米)	2	1	3	2	4	3	5	4	…

由上表可得出奇数序号的线段之长为从 2 **开始的连续自然数，偶数序号的线段之长为从** 1 **开始的连续自然数(单位均为厘米)，故问题**(1)**：㉔为偶数序号中的第**(24÷2)**条线段，它的长是** $24\div 2=12$(**厘米**)**；问题**(2)**：长为** 15 **厘米的线段在偶数序号中是第** 15 **条线段，它的序号为第** $15\times 2=30$(**号**)**；又它在奇数序号中是第**(15−1)**条线段，它的序号为第** $14\times 2-1=27$(**号**)**. 故本题的答案是㉗及㉚.**

1707. **分母都是** 67**，分子是连续数的六个分数之和等于** 3**，求这六个分数.**

解　六个分数之和是 3**，** $3=\frac{201}{67}$**. 根据连续数的特性，可知这六个分数**

中分子最小的数是(201－1－2－3－4－5)÷6＝31.故这六个分数分别是$\frac{31}{67}$，$\frac{32}{67}$，$\frac{33}{67}$，$\frac{34}{67}$，$\frac{35}{67}$，$\frac{36}{67}$.[也可先求出六个分数中分子最大的数是(201＋1＋2＋3＋4＋5)÷6＝36.]

1708. 在100以内不能被2和3整除的数共有多少个？它们的和是多少？

解　在100以内能被2整除的数共有100÷2＝50(个)；能被3整除的数共有100÷3＝33(余1)，即33个；既能被2整除又能被3整除的数共有100÷(2×3)＝16(余4)，即16个.故在100以内不能被2和3整数的数共有100－(50＋33－16)＝33(个).

1到100各连续数之和是

$\frac{(1+100)\times 100}{2}=5050$；1到100各连续偶数之和(能被2整除的数之和)是$\frac{(2+100)\times 50}{2}=2550$；能被3整除的数之和是$\frac{(3+99)\times 33}{2}=1683$；能同时被2和3整除的数之和是$\frac{(6+96)\times 16}{2}=816$；故在100以内不能被2和3整除的数之和是5050－(2550＋1683－816)＝1633.

1709. 有把1到100各数像下面那样排列着的数表.用方框把上下两行的6个数围起来，这6个数的和得81.如果要使围起来的6个数的和是429，方框里最大的数应该是几？

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
92	93	94	95	96	97	98
99	100					

解　从表中可以看出，上下两数之差都等于7，故上行三个数的和比下行三个数的和小7×3＝21.要使围起来的六个数的和是429，那么它的下行三个数的和应该是(429＋21)÷2＝225.故方框里最大的数是(225＋1＋2)÷3＝76.因76不在数表中左起第一和第二个位置上，故答案是正确的.

1710. 把1到98按下表形式排列，用方框把上下、左右各三个数(共九个数)围起来，这九个数之和能否得：(1) 190；(2) 342；(3) 261.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
…	…					
92	93	94	95	96	97	98

解　观察表中所围的九个数，发现它们的和等于中央一个数的 9 倍，也就是这九个数之和一定能被 9 整除.

(1) 因为 $9 \nmid 190$，所以九个数之和不可能得 190；

(2) 因为 $9 \mid 342$，所以方框中央一个数为 $342 \div 9 = 38$. 又因 38 不是表中左边或右边第一个数，故九个数之和可能是 342；

(3) 因为 $9 \mid 261$，所以方框中央一个数为 $261 \div 9 = 29$，但 29 为表中第五行的第一个数，不可能成为方框中央一个数，故在同一方框中九个数之和不可能是 261.

1711. 有 11 个连续自然数的和是 198，求这个数列的中间一数是多少？最大一数又是多少？

解　连续自然数列的个数如果是奇数时，那么中间一数×个数＝自然数列之和，故中间一数＝这个自然数列之和÷个数＝198÷11＝18.

自然数列前后两数之间都差 1. 如果已知中间一数是 18，那么最大一数是 18＋5＝23；如果不知中间一数，那么最大一数比其他各数分别大 10，9，8，…，2，1，故最大一数是 198＋(10＋9＋8＋…＋2＋1)÷11＝23.

1712. 十个连续偶数的和是 870，求从小到大排列的第三个数是多少？从大到小排列的第三个数是多少？

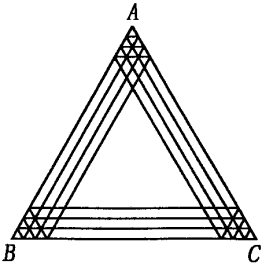
解 1　连续偶数前后两数间都相差 2，故最小数是(870－2－4－6－8－10－12－14－16－18)÷10＝78，从小到大第三个数是 78＋2＋2＝82；从大到小的第三个数就是从小到大的第八个数，这个数是 78＋2×(8－1)＝92；

解 2　设这十个连续偶数分别是 a_1，a_2，a_3，…，a_8，a_9，a_{10}，根据等差数列的特性 $a_1 + a_{10} = a_2 + a_9 = a_3 + a_8 = \cdots$，这样，这十个数可组成两数之和都相等的五个组，每组的两数之和是 $870 \div 5 = 174$. 又因十个是连续偶数，其最小数应比最大数小 $2 \times (10 - 1) = 18$，故最小数是(174－18)÷2＝78. 从小到大第三个数是 78＋2＋2＝82. 由于所求两数刚巧在同一个组内，故从大到小第三个数是 174－82＝92.

1713. 11 个连续奇数之和是 1111，求第六个数及最大数各是多少？

解 11 个连续奇数中的第六个数，就是这个数列的中数. 故第六个数是 $1111\div11=101$. 于是得最大数是 $101+2\times(6-1)=111$.

1714. 一个正三角形 ABC，每边长 1 米. 在每边上从顶点开始每隔 2 厘米取一点，然后从这些点出发作两条直线分别和其他两边平行（如图），这些平行线相交在三角形 ABC 中得到许多边长为 2 厘米的正三角形. 求(1) 边长为 2 厘米的正三角形的个数；(2) 所作平行线段的总长度.



解 (1) 从一个顶点开始，边长为 2 厘米的正三角形的个数分别为 1，3，5，…，99，故边长为 2 厘米的正三角形的个数共有 $\overbrace{1+3+5+\cdots+99}^{50\text{个数}}=100\times25=2500$. 或考虑边长为 1 米的平行四边形（其中一个角为 60°），每隔 2 厘米作一直线与另一边平行，这样共可得 $50\times50=2500$ 个边长为 2 厘米的平行四边形，每个平行四边形包含两个边长为 2 厘米的正三角形，共计就有 5000 个边长为 2 厘米的正三角形. 因此，在正三角形 ABC 内共有边长为 2 厘米的正三角形 2500 个；

(2) 在正三角形 ABC 内所作平行 BC 边的线段共 49 条（不包括 BC 边），这些线段的长分别为 2 厘米、4 厘米、……、98 厘米. 这样，这些线段的长度之和为 $2+4+\cdots+96+98=(2+98)\times49\div2=2450$（厘米）. 同理，所作平行 AC 边、AB 边的全部线段的长度之和也分别为 2450 厘米，因此，所作平行线段的总长度为 $2450\times3=7350$（厘米）.

1715. 在 20 以内哪五个连续奇数之积等于这五个数的最小公倍数？

解 要使五个连续奇数之积等于这五个数的最小公倍数，关键在于这五个连续奇数必须两两互质，也就是要避免把两个 3 的奇数倍的数同时选入，因此必须把 3 的奇数倍的数作为五个连续奇数的中数. 于是，本题的答案有两组：(1) 5，7，9，11，13；(2) 11，13，15，17，19.

1716. 有四个连续奇数，已知最大数是最小数的 3 倍，求这四个数.

解 四个连续奇数的最大数应比最小数大 $2\times(4-1)=6$. 已知最大数是最小数的 3 倍，即最大数比最小数大 $(3-1)$ 倍，按差倍问题解法，最小数是 $6\div(3-1)=3$，所以，这四个连续奇数是 3，5，7，9.

1717. 某物体从空中落下，第一秒落下 4.9 米，以后每秒各增加 9.8 米，经过 10 秒到达地面. 问物体原来离地面高多少米？

解 根据题目中“以后每秒各增加 9.8 米”可知，这个物体从空中每秒落下所经过的距离为以 4.9 米为首项，以 $[4.9+9.8\times(10-1)]$ 米为末项共

十项的等差数列，而物体原来离地面的高度等于这个等差数列各项之和. 于是得 $S=\frac{(a+b)n}{2}=\frac{\{4.9+[4.9+9.8\times(10-1)]\}\times10}{2}=9.8\times10\times5=490$. 故物体原来离地面高 490 米.

1718. 时钟在整点时按钟点数打钟，每半点钟也打钟一次，一昼夜时钟共打钟多少次？

解　各个整点打钟的次数是 1 到 12 的 12 个连续自然数，一昼夜时针在钟面上走了两圈，整点时共打钟 $\left[\frac{(1+12)\times12}{2}\times2\right]$ 次，半点钟时共打钟 $(1\times12\times2)$ 次，故一昼夜共打钟 $\frac{(1+12)\times12}{2}\times2+1\times12\times2=180$(次).

1719. 在 $\frac{1}{1}$，$\frac{1}{1}$；$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{2}{2}$，$\frac{2}{2}$；$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{3}{3}$，$\frac{3}{3}$；$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{2}{4}$，$\frac{2}{4}$，$\frac{3}{4}$，$\frac{3}{4}$，$\frac{4}{4}$，$\frac{4}{4}$；…中：

(1) $\frac{1}{15}$ 是第几个分数？

(2) 第 463 个分数是几分之几？

解　分析这系列分数的特点，可得出各个分母与这个分母所有分数的个数的对照表如下：

分　母	1	2	3	4	5	6	…
分数的个数	2	4	6	8	10	12	…

这是自然数列与偶数列的对应关系，而且从第一个分数到分母是某数的最后一个分数为止，分数个数之和等于这个分母及其后继数之积. 由此可解答：

(1) $\frac{1}{15}$ 是在 $\frac{14}{14}$ 之后的两个分数，从第一个分数 $\frac{1}{1}$ 到第二个 $\frac{14}{14}$ 为止所有分数个数之和是 $14\times15=210$(个)，所以 $\frac{1}{15}$ 是第 211 及第 212 个分数；

(2) 因 $463-1=21\times22$，即第 462 个分数是第二个 $\frac{21}{21}$，所以，第 463 个分数是 $\frac{1}{22}$.

1720. 在一串数 1；$\frac{1}{2}$，$\frac{2}{2}$，$\frac{1}{2}$；$\frac{1}{3}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{3}{3}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{1}{3}$；$\frac{1}{4}$，$\frac{2}{4}$，$\frac{3}{4}$，

$\frac{4}{4}$，$\frac{3}{4}$，$\frac{2}{4}$，$\frac{1}{4}$；…中：



（1）$\frac{7}{10}$ 是第几个分数？

（2）第 400 个分数是几分之几？

（3）分母是 35 的分数排在第几个到第几个？这组分数共有多少个？

解　分析这列分数的特点，可得到分母与这组分数个数的对照表如下：

分　母	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
分数个数	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	…

这是自然数列与奇数列的对应关系，且从第一个分数到分母是某数的最后一个分数为止，所有分数个数之和等于这个分母数的平方. 由此可解答：

（1）$\frac{7}{10}$ 在第十组分数中，分子是 7 应排在这组分数中的第 7 个位置及第 13 个位置上，在第十组分数之前共有九组分数，它们的个数之和为 $9^2=81$，因此 $\frac{7}{10}$ 是第 $81+7=88$（个）及第 $81+13=94$（个）分数；

（2）根据上表，因 $400=20^2$，故第 400 个分数应是第 20 组中的最后一个分数，这个分数是 $\frac{1}{20}$；

（3）分母是 34 的最后一个分数 $\frac{1}{34}$ 是第 $34^2=1156$ 个分数，而分母是 35 的最后一个分数 $\frac{1}{35}$ 是第 $35^2=1225$ 个分数，故分母是 35 的分数排在第 1157 个到第 1225 个，共有 $1225-1156=69$（个）分数.［在求出第二个 $\frac{1}{34}$ 是第 1156 个分数后，根据上表，分母是 35 的分数共有 $35\times2-1=69$（个），故分母是 35 的分数应从第 1157 个到第 $1156+69=1225$（个）.］

2. 约数和倍数

1721. 分别写出 48、49、67 的全部约数.

解　（1）48 的约数有 1、2、3、4、6、8、12、16、24、48，共 10 个.

说明　为了防止遗漏或重复，写约数时可把乘积等于 48 的两个因数同时记下，如这题依次记 1 与 48、2 与 24、3 与 16、4 与 12、6 与 8. 并从小到

大排列起来.本题也可以这样解：因为 $48=2^4\times3$.所以 48 的约数有：1，2，3，2^2，2×3，2^3，$2^2\times3$，2^4，$2^3\times3$，$2^4\times3$ 等 10 个；

(2) 49 的约数有 1，7，49；

(3) 67 是质数，所以 67 的约数只有 1，67.

1722. 写出全部除 109 后余数为 4 的两位数.

解 1 这些两位数应该是 $109-4=105$ 的约数，105 的约数有 1、3、5、7、15、21、35、105，其中两位数 15、21、35 就是本题的解；

解 2 105 的质因数有 3、5、7 三个，它们都是一位数，而它们的连乘积是三位数，只能二个质因数的乘积才是两位数，故本题答案有

$3\times5=15$，$3\times7=21$，$5\times7=35$ 共三个.

1723. 不写出全部约数，能否确定一个数共有多少个约数？

解 把一个数分解质因数，再把各质因数的指数加一后连乘，所得的积就是这个数的约数的个数(包括 1 及其本身).例如 $360=2^3\times3^2\times5$，所以 360 的约数共有$(3+1)\times(2+1)\times(1+1)=24$(个)；$36=2^2\times3^2$，所以 36 的约数共有$(2+1)\times(2+1)=9$(个)；47 是质数，所以 47 的约数共有

$$1+1=2(\text{个}).$$

确定一个数的约数有多少个的算理，可以 360 为例来说明.从 2^3 来看，360 的约数中存在不含有 2，含有 2，2^2 及 2^3 等四种情况；从 3^2 来看，360 的约数中存在不含有 3，含有 3 及 3^2 等三种情况；从 5 来看，360 的约数中存在不含有 5 及含有 5 两种情况. 1 是不含有 2、3 及 5 的 360 的约数，根据组合知识，故 360 的约数共有$(3+1)\times(2+1)\times(1+1)=24$(个).

1724. 共有 8 个约数的最小自然数是几？

解 根据上题所得一个数的质因数的指数和这个数的约数的个数间的关系，因 $8=1\times8=2\times4=2\times2\times2$.故可以最小的几个质数作为底数找出约数共有 8 个的最小自然数是多少：$8=(7+1)\rightarrow2^7=128$；$8=(1+1)\times(3+1)\rightarrow2^3\times3=24$；($3^3\times2>2^3\times3$，可不考虑)$8=(1+1)\times(1+1)\times(1+1)\rightarrow2\times3\times5=30$.由此可知，共有 8 个约数的最小自然数是 24.

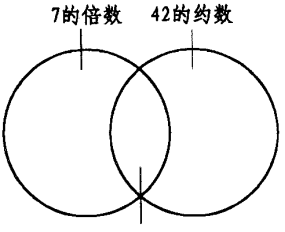
1725. 240 的约数与 1000 的约数哪一个多？多几个？

解 把 240 与 1000 分别分解质因数：$240=2^4\times3\times5$；$1000=2^3\times5^3$，240 的约数共有$(4+1)\times(1+1)\times(1+1)=20$(个)；1000 的约数共有$(3+1)\times(3+1)=16$(个).故 240 的约数比 1000 的约数多，多

$$20-16=4(\text{个}).$$

1726. 把下列各数填入下图中适当的位置：

6，7，14，21，28，35，42，63.



解 分别找出 7 的倍数及 42 的约数. 7 的倍数有 7、14、21、28、35、42、63；42 的约数有 6、7、14、21、42；再找出既是 7 的倍数又是 42 的约数得 7、14、21、42. 把这四个数填入韦恩图中的交集位置，其余各数分别填入适当的位置，左面填 28，35，63；右面填 6.（图略）

1727. 72 与 720 的所有约数之和各是多少；

解 $72=2^3\times3^2$，72 的约数是数列 1，2，2^2，2^3 与数列 1，3，3^2 两两分别相乘的积. 今第一数列乘以第二数列中的 1，所得的积与第一数列相等，故其和为$(1+2+2^2+2^3)$；第一数列乘以第二数列中的 3，所得的积之和为$(1+2+2^2+2^3)\times3$，又第一数列乘以第二数列中的 3^2，所得的积之和为$(1+2+2^2+2^3)\times3^2$，因此，72 的所有约数之和为

$$(1+2+2^2+2^3)+(1+2+2^2+2^3)\times3+(1+2+2^2+2^3)\times3^2$$
$$=(1+2+2^2+2^3)\times(1+3+3^2)=195.$$

$720=2^4\times3^2\times5$，由此得 720 的所有约数之和为

$$(1+2+2^2+2^3+2^4)\times(1+3+3^2)\times(1+5)=2418.$$

说明 由上述解法可知，设将某数分解质因数得 $a^m\times b^n\times c^p\times\cdots$，则某数的所有约数之和为 $(1+a+a^2+\cdots+a^m)\times(1+b+b^2+\cdots+b^n)\times(1+c+c^2+\cdots+c^p)\times\cdots$，按等比数列求和公式，某数的所有约数之和可表示为

$$\frac{a^{m+1}-1}{a-1}\times\frac{b^{n+1}-1}{b-1}\times\frac{c^{p+1}-1}{c-1}\times\cdots.$$

1728. 求证：两连续奇数的和一定是 4 的倍数.

证明 设较小的奇数是 $2n-1$，那么较大的奇数是 $2n+1$（n 为任何自然数），两数的和是$(2n-1)+(2n+1)=4n$，$4n$ 是 4 的倍数，故两连续奇数的和一定是 4 的倍数. 例如 $37+39=76$，$4\mid76$.

1729. 求证：个数是奇数的连续整数的和一定是这个奇数的倍数.

证明 设最小数是 p，则其他各数是 $p+1$，$p+2$，…，$p+2n$. 这些连

续数共有$(2n+1)$个，而 $p+(p+1)+(p+2)+\cdots+(p+2n)=\frac{[p+(p+2n)]\times(2n+1)}{2}=(p+n)\times(2n+1)$. 即个数是奇数的连续整数的和一定是这个奇数$(2n+1)$的$(p+n)$倍. 例如 $13+14+15+16+17=75$，连续整数共 5 个，$5|75$.

1730. 求证：三个连续自然数的和一定是 3 的倍数.

证明　设中间一数为 a，则其他两数分别为$(a-1)$、$(a+1)$，三数之和$=(a-1)+a+(a+1)=3a$，故三个连续自然数之和一定是 3 的倍数. 例如 $76+77+78=231$，$3|231$.

1731. 求证：三个连续自然数的积为什么一定是 6 的倍数？

证明　设中间一数为 a，则其他两数分别为$(a-1)$、$(a+1)$，三数之积$=(a-1)a(a+1)=a(a^2-1)$，如果 a 是 2 的倍数，那么 $a(a^2-1)$也是 2 的倍数；如果 a 不是 2 的倍数，那么 a 一定是奇数，奇数的平方仍是奇数，则(a^2-1)必是偶数，故知 $a(a^2-1)$一定是 2 的倍数.

如果 a 是 3 的倍数，那么 $a(a^2-1)$也是 3 的倍数；如果 a 不是 3 的倍数，只有两种可能：(1) $a=3k+1$，(2) $a=3k+2$，(k 为整数)，由(1)，得 $a^2-1=(3k+1)^2-1=9k^2+6k+1-1=3(3k^2+2k)$，即 a^2-1 是 3 的倍数，$a(a^2-1)$也是 3 的倍数；由(2)，得 $a^2-1=(3k+2)^2-1=9k^2+12k+4-1=3(3k^2+4k+1)$即 a^2-1 是 3 的倍数，$a(a^2-1)$也是 3 的倍数.

一个数既是 2 的倍数，又是 3 的倍数，且 2 与 3 互质，这个数即三个连续数之积一定是 6 的倍数. 例如 $7\times8\times9=504$，$6|504$.

1732. 求证：三个连续偶数的连乘积一定是 48 的倍数.

证明　三个连续偶数各除以 2，其商为三个连续整数. 由上题知，三个连续整数的积是 6 的倍数，而三个连续偶数之积等于这三个偶数各除以 2 以后所得的三个连续整数之积的 2^3 倍. 故三个连续偶数的连乘积一定是 $6\times2^3=48$ 的倍数. 例如 $18\times20\times22=7920$，$48|7920$.

3. 奇偶数、质数、合数、互质数

1733. 奇数与偶数的和或差是奇数还是偶数？

解　设 m、n 都是整数，则奇数可表示为$(2m+1)$，偶数可表示为 $2n$. 两数的和$=(2m+1)+2n=2(m+n)+1$，两数的差$=(2m+1)-2n=2(m-n)+1$. 因 $2(m+n)$与 $2(m-n)$都是偶数，故 $2(m+n)+1$ 与 $2(m-n)+1$ 都是奇数. 由此知奇数与偶数的和或差都是奇数. 例如，$89+42=131$，$89-42=47$，131 与 47 都是奇数.

1734. 两个数的积是奇数，这两个数的和或差是奇数还是偶数？



解 两数中只要有一个是偶数，它们的积一定是偶数. 今积是奇数，这两数只可能都是奇数. 两个奇数的和或差必是偶数. 证明如下：设 m、n 都是整数，则 $(2m+1)$、$(2n+1)$ 都是奇数. 因 $(2m+1)(2n+1)=4mn+2m+2n+1=2(2mn+m+n)+1$，而 $2(2mn+m+n)$ 是偶数，故 $2(2mn+m+n)+1$ 是奇数. 即两个奇数的积一定仍是奇数. 反之，乘积为奇数的两个自然数的因数一定都是奇数. 又因为 $(2m+1)+(2n+1)=2(m+n+1)$，而 $(2m+1)-(2n+1)=2(m-n)$，$2(m+n+1)$ 及 $2(m-n)$ 都是偶数，所以两个奇数的和或差必是偶数. 例如 $253=23\times11$，$23+11=34$，$23-11=12$，34 与 12 都是偶数.

1735. 数 a 能被数 b 整除，且 a、b 都是奇数，问所得的商 q 是奇数还是偶数？

解 由 $a\div b=q$，得 $a=bq$. 奇数 b 只能与奇数 q 相乘，积 a 才是奇数. 故商 q 一定是奇数.

1736. 数 a 能被数 b 整除，且 a 是偶数，b 与所得的商 q 是奇数还是偶数？

解 由 $a\div b=q$，得 $a=bq$，积 a 是偶数，b 与 q 有两种可能：(1) 都是偶数；(2) 两数中有一个是偶数. 故除数 b 及所得的商 q 中至少有一个是偶数.

1737. 在整数除法中，$a\div b=q$(余 r)，如果 a、b、r 都是奇数，那么 q 是奇数还是偶数？

解 由 $a\div b=q$(余 r)，得 $(a-r)=bq$，因 a、r 都是奇数，故 $(a-r)$ 是偶数，即 bq 是偶数，由于 b 是奇数，因此 q 一定是偶数.

1738. 如下图，从 0 点起每隔 3 米种一棵树. 如果把三块“爱护树木”的小牌分别挂在三棵树上，那么不管怎样挂，至少有两棵挂牌的树之间的距离是偶数(以米为单位). 为什么？



解 挂牌的三棵树，有四种可能：(1) 三数都是奇数；(2) 两个是奇数，一个是偶数；(3) 三数都是偶数；(4) 两个是偶数，一个是奇数. 由奇数－奇数＝偶数，偶数－偶数＝偶数，说明了不管怎样挂，至少有两棵挂牌的树之间的距离是偶数.

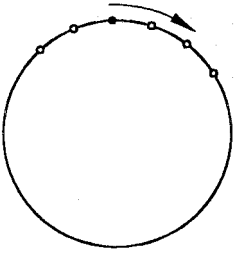
1739. 某班同学参加学校的数学竞赛，共 50 道试题，评分标准是答对一道得 3 分，不答得 1 分，答错倒扣 1 分，试说明该班同学得分的总和一定

是偶数.

解 1 设其中一位学生答对的有 a 题,不答的有 b 题,答错的有 c 题,则 $a+b+c=50$,因 50 是偶数,故 a、b、c 三数只有两种可能:① 都是偶数;② 只有一个是偶数.按①,任何偶数乘 3、1.(−1)都得偶数,故他的总分也是偶数;按②,只有一个是偶数,其他两个是奇数,而 3、1、(−1)也都是奇数,两个奇数之积仍是奇数,两个奇数之积的和是偶数,另一个积也是偶数,故他的总分也是偶数.任何一位学生的总分都是偶数,故全班同学得分的总和一定是偶数.

解 2 对每个学生来说,50 题都答对共可得 150 分,是个偶数.如答错一题,就相差 4 分,不管答错几题,4 的倍数都是偶数,150 减去偶数仍是偶数.同样,如不答一题就相差 2 分,不管不答几题,总是差一个偶数.因此每个学生的得分是偶数,偶数的和仍是偶数,因此全班同学的总分也是偶数;

1740. 如图,在一个圆周上放了 1 枚黑色的和 1998 枚白色的围棋子.一个同学进行这样的操作:从黑子开始,按顺时针方向数出 200 枚白子,然后从这第 200 枚开始,每隔 1 枚,取走 1 枚.当他取到黑子时,圆周上还剩下多少枚白子?



解 1998 枚白子去掉 200 枚,还剩 1798 枚.1798 是偶数,在第一圈操作中,共取走 $\frac{1798}{2}=899$(枚)白子,剩下 $\frac{1798}{2}+200=1099$(枚)白子,其中最后取的是黑子前的一枚白子.第二圈操作时,首先取的是黑子后的那枚白子.由于 1099 是奇数,共取走 $\frac{1099+1}{2}=550$(枚)白子,剩下 $1099-550=549$(枚)白子,最后取的仍是黑子前的一枚白子.同理,第三圈操作时,由于 549 是奇数,取走了 $\frac{549+1}{2}=275$(枚)白子,剩下 $549-275=274$(枚)白子,其中首先取的是黑子后的一枚白子,最后取的是黑子前的一枚白子.第四圈操作时,首先取的仍是黑子后的白子.由于 274 是偶数,最后取的是黑子前的第二个白子,接下去这位同学就可取到黑子.这时圆圈上剩下白子 $\frac{274}{2}=137$(枚).

1741. 哪三个质数的和等于 21?

解 除 2 以外,其他质数都是奇数.21 也是奇数,因此,所求的三个质数必须都是奇数.在质数 3、5、7、11、13、17 中,符合题目要求的三个质数有两组答案:(1) 3、5、13;(2) 3、7、11.

1742. 在括号里分别填入 20 以内的质数，使下列算式都能成立.

$$\left.\begin{matrix}(\quad)\\(\quad)\\(\quad)\\(\quad)\end{matrix}\right\}+(\quad)=\left\{\begin{matrix}(\quad)\\(\quad)\\(\quad)\\(\quad)\end{matrix}\right.$$

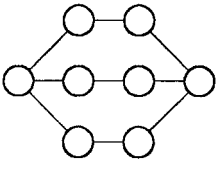
解　除 2 以外，所有质数都是奇数，两奇数之和必是偶数，即都是 2 的倍数(而且大于 2)，故第二加数的括号里只能填 2. 在 20 以内两个连续奇数都是质数的有 3 与 5，5 与 7，11 与 13，17 与 19 四组，故第一加数的括号里应分别填入 3，5，11，17，等号右面的括号里应分别填入 5，7，13，19.

1743. 在括号里分别填质数，使下列等式都成立.

$$\left.\begin{matrix}19\\22\\28\end{matrix}\right\}-(\quad)=\left\{\begin{matrix}(\quad)\\(\quad)\\(\quad)\end{matrix}\right.$$

解　把 19，22，28 三个数分别分为两个质数之和，再找出它们中相同的质数作为减数，19＝2＋17；22＝3＋19＝5＋17＝11＋11；28＝5＋23＝11＋17. 相同的质数是 17，故 17 是三个算式中的减数，等号右边的括号里应分别填 2，5，11.

1744. 把 20 以内的质数分别填入下图的○里，每一质数限用一次，使前后连接的四个数之和都相等.



解　20 以内的质数有 2、3、5、7、11、13、17、19 共八个. 要使前后连接的四个数之和都相等，关键在于确定中间的六个数，要求上、中、下三行前后两个数之和都相等. 分析这八个质数，2 是唯一的偶数，不可能填入中间六个圈里，而 3 与 5，5 与 7，11 与 13，17 与 19 都是连续奇数，7 与 11，13 与 17 都相差 4，故不应将 3 列入中间的六个数之内，而将 5、7、11、13、17、19 大小搭配，得 5＋19＝7＋17＝11＋13＝24. 因此，前后应分别填入 2 与 3，中间的上行、中行、下行应分别填入 5 与 19，7 与 17，11 与 13.

1745. 已知钝角三角形的一个角是 54°，另外两个角的度数都是质数，且另一锐角的度数要最大，求这两个角的度数.

解　三角形的内角和是 180°，其中一个角是 54°，则其他两个角度数之

和是 $180°-54°=126°$. 题中要求的是钝角三角形中另外两个角的度数，且另一锐角的度数要最大，即三角形的钝角要最小，故应把 126 分成九十几与几两个质数的和，大于 90 的最小质数是 97，且 $126-97=29$，也是质数，符合题目要求，故这两个角的度数分别是 97°和 29°.

1746. 写出 10 以内的两个数，它们都不是质数但又是互质数.

解　10 以内的合数有 $4=2^2$、$6=2\times3$、$8=2^3$、$9=3^2$、$10=2\times5$，其中互质的两个数有三组：(1) 4 与 9；(2) 8 与 9；(3) 9 与 10.

1747. 写出小于 20 的三个自然数，使它们的最大公约数是 1，但两两均不互质，是否只有一组解？

解　根据三数两两均不互质可知 a、b、c 三数都是合数. 把这三个合数分解质因数，因这三个自然数都小于 20，而最小的三个质数之积 $2\times3\times5$ 已大于 20，故这三个数中的每一个数在分解质因数时至多只有两个不同的质因数. 设 $a=2\times3=6$，$b=3\times5=15$，$c=2\times5=10$，容易验证，6、10、15 是一组解.

因为题目未限定每个数的质因数不能有相同的，故还可设 $a=2\times2\times3=12$ 或 $a=2\times3\times3=18$，故 12、15、10 或 18、15、10 也是题目的解.

1748. 在 1～1100 中同时与 11 及 5 互质的数有几个？

解　5 及 11 都是质数，在 1～1100 中，5 的倍数有 $1100\div5=220$(个)，11 的倍数有 $1100\div11=100$(个)，在 1～1100 中既是 5 的倍数又是 11 的倍数，也就是 $5\times11=55$ 的倍数有 $1100\div55=20$(个). 除此以外，其他各数同时与 5 及 11 互质，这样的数共有

$$1100-(220+100-20)=800(\text{个}).$$

1749. 在 1～100 中同时与 6 及 8 互质的数有几个？

解　因 6 与 8 都是合数 $6=2\times3$，$8=2^3$，故同时与 6 及 8 互质的数，也就是必须同时与 2 及 3 互质的数. 在 1～100 中，2 的倍数有 $100\div2=50$(个)；3 的倍数有 $100\div3=33$(余 1)，即 33 个；既是 2 的倍数又是 3 的倍数有 $100\div(2\times3)=16$(余 4)，即 16 个. 故在 1～100 中同时与 6 及 8 互质的数共有 $100-(50+33-16)=33$(个).

1750. $\frac{a}{3}$、$\frac{b}{4}$、$\frac{c}{6}$ 是三个最简真分数，如果在这三个分数的分子上各加上 c，那么三个分数的和等于 6，求这三个分数.

解　$\frac{a+c}{3}+\frac{b+c}{4}+\frac{c+c}{6}=\frac{4a+4c+3b+3c+4c}{12}=\frac{11c+4a+3b}{12}=\frac{72}{12}$，

即 $11c+4a+3b=72$(a，b，c 都是自然数).

因为 $\frac{c}{6}$ 是最简真分数，即 c 与 6 互质，所以，c 只可能是 1 或 5，如果 c

$=1$，那么 $4a+3b=72-11=61$，但 $a<3$，$b<4$，$4a+3b\neq 61$；如果 $c=5$，那么 $4a+3b=72-11\times 5=17$. 又因为 $\frac{b}{4}$ 是最简真分数，即 b 与 4 互质，所以 b 只可能是 1 或 3，如果 $b=1$，那么 $4a=17-3=14$，但 $4\nmid 14$；如果 $b=3$，那么 $4a=17-3\times 3=8$，$a=8\div 4=2$. 所以这三个分数是 $\frac{2}{3}$、$\frac{3}{4}$、$\frac{5}{6}$.

4. 分解质因数

1751. 把 12705 分解质因数.

解　把一个合数 N 分解质因数的方法是：利用数的整除特征，先用它的最小的质因数 p_1 去除 N，得到一个商 q_1；再用 q_1 的最小的质因数 p_2 去除 q_1，又得到一个商 q_2，再用 q_2 的最小的质因数 p_3 去除 q_2，…一直除到所得的商 q_n 是质数为止. 把各次的除数 p_1，p_2，p_3，…，p_n 和最后的商 q_n 连乘起来，就是分解质因数的结果.

p_1……3 | 12705
p_2……5 | 4235……q_1
p_3……7 | 847……q_2
p_4……11 | 121……q_3
11……q_4

所以 $12705=3\times 5\times 7\times 11^2$.

1752. 把 21600 分解质因数.

解

2 | 21600
2 | 10800
2 | 5400
2 | 2700
2 | 1350
3 | 675
3 | 225
3 | 75
5 | 25
5

所以 $21600=2^5\times 3^3\times 5^2$.

如果容易看出要分解的数是某些数的乘积，那么可以先把它写成某些数的乘积的形式，再把乘积中的数分别进行分解，直到所有的因数都是质数为止，最后把所得的全部质因数连乘起来. 例如，

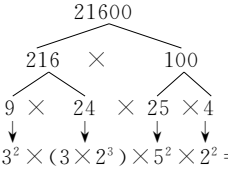
$21600=216\times100$

$=(9\times24)\times(25\times4)$

$=[3^2\times(3\times2^3)]\times(5^2\times2^2)$

$=2^5\times3^3\times5^2$.

用竖式表示为



1753. 30 以内最大的四个质数的和是多少？这个和的质因数是哪几个？

解　30 以内最大的四个质数是 29、23、19、17，它们的和是 29＋23＋19＋17＝88，88＝$2^3\times11$，故这个和的质因数有三个 2 及一个 11.

1754. 三个数的最小公倍数是 140. 问最大的这三个数是多少？

解　(1) 分解质因数法　$140=2^2\times5\times7$. 最小公倍数是 140 的三个数中，最大一个是 $2^2\times5\times7=140$，其次是 $2\times5\times7=70$，因 $2^2<5$，故第三个是 $5\times7=35$. 最大的这三个数是 140、70 及 35；

(2) 找约数法　140 是这三个数的最小公倍数，也就是这三个数都是 140 的约数. 在 140 的约数中，最大的三个是 140、70、35，所以最小公倍数是 140 的最大的三个数是 140、70 及 35.

1755. 三个两两互质的自然数的连乘积是 1960，求这三个自然数. 如果乘积仍是 1960，而自然数增加到四个，是否有解？为什么？乘积 1960 至少扩大多少倍才能有解？

解　把 1960 分解质因数得 $2^3\times5\times7^2$. 题目要求三个数必须两两互质，即任何两个数都不含有公共的质因数，故这三个数是 2^3、5 及 7^2，即 8、5 及 49.

因 1960 只含有 2、5、7 三个不同的质因数，故两两互质的自然数只有三个. 1960 至少要扩大 3 倍，才能得到符合要求的四个自然数 3、5、8 及 49.

1756. 三个两两互质的自然数的连乘积是 4200，问这样的三个数有哪几组？

解　把 4200 分解质因数得 $2^3\times3\times5^2\times7$. 题目要求三个数必须两两互质，但 4200 的质因数的集合有四个元素，因此，我们要把 2^3、3、5^2、7，进行组合，这样，答案共有六组：

(1) $\begin{cases}2^3\times7=56,\\3,\\5^2=25;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}2^3=8,\\3\times7=21,\\5^2=25;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}2^3=8,\\3,\\5^2\times7=175;\end{cases}$ (4) $\begin{cases}2^3\times3=24,\\5^2=25,\\7;\end{cases}$

(5) $\begin{cases}2^3=8,\\5^2\times3=75,\\7;\end{cases}$ (6) $\begin{cases}2^3\times5^2=200,\\3,\\7.\end{cases}$

1757. 在 30 与 40 之间找出两个自然数使它们的乘积与 21×60 的积相等.

解 把 21×60 分解质因数得 $(3\times7)\times(2^2\times3\times5)$，再把 2，2，3，3，5，7 六个质数重新搭配成两组，使每组的乘积都在 30 与 40 之间. 由此得 $5\times7=35$，$2^2\times3^2=36$，故这两个自然数是 35 与 36.

1758. 用一个两位数去除 310，余数是 37，求这样的两位数.

解 $(310-37)$ 能被这个两位数整除，而 $310-37=273=3\times7\times13$. 题中的余数是 37，故除数必须是大于 37 的两位数，由此可得大于 37 的两位数(除数)有两个：

(1) $3\times13=39$；(2) $7\times13=91$.

1759. 把 52、57、65、68、69、95、119、161 八个数分成两组，每组四个数，使它们的连乘积相等. 问该怎样分？

解 把这八个数分别分解质因数，得 $52=2^2\times13$，$57=3\times19$，$65=5\times13$，$68=2^2\times17$，$69=3\times23$，$95=5\times19$，$119=7\times17$，$161=7\times23$. 通过分析，这八个数共含有 2^2、3、5、7、13、17、19、23 各两个，在分组时只要注意把相同的质因数及 2^2 分在两个组里就可以了. 因此，所分两个组为

(1)	(2)
$2^2\times13=52$，	$5\times13=65$，
$5\times19=95$，	$3\times19=57$，
$7\times17=119$，	$2^2\times17=68$，
$3\times23=69$，	$7\times23=161$.

即 $52\times95\times119\times69=65\times57\times68\times161$.

1760. 将下列八个数平均分成两组，使这两组数的乘积相等. 问可以怎样分？

14、30、33、35、39、75、143、169.

解 将这八个数分别分解质因数，得

$14=2\times7$，	$30=2\times3\times5$，
$33=3\times11$，	$35=5\times7$，
$39=3\times13$，	$75=3\times5^2$，
$143=11\times13$，	$169=13^2$.

统计上面八个数所含有的质因数：2、7、11 各有 2 个，3、5、13 各有 4 个. 先考虑 169，如果把它列入 A_1 组，那么 39 和 143 必须列入 B_1 组，这样 A_1 组中还需列入 33；同理先考虑 75 把它列入 A_2 组，那么 30 和 35 必须列入 B_2 组，剩下的 14，列入 A_2 组，即

$$\begin{cases} A_1\text{—}169,\ 33, \\ B_1\text{—}39,\ 143; \end{cases} \quad \begin{cases} A_2\text{—}75,\ 14, \\ B_2\text{—}30,\ 35. \end{cases}$$

A_1 组与 B_1 组的积相等，A_2 组与 B_2 组的积也相等，将 A_1 与 A_2、B_1 与 B_2 或 A_1 与 B_2、B_1 与 A_2 合成一大组，于是本题共有两组答案

(1) $\begin{cases} 169、33、75、14, \\ 39、143、30、35; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 169、33、30、35, \\ 39、143、75、14. \end{cases}$

即 $169\times33\times75\times14=39\times143\times30\times35$；

或 $169\times33\times30\times35=39\times143\times75\times14$.

1761. 有甲、乙两数，它们既不是倍数关系，又不是互质数. 两数的最小公倍数是 150，如果甲数是 25，那么乙数是几？

解 把 150 与 25 分别分解质因数得：$150=2\times3\times5^2$，$25=5^2$，根据题目要求，可知所求乙数的质因数中必须含有一个 5，但不能含有 5^2，而且还必须含有 2 和 3，故乙数是 $2\times3\times5$，即 30.

1762. 把任何一个两位数连续写三遍，就成为一个六位数，这个六位数一定能被 3、7、13、37 整除，为什么？

解 两位数连续写三遍所成的六位数，应等于这个两位数的 10101 倍，把 10101 分解质因数得 $3\times7\times13\times37$，因 10101 能被 3、7、13、37 整除，故这个六位数也一定能被 3、7、13、37 整除.

1763. 学生 1430 人参加团体操，分成人数相等的若干队，每队人数要在 100 到 200 之间. 问有哪几种分法？

解 把 1430 分解质因数得 $2\times5\times11\times13$. 根据题目要求，应在 2、5、11 及 13 中选用若干个数，使它们的乘积在 100 到 200 之间. 于是得三种答案：(1) $2\times5\times11=110$；(2) $2\times5\times13=130$；(3) $11\times13=143$. 故每队人数为 110，130 或 143.

这题也可在写出 1430 所有约数的基础上找出符合题目要求的三个答案.

1764. 三个连续自然数，它们的积是和的 120 倍. 问这三个数各是多少？

解 三个连续自然数的和是中间一个数的 3 倍，因此，这三个数的乘积是中间一个数的 $120\times3=360$(倍). 又三数中有一个是中间的数，故其他两数的积是 360. 且这两数之差是 2. $360=2^3\times3^2\times5$，因 2×5 比 3^2 大 1，故 $(2\times5)\times2$ 比 $3^2\times2$ 大 2，符合题目要求. 这三个数是 18、19、20.

1765. 三个质数的倒数之和为 $\frac{1661}{1986}$，这三个质数之和是多少？



解　三个质数必两两互质，又三个质数的倒数之和为 $\frac{1661}{1986}$，则 1986 必为所求三质数之积. 将 1986 分解质因数，得

$$1986=2\times3\times331.$$

而 $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{331}=\frac{3\times331+2\times331+2\times3}{1986}=\frac{1661}{1986}$，

所以，此三质数之和为

$$2+3+331=336.$$

1766. 2304 可写成两个自然数的积，这两个自然数的和最小是几？最大是几？

解　经将 2304 分解质因数，得 $2304=2^8\times3^2$. 可见 2304 是个完全平方数，即 $2304=2^8\times3^2=(2^4\times3)\times(2^4\times3)=48\times48$. 48 是自然数，当将 2304 写成 48 与 48 这两个自然数的积时，这两个自然数的和为最小，是 96.

如将 2304 写成自然数 1 与 2304 的积，那么这两个自然数的和为最大，是 2305.

1767. 在射箭运动中，每射一箭得到环数或是“0”(脱靶)，或者是不超过 10 的自然数. 甲、乙两名运动员各射了 5 箭，每人 5 箭得到的环数之积都是 1764，但甲的总环数比乙少 4 环. 甲、乙的总环数各是多少？

解　因为两人五个环数的积为 1764，既不等于 0 且末尾也没有 0，所以两人的环数里没有“0”和“10”.

因为每箭射中的环数都是 1764 的因子，而

$1764=1\times2\times2\times3\times3\times7\times7$，且环数是不超过 10 的自然数，所以必有两箭是 7 环，其余 3 箭的环数是 $1\times2\times2\times3\times3$ 的因子.

如果最小的因子是 1，那么另两个因子是 4、9 或 6、6；

如果最小的因子是 2，那么另两个因子是 2、9 或 3、6；

如果最小的因子是 3，那么另两个因子是 3、4.

因此，两人 5 箭的环数有 5 种可能：

7、7、1、4、9，　和＝28；

7、7、1、6、6，　和＝27；

7、7、2、2、9，　和＝27；

7、7、2、3、6，　和＝25；

7、7、3、3、4，　和＝24.

因为甲、乙的总环数相差 4，且甲的总环数少，所以甲的总环数是 24，乙的总环数是 28.

5. 整除特征的应用

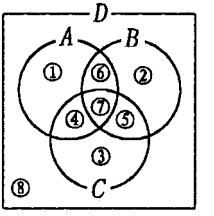
1768. 如下图所示：

A 圈中包含$\{2, 4, 6, \cdots, 100\}$；

B 圈中包含$\{3, 6, 9, \cdots, 99\}$；

C 圈中包含$\{5, 10, 15, \cdots, 100\}$；

D 圈中包含$\{1, 2, 3, 4, \cdots, 100\}$.



试回答：(1) 42、60、65、75、70、37 分别在图中哪一部分？(2) 图中的⑦中应填哪几个数？

解 (1) 42 能被 2 及 3 整除，应在⑥的位置，60 能被 2、3 及 5 整除，应在⑦的位置，65 能被 5 整除，应在③的位置，75 能被 3 与 5 整除应在⑤的位置，70 能被 2 及 5 整除，应在④的位置，37 不能被 2、3 或 5 整除，应在⑧的位置；

(2) ⑦中应填 $2\times3\times5\times n$(n 为自然数)，且乘积在 100 以内，即 100 以内同时能被 2、3、5 整除的数，有 30、60 和 90.

1769. 在 0、2、5、7、9 五个数字中选出四个不重复的数字组成一个能被 3 整除的四位数. 最大和最小的四位数各是多少？

解 这五个数字之和 $0+2+5+7+9=23$，23 比 3 的 7 倍大 2，因此，能被 3 整除的最大的四位数在选数字时应舍去 2，由此组成的四位数是 9750；能被 3 整除的最小的四位数在选数字时应舍去 5，由此组成的四位数是 2079.

1770. 由 0、4、5 三个数字所组成的三位数中，能被 2、3、5 整除的数分别有哪几个？能被 90 整除的数有哪几个？

解 能被 2、5 整除的数，它的末一位数必须能被 2 或 5 整除，故能被 2 整除的数有 450、540 及 504；能被 5 整除的数有 450、540 及 405. 能被 3 整除的数它的各数位上的数字之和必须能被 3 整除，因 $0+4+5=9$，9 能被 3 整除，故能被 3 整除的数有 405、450、504 及 540. 又能被 90 整除的数它的末一位数必须是 0，且各数位上的数字之和为 9 的倍数，故能被 90 整除的数有 450 及 540.

1771. 四位数 $1AA3$ 能被 9 整除，求 A.

解 按能被 9 整除的数的特征，$9\mid(1+A+A+3)$，即 $9\mid(2A+4)$. 由于 A 是小于 10 的整数，符合能被 9 整除的 $(2A+4)$ 只能是 9 或 18，当 $(2A+4)$ 是 9 时，A 不可能得整数；当 $(2A+4)$ 是 18 时，$A=(18-4)\div2=7$. 故 A 只能是 7，这个四位数是 1773.

1772. 写出能同时被 3 和 5 整除的三位数中最大的奇数.

解 能被 5 整除的奇数末位上的数字必须是 5，要使这个数是最大的三位数，则百位上的数字必须是 9，它能被 3 整除，故十位上的数字必须是 7 (因 $3\mid75$)，这个最大的三位数是 975.

1773. 有一个三位数，个位数字是百位数字的三倍，这个数除以 5 余 4，

除以 11 余 3，求此数.

解　根据个位数字是百位数字的三倍，此数只有三种可能，即 1□3，2□6，3□9. 根据此数除以 5 余 4，则这三个数中符合要求的只有 3□9. 又根据此数除以 11 余 3，则 3□6 能被 11 整除，因奇位数字 3＋6 应等于偶位数字，故十位数字为 9，即 396 能被 11 整除，因此，所求的数是 399.

1774. 某三位数的 8 倍与它的 5 倍之和除以 10 而余 1. 问某数的末位数字是几？某数至少是几？

解　某数的 8 倍与 5 倍之和等于某数的 13 倍. 某数的 13 倍除以 10 所得的余数应等于某数与 13 的乘积的个位上的数，因为只有 3 与 7 相乘，积的个位上的数才可能得 1，故某数的末位数字是 7；末位数字是 7 的最小的三位数是 107.

1775. 有三位数，每个数位上的数字都是不同的质数，而且它能被 2 与 3 整除. 这样的三位数有哪几个？

解　可作为每个数位上的数字必须是 10 以内的质数有 2、3、5、7 四个. 这个三位数能被 2 整除，它的末位数字只能是 2. 根据能被 3 整除的数的特征，2 加上 3、5、7 中的两个数之和必须是 3 的倍数，于是得 2＋3＋7＝12，故这样的三位数有 372 及 732.

1776. 一个五位数，左边三位数字之和是 19，这个五位数能被 9 及 5 整除，但不能被 2 整除. 写出这个五位数的右边两个数字. 如果把这个五位数的个位数字撇掉，所得的四位数除以 9，余数是几？

解　此数能被 5 整除但不能被 2 整除，故此数的个位数字只能是 5. 能被 9 整除的数的各位数字之和必须是 9 的倍数，而 19＋5＝24，略大于 24 的 9 的倍数是 27，27－24＝3. 故这个五位数的右边两个数字是 35.

五位数撇掉个位数字后，所得四位数的数字之和为 27－5＝22. 22÷9＝2(余 4)，故这个四位数除以 9，余数是 4.（简便方法：9 减末位数字 5 得 4，4 就是余数. 因五位数字之和为 9 的 3 倍，撇去末位数字 5 后，四位数字之和为 9 的 2 倍余 4.）

1777. 在 6□3□的方框中填上适当的数字，使这个四位数能被 396 整除.

解　396＝4×9×11，4、9、11 两两互质. 先考虑这个数能被 4 整除，因十位上的数字是 3，个位数字只能填 2 或 6. 再考虑 9 与 11，能同时被 9 与 11 整除，这个四位数的方框中所填两数之和为 6＋3 即 9. 如果个位数字是 2，那么百位数字是 7；如果个位数字是 6，那么百位数字是 3，故百位上的方框中应填 7 或 3，个位上的方框中应填 2 或 6. 即这个四位数是 6732 或 6336.

1778. 有一元、一角和一分的三种纸币共 18 张，其中一元币和一分币的张数之和等于一角币的张数. 把三种纸币全部换成一分币，平均分给 12

人，刚巧分完. 问三种纸币共值多少？

解　根据题意，一角币有 18÷2＝9(张)，则一元币和一分币共有 9 张，三种纸币共值□9□分. 把它分给 12 人，刚巧分完，而 12＝3×4，3 与 4 互质，即这个三位数既要能被 3 整除，又要能被 4 整除，因此，要这个三位数的末两位数能被 4 整除，则个位数字必为 2 或 6，考虑到一分和一元纸币共有 9 张，故知此数应为 792 或 396. 即三种纸币共值 7 元 9 角 2 分或 3 元 9 角 6 分.

1779. 有十元、一元及一角的纸币共 17 张，每种都不满 10 张，兑成一角纸币后等分给 11 人余 2 角，问一元纸币有多少张？

解　取出 2 张一角币后，余下的 15 张纸币刚巧能等分给 11 人而无多余，即这时兑成的角币数(三位数)能被 11 整除. 根据能被 11 整除的数的特征，这个三位数的百位上数与个位上数之和与十位上数的差必须是 0 或 11. 而此三位数的 3 个数字之和是 15，它的百位上数与个位上数之和不可能与十位上数相等，所以两者的差必是 11. 由此，可用和差问题求得十位上的数是：(15－11)÷2＝2. 即一元纸币有 2 张.

1780. 一个一千位数，所有数字都是 1，这个数被 7 除，余数是几？

解　因为 7×11×13＝1001，而 111×1001＝111111，即数字相同的一个六位数能被 7 整除，由此并推出所有数字相同的数位是六的整数倍的多位数也能被 7 整除. 又 1000÷6＝166(余 4)，而四位数 1111 除以 7 余数是 5，故所有数字都是 1 的一千位数除以 7 余数是 5.

1781. 某数加 3 后能被 5 整除，减 3 后能被 6 整除. 这个数最小是多少？

解　某数减 3 后能被 6 整除，这个数加 3 与这个数减 3 相差 6，所以仍能被 6 整除. 5 与 6 的最小公倍数是 30，故这个数最小是 30－3＝27.

1782. 五位数 6□7□0 是 72 的倍数，且方框中两数字之和小于 10，若以 177 除这个五位数，商是多少？

解　这个五位数是 72 的倍数，而 72＝8×9，8 与 9 互质，根据题目要求，方框中所填两个数字之和应为 9×2－(6＋7)＝5. 在不大于 5 的各数中，十位上的方框中只能填 2，这样，所得 720 才能被 8 整除，又 5－2＝3，故这个五位数是 63720. 63720÷177＝360. 因此商是 360.

1783. 把由 1 开始的自然数依次写下去，直写到 6869 位为止，组成一个多位数. 这个多位数除以 3 的余数是几？

解　由 1 开始的自然数列中，一位数有 9 个，在这 6869 位的多位数中占去 9 个数位；同理二位数有 90 个，占去 2×90 个数位；三位数有 900 个，占去了 3×900 个数位.

(6869－9－2×90－3×900)÷4＝995 表明这个 6869 位的多位数中四位的自然数有 995 个.

9＋90＋900＋995＝1994 表示这个 6869 位的多位数是由从 1 起的

1994 个连续自然数依次排列而成.

这个由 1994 个连续自然数组成的 6869 位数从 1 起每三个连续自然数组成的多位数必能被 3 整除 $1994\div3=664\cdots\cdots2$. 在 664 次整除后这个多位数中最后两个四位数组成的数是 19931994,而 $19931994\div3=6643998$,所以这个 6869 位数除以 3 的余数为 0.

1784. 学习委员统计班里读英文版世界名著的情况. 全班学生中有 $\frac{1}{2}$ 读了 1 本,$\frac{1}{5}$ 读了 2 本,$\frac{1}{8}$ 读了 3 本,$\frac{1}{10}$ 读了 4 本. 这个班学生不超过 50 人,全班学生中一本也没有读的有多少人?

分析　要求一本也没有读的人数,需要先求出全班的人数. 但题中条件只说不超过 50 人. 根据已知各种读书的人占全班的分数,又已知各种读书的人数应是整数,即这些分母一定都能整除全班的人数. 只要看它们的最小公倍数,是否接近 50. 接近 50 的数就是全班人数.

解　(1) 求 2, 5, 8, 10 的最小公倍数.

2	2	5	8	10
5	1	5	4	15
		1	4	1

所以最小公倍数为

$$2\times5\times4=40.$$

(2) 全班的人数为

$$40\times\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{5}-\frac{1}{8}-\frac{1}{10}\right)=40\times\frac{3}{40}=3(\text{人}).$$

所以一本也没有读的有 3 人.

1785. 一箱玻璃弹子若干颗(不超过 1000 颗). 如果按 2 颗 1 次,或 3 颗 1 次,或 4 颗 1 次,或 5 颗 1 次,或 6 颗 1 次取出时,最后箱子里总还剩下 1 颗;如果按 7 颗 1 次取出时,箱子里就一颗也不剩. 箱里原来最多有玻璃弹子多少颗?

解　按 7 颗一次取出,箱子里就一颗也不剩,可见玻璃弹子数一定是 7 的倍数.

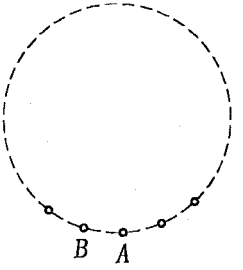
2, 3, 4, 5, 6 的最小公倍数为 60. 所以在 1000 以内,符合 2 颗 1 次,或 3 颗 1 次,或 4 颗 1 次,或 5 颗 1 次,或 6 颗 1 次取出时,最后箱子里总还剩下 1 颗的是:

61, 121, 181, 241, 301, 361, 421, 481, 541, 601, 661, 721, 781, 841, 901, 961.

其中能被 7 整除的是 301, 721.

所以箱里原来最多有玻璃弹子 721 颗.

1786. 如图，在一个圆圈上有几十个孔(不到 100 个). 小明像玩跳棋那样，从 A 孔出发沿着逆时针方向，每隔几孔跳一步，希望一圈后能跳回 A 孔. 他先每隔 2 孔跳一步，结果只能跳到 B 孔. 他又每隔 4 孔跳一步，也只能跳到 B 孔. 最后他每隔 6 孔跳一步，正好跳回到 A 孔. 试问这个圆圈上共有多少个孔？



解　以 A 孔作为第 1 孔每隔 2 孔跳一步，按逆时针方向计数 B 孔是 3 的倍数加 1，也就是总孔数是 3 的倍数加 1.

同理，每隔 4 孔跳一步最后跳到 B 孔，总孔数也是 5 的倍数加 1. 而每隔 6 孔跳一步最后正好跳回到 A 孔，说明总孔数是 7 的倍数.

如果将孔数减 1，那么差是 3 的倍数也是 5 的倍数，因而是 15 的倍数. 这个 15 的倍数加上 1 就是孔数，且能被 7 整除. 100 以内 15 的倍数加 1 后能被 7 整除的应是 91. 所以，这个圆圈上共有 91 个孔

1787. 在方框里填上一个相同的自然数，使等式成立：

$$\frac{1}{1+\square}+\frac{1}{3+\square}+\frac{1}{5+\square}=\frac{13}{24}.$$

解　三个分数的公分母为 24，则通分后的分子必为 24 的约数，又和的分子为 13，则这些约数必小于 13，且这些分子之和等于 13.

24 小于 13 的约数有 1、2、3、4、6、8、12.

其中　$1+4+8=13$，

$2+3+8=13$，

$3+4+6=13$.

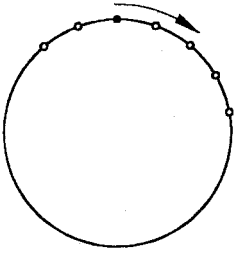
经测试　$\frac{3}{24}+\frac{4}{24}+\frac{6}{24}=\frac{13}{24}$.

即　$\frac{1}{8}+\frac{1}{6}+\frac{1}{4}=\frac{13}{24}$.

$\frac{1}{1+\boxed{3}}+\frac{1}{3+\boxed{3}}+\frac{1}{5+\boxed{3}}=\frac{13}{24}$ 符合要求.

所以，方框中填 3，等式成立.

1788. 在一个圆周上放了 1 枚黑色的和 1998 枚白色的围棋子. 一个同学进行这样的操作：从黑子开始，按顺时针方向，每隔两枚，取走一枚. 当他取到黑子时，圆周上还剩下多少枚白子？





解 $1998\div3=666$，由于 1998 能被 3 整除．因此第一圈操作时，取走 666 枚白子，剩下 $666\times2=1332$(枚)白子．由于第一圈操作时，最后取的是黑子前的那枚白子，所以第二圈操作时，首先取的黑子后的第二枚白子．以此枚白子为起点每隔两枚取一枚．在此枚白子后尚有 $1332-2=1330$(枚)白子，$1330\div3=443\cdots\cdots1$，故第二圈操作时，共取走 $443+1=444$(枚)白子，剩下 $1332-444=888$(枚)白子，其中最后取的白子是黑子前的第二枚．这样，第三圈操作时，首先取的白子是黑子前的第一枚．去掉这一枚后，尚有 $888-1=887$ 枚白子，$887\div3=295\cdots\cdots2$，这余数 2 表明白子中最后取的是黑子前的第三枚，隔两枚，接下去取的便是黑子了．在这一圈中取走白子 $295+1=296$(枚)，剩下白子 $888-296=592$(枚)．

6. 其他有关整除的规律

1789. 求证：任何奇数的 2 倍，不可能等于个数是偶数的连续奇数的和．

证明 由第 1728 题知，两连续奇数的和一定能被 4 整除，故这个数是偶数的连续奇数的和也一定能被 4 整除．而任何奇数都不能被 2 整除，故奇数的 2 倍，只能被 2 整除，但不能被 4 整除．于是可得任何奇数的 2 倍不可能等于个数是偶数的连续奇数的和．例如：$23+25+27+29=104$，而 $51\times2=102$，$53\times2=106$，$102<104<106$.

1790. 求证：一切质数除 2 和 3 以外，都等于 6 的倍数加 1 或减 1 后所得的数．

证明 任何整数除以 6 余数有 0、1、2、3、4、5 等六种情况．如果余数是 0，那么这个数是 6 的倍数而不是质数；如果余数是 2 或 4，那么这个数是 2 的倍数，除 2 以外不可能是质数；如果余数是 3，那么这个数是 3 的倍数，除 3 以外也不可能是质数．所以一切质数除 2 和 3 以外，只可能是 6 的倍数加 1 或减 1 后所得的数．例如：质数 $97=16\times6+1$；$131=22\times6-1$.

1791. 求证：凡除以 35 而余 17 的数，它的十倍除以 14 一定余 2.

证明 根据题意，此数是 35 的倍数加 17，此数的十倍应是 35 的倍数 $\times10+17\times10$. 其中 35 的倍数 $\times10$ 等于 350 的倍数，而 $14\mid350$，故 35 的倍数 $\times10$ 是 14 的倍数，而 $17\times10\div14=12$ 余 2. 根据和的整除性定理可知，凡除以 35 而余 17 的数，它的十倍除以 14 一定余 2. 例如：因 $857\div35=24$(余 17)，故 $8570\div14=612$(余 2).

1792. 求证：某数除以 7 所得的余数等于从这个数的末位起顺次乘以 1、3、2、−1、−3、−2 之积的和除以 7 所得的余数．

证明 设此数为 $100000a+10000b+1000c+100d+10e+f$. 因

100002、10003、1001、98、7 都能被 7 整除，故上式可改变为$(100002-2)a+(10003-3)b+(1001-1)c+(98+2)d+(7+3)e+f$，展开、移项，归并后得$(100002a+10003b+1001c+98d+7e)+(-2a-3b-c+2d+3e+f)$. 其中前半部分能被 7 整除，因此$(-2a-3b-c+2d+3e+f)$除以 7 所得的余数也就是此数除以 7 所得的余数. 即从此数的末位起，顺次乘以 1、3、2、−1、−3、−2 之积的和除以 7 所得的余数就是此数除以 7 所得的余数. 例如 18764÷7，按上法列表如下：

某　数	1	8	7	6	4
乘　数	−3	−1	2	3	1
乘　积	−3	−8	14	18	4

因为$(-3-8+14+18+4)\div 7=3$(余 4)，所以 18764 除以 7 的余数是 4.

如果某数超过了六位数，那么右起第七位数应乘以 1，第八位数应乘以 3，第九位数应乘以 2……即仍可根据上表计算，因 $1000000f=(999999+1)f$，$10000000e=(9999997+3)e$，$100000000d=(99999998+2)d$. …，999999、9999997、99999998 都能被 7 整除，以下证法同上，略.

1793. 求证：一个多位数从个位开始，每两个数位分成一组，把各组的数连加，如果所得的和能被 99 整除，那么这个多位数也能被 99 整除.

证明　设此数的数字排列自左到右为 $abcdefg$，则此数为$(999999+1)a+(9999+1)\times(10b+c)+(99+1)\times(10d+e)+(10f+g)=[999999a+9999(10b+c)+99(10d+e)]+[a+(10b+c)+(10d+e)+(10f+g)]$. 因 999999、9999、99 能被 99 整除，故$[999999a+9999(10b+c)+99(10d+e)]$也能被 99 整除. 如果$[a+(10b+c)+(10d+e)+(10f+g)]$能被 99 整除，那么这个多位数也能被 99 整除. 例如：判断 3185325 及 738964 能否被 99 整除？按上法得 3+18+53+25=99，73+89+64=226，因 99|99，99∤226，故 3185325 能被 99 整除，但 738964 不能被 99 整除.

1794. 求证：把一个多位数的数字顺序倒置后组成一个新的多位数，如果原数能(或不能)被 11 整除，那么新数也能(或不能)被 11 整除.

证明　一个数能否被 11 整除，只要看这个数的奇数位上数字之和与偶数位上数字之和是否相差 11 的倍数. 任何一个多位数，数字顺序倒置后，其奇数位上数字之和与偶数位上数字之和的差不变，即原数与新数能否被 11 整除的特征不变. 例如 36872 与 27863 两数的奇数位上数字之和均为 3



+8+2=13,偶数位上数字之和均为 6+7=13,故原数与数字顺序倒置后得到的新数都能被 11 整除. 又例如 172938 与 839271,前者奇(偶)数位上的数字就是后者偶(奇)数位上的数字. 因 7+9+8=24,1+2+3=6,24−6=18,11∤18,故原数与数字顺序倒置后得到的新数都不能被 11 整除.

1795. 怎样判断一个多位数能否被个位是 1 的两位数整除?

解 (1) 方法

除数	方法	判断
21(7)	逐次消去末位数字,从前一位起减去末位数字的 2 倍	剩下的数能被除数整除的,这个数也能被除数整除
31	逐次消去末位数字,从前一位起减去末位数字的 3 倍	
41	逐次消去末位数字,从前一位起减去末位数字的 4 倍	
51(17)	逐次消去末位数字,从前一位起减去末位数字的 5 倍	
⋮	⋮	

(2) 实例 5994 能否被 51 或 17 整除?

```
 5919 4
 −20      (4×5)
 5899
−  45     (9×5)
  544
 −20      (4×5)
   34
```

(1) ∵ 17|34,
∴ 17|59194;
(2) ∵ 51∤34
(或 51∤544),
∴ 51∤59194.

(3) 理由 从 59194 到 5899,实际上是先减去 4,使末位为 0,再减去 4 的 50 倍,使原数减去 4 的 51 倍(即 204). 从 5899 到 544 及从 544 到 34,实际上先后减去了 90 的 51 倍(即 4590)及 400 的 51 倍(即 20400)结果实剩 34000. 因为 204、4590、20400 都能被 51(或 17)整除,而 34000 只能被 17 整除,但不能被 51 整除,故 54400、58990 及 59194 也能被 17 整除但不能被 51 整除.

1796. 怎样判断一个多位数能否被个位是 9 的两位数整除?

解　(1) 方法

除数	方　　法	判　　断
19	逐次消去末位数字,在前一位起加上末位数字的 2 倍	剩下的数能被除数整除的,这个数也能被除数整除
29	逐次消去末位数字,在前一位起加上末位数字的 3 倍	
39(13)	逐次消去末位数字,在前一位起加上末位数字的 4 倍	
49(7)	逐次消去末位数字,在前一位起加上末位数字的 5 倍	
59	逐次消去末位数字,在前一位起加上末位数字的 6 倍	
⋮	⋮	

(2) 实例　17667 能否被 39 或 13 整除？

$$
\begin{array}{rll}
1766\cancel{7} & & \\
+\quad 28 & (7\times 4) & \\
\hline
179\cancel{4} & & \because\ 13\mid 39,\\
+\ 16 & (4\times 4) & \therefore\ 13\mid 17667.\\
\hline
19\cancel{5} & & \because\ 39\mid 39,\\
+20 & (5\times 4) & \therefore\ 39\mid 17667\\
\hline
39 & &
\end{array}
$$

(3) 理由　从 17667 到 1794,实际上原数先减去 7,使末位数字为 0,再加上 7 的 40 倍,总共加了 7 的 40－7,即 7 的 39 倍(即 273);从 1794 到 195 及从 195 到 39,实际上分别加上了 40 的 39 倍(即 1560)及 500 的 39 倍(即 19500),最后和得 39 实际是 39000. 也就是 17667＋273＋1560＋19500＝39000. 因为 273、1560、19500 都能被 39 整除,而 39000 又能被 39 整除,故 17667 也能被 39 整除. 又因 13|39,故 17667 也能被 13 整除.

1797. 怎样判断一个多位数能否被 7、11、13 整除.

解　(1) 方法　看这个多位数末三位数字所组成的数与末三位左面各位数字所组成的数之差能否被 7、11 或 13 整除. 如果差的位数较多,可用



上法继续求出较小的差，再作判断．

(2) **实例** 443716 能否被 7、11 及 13 整除？

716－443＝273.

∵ 7|273，∴ 7|443716；

∵ 11∤273，∴ 11∤443716；

∵ 13|273，∴ 13|443716.

又如 12345678 能否被 7、11、13 整除？

12345－678＝11667，667－11＝656.

∵ 7∤656，∴ 7∤12345678；

∵ 11∤656，∴ 11∤12345678；

∵ 13∤656，∴ 13∤12345678.

(3) **理由** ∵ $7\times11\times13=1001$，∴ 7|1001；11|1001，13|1001. 又 ∵ $443\times1001=443443$，∴ 7|443443，11|443443，13|443443. 而 443716－443443＝716－443＝273. 又 7|273，11∤273，13|273，根据差的整除性质及其推论，故 443716 能分别被 7 和 13 整除，但不能被 11 整除．

1798. 求证：任何一个整数与其数字按相反顺序排列所成之数的差一定能被 9 整除．

证明 设这个整数为 $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}$，则其数字按相反顺序排列所成的数为 $\overline{a_0a_1\cdots\overline{a_{n-1}a_n}}$，它们的差是 $\overline{a_na_{n-1}\cdots\overline{a_1a_0}}-\overline{a_0a_1\cdots\overline{a_{n-1}a_n}}=(10^na_n+10^{n-1}a_{n-1}+\cdots+10a_1+a_0)-(10^na_0+10^{n-1}a_1+\cdots+10a_{n-1}+a_n)=(10^n-1)a_n+(10^{n-1}-10)a_{n-1}+\cdots+(10-10^{n-1})a_1+(1-10^n)a_0$ 因 $(10^n-1)=\overbrace{999\cdots99}^{n\text{个}9}$，$(10^{n-1}-10)=10(10^{n-2}-1)=10\times\overbrace{999\cdots99}^{(n-2)\text{个}9}$，$\cdots(10-10^{n-1})=10(1-10^{n-2})=-10\times\overbrace{999\cdots99}^{(n-2)\text{个}9}$，$(1-10^n)=-\overbrace{999\cdots99}^{n\text{个}9}$ 因为 $\overbrace{999\cdots99}^{n\text{个}9}$、$\overbrace{10999\cdots99}^{(n-2)\text{个}9}$ 都能被 9 整除，即 (10^n-1)、$(10^{n-1}-10)$、…、$(10-10^{n-1})$、$(1-10^n)$ 都能被 9 整除，故 $(10^n-1)a_n$、$(10^{n-1}-10)a_{n-1}$、…、$(10-10^{n-1})a_1$、$(1-10^n)a_0$ 也都能被 9 整除，所以原命题成立．

1799. 求证：写出一个两位以上的数，再把这个数的数字另行排列组成一个位数相同的新数，这两个数之差一定能被 9 整除．

证明 因原数等于 9 的 m 倍加各数位上数字之和，而新数等于 9 的 n 倍加各数位上数字之和（m、n 都是自然数），这两个数的数字排列顺序虽然不同，但数字的和相等，故这个数之差等于 9 的 m 倍与 9 的 n 倍之差．即这两个数之差一定能被 9 整除．例如 3889751－1708385＝2181366，

9|2181366.

1800. 是否还有其他方法判断一个数能否被 7 整除？

有。下面介绍三种方法：

方法一　先把这个数写成各数位上的数字与 10 的幂的乘积之和的形式，再用 3 取代其中的 10 并算出得数．如果这个得数能被 7 整除，那么该数也能被 7 整除，否则就不能．

例　5236、645 **能否被 7 整除？**

$5236=5\times10^3+2\times10^2+3\times10+6\xrightarrow{(\text{以 }3\text{ 代 }10)}5\times10^3+2\times3^2+3\times3+6=168.$

∵　7|168，　∴　7|5236；

$645=6\times10^2+4\times10+5\xrightarrow{(\text{以 }3\text{ 代 }10)}6\times3^2+4\times3+5=71.$

∵　7∤71，　∴　7∤645.

证　设 $A=a_n10^n+a_{n-1}10^{n-1}+\cdots+a_110+a_0$，

$B=a_n3^n+a_{n-1}3^{n-1}+\cdots+a_13+a_0$，

$A-B=(10^n-3^n)a_n+(10^{n-1}-3^{n-1})a_{n-1}+\cdots+(10-3)a_1.$

因为每个括号里两数之差分别等于 7^n、7^{n-1}、…、7，**都能被 7 整除，所以，如果** B **能被 7 整除，那么** A**(要判断的数)也能被 7 整除；否则就不能；**

方法二　用 3 乘要判断数的左起第一位数，加上左起第二位数后再乘以 3，又加上左起第三位数后再乘以 3……一直算到最右一位数为止．在运算中，为了简便起见，可将所得的积或和中减去 7 的倍数．如果最后所得的数能被 7 整除，那么要判断的数也能被 7 整除，否则就不能．

例　48916、3027 **能否被 7 整除？**

48916　$4\times3+8-14=6$，→$6\times3+9-21=6$→$6\times3+1-14=5$→$5\times3+6=21$→$(21-21)\times3=0$.

∵　7|0，　∴　7|48916.

3027　$3\times3+0-7=2$，→$2\times3+2-7=1$→$1\times3+7-7=3$→$3\times3=9$.

∵　7∤9，　∴　7∤3027.

证　设 $A=a_n10^n+a_{n-1}10^{n-1}+\cdots+10a_1+a_0$，**作上述运算依次得** $3a_n+a_{n-1}\to3^2a_n+3a_{n-1}+a_{n-2}\to\cdots\to3^na_n+3^{n-1}a_{n-1}+\cdots+3a_1+a_0=B$. $A-B=a_n(10^n-3^n)+a_{n-2}(10^{n-1}-3^{n-1})+\cdots+a_1(10-3)$，**因**$(10-3)$、$(10^2-3^2)$、…、$(10^{n-1}-3^{n-1})$、$(10^n-3^n)$**都能被 7 整除，按方法一可证** A **能否被 7 整除决定于** B **能否被 7 整除；**

方法三　与方法二相似，但要从判断数的右边开始，而且应乘以 5.

例　37184、3027 **能否被 7 整除？**

$37184\to4\times5-14=6\to6+8-14=0\to(0\times5+1)\times5=5\to(5+7-7)\times5=25\to(25-21+3)\times5=35$.

$\because\ 7\mid35,\quad\therefore\ 7\mid37184.$

$3027\to7\times5-35=0\to(0+2)\times5-7=3\to(3+0)\times5-14=1\to(1+3)\times5-14=6$

$\because\ 7\nmid6,\quad\therefore\ 7\nmid3027.$

证 设 $A=a_n10^n+a_{n-1}10^{n-1}+\cdots+a_110+a_0$，作上述运算，依次得 $5a_0+a_1\to5^2a_0+5a_1+a_2\to5^3a_0+5^2a_1+5a_2+a_3\to\cdots\to5^na_0+5^{n-1}a_1+\cdots+5a_{n-1}+a_n=B$，$10^nB=50^na_0+10\times50^{n-1}a_1+\cdots+10^{n-1}\times50a_{n-1}+10^na_n$，于是 $10^nB-A=(50^n-1)a_0+10\times(50^{n-1}-1)a_1+\cdots+10^{n-1}\times(50-1)a_{n-1}$ 因 $(50-1)$、(50^2-1)、…、$(50^{n-1}-1)$、(50^n-1) 都能被 7 整除，但 10^n 不能被 7 整除，因此，只要数 B 能被 7 整除，数 A 一定也能被 7 整除，否则就不能.

7. 最大公约数及其应用

1801. 用分解质因数法求下列三组数的最大公约数：

(1) 126、990；(2) 72、360；(3) 47、74.

解 (1) 将 126、990 分别分解质因数：

$$\begin{array}{r|l}2&126\\3&63\\3&21\\&7\end{array}\qquad\begin{array}{r|l}2&990\\5&495\\3&99\\3&33\\&11\end{array}$$

$\because\ 126=2\times3^2\times7,$

$990=2\times3^2\times5\times11,$

$\therefore\ (126,990)=2\times3^2=18.$

因为我们所需要的只是这两个数公有的质因数，为了书写简便，可用下面的方法求它们的最大公约数：

$$\begin{array}{r|l}2&126\ \ 990\\3&63\ \ 495\\3&21\ \ 165\\&7\ \ 55\end{array}$$

$\therefore\ (126,990)=2\times3^2=18$（两数互质）

利用这种方法求最大公约数时，不是必须用公有的质因数去除被除数，如果很容易看出较大的公约数时，也可以用公约数去除. 例如，上题也可以先用 9 除，再用 2 除；或先用 6 除，再用 3 除

$$\begin{array}{r|l} 9 & 126\ \ 990 \\ \hline 2 & 14\ \ 110 \\ \hline & 7\ \ 55 \end{array}$$

∴ $(126,990)=9\times2=18$,

或

$$\begin{array}{r|l} 6 & 126\ \ 990 \\ \hline 3 & 21\ \ 165 \\ \hline & 7\ \ 55 \end{array}$$

∴ $(126,990)=6\times3=18$;

(2) ∵ $72\mid360$,

∴ $(72,360)=72$;

(3) ∵ 47 与 74 是互质数,

∴ $(47,74)=1$.

1802. 求 2700、7560、3960 的最大公约数.

解

$$\begin{array}{r|l} 2 & 2700\ \ 7560\ \ 3960 \\ \hline 2 & 1350\ \ 3780\ \ 1980 \\ \hline 3 & 675\ \ 1890\ \ 990 \\ \hline 3 & 225\ \ 630\ \ 330 \\ \hline 5 & 75\ \ 210\ \ 110 \\ \hline & 15\ \ 42\ \ 22 \end{array}$$

∴ $(2700,7560,3960)=2^2\times3^2\times5=180$.

也可简化成下面的形式

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2700\ \ 7560\ \ 3960 \\ \hline 9 & 270\ \ 756\ \ 396 \\ \hline 2 & 30\ \ 84\ \ 44 \\ \hline & 15\ \ 42\ \ 22 \end{array}$$

∴ $(2700,7560,3960)=10\times9\times2=180$.

1803. 用辗转相除法求 319、377 的最大公约数.

解 ∵ $377\div319=1$(余 58),

∴ $(377,319)=(319,58)$;

∵ $319\div58=5$(余 29),

∴ $(319,58)=(58,29)$;

∵ $58\div29=2$(余 0),

∴ $(58,29)=29$,

∴ $(319,377)=29$.

可以用下面的简便形式来求$(319,377)$.

5	319	377	1
	290	319	
	29	58	2 ∴ (319,377)=29
		58	
		0	



求大小比较接近的两个数的最大公约数时，我们也可用这两个数之差与其中一个数求它们的最大公约数．例如(432,360)=(72,360)=72．就是应用了辗转相除法求最大公约数的算理．

用辗转相除法求三个或者三个以上的数的最大公约数，可先求出其中两个数的最大公约数，再求所得的数与第三个数的最大公约数，等等，一直继续到最后一个数，最后得到的最大公约数就是所求的最大公约数．例如：求(418,494,589)．∵ (418,494)=38,(38,589)=19,∴ (418,494,589)=19、或 ∵ (494,589)=19,(19,418)=19．∴ (418,494,589)=19．

1804. 用某数去除 47、61、75 结果都余 5，某数是几？

解 47、61、75 各减去 5，所得的差都能被某数整除，故某数是这几个差的公约数，又因余数是 5，故某数必须是大于 5 的这几个差的公约数．47−5=42,61−5=56,75−5=70,42、56、70 的公约数中大于 5 的有 7 与 14．故某数是 7 或 14．

1805. 求除 3556 余 1，除 4979 余 2，除 6633 不足 3 的最大数．

解 所求的数一定是(3556−1)、(4979−2)、(6633+3)的公约数，题目要求最大数，故所求的是 3555、4977、6636 的最大公约数．(3555,4977,6636)=237，即除 3556 余 1，除 4979 余 2，除 6633 不足 3 的最大数是 237．

1806. 在下列方格中填入适当的数字，并说明解题的思路．

解 1 根据竖式可知，被乘数×□$_1$=273，被乘数×□$_2$=156．这个被乘数是同一个两位数，应是 273 与 156 的公约数．因此，我们分别将 273 与 156 分解质因数．273=3×7×13,156=3×4×13．这两个数的公约数是两位数的有 13 及 39．如果被乘数是 13，那么乘数分别为 3×7 及 3×4，每个方格中将填入两个数字，不符合题目要求．故被乘数应取 39，这样，乘数的个位上应填 7，十位上应填 4，算式为 39×47；

		□	□
×		□	□
	2	7	3
	1	5	6
1	8	3	3

解 2 根据竖式，被乘数是 273 与 156 的公约数，这个公约数分别除 273 与 156 所得的商即乘数每一位上的数字，必须小于 10，故应求 273 与 156 的最大公约数得 39,273÷39=7,156÷39=4，这个算式是 39×47．

1807. 已知两数的和是 144，它们的最大公约数是 12，求两数．

解 设一数为 a，另一数为 b，因它们的最大公约数是 12，故 $a=12m$，$b=12n$[m、n 都是自然数，且$(m,n)=1$]. $a+b=12(m+n)$. 而 $a+b=144$. 则 $144=12(m+n)$，故 $m+n=144\div12=12$. 把 12 分成两个数之和得 1 与 11，2 与 10，3 与 9，4 与 8，5 与 7，6 与 6. 其中互质的有 1 与 11，5 与 7 两组. 故本题有两组答案：(1) $a=12\times1=12$，$b=12\times11=132$；(2) $a=12\times5=60$，$b=12\times7=84$.

1808. 已知两数的积是 5040，它们的最大公约数是 12. 求两数.

解 设一数为 a，另一数为 b，因它们的最大公约数是 12，故 $a=12m$，$b=12n$[m、n 都是自然数，且$(m,n)=1$]. $ab=12^2mn$. 而 $ab=5040$，故 $mn=5040\div12^2=35$. 分解 35 成两个因数得 1×35，5×7. 于是得本题的两组答案：(1) $a=12\times1=12$，$b=12\times35=420$；(2) $a=12\times5=60$，$b=12\times7=84$.

1809. 两个数的商是 1.4，它们的最大公约数是 12. 求这两个数.

解 $1.4=\frac{7}{5}$，$(5,7)=1$，这两个数的最大公约数是 12，故被除数是 $12\times7=84$，除数是 $12\times5=60$.

1810. 用长为 105 厘米、宽为 75 厘米的一张大纸，裁成大小相同的正方形小纸而无多余. 至少可裁成多少张？

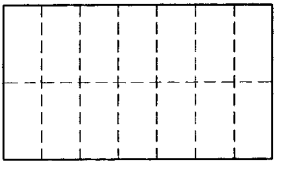
解 正方形纸的边长能分别整除长方形的长 105 厘米及宽 75 厘米，所以它是 105 及 75 的公约数. 又题目要求裁的张数最少，则正方形的边长要最大，故正方形的边长是 105 及 75 的最大公约数.

$(105,75)=15$，$(105\div15)\times(75\div15)=35$. 即至少可裁成 35 张.

1811. 有 70 支铅笔，30 支毛笔和 40 本练习簿，平均奖给若干个三好学生，结果铅笔多出 5 支，毛笔多出 4 支，练习簿多出 1 本. 问得奖的三好学生有多少个？

解 取铅笔$(70-5)$支，毛笔$(30-4)$支和练习簿$(40-1)$本奖给若干个三好学生，都刚巧分完，故三好学生数为 65、26、39 的公约数. 这三个数的公约数只有 1 和 13，如果三好学生只有一个，不符合题目要求，故得奖的三好学生有 13 个.

1812. 把一张长为 119 厘米、宽为 68 厘米的长方形铁皮剪成长与宽之比是 2∶1 的小长方形的机件底座而无剩余. 该怎样剪？至少可剪成多少块？



解 因机件底座的长与宽之比是 2∶1，而铁皮的长度 119 是一个奇数，宽度 68 是一个偶数，故应把铁皮的长剪开后作底座的宽，而把铁皮的宽剪开后作底座的

长，才能达到无剩余的要求．（剪法见上图），因为 $119=7\times17$，$68=2\times(2\times17)$，所以，底座的宽是 17 厘米，长是 34 厘米，至少可剪成 $7\times2=14$（块）．



1813. 某商品有每件价为 3 角 5 分、2 角 5 分、1 角 5 分和 1 角的四种规格．甲有人民币 2 元 7 角，乙有人民币 1 元 5 角．两人只需购买其中相同的一种，要求买的件数最少且都无剩余的钱．问应买哪一种规格的商品？

解 1 2 元 7 角 $=270$ 分，1 元 5 角 $=150$ 分．根据题目要求，两人所买那种商品的单价必须是 270 及 150 的公约数或最大公约数．270 及 150 的公约数有：1、2、3、5、6、10、15、30，有四种规格的商品中，没有单价是 3 角的，故两人买的是每件价 1 角 5 分的那种商品；

解 2 要求两人的钱都无剩余，故所选商品的单价必须是 2 元 7 角及 1 元 5 角的公约数．商品单价中最大的是 3 角 5 分，35 中含有质因数 7，7 不是 150 的约数，故舍去；其次是 2 角 5 分，25 不是 270 的约数，故也舍去．剩下的两种商品中，$15>10$，且 15 是 270、150 的公约数．故两人买的是每件价 1 角 5 分的那种商品．

1814. 毛笔 433 支，铅笔 260 支，等分给人数在 20 到 30 之间的书法竞赛获奖者，已知毛笔余 13 支，铅笔余 8 支，求获奖的人数．

解 获奖的人数应为毛笔支数 $(433-13)$ 及铅笔支数 $(260-8)$ 的公约数．$(433-13)$、$(260-8)$ 的最大公约数是 84．84 的约数中符合题目要求的有 21 和 28 两数．故获奖的人数是 21 或 28．

1815. 某校住宿生男生有 377 人，女生有 299 人，分配到每间人数相等的男、女生宿舍中，且无剩余．问至少需准备多少间男、女宿舍？

解 男女分住，但每间的人数相等，故每间所住人数应为男、女住宿生人数的公约数．又题目要求准备的宿舍要最少，故每间所住人数应为男、女住宿生人数的最大公约数．$(377,299)=13$．即每间住 13 人，故男宿舍需准备 $377\div13=29$（间），女宿舍需准备 $299\div13=23$（间）．

1816. 一个长方形的牧场，长是 450 米，宽是 231 米，在四角及四周种上树苗，且相邻两棵树苗之间的距离都相等．问至少要准备多少棵树苗？

解 因四角及四周都要种树，且相邻两棵树苗之间的距离相等，故两棵树苗之间的距离是 450 与 231 的公约数．题目要求至少应准备多少棵树苗，则相邻两棵之间的距离应取最大数，故要求的是 450 与 231 的最大公约数．$(450,231)=3$，故应准备的树苗棵数为

$(450+231)\times2\div3=454$（棵）．

【注意】 每个角上虽然都要种一棵树，但因在四周种植，故不需另加一棵．

1817. 为了欢度节日，某校工会采购到香蕉 216 千克，苹果 180 千克，生梨 126 千克，这三种水果的总价之比是 3∶2∶1. 现在分装成袋，不相混和，且无剩余，每袋价格相同，但千克数最少，问每袋各装多少千克？

解　因香蕉 216 千克、苹果 180 千克、生梨 126 千克的总价之比是 3∶2∶1，故香蕉 216÷3 即 72 千克，苹果 180÷2 即 90 千克与生梨 126 千克之价相等. 要使每袋之价相同，则每种水果所装袋数也要相同，故袋数应为 72、90、126 的公约数. 又每袋装的千克数要最少，故所装袋数应为 72、90、126 的最大公约数.(72、90、126)=18，故每袋应装香蕉 72÷18=4(千克)，或苹果 90÷18=5(千克)，或生梨 126÷18=7(千克).

8. 最小公倍数及其应用

1818. 用分解质因数法求下列三组数的最小公倍数.

(1) 45、75；　(2) 21、231；　(3) 10、21.

解　(1) 将 45、75 分别分解质因数：

$$\begin{array}{r|l} 3 & 45 \\ 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 3 & 75 \\ 5 & 25 \\ \hline & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 45=3^2\times 5 \\ 75=3\times 5^2 \end{array}$$

在 45 与 75 的公倍数里，至少含有两个质因数 3 及两个质因数 5，故 $[45,75]=3^2\times 5^2=225$.

为了书写简便，常用下面的方法来求两个数的最小公倍数：

$$\begin{array}{r|l} 3 & 45\quad 75 \\ 5 & 15\quad 25 \\ \hline & 3\quad 5 \end{array}$$

∴　$[45,75]=3^2\times 5^2=225$.

求两个数的最小公倍数，不一定要以公有的质数做除数，用这两个数的其他公约数做除数也可以，如

$$\begin{array}{r|l} 15 & 45\quad 75 \\ \hline & 3\quad 5 \end{array}$$

∴　$[45,75]=15\times 3\times 5=225$.

如果这两个数较小，也可把其中较大的数扩大 2、3、4、…倍，如果所得的积是另一个数的倍数，这个最小的积就是两数的最小公倍数. 如[6，8]=?，8 的 2 倍是 16，6∤16，8 的 3 倍是 24，6|24，故[6，8]=24；

(2) ∵　21|231，

∴　[21，231]=231；

(3) ∵　10 与 21 互质，

∴ $[10,21]=10\times21=210$.

1819. 求 96、30 和 132 的最小公倍数.

解 三个数公有的质因数…… 2 | 96 30 132

两个数公有的质因数…… 2 | 48 15 66

两个数公有的质因数…… 3 | 24 15 33

8、5、11 三个数中，两两互质. 8 5 11

∴ $[96,30,132]$

$=2^2\times3\times8\times5\times11=5280$.

一般地说，要求几个数的最小公倍数，可以先取出它们公有的一切质因数(可以从小到大依次选取)，再取出其中某几个数公有的质因数，然后把所取出的公有的质因数和每个数独有的因数连乘起来求积.

求两个以上的数的最小公倍数时，除了各个数公有的除数可不一定选取质数外，在取其中某几个数公有的除数时，必须选取质数，否则答案可能错误. 如求 30、36、84 的最小公倍数：

(1) 一般解法

2 | 30 36 84

3 | 15 18 42

2 | 5 6 14

5 3 7

$[30,36,84]=2^2\times3^2\times5\times7$

$=1260$.

(2) 简便解法

(各数公有)…… 6 | 30 36 84

2 | 5 6 14

5 3 7

$[30,36,84]$

$=2\times3\times5\times6\times7$

$=1260$.

(3) 错误解法

(非各数公有)…… 4 | 30 36 84

3 | 30 9 21

10 3 7

$[30,36,84]$

$=3^2\times4\times7\times10$

$=2520$.

算式(3)错误的原因是除数 4 不是三个数公有的质数，如果把 4 分解为两个 2，那么 30 中的 2 也能分解出去，故比正确的答案扩大了 2 倍．

1820. 用辗转相除法求 259、851 及 2072 的最小公倍数．

解　应用$[a,b]=\frac{ab}{(a,b)}$的关系式，先求出其中两个数的最大公约数，再除这两个数的积，所得的商就是这两个数的最小公倍数；然后取这两个数的最小公倍数用同样的方法与第三个数求出最小公倍数．第二次所求出的最小公倍数，就是这三个数的最小公倍数．

3	259	851	3
	222	777	
	37	74	2
		74	
		0	

$$[259,851]=\frac{\overset{7}{259}\times 851}{\underset{1}{37}}=5957;$$

1	2072	5957	2
	1813	4144	
	259	1813	7
		1813	
		0	

$$[2072,5957]=\frac{\overset{8}{2072}\times 5957}{\underset{1}{259}}=47656.$$

∴　$[259,851,2072]=47656$.

1821. 括号里至少应填几？

解　题里的商与余数相同，

$$(\quad)\div\begin{cases}(\quad)=3(\text{余 }3)\\(\quad)=4(\text{余 }4)\\(\quad)=5(\text{余 }5)\end{cases}$$

可知被除数能分别被 3、4、5 整除，也就是被除数是 3、4、5 的公倍数．又题目要求括号里至少应填几，故被除数里应填 3、4、5 的最小公倍数．$[3,4,5]=60$，而$(60-3)\div 3=19$；$(60-4)\div 4=14$；$(60-5)\div 5=11$，故本题答案

$$(60)\div\begin{cases}(19)=3(\text{余}3)\\(14)=4(\text{余}4)\\(11)=5(\text{余}5)\end{cases}$$



1822. 某数除以 126 或 144 都余 3，这个数至少是几？在 5000 以内符合题目要求的数有哪几个？

解　某数应比 126 与 144 的公倍数大 3，题目要求这个数至少是几，故应求出这两个数的最小公倍数后加 3. $[126,144]+3=1011$.

在 5000 以内符合题目要求的数应为 $[126,144]\times n+3$（n 为自然数），且 $[126,144]\times n+3$ 不超过 5000. 这样的数除 1011 外，尚有 2019，3027，4035.

1823. 求 12、15、18 的公倍数中最小的完全平方数.

解　12、15、18 的最小公倍数是 180. 要使所求的数符合完全平方数的要求，必须使这个数所含的每一个质因数的指数都是偶数. $180=2^2\times3^2\times5$，其中 5 的指数为 1，故 180 应扩大 5 倍得 900. 所以 900 是 12、15、18 的公倍数中最小的完全平方数.

1824. 有两个数，其中一个数不是另一个数的倍数，也不互质，它们的最小公倍数是 150，已知其中一个数是 25. 求另一个数.

解　把 150 及 25 分别分解质因数得：$150=2\times3\times5^2$，$25=5^2$，根据题中两个数既非倍数关系又不互质的要求，故另一个数的质因数中要含有一个 5，但不能含有 5^2，且必须含有 2 和 3. 故另一个数是 $2\times3\times5=30$.

1825. 有三个数，它们的最大公约数是 35，最小公倍数是 2520. 这三个数都在 200～350 之间，求这三个数.

解　最小公倍数 2520 除以最大公约数 35 得 72，把 72 分解质因数得 $2^3\times3^2$. 按题意，这三个数中必须含有质因数 2、2、2、3、3，但不能同时含有质因数 2 和 3. 又因 $200\div35$ 商 5 余 25，$350\div35=10$，说明这三个数的因数除了 35 以外，另一个因数不能小于 6 而大于 10，由此可得这三个数为：$35\times2^3=280$；$35\times3^2=315$；$35\times2\times3=210$.

1826. 两数之积是 1620，它们的最小公倍数是最大公约数的 20 倍. 求两数.

解　因两数之积等于它们的最大公约数与最小公倍数的乘积. 设两数是 a、b，则 $1620=(a,b)[a,b]=20(a,b)^2$. 故 $(a,b)^2=1620\div20=81$，$(a,b)=9$. 而 $[a,b]=1620\div9=180$. 又 $a=9m$，$b=9n$，$(m,n)=1$，$180\div9=20$，即 $mn=20$，故(1) $m=1$，$n=20$ 或(2) $m=4$，$n=5$；于是，得两数为(1) $a=9\times1=9$，$b=9\times20=180$；(2) $a=9\times4=36$，$b=9\times5=45$.

1827. 三个连续自然数的最小公倍数是 360，求这三个数.

解 三个连续自然数有两种可能：(1) 奇数、偶数、奇数；(2) 偶数、奇数、偶数．如果是前一种情况，那么这三个数的每两个数都互质，这样，360就是这三个数的连乘积．把360分解质因数得$2^3\times3^2\times5$，不论怎样搭配，$2^3\times3^2\times5$都不可能组成三个连续自然数之积，故第一种情况不可能存在．如果是后一种情况，那么前后两数有公约数2，故三数之连乘积应为$360\times2=720$，把720分解质因数得$2^4\times3^2\times5$．于是得三个连续自然数为2^3、3^2、(2×5)，即8、9、10.

1828. 两数之和是144，它们的最小公倍数是420，求两数．

解 设两数分别为A、B，最小公倍数为m，最大公约数为d，且$A=da$，$B=db$，(a，b为互质的自然数)．则$A+B=da+db=d(a+b)$，$m=\frac{AB}{d}=\frac{da\cdot db}{d}=abd$．因$m=420$，$A+B=144$，故$\frac{m}{A+B}=\frac{420}{144}=\frac{2^2\times3\times5\times7}{2^4\times3^2}$，即$\frac{abd}{d(a+b)}=\frac{2^2\times3\times5\times7}{2^4\times3^2}$．又因$(a,b)=1$，故$d=2^2\times3$，$a+b=2^2\times3=12$，$ab=5\times7$，而5与7之和刚巧是12，故$a=5$，$b=7$，$A=da=2^2\times3\times5=60$，$B=db=2^2\times3\times7=84$，即两数分别为60及84.

1829. 恰好能被6、7、8、9整除的五位数有多少个？其中最小是几？最大是几？

解 能同被6、7、8、9整除的数必能被它们的最小公倍数整除，

$(6,7,8,9)=504$.

五位数中最小的是10000，最大的是99999.

∵ $10000\div504=19\frac{424}{504}$，

∴ 能被504整除的最小五位数是$10000+(504-424)=10080$，或$504\times20=10080$.

∵ $99999\div504=198\frac{207}{504}$

∴ 能被504整除的最大五位数是$99999-207=99792$，或$504\times198=99792$；

∴ 五位数中能被504整除，即能同被6、7、8、9整除的有

$(99792-10080)\div504+1=179$(个).

其中最小是 $9999-423+504=10080$，

最大是 $9999-207=99792$.

1830. 在89后面添上3个数字组成一个五位数，使它能同被5、6、7整除，这些五位数中最大是哪一个？



解 能同被 5、6、7 整除的数，必能被 5、6、7 的最小公倍数[5、6、7]=210 整除.

设所求的五位数为 89000.

$$89000\div 210=423\cdots\cdots 170.$$

这说明在 89000 上加上 210−170=40 所得的五位数 89040 必能同被 5、6、7 整除. 如在此基础上再加上 4 个 210 所得五位数 89040+210×4=89880 可能是符合要求的最大五位数. 由于 89040+210×5=90090，90090 是能同被 5、6、7 整除的五位数，但最高两个数位的数字不合题意，因此符合题意的最大五位数是 89880.

1831. 两数之差为 24，它们的最小公倍数为 420，求两数.

解 设两数分别为 A、B，且 $A>B$，最小公倍数为 m，最大公约数为 d，又 $A=da$，$B=db$，(a、b 为互质的两个自然数)，则

$$A-B=da-db=24=2^3\times 3,$$

$$m=\frac{AB}{d}=\frac{d^2ab}{d}=abd=420=2^2\times 3\times 5\times 7.$$

由此得

$$\frac{m}{A-B}=\frac{abd}{d(a-b)}=\frac{2^2\times 3\times 5\times 7}{2^3\times 3}.$$

又因 $(a,b)=1$，故 $d=2^2\times 3$，$a-b=2$，$ab=5\times 7$，而 5 与 7 的差是 2，故 $a=5$，$A=da=2^2\times 3\times 5=60$；$b=7$，$B=db=2^2\times 3\times 7=84$. 即两数分别为 60 及 84.

1832. 两数之积是 5040，它们的最小公倍数是 420，求两数.

解 设两数分别为 A、B，它们的最大公约数为 d，最小公倍数为 m，且 $A=da$，$B=db$，(a、b 为互质的两个自然数)根据 $d=\frac{AB}{m}$，代入，得 $d=\frac{5040}{420}=12$，又因 $m=dab$，故 $ab=\frac{m}{d}=\frac{5040}{12}=35$. 因为 a 与 b 互质，故 a 与 b 只有两种可能，即 $a=1$，$b=35$；或 $a=5$，$b=7$. 故本题有两组答案：

(1) $A=da=12\times 1=12$，$B=db=12\times 35=420$；

(2) $A=da=12\times 5=60$，$B=db=12\times 7=84$.

1833. 两数的比是 5∶3，它们的最大公约数与最小公倍数的和是 1040，求两数.

解 因 5 与 3 互质，故大数除以这两数的最大公约数所得的商是 5，小数除以这两数的最大公约数所得的商是 3，又两数的最大公约数乘以 3 再乘以 5 所得的积应等于这两数的最小公倍数. 故 1040 是两数的最大公约数的(1+3×5)倍，故这两数的最大公约数是 1040÷(1+3×5)即 65，由此得大数是 65×5=325，小数是 65×3=195.

1834. 两数的最大公约数是 12，最小公倍数是 420，求两数．

解　设两数分别为 A、B，A 除以最大公约数得商 a，B 除以最大公约数得商 b，a、b 为两个互质的自然数，故 $A=12a$，$B=12b$，而 A 与 B 的最小公倍数 $=12ab=420$，由此得 $ab=\frac{420}{12}=35$．把 35 分解为互质的两个因数之积得 1×35 或 5×7．故本题有两组答案：

(1) $A=12\times1=12$，$B=12\times35=420$；

(2) $A=12\times5=60$，$B=12\times7=84$．

1835. 有两个三位数，它们的最大公约数是 19，最小公倍数是 798．求两数．

解　本题比上题增加了一个条件即这两数都是三位数．因为 $A=19a$，$B=19b$，而 $5\times19<100<6\times19$，故 a，b 两数都必须不小于 6，又 $ab=\frac{798}{19}=42$，故 42 只能分解为 6×7．由此得

$$A=19\times6=114,B=19\times7=133.$$

1836. $\frac{9}{28}$，$\frac{15}{56}$，$2\frac{2}{5}$ 同时除以哪一个分数，使所得的商都是整数，且这三个商的最大公约数为 1.

解　要使 $\frac{9}{28}$、$\frac{15}{56}$、$2\frac{2}{5}$ 除以同一个分数所得的商都是整数，则除数的分母必须是 28，56，5 的公倍数，这样，才能保证商的分母都等于 1，也就是商都是整数；要使所得的三个商的最大公约数是 1，则除数的分子必须是 9，15，12(即 $5\times2+2$)的最大公约数，而分母必须是 28，56，5 的最小公倍数．$[28,56,5]=280$，$(9,15,12)=3$，

故所求的这个分数是 $\frac{3}{280}$．

1837. 用 $\frac{9}{28}$，$\frac{15}{56}$，$1\frac{1}{20}$ 分别去除哪一个分数使所得的商都是整数，且这三个商的最大公约数为 1.

解　用 $\frac{9}{28}$、$\frac{15}{56}$、$1\frac{1}{20}$ 分别去除同一个分数所得的商都是整数，则这个分数的分子必须是 9、15、21(即 $20\times1+1$)的公倍数，这样，才能保证商的分母都等于 1，也就是商都是整数；要使所得的三个商的最大公约数是 1，则这个分数的分母必须是 28，56，20 的最大公约数，而分子必须是 9，15，21 的最小公倍数．$[9,15,21]=315$，$(28,56,20)=4$，

故所求的这个分数是 $\frac{315}{4}$，即 $78\frac{3}{4}$．



1838. 有一个分数，分子与分母的最小公倍数是 340，在它的分子上加 20，分母上加 25，分数值不变．求原分数．

解　根据题意可知这个分数的分子与分母之比是 $20:25=4:5$．又分子与分母的最小公倍数是 340，把 340 分解质因数得 $2^2\times5\times17$．通过分析可知 2^2 与 5 相当于这个分数分子与分母之比的前后项，17 相当于它们的最大公约数，故这个分数为 $\frac{4\times17}{5\times17}$，即 $\frac{68}{85}$．

1839. 6 与哪一个数的最大公约数为 3，而最小公倍数为 30．

解 1　因两数的乘积等于这两数的最大公约数与最小公倍数的乘积．设所求的数是 a，则 $6a=3\times30$，$a=15$．故所求的数是 15；

解 2　$30=2\times3\times5$，因两数的最大公约数是 3，故 3 是这两数公有的质因数，已知其中一数为 $6=2\times3$，故另一数为 $3\times5=15$．

1840. 有三个自然数 a、b、c，且 $a>b>c$．如果 $(a,b,c)=15$，$(a,b)=75$，$[a,b]=450$，$[b,c]=1050$．求 a、b、c 三数．

解　根据 $(a,b)=75$，$[a,b]=450$，且 $a>b$，按第 1834 题解法可得 a、b 的值有两种可能，(1) $a=3\times5\times5\times3$，$b=3\times5\times5\times2$；(2) $a=3\times5\times5\times2\times3$，$b=3\times5\times5$．又 $(a,b,c)=15=3\times5$，$[b,c]=1050=3\times5\times2\times5\times7$，如果 $b=3\times5\times5\times2$，那么 $c=3\times5\times7$．因 $3\times5\times5\times2>3\times5\times7$，故 $b>c$，符合题目要求．故本题答案是

$a=3\times5\times5\times3=225$，$b=3\times5\times5\times2=150$，$c=3\times5\times7=105$．

1841. 少先队员排队做广播操，不论每列 4 人、5 人或 6 人，都能排成一个长方形队伍而无剩余．问少先队员至少有多少人？如果人数在 150 至 200 之间，那么少先队员有多少人？

解　按题意，少先队员人数分别能被 4、5、6 整除，故人数是 4、5、6 的公倍数，题目要求至少有多少人，故人数是 4、5、6 的最小公倍数，$[4,5,6]=60$，故少先队员至少有 60 人．如果人数在 150 至 200 之间，那么少先队员有 60×3，即 180 人．

1842. 用长 22 厘米，宽 11 厘米，高 5 厘米的砖叠成一个最小的正方体，需要多少块砖？

解　要求砖的块数应先求出正方体的棱长，而棱长为每块砖的长、宽、高三个长度的公倍数．题目要求叠成最小的正方体．故棱长应为每块砖的长、宽、高三个长度的最小公倍数，$[22,11,5]=110$．即正方体的棱长至少是 110 厘米．由此可用下面两种方法求出用砖的块数：(1) $(110\div22)\times(110\div11)\times(110\div5)=1100$；(2) $110^3\div(22\times11\times5)=1100$．显然，第一种计算方法比较简便，即先求出正方体的长、宽、高三条边上各需用多少块

砖，再求叠成正方体一共需用多少块砖．

1843. 有一根近 3 米长的绳子，把它分别剪成长 6 厘米、8 厘米或 9 厘米的短绳，结果都剩下 3 厘米，求绳长．

解　绳长必须比 6 厘米、8 厘米、9 厘米的公倍数多 3 厘米，故应先求出这三个数的最小公倍数，[6，8，9]＝72. 按题目要求，绳长应比 72 的若干倍大 3，但略小于 300. 故绳长是 72×4＋3. 即 2 米 91 厘米．

1844. 学生若干人分小组搞活动，如果每组 8 人，多余 5 人；每组 10 人，多余 7 人；每组 12 人，不足 3 人．问学生至少有多少人？如果要求每组人数在 10～15 之间，怎样分组才能刚巧分尽？

解　每组 8 人多余 5 人，每组 10 人多余 7 人，两次多余的人数不同．如果分组时两次各增加一个组，那么不论每组 8 人、10 人或 12 人，结果都不足 3 人．因此，学生人数要比 8、10、12 的公倍数少 3. 题目要求至少有多少人，故人数是 8、10、12 的最小公倍数减 3. [8，10，12]－3＝117，即学生至少有 117 人．又 $117=3^2\times13$，$10<13<15$，故如果每组 13 人，那么刚巧可分成 9 组而无多余．

1845. 有一根长木棍，上面有三种刻度线．第一种刻度线将木棍分成 10 等份；第二种将木棍分成 12 等份；第三种将木棍分成 15 等份．如果沿每条刻度线将木棍锯断，木棍总共被锯成多少段？

解　(10，12，15)＝60，将这根木棍的 $\frac{1}{60}$ 作为一个长度单位，整个木棍分成 60 个单位．木棍的 10 等分的每等份长 6 个单位；12 等分的每等份长 5 个单位；15 等分的每等份长 4 个单位．

不计木棍两个端点，木棍内部等分点数是 9、11、14，共计 34 个点．

由于(5，6)＝30，所以 10 与 12 等分的等分点在 30 单位处重合，应从 34 个点中去掉 1 个点．

又由于(4，5)＝20，所以 12 与 15 等分的等分点在 20 单位和 40 单位处重合，要去掉 2 点．

同理，由于(6，4)＝12，所以 10 与 15 等分的等分点在 12、24、36、48 单位处重合，要去掉 4 点．

由于这些相重合的点各不相同，所以从 34 点中去掉(1＋2＋4)点，得 27 个点．沿这些刻度点把木棍锯断，共可得 28 段．

1846. 一根长 2 米的细木杆，从这根木杆的左端起每隔 6 厘米点一个红点；又从木杆的右端起每隔 5 厘米点一红点；然后在红点处将木杆截成很多小段．在这些小段中长 1 厘米有多少段？

解　2 米是 200 厘米，因为 200 能被 5 整除，因此原来从木杆的右端起

每隔 5 厘米点一红点，可以改成从左端起每隔 5 厘米点一红点，点出的点子与从右端起点的点子是相同的．

[5，6]＝30，我们可以先研究 30 厘米长的一段．

5　10　15　20　25　30

6　12　18　24　30

其中 5 与 6、25 与 24 相差 1，说明在 30 厘米内将出现 2 段长 1 厘米的小段．

$$200\div 30=6\cdots\cdots 20.$$

所以，1 厘米长小段共有

$$2\times 6+1=13(\text{段}).$$

1847．今年，祖父的年龄是小明年龄的 6 倍；几年后，祖父的年龄将是小明年龄的 5 倍；又过几年之后，祖父年龄将是小明年龄的 4 倍．求：祖父今年是几岁？

解　祖父年龄与小明年龄的差始终不变．

今年祖父年龄是小明年龄的 6 倍；他们的年龄差是小明年龄的 5 倍，是 5 的倍数；

同理，几年后，他们的年龄差是小明年龄的 4 倍，是 4 的倍数；

又过几年后，祖父与小明年龄的差是小明年龄的 3 倍，是 3 的倍数．

所以，两人的年龄差是 5 的倍数，也是 4 的倍数和 3 的倍数，一定是(5，4，3)＝60 的倍数．而 60 的倍数是 60，120，…，合理的选择是 60．于是，今年小明的年龄是

$$60\div(6-1)=12(\text{岁}).$$

祖父的年龄是

$$12\times 6=72(\text{岁}).$$

1848．两套闪烁式的霓虹灯，都是红、绿、红、绿……交替闪烁．第一套霓虹灯每 20 秒闪亮一次，第二套霓虹灯每 10 秒闪亮一次．某一时刻，正好两套霓虹灯同时闪亮红灯，试说明，任何时候这套霓虹灯都不能同时闪亮绿灯．

证　第一套霓虹灯每 20 秒闪亮一次，它的变化周期(指连续两次闪亮同色灯之间的时间)为 40 秒；第二套霓虹灯每 15 秒闪亮一次，变化周期为 30 秒．40 和 30 的最小公倍数是 120．

两套霓虹灯在某一时刻同时闪亮红灯后的 120 秒内，第一套霓虹灯闪亮绿灯的时刻是第 20 秒、第 60 秒和第 100 秒；第二套霓虹灯闪亮绿灯的时刻是第 15 秒、第 45 秒、第 75 秒和第 105 秒．显然，它们没有同时闪亮绿灯的时刻．以后，每隔 120 秒，就重复一次上述过程，当然不可能会有同时闪亮绿灯的时刻．

1849. 从 A 港到 B 港相距 672 海里．今有甲、乙两船同时相向而行，甲船每小时以 8 海里的速度从 A 到 B，乙船每小时以 6 海里的速度从 B 到 A．两船到港口后立即返航，这样不断往返，直到两船同时到达 A、B 之中某一港口为止．求航行所费的时间及同时到达的港口．

解　甲船单程航行一次需 $672\div 8=84$(时)，乙船单程航行一次需 $672\div 6=112$(时)．两船同时到达同一港口所费时间相同，而且是它们单程航行所需时间的公倍数．题目要求两船第一次同时到达同一港口，故所费时间应是 84 与 112 的最小公倍数．$[84,112]=336$．即两船同时到达同一港口时，所费时间是 336 时．

又 $336\div 84=4$，$336\div 112=3$．说明甲船从 A 港出发行了四个单程，即往返了两次，结果仍在 A 港；而乙船从 B 港出发行了三个单程，即往返一次后由 B 港到达了 A 港，故两船同时到达的港口是 A 港．

这题按整数应用题的解法如下：要使两船同时到达同一港口，甲船须比乙船多航行 672 海里，而甲船每小时比乙船多行 $(8-6)$ 海里，故两船各行了 $672\div(8-6)$ 即 336 时．其中甲船行了 (8×336) 海里，$8\times 336\div 672=4$，即 4 个单程；乙船行了 (6×336) 海里，$6\times 336\div 672=3$，即 3 个单程．(到达哪一港口的解法同上，略．)

1850. 某工厂制造机器零件，要经过四道工序．专做第一道工序的工人每人每小时可做 40 件，专做第二道工序的工人每人每小时可做 48 件，专做第三道工序的工人每人每小时可做 45 件，专做第四道工序的工人每人每小时可做 30 件．问各道工序的工人至少应分配多少人才最合理？

解　要分配得最合理，就是要在同一时间内各道工序完成的机器零件数相等，这样，上一道工序完成的零件，都可立即交给下一道工序的工人去做，不致造成积压或等工待料的情况．由于每道工序上所有的工人每小时完成的零件数是相等的，因此，每道工序一小时完成的总数必须是 40、48、45、30 的公倍数，而这个公倍数分别除以 40、48、45、30 所得的商就是各道工序上应分配的人数．题目要求各道工序至少应分配多少工人，故应求 40、48、45、30 的最小公倍数．

$[40,48,45,30]=720$.

$720\div 40=18$；$720\div 48=15$；$720\div 45=16$；$720\div 30=24$.

故第一道工序应分配 18 人，第二道工序应分配 15 人；第三道工序应分配 16 人；第四道工序应分配 24 人．

1851. 甲、乙、丙三人沿周长为 400 米的跑道上练习长跑，他们同时同向从起点出发，甲每分行 100 米，乙每分行 80 米，丙每分行 200 米．求至少经过多少分，三人在起点处相会？



解 三人在起点处相会，说明每人都行了若干整圈，甲行一圈需 400÷100=4(分)，乙行一圈需 400÷80=5(分)，丙行一圈需 400÷200=2(分)．要求三人在起点处相会的最少时间，就是要求他们行一圈所需分钟数的最小公倍数．[4,5,2]=20．故三人至少经过 20 分才能在起点处相会．

1852. 有周长 65 厘米的圆，从圆周的某一点开始，沿圆周每隔 39 厘米取一点．问在圆周上一共取了多少个不同的点？

解 从最初的一点起，在圆周上每隔 39 厘米取一点，这样，当起点与某一点重合时，所经过的弧长应为 39 厘米与 65 厘米的最小公倍数．[39,65]=195，因为每隔 39 厘米取一点，故在 195 厘米中应取 195÷39 即 5 点．(第六点与起点重合)故圆周上一共取了 5 个不同的点．

1853. 大雪后的一天，小敏和爸爸共同步测一个圆形花圃的周长．他俩的起点和步行的方向完全相同．小敏每步长 54 厘米，爸爸每步长 72 厘米．由于两人的脚印有重合，所以雪地上只留下 60 个脚印．问这个花圃的周长是多少米？

解 从起点开始，当步行到 54 厘米和 72 厘米的第一个公倍数 216 厘米时，小敏留下 216÷54=(4)个脚印，爸爸留下 216÷72=3(个)脚印，其中有一个是重合的，除起点外，雪地上留下 4+3−1=(6)个脚印．由于花圃是圆形的，起点一个重合的脚印刚巧又是最后一个重合的脚印，故圆形花圃的周长是 216×(60÷6)=2160(厘米)，即 21.6 米．

1854. 某荒地上植树若干株，如果每列植 10 株、12 株或 15 株，那么都剩余 9 株；如果每列植 13 株，那么刚巧没有剩余．问树苗至少要有多少株？

解 每列植 10 株、12 株、15 株都余 9 株，故树苗数应比 10、12、15 的公倍数多 9，又每列植 13 株而无剩余，故树苗数应为 13 的倍数．如果先求出 10、12、15 的最小公倍数后，用列举法求解，那么数较大困难多．故可将 10、12、15 的最小公倍数 60 改写成 13 的倍数与某数之和．按题意，[10,12,15]×n+9=13 的倍数．(n 为自然数)，因 60=13×4+8，故[10,12,15]×n+9=(13×4+8)×n+9=13×4n+8n+9 必须是 13 的倍数，因 13×4n 是 13 的倍数，故 8n+9 必须是 13 的倍数．用算式表示，则为 8n+9=13 的倍数．即 13 的倍数−8 的倍数=9．然后用列举法得 13×5−8×7=9．故树苗至少有 60×7+9=429(株)．

1855. 兄弟两人，弟每逢星期日休息，兄五天中休息一天，但在第十四、第三十五、第四十四个休息日要回厂值班，不再补休．某次，两人同一天休息，问在以后的 250 天中，又有多少次逢到同一天休息？

解 如果兄没有回厂值班任务，那么兄弟两人从第一次同一天休息到第二次同一天休息应相隔[7,5]即 35 天，在以后的 250 天中逢到同一天休

息的次数应为 250÷35=7(余 5)即 7 次,但兄在第十四、第三十五次休息日回厂值班时,恰逢弟也休息,故实际两人在以后的 250 天中只有 5 次逢到同一天休息.

1856. 有一批苹果,只数在 151～200 之间,分给幼儿园大小两个班的小朋友. 平均每人可得 6 只,如果只分给大班,平均每人可得 10 只;问如果只分给小班,平均每人可得多少只?

解　因为两次分苹果都无剩余,所以苹果的只数一定是 6 与 10 的公倍数,[6,10]=30,在 151～200 之间,6 与 10 的公倍数是 30×6=180. 即苹果共有 180 只,幼儿园大小班共有 180÷6=30(人),其中大班有 180÷10=18(人),小班平均每人可分得 180÷(30−18)=15(只).

1857. 某人从每千克价为 24 元、32 元、40 元及 48 元的四种糖果中选购三种,每种所花的人民币数相等,且买得的千克数要最少. 问他要准备人民币多少元?三种糖果共买了多少千克?

解　从四种糖果中选购三种,即只有一种落选. 因此,有四种选法,因为每种所花的人民币数相等,故人民币数应为三种糖果每千克价的公倍数. 根据买得的千克数要最少,故应先求出四种选法的最小公倍数:(1)[24,32,40]=480;(2)[32,40,48]=480;(3)[24,40,48]=240;(4)[24,32,48]=96. 从四个最小公倍数中可知选购 24 元、32 元、48 元的三种糖果所花的人民币数最少. 故他应准备人民币 96×3=288(元). 又每千克价 24 元的糖果买了 96÷24=4(千克),每千克价 32 元的糖果买了 96÷32=3(千克),每千克价 48 元的糖果买了 96÷48=2(千克),三种糖果共买了 4+3+2=9(千克).

1858. 某人从山麓到山顶每小时步行 4 千米,再从山顶循原路回到山麓,每小时步行 6 千米. 不论上山或下山,最后一小时都只走了 3 千米. 且从山麓到山顶的路程不到 20 千米. 问上下山一次共需多少时?

解　从山麓到山顶的公里数应比 4 与 6 的公倍数多 3,而 4 与 6 的公倍数有 12,24,48,72,…只有 12+3 小于 20,故从山麓到山顶的路程有 15 千米. 上山需 12÷4+1=4(时),下山需 12÷6+1=3(时),上下山一次共需 4+3=7(时).

1859. 将不足 1200 人的学生平均分成 3 队,第一队排成每列 14 人的纵队,第二队排成每列 12 人的纵队,结果都余 8 人,第三队排成每列 8 人的纵队,结果没有剩余. 求学生总人数.

解　第三队每列 8 人结果没有剩余,为了与第一、第二两队统一,我们可以把第三队看作排成每列 8 人结果也余 8 人,这样每队的人数应比 8、12、14 的公倍数大 8,且必须略小于$\frac{1200}{3}$. 因[8,12,14]=168,而 168×2+8

$<\frac{1200}{3}<168\times3+8$. 故每队学生数为$[8,12,14]\times2+8=344$(人),学生总人数为$344\times3=1032$(人).



1860. 某人有苹果若干只,以其$\frac{1}{12}$分给甲,$\frac{3}{35}$分给乙,$\frac{3}{28}$分给丙,$\frac{2}{21}$分给丁,四人都能分得整只的苹果. 问此人至少有苹果多少只?

解 因$\frac{1}{12}$、$\frac{3}{35}$、$\frac{3}{28}$、$\frac{2}{21}$都是最简分数,故苹果的总数应为四个分数的分母12、35、28、21的公倍数,这样,每人才能分得整只的苹果. 又题目要求至少有几只苹果,故苹果的只数应为12、35、28、21的最小公倍数. $[12,35,28,21]=420$,即此人至少有苹果420只.

1861. 用若干张长168毫米、宽108毫米的长方形小纸铺成一个大的长方形,使这个大的长方形相邻两条边的长度之比为2∶1,至少需用多少张小纸?如果相邻两条边的长度之比为3∶2,那么至少需用多少张小纸?

解 先考虑铺成正方形,正方形的边长应为168与108的公倍数,题目要求用的张数最少,故应求168与108的最小公倍数. $[168,108]=1512$, $1512\div168=9$, $1512\div108=14$. 即用小纸铺成边长为1512毫米的正方形时,它的一边需用9张,另一边需用14张.

然后使正方形转化为相邻两边长度之比为2∶1的长方形,转化的方法有二:(1) 把偶数14缩小2倍;(2) 把9或14扩大2倍. 显然第一种方法所用小纸的张数更少,故至少需用小纸$9\times(14\div2)=63$(张),使大的长方形相邻两边长度之比为2∶1.

如果铺成相邻两边长度之比为3∶2的长方形,因$3|9,2|14$,故至少需用小纸$(9\div3)\times(14\div2)=21$(张).

1862. 某长途汽车站有四条路线通行汽车,其中三条分别每隔40分、45分、1小时发车一次,每天的头班车都在上午6点钟开出;另一条路线只在上午7点20分时发车一次. 在车站出口处装有电铃,每当汽车开出(不论一路或几路同时开出)电铃就响一次. 问从第一次到第二次三条路线的汽车同时开出,电铃一共响了多少次?

解 每天只发车一次的汽车在上午7点20分开出时离上午6点钟计80分,这时每隔40分发车一次的汽车刚巧发第三次车,故铃响的次数不需增加. $[40,45,60]=360$,360是前三条路线两次同时发车前后相隔的时间,而$360\div40=9$, $360\div45=8$, $360\div60=6$. 即在上午六点钟前三路汽车同时发车后在360分钟内又分别发车9次、8次、6次. 如果除了前后两次三车同时开出之外,任何两车都无同时开出的机会,那么360分内应打铃$2+(9$

－1)＋(8－1)＋(6－1)＝22(次). 但[40,45]＝360,[40,60]＝120,[45,60]＝180,又 360÷120＝3,360÷180＝2. 即每隔 40 分和 60 分发车的两路车除末次外尚有(3－1)次同时发车的机会,每隔 45 分和 60 分发车的两路车尚有(2－1)次同时发车的机会. 故从第一次到第二次三条路线的汽车同时开出,电铃一共响了 22－(3－1)－(2－1)即 19 次.

9. 中国剩余定理问题

1863. 今有物不知其数,三三数之剩二,五五数之剩三,七七数之剩二,问物几何?《孙子算经》可译作:"有若干件物品,把它三个三个地数,最后剩 2 件,五个五个地数,最后剩 3 件,七个七个地数,最后剩 2 件. 问这种物品(至少)有多少件?"

解 1 《孙子算经》解法

先求出能被 5 与 7 整除而被 3 除余 1 的数得 5×7×2＝70,则被 3 除余 2 的数为 70×2＝140;能被 3 与 7 整除而被 5 除余 1 的数得 3×7＝21,则被 5 除余 3 的数为 21×3＝63;能被 3 与 5 整除而被 7 除余 1 的数得 3×5＝15,则被 7 除余 2 的数为 15×2＝30. 再把三数相加得 140＋63＋30＝233,233 符合题目的要求,但不是最小数,故应从 233 中减去[3,5,7]的 2 倍,即 233－105×2＝23. 23 是符合题目要求的最小数.

注:《孙子算经》解法的第一步先找出能被其中两数整除而被第三数除余一的数,然后找出被第三数除余几的数. 这样计算,方法有一定规律,但不一定必要. 如本题 5×7 已符合"三三数之余二"且能被 5 与 7 整除的要求,故实际只要把 35＋63＋30－[3,5,7]就能求得 23 了;

解 2 题目要求三三数之或七七数之均余 2,因 3 与 7 互质,故符合这样要求的数为(3×7)的若干倍加上 2,其中最小的数是 3×7＋2＝23,又 23 也符合"五五数之余三"的要求,故本题答案为 23.

解 3 根据三三数之余二的条件,可在 2 上连续加 3,使它符合五五数之余三的条件,2＋3＋3＝8. 然后在 8 上连续加 3 与 5 的最小公倍数 15,使它符合七七数之余二的条件,8＋15＝23. 23 已全部符合题目要求,故本题答案为 23.(如果原题改为七七数之剩四,那么在求得 8 以后,应连续加上三个 15,8＋15×3＝53. 53 符合三三数之剩二,五五数之剩三,七七数之剩四的全部条件,故答案应为 53.)

解 4 同余式组的解法.

已知 $x\equiv 2(\mathrm{mod}3)$,$x\equiv 3(\mathrm{mod}5)$,$x\equiv 2(\mathrm{mod}7)$

求适合条件的最小自然数 x.

(1) [5,7]＝35,35≡2(mod3);

(2) [3,7]=21,21≡1(mod5);

又 ∵ 3≡3(mod5),

∴ 63≡3(mod5);

(3) [3,5]=15,15≡1(mod7),

又 ∵ 2≡2(mod7),

∴ 30≡2(mod7).

35+63+30=128.

由此可知: 128≡2(mod3),

128≡3(mod5),

128≡2(mod7).

所以 128 符合问题所提的条件.

又 [3,5,7]=105

∵ 128≡2(mod3),

105≡0(mod3),

∴ 128−105≡2−0(mod3),

即 23≡2(mod3).

同理,23≡3(mod5),23≡2(mod7),且 23<105,故适合条件的最小自然数是 23.

1864. "二数余一,五数余二,七数余三,九数余四,问本数."(杨辉《续古摘奇算法》)可译作:"某数除以 2 余 1,除以 5 余 2,除以 7 余 3,除以 9 余 4. 问某数(至少)是多少?"

解 根据"二数余一"及"九数余四"可得 9+4=13,13 符合了这两句的要求. 再从 13 起连续加上 9 与 2 的最小公倍数 18,使所得的和能满足"五数余二"的要求. 于此得 13+18+18+18=67. 67 能符合"二数余一"、"九数余四"、"五数余二"的要求. 更从 67 起连续加上 2、5、9 的最小公倍数 90,使所得的和能满足"七数余三"的要求. 于此得 67+90=157. 157 对题目中的四个条件都能满足,故本数是 157.

如果先考虑"二数余一,五数余二"则 5+2=7,7 符合了这两句的要求. 再从 7 起加上 2 与 5 的最小公倍数 10,得 17,17 同时能符合上面三句的要求. 更从 17 起连续加上 2、5、7 的最小公倍数 70 得 17+70+70=157,157 对题目中的四个条件都能满足,故本数是 157.

1865. 某数除以 8 余 3,除以 12 余 7,除以 9 余 4,某数至少是几? 500 以内这样的数有哪几个?

解 1 仔细观察题目中的已知条件,发现如果某数加上 5,那么这个和都能被 8、12 或 9 整除,所以某数至少是[8,12,9]−5=67;

解 2 因除数 8,12,9 的最大公约数是 1,且在 12 与 9 的公倍数中不可能找到除以 8 余 3 的数(因前者为偶数,后者为奇数). 故本题不可能用《孙子算经》的解法求解.

先求除以 8 余 3、除以 12 余 7 的数. 可以从 3 起连续加 8 找到除以 12 余 7 的数. 3+8=11,11+8=19,符合上面两要求的数是 19. 再从 19 起连续加上 8 与 12 的最小公倍数 24,找到除以 9 余 4 的数. 19+24=43,43+24=67,67 除以 9 余 4,故除以 8 余 3,除以 12 余 7,除以 9 余 4 的最小数是 67.

要求 500 以内这样的数共有哪几个,只要 67 加上几个 8,12,9 的最小公倍数,使所得的和小于 500,故这样的数除 67 外还有 139,211,283,355,427,499 共七个.

1866. 小于 100 的某数,除以 3 余 2,除以 5 或 7 均余 4,这个数是几?

解 1 因题目要求"除以 5 或 7 均余 4",故先求出符合这样要求的数比较合理,于是得[5,7]+4=39 及[5,7]×2+4=74 两数. 在这两数中符合除以 3 余 2 的数只有 74,故这个数是 74;

解 2 根据"除以 3 余 2","除以 5 余 4",如果两个商都增加 1,那么余数反而不足 1,在 100 以内符合这样条件的数的算式为[3,5]×n−1(n 为 1～6)即 14,29,44,59,74 及 89 等六个. 在这六个数中符合除以 7 余 4 的数为 74,故这个数是 74;

解 3 仿《孙子算经》解法,5×7=35,35 能被 5 或 7 整除,除以 3 则余 2;3×7=21,21 能被 3 或 7 整除,除以 5 则余 1;21×4=84,84 能被 3 或 7 整除,除以 5 则余 4;同理(3×5)×4=60,60 能被 3 或 5 整除,除以 7 则余 4. 35+84+60=179,179>100,减去[3,5,7]即 105 得 74,故这个数是 74.

1867. "今有数不知总:以五累减之无余,以七百十五累减之余十,以二百四十七累减之余一百四十,以三百九十一累减之余二百四十五,以一百八十七累减之余一百零九,问总数若干?"(黄宗宪《求一术通解》)可译作:"某数连减若干个 5,最后差等于 0;连减若干个 715,最后差等于 10;连减若干个 247,最后差等于 140;连减若干个 391,最后差等于 245;连减若干个 187,最后差等于 109. 问某数(至少)是多少?"

解 有了"以七百十五累减之余十",因累减数即除数 715 与余数 10 都是 5 的倍数,故"以五累减之无余"这个条件就不必考虑了. 从"以二百四十七累减之余一百四十"考虑,因为余数 140 是 5 的倍数,而原数也是 5 的倍数,因此,这个条件可改为"以 247×5(即 1235)累减之余 140,"同理,"以三百九十一累减之余二百四十五"也可改为"以 391×5(即 1955)累减之余 245",现在可自小到大列出符合以 1955 除之余 245 的若干个数. 如:245,

2200，4155，6110，8065，10020，…. 再将列出的数以 1235 除之，可得对应的余数为：245，965，450，1170，655，140，…. 其中 10020 符合“以 1955 除之余 245”及“以 1235 除之余 140”两个条件，即 $10020\div1955=5$（余 245），$10020\div1235=8$（余 140）. 由此可知 $10020\div391$ 的余数也是 245，$10020\div247$ 的余数也是 140；将 10020 分别除以 715、187，得 $10020\div715=14$（余 10），$10020\div187=53$（余 109），刚巧都符合题目要求，故总数是一万零二十.

四、比和比例

1. 正比、反比、比值

1868. 某校有学生 560 人，其中 300 人是男生，求(1) 男生与学生总人数之比；(2) 女生与学生总人数之比；(3) 男生与女生人数之比.

解 (1) 男生与学生总人数之比是 300∶560，化简得 15∶28；

(2) 女生与学生总人数之比是(560－300)∶560，化简得 13∶28；

(3) 男生与女生人数之比是 300∶(560－300)，化简得 15∶13.

1869. 甲、乙两数之比是 7∶13，分别写出：

(1) 甲、乙两数与它们的和的比；

(2) 甲、乙两数的差与甲、乙两数的比.

解 (1) 甲：两数和$=7\div(7+13)$

$=7\div20$，

乙：两数和$=13\div(7+13)$

$=13\div20$；

(2) 两数差：甲$=(13-7)\div7$

$=6\div7$，

两数差：乙$=(13-7)\div13$

$=6\div13$.

1870. 有大小两数，它们的和与差之比是 9∶5，求大小两数之比.

解 1 根据和差问题解法可知两数之和加两数之差等于大数的 2 倍，两数之和减两数之差等于小数的 2 倍，而大数的 2 倍与小数的 2 倍之比应等于大数与小数之比，故大小两数之比是(9＋5)∶(9－5)，即 7∶2；

解 2 设大数为 x，小数为 y，则两数之和为$(x+y)$，两数之差为$(x-y)$. 于是得$\frac{x+y}{x-y}=\frac{9}{5}$. 根据合分比定理得 $\frac{(x+y)+(x-y)}{(x+y)-(x-y)}=\frac{9+5}{9-5}$，化简，得 $\frac{x}{y}=\frac{7}{2}$. 故大小两数之比是 7∶2.

1871. 从 A 到 B，甲行 6 时，乙行 5 时，求甲、乙速度比.

解 1　从 A 到 B 为单位“1”，则甲、乙速度比为

$$\frac{1}{6}:\frac{1}{5}=5:6;$$

解 2　在路程一定时，甲、乙所行时间与速度互为反比. 因甲、乙时间比是 $6:5$，故甲、乙速度比是 $5:6$.

1872. 甲数的 3 倍等于乙数的 $\frac{2}{3}$，求甲、乙两数的比.

解　按题意得甲$\times 3=$乙$\times\frac{2}{3}$，故甲比乙是 3 比 $\frac{2}{3}$ 的反比，甲：乙$=\frac{2}{3}:3=2:9$.

学习比例后，根据外项之积等于内项之积得：甲：乙$=\frac{2}{3}:3$，化简，得甲：乙$=2:9$.

1873. 在地球上陆地与海面的面积之比，在北半球约为 $419:1000$，在南半球约为 $129:1000$，求北半球海面与南半球海面的面积之比.

解　北半球海面的面积约为该半球总面积的 $\frac{1000}{419+1000}$，南半球海面的面积约为该半球总面积的 $\frac{1000}{129+1000}$，故北半球海面与南半球海面的面积之比为 $\frac{1000}{419+1000}:\frac{1000}{129+1000}$，化简得 $1129:1419$.

1874. 将食盐和水按 $\frac{3}{50}:0.44$ 的重量比混合. (1) 水和盐重量的整数比是多少？(2) 盐和盐水重量的整数比是多少？又盐水中含盐的百分率是多少？

解　(1) 水：盐$=0.44:\frac{3}{50}=(0.44\times 50):\left(\frac{3}{50}\times 50\right)=22:3$；

$\left(\text{或 } 0.44:\frac{3}{50}=0.44:0.06=22:3\right)$

(2) 盐：盐水$=\frac{3}{50}:\left(\frac{3}{50}+0.44\right)=\frac{3}{50}:\frac{1}{2}=3:25$.

求盐水中含盐的百分率，可先求盐比盐水的比值，再转化成百分率，

$3:25=\frac{3}{25}=12\%$.

1875. 甲坛中所贮的酒与水之比是 $5:2$，乙坛中所贮的酒与水之比是 $4:1$，今将甲、乙两坛按 $7:5$ 混合，求混合液的酒与水之比.

解　甲坛中酒占混合液的 $\frac{5}{5+2}$，乙坛中酒占混合液的 $\frac{4}{4+1}$，今甲乙两

坛按 7∶5 混合，则新的混合液中所含的酒应为新混合液的$\frac{5}{5+2}\times\frac{7}{7+5}+\frac{4}{4+1}\times\frac{5}{7+5}=\frac{3}{4}$. 故新的混合液中酒与水之比应为

$$\frac{3}{4}:\left(1-\frac{3}{4}\right)=3:1.$$

1876. 某班级学生体育达标与未达标人数之比是 5∶7，在达标学生中男女生人数之比是 3∶2，在未达标学生中男女生人数之比是 3∶4. 求这个班级的男女生人数之比.

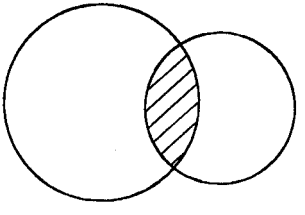
解　根据全班学生达标与未达标人数之比为 5∶7，故达标人数占全班总人数的$\frac{5}{5+7}=\frac{5}{12}$，未达标人数占全班总人数的$\frac{7}{5+7}=\frac{7}{12}$；而达标学生中男女生人数之比为 3∶2，故男生占达标人数的$\frac{3}{3+2}=\frac{3}{5}$. 于是可得在达标学生中，男生占全班人数的$\frac{5}{12}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{4}$. 又因在未达标学生中男女生人数之比为 3∶4，故男生占未达标人数的$\frac{3}{3+4}=\frac{3}{7}$. 于是可得在未达标学生中，男生占全班人数的$\frac{7}{12}\times\frac{3}{7}=\frac{1}{4}$. 故男生共占全班人数的$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$. 因此，这个班级的男女生人数之比是

$$\frac{1}{2}:\left(1-\frac{1}{2}\right)=1:1.$$

1877. 两个数的差是 2.5，这两个数的比值也是 2.5，求这两个数.

解　比值是 2.5 的两个数之比是 $2.5=\frac{5}{2}=5:2$. 但 $5-2=3$，不符题目差是 2.5 的要求. 而 2.5 是 3 的$\frac{2.5}{3}=\frac{5}{6}$，要使这两个数的差也等于 2.5，应根据比的性质将比的前、后项各乘以$\frac{5}{6}$得 $5:2=\left(5\times\frac{5}{6}\right):\left(2\times\frac{5}{6}\right)=\frac{25}{6}:\frac{5}{3}=4\frac{1}{6}:1\frac{2}{3}$. 故这两个数是 $4\frac{1}{6}$及 $1\frac{2}{3}$.

1878. 如图，大小两圆的一部分重叠在一起. 小圆不重叠部分与重叠部分的面积之比是 7∶2，大圆不重叠部分与重叠部分的面积之比是 6∶1. 求大小两圆的面积之比.



解 1　大圆面积∶重叠部分面积＝(6＋1)∶1＝7∶1；小圆面积∶重叠部分面积

$=(7+2):2=9:2$. 要求大小两圆的面积之比，应使上面所得两个比的后项(即重叠部分的面积)相同，根据比的性质 $7:1=14:2$，故大小两圆的面积之比为 $14:9$；

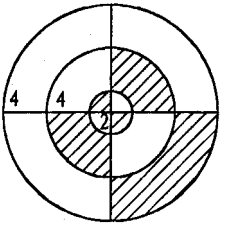
解 2 如重叠部分为 1，则小圆面积为 $1\div\frac{2}{7+2}=4.5$，大圆面积为 $1\div\frac{1}{6+1}=7$，故大小两圆面积之比为 $7:4.5=14:9$.

1879. 有两个圆柱 A 及 B，底面半径之比是 $2:3$，要使它们的体积之比是 $2:5$，圆柱 A 与 B 的高之比如何？

解 因圆的面积与其半径的平方成正比例，故圆柱 A 与 B 的底面积之比 $S_A:S_B=2^2:3^2=4:9$. 又根据圆柱体积 $V=Sh$，得 $h=\frac{V}{S}$. 今圆柱 A 与 B 的体积之比 $V_A:V_B=2:5$，故圆柱 A 与 B 的高之比 $h_A:h_B=\frac{V_A}{S_A}:\frac{V_B}{S_B}$，代入，得

$$h_A:h_B=\frac{2}{4}:\frac{5}{9}=9:10.$$

1880. 作半径分别为 2 厘米、6 厘米、10 厘米的三个同心圆并把它四等分，求图中阴影部分与其他部分的面积之比.



解 由图可知，小圆及中间圆环的阴影部分与其他部分的面积之比都是 $1:1$，故可看作半径为 6 厘米圆的阴影部分与其他部分的面积之比是 $1:1$；外面的圆环的阴影部分与其他部分的面积之比是 $1:3$. 又因 $S_{内圆}=6^2\pi=36\pi$，$S_{大环}=(10^2-6^2)\pi=64\pi$，故阴影部分与其他部分的面积之比是 $\left(\frac{36\pi}{2}+\frac{64\pi}{1+3}\right):\left(\frac{36\pi}{2}+\frac{3\times64\pi}{4}\right)=17:33$.

1881. 甲、乙两地相距 12 千米，某人由甲地到乙地，步行 2.5 时到达，骑自行车只需 50 分就能到达. 求这人步行与骑车的时间之比及速度之比.

解 这人所行的路程都是 12 千米，故步行与骑车所需时间之比是 $2.5:\frac{5}{6}=3:1$. 又这人每小时步行 $\frac{12}{2.5}=4.8$(千米)，每小时骑车行 $\frac{12}{\frac{5}{6}}=14.4$(千米)，故步行与骑车速度之比是 $4.8:14.4=1:3$. 显然，在距离一定时，速度之比和时间之比互为反比，故在求出时间(或速度)之比后，可直

接写出它们的速度(或时间)之比.



1882. 第一个数的$\frac{5}{6}$等于第二个数的$\frac{15}{16}$. 求这两个数之比.

解　设第一个数为a,第二个数为b,按题意得$\frac{5}{6}a=\frac{15}{16}b$. 故$a:b=\frac{15}{16}:\frac{5}{6}=9:8$,即这两个数之比是$9:8$.

1883. 某校以人民币若干元购买篮球和足球,经计算,这些钱可买篮球16个及足球10个或篮球12个及足球15个. 求每个篮球与足球买价之比.

解　篮球$(16-12)$个之价等于足球$(15-10)$个之价. 在总价一定时,件数之比与单价之比互为反比,故每个篮球与足球买价之比是

$(15-10):(16-12)=5:4$.

1884. 以每本价7.5元的课外读物调换每本价4.5元的课外读物,问两种读物至少各用多少本,才能做到等价交换?

解1　用比的知识解.

在总价一定时,两种读物的单价之比与本数之比互为反比. 题目要求至少各用多少本. 则所求的比必须是最简的整数之比. 两种读物的单价之比是$7.5:4.5$,它们所用的本数之比是$4.5:7.5$,即$3:5$. 故至少用每本价7.5元的课外读物3本与每本价4.5元的课外读物5本调换,才能做到等价交换;

解2　用求最小公倍数的方法解.

题目中的"等价",指的是每种书的总价,是单价7.5元与4.5元的公倍数. 又题目要求用的本数最少,故总价是单价7.5元与4.5元的最小公倍数.$[75,45]=225$,$225\div75=3$,$225\div45=5$. 故至少用每本价7.5元的课外读物3本与每本价4.5元的课外读物5本调换,才能做到等价交换.

1885. 男工11人和女工7人合做一事,$1\frac{1}{2}$天完成,如果由男工2人和女工3人合做这事,那么需要6天才能完成. 求男工与女工平均每人的工作效率之比.

解　$1\frac{1}{2}$天是6天的$\frac{1}{4}$. 男工2人和女工3人合做一事6天完成,如果也要求在$1\frac{1}{2}$天内完成,那么需安排男工2×4即8人,女工3×4即12人. 这样,男工11人、女工7人与男工8人、女工12人的工作效率相等. 由此可知,男工$(11-8)$即3人的工作效率等于女工$(12-7)$即5人的工作效率,在工作量一定时,人数之比与工作效率之比互为反比,故男工与女工平均每

人的工作效率之比是 5∶3.

1886. 在一个比例式中,两个比的比值等于 2,且两个外项分别为$\frac{1}{2}$与$\frac{1}{3}$. 求这个比例式.

解　以$\frac{1}{2}$与$\frac{1}{3}$做外项组成的比例式有两种情况:设两个内项分别为 x 与 y,则(1) $\frac{1}{2}:x=y:\frac{1}{3}$;(2) $\frac{1}{3}:x=y:\frac{1}{2}$. 由于比值等于 2,按(1) $\frac{1}{2}:x=2$,$x=\frac{1}{4}$;$y:\frac{1}{3}=2$,$y=\frac{2}{3}$;所得比例式为$\frac{1}{2}:\frac{1}{4}=\frac{2}{3}:\frac{1}{3}$,按(2)$\frac{1}{3}:x=2$,$x=\frac{1}{6}$;$y:\frac{1}{2}=2$,$y=1$;所得比例式为$\frac{1}{3}:\frac{1}{6}=1:\frac{1}{2}$. 故本题可组成两个比例式.

2. 复比

1887. 有两个长方形,其中一个长 9 厘米,宽 8 厘米;另一个长 12 厘米,宽 5 厘米. 求这两个长方形面积的比.

解 1　先求面积再求比. 第一个长方形面积是(9×8)厘米^2,第二个长方形面积是(12×5)厘米^2,这两个长方形面积的比是

(9×8)∶(12×5)=6∶5;

解 2　先求长度之比及宽度之比,再求面积之比. 两个长方形的长度之比是 9∶12,宽度之比是 8∶5. 因两个长方形的面积之比分别与其长度之比、宽度之比成正比,故可组成如下的连比. 化简时,连比中的前项之积作比的前项,后项之积作比的后项. 书写格式为

$$\left.\begin{matrix}9:12\\8:5\end{matrix}\right\}=(9\times8):(12\times5)$$
$$=6:5.$$

故这两个长方形的面积之比是 6∶5.

1888. 有两个分数,它们的分子之比是 3∶5,分母之比是 2∶3. 求这两个分数之比.

解　两个分数之比,如果同时乘以两个分母之积,就等于第一个分数的分子与第二个分数的分母的乘积比第二个分数的分子与第一个分数的分母的乘积. 设两个分数为$\frac{a}{b}$、$\frac{c}{d}$,则$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times bd:\frac{c}{d}\times bd=ad:bc$. 因此,两个分数之比,应等于它们的分子之比与其分母之比的反比的复比. 书写格式如下:

$$\left.\begin{matrix}3:5\\3:2\end{matrix}\right\}=(3\times3):(5\times2)=9:10.$$

故这两个分数之比是 $9:10$.

1889. 猎狗追兔，兔行 4 步时犬行 3 步；狗 2 步的长等于兔 3 步的长．求猎狗与兔子的速度之比．

解　在时间相同时狗兔速度之比与步数之比成正比，又在距离相同时速度之比与步数之比互为反比，故猎狗与兔子的速度之比是 $\left.\begin{matrix}3:4\\3:2\end{matrix}\right\}=9:8.$

本题按分数应用题思路解是：狗 2 步之长等于兔 3 步之长，故狗 1 步之长等于兔 $\frac{3}{2}$ 步之长，这样，狗三步之长应等于兔 $\left(\frac{3}{2}\times3\right)$ 步之长，故狗兔速度之比为

$$\left(\frac{3}{2}\times3\right):4=9:8.$$

1890. 有长方体 A 和 B，它们的长之比是 $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$，宽之比是 $4:4.5$，体积之比是 $10:9$. 求长方体 A 与 B 的高之比．

解　在体积一定时，两个长方体的长之比或宽之比分别与高之比互为反比，在长与宽一定时，两个长方体的体积之比与高之比成正比．故长方体 A 与 B 的高之比为

$$\left.\begin{matrix}\frac{1}{3}:\frac{1}{2}\\4.5:4\\10:9\end{matrix}\right\}=\left(\frac{1}{3}\times4.5\times10\right):\left(\frac{1}{2}\times4\times9\right)$$

$$=15:18$$

$$=5:6.$$

1891. 某人以一定速度步行一定距离需要若干小时．如果距离增加它的 $\frac{1}{5}$，速度减少它的 $\frac{1}{6}$，那么两次所需时间之比如何？

解　两次速度之比是 $1:\left(1-\frac{1}{6}\right)$，距离之比是 $1:\left(1+\frac{1}{5}\right)$. 在距离一定时，两次速度之比与时间之比互为反比，在速度一定时，两次距离之比与时间之比成正比．于是得

$$\left.\begin{matrix}\left(1-\frac{1}{6}\right):1\\1:\left(1+\frac{1}{5}\right)\end{matrix}\right\}=\left[\left(1-\frac{1}{6}\right)\times1\right]:\left[1\times\left(1+\frac{1}{5}\right)\right]$$

$$= \frac{5}{6} : \frac{6}{5}$$

$$= 25 : 36.$$

故两次所需时间之比是 $25 : 36$.

1892. 一块耕地用甲拖拉机一天工作 9 时，可完成耕地面积的 $\frac{3}{16}$，每小时所需费用为 1.75 元；如果改用乙拖拉机一天工作 10 时，可完成耕地面积的 $\frac{4}{25}$，每小时所需费用为 1.64 元．问调用哪一台拖拉机去耕比较便宜？

解　要判断调用哪一台拖拉机去耕比较便宜，应用比的知识先求出完成全部耕地任务两台拖拉机所需费用之比，而这个比与每小时的费用之比及每天工作时间之比均成正比，与一天中完成的工作量之比互为反比．于是得

$$\left.\begin{array}{l} 9 : 10 \\ 1.75 : 1.64 \\ \frac{4}{25} : \frac{3}{16} \end{array}\right\} = \left(9 \times 1.75 \times \frac{4}{25}\right) : \left(10 \times 1.64 \times \frac{3}{16}\right)$$

$$= 2.52 : 3.075.$$

因 $2.52 < 3.075$，故调用甲拖拉机比较便宜．

本题若按分数应用题思路，可作如下解答：用甲拖拉机耕完成全部耕地需 $1 \div \left(\frac{3}{16} \div 9\right) = 48$（时），所需费用为 $1.75 \times 48 = 84$（元）；用乙拖拉机耕完成全部耕地需 $1 \div \left(\frac{4}{25} \div 10\right) = 62.5$（时），所需费用为 $1.64 \times 62.5 = 102.5$（元）．因 102.5 元 > 84 元，故调用甲拖拉机比较便宜．

3. 连比

1893. 某初级中学学生利用假日进行义务劳动，一年级参加 88 人，二年级参加 120 人，三年级参加 104 人．求一、二、三年级学生参加义务劳动人数的连比．

解　参加义务劳动学生人数的连比，一年级 ∶ 二年级 ∶ 三年级 $= 88 : 120 : 104 = 11 : 15 : 13$.

1894. 一件工程，甲独作 20 天完成，乙独作 25 天完成，丙独作 35 天完成．求甲、乙、丙三人工作效率的连比．

解　甲平均每天完成全工程的 $\frac{1}{20}$，乙平均每天完成全工程的 $\frac{1}{25}$，丙平

均每天完成全工程的$\frac{1}{35}$. 故三人工作效率的连比是甲∶乙∶丙$=\frac{1}{20}$∶$\frac{1}{25}$∶$\frac{1}{35}$. 化简时,连比的每一项都乘以 20、25、35 的最小公倍数 700,故甲、乙、丙三人工作效率的连比是 35∶28∶20.



1895. 某农场计划种植水稻与棉花的面积之比是 5∶3,种植棉花与蔬菜的面积之比是 2∶1. 求这个农场计划种植水稻、棉花与蔬菜的面积之连比.

解　根据比的性质,所种水稻与棉花的面积之比 5∶3=10∶6;所种棉花与蔬菜的面积之比 2∶1=6∶3,故这个农场计划种植水稻、棉花与蔬菜的面积之连比是 10∶6∶3. 用竖式表示为

水稻∶棉花=5∶3

棉花∶蔬菜=　2∶1

水稻∶棉花∶蔬菜=(5×2)∶(3×2)∶(3×1)

=10∶6∶3.

1896. 甲与乙各走一步的长度之比为 3∶4,乙与丙走相同距离所需时间之比为 5∶6. 求甲与丙在相同时间内所行距离之比.

解　乙与丙在相同时间内所行距离之比等于两人走相同距离所需时间之比的反比,即 6∶5;而甲与乙各走一步的长度之比和他们的速度之比成正比,又和两人在同时间内所行距离之比成正比,故甲、乙、丙在同时间内所行距离之比为:

甲∶乙=3∶4

乙∶丙=　6∶5

甲∶乙∶丙=9∶12∶10

故甲与丙在相同时间内所行距离之比是 9∶10.

【注意】 因(4,6)=2,故连比的第一项得 $3\times\frac{6}{2}=9$,第二项得 $4\times\frac{6}{2}=12$,第三项得$\frac{4}{2}\times5=10$.

1897. 某人有图书若干册,甲、乙、丙三人分别向他借书,他都同意,并对甲说,你借$\frac{1}{3}$,我留$\frac{2}{3}$;对乙说,你借$\frac{1}{4}$,我留$\frac{3}{4}$;对丙说,你借$\frac{1}{5}$,我留$\frac{4}{5}$. 有一天三人同时前往,某人按诺言将图书进行分配. 求甲、乙、丙及某人分得图书本数的连比.

解　按诺言,甲∶某人=$\frac{1}{3}$∶$\frac{2}{3}$=1∶2;乙∶某人=$\frac{1}{4}$∶$\frac{3}{4}$=1∶3;

丙：某人$=\frac{1}{5}:\frac{4}{5}=1:4$，因某人所留的本数在三个比中分别为 2，3，4，故应先求出 2，3，4 的最小公倍数得 12，由此得甲：某人$=1:2=6:12$，乙：某人$=1:3=4:12$，丙：某人$=1:4=3:12$，故甲、乙、丙及某人分得图书本数的连比是 6：4：3：12.

本题也可先求出三个人分得图书本数的连比，然后再求四个人分得图书本数的连比，算法如下：

∵ 甲：某人$=1:2$，

某人：乙$=3:1$，

∴ 甲：某人：乙$=3:6:2$.

又 ∵ 甲：乙：某人$=3:2:6$，

某人：丙$=4:1$，

∴ 甲：乙：某人：丙$=6:4:12:3$.

故甲：乙：丙：某人$=6:4:3:12$.

1898. 甲、乙、丙三个工人参加技术考核，接受同一项劳动任务，甲在 3 时内完成了任务的$\frac{3}{4}$，乙在 2.5 时内完成了任务的$\frac{5}{7}$，丙在$2\frac{3}{4}$时内完成了任务的$\frac{11}{20}$. 求三人工作能力之比.

解 甲在 3 时内完成任务的$\frac{3}{4}$，平均每小时完成任务的$\frac{3}{4}\div 3=\frac{1}{4}$；乙在 2.5 时内完成任务的$\frac{5}{7}$，平均每小时完成任务的$\frac{5}{7}\div 2.5=\frac{2}{7}$，丙在$2\frac{3}{4}$时内完成任务的$\frac{11}{20}$，平均每小时完成任务的$\frac{11}{20}\div 2\frac{3}{4}=\frac{1}{5}$，

故甲、乙、丙三人工作能力之比是

$$\frac{1}{4}:\frac{2}{7}:\frac{1}{5}=35:40:28.$$

1899. 6 枚壹分硬币叠在一起与 5 枚贰分硬币一样高；6 枚贰分硬币叠在一起与 5 枚伍分硬币一样高. 如果分别用壹分币、贰分币、伍分币叠成三个一样高的圆柱体，这些硬币的币值是 4 元 4 角 2 分，那么三种硬币共多少枚？

解

壹分	贰分	伍分
6	5	
	6	5
36	30	25

36 枚壹分币、30 枚贰分币与 25 枚伍分币一样高. 这些硬币的币值是：

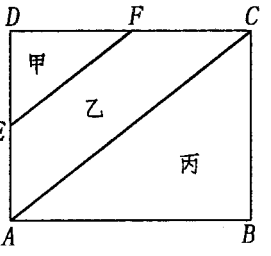
$1\times36+2\times30+5\times25=221$(分).

现在组成三个圆柱体的分币共值 442 分.

$442\div221=2$,442 分是 221 分的 2 倍,那么三种硬币的枚数共

$(36+30+25)\times2=182$(枚).

1900. 如图,E、F 是长方形 $ABCD$ 中相邻两条边的中点. 求甲、乙、丙三个图形的面积之比.

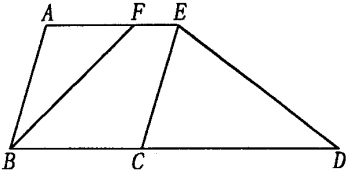


解 因为 AC 是长方形 $ABCD$ 的对角线,

$\therefore\ \triangle ABC=\triangle ACD$. 又因为 E、F 分别是 AD、DC 的中点,从三角形面积计算可知甲$=\frac{1}{4}\triangle ACD$,$\therefore$ 甲:乙$=1:(4-1)$,故

甲:乙:丙$=1:(4-1):4=1:3:4$.

1901. 下图 $ABCE$ 是平行四边形,$ABDE$ 是梯形,且 $AF:FE=2:1$,$BC:CD=2:3$,求三角形 ABF、平行四边形 $ABCE$ 及梯形 $ABDE$ 的面积之连比.



解 因三个图形等高,故三角形 ABF、平行四边形 $ABCE$ 及梯形 $ABDE$ 的面积之比等于三角形 ABF 的底的$\frac{1}{2}$,平行四边形的底及梯形的上底及下底之和的$\frac{1}{2}$之比. 设 $FE=1$,则 $AF=2$,$AE=BC=1+2=3$,$BD=BC+CD=3+3\times\frac{3}{2}=7.5$. 代入,得

$$S_{\triangle}:S_{\square}:S_{\backsim}=\left(\frac{1}{2}\times2\right):3:\left[\frac{1}{2}\times(3+7.5)\right]=4:12:21.$$

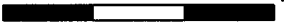
故三角形 ABF、平行四边形 $ABCE$ 及梯形 $ABDE$ 的面积之连比是 $4:12:21$.

4. 比例尺

1902. 在一幅世界地图上用 15 厘米的线段表示实际距离 4500 千米.

求这幅地图的比例尺.

解　4500 千米＝450000000 厘米. 比例尺＝图上距离∶实际距离＝15∶450000000＝1∶30000000. $\left(\text{或写作}\frac{1}{30000000}\right)$. 故这幅地图的比例尺是 1∶30000000.

1903. 

这是一幅中国地图上所标的线段比例尺,改用比的形式表示.

解　根据线段比例尺所表示,图上的 3 厘米相当于实际距离 6 千米,而 6 千米＝600000 厘米,3∶600000＝1∶200000.

故这幅地图的比例尺是 1∶200000.

1904. 一种精密零件图的比例尺是 5∶1,如果图上长 8.5 厘米,这个零件的实际长多少厘米?把这个零件改画在比例尺是 8∶1 的图上,它的长应是多少厘米?

解　因比例尺＝图上距离∶实际距离,故实际距离＝图上距离÷比例尺. 又 5∶1 的比值是 5,故这个零件的实际长是 8.5÷5＝1.7(厘米).

从上列关系式可知图上距离＝实际距离×比例尺,又 8∶1 的比值是 8. 故这个零件画在比例尺是 8∶1 的图上,它的长应是

1.7×8＝13.6(厘米).

1905. 在比例尺是$\frac{1}{500000}$的地图上量得北京到天津的距离是 27.4 厘米,如果汽车每小时以 50 千米的速度在上午八点钟从天津开出,求几点可到达北京?

解　27.4 厘米＝0.000274 千米. 设北京到天津的实际距离是 x 千米,于是得 $0.000274 : x=\frac{1}{500000}$,$x=0.000274\div\frac{1}{500000}$,$x=137$. 即北京到天津的实际距离是 137 千米. 又 137÷50＝2.74,而 2.74 时＝2 时 44 分 24 秒,8 时＋2 时 44 分 24 秒＝10 时 44 分 24 秒. 故在上午八点从天津开出的汽车,到 10 点 44 分 24 秒时可到达北京.

1906. 某校有一块长方形的操场,在$\frac{1}{500}$的校舍平面图上量得它的长是 13 厘米,宽是 8.4 厘米,求这块操场有多少米^2?

解　13 厘米＝0.13 米,8.4 厘米＝0.084 米. 设这块操场的实际长是 x 米,宽是 y 米. 则$\frac{0.13}{x}=\frac{1}{500}$,$x=0.13\times500=65$;$\frac{0.084}{y}=\frac{1}{500}$,$y=0.084\times500=42$,操场的面积是 65×42＝2730(米^2).



1907. 一块长方形的试验田，长 80 米，宽 65 米．在比例尺是 1∶1000 的平面图上，这块试验田的图上面积是多少？图上面积与实际面积之比是多少？

解　设试验田在图上的长是 x 米，宽是 y 米，则 $\frac{x}{80}=\frac{1}{1000}$，$x=\frac{80}{1000}=0.08$，0.08 米＝8 厘米；$\frac{y}{65}=\frac{1}{1000}$，$y=\frac{65}{1000}=0.065$，0.065 米＝6.5 厘米．$8\times6.5=52$．故在平面图上试验田的面积是 52 厘米^2．

因实际面积是 $80\times65=5200$ 米$^2=52000000$ 厘米^2，故图上面积与实际面积之比是 52∶52000000＝1∶1000000．（或图上面积是 $0.08\times0.065=0.0052$米^2，实际面积是 $80\times65=5200$ 米^2，故图上面积与实际面积之比是 0.0052∶5200＝1∶1000000．）用简便方法计算是：因图上距离与实际距离之比是$\frac{1}{1000}$，故图上面积与实际面积之比是$\left(\frac{1}{1000}\right)^2=\frac{1}{1000000}$．

1908. 长方形操场的长 75 米，宽 42 米，要在长 24 厘米、宽 16 厘米的长方形纸上画出平面图，问选用什么比例尺最适当？

解　纸长∶操场长＝24∶7500≈1∶313；

纸宽∶操场宽＝16∶4200≈1∶263．

由于在同一张图纸上只能选用一种比例尺，根据“选小不选大”的原则，应该选用 1∶313 的比例尺，但为了制图的方便，比例尺的后项一般采用整十、整百、整千……表示，而且要考虑平面图的四周要留有适当的余地，还要写上图名和比例尺，所以这张平面图以选用 1∶400 的比例尺为宜．

5. 比例

1909. 在下面的比中可以组成几个比例：

(1) 16∶12；　(2) 4.5∶$\frac{3}{10}$；　(3) 3∶13.5；

(4) $\frac{1}{6}$∶$\frac{3}{4}$；　(5) $\frac{8}{15}$∶$\frac{2}{5}$；　(6) 4.5∶$20\frac{1}{4}$．

解　先求比值．(1) $16\div12=\frac{4}{3}$；(2) $4.5\div\frac{3}{10}=15$；(3) $3\div13.5=\frac{2}{9}$；(4) $\frac{1}{6}\div\frac{3}{4}=\frac{2}{9}$；(5) $\frac{8}{15}\div\frac{2}{5}=\frac{4}{3}$；(6) $4.5\div20\frac{1}{4}=\frac{2}{9}$．再观察比值，(1)与(5)比值相等，可组成比例 $16\div12=\frac{8}{15}\div\frac{2}{5}$；(3)、(4)与(6)比值相等，两两搭配．可组成三个比例：$3\div13.5=\frac{1}{6}\div\frac{3}{4}$，$3\div13.5=4.5\div20\frac{1}{4}$，

$\frac{1}{6}:\frac{3}{4}=4.5:20\frac{1}{4}$；比值是 15 的只有(2)，故 $4.5:\frac{3}{10}$不可能与其余任何一个比组成比例．

本题也可先化成最简单的整数比，再组成比例．

1910. 把下列比的等式改写成积的等式：

(1) $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}=12:8$；　　(2) $\frac{10}{12}=\frac{35}{42}$；

(3) $\frac{0.7}{0.2}=\frac{7}{10}:\frac{1}{5}$.

解　根据比例的性质，得

(1) $\frac{1}{3}\times12=\frac{1}{2}\times8$；(2) $10\times42=12\times35$；(3) $0.7\times\frac{1}{5}=0.2\times\frac{7}{10}$.

1911. 把下列积的等式改写成比的等式：

$$0.75\times\frac{1}{5}=\frac{5}{12}\times0.36.$$

解　根据比例的性质的逆用，每个积的等式一般都可写成 8 个形式不同的比的等式：

(1) $0.75:\frac{5}{12}=0.36:\frac{1}{5}$；　　(2) $\frac{1}{5}:\frac{5}{12}=0.36:0.75$；

(3) $0.75:0.36=\frac{5}{12}:\frac{1}{5}$；　　(4) $\frac{1}{5}:0.36=\frac{5}{12}:0.75$；

(5) $\frac{5}{12}:0.75=\frac{1}{5}:0.36$；　　(6) $\frac{5}{12}:\frac{1}{5}=0.75:0.36$；

(7) $0.36:0.75=\frac{1}{5}:\frac{5}{12}$；　　(8) $0.36:\frac{1}{5}=0.75:\frac{5}{12}$.

1912. 写出 49 所有的约数，将其中一个约数使用两次组成比例．

解　49 的约数有 1、7、49 三个．将 7 使用两次可组成以下四个比例：

(1) $1:7=7:49$；　　(2) $49:7=7:1$；

(3) $7:1=49:7$；　　(4) $7:49=1:7$.

比例式(1)与(2)的两内项相等，此内项叫做两外项的比例中项．

1913. 已知 $x:6=6:y$，且 x、y 都是自然数，求 x、y 的值．

解　根据比例的性质得 $xy=6^2$，而 $6^2=1\times36=2\times18=3\times12=4\times9$，故 x 与 y 的值共有四组：(1) 1 与 36；(2) 2 与 18；(3) 3 与 12；(4) 4 与 9.

1914. $\frac{1}{2}$、$\frac{2}{3}$和$\frac{4}{9}$三个数中添上一个数组成比例，求这个数有哪几种可能？

解　这题应用比例的性质求解比较简便，设添上的一个数是 x，于是得以下三种情况：



(1) $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}x$，$x=\frac{3}{4}$；(比例式有$\frac{1}{2}:\frac{4}{9}=\frac{3}{4}:\frac{2}{3}$等八个.)

(2) $\frac{1}{2}\times\frac{4}{9}=\frac{2}{3}x$，$x=\frac{1}{3}$；(比例式有$\frac{1}{2}:\frac{2}{3}=\frac{1}{3}:\frac{4}{9}$等八个.)

(3) $\frac{2}{3}\times\frac{4}{9}=\frac{1}{2}x$，$x=\frac{16}{27}$. (比例式有$\frac{2}{3}:\frac{1}{2}=\frac{16}{27}:\frac{4}{9}$等八个.)

1915. 试证明如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，那么$\frac{a+c}{b+d}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$(或$\frac{a-c}{b-d}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$).

证明　设$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=m$，则$a=bm$，$c=dm$，$a+c=(b+d)m$，$m=\frac{a+c}{b+d}$，故$\frac{a+c}{b+d}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. 例如：如果$\frac{17.5}{12.5}=\frac{7}{5}$，那么$\frac{17.5+7}{12.5+5}$即$\frac{24.5}{17.5}=\frac{17.5}{12.5}=\frac{7}{5}$；

同理，得$a-c=(b-d)m$，$m=\frac{a-c}{b-d}$，故$\frac{a-c}{b-d}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. 例如：如果$\frac{17.5}{12.5}=\frac{7}{5}$，那么$\frac{17.5-7}{12.5-5}$. 即$\frac{10.5}{7.5}=\frac{17.5}{12.5}=\frac{7}{5}$.

1916. 试证明如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，那么$\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$(或$\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$).

证 1　∵　$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，∴　$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$，由上题可得$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}=\frac{a+b}{c+d}$；又由$\frac{c}{d}=\frac{a+b}{c+d}$，可得$\frac{c+d}{d}=\frac{a+b}{b}$，即如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，那么$\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$. 例如：如果$\frac{6.4}{4.8}=\frac{6}{4.5}$，那么$\frac{6.4+4.8}{4.8}=\frac{6+4.5}{4.5}$，即$\frac{11.2}{4.8}=\frac{10.5}{4.5}$.

同理，可得如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，那么$\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$. 例如：如果$\frac{6.4}{4.8}=\frac{6}{4.5}$，那么$\frac{6.4-4.8}{4.8}=\frac{6-4.5}{4.5}$，即$\frac{1.6}{4.8}=\frac{1.5}{4.5}$.

证 2　∵　$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，∴　$\frac{a}{b}+1=\frac{c}{d}+1$，即$\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$.

同理，∵　$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，∴　$\frac{a}{b}-1=\frac{c}{d}-1$，即$\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$.

1917. 试证明如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，那么$\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$.

证明　∵　$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，由上题得$\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$①，$\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$②，以①、②的等式左右分别相除，得$\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$. 故如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，那么$\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$. 例如：如果$\frac{9.6}{8}=\frac{33.6}{28}$，那么$\frac{9.6+8}{9.6-8}=\frac{33.6+28}{33.6-28}$即$\frac{17.6}{1.6}=\frac{61.6}{5.6}$.

6. 正比例应用题

1918. 一台拖拉机 2.5 时耕地 2.15 公顷，照这样计算，问(1) 7 时可耕地多少公顷？(2) 要耕 8.6 公顷地需要多少时？

解 (1) 因为$\frac{\text{地积}}{\text{时间}}$=工效，拖拉机的工效一定，所以拖拉机耕地的公顷数与所耕时间成正比例．设 7 时可耕地 x 公顷，则$\frac{2.15}{2.5}=\frac{x}{7}$，$x=\frac{2.15\times 7}{2.5}=6.02$.

为了与解复比例的书写格式一致，根据工效一定时，耕地公顷数与所耕时间成正比例，即两次耕地的公顷数之比等于两次所耕时间之比，于是得：$2.5:7=2.15:x$，$x=\frac{7\times 2.15}{2.5}=6.02$. 故 7 时可耕地 6.02 公顷；

(2) 设耕地 8.6 公顷需要 y 时，则$\frac{2.15}{2.5}=\frac{8.6}{y}$，$y=\frac{2.5\times 8.6}{2.15}=10$.

如果按两次所耕公顷数之比等于两次所耕时间之比，那么比例式为 $2.5:y=2.15:8.6$，$y=10$. 故耕地 8.6 公顷需用 10 时．

1919. 在含有铅 375 千克、锡 237 千克的合金中，问增加铅多少千克，可使铅与锡之比为 5∶3.

解 1 要求铅与锡之比为 5∶3，而合金中所含锡的千克数不变，那么必须增加一定数量的铅．设铅增加 x 千克，于是得$(375+x):237=5:3$，$375+x=\frac{237\times 5}{3}$，$375+x=395$，$x=20$；

解 2 设合金中须含铅 x 千克，于是得 $x:237=5:3$，$x=395$. $395-375=20$. 故应增加铅 20 千克．

1920. 海水中水与盐之比是 183∶17，现在要使它改变成水与盐之比为 19∶1，求在 400 千克海水中应掺入多少千克清水？

解 根据海水中水∶盐=183∶17，可先求出 400 千克海水中含有盐多少千克．设 400 千克海水中含有盐 x 千克，则可得 $(183+17):17=400:x$，$x=\frac{17\times 400}{200}=34$. 即 34 千克．海水中掺入清水，总重量起了变化，但所含有的盐重不变，设需掺清水 y 千克才能使水与盐之比为 19∶1，于是得：$(400+x):34=(19+1):1$，$(400+x)=680$，$x=280$. 故应掺入 280 千克清水．

1921. 盐水中盐与水之比是 23∶77，问 500 千克盐水中应蒸发多少千克水以后，才能使盐与水之比变成 7∶13？



解 原来盐与水之比是 23∶77，即盐与盐水混合液之比是 23∶(23+77)，设在 500 千克盐水混合液中应含盐 x 千克，于是得 $23:(23+77)=x:500$，$x=115$. 即含盐 115 千克. 又水蒸发后所含盐重不变，而水则起了变化，设 500 千克盐水中应蒸发水 y 千克，才能使盐与水之比变成 7∶13. 于是，得

$$7:(7+13)=115:(500-y),\ (500-y)=328\frac{4}{7},\ y=171\frac{3}{7}.$$

故 500 千克盐水中应蒸发 $171\frac{3}{7}$ 千克水以后才能使盐与水之比变成 7∶13.

1922. 甲、乙两人共投资 55 万元，合伙经营服务商店，到年底按投资金额分配利润，甲得本利共 32 万元，乙得本利共 38.4 万元. 问两人各投资多少元？

解 年底共有本利 32+38.4=70.4(万元)，按投资金额分配利润，即本金与本利之和成正比例. 设甲的投资金额为 x 元，乙的投资金额为 y 元，于是得比例式 $32:70.4=x:55$，$x=25$，$38.4:70.4=y:55$，$y=30$. 故甲投资 25 万元，乙投资 30 万元.

1923. 某工厂有甲、乙、丙三个车间，年终所得利润之比为甲∶乙∶丙$=\frac{3}{4}:\frac{14}{15}:\frac{5}{8}$. 已知甲车间获利 90 万元，求这个工厂年终共得利润多少元？

解 化简连比 $\frac{3}{4}:\frac{14}{15}:\frac{5}{8}$ 得 90∶112∶75. 设这个厂共得利润 x 万元，于是得比例式 $90:(90+112+75)=90:x$，$x=277$. 故这个工厂年终共得利润 277 万元.

1924. 一根木材，锯成四段，付锯板费 1.20 元. 如果锯成 5 段，应付锯板费多少元？

解 锯成的段数，比锯的次数少 1. 锯板费应按锯的次数计算，两者成正比例关系. 设锯成 5 段应付锯板费 x 元，于是得比例式

$$(4-1):(5-1)=1.2:x,\ x=1.6,$$

故应付锯板费 1.60 元.

本题用归一法解应先求出锯一次的费用再求锯几次的费用. 列式为

$$1.2\div(4-1)\times(5-1)=1.60(\text{元}).$$

1925. 甲数与乙数的比是 7∶4，且甲比乙大 12，求两数.

解 1 甲、乙两数之比的差为(7−4)，其对应数值是 12. 设甲数为 x，乙数为 y，于是，得

$$7:(7-4)=x:12,x=\frac{7\times12}{3}=28,$$

$$4:(7-4)=y:12,y=\frac{4\times12}{3}=16;$$

解 2　以甲数为 1. 则乙数为 $\frac{4}{7}$. 甲比乙大甲的 $\left(1-\frac{4}{7}\right)$，其对应数值是 12，设甲数为 x，于是，得

$$1:\left(1-\frac{4}{7}\right)=x:12,\ x=\frac{1\times12}{\frac{3}{7}}=28,\ \text{乙}=28\times\frac{4}{7}=16.$$

如果用分数解，那么列式是 $12\div\left(1-\frac{4}{7}\right)=28$(甲)；$28\times\frac{4}{7}=16$(乙).

1926. 某人骑自行车从县城出发，速度不变，向东到 A 镇与向西到 B 镇所用时间之比是 5∶3，已知从县城到 A 镇比到 B 镇远 5 千米. 求 A、B 两镇的距离.

解　速度一定，距离与时间成正比例. 因为从县城到 A 镇与到 B 镇的时间之比是 5∶3. 所以两地与县城的距离之比也是 5∶3，而(5−3)对应于县城 A、B 两镇的距离之差 5 千米. 设 A、B 两镇相距 x 千米、它与(5+3)对应，故得比例式

$$(5-3):(5+3)=5:x,\ x=20.$$

故 A、B 两镇相距 20 千米.

1927. 一块麦田收割了 $\frac{4}{7}$，所得麦子装了 6 袋又 40 千克，收割剩下部分所得的麦子，刚巧装了 5 袋. 已知每袋装的千克数相等，问每袋装了多少千克？

解　在单位地积的产量及每袋所装千克数都一定时，麦田的大小与所装袋数成正比例. 因为剩下部分占这块麦田的 $\left(1-\frac{4}{7}\right)$，所收麦子刚巧装了 5 袋，按这样的标准，设这块麦田的 $\frac{4}{7}$ 应收麦子 x 袋，于是可得比例式

$$\left(1-\frac{4}{7}\right):\frac{4}{7}=5:x,\ x=6\frac{2}{3}.$$

因此 6 袋又 40 千克就是 $6\frac{2}{3}$ 袋，即 40 千克小麦相当于 $\frac{2}{3}$ 袋. 故每袋装 $40\div\frac{2}{3}=60$(千克). 如果最后一步仍按比例解则为 $1:\frac{2}{3}=x:40,x=60$.

1928. 公路上架电线的水泥杆之间的距离都是相等的，兄弟两人同时

从第一根水泥杆出发，向第二根、第三根……方向走去，兄每分走 84 米，弟每分走 56 米．问当兄走到第二十二根水泥杆时，弟走到第几根水泥杆处？



解　当兄到达第 22 根水泥杆时，实际走了相邻两杆间距离的(22－1)倍．在时间一定时，速度与距离成正比例．设弟走了相邻两杆间距离的 x 倍，于是得比例式　84∶56＝(22－1)∶x，x＝14，故弟走到第十五根水泥杆处．

本题按分数应用题的思路是　把兄的速度看作“1”，则弟的速度相当于兄的$\frac{56}{84}$．当兄走了相邻两杆距离的(22－1)倍时，弟应走了相邻两杆距离的(22－1)×$\frac{56}{84}$即 14 倍，故弟走到第 15 根水泥杆处．

1929．体积相同的金与水，重量之比是 19.5∶1．现有金一块，在空气中重 200 克，在水中称之，重多少克？(精确到 1 克)

解　物体在水中减轻的重量等于同体积水的重量，因为金与水的重量之比是 19.5∶1，所以金块在水中的重量与它在空气中的重量之比为(19.5－1)∶19.5．设金块在水中重 x 克，于是得比例式：(19.5－1)∶19.5＝x∶200，x＝$189\frac{29}{39}$≈190．故 200 克的金块在水中称之约重 190 克．

1930．甲、乙两人所有人民币之比是 7∶3．如果甲给乙 30 元，那么两人所有人民币之比是 3∶2．问甲、乙原来各有人民币多少元？

解　两人所有人民币的总数不变．原来甲所有的人民币占总数的$\frac{7}{7+3}$，给乙 30 元后，占总数的 $\frac{3}{3+2}$．前后相差人民币总数的$\left(\frac{7}{7+3}-\frac{3}{3+2}\right)$，对应于 30 元．在人民币总数不变时，元数与分率成正比例，设甲原有人民币为 x 元，乙原有人民币为 y 元，于是得比例式 $\left(\frac{7}{7+3}-\frac{3}{3+2}\right)$∶$\frac{7}{7+3}$＝30∶$x$，$x$＝210；$\left(\frac{7}{7+3}-\frac{3}{3+2}\right)$∶$\frac{3}{7+3}$＝30∶$y$，$y$＝90．故甲原有人民币 210 元，乙原有人民币 90 元．

本题按分数应用题的解法，列式为 $30\div\left(\frac{7}{7+3}-\frac{3}{3+2}\right)$＝300(元)(两人所有人民币的和)，甲有 $300\times\frac{7}{7+3}$＝210(元)；乙有 300－210＝90(元)．

1931．甲、乙两车间原有人数相等．若甲车间调配 40 人到乙车间，则两个车间人数之比是 5∶7．求两车间的总人数．

解　因原来甲、乙两车间的人数相等．故甲、乙各占总人数的$\frac{1}{2}$，甲车

间给乙车间 40 人后，占总人数的$\frac{5}{5+7}$，前后相差$\left(\frac{1}{2}-\frac{5}{5+7}\right)$，这个差的对应值是 40 人．在总人数不变时，分率与人数成正比例．设两车间的总人数为 x，于是得比例式 $\left(\frac{1}{2}-\frac{5}{5+7}\right)$∶1=40∶$x$，$x$=480．故两车间的总人数是 480 人．

本题按分数应用题解，列式为 $40\div\left(\frac{1}{2}-\frac{5}{5+7}\right)=480$(人)；也可列成

$40\times2\div\left(\frac{7}{5+7}-\frac{5}{5+7}\right)=480$(人)．

1932．甲、乙、丙三人各有人民币若干元，甲的 3 倍，乙的 4 倍与丙的 5 倍都相等．且甲比乙多 60 元．求丙有人民币多少元？

解　甲、乙、丙三人所有人民币之比是$\frac{1}{3}$∶$\frac{1}{4}$∶$\frac{1}{5}$=20∶15∶12，其中甲∶乙=20∶15，前后两项之差为(20−15)，对应值为 60 元．设丙有人民币 x 元，于是得比例式：(20−15)∶12=60∶x，x=144．故丙有人民币 144 元．

1933．长方形的长与宽之比是 7∶3．如果把长方形的长减少 12 厘米，宽增加 16 厘米，就成为正方形了．问这个长方形的面积有多少厘米^2？

解 1　这个长方形的长与宽之比是 7∶3，比的前后项之差为(7−3)，它的对应数值是(12+16)厘米．设长方形的长是 x 厘米，宽是 y 厘米，于是得比例式：(7−3)∶7=(12+16)∶x，x=49；(7−3)∶3=(12+16)∶y，y=21$\left(\text{或 } 7:3=49:y;y=49\times\frac{3}{7}=21\right)$．49×21=1029．

故长方形的面积有 1029 厘米^2；

解 2　以长方形的长为单位“1”，则宽为$\frac{3}{7}$，按题意长比宽多(12+16)厘米，相当于长的$\left(1-\frac{3}{7}\right)$．故长方形的长为$(12+16)\div\left(1-\frac{3}{7}\right)=49$(厘米)，宽为 $49\times\frac{3}{7}=21$(厘米)，面积为 $49\times21=1029$(厘米^2)；

解 3　设正方形的边长为 x 厘米，则长方形的长为$(x+12)$厘米，宽为$(x-16)$厘米，依题意，得

$$\frac{x+12}{x-16}=\frac{7}{3}.$$

解方程，得　x=37．

故长方形的面积为$(37+12)\times(37-16)=1029$(厘米^2)．



1934. 和平小学把植树任务按人数分配给五年级三个班，五(1)班有 44 人，五(2)班有 40 人，五(3)班有 42 人．已知五(1)班种树比五(2)、五(3)两班种树的总棵数少 114，问三个班各种了多少棵？

解 1　五(1)班比五(2)、五(3)两班少种 114 棵，而人数少(40＋42－44)．每人植树任务一定时，人数与棵数成正比例，设五(1)班种了 x 棵，于是得比例式　(40＋42－44)∶44＝114∶x，x＝132，又设五(2)班种了 y 棵、五(3)班种了 z 棵，于是得比例式 44∶40＝132∶y，y＝120；44∶42＝132∶z，z＝126．故五(1)、五(2)、五(3)班分别种树 132 棵、120 棵、126 棵；

解 2　五(1)班学生比五(2)、五(3)两班学生数之和少(40＋42－44)人，少种树 114 棵，平均每人种了 114÷(40＋42－44)＝3(棵)．故五(1)班种了 3×44＝132(棵)，五(2)班种了 3×40＝120(棵)，五(3)班种了 3×42＝126(棵)．

1935. 一块长方形地，周长 240 米，长与宽之比是 3∶2，这块地有多少米^2？

解 1　长方形的长与宽之和为(240÷2)米，对应于它的长与宽之比的前后两项之和为(3＋2)．设长方形的长为 x 米，于是得比例式(3＋2)∶3＝$\frac{240}{2}$∶x，x＝72，故宽为 $72\times\frac{2}{3}=48$(米)，这块长方形地的面积为

$$72\times48=3456(\text{米}^2);$$

解 2　因为长方形的长与宽之和是$\frac{240}{2}$米，按长与宽之比是 3∶2，所以长方形的长是$\frac{240}{2}\times\frac{3}{3+2}$，即 72 米，宽是$\frac{240}{2}\times\frac{2}{3+2}$，即 48 米．面积为

$$72\times48=3456(\text{米}^2);$$

解 3　把长方形的长看作单位“1”，则宽是长的$\frac{2}{3}$，周长 240 米相当于长的$\left[\left(1+\frac{2}{3}\right)\times2\right]$倍，故长为 $240\div\left[\left(1+\frac{2}{3}\right)\times2\right]$即 72 米，宽为 $72\times\frac{2}{3}$即 48 米，面积为

$$72\times48=3456(\text{米}^2).$$

1936. 甲、乙两人每月各提出工资的一定数额参加储蓄，两人每月储金之比是 3∶2，且甲比乙早 5 个月参加，从乙参加储蓄 1 年 3 个月后，两人共储了 4500 元．问甲乙每月储蓄各多少元？

解 1　乙参加了 12＋3＝15(个月)，甲参加了 15＋5＝20(个月)．两人储蓄金额之比是(3×20)∶(2×15)＝2∶1．设甲共储蓄 x 元，乙共储蓄 y

元，于是得比例式 $(2+1):2=4500:x$，$x=3000$；$(2+1):1=4500:y$，$y=1500$，故甲每月储蓄 $3000\div20=150$（元）；乙每月储蓄 $1500\div15=100$（元）.

如果求出甲、乙存款之比是 $2:1$ 以后，按比例分配解法是

$$4500\times\frac{2}{2+1}\div20=150(\text{元}),4500\times\frac{1}{2+1}\div15=100(\text{元});$$

解 2 把甲每月的储金看作单位 1，则乙每月的储金是甲的 $\frac{2}{3}$. 甲共储蓄 $12+3+5=20$（个月），乙共储蓄 $12+3=15$（个月）. 两人储蓄的总数相当于甲每月储金的 $\left(20\times1+15\times\frac{2}{3}\right)$ 倍，由此可得

甲每月储蓄 $4500\div\left(20\times1+15\times\frac{2}{3}\right)=150$（元）.

乙每月储蓄 $150\times\frac{2}{3}=100$（元）.

1937. 甲、乙两家，每月收入之比是 $4:3$，支出之比是 $18:13$，一年中两家都结余 2160 元. 问甲、乙两家每月收入各多少元？

解 甲、乙两家收入之比是 $4:3$，比的前后项之差是 1，支出之比是 $18:13$，比的前后项之差是 5. 为此，必须把收入比的前后项之差也改变为 5，根据比的性质，$4:3=20:15$，于是得甲的收入与支出之差是 $20-18=2$，而乙的收入与支出之差是 $15-13=2$. 两家收支之差都等于 2，符合这两家全年结余款相等的条件. 今两家全年的结余款都是 2160 元，则每月的结余款是 $2160\div12=180$（元）. 它对应于收支之差 2. 设甲、乙两家每月收入分别为 x 元、y 元，于是得比例式：$20:2=x:180$，$x=1800$；$15:2=y:180$，（或 $4:3=1800:y$）$y=1350$. 故甲家每月收入为 1800 元，乙家每月收入为 1350 元.

1938. 有甲、乙、丙三个数，已知甲、乙两数之比是 $4:3$，乙、丙两数之比是 $4:7$，且甲、丙两数之和是 92.5，求甲、乙、丙三数.

解 1 因已知甲、丙两数之和是 92.5，故应求出甲、丙两数之比. 也就是先要求甲、乙、丙三数的连比：

$$\begin{array}{r}\text{甲}:\text{乙}=4:3\\ \text{乙}:\text{丙}=\quad 4:7\\ \hline \text{甲}:\text{乙}:\text{丙}=16:12:21\end{array}$$

故甲、丙两数之比是 $16:21$，比的前后项之和是 $(16+21)$，对应数值是 92.5，设甲数为 x，于是得比例式：$(16+21):16=92.5:x$，$x=40$. 即甲数是 40，故丙数是 $92.5-40=52.5$. 又设乙数为 y，于是得比例式：$4:3=$

$40:y,y=30$. 故甲、乙、丙三数分别是 40、30、52.5；



解 2 把甲数看作“1”，则乙数是甲数的$\frac{3}{4}$，丙数是甲数的$\frac{3}{4}\times\frac{7}{4}$，因甲、丙两数之和是 92.5，故甲数是 $92.5\div\left(1+\frac{3}{4}\times\frac{7}{4}\right)=40$；乙数是 $40\times\frac{3}{4}=30$；丙数是 $92.5-40=52.5$（或 $40\times\frac{3}{4}\times\frac{7}{4}=52.5$）.

1939. 某校向窑厂买砖 12.5 万块，由三艘机动船装运，甲船运了 5.5 万块，乙、丙两船分别得运费 1800 元、1350 元. 问甲船得运费多少元？

解 乙、丙两船共装运砖$(12.5-5.5)$万块，共得运费$(1800+1350)$元. 在每万块砖的运费一定时，所装砖数与应得运费成正比例. 设甲船可得运费 x 元，于是得比例式 $5.5:(12.5-5.5)=x:(1800+1350)$，$x=2475$，故甲船可得运费 2475 元.

本题按四则应用题解法，可从乙、丙两船共得运费及共装块数算出每一万块砖的运费标准，然后计算甲船应得的运费. 列式为

$(1800+1350)\div(12.5-5.5)\times5.5=2475$(元).

1940. 某国营农场的耕地分甲、乙、丙三个区. 已知甲区的$\frac{2}{5}$等于乙区的$\frac{1}{2}$，乙、丙两区之比是 4∶3，且甲、乙两区的地积比乙、丙两区的地积多 102 公顷. 问三个区各有耕地多少公顷？

解 1 根据甲区耕地的$\frac{2}{5}$等于乙区耕地的$\frac{1}{2}$，可得甲区与乙区耕地的地积之比为$\frac{1}{2}:\frac{2}{5}=5:4$；又乙区与丙区耕地的地积之比为 4∶3，故甲、乙、丙三区耕地的地积之连比为 5∶4∶3. 于是得甲、乙两区耕地的地积与乙、丙两区耕地的地积之比为$(5+4):(4+3)$. 前项与后项之差为$(5+4)-(4+3)=2$（这个差实际就是甲是 5 与丙是 3 的差），它的对应数值为 102. 设甲区有耕地 x 公顷，乙区有耕地 y 公顷，丙区有耕地 z 公顷. 于是得 $5:2=x:102$，$x=255$；$4:2=y:102$，$y=204$；$3:2=z:102$，$z=153$，故甲、乙、丙三区的耕地分别有 255 公顷、204 公顷、153 公顷；

解 2 把甲区耕地的公顷数看作单位“1”，则乙区耕地的公顷数是甲区的$\frac{2}{5}\div\frac{1}{2}=\frac{4}{5}$；丙区耕地的公顷数是甲区的$\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{5}$. 甲、乙两区耕地之和是甲区的$\left(1+\frac{4}{5}\right)$，乙丙两区耕地之和是甲区的$\left(\frac{4}{5}+\frac{3}{5}\right)$，两者之差 102 公顷是甲区耕地的$\left[\left(1+\frac{4}{5}\right)-\left(\frac{4}{5}+\frac{3}{5}\right)\right]$，故甲区有耕地 $102\div$

$\left[\left(1+\frac{4}{5}\right)-\left(\frac{4}{5}+\frac{3}{5}\right)\right]=255$(公顷)；乙区有耕地 $255\times\frac{4}{5}=204$(公顷)；丙区有耕地 $204\times\frac{3}{4}=153$(公顷).

1941. 甲、乙、丙三所小学，女学生人数之比是 4∶5∶4，男学生人数之比是 7∶6∶9，且甲校有学生 636 人，丙校有学生 732 人．求乙校的学生人数．

解　因甲、丙两校女生人数之比相等，故两校女生人数也相等，而两校男生人数之比为 7∶9，且甲校比丙校的学生少(732－636)人．也就是甲校的男生比丙校的男生少(732－636)人．设甲校有男生 x 人，于是得　(732－636)∶x=(9－7)∶7，x=336．636－336=300 是甲校女生的人数．又甲、乙两校男生人数之比是 7∶6，女生人数之比是 4∶5，设乙校有男生 y_1 人，有女生 y_2 人，于是得 7∶6=336∶y_1，y_1=288；4∶5=300∶y_2，y_2=375；288+375=663. 故乙校有学生 663 人．

1942. 两个车间原来相差 80 人．如果由甲车间调 20 人到乙车间，那么甲、乙两车间人数之比为 19∶17．求原来两车间的人数．

解 1　根据甲车间调 20 人到乙车间后，甲、乙车间人数之比是 19∶17，且 80>20×2，可断定原来甲车间人数应比乙车间多 80 人．又甲车间调出 20 人后，应比乙车间多(80－20×2)人．它对应于比的前后两项之差(19－17)．设甲车间后来有 x 人，于是得　(80－20×2)∶x=(19－17)∶19，x=380，380+20=400，故甲车间原有工人 400 人．400－80=320，乙车间原有工人 320 人；

解 2　把调出 20 人后的甲车间人数看作“1”，则乙车间的人数为甲车间的$\frac{17}{19}$，两车间相差 $\left(1-\frac{17}{19}\right)$，故后来甲车间的人数为 $(80-20\times2)\div\left(1-\frac{17}{19}\right)$，原来甲车间的人数为 $(80-20\times2)\div\left(1-\frac{17}{19}\right)+20=400$(人)，原来乙车间的人数为 400－80=320(人).

1943. 小麦 100 千克的价格等于大豆 80 千克的价格．这个比价前后不变，今每袋装 90 千克的小麦降价 3.6 元，而大豆每袋降价 3.5 元．大豆每袋装多少千克？

解 1　如果每袋小麦与每袋大豆的价格相等，那么每袋装 90 千克的小麦，改装大豆时，设可装 x 千克，于是得：100∶90=80∶x，x=72. 即每袋装 90 千克的小麦应与每袋装 72 千克的大豆价格相等．今小麦降价 3.6 元，按比价不变，大豆也应降价 3.6 元．但实际大豆降价 3.5 元，说明大豆每袋并不是装 72 千克．设大豆每袋实际装 y 千克．于是得　3.6∶3.5=72∶

y，$y=70$. 故大豆每袋装 70 千克；



解 2 90 千克的小麦降价 3.6 元，平均每千克降价$\frac{3.6}{90}$元．又 1 千克小麦价相当于$\frac{80}{100}$千克大豆的价格，故每千克大豆应降价$\left(\frac{3.6}{90}\div\frac{80}{100}\right)$元．今每袋大豆降价 3.5 元，故每袋大豆有 $3.5\div\left(\frac{3.6}{90}\div\frac{80}{100}\right)=70$(千克).

1944. 甲、乙各有人民币若干元．如果甲减少 1 元，那么甲与乙所有的人民币之比是 4∶3；如果甲增加 2 元．那么甲与乙所有的人民币之比是 7∶5，求两人各有人民币多少元？

解 由于乙的人民币数前后不变，故将乙的人民币数看作“1”，甲减少 1 元后，甲的人民币数是乙的$\frac{4}{3}$；又甲增加 2 元后，甲的人民币数是乙的$\frac{7}{5}$，两次相差乙所有人民币数的$\left(\frac{7}{5}-\frac{4}{3}\right)$，其对应数值是(2+1)元．设乙有人民币 x 元，于是得$\left(\frac{7}{5}-\frac{4}{3}\right)∶1=(2+1)∶x$，$x=45$. 又设甲减少 1 元后有人民币 y 元，于是得 $y∶45=4∶3$，$y=60$，$60+1=61$. 故甲有人民币 61 元，乙有人民币 45 元．

本题按分数解法列式为$(2+1)\div\left(\frac{7}{5}-\frac{4}{3}\right)=45$(元)……乙的人民币数，$45\times\frac{4}{3}+1=61$(元)……甲的人民币数．

1945. 甲、乙两厂原有工人数之比是 7∶5，今各抽调部分工人支援外地，调出人数之比是 5∶3. 这样，两厂现有工人数之比是 5∶4. 并知乙厂现有工人 1600 人．求两厂原有工人数．

解 根据两厂现有工人数之比及乙厂现有工人数，可求出甲厂现有工人数．设甲厂现有 x 人，于是得 $x∶1600=5∶4$，$x=2000$. 如果两厂按原有工人数之比 7∶5 抽调，那么两厂现有工人数之比应仍为 7∶5，而不是 5∶4，这样，甲厂现有工人数就不是 2000，设按 7∶5 抽调，甲厂现有工人数应为 y 人，于是得 $y∶1600=7∶5$，$y=2240$. 但实际甲厂与乙厂抽调人数之比是 5∶3，而 5∶3 的比值大于 7∶5 的比值，致使甲厂现有工人数比实际工人数少了(2240−2000)人，相当于乙厂调出人数的$\left(\frac{5}{3}-\frac{7}{5}\right)$．设乙厂调出 z 人，于是得 $\left(\frac{5}{3}-\frac{7}{5}\right)∶1=(2240-2000)∶z$，$z=900$；$1600+900=2500$，故乙厂原有工人 2500 人，又设甲厂原有工人为 z 人，于是得 $7∶5=z$

：2500，$z=3500$. 即甲厂原有工人 3500 人.

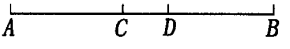
本题按分数解法列式为 $1600\times\left[1+\left(\frac{7}{5}-\frac{5}{4}\right)\div\left(\frac{5}{3}-\frac{7}{5}\right)\right]=2500$(人)……乙厂原有人数，$2500\times\frac{7}{5}=3500$(人)……甲厂原有人数.

1946. 甲、乙两仓，原来存粮之比为 8∶7. 以后先从甲仓运走 30 吨，再从甲仓中提出 60 吨调入乙仓. 这样，甲、乙两仓存粮之比为 7∶20. 问原来两仓中各存粮多少吨？

解 甲仓两次共减少粮食(30+60)吨，如果后来两仓存粮之比仍保持 8∶7，则乙仓也应减少一部分粮食. 设乙仓应减少存粮 x 吨，于是得：$8∶7=(30+60)∶x$，$x=78\frac{3}{4}$，实际乙仓不仅未减少 $78\frac{3}{4}$ 吨，而且增加了 60 吨，相差 $\left(78\frac{3}{4}+60\right)$ 吨. 又按原来两仓存粮之比为 8∶7 计算，当甲仓为 7 时，设乙仓应为 y，于是得：$8∶7=7∶y$，$y=6\frac{1}{8}$，但题目中指明，当甲仓为 7 时，乙仓为 20，两者相差 $\left(20-6\frac{1}{8}\right)$，其对应数值为 $\left(78\frac{3}{4}+60\right)$ 吨. 设乙仓后来有粮食 z 吨，于是得：$\left(20-6\frac{1}{8}\right)∶20=\left(78\frac{3}{4}+60\right)∶z$，$z=200$，$200-60=140$；$140\times\frac{8}{7}=160$. 故原来甲仓存粮 160 吨，乙仓存粮 140 吨.

本题按分数解法列式为 $\left[60+(30+60)\times\frac{7}{8}\right]\div\left(\frac{20}{7}-\frac{7}{8}\right)+30+60=160$(吨)……甲仓原来的存粮数，$160\times\frac{7}{8}=140$(吨)……乙仓原来的存粮数.

1947. 如图，已知 $AC∶CB=3∶4$，$CD∶DB=3∶7$，$AC=7.5$ 厘米，求 DB.



解 ∵ $AC∶CB=3∶4$，且 $AC=7.5$ 厘米，

∴ $7.5∶CB=3∶4$，$CB=10$(厘米).

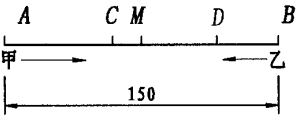
又 ∵ $CD∶DB=3∶7$，且 $CD+DB=CB=10$ 厘米，

∴ $(CD+DB)∶DB=(3+7)∶7$，即 $10∶DB=10∶7$，

∴ $DB=7$(厘米).

1948. 如图，甲、乙两人由相距 150 千米的 A、B 两地同时相向而行，甲每小时快速步行 10 千米，乙每小时步行 6 千米，若干小时后甲行至 C 点，乙行至 D 点，图上的 M 点表示两地的中点，且 $CM∶MD=5∶13$. 问甲乙各

行了多少时？



解　因 M 为中点，故 $AC+CM=MD+DB$. 今甲、乙两人每小时所行路程的差为 $(10-6)$ 千米，而离中点所剩路程之比的差为 $(13-5)$，这两个差不相等，故两人已行和未行路程之和相等不一定都能用等式 $10\times$ 所行时数 $+5=6\times$ 所行时数 $+13$ 表示. 如果两人都行 2 时，则已行路程的差 $(10-6)\times 2$ 与所剩路程之比的差 $(13-5)$ 相等，即 $10\times 2+5=6\times 2+13$，但 $10\times 2+5+6\times 2+13=50$ 而不等于 150. 设甲、乙实际各行了 x 时，于是得 $50:150=2:x$，$x=6$. 故甲、乙各行 6 时后两人离中点 M 之比为 $5:13$.

本题用方程解比较容易理解：设两人各行了 x 时，则甲行了 $10x$ 千米，乙行了 $6x$ 千米，甲离中点 $\left(\frac{150}{2}-10x\right)$ 千米，乙离中点 $\left(\frac{150}{2}-6x\right)$ 千米. 这时剩下路程之比是 $5:13$，于是得方程 $\dfrac{\frac{150}{2}-10x}{\frac{150}{2}-6x}=\dfrac{5}{13}$.

解方程，得　$x=6$.

故甲、乙两人各行了 6 时.

1949. 某汽车厂的轿车产量，按一定的增长率连续两年完成了生产任务. 已知 1984 年该厂生产轿车 2500 辆，到 1986 年生产轿车 2916 辆. 求每年的增长率.

解 1　每年的增长率不变，即前后两年的产量之比相等. 设该厂 1985 年的轿车产量为 x 辆，于是得　$2500:x=x:2916$，$x=\sqrt{2500\times 2916}$，$x=2700$. 故该厂生产轿车每年的增长率是 $\dfrac{2700-2500}{2500}=8\%$；

解 2　设每年的增长率为 x，依题意，得

$$2500\times(1+x)^2=2916,\ 1+x=\sqrt{\frac{2916}{2500}}.$$

解方程，得　$x=0.08$.

故每年的增长率为 8%.

1950. 某校两个月来每月按相同百分率完成节约公务费支出的任务，已知该校三月份公务费支出数为 240 元，五月份比三月份节约了 23.4 元. 求每月节约公务费百分之几？

解 1 每月按相同百分率完成节约任务，说明三月份与四月份公务费支出之比等于四月份与五月份公务费支出之比．又五月份比三月份节约了 23.4 元，故五月份公务费支出了(240－23.4)元．设四月份公务费支出了 x 元，于是，得 $240:x=x:(240-23.4)$，$x=\sqrt{240\times216.6}$，$x=228$．故每月的节约率是

$$\frac{240-228}{240}=5\%;$$

解 2 设每月的节约率为 x．依题意，得

$$240\times[1-(1-x)^2]=23.4.$$

解方程，得 $x=0.05$．

故每月节约率是 5%．

7. 反比例应用题

1951. 一辆汽车从甲地开往乙地，每小时行驶 32 千米，5 时到达．如果要 4 时到达，求每小时需要行驶多少千米？

解 因为速度×时间＝路程．已知从甲地开往乙地的路程是一定的，所以汽车行驶的时间和速度成反比例．设每小时需要行驶 x 千米．比例式是 $4x=32\times5$，$x=40$．

为了与解复比例的书写格式一致，根据路程一定时，时间之比与速度之比互为反比，设 4 时到达每小时需要行驶 x 千米，于是得比例式 $4:5=32:x$，$x=40$．故每小时需要行驶 40 千米．

本题用整数应用题解，列式是 $32\times5\div4=40$(千米)．

1952. 有一批纸，可以装订每本 24 页的练习簿 216 本．如果改装成每本 18 页，问可以装订多少本？

解 这批纸的数量一定，每本的页数与装订的本数成反比例，设改装后可以装订 x 本，于是得 $24:18=x:216$，$x=288$．故可以装订 288 本．

整数解法列式为 $24\times216\div18=288$(本)．

1953. 一批货物，原计划每天运走 18 吨，84 天可运完，实际每天比计划多运走 3 吨．问这批货物多少天可以运完？

解 在运走的总吨数一定时，每天运的吨数与天数成反比例．设这批货物 x 天可以运完．于是得$(18+3):18=84:x$，$x=72$．故这批货物 72 天可以运完．

用整数应用题方法解，列式为 $18\times84\div(18+3)=72$(天)．

1954. 一件工程 30 人 18 天完成，现在要提前 3 天完成，问需要增加多少人？



解 工作量一定时，所需天数与参加人数成反比例．设需要增加 x 人，于是，得 $30:(30+x)=(18-3):18,(30+x)=36,x=6$.

故需要增加 6 人．

在整数应用题中，解法为 这件工程一人独做需要(18×30)天，现在要在$(18-3)$天中完成，故需增加

$$18\times30\div(18-3)-30=6(\text{人}).$$

1955. 某农具厂要生产一批脱粒机，原计划每天生产 75 台，20 天完成．实际每天生产的台数比原计划每天生产的台数多$\frac{1}{3}$，多少天就能完成这批生产任务．

解 生产任务一定时，每天生产的台数与所需天数成反比例．按题意，实际每天生产了 $75\times\left(1+\frac{1}{3}\right)$台，设实际需 x 天完成这批生产任务，于是得比例式 $75:\left[75\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\right]=x:20,x=15$. 故实际做了 15 天就完成了这批生产任务．

这题可将原来每天生产的台数看作单位“1”，则实际每天生产的台数为 $\left(1+\frac{1}{3}\right)$，每天生产台数的分率与完成任务所需的天数成反比例．于是得比例式 $1:\left(1+\frac{1}{3}\right)=x:20,x=15$. 显然，这种解法比上面一种解法简便．

本题按分数解法，列式为

$$75\times20\div\left[75\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\right]=15(\text{天}).$$

1956. 从甲站到乙站，快车每小时行 84 千米，3 时到达．普通客车的速度是快车的$\frac{5}{7}$，问需几小时到达．

解 快车与普通客车速度之比是 $1:\frac{5}{7}=7:5$，在路程一定时，速度与时间成反比例(这题的速度之比已知，故快车每小时行 84 千米不是解题的必要条件)，设普通客车需 x 时到达，于是得 $7:5=x:3,x=4.2$. 故普通客车需 4.2 时到达．如果把 84 千米考虑进去，则比例式为

$$84:\left(84\times\frac{5}{7}\right)=x:3,x=4.2.$$

1957. “丰收—35 型”拖拉机主动轴的转速是每分钟 2000 转，主动轴上的齿轮有 13 齿；动力输出轴的转速要求是每分钟 650 转．那么动力输出轴

上的齿轮应有多少齿？

解 由于在同一时间内互相啮合的两个齿轮所转过的齿数是相等的，故在同一时间内啮合的两个齿轮的转速与其齿数成反比例，即主动轴的转速 $n_{主}$ 与其轴上齿轮的齿数 $z_{主}$ 之积等于动力输出轴的转速 $n_{从}$ 与其轴上齿轮的齿数 $z_{从}$ 之积，即 $z_{主}\cdot n_{主}=z_{从}\cdot n_{从}$．设动力输出轴上的齿轮有 x 齿，于是得 $13\times2000=650x$．$x=40$．故动力输出轴上的齿轮有 40 齿．

为了与解复比例的书写格式一致，比例式可列作

$$2000:650=x:13,x=40.$$

按整数应用题的解法，列式为 $13\times2000\div650=40$(齿)．

1958．某部队由甲地步行到乙地，如果每天步行的速度由 30 千米加快到 40 千米，那么可提前 2 天到达．求甲、乙两地间的距离．

解 1 路程一定，每天步行的速度与所需的天数成反比例．设原计划需步行 x 天，则实际行了$(x-2)$天．于是得比例式 $30:40=(x-2):x$，$x=8$，故甲、乙两地间的距离是 $30\times8=240$(千米)；

解 2 以每天步行 40 千米的速度走完全程时比每天步行 30 千米的速度多行了(30×2)千米．两种速度每天相差$(40-30)$千米，故以每天步行 40 千米的速度走完全程需要$[30\times2\div(40-30)]$(天)，甲、乙两地间的距离是 $40\times[30\times2\div(40-30)]=240$(千米)；

解 3 每天步行 40 千米，步行1 千米需$\frac{1}{40}$天，每天步行 30 千米，步行 1 千米需$\frac{1}{30}$天．因用两种速度行完全程相差 2 天，故甲、乙两地间的距离是

$$2\div\left(\frac{1}{30}-\frac{1}{40}\right)=240(\text{千米}).$$

1959．有直径是 3 毫米的铁丝 25 米，可拉成直径是 1 毫米的铁丝多少米？

解 1 铁丝的体积一定时，横截面直径的平方与其长度成反比例．设拉成直径是 1 毫米的铁丝有 x 米，于是得 $1^2:3^2=25:x$，$x=225$．故可拉成直径是 1 毫米的铁丝 225 米；

解 2 铁丝的体积是$\left(\frac{3}{2}\right)^2\times\pi\times25000$ 毫米^3，拉成直径是 1 毫米的铁丝，它的底面积是$\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\pi$ 毫米^2，故它的长是

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2\times\pi\times25000\div\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\pi\right]=225000\text{ 毫米，即 }225\text{ 米}.$$

1960．学校四周要建造一道围墙，27 个工人合做 35 时完成．现在每天

工作 9 时，要求在 5 天内完成，问需要安排多少个工人？

解 1 工程总量一定，人数与时数成反比例．现在每天工作 9 时，5 天工作了(9×5)时，设需要安排 x 个工人．于是得 $35:(9\times5)=x:27$．$x=21$．故需要安排 21 个工人；

解 2 建造围墙总用工作量是(35×27)时，现在每人每天工作 9 时，5 天工作 (9×5)时，故完成这件工程需要安排$(35\times27)\div(9\times5)=21$(人)．

1961．中型拖拉机与手扶拖拉机耕地效率的比是 5∶2，大型拖拉机与中型拖拉机耕地效率的比是 2∶1．现在有一块地用中型拖拉机来耕需 6 时，问如果改用手扶拖拉机和大拖拉机各耕这块地的一半，一共需用多少时？

解 1 在耕地大小一定时，效率与时间成反比例．设耕这块地的一半大拖拉机需用 x 时，手扶拖拉机需用 y 时，于是得：$2:1=(6\div2):x$，$x=1.5$；$2:5=(6\div2):y$，$y=7.5$．$x+y=1.5+7.5=9$．故一共需用 9 时．

解 2 因手扶拖拉机的效率是中型拖拉机的$\frac{2}{5}$，故耕同一块土地时，手扶拖拉机所需时间是中型拖拉机的$\frac{5}{2}$倍，同理，大型拖拉机所需时间是中型拖拉机的$\frac{1}{2}$．现在耕一块地的一半，中型拖拉机需用$\frac{6}{2}$时，故手扶拖拉机需用$\frac{6}{2}\times\frac{5}{2}=7.5$(时)，大型拖拉机需用$\frac{6}{2}\times\frac{1}{2}=1.5$(时)，一共需用 $7.5+1.5=9$(时)．

1962．工人每天工作的时数一定，一件事，5 人去做，7 天完成；如果 4 人去做，8 天又 6 时才能完成．问每天工作多少时？

解 1 工作量和每人每天工作的小时数一定，参加人数与所需天数成反比例．设 4 人去做需 x 天才能完成．于是得 $5:4=x:7$，$x=8\frac{3}{4}$．根据题目中的条件可知，工作$\frac{3}{4}$天即 6 时，故每天工作 $6\div\frac{3}{4}=8$(时)；

解 2 按题意，这件事一人独做需(7×5)天完成，4 人合作需 $7\times5\div4=8.75$(天)完成．题目中指出 4 人做了 8 天又 6 时完成，即工作 0.75 天相当于 6 时，故一天工作 $6\div0.75=8$(时)．

1963．一件工程安排若干人去做，24 天完成其$\frac{1}{2}$．为了赶进度，增加了 16 个工人，其余的$\frac{1}{2}$，16 天就完成了．求最初安排的人数．

解 1 前后两阶段的工程量都是$\frac{1}{2}$，在工程量相等时，人数与天数成反

比例．设最初安排的人数是 x，于是得　$x:(x+16)=16:24$，$x=32$．故最初安排 32 人．

这题也可这样考虑，增加的 16 人在 16 天中完成的工作量，相当于前阶段所安排工人工作$(24-16)$天的工作量，在工作量一定时，人数与天数成反比例，设最初安排的人数是 x，于是得　$16:x=(24-16):16$，$x=32$．故最初安排 32 人；

解 2　前后都完成了工程的$\frac{1}{2}$，今以工程的$\frac{1}{2}$看作单位“1”，故最初每天完成了$\frac{1}{24}$，后来每天完成了$\frac{1}{16}$，前后相差$\left(\frac{1}{16}-\frac{1}{24}\right)$，表示所增加的 16 人一天的工作效率，故一人一天的工作效率是$\left(\frac{1}{16}-\frac{1}{24}\right)\div 16$．由此可得最初安排的工人数为

$$\frac{1}{24}\div\left[\left(\frac{1}{16}-\frac{1}{24}\right)\div 16\right]=32(\text{人}).$$

1964．由东西两地各运米到同一仓库，由东地每次运去 15 袋，由西地每次运去 12 袋．又东地比西地少运 5 次，且由两地运进仓库的袋数相等．问仓库中共运进米多少袋？

解 1　由两地运进仓库的米的袋数相等，每次所运的袋数与运的次数成反比例．因东地与西地每次所运袋数之比是 $15:12$，故两地所运次数之比是 $12:15$，比的前后项之差$(15-12)$对应于东地比西地少运的 5 次．设东地运了 x 次，于是得　$(15-12):12=5:x$，$x=20$；$15\times 20\times 2=600$(袋)，故仓库中共运进米 600 袋；

解 2　每次由甲地比由乙地多运$(15-12)$袋，当甲地的运米任务完成时，它应比乙地多运米(12×5)袋，故由甲地运了$[12\times 5\div(15-12)]$次，共运米 $15\times[12\times 5\div(15-12)]$袋．又因由两地运进仓库的袋数相等，故仓库中共运进米

$$15\times[12\times 5\div(15-12)]\times 2=600(\text{袋}).$$

1965．农场里准备好的饲料，可供 7 头牛或 11 匹马吃 74 天．现有牛 5 头与马 8 匹同吃．问这些饲料可吃几天？

解 1　牛与马的食量不等，应把它们都折成同一类牲畜，才能求出牛马同吃的天数，今以牛为准，因马 11 匹的食量相当于牛 7 头的食量，故牛 5 头与马 8 匹的食量相当于牛$\left(5+\frac{7}{11}\times 8\right)$头的食量，在饲料一定时，头数与天数成反比例．设牛马可同吃 x 天，于是，得

$$7:\left(5+\frac{7}{11}\times 8\right)=x:74,\ x=51\frac{1}{3}.$$



故牛 5 头与马 8 匹可同吃 $51\frac{1}{3}$(天).

本题如果都以马为准,则比例式为

$$11:\left(8+\frac{11}{7}\times 5\right)=x:74,x=51\frac{1}{3}(\text{天});$$

解 2　准备的饲料牛 7 头可吃 74 天,则牛 1 头可吃(74×7)天. 又牛 5 头、马 8 匹可折合成牛 $\left(5+\frac{7}{11}\times 8\right)$头,因此,这些饲料由牛 5 头马 8 匹同吃,可吃

$$74\times 7\div\left(5+\frac{7}{11}\times 8\right)=51\frac{1}{3}(\text{天}).$$

1966. 某军舰上共有 600 人,准备了 60 天的粮食. 在领海上巡逻. 船开出 5 天后,救了遇难渔民 150 人上船,10 天后把他们送回大陆,问余粮尚能供应多少天?

解 1　渔民登舰后,船上共有$(600+150)$人,根据粮食一定,人数与天数成反比例. 设$(600+150)$人在 10 天中吃的粮食相当于 600 人吃 x 天,于是得　$(600+150):600=x:10,x=12.5$. 故余粮尚能供应 $60-5-12.5=42.5$(天).

本题也可这样来考虑:所增渔民 150 人 10 天消耗的粮食,供军舰上 600 人吃,设可吃 x 天. 于是得　$150:600=x:10,x=2.5$. 故余粮尚能供应

$$60-5-10-2.5=42.5(\text{天}).$$

解 2　渔民 150 人相当于舰上原有人数的$\frac{150}{600}$,他们在 10 天中吃掉的粮食相当于舰上 600 人吃 10 天的$\frac{150}{600}$. 故渔民送回大陆后,余粮尚能供应

$$60-5-10-10\times\frac{150}{600}=42.5(\text{天}).$$

1967. 甲、乙、丙三人工作能力之比是 4∶3∶2,三人合作一件工程,6 天可以完成. 问如果单独做,各需多少天完成?

解 1　三人能力之比的和是 $4+3+2$. 在工程量一定时,工作能力与所需天数成反比例. 设甲独做需 x 天,乙独做需 y 天,丙独做需 z 天,于是得

$(4+3+2):4=x:6,x=13.5$;

$(4+3+2):3=y:6,y=18$;

$(4+3+2):2=z:6,z=27$.

故甲独做需 13.5 天,乙独做需 18 天,丙独做需 27 天;

解 2　三人按能力之比 4∶3∶2,合作 6 天完成一件工程,其中甲在 6

天中完成了这件工程的$\frac{4}{4+3+2}$，故甲独做需$6\div\frac{4}{4+3+2}=13.5$(天)．乙在6天中完成了这件工程的$\frac{3}{4+3+2}$，故乙独做需$6\div\frac{3}{4+3+2}=18$(天)．丙在6天中完成了这件工程的$\frac{2}{4+3+2}$，故丙独做需

$$6\div\frac{2}{4+3+2}=27(\text{天}).$$

1968．某生产小组接受一项任务，限定每天工作8时，20天可完成．开工2天后，因机件损坏，需要抢修，停工了3天．小组决定争取按期完成任务，在不增加人数的条件下，每天需工作多少时？

解1 如果机件正常，每天工作8时，余下的任务需$(20-2)$天完成．但实际只工作了$(20-2-3)$天．在任务与人数一定时，每天工作的小时数与所需的天数成反比例．设余下的任务每天需工作x时，于是得 $(20-2):(20-2-3)=x:8$，$x=9\frac{3}{5}$．故余下的任务每天应工作$9\frac{3}{5}$时才能如期完成；

解2 机件损坏时，此项任务还需用$8\times(20-2)$时才能完成．实际只用了$(20-2-3)$天，故每天需工作

$$8\times(20-2)\div(20-2-3)=9.6(\text{时}).$$

1969．4人在10天中完成某件工程的$\frac{1}{3}$．如果这件工程要在12天中突击完成，需要增添多少人？

解1 4人10天完成工程的$\frac{1}{3}$，则4人完成全工程需$\left(10\div\frac{1}{3}\right)$天，在工程量一定时，工作人数与天数成反比例．设这件工程在12天内完成需用x人，于是得 $\left(10\div\frac{1}{3}\right):12=x:4$，$x=10$．$10-4=6$，故需要增添6人；

解2 在任务一定时，人数与天数成反比例；在天数一定时，任务与人数成正比例．设需用x人才能在12天中完成任务，于是得

人数	天数	工程完成数
4 ↓	10 ↑	$\frac{1}{3}$ ↓
x ↓	12 ↑	1 ↓

$$\left.\begin{matrix}12:10\\ \frac{1}{3}:1\end{matrix}\right\}=4:x,\ x=10,\ 10-4=6.$$

故需要增添 6 人；



解 3　全部任务由一人独做需要 $\left(10\times4\div\frac{1}{3}\right)$ 天完成．如果在 12 天完成，那么需用 $\left(10\times4\div\frac{1}{3}\div12\right)$ 人．比原来增添了 $10\times4\div\frac{1}{3}\div12-4=6$(人)；

解 4　设全工程为 1，则每人一天的工作量为全工程的 $\frac{1}{3\times4\times10}$，每人 12 天的工作量为全工程的 $\frac{1}{3\times4\times10}\times12$，12 天完成全工程需增添工人

$$1\div\left(\frac{1}{3\times4\times10}\times12\right)-4=6(\text{人}).$$

1970. 某种商品二等品 19 件之价与一等品 16 件之价相等．又二等品 75 件之价比一等品 62 件之价贵 11 元．求一等品及二等品每件的价格．

解 1　从二等品 19 件与一等品 16 件等价可求得二等品 75 件与一等品若干件等价，设与二等品 75 件等价的一等品件数为 x，于是得比例式　$19:16=75:x$，$x=63\frac{3}{19}$．按题意二等品 75 件比一等品 62 件贵 11 元，故一等品 $\left(63\frac{3}{19}-62\right)$ 件之价为 11 元，于是得一等品每件的价格为 $11\div\left(63\frac{3}{19}-62\right)=9.5$(元)．又在总价一定时，件数与单价成反比例，设二等品每件价是 y 元，于是得　$16:19=y:9.5$，$y=8$．故一等品每件的价格是 9.5元，二等品每件的价格是 8 元；

解 2　因二等品每件价相当于一等品每件价的 $\frac{16}{19}$，故二等品 75 件价应相当于一等品 $\left(75\times\frac{16}{19}\right)$ 件的价，由此得一等品每件价为

$$11\div\left(75\times\frac{16}{19}-62\right)=9.5(\text{元}),\text{二等品每件价为 }9.5\times\frac{16}{19}=8(\text{元}).$$

1971. 挖一条渠道，65 人工作 57 天可完成．开工 12 天后，由于改进了操作方法，较原计划提早 9 天完成．问如果仍按预定的天数完成，那么从改进操作方法那天开始，可减少多少人参加劳动？

解 1　改进操作方法后，65 人还需工作(57－12－9)天．如果按预定天数完成，那么应工作(57－12)天．在工程量一定时，人数与天数成反比例．设按预定天数完成需要 x 人参加劳动．于是得　$65:x=(57-12):(57-12-9)$，$x=52$，$65-52=13$．故按预定天数完成，可减少 13 人参加劳动；

解 2 改进操作方法后，剩下的工程 65 人应工作(57－12－9)天，故一人独做需[(57－12－9)×65]天，如果要求在(57－12)天中完成，那么需用(57－12－9)×65÷(57－12)人，比原来减少

$$65-(57-12-9)\times 65\div(57-12)=13(\text{人}).$$

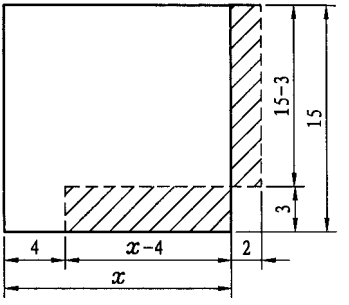
1972. 一事，由 15 人去做，若干天完成．但开工 4 天后，其中 3 人因另有任务调出，故比预定完成日期延迟了 2 天．求完成这件事的预定工作天数．

解 1 4 天后 3 人调出，实际剩(15－3)人参加工作．在工作量一定时，人数与天数成反比例．设调出 3 人后按预定日期还需工作 x 天．则实际用了$(x+2)$天，于是得$(15-3):15=x:(x+2)$，$x=8$，$8+4=12$．故完成这件事预定需用 12 天；

解 2 延迟的 2 天中，(15－3)人的工作量，由 1 人去做，需要 2×(15－3)天，这部分的工作相当于开工 4 天后调走 3 人少做的工作．故每人少做了[2×(15－3)÷3]天，因此，完成这件事预定需用 4＋2×(15－3)÷3＝12(天)；

解 3 如图，设完成这件事预定需用 x 天，则 3 人在$(x-4)$天中的工作量等于(15－3)人在 2 天中的工作量．于是，得

$$3(x-4)=(15-3)\times 2.$$



解方程，得 $x=12$．故完成这件事预定需用 12 天．

1973. 男工 4 人的工作效率等于女工 5 人的工作效率．一事，安排女工 30 人去做，60 天完成任务．如果要在 20 天中完成，需添男工多少人？

解 1 任务一定时，人数与天数成反比例．设如果添女工需 x 人，于是得 $30:(30+x)=20:60$，$x=60$．又男工 4 人的工作效率等于女工 5 人的工作效率，设需添男工 y 人，于是得：$4:5=y:60$，$y=48$．故需添男工 48 人；

解 2 这事由女工 1 人去做需(60×30)天完成．如果要在 20 天中完

成，那么需用女工$(60\times30\div20)$人，比原来增添$(60\times30\div20-30)$人．又因男工 4 人的工作效率等于女工 5 人的工作效率．故需添男工

$$(60\times30\div20-30)\div5\times4=48(\text{人}).$$

1974. 一件工程要在 55 天内完成．由甲组工人去做，需用 4 人，乙组工人去做，需用 6 人．现用甲组 5 人与乙组 9 人合做，问几天完成任务？

解 1 乙组工人的工作效率等于甲组工人的$\frac{4}{6}$，甲组 5 人与乙组 9 人合做的工作效率相当于甲组$\left(5+9\times\frac{4}{6}\right)$人的工作效率．在工作总量一定时，人数与天数成反比例．设甲组 5 人与乙组 9 人合做需要 x 天完成任务．于是得 $4:\left(5+9\times\frac{4}{6}\right)=x:55$，$x=20$，故甲组 5 人与乙组 9 人合做需 20 天完成任务；

解 2 这件工程由甲组工人一人独做需(55×4)天完成，又乙组工人的工效相当于甲组工人的$\frac{4}{6}$，甲组 5 人与乙组 9 人合作，其工效相当于甲组$\left(5+9\times\frac{4}{6}\right)$人的工效．故求两组工人合作所需的天数为

$$55\times4\div\left(5+9\times\frac{4}{6}\right)=20(\text{天}).$$

1975. 某人从甲地步行到乙地，最初 10 千米按预定速度前进，其余 18 千米因加快了速度，较预定时间早到了 36 分，而预定速度与加快后速度之比为 5∶6．求按预定速度行完全程需多少时？

解 1 路程一定时，速度与时间成反比例．因预定速度与加快后速度之比是 5∶6，故某人步行 18 千米按预定速度所需时间与加快速度后所需时间之比是 6∶5，前后项之差$(6-5)$的对应值是$\frac{36}{60}$时．设按预定速度步行 18 千米需 x 时，于是得 $\frac{36}{60}:x=(6-5):6$，$x=3.6$．又速度一定时，距离与时间成正比例．设按预定速度行完全程需 y 时，于是得$(10+18):18=x:3.6$，$x=5.6$．故按预定速度行完全程需 5.6 时；

解 2 设某人步行的预定速度为 x 千米/时，则加快后的速度为$\frac{6}{5}x$ 千米/时．依题意，得

$$\frac{18}{x}-\frac{18}{\frac{6}{5}x}=\frac{36}{60}.$$

解方程，得 $x=5.(10+18)\div5=5.6$，故按预定速度行完全程需用5.6

时.

1976. 某人从甲地步行到乙地. 如果每小时多行 1 千米,那么比预定时间提前它的$\frac{1}{5}$到达;如果每小时少行 1 千米,那么比预定时间迟到 2.5 时. 求甲、乙两地间的距离及这人步行的速度.

解　由甲地到乙地,如果每小时多行 1 千米,那么只需预定时间的$\left(1-\frac{1}{5}\right)$就能到达. 在距离一定时,速度与时间成反比例. 原来所需时间与加快后所需时间之比为 1∶$\left(1-\frac{1}{5}\right)$,故原速度与加快后的速度之比为$\left(1-\frac{1}{5}\right)$∶1,比的前后项之差为$\left[1-\left(1-\frac{1}{5}\right)\right]$,它的对应数值为 1 千米. 设此人原来每小时步行 x 千米,于是,得

$$\left[1-\left(1-\frac{1}{5}\right)\right]:\left(1-\frac{1}{5}\right)=1:x,\ x=4.$$

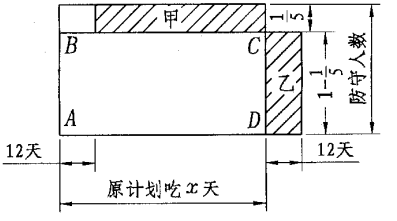
故原来每小时步行 4 千米.

又此人因每小时少行 1 千米,致比预定时间迟到 2.5 时. 在此 2.5 时中,按慢速行了[(4−1)×2.5]千米,因此人每小时少行 1 千米,故少行[(4−1)×2.5]千米需要[(4−1)×2.5÷1]时. 因此,甲、乙两地间的距离是

$$4\times[(4-1)\times2.5\div1]=30(\text{千米}).$$

1977. 解放军若干人防守海岛,准备了若干天的粮食. 12 天后,因工作需要,调走了防守人数的$\frac{1}{5}$,这样,余下的粮食供留岛人员所吃的天数等于原来预计可吃的天数. 求原来准备吃多少天?

解　因准备的粮食数、解放军人数及可供应的天数都是未知数,故解题的思路较难,如果采用图解法,那么人数与天数之间的数量关系就容易理解了. 我们以长方形之长作为可吃的天数,它的宽作为防守人数,长方形 $ABCD$ 的面积应等于准备的粮食数. 而阴影部分甲为防守人数的$\frac{1}{5}$在比预计少 12 天中所吃的粮食数,阴影部分乙为防守人数的$\left(1-\frac{1}{5}\right)$在 12 天中所吃的粮食数,按题意,两者应相等. 在长方形的面积相等时,它的长与宽应成反比例. 设原





来准备了 x 天的粮食，于是，得$(x-12)\div 12=\left(1-\frac{1}{5}\right)\div\frac{1}{5}$，$x=60$. 故原来准备了 60 天的粮食.

本题如果用方程解，设准备的天数为 x，依题意，得

$$\frac{1}{5}(x-12)=12\times\left(1-\frac{1}{5}\right).$$

解方程，得 $x=60$. 故原来准备了 60 天的粮食.

1978. 一艘汽艇和一艘轮船同时从一个码头开出，向同一个方向航行. 汽艇每小时行 24 海里，轮船每小时行 15 海里. 汽艇航行了 3 时后，机器发生故障，抛锚修理，修好以后，又航行了 7 时，追上轮船. 问汽艇修理了多少时？

解 1　路程相同，时间与速度成反比例，已知汽艇实际航行了$(3+7)$时，设汽艇修理了 x 时，则轮船航行了$(3+x+7)$时，于是，得

$(3+7)\div(3+x+7)=15\div 24$，$(x+10)=16$，$x=6$.

故汽艇修理了 6 时.

解 2　用整数应用题解法，则有：

(1) $(24\times 3-15\times 3)\div 15+(24\times 7-15\times 7)\div 15=6$；

(2) $[(24\times 3-15\times 3)+(24\times 7-15\times 7)]\div 15=6$；

(3) $[(24-15)\times 3+(24-15)\times 7]\div 15=6$；

(4) $24\times(3+7)\div 15-(3+7)=6$；

(5) $(24-15)\times(3+7)\div 15=6$.

1979. 有一货轮从甲港出发，以规定的速度前进. 40 时后因机件发生故障，停航修理了 6 时，以后每小时比原来减速 3.5 海里继续航行，因此比预定时间延迟了 26 时到达乙港. 如果最初就以修理后的速度不断航行，那么还要慢 2 时到达乙港. 求甲、乙两港间的路程.

解　由于修理后每小时减速 3.5 海里，故实际航行的时间比预定时间多用了$(26-6)$时. 如果全程的时速都减少 3.5 海里，那么行完全程比原计划要多用$(26+2)$时. 这样. 货轮最初在 40 时中所行的路程若都以减速 3.5海里的速度航行，需要$[40+(26+2)-(26-6)]$时，由此可得货轮按原来速度航行所需时间与按减速 3.5 海里航行所需时间之比是 $40\div[40+(26+2)-(26-6)]$，化简后得 $5\div 6$. 路程一定，时间与速度成反比例，故原来速度与减少 3.5 海里后的速度之比是 $6\div 5$. 前后两项之差是 $6-5$，它的对应值是 3.5 海里. 设原来每小时的速度为 x 海里，于是得 $3.5\div x=(6-5)\div 6$，$x=21$，$21\times 40=840$. 故前 40 时共行了 840 海里. 又航行 840 海里，按原来速度需 40 时，按减速 3.5 海里需$[40+(26+2)-(26-6)]$时，相差$[40+(26+2)-(26-6)]-40$，即 8 时，而两种速度行完全程相差$(26+$

2)时．设全程为 y 海里，于是得 $8:(26+2)=840:y$，$y=2940$．故甲、乙两港间的路程是 2940 海里．

8. 复比例应用题

1980．筑路工 5 人，21 天共得工资 2625 元，问筑路工 30 人，7 天可得工资多少元？

解 1 本题有人数、天数、工资数三个变量，用比例解法，关键在于使其中两个变量转化为一个变量．5 人 21 天的工作量等于一人(21×5)天的工作量，或(5×21)人一天的工作量，30 人 7 天的工作量等于一人(7×30)天的工作量，或(30×7)人一天的工作量．在工价一定时，天数与工资数成正比例．设 30 人 7 天可得工资 x 元，于是得 $(21\times5):(7\times30)=2625:x$，$x=5250$．故 30 人 7 天可得工资 5250 元；

解 2 题中有三个或三个以上的变量，用复比例解法比较简便．

设 30 人 7 天可得工资 x 元．在工价及天数一定时，人数与工资数成正比例；在工价及人数一定时，天数与工资数成正比例．于是，得

人数	天数	工资数
5 ↓	21 ↓	2625 ↓
30 ↑	7 ↑	x ↑

$$\left.\begin{matrix}5:30\\21:7\end{matrix}\right\}=2625:x,$$

$$x=\frac{30\times7\times2625}{5\times21}=5250.$$

故 30 人 7 天可得工资 5250 元．

复比例题目，也可用“因果相成法”解答．

$$\frac{5\text{ 人},21\text{ 天}}{\text{原　因}}\quad\frac{2625\text{ 元}}{\text{原　果}}$$

$$\frac{30\text{ 人},7\text{ 天}}{\text{今　因}}\quad\frac{x\text{ 元}}{\text{今果}}$$

∵ 原因×今果＝原果×今因，

∴ $5\times21\times x=30\times7\times2625$．

$$x=\frac{30\times7\times2625}{5\times21}=5250;$$

解 3 用归一法解，先求出每人每天的工资数，再求 30 人 7 天的工资

数．列式是：$2625\div(21\times5)\times(7\times30)=5250$(元)．

1981. 有长方形的两块铁皮，它们的长之比是 $4:5$，第一块的宽是 12 厘米，面积是 132 厘米^2，第二块的面积是 110 厘米^2．问它的宽是多少厘米？

解　在面积一定时，长度与宽度成反比例，在长度一定时，面积与宽度成正比例．设第二块铁皮的宽是 x 厘米．于是得

长	宽	面积
4 ↑	12厘米	132厘米^2
5 ↓	x厘米 ↓	110厘米^2 ↓

$$\left.\begin{matrix}5:4\\132:110\end{matrix}\right\}=12:x,\ x=8.$$

故第二块铁皮的宽是 8 厘米．用“因果相成法”解，则为

$$\frac{4,12\text{ 厘米}}{\text{原　因}}\quad\frac{132\text{ 厘米}^2}{\text{原　果}}$$

$$\frac{5,x\text{ 厘米}}{\text{今　因}}\quad\frac{110\text{ 厘米}^2}{\text{今　果}}$$

由此，得 $4\times12\times110=5\times x\times132$，$x=8$．

如果用分数解，则第一个长方形的长是 $\frac{132}{12}$ 厘米，第二个长方形的长是 $\frac{132}{12}\times\frac{5}{4}$ 厘米．故第二块长方形的宽是 $110\div\left(\frac{132}{12}\times\frac{5}{4}\right)=8$(厘米)．

1982. 粮食加工厂用 2 台磨粉机 5 时磨粉 6000 千克，用同样的磨粉机 3 台，多少时可以磨粉 14400 千克？

台数	时数	千克数
2 ↑	5 ↓	6000 ↓
3 ↓	x ↑	14000 ↑

解　磨粉的重量一定时．台数与时间成反比例，又台数一定时，磨粉的重量与时间成正比例．设 x 时可以磨粉 14400 千克，于是得

$$\left.\begin{matrix}3:2\\6000:14400\end{matrix}\right\}=5:x,\ x=8.$$

故 8 时可以磨粉 14400 千克．

1983. 某校计划在 35 天内建造一幢校舍，开始阶段安排 16 个工人，每天工作 6 时，20 天后只完成了工程的 $\frac{2}{5}$．为了如期完成任务，决定每天工作 8 时，问需增加多少个工人？

解 设后阶段需安排工人 x 人. 在其他条件不变时,任务与人数成正比例,而天数、时数与人数都成反比例. 于是得

天数	人数	时数	任务
20 ↑	16 ↓	6 ↑	$\frac{2}{5}$ ↓
$35-20$ ↑	x ↓	8 ↑	$1-\frac{2}{5}$ ↓

$$\left.\begin{matrix}(35-20):20\\8:6\\\frac{2}{5}:\left(1-\frac{2}{5}\right)\end{matrix}\right\}=16:x,$$

$x=24.\ 24-16=8.$

故需增加工人 8 人.

1984. 某人在上午 6 点 30 分骑自行车出发,预计在上午 11 点钟可到达某地. 当时间用了$\frac{2}{3}$的时候,他已行了全程的 70%,因此,他改以每小时 12 千米的速度前进,准时到达了目的地. 求此人出发时每小时骑车行多少千米?

解 1 从 6 点 30 分到 11 点共经 4.5 时. 此人在 4.5 时的$\frac{2}{3}$时间内行了全程的 70%,而在 4.5 时的$\left(1-\frac{2}{3}\right)$时间内行了全程的$(1-70\%)$. 在时间一定时,距离与速度成正比例;在距离一定时,时间与速度成反比例. 设出发时骑车每小时行 x 千米. 于是得

$$\left.\begin{matrix}\frac{2}{3}:\left(1-\frac{2}{3}\right)\\(1-70\%):70\%\end{matrix}\right\}=12:x,$$

$x=14$. 故此人出发时每小时行 14 千米;

解 2 此人行完全程预计$(11-6.5)$时,后阶段行了$\left[(11-6.5)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\right]$时,已知他每小时行 12 千米,故后阶段共行的千米数是 $12\times\left[(11-6.5)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\right]$,这段路长,相当于全程的$(1-70\%)$,故全程的千米数是$12\times\left[(11-6.5)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\right]\div(1-70\%)$,前阶段行的千米数是$12\times\left[(11-6.5)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\right]\div(1-70\%)\times70\%$,平均每小时行 $12\times\left[(11-6.5)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\right]\div(1-70\%)\times70\%\div\left[(11-6.5)\times\frac{2}{3}\right]=14$(千米).

比较两种解法,显然,这题用复比例方法解比较简便.

1985. 建造一幢大楼，用 120 人每天工作 8 时，9 个月可以完成．开工 6 个月后，因为要提前完工，增加了 24 人，每天工作延长 2 时，这样，可以提前几个月完工？



解　本题可理解为“用 120 人每天工作 8 时(9－6)个月中可完成工程的剩下部分，现在用(120＋24)人每天工作(8＋2)时去完成需要多少个月？”在工作量一定时，人数、小时数与月数都成反比例．设剩下部分需要 x 个月完成，于是得

$$\left.\begin{matrix}(120+24)\colon 120\\(8+2)\colon 8\end{matrix}\right\}=(9-6)\colon x,\ x=2.3-2=1,$$

故可提前 1 个月完工．

1986. 师徒两人，工作能力之比为 5∶3，师傅工作 12 天所得的工资比徒弟工作 15 天所得的工资多 90 元．求师徒每天的工资数．

解 1　工作天数、工作能力与所得工资数都成正比例．把师傅工作 12 天的工资数看作单位“1”，设徒弟 15 天的工资数相当于师傅的 x 倍，于是得 $\left.\begin{matrix}5\colon 3\\12\colon 15\end{matrix}\right\}=1\colon x,\ x=\frac{3}{4}$．即徒弟 15 天的工资数相当于师傅 12 天工资数的 $\frac{3}{4}$，又师傅与徒弟所得工资差为 90 元，其对应分率为 $\left(1-\frac{3}{4}\right)$，故师傅每天的工资是 $90\div\left(1-\frac{3}{4}\right)\div 12=30$(元)，徒弟每天的工资是 $30\times\frac{3}{5}=18$(元)；

解 2　由于两人工作能力之比等于两人工作量之比，因此，师傅 12 天的工作量为 5×12，徒弟 15 天的工作量为 3×15，又两人工作量之比等于他们所得工资之比，即 $(5\times 12)\colon(3\times 15)=4\colon 3$、而 $4-3$ 的对应值为 90 元，设师傅每天(相当于 4 的 $\frac{1}{12}$)的工资为 x 元，徒弟每天(相当于 3 的 $\frac{1}{15}$)的工资为 y 元．用比例解得

$$(4-3)\colon\frac{4}{12}=90\colon x,\ x=30;\ (4-3)\colon\frac{3}{15}=90\colon y,\ y=18.$$

故师傅每天的工资是 30 元，徒弟每天的工资是 18 元．

1987. 某中学有几个学生，利用暑假组成一个旅游队，开始每天步行 8 时，12 天行了 480 千米；以后每小时增加原速度的 $\frac{1}{5}$，每天少行 1 时，20 天后，连开始阶段共行了全程的 $\frac{6}{7}$．问全程有多少千米？

解 1　把前阶段的时速看作单位“1”，那么后阶段的时速为 $\left(1+\frac{1}{5}\right)$．

设后阶段行了 x 千米，因路程与速度、小时数、天数分别成正比例，于是得

$$\left.\begin{array}{l}1:\left(1+\frac{1}{5}\right)\\8:(8-1)\\12:20\end{array}\right\}=480:x,\ x=840.$$

即后阶段行了 840 千米，前后阶段共行了 $(480+840)$ 千米，占全程的 $\frac{6}{7}$，故全程为 $(480+840)\div\frac{6}{7}=1540$（千米）；

解 2 前阶段每小时步行 $(480\div12\div8)$ 千米，后阶段每小时步行 $\left[480\div12\div8\times\left(1+\frac{1}{5}\right)\right]$ 千米，20 天共步行 $\left[480\div12\div8\times\left(1+\frac{1}{5}\right)\times(8-1)\times20\right]$ 千米，全程为

$$\left[480\div12\div8\times\left(1+\frac{1}{5}\right)\times(8-1)\times20+480\right]\div\frac{6}{7}$$
$$=1540\text{（千米）}.$$

1988. 甲、乙两人从同地向反方向前进，两人速度之比是 3∶4，所行时间之比是 5∶6，问两人相距 91 千米时，各行了多少千米？

解 1 先求两人所行路程之比．把甲所行的路程看作“1”，设乙所行的路程是甲的 x 倍．路程与时间、速度都成正比例，于是得

$$\left.\begin{array}{l}3:4\\5:6\end{array}\right\}=1:x,\ x=\frac{8}{5}.$$

即两人所行路程之比是 $1:\frac{8}{5}$ 即 5∶8．因两人向反方向前进，故 91 千米是两人所行路程之和，按比例分配解法可得　甲行的路程为 $91\times\frac{5}{5+8}=35$（千米），乙行的路程为 $91\times\frac{8}{5+8}=56$（千米）；

解 2 以甲所行时间和速度为标准，则乙行的速度是甲的 $\frac{4}{3}$，乙行的时间是甲的 $\frac{6}{5}$，乙所行的路程是甲的 $\frac{4}{3}\times\frac{6}{5}$，按题意，两人共行了 91 千米，故甲行了 $91\div\left(1+\frac{4}{3}\times\frac{6}{5}\right)=35$（千米），乙行了 $91-35=56$（千米）．

1989. 有两组工人，甲组 5 人 6 天完成的工作量相当于乙组 4 人 5 天完成工作量的 2 倍．今甲组 14 人 9 天完成了某项工程的 $\frac{2}{5}$，其余部分由乙组 21 人去做，问还需工作多少天才能完成任务？



解 甲组 5 人 6 天的工作量，如果由一人去做需要(6×5)天，乙组 4 人 5 天的工作量，如果由一人去做需要(5×4)天．因工作天数之比与工作能力之比互为反比，故甲乙两组工人能力之比为$\frac{2}{6\times5}:\frac{1}{5\times4}$，化简后得 $4:3$.

在任务一定时，工作能力、工作人数与所需天数分别成反比例；在工作能力与工作天数一定时，工作量与所需天数成正比例．设乙组尚需工作 x 天才能完成任务，于是得

$$\left.\begin{array}{l}3:4\\ \frac{2}{5}:\left(1-\frac{2}{5}\right)\\ 21:14\end{array}\right\}=9:x,x=12.$$

故乙组尚需工作 12 天才能完成任务．

本题如用分数解，列式为

$$\left(1-\frac{2}{5}\right)\div\left[\frac{2}{5}\div(14\times9)\times\frac{5\times6}{4\times5\times2}\times21\right]=12(\text{天}).$$

1990. 有两块质量相同的木材，第一块宽 36 厘米，厚 20 厘米；第二块宽 60 厘米，厚 30 厘米，第一块比第二块长 2.2 米，它们的重量之比为 $3:2$. 求两块木板的长．

解 质量相同的木材，重量之比等于它们的体积之比．如果体积一定，宽度、厚度与长度成反比例．今以第一块木材的长为单位“1”，第二块木材的长为 x，于是得

$$\left.\begin{array}{l}60:36\\ 30:20\\ 3:2\end{array}\right\}=1:x,x=\frac{4}{15}.$$

即第二块木材的长度是第一块木材长度的$\frac{4}{15}$，已知第一块木材比第二块木材长 2.2 米，它的对应分率是$\left(1-\frac{4}{15}\right)$，设第一块木材的长是 y 米，于是得

$1:\left(1-\frac{4}{15}\right)=x:2.2,x=3;3\times\frac{4}{15}=0.8$. 故第一块木材长 3 米，第二块木材长 0.8 米．

1991. 建筑工程队把工人按能力分成一等工、二等工及学徒工三类．一等工 3 人、二等工 4 人、学徒工 5 人的工效相等．已知一等工 3 人、二等工 4 人与学徒工 5 人合作，每天工作 8 时，3 天可筑成厚 0.3 米，高 $2\frac{2}{3}$米，长 24 米的围墙．问如果用一等工 6 人、二等工 4 人与学徒工 3 人合作，每天工作 7.5 时，5 天可筑成厚 0.4 米，高 3 米，长多少米的围墙？

解 三类工人每人的工效之比是$\frac{1}{3}:\frac{1}{4}:\frac{1}{5}$，按题意，三类工人两次合作的工效之比是$\left(\frac{3}{3}+\frac{4}{4}+\frac{5}{5}\right):\left(\frac{6}{3}+\frac{4}{4}+\frac{3}{5}\right)$，化简得$5:6$. 又在其他条件一定时，工效、小时数、天数与围墙的长度都成正比例，而围墙的宽度、高度与它的长度成反比例. 设围墙的长为x米，于是得

$$\left.\begin{array}{l}5:6\\8:7.5\\0.4:0.3\\3:2\frac{2}{3}\\3:5\end{array}\right\}=24:x,\ x=30.$$

故围墙的长是30米.

1992. 某车间有三个作业组，第一组有五级工7人，三级工5人，8天共得工资2392元；第二组有五级工3人，三级工10人，10天共得工资2460元；第三组9人都是五级工，工作15天，根据同级同酬，应得工资多少元？

解 第一组每天应得工资$2392\div 8=299$元，第二组每天应得工资$2460\div 10=246$元. 又第二组三级工的人数是第一组的2倍，如果第一组的五级工为(7×2)人，三级工(5×2)人，那么每天应得工资(299×2)元. 然后与第二组比较，三级工人数相等，而第一组比第二组的五级工多$(7\times 2-3)$人，工资多得$(299\times 2-246)$元. 再与第三组比较，五级工人数之比是$(7\times 2-3):9$，天数之比是$1:15$，根据同级同酬，人数、天数与工资数都成正比例. 设第三组15天共得工资x元，于是得

$$\left.\begin{array}{l}(7\times 2-3):9\\1:15\end{array}\right\}=(299\times 2-246):x,\ x=4320.$$

故9个五级工15天共得工资4320元.

第三组五级工9人工作15天，相当于9×15人工作一天，故本题也可列成

$$(7\times 2-3):(9\times 15)=(299\times 2-246):x,\ x=4320.$$

1993. 某人外出旅行，开始按计划走了全程的$\frac{2}{3}$，以后每天行的时数较计划减少$\frac{1}{4}$，而速度则增加$\frac{1}{9}$. 结果16天行完全程. 问如果全部按计划前进，需要多少天行完全程？

解 因路程、速度、时数在题中都未给出具体的量数. 分别用单位“1”

表示，即原来每天行的时数为“1”，以后每天行的时数为$\left(1-\frac{1}{4}\right)$；原来的速度为“1”，以后的速度为$\left(1+\frac{1}{9}\right)$；全程为“1”，开始走了全程的$\frac{2}{3}$，以后走了全程的$\left(1-\frac{2}{3}\right)$；开始所走天数为“1”，设后来走的天数是开始的 x 倍．因速度、每天所行小时数与天数分别成反比例，而路程与天数成正比例．于是得

$$\left.\begin{array}{l}\left(1-\frac{1}{4}\right):1\\ \left(1+\frac{1}{9}\right):1\\ \frac{2}{3}:\left(1-\frac{2}{3}\right)\end{array}\right\}=1:x,x=\frac{3}{5}.$$

由于前后共用了 16 天走完全程，故路程的$\frac{2}{3}$走了 $16\div\left(1+\frac{3}{5}\right)$天．如果全部按计划前进，需用 y 天走完全程，那么，可得比例式

$$\frac{2}{3}:1=\left[16\div\left(1+\frac{3}{5}\right)\right]:y,y=15.$$

故全部按计划前进，需要 15 天行完全程．

9. 比例分配应用题

1994. 建筑工人用 2 份水泥、3 份沙子和 5 份石子配制成一种混凝土．一次要配制 6000 千克，问需要水泥、沙子和石子各多少千克？

解 1 混凝土中水泥、沙子和石子共(2＋3＋5)份，其中水泥占总数的$\frac{2}{2+3+5}$，$6000\times\frac{2}{2+3+5}=1200$(千克)；沙子占总数的$\frac{3}{2+3+5}$，$6000\times\frac{3}{2+3+5}=1800$(千克)；石子占总数的$\frac{5}{2+3+5}$，$6000\times\frac{5}{2+3+5}=3000$(千克)．故需要水泥 1200 千克，沙子 1800 千克，石子 3000 千克；

解 2 设每份为 x 千克，则水泥为 $2x$ 千克，沙子为 $3x$ 千克，石子为 $5x$ 千克．依题意，得

$$2x+3x+5x=6000.$$

解方程，得 $x=600$，$2x=1200$，$3x=1800$，$5x=3000$．故需水泥 1200 千克，沙子 1800 千克，石子 3000 千克．

1995. 某校在植树活动中，栽的杨树、柳树和槐树的棵数比是 4∶5∶7．已知杨树和柳树共栽了 432 棵，求三种树各栽了多少棵？

解 1 杨树和柳树应分配的总份数是(4＋5)份，杨树占其中的 4 份，$432\times\frac{4}{4+5}=192$(棵)；柳树占其中的 5 份，$432\times\frac{5}{4+5}=240$(棵)．又因杨树和柳树共是(4＋5)份，共栽了 432 棵，槐树是 7 份，设槐树栽了 x 棵．于是得 $(4+5):7=432:x$，$x=336$．故杨树栽了 192 棵，柳树栽了 240 棵，槐树栽了 336 棵；

解 2 设杨树栽了 x 棵，柳树栽了 y 棵，槐树栽了 z 棵，于是得

$(4+5):4=432:x$，$x=192$；$(4+5):5=432:y$，$y=240$；

$(4+5):7=432:z$，$z=336$；

解 3 设每份为 x 棵，则栽杨树 $4x$ 棵，栽柳树 $5x$ 棵，栽槐树 $7x$ 棵．依题意得 $4x+5x=432$．

解方程，得 $x=48$．$4x=192$，$5x=240$，$7x=336$．故栽杨树 192 棵，栽柳树 240 棵，栽槐树 336 棵．

1996．食堂有大、中、小三个火炉，一天共用煤 195 千克．大火炉 2 天、中火炉 3 天、小火炉 4 天的用煤量相等．问大、中、小火炉一天各用煤多少千克？

解 用煤总量一定，用的天数之比是每天用煤量的反比，故大、中、小火炉每天用煤量之比是 $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{4}=6:4:3$，$6+4+3=13$．$195\times\frac{6}{13}=90$；$195\times\frac{4}{13}=60$；$195\times\frac{3}{13}=45$．故大火炉一天用煤 90 千克，中火炉一天用煤 60 千克，小火炉一天用煤 45 千克．

1997．某校图书馆一次买进图书 2172 册，按学生人数分配．政治读物每 6 人可得 1 册，史地读物每 4 人可得 1 册，文艺读物每 7 人可得 2 册，数理读物每 8 人可得 3 册．问四种读物各买了多少册？

解 1 四种读物所买册数的连比是 $\frac{1}{6}:\frac{1}{4}:\frac{2}{7}:\frac{3}{8}$，化简，得

$28:42:48:63$．$28+42+48+63=181$，$2172\times\frac{28}{181}=336$(册)，

$2172\times\frac{42}{181}=504$(册)，$2172\times\frac{48}{181}=576$(册)，$2172\times\frac{63}{181}=756$(册)．

故政治读物买了 336 册，史地读物买了 504 册，文艺读物买了 576 册，数理读物买了 756 册；

解 2 设有学生 x 人．依题意，得

$$\frac{1}{6}x+\frac{1}{4}x+\frac{2}{7}x+\frac{3}{8}x=2172.$$



解方程，得 $x=2016$. 即该校有学生 2016 人. $2016\times\frac{1}{6}=336$，$2016\times\frac{1}{4}=504$，$2016\times\frac{2}{7}=576$，$2016\times\frac{3}{8}=756$.

故政治读物买了 336 册，史地读物买了 504 册，文艺读物买了 576 册，数理读物买了 756 册.

1998. 三个工人制造同一种机器零件，完成定额甲需 6 时，乙需 4.5 时，丙需 5 时. 三人在同时间内共制造机器零件 795 个，问每人各制造了多少个零件？

解 在定额相同时，时间与工效成反比，故甲、乙、丙工效之连比为 $\frac{1}{6}:\frac{1}{4.5}:\frac{1}{5}$，化简后得 $15:20:18$，$15+20+18=53$. 按三人的工效分配得 $795\times\frac{15}{53}=225$(个)，$795\times\frac{20}{53}=300$(个)，$795\times\frac{18}{53}=270$(个). 故甲制造了 225 个，乙制造了 300 个，丙制造了 270 个零件.

1999. 3 个工人 2 时能装配自行车车架 11 个；4 个工人 3 时能装配自行车车轮 20 个. 现有工人 640 人，为了使车架、车轮及时装配成辆出厂，应安排装配车架和车轮的工人各多少人？

解 一个工人每小时装配车架与装配车轮的个数之比是 $\frac{11}{3\times2}:\frac{20}{4\times3}$，为了装配成辆，两种装配工人数与装配个数必须成反比. 而每辆车需要车架与车轮个数之比为 $1:2$，故装配车架与装配车轮的人数之比是 $\left(\frac{20}{4\times3}\times1\right):\left(\frac{11}{3\times2}\times2\right)=5:11$，$5+11=16$，$640\times\frac{5}{16}=200$，$640\times\frac{11}{16}=440$. 故应安排装配车架工人 200 人，装配车轮工人 440 人.

2000. 三个分数的和是 $3\frac{9}{22}$，它们的分母相同，分子之比是 $3:5:7$. 求这三个分数.

解 $3\frac{9}{22}=\frac{75}{22}$. 按题意，三个分数的分子之和为 75，它们的连比的三项之和为 $3+5+7=15$，$75\times\frac{3}{15}=15$，$75\times\frac{5}{15}=25$，$75\times\frac{7}{15}=35$. 故这三个分数是 $\frac{15}{22}$，$\frac{25}{22}$，$\frac{35}{22}$；化作带分数是 $\frac{15}{22}$，$1\frac{3}{22}$，$1\frac{13}{22}$.

2001. 三个整数的和是 1400. 已知第一个数与第二个数之比是 $5:4$；第二个数与第三个数之比是 $3:2$，求这三个数.

解 先求出三个数的连比得 $15:12:8$. $15+12+8=35$，再按比例进

行分配，得 $1400\times\frac{15}{35}=600$，$1400\times\frac{12}{35}=480$，$1400\times\frac{8}{35}=320$. 故这三个数是 600、480、320.

2002. 大小两数之和是 70，大数加 9、小数减 7 后，两数之比是 7∶2. 求两数.

解 1　大数加 9 小数减 7 后两数之和为 $70+9-7=72$. 这时大数是 $72\times\frac{7}{7+2}=56$，小数是 $72\times\frac{2}{7+2}=16$. $56-9=47$，$16+7=23$. 故原来大数是 47，小数是 23；

解 2　设大数为 x，则小数为 $70-x$. 依题意，得

$$\frac{2}{7}(x+9)=70-x-7.$$

解方程，得　$x=47$；$70-x=23$. 故大数为 47，小数为 23.

2003. 三人分人民币 108 元，使甲的 $\frac{1}{2}$，乙的 $\frac{1}{3}$ 与丙的 $\frac{1}{4}$ 都相等. 问甲、乙、丙各分得多少元？

解　甲、乙、丙三人分得人民币之比为 $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$ 的反比，即

$2:3:4$. $2+3+4=9$. $108\times\frac{2}{9}=24$，$108\times\frac{3}{9}=36$，$108\times\frac{4}{9}=48$.

故甲分得 24 元，乙分得 36 元，丙分得 48 元.

2004. 小王从甲地到乙地步行、骑自行车、乘汽车、坐轮船共用去 7 时 10 分. 已知他步行、骑自行车、乘汽车、坐轮船所行路程之比是 2∶3∶20∶3，速度之比是 2∶6∶15∶4. 问小王步行、骑自行车、乘汽车、坐轮船各用了多少时间？

解　根据时间 $=\frac{\text{路程}}{\text{速度}}$，小王从甲地到乙地步行、骑自行车、乘汽车、坐轮船所用时间之比为 $\frac{2}{2}:\frac{3}{6}:\frac{20}{15}:\frac{3}{4}$，化简，得　$12:6:16:9$，$12+6+16+9=43$. 又 7 时 10 分 $=430$ 分. 故 $430\times\frac{12}{43}=120$(分)，即 2 时；$430\times\frac{6}{43}=60$(分)，即 1 时；$430\times\frac{16}{43}=160$(分)，即 2 时 40 分；$430\times\frac{9}{43}=90$(分)，即 1 时 30 分. 故小王步行用了 2 时，骑自行车用了 1 时，乘汽车用了 2 时 40 分，坐轮船用了 1 时 30 分.

2005. 某仓库要在同时间内运走米 1330 袋，用马 7 匹运到离开 3 千米的甲地，马 10 匹运到离开 5 千米的乙地，马 12 匹运到离开 8 千米的丙地.

每匹马的速度及载运量都相同．问运到甲、乙、丙三地的米各有多少袋？



解　运的袋数与马的匹数成正比例，而与距离成反比例，故运到甲、乙、丙三地米的袋数之连比是

$$\left.\begin{matrix}7:10:12\\ \frac{1}{3}:\frac{1}{5}:\frac{1}{8}\end{matrix}\right\}=14:12:9,$$

$$14+12+9=35.$$

$1330\times\frac{14}{35}=532$(袋)，$1330\times\frac{12}{35}=456$(袋)，$1330\times\frac{9}{35}=342$(袋)．故运到甲地的米有 532 袋，运到乙地的米有 456 袋，运到丙地的米有 342 袋．

2006．张、王、陆三个新战士练习打靶，张每 3 发平均中 2 发，王每 4 发平均中 3 发，陆每 5 发平均中 4 发．三人发射数相同，中靶的数合计 266 发，问三人各中了多少发？共发射多少发？

解 1　张的命中率为$\frac{2}{3}$，王的命中率为$\frac{3}{4}$，陆的命中率为$\frac{4}{5}$，三人命中率的连比为$\frac{2}{3}:\frac{3}{4}:\frac{4}{5}$，化简后得 40∶45∶48．40＋45＋48＝133．$266\times\frac{40}{133}=80$(发)，$266\times\frac{45}{133}=90$(发)，$266\times\frac{48}{133}=96$(发)；$80\div\frac{2}{3}\times3=360$(发)．故新战士张中了 80 发，王中了 90 发，陆中了 96 发；三人共发射了 360 发；

解 2　设每人发射 x 发．依题意，得

$$\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}x=266.$$

解方程，得　$x=120$，$\frac{2}{3}x=80$，$\frac{3}{4}x=90$，$\frac{4}{5}x=96$．故知张中了 80 发，王中了 90 发，陆中了 96 发；三人共发射了 $120\times3=360$(发)．

2007．某农场的三个作业队共有耕马 330 匹．如果从第二作业队调拨 17 匹给第一作业队，第三作业队又买进 20 匹，那么第一和第二两队马的匹数相等，第三队马的匹数是第二队的$\frac{7}{9}$．求三个作业队原来各有耕马多少匹？

解　第二作业队调拨部分耕马给第一作业队，对三个队耕马的总数不起变化，第三作业队买进 20 匹后，三个作业队共有耕马(330＋20)匹．这时三个作业队所有耕马匹数之连比为 $1:1:\frac{7}{9}$，化简，得　9∶9∶7，9＋9＋7＝25．第一、第二作业队现有耕马$(330+20)\times\frac{9}{25}=126$(匹)，第三作业队现

有耕马$(330+20)\times\frac{7}{25}=98$(匹).$126-17=109$(匹),$126+17=143$(匹),$98-20=78$(匹).故原来第一作业队有耕马109匹.第二作业队有耕马143匹.第三作业队有耕马78匹.

本题的分数解法为

$$(330+20)\div\left(1+1+\frac{7}{9}\right)-17$$
$$=109(匹)\cdots\cdots第一作业队;$$
$$(330+20)\div\left(1+1+\frac{7}{9}\right)+17$$
$$=143(匹)\cdots\cdots第二作业队;$$
$$330-109-143=78(匹)\cdots\cdots第三作业队.$$

2008. 某校毕业生人数1981年比1980年增加$\frac{1}{4}$,1982年与1981年之比是6∶5,1983年比1982年增加10%.四年中共毕业了432人.求各年的毕业生人数.

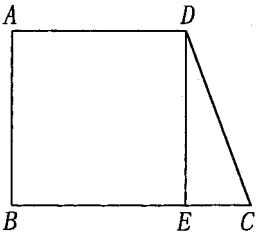
解　把1980年的毕业生人数看作"1",则1981年的毕业生人数是1980年的$\left(1+\frac{1}{4}\right)$即$\frac{5}{4}$,1982年的毕业生人数是1980年的$\frac{5}{4}\times\frac{6}{5}$即$\frac{3}{2}$,1983年的毕业生人数是1980年的$\frac{3}{2}\times(1+10\%)=\frac{33}{20}$.四年毕业生人数之连比为$1:\frac{5}{4}:\frac{3}{2}:\frac{33}{20}$,化简,得　$20:25:30:33$.$20+25+30+33=108$,$432\times\frac{20}{108}=80$,$432\times\frac{25}{108}=100$,$432\times\frac{30}{108}=120$,$432\times\frac{33}{108}=132$.故1980年的毕业人是80人,1981年的毕业生是100人,1982年的毕业生是120人,1983年的毕业生是132人.

2009. 三批货物共值4500元.按重量计,第一批与第二批之比是1∶2,第二批与第三批之比是2∶5;按每千克货价比,第一批与第二批之比是3∶1,第二批与第三批之比是7∶3.三批货物各值多少元?

解　货价应按三批货物的单价和重量两个条件来决定,第一批与第二批货价之比是$(1\times3):(2\times1)$即3∶2,第二批与第三批货价之比是$(2\times7):(5\times3)$即14∶15,故三批货价的连比是21∶14∶15,$21+14+15=50$.$4500\times\frac{21}{50}=1890$(元),$4500\times\frac{14}{50}=1260$(元),$4500\times\frac{15}{50}=1350$(元).故三批货物分别值1890元、1260元、1350元.

2010. 如图,已知梯形$ABCD$的面积是520厘米^2,其中$ABED$是正方

形，$DE:EC=5:3$，求三角形 DEC 的面积．



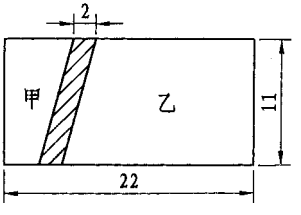
解　因 $DE:EC=5:3$，故正方形与三角形面积之比是 $5^2:\frac{5\times3}{2}$，化简后得 $10:3$，于是得三角形 DEC 的面积是

$$520\times\frac{3}{10+3}=120(\text{厘米}^2).$$

2011. 直角三角形的一条直角边长是另一条直角边长的 $\frac{5}{12}$，较长的一条直角边长与斜边长度之比是 $12:13$．这个三角形的周长是 60 厘米，求直角三角形的面积．

解　两直角边长之比是 $\frac{5}{12}:1=5:12$，三条边长之比是 $5:12:13$，$5+12+13=30$，故较短的直角边长是 $60\times\frac{5}{30}=10$(厘米)，较长的直角边长是 $60\times\frac{12}{30}=24$(厘米)，$S_{\triangle}=\frac{ah}{2}=\frac{10\times24}{2}=120$(厘米^2)．故这个直角三角形的面积是 120 厘米^2．

2012. 如图，甲、乙面积之比是 $3:8$，求甲、乙的面积．(单位：米)



解　整个长方形的面积是 $22\times11=242$(米^2)，其中阴影部分面积是 $2\times11=22$(米^2)，甲、乙面积之和是 $242-22=220$(米^2)．故甲的面积是 $220\times\frac{3}{3+8}=60$(米^2)，乙的面积是 $220\times\frac{8}{3+8}=160$(米^2)．

2013. 有一块铜与锌的合金，两种金属的重量之比是 $2:3$．如果加入锌 6 克，所得新的合金重 36 克．求新的合金中所含铜与锌之比．

解　原合金重$(36-6)$克，按铜与锌之比 $2:3$ 可知含铜$(36-6)\times\frac{2}{2+3}=12$(克)．故新的合金中所含铜与锌之比是

$$12:(36-12)=1:2.$$

2014. 甲、乙、丙、丁四人一个月的工资共 3180 元．甲用去其工资的 $\frac{1}{4}$，乙用去其工资的 $42\frac{6}{7}\%$，丙用去其工资的 40%，丁用去其工资的 $\frac{7}{15}$，所余的金额均相等．求每人每月的工资数．

解　甲用剩其工资的$\left(1-\frac{1}{4}\right)$，乙用剩其工资的$\left(1-42\frac{6}{7}\%\right)$，丙用剩其工资的$(1-40\%)$，丁用剩其工资的$\left(1-\frac{7}{15}\right)$．因各人所余的金额相等，故用剩余工资的分率之比与他们的工资之比互为反比，由此可知甲、乙、丙、丁四人一个月的工资数之比是

$$\frac{1}{\left(1-\frac{1}{4}\right)}:\frac{1}{\left(1-42\frac{6}{7}\%\right)}:\frac{1}{(1-40\%)}:\frac{1}{\left(1-\frac{7}{15}\right)}.$$

化简，得

$32:42:40:45$．$32+42+40+45=159$，

$3180\times\frac{32}{159}=640$(元)，$3180\times\frac{42}{159}=840$(元)，$3180\times\frac{40}{159}=800$(元)，

$3180\times\frac{45}{159}=900$(元)．

故甲、乙、丙、丁四人每月的工资分别是640元、840元、800元、900元．

2015. 初三年级学生组织课外兴趣小组每人参加一组，要求参加文学小组的有25人，要求参加科技小组的有36人，要求参加文体小组的有47人．学校计划这三个小组参加人数之比是$3:5:4$，应如何调整？

解　初三年级学生总数有$25+36+47=108$(人)，按学校计划，参加文学小组的应为$108\times\frac{3}{3+5+4}=27$(人)，参加科技小组的应为$108\times\frac{5}{3+5+4}=45$(人)，参加文体小组的应为$108\times\frac{4}{3+5+4}=36$(人)．根据学生要求与学校计划进行调整，应说服要求参加文体小组中的$27-25=2$(人)参加文学小组，说服要求参加文体小组中的$(45-36)=9$(人)参加科技小组．

2016. 有甲、乙、丙三个酒桶，容量之比是$7:8:9$，今甲桶中装酒36千克，乙桶中装酒40千克，丙桶中装酒42千克．如果再添酒38千克，分装到三个桶中，那么三个桶都刚巧装满．问三个桶中各需添装多少千克酒？

解　添酒38千克分装到三个桶中都刚巧装满，故三个桶的容量之和为$36+40+42+38=156$(千克)．按$7:8:9$分配，$7+8+9=24$，三桶的容量分别为$156\times\frac{7}{24}=45.5$(千克)；$156\times\frac{8}{24}=52$(千克)；$156\times\frac{9}{24}=58.5$(千克)，又$45.5-36=9.5$，$52-40=12$，$58.5-42=16.5$．故甲桶中需添装9.5千克酒，乙桶中需添装12千克酒，丙桶中需添装16.5千克酒．

2017. 甲、乙、丙三个打字员，甲5天的工作量相当于乙6天的工作量；乙与丙工作能力之比为$4:3$．今甲、丙两人合打一份稿件，共得工资58.5元，按能力分配，两人各得多少元？



解 由于工资按工作能力分配，故应求出甲丙能力之比．因甲 5 天的工作量相当于乙 6 天的工作量，故甲与乙的工作能力之比是 6∶5，而乙与丙的工作能力之比是 4∶3，由此可求出甲、乙、丙三人工作能力的连比是 24∶20∶15，从而得甲、丙工作能力之比是 24∶15，化简后得 8∶5．故甲应得 $58.5\times\frac{8}{8+5}=36$(元)，丙应得 $58.5\times\frac{5}{8+5}=22.5$(元)．

2018. 有伍分、贰分、壹分三种铝币共值 1.85 元．它们的个数之比是 4∶5∶7．问三种铝币各有多少个？

解 根据三种铝币的个数之比，可求出它们的币值之比为(5×4)∶(2×5)∶(1×7)．化简，得 20∶10∶7．

$$20+10+7=37,185\times\frac{20}{37}\div5=20(\text{个}),$$

$$185\times\frac{10}{37}\div2=25(\text{个}),185\times\frac{7}{37}\div1=35(\text{个}).$$

故伍分铝币有 20 个，贰分铝币有 25 个，壹分铝币有 35 个．

2019. 甲做 3 天完成的工作由乙去做需要 5 天，两人合作 20 天，共得工资 72 元，但甲曾病假 5 天．问两人各得工资多少元？

解 1 工作量一定时，所需天数之比与工作能力之比互为反比，故甲乙工作能力之比是 5∶3．又甲曾病假 5 天，故两人工作天数之比是(20−5)∶20，由此得两人工资之比是[5×(20−5)]∶(3×20)．化简，得 5∶4．

$5+4=9,72\times\frac{5}{9}=40$(元)，$72\times\frac{4}{9}=32$(元)．

故甲得工资 40 元，乙得工资 32 元；

解 2 乙的工作能力是甲的 $\frac{3}{5}$，乙做 20 天相当于甲做 $\left(20\times\frac{3}{5}\right)$天．工资总数 72 元相当于甲做 $\left(20-5+20\times\frac{3}{5}\right)$天的工资，甲每天的工资是 $72\div\left(20-5+20\times\frac{3}{5}\right)$元，做(20−5)天共得工资

$$72\div\left(20-5+20\times\frac{3}{5}\right)\times(20-5)=40(\text{元}),$$

乙得工资 72−40=32(元)．

2020. 甲、乙、丙三人合伙用拖拉机代客运输货物，年终结算时，获利 4750 元．商定提出 1000 元作为拖拉机的租用费，其余按 6∶5∶4 分给各人．已知拖拉机为乙所有．如果把拖拉机租用费直接列入分配的连比中，那么三人分配的连比如何？

解　按 $6:5:4$ **分配**$(4750-1000)$**元，甲得人民币**$(4750-1000)\times\frac{6}{6+5+4}=1500$**(元)，乙得人民币**$(4750-1000)\times\frac{5}{6+5+4}=1250$**(元)，丙得人民币**$(4750-1000)\times\frac{4}{6+5+4}=1000$**(元)．如果把拖拉机的租用费直接列入分配的连比中，那么三人分配的连比是：**$1500:(1250+1000):1000$**，化简后得** $6:9:4$.

本题按下面的思路解答比较简便：拖拉机租用费 1000 **元是**$(4750-1000)$**元的**$\frac{4}{15}$**．而** $6:5:4$ **三项之和是** 15**，它与**$\frac{4}{15}$**的分母相同，故直接分配时三人的连比是** $6:(5+4):4$ **即** $6:9:4$.

2021．甲、乙两人将每月的节余款存入银行，两人每月存款数之比是 $4:3$**，且甲比乙早参加储蓄** 7 **个月，从乙参加储蓄经** 1 **年半后，两人共储存** 4620 **元．问两人每月各储蓄多少元？**

解 1　甲共储蓄了 $7+12+6=25$**(个月)，乙共储蓄了** $12+6=18$**(个月)．按每月存款之比** $4:3$ **计，两人存款之比为**　$(25\times4):(18\times3)=50:27$．$4620\times\frac{50}{50+27}=3000$**(元)，**$4620\times\frac{27}{50+27}=1620$**(元)；**$3000\div25=120$**(元)，**$1620\div18=90$ **元．故甲每月储蓄** 120 **元，乙每月储蓄** 90 **元．**

本题在按比例分配解答时，可只求出甲每月储蓄 120 **元，然后根据甲：乙**$=4:3$ **求出乙每月储蓄** 90 **元．列式为**

$120:x=4:3$，$x=90$；**或** $120\times\frac{3}{4}=90$；

解 2　设甲每月储蓄 x **元，则乙每月储蓄**$\frac{3}{4}x$ **元．依题意，得**

$$(7+12+6)x+(12+6)\times\frac{3}{4}x=4620.$$

解方程，得　$x=120$，$\frac{3}{4}x=90$.

故甲每月储蓄 120 **元，乙每月储蓄**90 **元．**

2022．食堂买进甲级和乙级的白菜共 760 **千克，它们的重量之比是** $4.5:5$**，已知甲级白菜比乙级白菜多用去** 112 **元，且乙级白菜每千克价是** 1.52 **元．求甲级白菜每千克的价格．**

解　两种菜的重量之比是 $4.5:5$**，化简后得** $9:10$**，由此可求出甲级白菜买了** $760\times\frac{9}{9+10}=360$**(千克)，乙级白菜买了** $760\times\frac{10}{9+10}=400$**(千克)．**



又乙级白菜每千克价为 1.52 元，故 400 千克之价为(1.52×400)元，由此可得 360 千克甲级白菜之价为(1.52×400+112)元．故甲级白菜每千克价为

$$(1.52\times400+112)\div360=2(\text{元}).$$

2023. 有伍元、贰元及壹元的钞票各若干张，共值 600 元．已知伍元票与贰元票张数之比是 4∶5，且伍元票比壹元票的张数多 20%．求三种钞票的张数．

解　先求出三种钞票张数的连比：因贰元票与伍元票张数之比等于 5∶4，伍元票与壹元票张数之比等于(1+20%)∶1，故贰元票∶伍元票∶壹元票=15∶12∶10．由此得伍元票、贰元票及壹元票的币值之比是(5×12)∶(2×15)∶(1×10)，化简后得 6∶3∶1．然后按比例分配求出每种钞票的元数，再求出它们的张数．$600\times\frac{6}{6+3+1}\div5=72$(张)，$600\times\frac{3}{6+3+1}\div2=90$(张)，$600\times\frac{1}{6+3+1}\div1=60$(张)．故伍元票有 72 张，贰元票有 90 张，壹元票有 60 张．

2024. 一块长方形的土地用$\frac{1}{500}$的比例尺画在图上，它的周长是 36 厘米．这块土地的长与宽之比是 7∶2．求土地的实际面积．

解　设土地的实际周长是 x 米．则$\frac{0.36}{x}=\frac{1}{500}$，$x=180$．土地的长与宽之和为 $180\div2=90$(米)，$90\times\frac{7}{7+2}=70$，$90\times\frac{2}{7+2}=20$，即土地的长是 70 米，宽是 20 米，它的实际面积是 $70\times20=1400$(米^2)．

2025. 一事，甲、乙合作 5 天可完成，乙、丙合作 6 天可完成，甲、丙合作 7.5 天可成，三人合作完成此事得工资 369 元．按能力分配，甲、乙、丙应各得多少元？

解　甲、乙合作一天，完成这件事的$\frac{1}{5}$，乙、丙合作一天，完成这件事的$\frac{1}{6}$，甲、丙合作一天，完成这件事的$\frac{1}{7.5}$，三人合作一天，可完成这件事的$\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7.5}\right)\div2=\frac{1}{4}$，故甲独做一天，完成这件事的$\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$，乙独做一天，完成这件事的$\frac{1}{4}-\frac{1}{7.5}=\frac{7}{60}$，丙独做一天，完成这件事的$\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{1}{20}$，故三人能力之比是$\frac{1}{12}:\frac{7}{60}:\frac{1}{20}$，化简后得 5∶7∶3．5+7+3=15，$369\times\frac{5}{15}=123$(元)，$369\times\frac{7}{15}=172.2$(元)，$369\times\frac{3}{15}=73.8$(元)．故甲应得 123

元，乙应得 172.2 元，丙应得 73.8 元．

2026. 某生在假期中解答算术、代数、几何复习题．平均 5 道算术题中解对了 4 道，7 道代数题中解对了 5 道，8 道几何题中解对了 5 道．三门学科共解对了 490 道题目，且三门学科解错的题数相同．问他所解的算术、代数、几何复习题各有多少道？

解　某生解答算术、代数、几何题目错误与正确道数之比分别为(5－4)∶4、(7－5)∶5、(8－5)∶5，而三科解错的题目数相同，故应将这三个比的前项都转化成相同的数，因[1，2，3]＝6，故这三个比分别为 6∶24，6∶15，6∶10，这样，当三科做错的题目数相同时，做对的题目数之比应为 24∶15∶10．24＋15＋10＝49，于是得算术做对了 $490\times\frac{24}{49}=240$(道)，共解答了 $240\div\frac{4}{5}=300$(道)；代数做对了 $490\times\frac{15}{49}=150$(道)，共解答了 $150\div\frac{5}{7}=210$(道)；几何做对了 $490\times\frac{10}{49}=100$(道)，共解答了 $100\div\frac{5}{8}=160$(道)．

2027. 甲、乙、丙三人各有人民币若干元，已知甲与乙所有人民币之比为 3∶4，乙所有人民币的 8 倍等于丙所有的 7 倍．其后甲用去 27 元，乙用去 85 元，丙用去 154 元．这样，三人剩下的人民币共有 220 元．求各人用剩的人民币数．

解　按题意，乙与丙原有人民币数之比为 7∶8，又甲与乙原有人民币数之比为 3∶4，故甲、乙、丙三人原有人民币数之连比为 21∶28∶32．21＋28＋32＝81．原来三人共有人民币 220＋27＋85＋154＝486 元．$486\times\frac{21}{81}-27=99$(元)，$486\times\frac{28}{81}-85=83$(元)，$486\times\frac{32}{81}-154=38$(元)．故甲用剩 99 元，乙用剩 83 元，丙用剩 38 元．

2028. 红山大队用“150 号”混凝土浇筑晒谷场．该混凝土的配合之比为“300 号”水泥 50 千克，粗沙 100 千克，石子 200 千克，水灰比为 0.75(表示水与水泥之比为 0.75∶1)．经实地测定，沙的含水率为 3%，石子的含水率为 1%，“150 号”混凝土每立方米重 2170 千克．问拌制“150 号”混凝土每立方米需要水、300 号水泥、粗沙和石子各多少千克？

解　根据题目要求，“300 号”水泥∶粗沙∶石子＝50∶100∶200＝1∶2∶4，故水∶300 号水泥∶粗沙∶石子＝0.75∶1∶2∶4，0.75＋1＋2＋4＝7.75．于是得　水重为 $2170\times\frac{0.75}{7.75}=210$(千克)，“300 号”水泥重为 $2170\times\frac{1}{7.75}=280$(千克)，粗沙重为 $2170\times\frac{2}{7.75}=560$(千克)，石子重为 2170×

$\frac{4}{7.75}=1120$(千克). 又因粗沙中含水 3%. 故粗沙实际需用 $560\div(1-3\%)\approx577.3$(千克);石子中含水 1%,故石子实际需用 $1120\div(1-1\%)\approx1131.3$(千克),而水实际只需用 $210-(577.3-560)-(1131.3-1120)=181.4$(千克). 故拌制"150 号"混凝土每立方米需用水 181.4 千克,"300 号"水泥 280 千克,粗沙 577.3 千克,石子 1131.3 千克.

2029. 某人以人民币若干元买文具,如果买铅笔和练习簿,可各得 14 件;买铅笔和毛笔,可各得 10 件;买练习簿和橡皮,可各得 15 件;只买橡皮,可得 42 件. 现在以 22 元去买相同件数的铅笔和橡皮,问所买的两种文具各值多少元?

解 (铅笔、练习簿各一件之价):(铅笔、毛笔各一件之价):(练习簿、橡皮各一件之价):橡皮一件之价 $=\frac{1}{14}:\frac{1}{10}:\frac{1}{15}:\frac{1}{42}$,化简后得 15∶21∶14∶5. 因橡皮一件之价在连比中为 5,故练习簿一件之价应为 $14-5=9$,铅笔一件之价应为 $15-9=6$. 又因 22 元只买件数相同的铅笔和橡皮. 两种文具每件价格之比为 6∶5. 故得买铅笔用了 $22\times\frac{6}{6+5}=12$(元),买橡皮用了 $22\times\frac{5}{6+5}=10$(元).

2030. 有货物若干件由山麓运到半山,需要两人合抬,已知甲和乙合抬了 18 次,乙和丙合抬了 21 次,甲和丙合抬了 24 次. 三人共得搬运费 462 元. 问三人各得多少元?

解 甲和乙合抬了 18 次,又和丙合抬了 24 次,故甲抬了 $18+24=42$(次),同理,乙抬了 $18+21=39$(次),丙抬了 $24+21=45$(次). 三人所抬次数之比即应得运费之比为 42∶39∶45,化简得 14∶13∶15,$14+13+15=42$. $462\times\frac{14}{42}=154$(元),$462\times\frac{13}{42}=143$(元),$462\times\frac{15}{42}=165$(元). 故甲得搬运费 154 元,乙得搬运费 143 元,丙得搬运费 165 元.

2031. A、B、C、D 四镇在同一条公路旁. 某人骑自行车以每小时 18 千米的速度前进,每到一镇休息 5 分,从 A 镇出发到达 D 镇,共用去 86 分. 已知 A、B 间的距离与 C、D 间的距离之比为 2∶3,又 A、B 间距离的 $\frac{1}{4}$ 加上 C、D 间距离的 $\frac{1}{2}$ 等于 B、C 间距离的 1.5 倍. 求 AB,BC,CD 之间的距离各多少千米?

解 先求 AB、BC、CD 之间距离的连比. 因 $AB:CD=2:3$,而 $\frac{AB}{4}+$

$\frac{CD}{2}=BC\times1.5$，代入，$\frac{2}{4}+\frac{3}{2}=BC\times1.5$，故 $BC=\frac{4}{3}$，∴ $AB:BC:CD=2:\frac{4}{3}:3$，化简，得 $6:4:9$. 由于此人中间休息两次，故实际骑车时间为 $86-5\times2=76$(分)，全程为 $18\times\frac{76}{60}=22.8$(千米). 而 $6+4+9=19$. $22.8\times\frac{6}{19}=7.2$，$22.8\times\frac{4}{19}=4.8$，$22.8\times\frac{9}{19}=10.8$. 故 A、B 间距离为 7.2 千米，B、C 间距离为 4.8 千米，C、D 间距离为 10.8 千米.

2032. 甲、乙、丙三人分人民币 920 元，甲与乙所得之比是 3∶2. 如果乙将分得的 18 元给丙，那么乙与丙之比也是 3∶2. 求原来每人各分得多少元？

解　如果乙给丙 18 元后，甲与乙仍保持 3∶2 的关系，那么甲须相应减少 $18\div\frac{3}{2}=27$(元)，这样，甲、乙、丙所有人民币数的连比是 $9:6:4$. $9+6+4=19$，又乙给丙 18 元，对人民币总数不变，甲减少 27 元后，人民币总数为 $920-27=893$(元). 按比例分配得 $893\times\frac{9}{19}=423$(元)，$893\times\frac{6}{19}=282$(元)，$893\times\frac{4}{19}=188$(元)，故原来甲分得 $423+27=450$(元)，乙分得 $282+18=300$(元)，丙分得 $188-18=170$(元).

2033. 甲、乙、丙三人共有存款 2980 元. 甲用去 380 元，乙存入 700 元，丙用去其存款的$\frac{1}{3}$，三人存款数之比就成了 5∶3∶2. 求三人现有的存款数.

解　甲用去 380 元，乙存入 700 元，如果丙的存款不变，那么三人的存款总数为 $2980-380+700=3300$(元). 又丙用去其存款的$\frac{1}{3}$，假设丙的存款未变，那么三人存款数的连比应为 $5:3:\left[2\div\left(1-\frac{1}{3}\right)\right]$，化简，得 $5:3:3$. $5+3+3=11$，$3300\times\frac{5}{11}=1500$(元)，$3300\times\frac{3}{11}=900$(元)，$3300\times\frac{3}{11}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=600$(元). 故甲现有存款 1500 元，乙现有存款 900 元，丙现有存款 600 元.

2034. 甲、乙、丙三校上学期共有学生 1150 人. 甲、乙两校人数之比是 6∶5. 本学期甲校减少了 50 人，乙校增加了 40 人，丙校减少原有学生数的$\frac{2}{5}$. 这样，本学期甲、乙两校人数之和与丙校人数之比是 3∶2. 求本学期三

校学生人数.

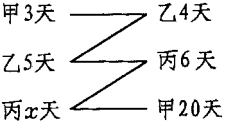
解　甲、乙两校学生数之和本学期比上学期减少 $50-40=10$(人). 根据本学期甲、乙两校人数之和与丙校人数之比 $3:2$,可得上学期丙校人数是 $2\div\left(1-\frac{2}{5}\right)=3\frac{1}{3}$,这样,甲、乙两校本学期人数之和与丙校上学期人数之比是 $3:3\frac{1}{3}$,化简后得 $9:10$,而甲、乙两校本学期人数及丙校上学期人数之和为 $1150-10=1140$(人),于是,得　丙校上学期人数为 $1140\times\frac{10}{9+10}=600$ 人,本学期人数为 $600\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=360$(人);甲、乙两校本学期人数之和是 $1140\times\frac{9}{9+10}=540$(人),两校上学期人数之和是 $540+10=550$(人),故甲校上学期人数是 $550\times\frac{6}{6+5}=300$(人),本学期人数是 $300-50=250$(人);乙校上学期人数是 $550\times\frac{5}{6+5}=250$(人),本学期人数是 $250+40=290$(人). 故本学期甲、乙、丙三校分别有学生 250 人,290 人,360 人.

10. 连锁比例应用题

2035. 甲做 3 天完成的工作,由乙去做需要 4 天,乙做 5 天完成的工作,由丙去做需要 6 天,问甲做 20 天完成的工作,由丙去做需要几天?

解　甲 3 天的工作量等于乙 4 天的工作量,乙 5 天的工作量等于丙 6 天的工作量,由此可知,甲(3×5)天的工作量,等于乙(4×5)天的工作量,而乙(4×5)天的工作量,等于丙(4×6)天的工作量. 故甲(3×5)天的工作量等于丙(4×6)天的工作量,甲一天的工作量等于丙$\frac{4\times6}{3\times5}$天的工作量. 于是可得甲 20 天的工作量应等于丙$\frac{4\times6\times20}{3\times5}$天的工作量. 本题按连锁比例解法如下:

设甲做 20 天完成的工作由丙去做需要 x 天完成.



$\because\quad 3\times5\times x=4\times6\times20$,

$\therefore\quad x=\frac{4\times6\times20}{3\times5}=32.$

故丙需要做 32 天完成.

【注意】 (1) 同一行左右两数表示两个量的相等关系(或两个量的比)

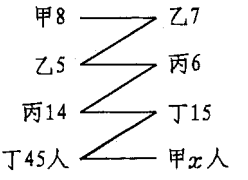
须用同单位的数表示；(2) 上行左边与下行右边及第一行左边与最后一行右边的量都必须是同一种的量；(3) 以 x 同一边各数的乘积作分母，另一边各数的乘积作分子，求出 x 的值.

2036. 四个工程队合筑一条渠道，各队参加人数之比为：甲：乙＝8：7，乙：丙＝5：6，丙：丁＝14：15，已知丁队参加 45 人，求甲队参加的人数.

解　设甲队参加 x 人，则

$$8\times5\times14\times45=7\times6\times15\times x,$$

$$\therefore\quad x=\frac{8\times5\times14\times45}{7\times6\times15}=40.$$



故甲队参加了 40 人.

如用比例解，则应先求出丙队参加人数，再依次求出乙队及甲队参加的人数. 设丙队、乙队及甲队参加人数分别为 x、y、z. 于是，得

$$14:15=x:45,x=42;5:6=y:42,y=35;8:7=z:35,z=40.$$

本题也可先求出甲、乙、丙、丁参加人数的连比，并由此找出甲、丁之比，然后用比例求解. 设甲队参加了 x 人.

∵　甲：乙＝8：7，乙：丙＝5：6，

∴　甲：乙：丙＝40：35：42，

又　∵　丙：丁＝14：15，

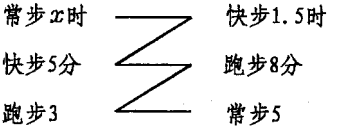
∴　甲：乙：丙：丁＝40：35：42：45.

故甲：丁＝40：45＝8：9. 于是得比例式

$$8:9=x:45,x=40.$$

2037. 解放军步行的速度是：常步行 3 米的时间等于跑步行 5 米的时间，又跑步 8 分的距离，快步只需 5 分. 问快步在 1.5 时中所行的路程，改为常步，需行多少时？

解　本题要求一定距离步行所需的时间，故应把常步与跑步同时间中所行距离之比转化为同距离所行时间之比得 5：3. 设快步 1.5 时中所行的路程改为常步需行 x 时. 于是得



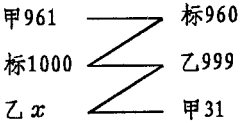
$$x=\frac{1.5\times8\times5}{5\times3}=4.$$

故快步 1.5 时所行的路程改为常步需行 4 时.

2038. 手表厂把刚装配成的甲、乙两表与标准钟校对，甲表一昼夜快了90秒，乙表在20时中慢了72秒．这天上午5点两表同时与标准钟对准，当第二天中午甲表指在正12点时，乙表指在什么时刻？

解　甲表与标准钟走时之比是$\left(24+\frac{90}{3600}\right)$∶24，化简后得961∶960，标准钟与乙表走时之比是20∶$\left(20-\frac{72}{3600}\right)$，化简后得1000∶999．当甲表从第一天上午5点到第二天中午共走了31时，设乙表应走了x时．于是得

$$x=\frac{960\times999\times31}{961\times1000}=30\frac{726}{775}.$$



$30\frac{726}{775}$时＝30时56分$12\frac{12}{31}$秒．

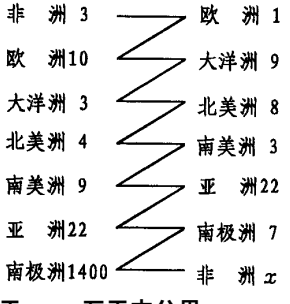
又30－7－12＝11，

故乙表指的时刻是11点56分$12\frac{12}{31}$秒．

2039. 比较地球上七大洲的面积，非洲约为欧洲的3倍，欧洲的9倍约等于大洋洲的10倍，大洋洲的8倍约等于北美洲的3倍，北美洲的3倍约等于南美洲的4倍，南美洲的22倍约等于亚洲的9倍，亚洲的7倍约等于南极洲的22倍，已知南极洲的面积约为1400万平方公里，求非洲的面积．

解　因非洲的面积约为欧洲面积的3倍，故非洲与欧洲的面积之比约为3∶1，又因欧洲面积的9倍约等于大洋洲面积的10倍，故欧洲与大洋洲的面积之比约为10∶9；余类推，从略．设非洲的面积约为x万平方公里，于是得

$$x=\frac{3\times10\times3\times4\times9\times22\times1400}{1\times9\times8\times3\times22\times7}=3000.$$

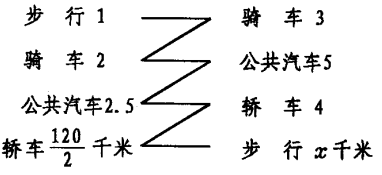


故非洲的面积约等于3000万平方公里．

2040. 步行与骑自行车速度之比为1∶3，骑自行车与公共汽车速度之

比为 2∶5，公共汽车 4 时所行的路，小轿车只需行 2.5 时，设小轿车 2 时行了 120 千米，求步行每小时的速度．

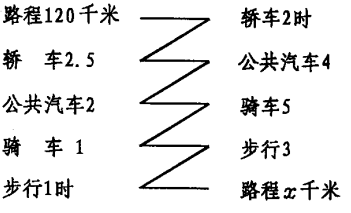
解　根据题目的条件与问题来看，应把公共汽车与小轿车行一定距离所需时间之比转化为它们的速度之比得 2.5∶4．设步行每小时的速度是 x 千米，于是得



$$x=\frac{1\times2\times2.5\times60}{3\times5\times4}=5.$$

故步行每小时的速度是 5 千米．

本题如果都转化为行相同路程所需时间之比，则题目中已知的速度比应转化为时间比．设步行每小时为 x 千米，于是得



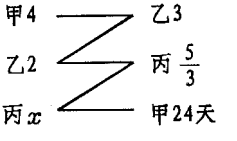
$$x=\frac{120\times2.5\times2\times1\times1}{2\times4\times5\times3}=5.$$

故步行每小时的速度是 5 千米．

2041．甲、乙、丙三个工人，甲、乙工作能力之比为 3∶4，乙 2 天的工作量等于丙 5 天工作量的 $\frac{1}{3}$．问甲 24 天可完成的事，由丙去做需要多少天？

解 1　根据所求的问题，甲、乙两人能力之比转化为所需时间之比，因甲、乙工作能力之比为 3∶4，故两人做同一件事所需时间之比为 4∶3；乙、丙做同一件事所需时间之比为 2∶$\frac{5}{3}$．设甲 24 天可完成的事，由丙去做需要 x 天，于是得

$$x=\frac{3\times\frac{5}{3}\times24}{4\times2}$$
$$=15.$$

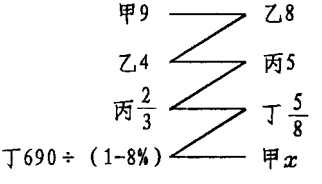


故丙需 15 天完成.

解 2　工作能力之比与所需天数之比互为反比. 甲、乙完成同一件事所需要天数之比为 4∶3,而乙、丙完成同一件事所需天数之比为 $2:\frac{5}{3}$,由此可求出甲、乙、丙三人完成同一件事所需天数之连比为 8∶6∶5,甲、丙之比为 8∶5. 设丙需 x 天完成,于是得　$8:5=24:x$,$x=15$. 故丙需 15 天完成.

2042. 某厂有甲、乙、丙、丁四个车间,甲、乙两车间人数之比是 9∶8,乙车间人数的 5 倍等于丙车间人数的 4 倍,丙车间人数的 $\frac{5}{8}$ 等于丁车间人数的 $\frac{2}{3}$. 如果丁车间工人数的 8% 退休以后还剩 690 人. 那么甲车间有多少人?

解　因为乙车间人数的 5 倍等于丙车间人数的 4 倍,所以乙丙两车间人数之比是 4∶5,同理,丙、丁两车间人数之比是 $\frac{2}{3}:\frac{5}{8}$. 又丁车间工人如果不退休,那么人数为 $690\div(1-8\%)$. 设甲车间有 x 人,于是得



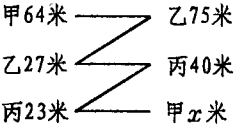
$$x=\frac{9\times4\times\frac{2}{3}\times690\div(1-8\%)}{8\times5\times\frac{5}{8}}=720.$$

故甲车间有 720 人.

2043. 甲种布 64 米之价等于乙种布 75 米之价,乙种布 27 米之价等于丙种布 40 米之价. 现在用丙种布 23 米与甲种布 13 米交换,还需补贴 9.30 元. 求三种布各一米之价.

解　设丙种布 23 米可换成甲种布 x 米,于是得

$$x=\frac{64\times27\times23}{75\times40}=13\frac{31}{125}.$$



按题意,丙种布 23 米调换甲种布 13 米后还须补贴 9.3 元,即 9.3 元是甲种布 $\frac{31}{125}$ 米之价,故甲种布每米价为 $9.3\div\frac{31}{125}$

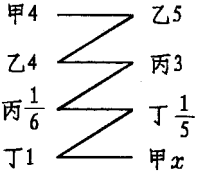
$=37.5$(元).

在总价一定时,单价与米数成反比例. 设乙种布每米价为 y 元,丙种布每米价为 z 元. 则:$64:75=y:37.5$,$y=32$;$27:40=z:32$,$z=21.6$ 元. 故乙种布每米价为 32 元,丙种布每米价为 21.6 元.

2044. 甲校与乙校学生人数之比是 $4:5$,乙校学生人数的 3 倍等于丙校学生人数的 4 倍,丙校学生人数的$\frac{1}{5}$等于丁校学生人数的$\frac{1}{6}$. 又甲校女生占全校学生总数的$\frac{3}{8}$,丁校女生占全校学生总数的$\frac{4}{9}$,且丁校女生比甲校女生多 50 人. 求四校的学生人数.

解　按题意,乙、丙两校人数之比是 $4:3$,丙、丁两校人数之比是$\frac{1}{6}:\frac{1}{5}$,设丁校学生数为"1",甲校学生数为 x,于是得

$$x=\frac{4\times4\times\frac{1}{6}\times1}{5\times3\times\frac{1}{5}}=\frac{8}{9}.$$



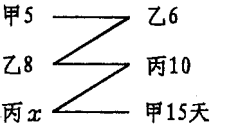
即甲、丁两校人数之比是 $8:9$.

因甲校学生数相当于丁校的$\frac{8}{9}$,而甲校学生的$\frac{3}{8}$是女生,故甲校的女生相当于丁校学生数的$\frac{8}{9}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{3}$. 按题意,丁校学生数的$\frac{4}{9}$比$\frac{1}{3}$多 50 人,故丁校学生数为 $50\div\left(\frac{4}{9}-\frac{1}{3}\right)=450$(人),甲校学生为 $450\times\frac{8}{9}=400$(人),乙校学生为 $400\times\frac{5}{4}=500$(人),丙校学生为 $500\times\frac{3}{4}=375$(人).

2045. 甲、乙、丙、丁、戊五个工人,甲 5 天的工作量等于乙 6 天的工作量,乙 8 天的工作量等于丙 10 天的工作量,丙的工作效率等于丁的$\frac{3}{4}$. 丁与戊的工作能力之比是 $8:5$. 现在甲、丙两人合作 15 天完成的某件工程,由戊一人独做,需要多少天完成?

解　按题目要求,先求出甲独做 15 天的工作由丙独做需要多少天. 设丙独做需 x 天. 于是得

$$x=\frac{6\times10\times15}{5\times8}$$



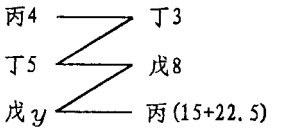
$=22.5$.

故甲、丙两人合作 15 天的工作量相当于丙独做$(15+22.5)$天的工作量．再根据丙、丁及丁、戊间的关系，求出丙做$(15+22.5)$天的工作，由戊独做需要多少天．

因丙的工作效率等于丁的$\frac{3}{4}$，故两人做同一件工作所用天数之比为 4∶3，丁与戊的工作能力之比为 8∶5，故两人做同一件工作所用天数之比为 5∶8．设戊独做需用 y 天，于是得

$$y=\frac{3\times8\times37.5}{4\times5}$$

$$=45.$$



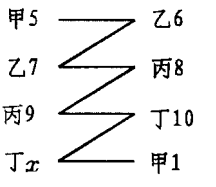
故甲、丙合作 15 天完成的工程，由戊独做需要 45 天完成．

2046．甲、乙、丙、丁四人步行，在同时间内甲行 5 步时乙可行 6 步；乙行 7 步时丙可行 8 步；丙行 9 步时丁可行 10 步．又甲、乙、丙、丁每步的距离之比为 15∶14∶12∶10．问甲行 630 米时丁可行多少米？

解 1　先求出甲行一步时丁所行的步数．设丁可行 x 步，于是得

$$x=\frac{6\times8\times10\times1}{5\times7\times9}$$

$$=\frac{32}{21}.$$

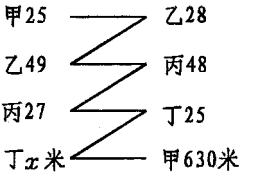


即在同时间内甲行 1 步时丁可行$\frac{32}{21}$步．再求出甲行 630 米时丁行了多少米．根据四人每步距离之比可知甲、丁两人每步距离之比为 15∶10．在时间一定时，行的步数、每步的距离与所行的米数都成正比例．设甲行 630 米时丁行了 y 米．于是得

$$\left.\begin{matrix}1:\frac{32}{21}\\15:10\end{matrix}\right\}=630:y,\ y=640.$$

故甲行 630 米时丁行了 640 米；

解 2　将四人步数之比与每步距离之比结合考虑，得同时间内两人所行距离之比，并由此求出丁所行的米数．即甲∶乙$=(15\times5):(14\times6)=25:28$，乙∶丙$=(14\times7):(12\times8)=49:48$，丙∶丁$=(12\times9):(10\times10)=27:25$．设甲行



630 米时丁可行 x 米，于是得

$$x=\frac{28\times48\times25\times630}{25\times49\times27}=640.$$

故甲行 630 米时丁行了 640 米.

11. 混合比例应用题

2047. 票面额为贰元和伍元的人民币共 50 张，总值是 160 元. 问两种人民币各有多少张？

解 1 50 张人民币总值是 160 元，平均每张人民币值 $\frac{160}{50}=3.2$(元). 它比一张伍元票损 $5-3.2=1.8$(元)，而比一张贰元票益 $3.2-2=1.2$(元). 要使张数与总值符合题目要求，根据总值一定，两种人民币对平均值的损益之比与所用张数之比互为反比，故伍元票与贰元票所用张数之比应为 $1.2:1.8$，也就是损 1.8 元与 1.2 的乘积等于 1.2 元与 1.8 的乘积. 得出两种人民币的张数之比后，可用按比例分配或其他算法求出两种纸币的张数. 这样的推导过程，用混合比例的解答形式，可列表如下：

平均数	实际数	损或益	混合比	张　　数
$\frac{160}{50}=3.2$ 元	5 元	−1.8 元	1.2→2	$50\times\frac{2}{3+2}=20$
	2 元	+1.2 元	1.8→3	$50\times\frac{3}{3+2}=30$

故伍元币有 20 张，贰元币有 30 张；

解 2 按整数应用题置换问题解法，得

$$(160-2\times50)\div(5-2)=20(\text{张})\cdots\cdots\text{伍元币},$$

$$(5\times50-160)\div(5-2)=30(\text{张})\cdots\cdots\text{贰元币};$$

解 3 设有伍元币 x 张，则有贰元币 $(50-x)$ 张. 依题意，得

$$5x+2(50-x)=160.$$

解方程，得 $x=20$，$50-x=30$.

故有伍元币 20 张，贰元币 30 张.

2048. 在酒与水之比是 $6:1$ 的混合酒若干千克中掺水 3 千克，这样，酒与水之比成为 $3:1$. 问原来的混合酒有多少千克？

解 1 原来的混合酒中含酒 $\frac{6}{6+1}$，掺水后含酒 $\frac{3}{3+1}$，故得下表：

平 均 数	实 际 数	损 或 益	混 合 比
$\frac{3}{3+1}$	$\frac{6}{6+1}$	$-\frac{3}{28}$	$\frac{3}{4}$，7
	0	$+\frac{3}{4}$	$\frac{3}{28}$，1

设原来的混合酒有 x 千克，于是得 $7:1=x:3$，$x=21$. 故原来的混合酒有 21 千克；

解 2 以酒重为单位“1”，原来的混合酒中水重是酒重的 $\frac{1}{6}$，混合酒重是酒重的 $\left(1+\frac{1}{6}\right)$ 倍. 掺水后水重是酒重的 $\frac{1}{3}$，所掺的 3 千克水，相当于酒重的 $\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)$. 设原来的混合酒有 x 千克，于是得

$$\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right):\left(1+\frac{1}{6}\right)=3:x,\ x=21.$$

故原来有混合酒 21 千克；

解 3 以酒重为单位“1”，则原来的混合酒中水重是酒重的 $\frac{1}{6}$. 掺水后的混合酒中水重是酒重的 $\frac{1}{3}$，前后差 $\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)$，其对应重量为 3 千克. 故酒重是 $3\div\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)$ 千克，原来的混合酒有

$$3\div\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)\times\left(1+\frac{1}{6}\right)=21\text{(千克)}\text{或}\ 3\div\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)+3=21\text{(千克)}.$$

2049. 有含盐 4% 的海水 5400 千克，蒸发一部分水分后，使它成为含盐 27% 的饱和液. 问要蒸发掉多少千克的水？

解 这题中的水是要蒸发而不是掺入，但可理解为原来含盐 27% 的海水，掺入一部分水以后使它成为含盐 4% 的海水. 掺入的水量即要蒸发的水量，于是得

平 均 数	实 际 数	损 或 益	混 合 比
4%	27%	−23%	0.04，4
	0	+4%	0.23，23

上表表示，含盐 27% 的海水 4 份掺入清水 23 份后，便成为含盐 4% 的海水．也可理解为含盐 4% 的海水，蒸发其 $\frac{23}{23+4}$ 的清水以后，可得含盐 27% 的海水．故含盐 4% 的海水 5400 千克应蒸发 $5400\times\frac{23}{23+4}=4600$（千克）的水以后可得含盐 27% 的海水．

2050. 把浓度为 20%、30% 和 45% 的三种硫酸混合，得到浓度为 32% 的硫酸 45 千克．已知所用 20% 硫酸的重量是 30% 硫酸重量的 3 倍．问每种浓度的硫酸各用多少千克？

解　因 20% 的硫酸与 30% 的硫酸重量之比规定为 3∶1，故可先将这两种硫酸按规定混合，得浓度为 $(20\%\times3+30\%\times1)\div(3+1)=22.5\%$ 的硫酸，然后与浓度为 45% 的硫酸混合，于是得

平均数	实际数	损或益	混合比
32%	22.5%	+0.095	130，26
	45%	−0.13	95，19

混合比 26 与 19 之和为 45，刚巧与浓度为 32% 的硫酸所需的千克数相同，故直接可得浓度为 45% 的硫酸需用 19 千克，浓度为 20% 及 30% 的硫酸共用 26 千克，重量之比为 3∶1，按比例分配得浓度为 20% 的酒精需用

$26\times\frac{3}{3+1}=19.5$（千克），浓度为 30% 的酒精需用

$26-19.5=6.5$（千克）．

如果三种硫酸直接混合，按三种原料的混合比例解法可列表如下：

平均数	实际数	损或益	混合比	指定比率	实际的混合比
32%	20%	+0.12	13	3	13×3（注一） 39
	30%	+0.02	13	1	8 13 13
	45%	−0.13	2 12		12+3，2 38（注二）

注一：题目要求浓度 20% 硫酸的重量是 30% 硫酸重量的 3 倍，按所得混合比均为 13，故须将 20% 的硫酸与 45% 的硫酸之比 13∶12 各扩大 3 倍．

注二：求混合比时，要求损与益搭配，求出几组比以后，把搭配时用到几次所得的数相加．

浓度为 20% 的硫酸用

$$45\times\frac{39}{39+13+38}=19.5(千克);$$

浓度为 30% 的硫酸用

$$45\times\frac{13}{39+13+38}=6.5(千克);$$

浓度为 45% 的硫酸用

$$45\times\frac{38}{39+13+38}=19(千克).$$

比较前后两种解法，前者比较容易，即三种原料混合时，根据已知条件，如果能转化为两种原料的混合比例时，那么采用两种原料的混合比例解法比较简便.

2051. 有每千克价 5 元、5.50 元和 8 元的三种绍酒混合成每千克价 6 元的酒，且 5 元及 8 元的两种酒的用量相等，求三种酒所用整千克数的混合比.

解　题目要求 5 元及 8 元两种酒的用量相等，先求出这两种酒混合后每千克价为(5+8)÷2=6.5(元). 再与 5.50 元的酒混合，根据两种原料的混合比例解法得

平　均　数	实　际　数	损　或　益	混　合　比
6 元	5.50 元	+0.5 元	1
	6.50 元	−0.5 元	1

即 5.50 元与 6.50 元的酒各用一千克可得平均价为 6 元的酒，但 6.50 元的酒是由 5 元及 8 元的酒各一份混合成的，故 5 元、5.50 元及 8 元三种酒所用千克数之比是 1∶2∶1.

如果三种绍酒直接混合，按混合比例的解法为

平均数	实际数	损或益	混合比	
6	5	+1	2, 2	2, 1
	5.50	+0.5	2, 4	4, 2
	8	−2.0	1, 1 / 0.5, 1	2, 1

2052. 三种茶叶每千克之价是：甲种 80 元，乙种 70 元，丙种 54 元. 按下面提出的不同要求混合成每千克价为 74 元的茶叶，且都是整千克数. (1) 只用甲、丙两种，混合的比怎样？(2) 三种都用，但千克数要最少，混合

的比怎样？(3) 三种都用，且乙种与丙种之比是 2∶1，混合的比怎样？(4) 如果丙种用 9 千克，乙种用 12 千克，甲种要用多少千克？

解 (1)

平均数	实际数	损或益	混合比
74元	80元	−6元	20　10
	54元	+20元	6　3

故甲种茶与丙种茶用量之比是 10∶3.

(2) 求出甲、乙与甲、丙两组比以后，再考虑怎样才能使表示连比的三个整数之和最小.

平均数	实际数	损或益	混合比	
74	80	−6	4, 2　20, 10	2+10=12, 4
	70	+4	6, 3	3, 1
	54	+20	6, 3	3, 1

故甲、乙、丙三种茶叶用量之比是 4∶1∶1.

(3) 题目要求乙种与丙种茶用量之比是 2∶1，故将这两种茶先混合，每千克平均价是 $(70\times2+54\times1)\div(2+1)=64\frac{2}{3}$(元)，再与甲种茶混合，得

平均数	实际数	损或益	混合比	
74	80元	−6元	$9\frac{1}{3}$, 28	甲 14
	$64\frac{2}{3}$元	$+9\frac{1}{3}$元	6, 18　乙 $18\times\frac{2}{2+1}=12$ 丙 $18\times\frac{1}{2+1}=6$	乙 12 丙 6

也可将三种原料按要求直接混合，得

平均数	实际数	损或益	混合比		
74	80	−6	20, 10	4, 2×2=4	10+4=14
	70	+4		6, 3×2=6	6
	54	+20	6, 3		3

注：题目要求乙、丙两种用量之比为 2∶1，而表格中的乙、丙都得 3，故需把甲、乙之比 2∶3 转化为 4∶6.

(4) 丙种茶用 9 千克，乙种茶用 12 千克，先将这两种茶混合求得平均价是 $(54\times9+70\times12)\div(9+12)=63\frac{1}{7}$(元). 再与甲种茶混合，得



平均数	实际数	损或益	混合比
74	80元	-6元	$10\frac{6}{7}$，38
	$63\frac{1}{7}$ 元	$10\frac{6}{7}$ 元	6，21 < 9(乙) / 12(丙)

甲：乙、丙＝38：21，21 刚巧是乙、丙两种所用千克数之和，故甲种茶要用 38 千克.

如果三种茶叶直接混合，则混合比例列表如下

平均数	实际数	损或益	混合比		
74	80	-6	4，2×4=8	20，10×3=30	8+30=38
	70	+4	6，3×4=12		12
	54	+20		6，3×3=9	9

注：题目要求乙种茶用 12 千克，丙种茶用 9 千克，故求得 2 个比以后，分别将比的前后项扩大 4 倍与 3 倍.

2053. 把紫铜线、黄铜线及锌线连接，在冰点时全长 111 米，沸点时全长 111.2442 米，其中锌线在冰点时长 39 米，在沸点时较冰点时延长 0.3%，而紫铜线则延长 0.17%，黄铜线延长 0.2%. 问紫铜线和黄铜线在冰点时各长多少米？

解　紫铜线和黄铜线在冰点时共长 111－39＝72(米)，因锌线在沸点时长 $39\times(1+0.3\%)=39.117$(米)，故紫铜线和黄铜线在沸点时共长 111.2442－39.117＝72.1272(米). 两种铜线的平均膨胀系数为 $\frac{0.1272}{72}=\frac{53}{30000}$. 于是可用混合比例解法求出两种铜线的长度.

平均数	实际数	损或益	混合比	长度
$\frac{53}{30000}$	紫 $\frac{17}{10000}$	$+\frac{1}{15000}$	$\frac{7}{30000}$，7	72 米 $\times\frac{7}{7+2}=56$ 米
	黄 $\frac{2}{1000}$	$-\frac{7}{30000}$	$\frac{1}{15000}$，2	72 米 $\times\frac{2}{7+2}=16$ 米

故在冰点时紫铜线长 56 米，黄铜线长 16 米．

2054. 有 62 条直线组成三角形、四边形及五边形共 15 个．其中四角形的个数等于其他两种图形个数的$\frac{1}{2}$．求三种图形的个数．

解　四边形的个数等于其他两种图形个数的$\frac{1}{2}$．而三种图形共 15 个，故四边形有 $15\div(1+2)=5$(个)，三角形与五边形共有 $15-5=10$(个)．把四边形提出后，题目可简化为有$(62-4\times5)=42$(条)边组成三角形和五边形共 10 个，求两种图形各有多少个？用混合比例解法为

平均数	实际数	损或益	混合比	图形个数
$\frac{42}{10}$	三角形　3	$+1.2$	0.8，2	$10\times\frac{2}{2+3}=4$(个)
	五边形　5	-0.8	1.2，3	$10\times\frac{3}{2+3}=6$(个)

故三角形有 4 个，四边形有 5 个，五边形有 6 个．

2055. 用纯金 8 克，18K 金若干克及 18K 金重的$\frac{1}{3}$的铜熔合后制成 14K 金．问需用 18K 金及铜各多少克？

解　18K 金表示在 24 克中含金 18 克、铜 6 克，14K 金表示在 24 克中含金 14 克，铜 10 克．根据题意，用 18K 金若干克及其重的$\frac{1}{3}$的铜熔合，则在 $24\times\left(1+\frac{1}{3}\right)=32$(克)中含金 18 克，故其 K 数为 $24\times\frac{18}{32}=13.5$．今以 13.5K 金与纯金(即 24K 金)混合，要求熔成 14K 金，用混合比例解法，可先求出两者之比

平均数	实际数	损或益	混合比
14K	13.5K	$+0.5$	10，20
	24K	-10	0.5，1

题目要求纯金用 8 克，设 13.5K 金应该用 x 克，于是得比例式　$20:1=x:8$，$x=160$．故 18K 金要用 $160\div\left(1+\frac{1}{3}\right)=120$(克)，铜要用

$$120\times\frac{1}{3}=40\text{(克)}.$$

2056. 有每千克价 40 元的糖果 6 千克，每千克价 24 元的糖果 7 千克，每千克价 16 元的糖果 5 千克，每千克价 14 元的糖果 8 千克，混合成每千克价 20 元的什景糖，要求混合的千克数尽可能多一些，问应该各用多少千克？



解　如果四种糖果全部用完，那么每千克的平均价是：(40×6＋24×7＋16×5＋14×8)÷(6＋7＋5＋8)≈23.1(元)．超过了什景糖规定的价格．故每千克 40 元的糖果应少用，其余三种糖果应多用．题目要求混合的千克数尽可能多一些，故将这三种糖果全部用完，可得每千克价为(24×7＋16×5＋14×8)÷(7＋5＋8)＝18 元的糖果，然后再与每千克价 40 元的糖果混合，用混合比例解法是

平　均　数	实　际　数	损　或　益	混　合　比
20 元	40 元	－20 元	2，1
	18 元	＋2 元	20，10

后三种糖果共用 7＋5＋8＝20(千克)，设每千克价 40 元的糖果用了 x 千克，于是得比例式　1∶10＝x∶20，x＝2．故每千克价 40 元的糖果要用 2 千克，每千克价 24 元、16 元、14 元的糖果分别用了 7 千克、5 千克、8 千克．

2057.《张邱建算经》中有百鸡术的题目．题意是：用 100 元买 100 只鸡，大公鸡 5 元一只，母鸡 3 元一只，小鸡 1 元三只，问各能买多少只？

解　每只鸡的平均价是 100÷100＝1(元)．

平均数	实际数	损或益	混合比
1	公 5	−4	$\frac{2}{3}$，1
	母 3	−2	$\frac{2}{3}$，1
	小 $\frac{1}{3}$	＋$\frac{2}{3}$	2，3　　4，6

因鸡的只数必须是自然数，故混合后的连比之和必须是 100 的约数．但[1＋1＋(3＋6)]≠100，必须把 1∶3 及 1∶6 各扩大若干倍，由此得本题有三组答案，解法列表如下：

公鸡	1×4		4	1×8		8	1×12		12
母鸡		1×18	18		1×11	11		1×4	4
小鸡	6×4	3×18	78	6×8	3×11	81	6×12	3×4	84

说明　按 $100-(1+6)n$ 关系式，n 从 2、4、6、…、12 一一列举(如果 n 用奇数，差不可能得 4 的倍数)．找出差等于(1＋3)的倍数再算出符合题目要求的答案：

故：(1) 公鸡买了 4 只，母鸡买了 18 只，小鸡买了 78 只；(2) 公鸡买了 8 只，母鸡买了 11 只，小鸡买了 81 只；(3) 公鸡买了 12 只，母鸡买了 4 只，小鸡买了 84 只．

2058. 三种白酒，每千克上酒价 16.8 元，中酒价 15.2 元，下酒价 14 元．现在混合成每千克价 15.8 元的酒，且上酒的用量等于中、下两种酒的用量之和．求三种酒用量的连比．

解　三种原料的混合比例解法是：

平均数	实际数	损或益	混合比			
15.8	上 16.8	−1	0.6, 3	1.8, 9	2×3+9	15, 3
	中 15.2	+0.6	1, 5		5×2	10, 2
	下 14	+1.8		1, 5	5	5, 1

按上表，3＋9(上酒)≠5＋5(中、下酒)，不符合题目要求，又(3＋9)－(5＋5)＝2，而上酒与中酒之比 3∶5 的前后项之差也等于 2，故把 3∶5 转化为(3×2)∶(5×2)＝6∶10，于是可得 6＋9＝10＋5，即上酒的用量等于中、下酒的用量之和，故三种酒的用量之连比为 3∶2∶1.

本题也可转化为两种原料的混合比例解法．题目指定上酒的用量等于中、下两种酒的用量之和，故我们只需求出中酒与下酒用量之比．因上酒每千克价比混合酒每千克价贵 16.80－15.80＝1(元)，故中酒与下酒混合后每千克之价应为 15.80－1＝14.80(元)．于是得

平均数	实际数	损或益	混合比
4.8 元	15.2 元	−0.4	0.8
	14 元	+0.8	0.4

中酒与下酒用量之比是 2∶1，故上、中、下三种白酒用量之连比是(2＋1)∶2∶1 即 3∶2∶1.

2059. 某布店向批发公司买进甲、乙、丙三种布共 32 匹，平均每匹价 900 元．已知甲种布每匹价 975 元，乙种布每匹价 375 元，丙种布每匹价 675 元．且要求乙种布的匹数尽可能少买．问甲、乙、丙三种布各买了多

少匹？

解

平均数	实际数	损或益	混合比		
900	甲 975	−75	525, 7	225, 3×6=18	7+18=25
	乙 375	+525	75, 1		1
	丙 675	+225		75, 1×6=6	6

按上表，要使乙种布尽可能少买，表中甲：乙＝7：1，1 是最小的自然数，故这个比尽可能不变，而应考虑改变甲与丙之比 3：1，使所得甲、乙、丙的连比各项之和是 32 的约数．因 32－(7＋1)＝24，而 24 刚巧是(3＋1)的 6 倍，故甲：丙的前后项都应扩大 6 倍．于是得连比 25：1：6，(25＋1＋6)＝32，符合题目要求，故甲种布买了 25 匹，乙种布买了 1 匹，丙种布买了 6 匹．

2060. 某校为奖励三好学生，买了三种奖品，每件分别为 15 元、11 元及 9 元，每件的平均价为 12.5 元，且甲种比乙种少买 3 件，求每种奖品所买的件数．

解

平均数	实际数	损或益	混合比			
12.5	甲 15	−2.5	3.5, 7	1.5, 3	7, 3×5=15	22
	乙 11	+1.5		2.5, 5	5×5=25	25
	丙 9	+3.5	2.5, 5		5	5

根据上表，混合比的前半部分，甲种买(7＋3)件，乙种买 5 件，不符合甲种比乙种少买 3 件的要求．如果将甲、丙之比 7：5 的前后两项各扩大若干倍，那么甲比乙将更多，故应使甲、丙之比不变，而使甲、乙之比的前后两项各扩大若干倍，使甲比乙少 3．因甲是 7＋3，它比乙大 7＋3－5＝5，要使甲比乙少 3，必须使乙比甲多增加 5＋3．故甲、乙之比 3：5 的前后两项应各扩大 8÷(5－3)＋1 即 5 倍．这样三种奖品所买件数的连比是 22：25：5，符合了题目的要求．故 15 元的奖品买了 22 件，11 元的奖品买了 25 件，9 元的奖品买了 5 件．

2061. 拾元票、伍元票和壹元票共 105 张，币值 580 元，且拾元票是壹元票张数的 3 倍．问三种钞票各有多少张？

解　三种钞票每张的平均值为 $580\div105=\frac{116}{21}$(元)，从下表“损或益”栏的三个数来看，要使拾元票与壹元票之比为 3：1，且混合比之和是 105 的约数，用上面各题的解法很难得到，因此，在混合比的拾元和壹元两栏中

先分别写上 3 和 1，并设伍元票在混合比中之值为 x. 又在损益栏中，三个数的分母都是 21，故可把拾元票看作损 94，伍元票看作益 11，壹元票看作益 95. 然后用方程解，得 $94\times3=11x+95\times1$，$x=17$. 故拾元、伍元、壹元钞票张数之连比是 3∶17∶1. 而 $3+17+1=21$，$21\mid105$，按比例分配，得 $105\times\frac{3}{21}=15$，$105\times\frac{17}{21}=85$，$105\times\frac{1}{21}=5$. 故拾元票有 15 张，伍元票有 85 张，壹元票有 5 张.

平均数	实际数	损或益	混合比
$\frac{116}{21}$元	10 元	$-\frac{94}{21}$元	3
	5 元	$+\frac{11}{21}$元	x
	1 元	$+\frac{95}{21}$元	1

本题因指明拾元票是壹元票张数的 3 倍，故可先按此要求将拾元票与壹元票搭配，平均每张票值 $(10\times3+1\times1)\div(3+1)=7\frac{3}{4}$(元)，然后再与伍元票混合，得

平均数	实际数	损或益	混合比
$\frac{116}{21}$元 $=5\frac{11}{21}$元	$7\frac{3}{4}$元	$-2\frac{19}{84}$元	$\frac{11}{21}$，44，4
	5 元	$+\frac{11}{21}$元	$\frac{187}{84}$，187，17

拾元与壹元张数之比的前后项的和为 $(3+1)$，与表中混合比的前项 4 相同，且 $(4+17)\mid105$，故拾元票与壹元票共有 $105\times\frac{4}{4+17}=20$(张)，其中拾元票有 $20\times\frac{3}{3+1}=15$(张)，壹元票有 $20\times\frac{1}{3+1}=5$(张)，伍元票有 $105\times\frac{17}{4+17}=85$(张).

2062. 有拾元、伍元及壹元的人民币共 62 张，币值为 415 元、且拾元币比伍元币少 7 张. 问三种人民币各有多少张？

解　把伍元币减少 7 张，则三种人民币共有 $62-7=55$(张)，而币值为 $415-5\times7=380$(元). 然后按上题解法，拾元币与伍元币的张数之比均为

1，并设壹元币在混合比中为 x. 按下表，得

$$3\frac{1}{11}\times 1=1\frac{10}{11}\times 1+5\frac{10}{11}x,\ x=\frac{1}{5}.$$

平均数	实际数	损或益	混合比
$\frac{380}{55}=6\frac{10}{11}$元	10元	$-3\frac{1}{11}$元	1
	5元	$+1\frac{10}{11}$元	1
	1元	$+5\frac{10}{11}$元	x

即拾元、伍元、壹元币张数之比为 $1:1:\frac{1}{5}=5:5:1$，$5+5+1=11$，$11|55$，$55\times\frac{5}{11}=25$，$55\times\frac{1}{11}=5$.

故拾元币有 25 张，伍元币有 $25+7=32$(张)，壹元币有 5 张.

在原题转化为“有拾元、伍元、壹元人民币共 55 张，币值为 380 元，且拾元币张数与伍元币张数相等”以后，先将拾元币与伍元币混合，平均每张币值为$\frac{10+5}{2}$元，再与壹元币混合，于是，得

平均数	实际数	损或益	混合比
$6\frac{10}{11}$元	7.5元	$-\frac{13}{22}$元	$5\frac{10}{11}$，10
	1元	$+5\frac{10}{11}$元	$\frac{13}{22}$，1

故壹元币有 $55\times\frac{1}{10+1}=5$(张)；拾元币和伍元币共有 $55\times\frac{10}{10+1}=50$(张)，拾元币有 $50\div 2=25$(张)，伍元币有 $25+7=32$(张).

2063. 有四种酱油每千克价分别为 3.8 元，4 元、4.8 元及 5.6 元. 把它们取整千克数混合成每千克价为 4.4 元的酱油，问怎样混合才能得到总千克数最少的酱油？

解　四种原料混合时，可能出现一损三益、二损二益及三损一益三种情况，按损与益搭配原则，本题为二损二益，根据题目指定总千克数要最少的要求，益 0.4 元应与损 0.4 元搭配，益 0.6 元应与损 1.2 元搭配，这样，分别可得比 1∶1 及 1∶2.

平均数	实际数	损或益	混合比
4.4	3.8	+0.6	1.2,2
	4	+0.4	0.4,1
	4.8	−0.4	0.4,1
	5.6	−1.2	0.6,1

也就是总共只用酱油 5 千克. 如果将益 0.6 元与损 0.4 元搭配,益 0.4 元与损 1.2 元搭配,将分别得比 2∶3 及 3∶1,结果至少需用酱油 9 千克,不符合题目的要求. 故每千克价 3.8 元的酱油需用 2 千克,其他三种酱油各用 1 千克,才能得到总千克数最少的混合酱油.

2064. 有银与铜的合金三块,两者之比第一块是 7∶1,第二块是 7∶2,第三块是 11∶1. 现将三块合金等量熔解并加铜若干,造成银与铜之比是 19∶5 的合金,问该加铜多少?

解　合金中含银的分率第一块是$\frac{7}{7+1}$,第二块是$\frac{7}{7+2}$,第三块是$\frac{11}{11+1}$,新的合金是$\frac{19}{19+5}$. 四种合金含银的连比是$\frac{7}{8}:\frac{7}{9}:\frac{11}{12}:\frac{19}{24}$,化简后得 63∶56∶66∶57(见下页表). 由此可得

平均数	实际数	损或益	混合比
57	(1) 63	−6	1
	(2) 56	+1	1
	(3) 66	−9	1
	铜 0	+57	x

原来三块合金的用量相等,都用"1"表示,设铜的用量为 x,于是,得

$$6\times1+9\times1=1\times1+57x,x=\frac{14}{57}.$$

故铜的用量等于其他任何一种合金用量的$\frac{14}{57}$.

本题用两种原料的混合比例解法如下:

因原来三块合金等量熔解,故熔解后应含银$\left(\frac{7}{7+1}+\frac{7}{7+2}+\frac{11}{11+1}\right)\div3=\frac{185}{216}$. 加铜后要使新的合金中含银$\frac{19}{19+5}$,于是,得

平均数	实际数	损或益	混合比
$\frac{19}{24}$	$\frac{185}{216}$	$-\frac{7}{108}$	$\frac{19}{24}$,171
	0	$+\frac{19}{24}$	$\frac{7}{108}$,14

由于原来三种合金的用量相等，每种用 171÷3=57，**因此，铜的用量与三种合金中任何一种用量之比为** 14∶57，**也就是铜的用量等于三种合金中任何一种用量的**$\frac{14}{57}$.

2065. **某小学买进新出版的连环画四种，单价分别为** 2.70 **元、**2.10 **元、**1.80 **元及** 1.50 **元．四种共买了** 16 **册，付人民币** 36 **元．问每种连环画买了多少册？**

解　连环画每册的平均价是 36÷16=2.25(**元**).

根据损益情况，损 0.45 **元应分别与益** 0.15 **元、**0.45 **元、**0.75 **元搭配．因所得的连比之和是**(1+1+5)+3+1+3=14，**但** 14 **与** 16 **相差** 2，**故将** 2.70**元与** 1.80 **元两种册数之比** 1∶1 **转化为** 2∶2，**于是得** 8∶3∶2∶3，**各项之和为** 16，**符合题目要求．故单价为** 2.70 **元的买了** 8 **册，**2.10 **元及** 1.50 **元的各买了** 3 **册，**1.80 **元的买了** 2 **册．**

平均数	实际数	损或益	混合比			
2.25	2.7	−0.45	0.15, 1	0.45, 1	0.75, 5	1+1×2+5	8
	2.1	+0.15	0.45, 3			3	3
	1.8	+0.45		0.45, 1		1×2	2
	1.5	+0.75			0.45, 3	3	3

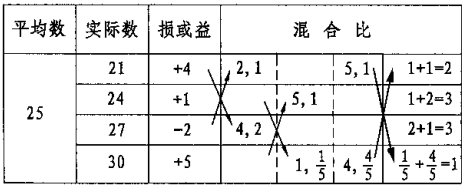
2066. **班主任买来四种规格的练习簿，总数略少于** 50 **本．单价分别为** 1 **元** 5 **角、**1 **元** 2 **角、**1 **元及** 7 **角．每本的平均价为** 9 **角．其中** 1 **元** 5 **角的买了** 8 **本，**1 **元** 2 **角的比** 1 **元的少买** 6 **本，其余都是** 7 **角的．求每本价** 1 **元** 2 **角的、**1 **元的及** 7 **角的练习簿各买了多少本？**

解　因总本数为未知数，故不能扣除 1 **元** 5 **角的练习簿后求其余三种每本的平均价．**

平均数	实际数	损或益	混合比			
9	15	−6	2×4=8			8
	12	−3		2		2
	10	−1			2×4=8	8
	7	+2	6×4=24	3	1×4=4	24+3+4=31

按上表，因 1 元 5 角的练习簿指定要买 8 本，故把 1 元 5 角的与 7 角的练习簿本数之比 2∶6 不仅不化简，而且前后项都扩大 4 倍，得 8∶24；又因 1 元 2 角的练习簿比 1 元的练习簿少买 6 本，但在所组成的两个比中，这两项都等于 2，故应把 1 元的与 7 角的练习簿本数之比 2∶1 的前后项都扩大 4 倍，得 8∶4，于是得连比 8∶2∶8∶31，各项之和为 49，略小于 50，符合题目要求．故 1 元 5 角的及 1 元的练习簿各买了 8 本，1 元 2 角的练习簿买了 2 本，7 角的练习簿买了 31 本．

2067. 有四种酒，每瓶价分别为 21 元，24 元，27 元及 30 元．某人四种酒都买，总数不满 10 瓶．每瓶平均价是 25 元．且 24 元的与 27 元的所买瓶数相等．21 元或 30 元的所买瓶数都少于 24 元的．问他各买了多少瓶？



解　按上表，根据题目要求，既要使每瓶价 24 元与 27 元的酒的瓶数相等，又要使 21 元的或 30 元的酒的瓶数少于 24 元的，且总数不满 10 瓶，如果不很好考虑损与益的搭配方法，很难得出符合题目要求的答案．如果按上表中 21 元的与 27 元的搭配和 24 元的与 30 元的搭配，得连比 1∶1∶2∶$\frac{1}{5}$，为了解决 24 元的要和 27 元的瓶数相等及$\frac{1}{5}$转化为整数，因此，再以 24 元的与 27 元的两种酒搭配，使这两种酒的用量之比为 3∶3，并以 21 元的与 30 元的两种酒搭配，使这两种酒的用量之比为 1∶$\frac{4}{5}$．于是可得每瓶价 30 元的酒的用量为 1，四种酒的用量的连比是 2∶3∶3∶1，故他买了 21 元的酒 2 瓶，24 元和 27 元的酒各 3 瓶，30 元的酒 1 瓶．

2068. 甲从某地按规定路线出发．每天步行 26 千米．经若干天后，乙也从某地出发按甲的路线追去，最初每天步行 40 千米，以后因疲劳先改为每天步行 34 千米，后改为每天步行 30 千米，直到追及甲为止．问两人步行天数之间的关系如何？

解　在甲步行的这些天里，对乙来说，可分成 4 段，即每天步行 0 千米（尚未出发），40 千米、34 千米和 30 千米．这四段的平均速度，相当于甲每天的速度 26 千米．由此可求出 4 段天数之间的关系．

平均数	实际数	损或益	混合比			
26	0	+26	14,7	8,4	4,2	7+4+2=13,1
	40	−14	26,13			13,1
	34	−8		26,13		13,1
	30	−4			26,13	13,1

即乙在这四段中所用的天数相同，也就是每段所用的天数等于甲所用天数的$\frac{1}{4}$. 最简单的情况是甲步行了 4 天，乙比甲迟出发一天，乙出发后的第一天走了 40 千米，第二天走了 34 千米，第三天走了 30 千米，乙就追上了甲.

五、简单几何形体知识

1. 矩形、正方形

2069. 有一矩形地面，长 5 米，宽 3 米. 求其面积.

解　矩形面积 $S=ab=5\times3=15$. 故这一矩形地面的面积为 15 米^2.

2070. 有矩形纸两张，面积相等. 其中一张长 28 厘米，宽 15 厘米；另一张长 35 厘米，求其宽度.

解　一张矩形纸的面积为 $28\times15=420$(厘米^2). 与另一张矩形纸面积相等，故另一张矩形纸的宽为 $420\div35=12$，即 12 厘米.

2071. 有一边长为 45 厘米的正方形，求其面积.

解　正方形面积 $S=a^2=45^2=2025$，故正方形的面积为 2025 厘米^2.

2072. 已知长方形周长为 68 厘米，宽比长短 8 厘米，求其面积.

解　长方形长与宽的和为 $68\div2=34$(厘米)，差为 8 厘米，按和差问题解法得长为$(34+8)\div2=21$(厘米)，宽为$(34-8)\div2=13$(厘米). 长方形面积为 $21\times13=273$(厘米^2)，即 273 厘米^2.

2073. 有正方形，若把它的边长扩大 2 倍，则面积是原来的几倍？

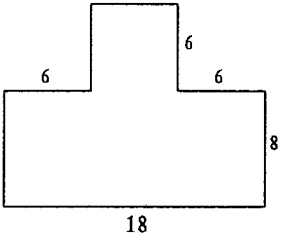
解　设原正方形的边长为 a，则 2 倍后的边长为 $2a$. 边长 2 倍后的面积与原正方形面积的比为$(2a)^2:a^2=4a^2:a^2=4:1$. 故正方形边长扩大 2 倍后的面积为原面积之 4 倍.

2074. 一张长方形纸和一张正方形纸，其周长相等. 已知长方形纸的长是 3.4 分米，宽是 2.8 分米. 问正方形纸的边长是多少分米？它们的面积各是多少？

解　一张长方形纸的周长为$(3.4+2.8)\times2=12.4$(分米)，与另一张正

方形纸的周长相等，故正方形纸的边长为 12.4÷4=3.1(分米)．因此，长方形面积为 3.4×2.8=9.52(分米^2)；正方形面积为 3.1^2=9.61(分米^2)．

2075．计算下图所示的周长与面积．(单位：厘米)



解　上图周长为(18+8)×2+6×2=64(厘米)；面积为正方形面积与长方形面积的和，即 6^2+18×8=180(厘米^2)．

2076．正方形的对角线长为 86 米，求其面积．

解　由勾股定理可知，在直角三角形中，两条直角边的平方和，等于斜边的平方．也就是说，以两条直角边为边长的两个正方形面积的和等于以斜边为边长的正方形面积．由此得以对角线为边长的正方形，其面积为原正方形面积的 2 倍．故所求正方形面积为 86^2÷2=3698，即 3698 米^2．

2077．有一矩形，若其宽减少 2 米，或其长减少 3 米，则其面积均减少 24 米^2．求其面积．

解 1　因其宽减少 2 米，则面积减少 24 平方米，故知其长为 24÷2=12(米)；又因其长减少 3 米，则面积减少 24 米^2，故知其宽为 24÷3=8(米)；所求的矩形面积为 12×8=96，即 96 米^2；

解 2　设矩形的长为 x 米，宽为 y 米．依题意，得

$$\begin{cases} xy-(x-3)y=24, \\ xy-(y-2)x=24. \end{cases}$$

$xy-xy+3y=24$，$3y=24$，$y=8$；

$xy-xy+2x=24$，$2x=24$，$x=12$．

故矩形面积为 12×8=96，即 96 米^2．

2078．一矩形长 8.4 厘米，宽 4.5 厘米，若使其长度减少$\frac{1}{7}$，宽度增加$\frac{2}{9}$，则面积增加多少？

解　矩形原面积为 8.4×4.5=37.8(厘米^2)；长度减少$\frac{1}{7}$后其长为 8.4×$\left(1-\frac{1}{7}\right)$=7.2(厘米)，宽度增加$\frac{2}{9}$后其宽为 4.5×$\left(1+\frac{2}{9}\right)$=5.5(厘

米)，则其面积为 7.2×5.5=39.6(厘米²)．39.6−37.8=1.8．故其面积增加 1.8 厘米²．

2079．有一矩形棉田，长是宽的 $1\frac{3}{4}$ 倍，长比宽多 54 米．平均每公顷植棉 54000 株，预计每株收皮棉 0.02 千克，求皮棉总产量．(精确到千克)

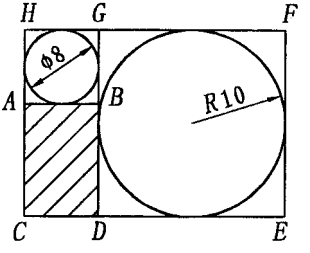
解　按差倍问题得矩形的宽为 $54\div\left(1\frac{3}{4}-1\right)=72$(米)，长为 $72\times1\frac{3}{4}=126$(米)，则其面积为 126×72=9072(米²)．0.0001×9072=0.9072，即棉田面积为 0.9072 公顷．

0.02×54000×0.9072=979.776，故皮棉总产量约为 980 千克．

2080．有一温室，长 9 米，宽 2.5 米．种西红柿行距 45 厘米，株距 25 厘米，估计每株产西红柿 1.75 千克，求这温室可收西红柿多少千克？

解　9 米=900 厘米，2.5 米=250 厘米．温室面积为 900×250=225000(厘米²)，每株西红柿占地面积为 45×25=1125(厘米²)，该温室可植西红柿 225000÷1125=200(株)．1.75×200=350，故可收西红柿 350 千克．

2081．如图，矩形中大圆半径为 10 厘米，小圆直径为 8 厘米，求阴影部分面积．



解 1　根据题意，阴影部分为矩形 $ABCD$，其面积等于矩形 $CEFH$ 减去正方形 $DEFG$ 与正方形 $ABGH$ 面积之和所得的差．而矩形 $CEFH$ 的长为两圆直径之和，即 10×2+8=28(厘米)，宽为大圆直径，即 10×2=20(厘米)，面积为 28×20=560(厘米²)；正方形 $DEFG$ 的边长等于大圆直径，面积为 $20^2=400$(厘米²)；正方形 $ABGH$ 的边长等于小圆直径，面积为 $8^2=64$(厘米²)．故矩形 $ABCD$ 的面积等于 560−(400+64)=96(厘米²)，即阴影部分面积为 96 厘米²．

解 2　根据题意，阴影部分为矩形 $ABCD$，CD 等于小圆直径的长度，即 8 厘米；AC 等于大圆直径减小圆直径的长度，即 10×2−8=12(厘米)，故阴影部分的面积为 8×12=96，即 96 厘米²．

2082．有长 25 米、宽 16 米的果园，其外周环以 2 米之沟，求沟的面积．

解　果园面积为 25×16=400(米²)，果园与沟相合，则仍成一矩形，而长与宽各增加 2×2=4(米)，其面积为(25+4)×(16+4)=580(米²)．故所求沟的面积为 580−400=180，即 180 米²．

2083．有一正方形基地，四周围以木栅，若每 6 米立一桩，则需用若干

桩;若每 5 米立一桩,则需用的桩数要比原来多 20. 求此基地的面积.

解 1 因总桩数增加 20,故每边的桩数增加 $20\div4=5$. 今设以原来的桩数,每隔 5 米立一桩,则每边应有 $5\times5=25$(米)的余地,所以原来的桩数为 $25\div(6-5)=25$,从而得每边的长为 $6\times25=150$(米),故所求的基地面积为 $150^2=22500$,即 22500 米^2;

解 2 设每 6 米立一桩,需用 x 桩,则若每 5 米立一桩,需用$(x+20)$桩. 依题意,得 $6x=5(x+20)$,

解方程,得 $x=100$,即若每 6 米立一桩,需立 100 桩,则正方形周长为 $6\times100=600$(米),边长为 $600\div4=150$(米). 故所求基地面积为

$$150^2=22500(\text{米}^2).$$

2084. 一室的长与宽相等,以每边 12 厘米的正方形塑料板铺地,需用若干块;若以每边 9 厘米的正方形塑料板铺地,则块数较前多 1750. 问此室的面积是多少平方米?

解 1 按题意,每边 12 厘米的塑料板一块所铺的面积,如果改用每边 9 厘米的塑料板来代替,则需 $12^2\div9^2=1\frac{7}{9}$(块),即增加$\frac{7}{9}$块. 今增加 1750 块,可知需用每边 12 厘米的塑料板 $1750\div\frac{7}{9}=2250$(块). 故此室的面积为 $12^2\times2250=324000$(厘米^2). 即 32.4 米^2;

解 2 设用每边 12 厘米的正方形塑料板铺地需用 x 块. 则用每边 9 厘米的正方形塑料板铺地需$(x+1750)$块,依题意,得

$$12^2x=9^2(x+1750).$$

解方程,得 $x=2250$. 即用每边 12 厘米的正方形塑料板铺地需用 2250 块. 故此室的面积为 $12^2\times2250=324000$(厘米^2),即 32.4 米^2.

2085. 有一正方形地,其面积等于长 54 米、宽 24 米的矩形面积. 求此正方形的边长是多少?

解 矩形面积为 $54\times24=1296$(米^2),此面积与正方形面积相等. 故所求正方形的边长为 $\sqrt{1296}=36$,即每边长 36 米.

2086. 正方形花园的四周,环以宽 5 米之小河. 小河的面积为 300 米^2,问花园的边长为几米?

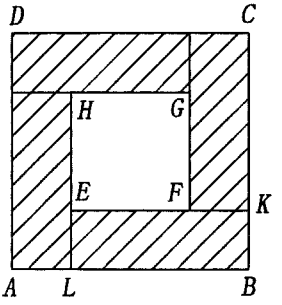
解 1 设花园为正方形 $EFGH$,正方形 $ABCD$ 与 $EFGH$ 之间的面积(阴影部分)为池,则小河面积为矩形 $EKBL$ 面积的 4 倍,而小河的面积为 300 米^2,则矩形 $EKBL$ 的面积为 $300\div4=75$(米^2). 又小河的宽 EL 为 5 米,则其长 EK 为 $75\div5=15$(米),故花园的边长为 $15-5=10$,即 10 米;

解 2 设花园边长为 x 米. 依题意得

$$(x+10)^2-x^2=300.$$

解方程，得 $x=10$，**故花园边长为** 10 **米**.

2087. **有甲、乙两正方形，面积共** 1440 **米**^{2}. **而甲的边长等于乙周长的四分之三，问两正方形的边长各为几米？**



解 1 设乙的边长为 1，则其周长为 $1\times4=4$，因而甲的边长为 $4\times\frac{3}{4}=3$. 故甲的边长相当于乙的边长的 3 倍，甲的面积与乙的面积之比为 $3^2:1^2=9:1$，从而可知乙的面积为 $1440\times\frac{1}{9+1}=144$(**米**^{2})，故乙的边长为 $\sqrt{144}=12$，即 12 **米**；甲的边长为 $12\times3=36$，即 36 **米**；

解 2 设乙的边长为 x **米**，则乙的周长为 $4x$ **米**，甲的边长为 $\frac{3}{4}\times4x=3x$ **米**. 依题意，得

$$x^2+(3x)^2=1440.$$

解方程，得 $x=12$，$3x=3\times12=36$.

故乙的边长为 12 **米，甲的边长为** 36 **米**.

2088. **有一矩形地面，其面积为** 546 **米**^{2}，**长比宽长** 5 **米，问其长、宽各几米？**

解 1 546 **为矩形长与宽的乘积，故将** 546 **分解为两因数之积，令其差为** 5，**即为所求之两数**. **而** $546=2\times3\times7\times13=(3\times7)\times(2\times13)=21\times26$，**且** $26-21=5$，

故矩形的长为 26 **米，宽为** 21 **米**；

解 2 设矩形的宽为 x **米**，则长为$(x+5)$**米**. 依题意，得

$$x(x+5)=546.$$

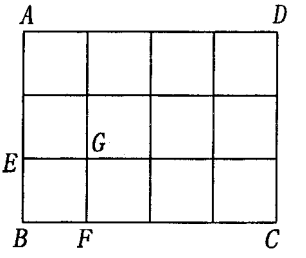
解方程，得 $x=21$，$x+5=26$.

故矩形的长为 26 **米，宽为** 21 **米**.

2089. **有一矩形，其面积为** 2700 **米**^{2}，**宽与长的比为** 3∶4. **问其长宽各几米？**

解 1 设 $ABCD$ **为矩形，**AB **为其宽，**BC **为其长，则** $AB:BC=3:4$，**将** AB **三等分，**BC **四等分，过各分点引直线平行于边，则** $BE=BF$，**把原矩形分成** $3\times4=12$(**个**)**正方形，各等于正方形** $EBFG$. **而正方形** $EBFG$ **的面积为** $2700\div12=225$(**米**^{2})，**从而知** BE **的长为** $\sqrt{225}$，**即** 15 **米，故所求矩形的**

长为 $15\times4=60$，即 60 米；矩形的宽为 $15\times3=45$，即 45 米；



解 2 设矩形长为 x 米，则宽为 $\frac{3}{4}x$ 米，依题意，得

$$x\times\frac{3}{4}x=2700.$$

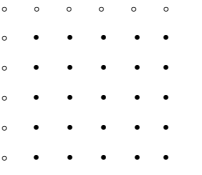
解方程，得 $x=60$，$\frac{3}{4}x=\frac{3}{4}\times60=45$.

故矩形长为 60 米，宽为 45 米.

2090. 以棋子排成正方形，其外围为 84 颗. 问共有棋子多少颗？

解 正方形一边的棋子数为 $84\div4+1=22$，故棋子总数为 $22^2=484$，即有棋子 484 颗.

2091. 以棋子若干颗排成正方形，余 12 颗；横直各添一颗而排成正方形，则不足 17 颗. 求棋子数.



解 1 设图中的 · 表示已排成正方形的棋子，要使横直各添一颗而成正方形时，所添的棋子，必须按图中的 ◦ 来排列. 根据题意，若增加 $12+17=29$(颗)，则横直可各添一颗而成正方形. 此时正方形一边的颗数为 $(29+1)\div2=15$，总数为 $15^2=225$(颗)，故所求的棋子数为 $225-17=208$，即 208 颗；

解 2 设原来排成的正方形每边 x 颗，则后排成的正方形每边 $(x+1)$ 颗，依题意，得

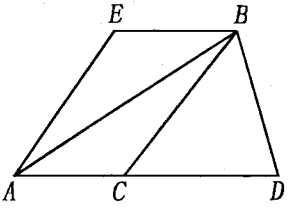
$$x^2+12=(x+1)^2-17.$$

解方程，得 $x=14$.

故知原来排成的正方形每边 14 颗，棋子总数为 $14^2+12=208$(颗).

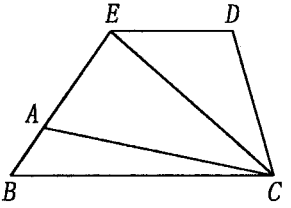
2. 三角形

2092. 指出图中所有以 AB 为边的三角形.



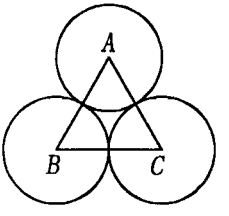
解 以 AB 为边的三角形有 $\triangle ABE$，$\triangle ACB$，$\triangle ADB$.

2093. 写出图中所有包含 $\angle B$ 的三角形.



解 图中含有 $\angle B$ 的三角形有 $\triangle ABC$，$\triangle EBC$.

2094. 如图，三个圆的半径相等，连结圆心所组成的三角形，是怎样的三角形？



解 三角形每条边的长都等于圆的半径长度的 2 倍. 由于圆的半径相等，则三角形的边长亦相等. 故 $\triangle ABC$ 为等边三角形，即正三角形.

2095. 有周长为 28 厘米之三角形，其三边的比为 $2:2:3$，求三边的长. 又这是怎样的三角形？

解 1 按比例分配得三角形两边的长均为 $28\times\frac{2}{2+2+3}=8$(厘米). 另一边的长为 $28\times\frac{3}{2+2+3}=12$(厘米). 故三角形三边的长分别为 8 厘米、8 厘米、12 厘米. 是等腰三角形；

解 2 设比的每份为 x，依题意，得

$$2x+2x+3x=28.$$

解方程，得 $x=4$. $2x=2\times4=8$；$3x=3\times4=12$.

所以三角形三边的长分别为 8 厘米、8 厘米、12 厘米. 为等腰三角形.

2096. 在三角形 ABC 中，已知 $\angle A$ 是 $\angle C$ 的 3 倍，$\angle B$ 是 $\angle C$ 的 2 倍，求 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的度数.

解 1 设 $\angle C$ 的度数为 1，则 $\angle A$ 的度数为 3，$\angle B$ 的度数为 2，由三角形内角和等于 180°，得 $\angle C=180\div(1+3+2)=30$，$\angle A=30\times3=90$，$\angle B=30\times2=60$，故 $\angle A=90^\circ$，$\angle B=60^\circ$，$\angle C=30^\circ$；

解 2 设 $\angle C$ 为 x 度，则 $\angle A$ 为 $3x$ 度，$\angle B$ 为 $2x$ 度. 按题意，得

$$x+3x+2x=180.$$

解方程，得 $x=30$，$3x=30\times3=90$，$2x=30\times2=60$.

故 $\angle A=90^\circ$，$\angle B=60^\circ$，$\angle C=30^\circ$.

2097. 在三角形 ABC 中，已知 $\angle A=65°$，$\angle B$ 与 $\angle C$ 度数的比为 $3:2$. 求 $\angle B$、$\angle C$ 的度数.

解 1 在三角形 ABC 中，$\angle B$ 与 $\angle C$ 度数的和为 $180-65=115°$，按度数的比 $3:2$ 分配，得 $\angle B=115\times\frac{3}{2+3}=69°$，$\angle C=115\times\frac{2}{2+3}=46°$；

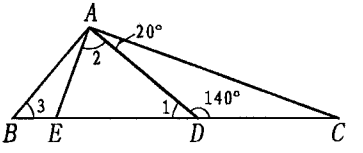
解 2 设 $\angle B$ 为 x 度，则 $\angle C$ 为 $\frac{2}{3}x$ 度. 依题意，得

$$65+x+\frac{2}{3}x=180.$$

解方程，得 $x=69$，$\frac{2}{3}x=\frac{2}{3}\times69=46$.

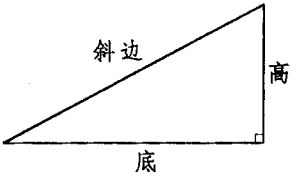
故 $\angle B$ 为 $69°$，$\angle C$ 为 $46°$.

2098. 如图，$\angle BAD$ 与 $\angle CAE$ 为直角，求 $\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$ 的度数.



解 因 $\angle 1$ 与 $140°$ 角互为补角，得 $\angle 1=180°-140°=40°$. 又因 $\angle 2$ 与 $20°$ 角互为余角，得 $\angle 2=90°-20°=70°$. 又在 $\triangle ABD$ 中，$\angle BAD$ 为直角，则 $\angle 1+\angle 3=90°$，得 $\angle 3=90°-40°=50°$. 故图中 $\angle 1=40°$，$\angle 2=70°$，$\angle 3=50°$.

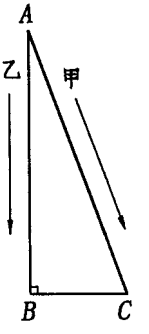
2099. 直角三角形的斜边为 51 米，高为 24 米，问底为几米？



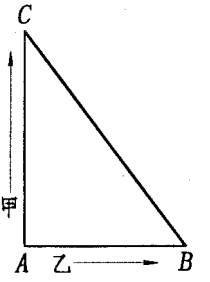
解 根据勾股定理，在直角三角形中，两条直角边的平方和，等于斜边的平方. 故 24^2+底$^2=51^2$，得底$^2=51^2-24^2$，底$=\sqrt{51^2-24^2}=45$，即底为 45 米.

2100. 有两旅客，从同地出发，当甲依某方向前进 149 千米，乙向正南前进 140 千米时，乙见甲于正东，求此时甲、乙两人的距离.

解 根据题意，设出发地为 A，乙向正南行 140 千米至 B，甲依某方向行 149 千米至 C，此时乙见甲于正东，故 $BC\perp AB$，$\triangle ABC$ 为直角三角形，则所求 BC 的长为 $\sqrt{149^2-140^2}=51$，即甲、乙两人相距 51 千米.



2101. 甲、乙两船，由同港同时出发，甲向正北，乙向正东，今甲船每日行 80 千米，5 日而停泊；乙船每日行 50 千米，6 日而停泊．问两船相距多少千米？



解　根据题意，设 A 点为港，甲船所行路程 $AC=80\times5=400$ 千米，乙船所行路程 $AB=50\times6=300$（千米）．因 $AB\perp AC$，故 $\triangle ABC$ 为直角三角形，根据勾股定理，斜边 $BC=\sqrt{400^2+300^2}=500$，即甲、乙两船的距离为 500 千米．

2102. 求底边长 12 米，高 8 米的三角形面积．

解　三角形面积 $S=\frac{1}{2}ah=\frac{1}{2}\times12\times8=48$，即 48 米^2．

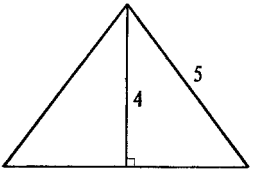
2103. 已知直角三角形面积为 55 厘米^2，其一条直角边长为 10 厘米，求另一条直角边长．

解 1　直角三角形面积等于两条直角边长的乘积除以 2，故所求另一条直角边长等于三角形面积的 2 倍除以已知直角边的长度，得 $55\times2\div10=11$，即 11 厘米；

解 2　设另一条直角边长为 x 米．依题意，得　$\frac{1}{2}\times10\times x=55$.

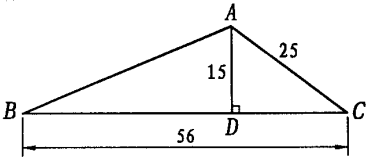
解方程，得　$x=11$. 故另一条直角边长为 11 厘米．

2104. 已知等腰三角形的周长为 16 厘米，腰长 5 厘米，底边上的高是 4 厘米，求三角形面积．



解　根据题意，三角形的底边长为 $16-5\times2=6$（厘米），底边上的高为 4 厘米，则三角形面积 $=6\times4\div2=12$，即 12 厘米^2．

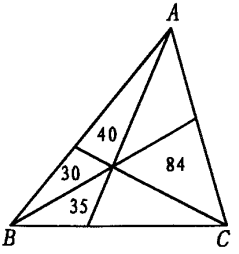
2105. 三角形的底边长为 56 厘米，高为 15 厘米，又一边为 25 厘米，问另一边长几厘米？

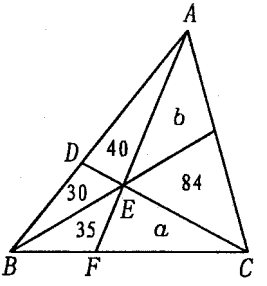


解　根据题意，在三角形 ABC 中，$BC=56$ 厘米，$AC=25$ 厘米，$AD=15$ 厘米，则 $DC=\sqrt{AC^2-AD^2}=\sqrt{25^2-15^2}=20$（厘米），而 $BD=BC-DC$

$=56-20=36$(厘米),故 $AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{15^2+36^2}=39$(厘米),即所求的另一边长为 39 厘米.

2106. 下图的三角形分成 6 个小三角形,其中四个的面积如图所示,求 $\triangle ABC$ 的面积.





解 ∵ $S_{\triangle ADE}=40, S_{\triangle BDE}=30$,

∴ $4BD=3AD$.

∴ $3S_{\triangle ACD}=4S_{\triangle BCD}$.

设两块空白三角形的面积分别为 a 和 b,则

$$3(40+84+b)=4(30+35+a).$$

整理,得

$$4a-3b=112. \quad ①$$

∵ $S_{\triangle ABE}=70, S_{\triangle BEF}=35$, ∴ $2EF=AE$.

∴ $2S_{\triangle CEF}=S_{\triangle ACE}$,则

$$2a=b+84. \quad ②$$

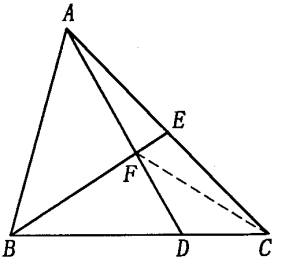
解①,②组成的方程组,得

$$a=70,\ b=56.$$

所以 $\triangle ABC$ 的面积为

$$40+30+35+84+70+56=315.$$

2107. 如图,$\triangle ABC$ 中,$BD=2CD$,$AE=EC$,AD 与 BE 交于 F,如果 $\triangle AEF$ 的面积为 9 厘米^2,求 $\triangle ABC$ 的面积.



解 连结 CF.

∵ $AE=EC$,

∴ $S_{\triangle CEF}=S_{\triangle AEF}=9$ 厘米^2. ①

$S_{\triangle ABE}=S_{\triangle BCE}$. ②

②－①，得　$S_{\triangle ABF}=S_{\triangle BCF}$.

设 $S_{\triangle CDF}=a$. ∵　$BD=2CD$,

∴　$S_{\triangle BDF}=2S_{\triangle CDF}=2a$.

∴　$S_{\triangle ABF}=S_{\triangle BCF}=S_{\triangle CDF}+S_{\triangle BDF}=3a$.

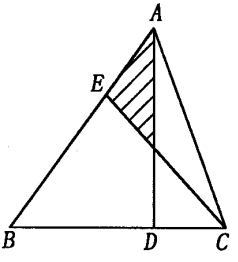
∵　$BD=2CD$, ∴　$S_{\triangle ABD}=2S_{\triangle ACD}$.

∴　$3a+2a=2(9+9+a)$

解方程，得　$a=12$.

∴　$S_{\triangle ABC}=6a+18=6\times12+18=90$(厘米^2).

2108. $\triangle ABC$ 中，$AB=3AE$, $BD=3CD$，$\triangle ABC$ 的面积是 132 厘米^2，那么阴影部分的面积是多少厘米^2？



解　AD 与 CE 交于点 O. 连结 BO.

设 $S_{\triangle AOE}=a$. ∵　$BE=2AE$,

∴　$S_{\triangle BOE}=2a$.

又设 $S_{\triangle COD}=b$. ∵　$BD=3CD$,

∴　$S_{\triangle BOD}=3b$.

∵　$BE=2AE$,

∴　$S_{\triangle BCE}=2S_{\triangle ACE}$.

即 $2a+4b=2(a+S_{\triangle AOC})$.

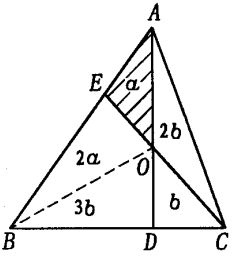
∴　$S_{\triangle AOC}=2b$.

∵　$S_{\triangle ACD}=S_{\triangle ABC}\div4=33$,

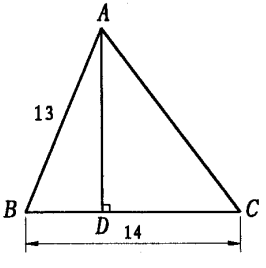
∴　$3b=33$, $b=11$.

∵　$S_{\triangle ACE}=S_{\triangle ABC}\div3=44$,

∴　$a+2b=44$. ∴　$a=22$.



所以，图中阴影部分的面积为 22 厘米^2.



2109. 有三角形，设其两边各长 13 厘米、14 厘米，其面积为 84 厘米^2，问其第三边长几厘米？

解　作三角形 ABC，令 $AB=13$ 厘米，$BC=14$ 厘米，则面积为 $AD\times BC\times\frac{1}{2}$，所以

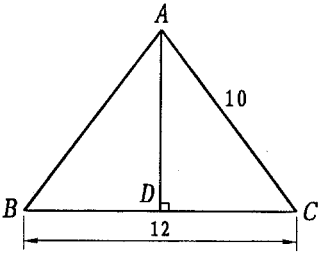
$$AD=\frac{84\times2}{14}=12\text{(厘米)},$$

$$BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=\sqrt{13^2-12^2}=5\text{(厘米)},$$

$DC=14-5=9$(厘米),

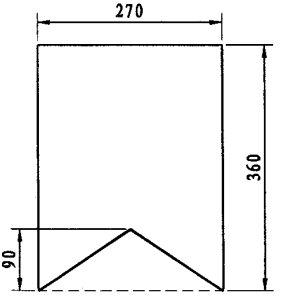
故 $AC=\sqrt{DC^2+AD^2}=\sqrt{9^2+12^2}=15$(厘米),即第三边长为 15 厘米.

2110. 有等腰三角形的地面,其腰长为 10 米,底边长为 12 米,求其面积.



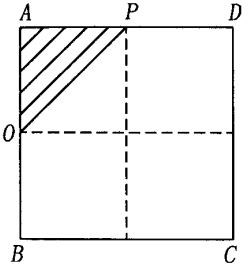
解 作等腰三角形 ABC,设 AD 为高,则 $CD=12\div2=6$(米),$AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$(米),故所求三角形的面积为 $12\times8\times\frac{1}{2}=48$,即 48 米^2.

2111. 计算右图的面积.(单位:毫米)



解 如图,所求面积为长方形面积减去三角形面积所得的差. 即 $S=ab-\frac{1}{2}ah=270\times360-\frac{1}{2}\times270\times90=85050$(毫米^2),故所求面积为 850.5 厘米^2.

2112. 如图,$ABCD$ 为一正方形,P、O 为 AD、AB 的中点. 求阴影部分面积占整个图形面积的几分之几?

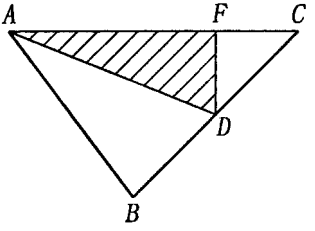


解 1 设正方形 $ABCD$ 的边长为 a,则面积为 a^2,$\triangle AOP$ 的面积为 $\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}a\right)^2=\frac{1}{8}a^2$,故阴影部分面积占整个图形面积的八分之一;

解 2 由 O 点作辅助线垂直 CD,P 点作辅助线垂直 BC,则把正方形 $ABCD$ 平分为四个相等的小正方形. 而三角形 AOP 的面积等于小正方形面积的一半,故知阴影部分面积占整个图形面

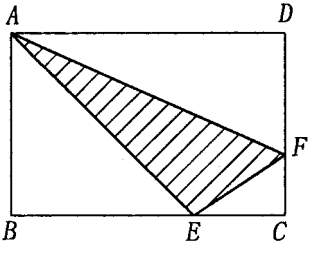
积的$\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$.

2113. 已知$\triangle ABC$面积为56厘米^2，$S_{\triangle ADC}=S_{\triangle ABD}$，$AC=14$厘米，且$DF\perp AC$，$DF=FC$，求$\triangle ADF$的面积.



解　$\triangle ADC$的面积等于$\triangle ABC$面积的一半，即$56\times\frac{1}{2}=28$(厘米^2)，因$S_{\triangle ADC}=\frac{1}{2}AC\times DF$，而$AC=14$厘米，故$DF=\frac{28\times2}{14}=4$(厘米)；又因为$DF=FC$，故$FC=4$厘米，$AF=14-4=10$(厘米). 所以$S_{\triangle ADF}=10\times4\times\frac{1}{2}=20$，或$S_{\triangle ADF}=28-\frac{1}{2}\times4\times4=20$，即20厘米^2.

2114. 如图，已知：在矩形$ABCD$中，$AD=9$厘米，$AB=6$厘米，且$\triangle ABE$与四边形$AECF$、$\triangle AFD$的面积分别相等. 求$\triangle AEF$的面积.



解　因$\triangle ABE$的面积与四边形$AECF$、$\triangle AFD$的面积分别相等，各等于矩形$ABCD$面积的三分之一，即$9\times6\times\frac{1}{3}=18$(厘米^2)，故$BE=\frac{18\times2}{6}=6$(厘米)，$DF=\frac{18\times2}{9}=4$(厘米)，由此得$FC=6-4=2$(厘米)，$EC=9-6=3$(厘米). ∴　$S_{\triangle CEF}=\frac{1}{2}\times3\times2=3$(厘米^2)，故$S_{\triangle AEF}=18-3=15$，即15厘米^2.

2115. 有三角形土地一块，底边长100米，高是底的60%. 其中$\frac{2}{3}$种水稻，平均每公顷产稻谷6750千克；余下的种其他粮食作物，平均每公顷产粮食4500千克. 求这块土地的粮食平均每公顷产量.

解 三角形土地的高为 $100\times60\%=60$(米),则土地面积为 $100\times60\times\frac{1}{2}=3000$(米^2),合 0.3 公顷. 产稻谷 $6750\times\left(0.3\times\frac{2}{3}\right)=1350$(千克);产其他粮食 $4500\times\left(0.3\times\frac{1}{3}\right)=450$(千克). 故这块土地粮食平均每公顷产量为

$(1350+450)\div0.3=6000$,即 6000 千克.

3. 四边形

2116. 设平行四边形的底为 15 米,高为 12 米,试求其面积.

解 平行四边形面积 $S=ah=15\times12=180$,即所求平行四边形的面积为 180 米^2.

2117. (1) 求两对角线的长分别为 8 米、5 米的菱形面积.

(2) 有梯形,其两底边各为 6 厘米、8 厘米,高为 5 厘米,试求其面积.

解 (1) 设菱形两对角线分别为 e、f,面积为 S,则

$S=\frac{1}{2}ef=\frac{1}{2}\times8\times5=20$,即菱形面积为 20 米^2.

(2) 梯形面积 $S=\frac{1}{2}(a+b)h=\frac{1}{2}\times(6+8)\times5=35$,即 35 厘米^2.

2118. 有平行四边形、圆、扇形各一,其中扇形的半径与圆的半径相等,平行四边形面积与圆面积相等. 已知扇形圆心角为 27°,面积为 21 厘米^2,平行四边形的底边为 20 厘米,求平行四边形的高.

解 由扇形半径与圆的半径相等,可知扇形面积为圆面积的$\frac{27}{360}$,则圆面积为 $21\div\frac{27}{360}=280$(厘米^2),此亦为平行四边形的面积,故平行四边形的高为 $280\div20=14$,即 14 厘米.

2119. 梯形上底与下底的和为 64 厘米,上底比下底短 40%,高与下底相等. 求梯形面积.

解 1 根据题意,设下底为 1,则上底为 $1-40\%=60\%$,按和倍问题得下底为 $64\div(1+60\%)=40$(亦为高的长度),则梯形面积为 $64\times40\times\frac{1}{2}=1280$,即 1280 厘米^2;

解 2 设梯形下底为 x 厘米,则上底为$(1-40\%)x$ 厘米. 依题意,得

$$x+(1-40\%)x=64.$$

解方程,得 $x=40$.

故梯形面积为 $64\times40\times\frac{1}{2}=1280$(厘米^2).



2120. 梯形的下底为 16 厘米,上底是下底的 $\frac{5}{8}$,已知梯形面积为 130 厘米^2,求梯形的高.

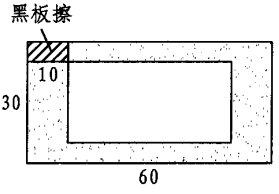
解 $S_{梯}=\frac{(a+b)h}{2}$,

$\therefore\quad 130=\frac{\left(16+16\times\frac{5}{8}\right)h}{2}$.

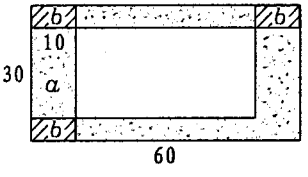
$h=\frac{130}{\frac{1}{2}\left(16+16\times\frac{5}{8}\right)}=10$.

即梯形的高为 10 厘米.

2121. 如图,在一个长为 60 厘米、宽为 30 厘米的长方形黑板上涂满白色,现有一块长为 10 厘米的长方形黑板擦,用它在黑板内紧沿着黑板的边擦黑板一周(黑板擦只作平移,不旋转). 如果黑板上没有擦到部分的面积恰好是黑板面积的一半,那么黑板擦宽多少厘米?



解 将没有擦到的长方形的长边向左右延长到黑板的边,设黑板擦的面积为 b,黑板擦去部分的左边去掉两个黑板擦的面积,剩下的长方形的面积为 a.



$\because\quad 60\div10=6,6-2=4$.

所以没有擦去部分的面积为 $4a$.

根据题意 $12b+2a=4a$,

$\therefore\quad a=6b$. ①

所以黑板擦的宽为

$$30\div(2+6)=3.75(\text{厘米})$$

2122. 设梯形面积为 28.44 米^2,其下底为 8.7 米,高为 3.6 米,求梯形上底的长度.

解 $\because\quad S_{梯}=\frac{(a+b)h}{2}$,代入,得

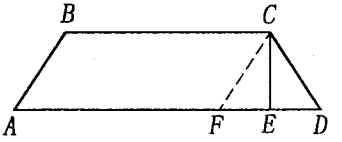
$$28.44=\frac{(a+8.7)\times 3.6}{2},$$

$$\therefore\quad a=\frac{28.44}{\frac{1}{2}\times 3.6}-8.7=7.1,$$

即梯形的上底是 7.1 米.

2123. 有等腰梯形,设其高为 1.2 厘米,下底长 4.8 厘米,面积为 4.8 厘米^2,问腰长多少?

解 作梯形 $ABCD$,



$\because$ $S_{梯}=\frac{(a+b)h}{2}$,代入,得

$$4.8=\frac{(a+4.8)\times 1.2}{2},$$

$$\therefore\quad a=\frac{4.8}{\frac{1}{2}\times 1.2}-4.8=3.2(\text{厘米})$$

即图中 BC 长为 3.2 厘米. 而 $ED=\frac{1}{2}\times FD=\frac{1}{2}(AD-BC)=\frac{1}{2}\times(4.8-3.2)=0.8$(厘米). 由勾股定理得 $CD=\sqrt{CE^2+ED^2}=\sqrt{1.2^2+0.8^2}\approx 1.44$,即腰长约 1.44 厘米.

2124. 有一平行四边形菜地,高为 8 米,底比高的 4 倍多 4 米. 每 5 平方米年产蔬菜 40 千克,求所种蔬菜的年产量.

解 根据题意,平行四边形的底为 $8\times 4+4=36$(米),则平行四边形面积为 $36\times 8=288$(米^2). 由此得这块地年产蔬菜$\frac{40}{5}\times 288=2304$(千克).

2125. 新辟的梯形菜地高 30 米,中位线是高的 2 倍,其中三分之一种菠菜,其余种芹菜. 若每公顷收芹菜 4200 千克,则共可收芹菜多少千克?

解 根据题意,中位线长为 $30\times 2=60$(米),则梯形面积为 $60\times 30=1800$(平方米),合 0.18 公顷. 芹菜地面积为 $0.18\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=0.12$ 公顷. 按每公顷产 4200 千克计算,得共收芹菜 $4200\times 0.12=504$(千克).

2126. 社员抢收小麦,上午收一块底长 40.5 米,高长 36 米的平行四边形麦地;下午收一块上底长 24.8 米,下底长 60 米,高比下底少 12 米的梯形麦地,这天共抢收小麦多少公顷?

解 平行四边形面积为 $40.5\times 36=1458$(米^2),梯形面积为$(24.8+60)\times(60-12)\times\frac{1}{2}=2035.2$(米^2). $1458+2035.2=3493.2$,即抢收小麦

3493.2 米^2，合 0.34932 公顷.

2127. 一堆钢管，计 12 层，顶层 15 根，底层 26 根. 问这堆钢管共多少根？



解 1　按题意，顶层与底层根数的和为 15＋26＝41，上面第二层与下面第二层根数的和为 16＋25＝41，上面第三层与下面第三层根数的和为 17＋24＝41，…由此知每两层根数的和均为 41，故 12 层的总根数为(16＋25)×(12÷2)＝246，即这堆钢管共 246 根；

解 2　把顶层根数看作梯形上底，底层根数看作梯形下底，层数为梯形的高，则可以用梯形面积公式求得，即$\frac{1}{2}\times(16+25)\times12=246$，故这堆钢管共 246 根.

4. 圆、扇形、弓形

2128. 圆周与其直径成正比例，直径为 1 的圆周长为 3.14159…，问直径长 25 厘米的圆周长为多少厘米？

解　圆周长 $C=\pi D=3.14\times25=78.5$，即 78.5 厘米.

【注意】 本书圆周率 π 均取近似值 3.14.

2129. 有圆形地，其周围长 15.7 米时，问其半径长多少？

解　圆周长 15.7 米，其直径为 15.7÷3.14＝5(米)，故半径为$\frac{5}{2}$，即 2.5米.

2130. 有一火车主动轮的半径为 0.75 米，如果每分转 300 周，求火车之时速.

解　火车主动轮的周长为 0.75×2×3.14＝4.71(米)，则每小时的速度为 4.71×300×60＝84780(米)，即时速 84.78 千米.

2131. 圆的半径为 18 厘米，设圆心角为 75°时，其所对的弧长是几厘米？

解　半径长 18 厘米的圆周长为 18×2×3.14＝113.04(厘米)，而此为对圆心角 360°的圆弧，因此对 75°角的弧等于圆周长的$\frac{75}{360}$，得 $113.04\times\frac{75}{360}$＝23.55，故圆心角为 75°时所对的弧长为 23.55 厘米.

2132. 圆的半径为 2.5 厘米，问对 4.71 厘米之弧的圆心角为几度？

解　半径为 2.5 厘米的圆，其圆周长为 2.5×2×3.14＝15.7(厘米)，而此为对圆心角 360°的圆弧. 设对弧长 4.71 厘米的圆心角为 x 度，可列成比例式 15.7∶4.71＝360∶x 得 $x=108$，即对 4.71 厘米之弧的圆心角为 108°.

2133. 有一圆，其直径为 10 米，求圆的面积．

解　圆面积 $S=\pi r^2=3.14\times(10\div2)^2=78.5$；或

$S=\frac{1}{4}\pi d^2=\frac{1}{4}\times3.14\times10^2=78.5$，

即 78.5 米^2．

2134. 有两根长度为 6.28 米的铁丝，围成一个正方形与一个圆，其面积相差多少？

解　根据题意，正方形面积为 $(6.28\div4)^2=2.4649$，即 2.4649 米^2；圆面积为 $(6.28\div3.14\div2)^2\times3.14=3.14$，即 3.14 米^2．$3.14-2.4649=0.6751$，即其面积相差 0.6751 米^2．

2135. 有周长为 31.4 厘米的矩形与圆各一，已知矩形宽与长的比为 1∶4，求圆面积与矩形面积之差．

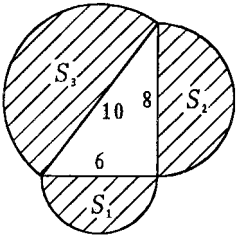
解　矩形周长 31.4 厘米，长与宽的和为 $31.4\div2=15.7$（厘米），按比例分配得宽为 $15.7\times\frac{1}{1+4}=3.14$，长为 $15.7\times\frac{4}{1+4}=12.56$，故矩形面积为 $12.56\times3.14=39.4384$（厘米^2）．圆周长 31.4 厘米，直径为 $31.4\div3.14=10$（厘米），则圆面积为 $\frac{1}{4}\times10^2\times3.14=78.5$（厘米^2）．故圆面积比矩形面积大 $78.5-39.4384=39.0616$，即 39.0616 厘米^2．

说明　周长相等的平面图形，以圆面积为最大．

2136. 有一半径为 6 厘米的圆，其周长、面积各多少？若半径扩大 2 倍，则其周长、面积各扩大若干倍？

解　半径为 6 厘米的圆，其周长为 $6\times2\times3.14=37.68$（厘米）；面积为 $6^2\times3.14=113.04$（厘米^2）．圆周长与其半径成正比例，故半径扩大 2 倍，其周长亦扩大 2 倍；圆面积与其半径之平方成正比例，故半径扩大 2 倍．其面积扩大 $2^2=4$ 倍．

2137. 分别求出下图中三个半圆的面积．（单位：厘米）



解　$S_1=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times3.14\times6^2$

$=14.13$（厘米^2）；

$S_2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times3.14\times8^2=25.12$（厘米^2）；

$S_3=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times3.14\times10^2=39.25$（厘米^2）．

故图中三个半圆的面积分别为

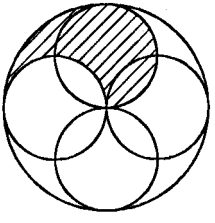
14.13 厘米^2，25.12 厘米^2，39.25 厘米^2.

【注意】 由上述计算，可发现 $S_1+S_2=S_3$，即以两直角边为直径所作的半圆，其面积的和等于以斜边为直径所作的半圆面积.

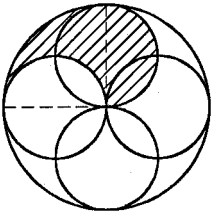
2138. 有木工要做一张能坐 10 人的圆桌面，按每人座位占弧长 50 厘米计算，求这张圆桌面之直径为几？面积有多大？

解 这张圆桌面的周长应为 $50\times10=500$(厘米)，则直径为 $500\div3.14\approx159.2$(厘米)；面积为 $\frac{1}{4}\times159.2^2\times3.14=19895.5424$(厘米^2)，即约为 2 米^2.

2139. 图中大圆的半径是小圆半径的 2 倍，求阴影部分的面积是大圆面积的百分之几？阴影部分的周长是大圆周长的百分之几？



解 如图，将阴影部分分割为左、右两部分，右侧为小圆的半圆，将它移至左面小圆的上半部分(以大圆圆心为中心，逆时针方向旋转 90°)，则阴影部分转化成大圆的四分之一，所以阴影部分的面积是大圆面积的 25%.

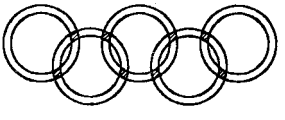


阴影部分的周长为小圆的周长与大圆的四分弧长的和. 如设小圆半径为 R，则阴影部分的周长为

$$2\pi R+2\pi(2R)\times\frac{1}{4}=3\pi R$$

占大圆周长的 $\frac{3\pi R}{2\pi\cdot2R}=\frac{3}{4}=75\%$.

2140. 五环图由内圆直径为 8、外圆直径为 10 的五个圆环组成，其重叠部分的小曲边四边形的面积都相等. 已知五个圆环盖住的总面积为 132.5，求每个小曲边四边形的面积(圆周率 π 取 3.14).



解 每个圆环的面积是

$$(5^2-4^2)\pi=9\pi,$$

五个圆环没有重叠时的总面积是

$$9\pi\times5=45\pi.$$

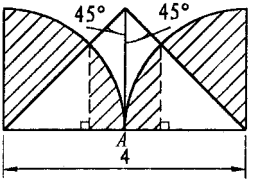
因题设五个圆环重叠时的总面积是 132.5，所以八个小曲边四边形的总面积是

$$45\pi-132.5,$$

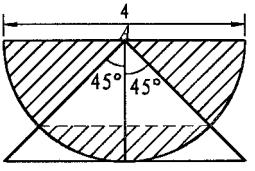
则每个小曲边四边形的面积是

$$\frac{45\pi-132.5}{8}=1.1.$$

2141. 求右图中阴影部分的面积.



解 本题用割补法将图形变形，计算较为简单.



割补的方法是把它从中间分割，然后把右边部分按顺时针方向绕点 A 旋转 90°与左边部分相接，接着将整个图形按时针方向绕点 A 旋转 90°成如左图的形状.

阴影部分的面积就等于在半径为 2 厘米的半圆中，减去腰为 2 厘米的等腰直角三角形的面积. 即

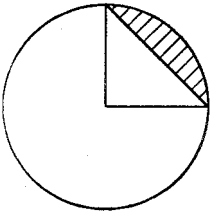
$$3.14\times(4\div2)^2\div2-(4\div2)\times(4\div2)\div2=4.28(\text{厘米}^2).$$

所以，阴影部分的面积为 4.28 厘米^2.

2142. 扇形半径为 3 厘米，圆心角 120°. 求其面积.

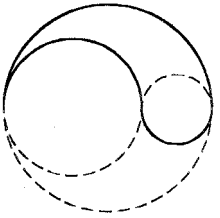
解 扇形面积 $S=\frac{n}{360}\pi r^2=\frac{120}{360}\times3.14\times3^2=9.42$，即 9.42 厘米^2.

2143. 如图，已知圆的半径为 16 厘米，两半径成直角，求阴影部分面积.



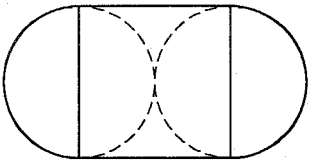
解 阴影部分为一弓形. 其面积等于扇形面积减去三角形面积所得的差. 扇形面积为 $16^2\times3.14\times\frac{90}{360}=200.96$(厘米^2)，三角形面积为 $16^2\times\frac{1}{2}=128$(厘米^2)，200.96−128=72.96，故阴影部分面积为 72.96 厘米^2.

2144. 有半径之比成 3∶2∶1 的大、中、小三圆，排列如图. 问图中各圆的半周所围成的周长(图中实线部分)与中圆周长的比是多少？又其面积与中圆面积的比是多少？



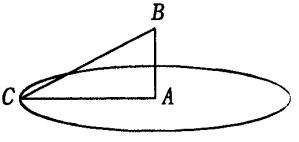
解 半径为 $3k$ 的半圆，周长为 $3k\pi$，同理，半径为 $2k$ 及 k 的半圆，周长各为 $2k\pi$ 及 $k\pi$. 故此三半圆周长的和与半径为 $2k$ 的圆周长的比为 $(3k\pi+2k\pi+k\pi):(2k\pi\times2)$，即 $3:2$. 又半径为 $3k$ 的半圆的面积为 $\frac{1}{2}\pi\times(3k)^2$，同理，半径为 2 及 1 的半圆的面积为 $\frac{1}{2}\pi\times(2k)^2$ 及 $\frac{1}{2}\pi\times k^2$，由图中，可见实线所围部分之面积为 $\frac{1}{2}\pi\times(3k)^2-\frac{1}{2}\pi\times(2k)^2+\frac{1}{2}\pi k^2$，即 $3\pi k^2$，故其与半径为 $2k$ 的圆面积的比为 $3\pi k^2:(2k)^2\pi$，即 $3:4$.

2145. 圆周 1 分米的竹竿两支，以绳束之，问绳长至少须在几分米以上？



解 如图所示，所求的绳长应大于一竹竿之周围与竹竿直径 2 倍的和，即为 $1+(1\div3.14)\times2\approx1.6369$，故绳长至少在 1.64 分米以上.

2146. 桩高 3.6 米，其上端结有长 8.5 米的绳，如果用来系马，问马在桩的周围，可吃到多少地面的青草？



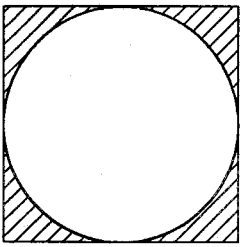
解 设 AB 为桩，则 AB 为 3.6 米，又设 BC 为拉紧的绳，则 BC 为 8.5 米，$\triangle ABC$ 为直角三角形. 故 $AC=\sqrt{8.5^2-3.6^2}=7.7$（米），本题所求者是以 AC 为半径的圆面积，即 $7.7^2\times3.14=186.1706$（米^2）.

2147. 有一圆环，外径 16 厘米，内径 14 厘米，求其面积.

解 所求圆环面积，为直径 16 厘米之圆与直径 14 厘米之圆面积的差，$\frac{1}{4}\times16^2\times3.14-\frac{1}{4}\times14^2\times3.14=\frac{1}{4}\times3.14\times(16^2-14^2)=47.1$，即圆环面积为 47.1 厘米^2.

【注意】 圆环面积可以用大圆面积减去小圆面积求得. 设大圆直径与小圆直径分别为 D、d，则 $S=\frac{1}{4}\pi D^2-\frac{1}{4}\pi d^2=\frac{1}{4}\pi(D^2-d^2)$.

2148. 在一块边长为 24 厘米的正方形铝板上剪去一个最大的圆，求所剩面积有多大？

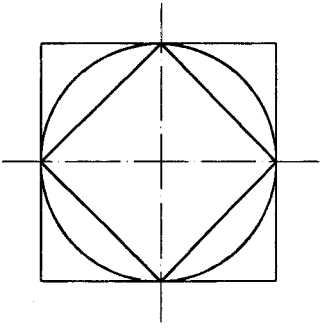


24

解 根据题意，剪去圆的直径即为正方形的边长 24 厘米．得圆面积为 $\frac{1}{4}\times 24^2\times 3.14=452.16$（厘米^2），原正方形铝板面积为 $24^2=576$（厘米^2），$576-452.16=123.84$，即所剩面积为123.84厘米^2.

2149. 半径为 5 厘米的圆内和圆外各有一正方形，圆内正方形四个角的顶点都在圆周上，圆外正方形每条边与圆只有一点相交．求小正方形面积与大正方形面积的比？

解 1 圆外正方形的每条边与圆只有一点相交，则正方形的边长即为圆的直径，面积为 $(5\times 2)^2=100$（厘米^2）；圆内正方形四个角的顶点都在圆周上，则正方形的对角线，即为圆的直径，由第 2075 题解法可知正方形面积为 $(5\times 2)^2\div 2=50$（厘米^2），故小正方形面积与大正方形面积之比为 50∶100，即 1∶2.



解 2 如图所示，作圆内正方形的对角线，则把圆内正方形平分为四个相等的等腰直角三角形，每一三角形占圆内正方形面积的 $\frac{1}{4}$，又由第 2111 题解法知每一三角形占圆外正方形面积的 $\frac{1}{8}$，故小正方形面积与大正方形面积之比为 $\frac{1}{8}:\frac{1}{4}$，即 1∶2.

2150. 大圆半径比小圆半径长 6 厘米，小圆直径等于大圆直径的 $\frac{1}{4}$，求大圆面积比小圆面积大多少？

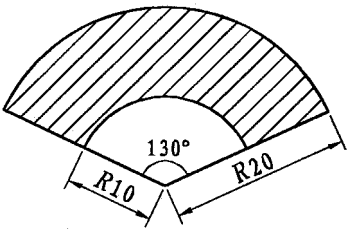
解 1 设大圆直径为 1，则小圆直径为 $\frac{1}{4}$，得大圆直径为 $6\times 2\div\left(1-\frac{1}{4}\right)=16$（厘米），小圆直径为 $16\times\frac{1}{4}=4$（厘米）.

$\frac{1}{4}\times(16^2-4^2)\times 3.14=188.4$，

故大圆面积比小圆面积大 188.4 厘米^2；

解 2 设大圆半径为 x 厘米，则小圆半径为 $(x-6)$ 厘米．依题意，得

$$2(x-6)=\frac{1}{4}\cdot 2x.$$



解方程，得 $x=8$，$x-6=8-6=2$，**故大圆面积比小圆面积大**$(8^2-2^2)\times 3.14=188.4$(**厘米**^{2}).

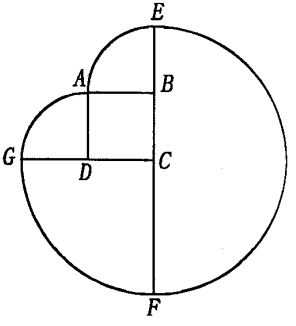
2151. **如图所示(单位：厘米)，阴影部分为一扇面，求其面积.**

解 **面积**$=\frac{n}{360}\times(R^2-r^2)\times\pi$

$=\frac{130}{360}\times(20^2-10^2)\times 3.14=340\frac{1}{6}$.

即 $340\frac{1}{6}$**厘米**^{2}.

2152. **正方形** $ABCD$ **为一边长为** 20 **米的住宅，今于住宅一角的顶点** C **系一长为** 40 **米之牛绳，问此牛所能食草的面积.**

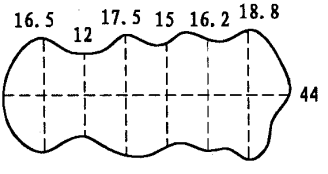


解 **要从点** C **系一牛绳，长为** CE，**即** 40 **米，则牛绳** CE **经** F **而达于** G，**即半径为** 40 **米，圆心角为** 270° **之扇形，又牛绳经** B **而达于** A，**经** D **而达于** A，**则均为半径是** 20 **米的直角扇形** EBA **与** GDA，**故牛所能食草的面积为三个扇形面积的和，即**

$$40^2\times 3.14\times\frac{270}{360}+20^2\times 3.14\times\frac{1}{4}\times 2=4396(\text{米}^2).$$

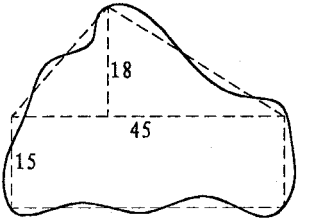
5. 不规则图形、组合图形

2153. **求下面图形(单位：米)的面积.**

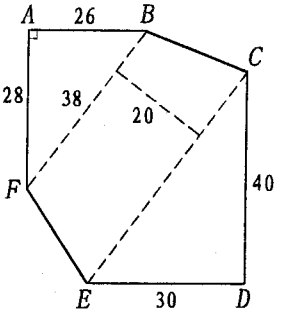


解 **用平行线法求不规则图形面积. 不规则图形的长约为** 44 **米，宽约为**$(16.5+12+17.5+15+16.2+18.8)\div 6=16$(**米**)，**按矩形面积计算，得** $44\times 16=704$(**米**^{2}). **故不规则图形面积约为** 704 **米**^{2}.

2154. 求图形(单位:米)的面积.



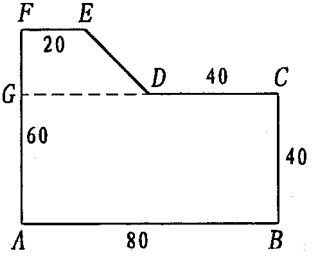
解　用割补法求不规则图形面积. 把不规则图形割补成近似的矩形与三角形面积的和(如图). 则矩形面积为 $45\times15=675$(米^2),三角形面积为 $\frac{1}{2}\times45\times18=405$(米^2),总面积约等于 $675+405=1080$(米^2);故不规则图形面积约等于 1080 米^2.



2155. 在六边形 $ABCDEF$ 中,$AB=26$ 米,$AF=28$ 米,$CD=40$ 米,$DE=30$ 米,对角线 BF 为 38 米,且与对角线 CE 平行,其高为 20 米,又 $\angle BAF$、$\angle CDE$ 均为直角. 求此六边形的面积.

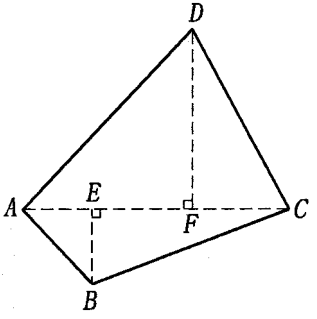
解　用分割法将此六边形分割成 $\triangle CDE$、梯形 $BCEF$ 与 $\triangle BAF$ 面积之和. $\triangle CDE$ 的面积为 $40\times30\times\frac{1}{2}=600$,而 CE 长为 $\sqrt{30^2+40^2}=50$,从而知梯形 $BCEF$ 的面积为 $(38+50)\times20\times\frac{1}{2}=880$,$\triangle BAF$ 的面积为 $28\times26\times\frac{1}{2}=364$,$600+880+364=1844$,故所求六边形 $ABCDEF$ 的面积为 1844 米^2.

2156. 如图(单位:米),按平均公顷产小麦 5250 千克计算,并把所产小麦的 75% 进行加工,小麦与面粉重量之比为 20∶17,求所得面粉的重量(精确到 1 千克).



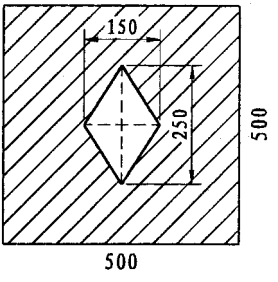
解　作 CD 之延长线,交 AF 于 G,则多边形 $ABCDEF$ 的面积,等于矩形 $ABCG$ 与梯形 $DEFG$ 面积的和. 矩形面积为 $80\times40=3200$,梯形面积为 $(20+80-40)\times(60-40)\div2=600$,则多边形 $ABCDEF$ 的面积为 $3200+600=3800$(米^2),合 0.38 公顷. $5250\times0.38\times75\%\times\frac{17}{20}\approx1272$,即约可得面粉 1272 千克.

2157. 如图是按比例尺:$\frac{1}{1000}$画出的耕地平面图,试求其实际面积应为多少米^2?



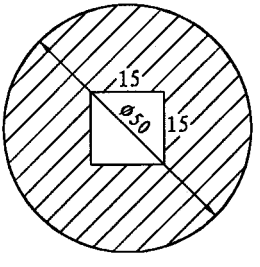
解　连结 AC，**并从顶点** B、D **分别作** AC **的垂线** BE、DF. **量出** $AC=5$ **厘米**，$BE=1.4$ **厘米**，$DF=3.4$ **厘米**. **按** $\frac{1}{1000}$ **比例尺计算，得** AC **实际距离为** 50 **米**，BE **实际距离为** 14 **米**，DF **实际距离为** 34 **米**. **因此**，$\triangle ABC$ **面积为** $50\times14\times\frac{1}{2}=350$，$\triangle ADC$ **面积为** $50\times34\times\frac{1}{2}=850$，$350+850=1200$，**故四边形** $ABCD$ **面积为** 1200 **米**^{2}.

2158. **如图(单位：毫米)，求阴影部分面积.**



解　阴影部分面积等于正方形面积减去菱形面积所得的差. 正方形面积 $=500^2=250000$(**毫米**^{2})，**菱形面积** $=250\times150\times\frac{1}{2}=18750$(**毫米**^{2})，$250000-18750=231250$，**故阴影部分面积为** 231250 **毫米**^{2}.

2159. **如图(单位：毫米)，求阴影部分面积.**



解　阴影部分面积等于圆面积减去正方形面积所得的差.

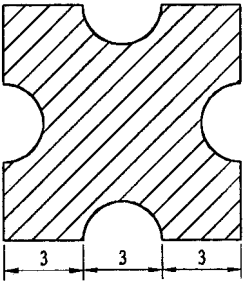
圆面积 $=\frac{1}{4}\times50^2\times3.14=1962.5$(**毫米**^{2})，

正方形面积$=15^2=225$(毫米^2)，

$1962.5-225=1737.5$，

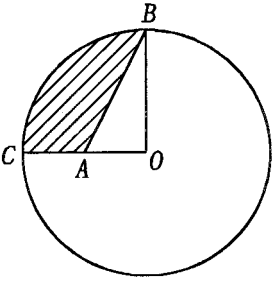
故阴影部分面积为 1737.5 毫米^2.

2160. 如图(单位:毫米)，求阴影部分面积.



解　阴影部分面积等于正方形面积减去四个半圆面积所得的差. 正方形面积$=(3\times3)^2=81$(毫米^2)，四个半圆面积$=\frac{1}{4}\times3^2\times3.14\div2\times4=14.13$(毫米^2)，$81-14.13=66.87$，故阴影部分面积为 66.87 毫米^2.

2161. 如图，已知圆的半径为 10 厘米，A 为半径的中点，求阴影部分面积.



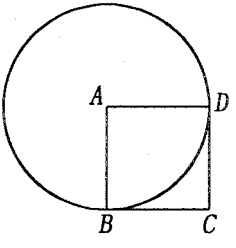
解　根据题意，阴影部分面积为扇形 BOC 的面积减去$\triangle AOB$ 的面积所得的差.

$S_{扇形BOC}=\frac{1}{4}\times10^2\times3.14=78.5$(厘米^2)，

$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times10\times(10\div2)=25$(厘米^2)，

$78.5-25=53.5$，

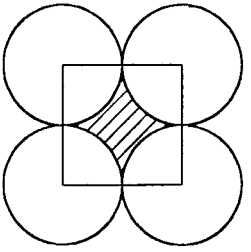
故阴影部分面积为 53.5 厘米^2.



2162. 正方形 $ABCD$ 的边长为 10 厘米，以顶点 A 为圆心，AB 为半径作弧(如图)，求组合图形的面积.

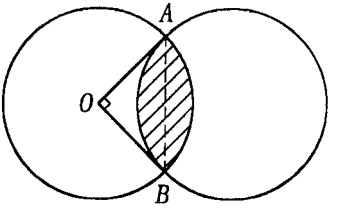
解　从题意可知，组合图形面积等于正方形面积与中心角为 270°的扇形面积的和. $S_{正方形ABCD}=10^2=100$(厘米^2)，$S_{扇形BAD}=\frac{270}{360}\times10^2\times3.14=235.5$(厘米^2)，$100+235.5=335.5$，故组合图形面积为 335.5 厘米^2.

2163. 四个等圆的圆心连线为边长 6 厘米的正方形(如图),求阴影部分面积.



解　根据题意,阴影部分面积等于正方形面积减去四个半径为 $\frac{6}{2}$ 厘米之四分之一圆的面积所得的差. 即阴影部分面积等于正方形面积减去一个圆面积所得的差. $S_{正方形}=6^2=36$(厘米^2),$S_{圆}=\left(\frac{6}{2}\right)^2\times 3.14=28.26$(厘米^2),$36-28.26=7.74$,故阴影部分面积为 7.74 厘米^2.

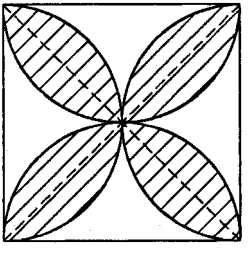
2164. 如图,两圆半径均为 10 厘米,$\angle AOB$ 为直角. 求阴影部分面积.



解　连结 AB,把阴影部分分成两个相等的弓形,每个弓形面积为

$10^2\times 3.14\times\frac{1}{4}-10^2\div 2=28.5$(厘米^2),

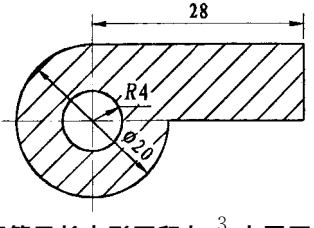
$28.5\times 2=57$,故阴影部分面积为 57 厘米^2.



2165. 如图,正方形边长为 2 厘米,以边长为直径在正方形内画 4 个半圆,求阴影部分的面积.

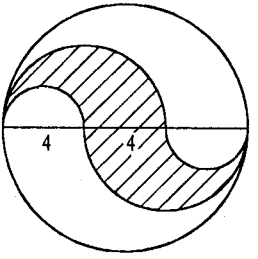
解　画正方形的对角线,把阴影部分分成相等的 8 个半径为 $2\div 2=1$(厘米)的直角弓形,每个弓形面积 $S=\frac{1}{4}\times 1^2\times 3.14-\frac{1}{2}\times 1^2=0.285$(厘米^2),$0.285\times 8=2.28$,故阴影部分的面积为 2.28 厘米^2.

2166. 如图(单位:厘米),求阴影部分的面积.



解　阴影部分面积等于长方形面积与 $\frac{3}{4}$ 大圆面积之和减去小圆面积

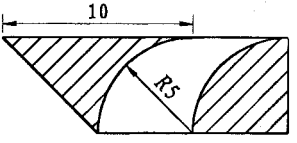
所得的差．$S_{长方形}=28\times(20\div2)=280$(厘米^2)，$S_{\frac{3}{4}大圆}=\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}\times20^2\times3.14=235.5$(厘米^2)，$S_{小圆}=4^2\times3.14=50.24$(厘米^2)，$280+235.5-50.24=465.26$，故阴影部分的面积为 465.26 厘米^2.



2167. 如图(单位：厘米)，求阴影部分的面积．

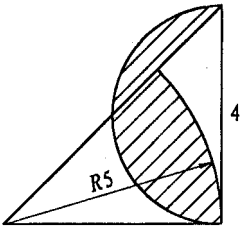
解　阴影部分面积为两个半径为 4 厘米的半圆面积减去两个直径为 4 厘米的半圆面积所得之差，亦即半径为 4 厘米的圆面积减去直径为 4 厘米的圆面积所得之差．$[4^2-(4\div2)^2]\times3.14=37.68$，故阴影部分面积为 37.68 厘米^2.

2168. 如图(单位：厘米)，求阴影部分面积．

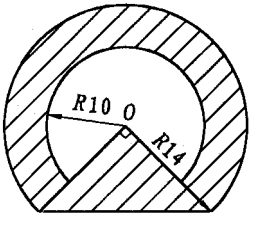


解　根据图意，如果把有阴影的扇形向左移动 5 厘米，正好与没有阴影的扇形重合，而整个阴影部分则成为上底为 10，下底与高均为 5 的直角梯形，面积为$(10+5)\times5\div2=37.5$，故阴影部分面积为 37.5 厘米^2.

2169. 如图(单位：厘米)，求阴影部分面积．



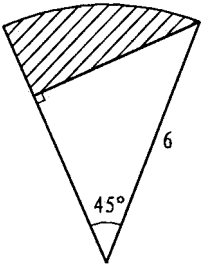
解　阴影部分面积等于半圆面积减去其中无阴影部分面积所得之差．而半圆中的无阴影部分，又为三角形面积减去扇形面积所得之差．先求半圆面积为$(4\div2)^2\times3.14\div2=6.28$(厘米^2)，再求半圆中无阴影部分的面积为$\frac{1}{2}\times4^2-\frac{45}{360}\times4^2\times3.14=1.72$(厘米^2)，$6.28-1.72=4.56$，故阴影部分面积为 4.56 厘米^2.



2170. 如图(单位：厘米)，求阴影部分面积．

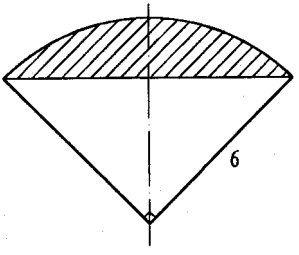
解　阴影部分面积等于三角形面积与$\frac{3}{4}$圆环面积之和．三角形面积$=\frac{1}{2}\times14^2=98$(厘

米^2)，$\frac{3}{4}$圆环面积$=\frac{3}{4}\times(14^2-10^2)\times3.14=226.08$(厘米^2)，$98+226.08=324.08$，故阴影部分面积为324.08厘米^2.



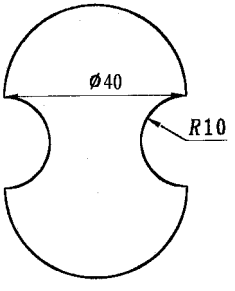
2171. 如图(单位：厘米)，求阴影部分面积.

解1　阴影部分面积等于扇形面积减去三角形面积所得之差. 作直角三角形斜边上的高，把原三角形分成两个全等的等腰直角三角形，直角边为$6\div2=3$(厘米)，得原直角三角形面积为$3^2\div2\times2=9$(厘米^2)，扇形面积为$\frac{45}{360}\times6^2\times3.14=14.13$(厘米^2)，$14.13-9=5.13$，故阴影部分面积为5.13厘米^2；



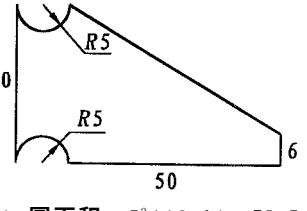
解2　如果把上面的图形扩大2倍，使阴影部分成为半径为6厘米，圆心角为90°的弓形(如图). 则弓形面积$=6^2\times3.14\times\frac{90}{360}-6^2\times\frac{1}{2}=10.26$(厘米^2). 所以，原来的阴影部分的面积为$10.26\div2=5.13$(厘米^2).

2172. 求如图所示的图形(单位：厘米)面积.



解　观察右图，上、下两部分是两个直径为4厘米的半圆(即一个直径为4厘米的大圆)，中间部分为长4厘米、宽2厘米的矩形面积减去两个半径为1厘米的半圆(即一个半径为1厘米的小圆)面积所得的差. 大圆面积$=\frac{1}{4}\times4^2\times3.14=12.56$(厘米^2)，矩形面积$=4\times2=8$(厘米^2). 小圆面积$=1^2\times3.14=3.14$(厘米^2)，$12.56+8-3.14=17.42$，故图形面积为17.42厘米^2.

2173. 求如图所示的图形(单位：厘米)面积.

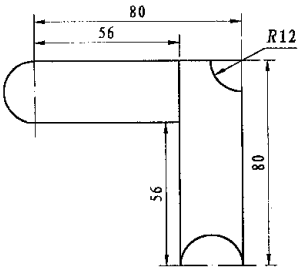


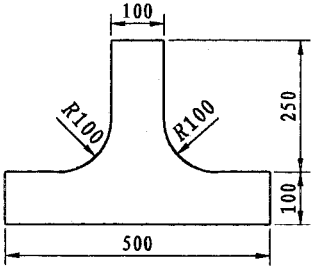
解　观察右图，左半部分是长30、宽$5\times2=10$的矩形面积减去半径为5的两个半圆(即一个圆)面积所得的差；右半部分是上底为6，下底为30，高为$50-5\times2=40$的直角梯形. 矩形面积$=30\times10=300$(厘米^2)，圆面积$=5^2\times3.14=78.5$

(厘米^2),梯形面积=(6+30)×40÷2=720;300−78.5+720=941.5,故图形面积为 941.5 厘米^2.

2174. 求如图所示的图形面积(单位:毫米).

解　观察下图,左上方与右下方均是直径为(80−56)的半圆,如果将左上方的半圆移至右下方,则左侧成一长 56 毫米,宽(80−56)毫米的矩形,右侧为长 80 毫米,宽(80−56)毫米的矩形减去半径为 12 毫米的直角扇形,左右相加,即为下图所示的面积. 56×(80−56)=1344(毫米^2),80×(80−56)=1920(毫米^2),$\frac{1}{4}\times12^2\times3.14=113.04$(毫米^2),1344+1920−113.04=3150.96,故图形面积为 3150.96 毫米^2.

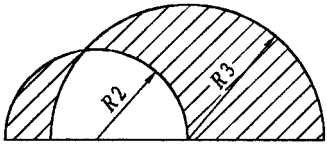




2175. 求如图所示的图形面积(单位:毫米).

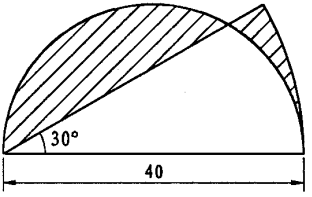
解　观察上图,下端为长 500 毫米、宽 100 毫米的矩形;上端为长 100 毫米、宽(250−100)毫米的矩形,中间部分为长(100+100+100)毫米、宽 100 毫米的矩形减去两个半径为 100 毫米的直角扇形(即一个半圆),三部分面积相加,即得整个图形的面积. 500×100=50000(毫米^2),100×(250−100)=15000(毫米^2),(100+100+100)×100=30000(毫米^2),$\frac{1}{2}\times100^2\times3.14=15700$(毫米^2),50000+15000+30000−15700=79300(毫米^2),即所求图形面积为 793 厘米^2.

2176. 把半径分别为 3 厘米与 2 厘米的两个半圆放置如图,求阴影部分的周长.



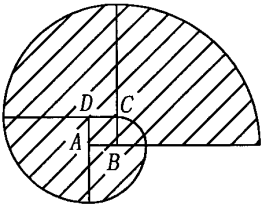
解　根据题意,阴影部分周长等于两个半圆弧的长度与底边长度的和. 大圆半圆弧=3×2×3.14÷2=9.42(厘米),　小圆半圆弧=2×2×3.14÷2=6.28(厘米),底边=3+2×2−3=4(厘米),9.42+6.28+4=19.7,故阴影部分的周长为 19.7 厘米.

2177. 求如图阴影部分的周长(单位:厘米)



解　根据题意,阴影部分周长等于半圆弧的长度与扇形半径加上 30°角扇形弧长的和. 半圆弧$=40\times3.14\div2=62.8$(厘米),扇形半径$=40$ 厘米,扇形弧长$=\frac{30}{360}\times40\times2\times3.14\approx20.93$(厘米). $62.8+40+20.93=123.73$,故阴影部分的周长约为 123.73 厘米.

2178. 四边形 $ABCD$ 为一正方形,边长 1 厘米. 求阴影部分的周长与面积.



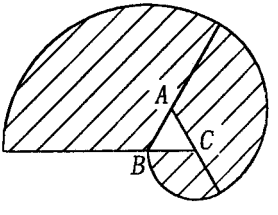
解　观察右图,正方形 $ABCD$ 外围,分别是半径为 2、3、4、5 厘米的直角扇形. 周长为这几个直角扇形弧长加上底边长度(5−1)厘米之和;面积为这几个直角扇形面积加上正方形面积之和. 因此,

周长$=2\times3.14\times(2+3+4+5)\times\frac{1}{4}+(5-1)=25.98$(厘米);

面积$=3.14\times(2^2+3^2+4^2+5^2)\times\frac{1}{4}+1^2=43.39$(厘米^2).

故阴影部分周长为 25.98 厘米;面积为 43.39 厘米^2.

2179. 正三角形边长为 6 厘米,试计算阴影部分面积.

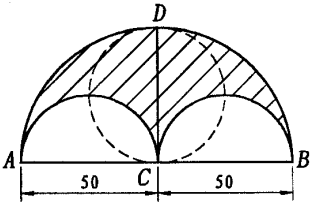


解　观察右图,阴影部分面积是半径分别为 6、12、18 厘米,圆心角为 120°的三个扇形面积之和.

$(6^2+12^2+18^2)\times3.14\times\frac{120}{360}=527.52$.

故阴影部分面积为 527.52 厘米^2.

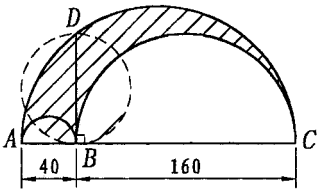
2180. 如图,求阴影部分的面积. 并求出以大圆半径 CD 为直径的圆的面积. 此圆的面积与阴影部分面积是否相等?



解 观察上图，阴影部分面积为大的半圆面积减去两个小的半圆面积所得的差．$\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times3.14\times(100^2-50^2\times2)=1962.5$．故阴影部分面积为1962.5毫米^2．

以CD为直径的圆的面积$=\frac{1}{4}\times3.14\times50^2=1962.5$(毫米^2)．与阴影部分面积相等．

2181. 如图，分别以AB、BC、AC为直径作半圆．求阴影部分面积．量出BD的长度，以BD为直径作圆，计算出此圆的面积．此圆的面积与阴影部分面积有何关系？



比例尺：1∶4

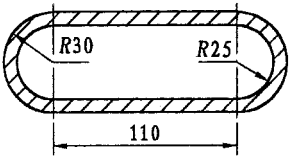
解 观察右图，阴影部分面积为大的半圆面积减去半个中圆、小圆面积所得的差．$\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times3.14\times(200^2-160^2-40^2)=5024$，故阴影部分面积为5024毫米^2．

量得BD长度为20毫米，按比例尺1∶4计算，BD实际长度应为80毫米．因此，以BD为直径的圆面积为$\frac{1}{4}\times3.14\times80^2=5024$(毫米^2)．故此圆之面积与阴影部分面积相等．

2182. 如图(单位：米)，阴影部分是操场的跑道．求：

(1) 跑道外圈与跑道内圈长度的差；

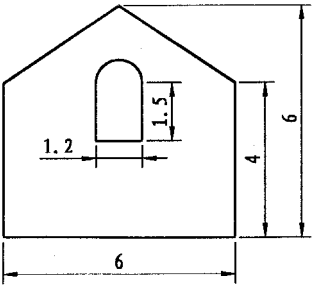
(2) 跑道面积．



解 (1) 跑道外圈长度为110米的2倍加上大圆的周长，即$110\times2+30\times2\times3.14=408.4$(米)；跑道内圈长度为110米的2倍加上小圆的周长，即$110\times2+25\times2\times3.14=377$(米)；$408.4-377=31.4$，故跑道外圈与跑道内圈长度的差为31.4米．从上面的计算可知，跑道内外圈长度之差，实际上就是两圆周长之差，所以，$2\times(30-25)\times3.14=31.4$(米)．即为跑道内外圈长度之差；

(2) 跑道面积为长110米、宽$30-25=5$(米)的矩形面积的2倍与圆环面积之和．矩形面积$=110\times5=550$(米^2)；圆环面积$=(30^2-25^2)\times3.14=863.5$(米^2)；$550\times2+863.5=1963.5$．故跑道面积为1963.5米^2．

2183. 粉刷墙壁(如图，单位：米)，如果每平方米用涂料0.25千克，问共需涂料多少千克？(精确到1千克)



解 墙壁面积为矩形面积与三角形面积之和减去窗面积所得之差.

矩形面积$=6\times4=24$(米^2);

三角形面积$=\frac{1}{2}\times6\times(6-4)=6$(米^2);

窗面积$=1.2\times1.5+\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times1.2^2\times3.14=2.3652$(米^2).

故墙壁面积为 $24+6-2.3652=27.6348$(米^2). $0.25\times27.6348\approx7$,故约需涂料 7 千克.

6. 长方体、立方体

2184. 有一长方体,长为 5 厘米,宽为 3 厘米,高为 6 厘米. 求其体积.

解 长方体体积 $V=abh=5\times3\times6=90$,即 90 厘米^3.

2185. 有长方体,今将其长、宽、高各 2 倍,作成一新长方体,问其体积为原体积之几倍?

解 1 设先将其长 2 倍,则其体积为原体积的 2 倍;再将其宽 2 倍,则其体积又将 2 倍,为原体积的 $2\times2=4$(倍);最后再将其高 2 倍,则其体积又将 2 倍,为原体积的 $4\times2=8$(倍). 故将其长、宽、高各 2 倍所成之长方体,其体积为原体积的 2^3 倍,即 8 倍.

解 2 长方体的体积,与其长、宽、高各成正比例,因原长方体的长、宽、高与新长方体的长、宽、高之比都为 1∶2,故其体积之比为

$$\left.\begin{matrix}1:2\\1:2\\1:2\end{matrix}\right\}=1:8$$

即长、宽、高各 2 倍后之体积为原体积的 8 倍.

说明 (1) 设长方体之长、宽、高各 n 倍时,则其体积扩大 n^3 倍;

(2) 设长方体之长、宽、高分别 p 倍、q 倍及 r 倍时,则其体积扩大$(p\times q\times r)$倍;

(3) 设原长方体长、宽、高的长分别为 a、b、c,后长方体长、宽、高的长分

别为 a'、b'、c'，则后者之体积为前者的$\frac{a'b'c'}{abc}$倍.

2186. 每边长 8 米的立方体，其体积为多少米^3？

解　立方体体积为 $8^3=512$，即 512 米^3.

2187. 有一立方体水箱，每边长 4 分米. 装满一箱水后，注入另一个长 0.8 米，宽 25 厘米的长方体水箱中，水深多少？

解　立方体水箱的容水量为 $4^3=64$(分米^3)，长方体水箱的底面积为 $8\times2.5=20$(分米^2)，现将 64 分米^3 的水注入底面积为 20 分米^2 之长方体水箱中，水深应为 $64\div20=3.2$(分米)，即 32 厘米.

2188. 有一立方体，其体积为 8365.427 厘米^3，试求其一边的长与其表面积.

解　立方体体积为一边长的立方，故其一边长等于体积的立方根，因而所求一边的长为 $\sqrt[3]{8365.427}=20.3$，即 20.3 厘米. 而此正方体一面的面积为 $20.3^2=412.09$，表面积为 $412.09\times6=2472.54$，即 2472.54 厘米^2.

2189. 有两长方体，甲长方体的长、宽、高各为乙长方体长、宽、高的 4 倍. 若乙的表面积为 25 厘米^2，问甲的表面积是多少？

解　设乙长方体的长、宽、高各为 a 厘米、b 厘米、c 厘米，则甲长方体的长、宽、高各为 $4a$ 厘米、$4b$ 厘米、$4c$ 厘米，因乙的表面积为 $2(ab+bc+ca)$，则甲的表面积为 $2(4^2ab+4^2bc+4^2ca)=4^2\times2(ab+bc+ca)$，因此得甲的表面积为乙的表面积的 16 倍. 故甲的表面积为 $25\times16=400$，即 400 厘米^2.

2190. 有一方柱，其高等于周围的长，体积为 7812.5 分米^3，问其周围及高各多少？

解　方柱的高等于周围的长，故其高等于底边的 4 倍，因而把高缩短为原长的$\frac{1}{4}$，即成一立方体，其体积为 $7812.5\div4=1953.125$(分米^3)，其一边为 $\sqrt[3]{1953.125}$，即 12.5 分米. 从而知其高及周围的长各为 $12.5\times4=50$(分米)，即 5 米.

2191. 有一长方体，宽为长的$\frac{2}{5}$，高为长的$\frac{1}{3}$，体积为 3600 厘米^3. 试求此长方体的长、宽、高各多少？

解 1　设以长的立方为单位，则长方体的体积为 $1\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}$，即$\frac{2}{15}$. 因而长的立方为 $3600\div\frac{2}{15}=27000$，故长为 $\sqrt[3]{27000}=30$，即 30 厘米；宽为 $30\times\frac{2}{5}=12$，即 12 厘米；高为 $30\times\frac{1}{3}=10$，即 10 厘米；



解 2 设长方体的长为 x 厘米，则宽为 $\frac{2}{5}x$ 厘米，高为 $\frac{1}{3}x$ 厘米．依题意，得 $x\cdot\frac{2}{5}x\cdot\frac{1}{3}x=3600$.

解方程，得

$$x=30,\frac{2}{5}x=\frac{2}{5}\times30=12,\frac{1}{3}x=\frac{1}{3}\times30=10.$$

所以长 30 厘米，宽 12 厘米，高 10 厘米．

2192. 有一箱，其长、宽、高之比为 4∶3∶2，今油漆其表面，若用每平方分米为 0.8 元之彩漆，则较用每平方分米为 0.85 元之彩漆省 5.85 元．问箱的长、宽、高各多少？

解 假定其长、宽、高分别为 4 分米、3 分米、2 分米，则其表面积为 $(4\times3+4\times2+2\times3)\times2=52$(分米^2)，用两种彩漆的差价为 $(0.85-0.8)\times52=2.60$(元)．现实际相差 5.85 元，因而箱子的实际表面积为假定各棱长所组成的物体表面积的 $\frac{5.85}{2.60}$，即 $\frac{9}{4}$ 倍，实际各棱的长应为假定各棱长的 $\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$ 倍，故知所求各棱的长为 $4\times\frac{3}{2}=6,3\times\frac{3}{2}=4.5,2\times\frac{3}{2}=3$，即长为 6 分米，宽为 4.5 分米，高为 3 分米．

2193. 有甲、乙两水桶，其容积乙为甲的 2 倍，而甲的宽 4.2 分米，长 8.5 分米，深 5 分米；乙的宽 3.4 分米，深 6 分米，问乙的长为多少？

解 1 甲桶的容积为 $4.2\times8.5\times5=178.5$(分米^3)，则乙桶的容积应为 $178.5\times2=357$(分米^3)，故知乙桶的长为 $357\div(3.4\times6)=17.5$，即 17.5 分米；

解 2 长方体长与宽及深成反比例，与容积则成正比例，故由

$$\left.\begin{matrix}1:2\\3.4:4.2\\6:5\end{matrix}\right\}=8.5:x,\text{得}$$

$$x=\frac{2\times4.2\times5\times8.5}{3.4\times6}=17.5,\text{即乙桶的长为 17.5 分米}.$$

2194. 有两立方体，其体积甲为乙的 $3\frac{3}{8}$ 倍，而乙的表面积为 216 厘米^2，求甲的每边长是多少？

解 甲的体积为乙的 $3\frac{3}{8}$ 倍，则其每边长为乙的 $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}=\frac{3}{2}$(倍)，表面积为乙的 $\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$(倍)．因而甲的表面积为 $216\times\frac{9}{4}=486$(厘米^2)，

则每面的面积为 $486\div6=81$(厘米^2),故所求甲的每边长为 $\sqrt{81}=9$,即 9 厘米.

2195. 有一长方体,其高与宽相等. 若其长缩短 1.5 厘米,则成表面积为 37.5 厘米^2 的立方体,求此长方体之宽为其长的百分之几?

解 表面积为 37.5 厘米^2 的立方体,其一面的面积为 $37.5\div6=6.25$(厘米^2),其一边的长为 $\sqrt{6.25}=2.5$(厘米),此与长方体的宽相等. 则长方体的长为 $2.5+1.5=4$(厘米),故此长方体之宽为其长的 $2.5\div4=62.5\%$,即百分之六十二点五.

7. 柱体

2196. 一根圆柱体铁棒,已知截面积是 45 厘米^2,高是 2 厘米,求其体积.

解 圆柱体体积 $V=Sh$. 今知其底面积为 45 厘米^2,高为 2 厘米,故其体积为 $45\times2=90$,即 90 厘米^3.

2197. 有一圆柱体汽油桶,其直径为 54 厘米,高为 8 分米,能盛汽油多少升?

解 圆柱体的底面积为 $\frac{1}{4}\times54^2\times3.14=2289.06$(厘米^2),即 22.8906 分米^2. 高为 8 分米,故其体积为 $22.8906\times8=183.1248$(分米^3). 因为 1 升 $=1$ 立方分米,故此汽油桶能盛汽油 183.1248 升.

2198. 将一长、宽、高分别为 9 厘米、7 厘米、3 厘米的长方体铁块与一棱长为 5 厘米的立方体铁块熔铸成一个直径为 10 厘米的圆柱体. 求所铸成圆柱体的高.

解 长方体体积为 $9\times7\times3=189$(厘米^3),立方体体积为 $5^3=125$(厘米^3),则所铸成的圆柱体体积应为 $189+125=314$(厘米^3). 已知圆柱体底面积为 $\frac{1}{4}\times10^2\times3.14=78.5$(厘米^2),故圆柱体的高为 $314\div78.5=4$,即 4 厘米.

2199. 一只无盖的圆柱形水桶,高 6.28 分米,将它的侧面展开,正好是正方形. 求做这只水桶至少需用多少铁皮?(精确到 1 分米^2)

解 求所需铁皮数,即求水桶的用料面积. 因水桶无盖,故其用料面积为水桶底面积与侧面积之和. 因将水桶的侧面积展开,正好是正方形,故知其圆周长与高相等,因此得底面积为 $(6.28\div3.14\div2)^2\times3.14=3.14$(分米^2),侧面积为 $6.28^2=39.4384$(分米^2). $3.14+39.4384=42.5784$,故至少需用铁皮约 43 分米^2.

2200. 一节铁皮烟囱长 1 米,直径 15 厘米,焊接处需 1 厘米,求制造这

节烟囱需用铁皮多少？



解　因烟囱无底，故求烟囱需用的铁皮数，即求烟囱的侧面积．直径15厘米的圆周长为$15\times3.14=47.1$(厘米)，加上焊接处1厘米，为48.1厘米，则需铁皮$48.1\times100=4810$，即4810厘米^2.

2201. 圆柱体的侧面积为1570平方厘米，高为25厘米．求圆柱体的底面直径及其体积．

解　圆柱体的底面直径为$1570\div25\div3.14=20$(厘米)．则其体积为$\frac{1}{4}\times20^2\times3.14\times25=7850$，即7850厘米^3.

2202. 一圆柱形钢材长2米，如果截成两段，则表面积增加6.28平方分米．求此钢材的体积．

解　截成两段后其侧面积不变，而其底面积则由2个变成4个，故所增加的6.28分米^2，实为2个底面积之和．则其底面积为$6.28\div2=3.14$(分米^2)，故其体积为$3.14\times20=62.8$，即62.8分米^3.

2203. 三棱柱的底面为底边长2.8厘米、高1.5厘米之三角形，柱长15厘米，求其体积．

解　三棱柱底面面积为$2.8\times1.5\times\frac{1}{2}=2.1$(厘米^2)，则其体积为$2.1\times15=31.5$，即31.5厘米^3.

2204. 水库拦河坝的横断面为梯形，梯形顶面宽5米，底部宽14米，高6米．拦河坝长56米，求建筑这座拦河坝所需的土石方．

解　梯形横断面面积为$\frac{1}{2}\times(5+14)\times6=57$(米^2)，故知拦河坝体积为$57\times56=3192$(米^3)，即筑此拦河坝需土石3192方．

2205. 一底面为菱形的生铁铸件，厚2厘米，菱形的对角线长分别为30厘米、20厘米．铸件上有5个直径为2厘米的圆孔．已知生铁每立方厘米重7.8克，求此铸件的重量．(精确到0.01千克)

解　此生铁铸件的底面积为菱形面积减去5个圆面积所得的差．即$\frac{1}{2}\times30\times20-\frac{1}{4}\times2^2\times3.14\times5=284.3$(厘米^2)，其高为2厘米，得体积为$284.3\times2=568.6$(厘米^3)，故其重量为$7.8\times568.6=4435.08$(克)，即约重4.44千克．

2206. 有圆柱形水桶，其高为8分米，容积为14.13分米^3．问其口径为多少？

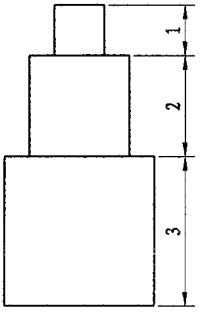
解　圆柱体体积为其底面积与高的乘积，故此水桶的底面积为$14.13\div8=1.76625$(分米^2)，半径的平方为$1.76625\div3.14=0.5625$，则半径为

$\sqrt{0.5625}=0.75$(分米),$0.75\times2=1.5$,即其口径为 1.5 分米.

2207. 有圆柱形的盛器,盛比重为 0.8 的液体时,重 168.487 克;又盛比重为 0.75 的液体时,重 164.207 克. 而此盛器的内径为 6 厘米,试求其深.(精确到 0.01 厘米)

解　每立方厘米重量相差 $0.8-0.75=0.05$(克),则实际重量相差 $168.487-164.207=4.28$(克),故盛器的容积为 $\frac{4.28}{0.05}=85.6$(厘米^3),所求的高为 $85.6\div\left(\frac{1}{4}\times6^2\times3.14\right)\approx3.03$,即此盛器的深约 3.03 厘米.

2208. 如图是三个棱长分别为 1 米、2 米、3 米的立方体叠放在地上,它们的表面积是多少?



解　棱长 3 米的立方体的表面积:

$3^2\times4+(3^2-2^2)=41$(米^2).

棱长 2 米的立方体的表面积:

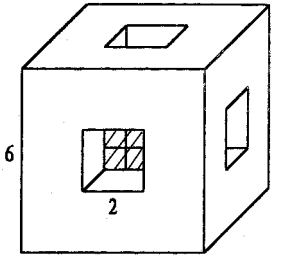
$2^2\times4+(2^2-1^2)=19$(米^2).

棱长 1 米的立方体的表面积:

$1^2\times5=5$(米^2).

所以,这三个立方体的表面积为

$41+19+5=65$(米^2).



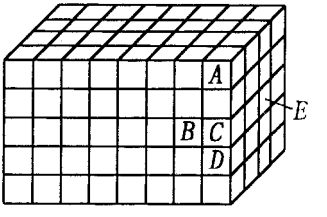
2209. 如图是棱长为 6 厘米的立方体,在它每个面的正中打有边长为 2 厘米的方孔,孔贯通立方体相对的两个面,求这时立方体的表面积.

解　立方体每个面的面积是(6^2-2^2)厘米^2;每个面都有一个孔,每个孔有四个相等的面组成孔的侧面,侧面积是$\{2\times[(6-2)\div2]\times4\}$厘米^2;所以,立方体的表面积为

$(6^2-2^2)\times6+2\times[(6-2)\div2]\times4\times6$

$=288$(厘米^2).

2210. 160 个棱长为 1 厘米的小立方体拼成如图的长方体. 如果拿去 A、B、C、D、E 五个小立方体,这时这个几何体的表面积是多少平方厘米?



解　长方体的表面积为

$2\times(8\times5+8\times4+4\times5)$

$=184$(厘米^2).

拿去小立方体 A,立方体表面积不受影响;

拿去小立方体 B、C、D,孔的上方增加 2 个小正方形的面积,下方也增加 2 个小正方形的面积;

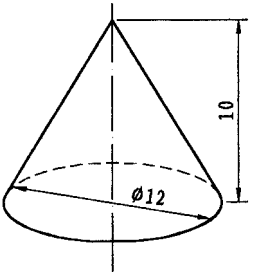
拿去小立方体 E,孔的上、下、前、后各增加一个小正方形的面积,

所以几何体的表面积为

$$184+1^2\times(2+2+4)=192(\text{厘米}^2)$$

8. 锥体、台体、组合体

2211. 计算如图所示图形(单位:厘米)的体积.

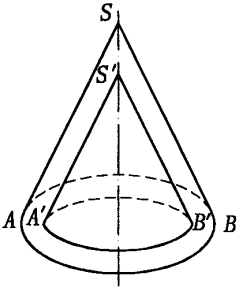


解 如图所示是一个圆锥体. 体积 $V=\frac{1}{3}sh=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{4}\times12^2\times3.14\times10\right)=376.8$,即 376.8 厘米^3.

2212. 有方、圆两锥体,方锥体的正方形底面边长为 3 厘米,圆锥体底面直径为 3.6 厘米,而两锥体的高都是 7 厘米. 问其体积相差多少?

解 底边为 3 厘米,高为 7 厘米的方锥体体积为 $3^2\times7\times\frac{1}{3}=21$(厘米^3);而直径为 3.6 厘米,高为 7 厘米的圆锥体体积为 $\frac{1}{4}\times3.6^2\times3.14\times7\times\frac{1}{3}=23.7384$(厘米^3),故所求体积的差为 $23.7384-21=2.7384$,即 2.7384 厘米^3.

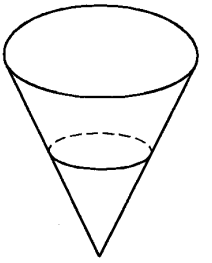
2213. 有高为 7.24 厘米,底面直径为 4.92 厘米之圆锥,在其同一个轴上刳去底面直径为 3.06 厘米,高 4.57 厘米之圆锥(其剖面如图),问所余圆锥形立体的体积是多少?



解 大圆锥的体积为 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times4.92^2\times3.14\times7.24\approx45.858$(厘米^3),刳去小圆锥的体积为 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times3.06^2\times3.14\times4.57\approx11.197$(厘米^3). 故刳去后所余的体积为 $45.858-11.197\approx34.66$,即

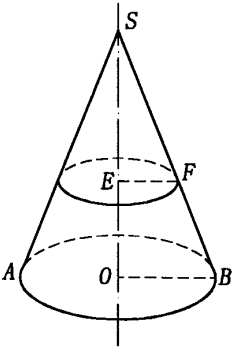
约 34.66 厘米^3.

2214. 有圆锥形容器，将其灌入全容量$\frac{1}{2}$的水时，水深 5 厘米，若灌入全容量$\frac{2}{3}$的水时，水深多少？



解　相似锥体的体积，与其对应边长的立方成比例．若设所求的深度为 x 厘米，则$\frac{1}{2}:\frac{2}{3}=5^3:x^3$，$x=5\times\sqrt[3]{\frac{4}{3}}\approx5.5$，即水深 5.5 厘米．

2215. 有圆锥，高 12 厘米，底面半径为 9 厘米，今截去其尖顶，而成为高 4 厘米的圆台，问此圆台上底的半径是多少？又其体积是多少？



解　作圆锥 S-AB，OE 为 4 厘米，截口为以 E 为中心、EF 为半径的圆．由相似三角形性质得 $SO:OB=SE:EF$，即 $12:9=(12-4):EF$，$EF=\frac{9\times(12-4)}{12}=6$，故圆台上底的半径为 6 厘米．

圆台体积可以由大圆锥 S-AB 减去小圆锥 S-EF 求得．即$\frac{1}{3}\times9^2\times3.14\times12-\frac{1}{3}\times6^2\times3.14\times(12-4)=715.92$，

故圆台体积为 715.92 厘米^3.

【注意】 圆台体积也可以直接由$\frac{1}{3}\times$(上底面积＋下底面积＋上底半径×下底半径×π)×高求得，即$\frac{1}{3}\times(6^2\times3.14+9^2\times3.14+6\times9\times3.14)\times4=715.92$，即 715.92 厘米^3.

2216. 有一圆台容器，口径 16 厘米，底径 12 厘米，深 15 厘米．问此容器可容物多少升？(精确到 0.01 升)

解　此圆台上底面积为$\frac{1}{4}\times16^2\times\pi$，下底面积为$\frac{1}{4}\times12^2\times\pi$，故其体积为$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{4}\times16^2\times\pi+\frac{1}{4}\times12^2\times\pi+8\times6\times\pi\right)\times15=740\pi$．而每 1000 厘米为容积 1 升，故此容器之容积为$\frac{740\times3.14}{1000}\approx2.32$，即约可容物 2.32 升．

2217. 有顶面边长为 20 分米，底面边长为 14 分米，深 10 分米的正方

台水槽，其体积为多少？若在水槽上端装一每秒注入 0.1 升水的漏斗，下端装一每秒流出 0.025 升水的漏管，同时开放上、下两管，以注入流出．问几小时后水可满槽？



解 水槽体积为 $\frac{1}{3}\times(20^2+14^2+20\times14)\times10=2920$，即 2920 分米^3．因 1 升$=1$ 分米^3，故水槽的容积为 2920 升．而由漏斗注入的水每秒 0.1 升，由漏管流出的水，每秒 0.025 升，即每秒槽中积水 $0.1-0.025=0.075$（升），故槽中满水，需时 $2920\div0.075\approx38933$（秒），合 10 时 48 分 53 秒．

2218. 一圆柱与一圆锥的体积与高都相等．已知圆柱的底面周长为 12.56 厘米，求圆锥底面积．

解 圆锥体积为其等底、等高的圆柱体积的三分之一，故若圆柱与圆锥的体积与高相等，则圆锥的底面积需为圆柱底面积的 3 倍．今圆柱底面积为 $(12.56\div3.14\div2)^2\times3.14=12.56$（厘米^2），故所求圆锥的底面积为 $12.56\times3=37.68$，即 37.68 厘米^2．

2219. 有一长 8 分米、宽 6 分米、高 4 分米的长方体，其体积与一直圆锥体相等．若直圆锥体的高比长方体的高多 1 分米，求此直圆锥体的底面积．

解 1 因圆锥体体积与长方体体积相等，故知圆锥体体积为 $8\times6\times4=192$（分米^3），而圆锥体体积为 $\frac{1}{3}\times$底面积$\times$高，故其底面积等于体积的 3 倍除以高，即 $192\times3\div(4+1)=115.2$，故此直圆锥体的底面积为 115.2 分米^2；

解 2 设圆锥体的底面积为 S，得 $8\times6\times4=\frac{1}{3}\times(4+1)\times S$，$S=\frac{8\times6\times4}{\frac{1}{3}\times(4+1)}=115.2$，即此直圆锥体的底面积为 115.2 分米^2．

2220. 有一底面直径为 40 厘米的圆柱形水槽，若将一底面直径为 20 厘米的金属圆锥体浸入槽中，此时槽中的水比原来升高 1.5 厘米．求此金属圆锥体的高．

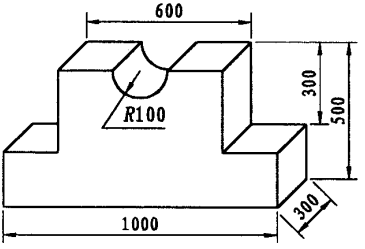
解 1 因将圆锥体浸入水中后，槽中的水升高 1.5 厘米，故知此金属圆锥体的体积为 $\frac{1}{4}\times40^2\times3.14\times1.5=1884$（厘米^3），则其高为 $1884\times3\div\left(\frac{1}{4}\times20^2\times3.14\right)=18$，即 18 厘米；

解 2 设圆锥体的高为 h，得

$\frac{1}{4}\times 40^2\times 3.14\times 1.5=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times 20^2\times 3.14\times h$,

$h=\dfrac{\frac{1}{4}\times 40^2\times 3.14\times 1.5}{\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times 20^2\times 3.14}=18$,**即此金属圆锥体的高为** 18 **厘米**.

2221. **计算如图所示零件的体积**.

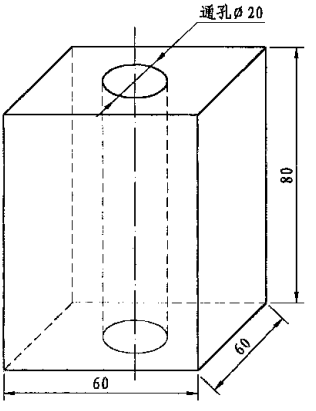


解 **如图所示,零件底面积为** $1000\times(500-300)+600\times 300-100^2\times 3.14\div 2=364300$(**毫米**^{2}),**零件体积等于其底面积与高的乘积,**$364300\times 300=109290000$(**毫米**^{3}),**即此零件体积为** 109290 **厘米**^{3}.

2222. **计算如图所示零件的体积**.

解 1 **如图所示,零件体积为长方体体积减去圆柱体体积所得的差. 长方体体积为** $60^2\times 80=288000$(**毫米**^{3}),**圆柱体体积为**$\frac{1}{4}\times 20^2\times 3.14\times 80=25120$(**毫米**^{3}). $288000-25120=262880$(**毫米**^{3}),**故此零件体积为** 262.88 **厘米**^{3}.

解 2 **零件底面积为正方形面积减去圆面积所得的差,即** $60^2-\frac{1}{4}\times 3.14\times 20^2=3286$(**毫米**^{2}). **零件体积等于底面积与高的乘积,即** $3286\times 80=262880$(**毫米**^{3}),**故此零件体积为** 262.88 **厘米**^{3}.

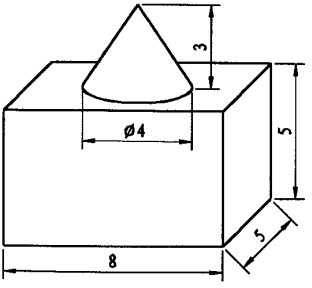


(**单位:厘米**)

2223. **计算如图所示钢材的质量(钢材密度为** 7.8 **克/厘米**^{3},**精确到** 0.1**千克**).

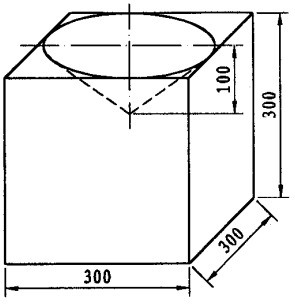
解 **如图所示,此钢材由一长方体与一圆锥体组成. 长方体体积为** $8\times 5\times 5=200$(**厘米**^{3}),**圆锥体体积为**$\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times 4^2\times 3.14\times 3=12.56$(**厘**

米³),故此钢材的体积为 200 + 12.56 = 212.56(厘米³). 7.8 × 212.56 = 1657.968(克),即此钢材约重 1.7 千克.

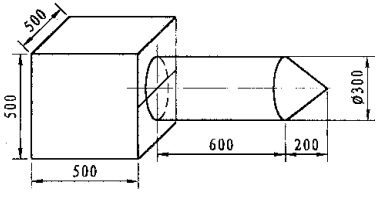


2224. 计算如图所示零件的体积.

解　如图所示,零件体积为一立方体体积减去一圆锥体体积所得的差. 立方体体积为 $300^3 = 27000000$(毫米³),圆锥体体积为 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times 300^2 \times 3.14 \times 100 = 2355000$(毫米³),27000000 − 2355000 = 24645000(毫米³),即此零件的体积为 24645 厘米³.



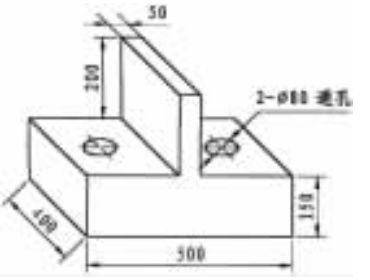
2225. 计算如图所示零件的体积.



解　如图所示,零件体积为一立方体体积与一圆柱体体积及一圆锥体体积之和. 立方体体积为 $500^3 = 125000000$(毫米³),圆柱体体积为 $\frac{1}{4} \times 300^2 \times 3.14 \times 600 = 42390000$(毫米³),圆锥体体积为 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times 300^2 \times 3.14 \times 200 = 4710000$(毫米³),125000000 + 42390000 + 4710000 = 172100000(毫米³),即此零件的体积为 172.1 分米³.

2226. 计算如图所示零件的体积.

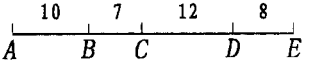
解　如图所示，零件体积为两个长方体体积之和减去两个圆柱体体积所得的差．大长方体体积为 $500\times400\times150=30000000$（毫米^3），小长方体体积为 $400\times200\times50=4000000$（毫米^3），两圆柱体体积为 $\frac{1}{4}\times80^2\times3.14\times2=10048$（毫米^3），$30000000+4000000-10048=33989952$（毫米^3），即此零件的体积约等于 33990 厘米^3．



六、其他

1. 数数问题

2227.



（1）上图中共有多少条线段？

（2）如果 $AB=10$ 厘米，$BC=7$ 厘米，$CD=12$ 厘米，$DE=8$ 厘米，图中所有线段长度的总和是多少？

解　（1）有两种不同的数线段的方法．

第一种：把图中线段 AB、BC、CD、DE 称为基本线段．从左向右，

由一条基本线段组成的线段有：AB、BC、CD、DE 四条；

由两条基本线段组成的线段有：AC、BD、CE 三条；

由三条基本线段组成的线段有：AD、BE 两条；

由四条基本线段组成的线段就只有 AE 一条．

所以图中的线段共有

$$4+3+2+1=10(\text{条}).$$

第二种：以 A、B、C、D、E 各点作为线段的一个端点，按同一方向数线段．

线段左端点是 A 的有：

AB、AC、AD、AE 四条；

线段左端点是 B 的有：

BC、BD、BE 三条；

线段左端点是 C 的有：CD、CE 两条；

线段左端点是 D 的有：DE 一条；

所以图中的线段共有

$$4+3+2+1=10(\text{条}).$$

由上述两种方法数线段的结果可知，设基本线段数为 n，则线段的总数为：

$$n+(n-1)+(n-2)+\cdots+2+1=\frac{(n+1)\times n}{2}.$$

(2) 计算所有线段长度的总和也有两种方法.

第一种：基本线段长度的和为 $10+7+12+8$；

由两条基本线段组成的线段长度的和为 $(10+7)+(7+12)+(12+8)$；

由三条基本线段组成的线段长度的和为 $(10+7+12)+(7+12+8)$；

由四条基本线段组成的线段长度的和为 $10+7+12+8$.

所以所有线段长度的总和为

$10+7+12+8+(10+7)+(7+12)+(12+8)+(10+7+12)+(7+12+8)+(10+7+12+8)=186$(厘米).

第二种：以 A 点为左端点的线段长度的和为

$10+(10+7)+(10+7+12)+(10+7+12+8)$；

以 B 点为左端点的线段长度的和为 $7+(7+12)+(7+12+8)$；

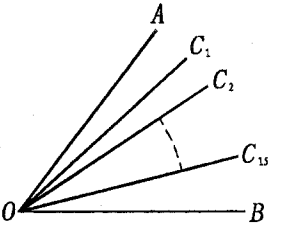
以 C 点为左端点的线段长度的和为 $12+(12+8)$；

以 D 点为左端点的线段长度为 8.

所以所有线段长度的总和为

$10+(10+7)+(10+7+12)+(10+7+12+8)+7+(7+12)+(7+12+8)+12+(12+8)+8=186$(厘米).

2228. 在 $\angle AOB$ 中，有 15 条从 O 点出发的射线，求这里面共有多少个角？



解　解题的思路同第 2226 题，图中共有 $15+2=17$(条)射线，有 16 个基本角，因此角的总数是

$$\frac{(16+1)\times 16}{2}=136(\text{个}).$$

2229. 下图中 $\angle 1+\angle 4=\angle 2+\angle 3$，问当 $\angle AOB$ 是多少度时，图中所有角的和等于 $180°$？

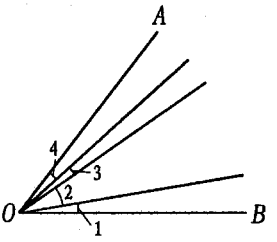
解　图中共有 $4+3+2+1=10$(个)角，它们是：

$\angle 1$，$\angle 1+\angle 2$，$\angle 1+\angle 2+\angle 3$，$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4$；

$\angle 2$，$\angle 2+\angle 3$，$\angle 2+\angle 3+\angle 4$；

$\angle 3$，$\angle 3+\angle 4$；

$\angle 4$.



依题意，得 $\angle 1+(\angle 1+\angle 2)+(\angle 1+\angle 2+\angle 3)+(\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4)+\angle 2+(\angle 2+\angle 3)+(\angle 2+\angle 3+\angle 4)+\angle 3+(\angle 3+\angle 4)+\angle 4=(\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4)\times 4+(\angle 2+\angle 3)\times 2=5\angle AOB=180^\circ$，

$\therefore\quad \angle AOB=180^\circ\div 5=36^\circ$.

2230. 上海到南京的快车，除起、终点站外，还要停靠 6 个站．问要准备几种不同的车票？有多少种不同的票价？

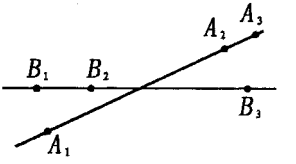
解　连起、终点共有八个站，7 段线路．同是两个车站，去时与回程是两种不同的车票，所以共需准备车票

$$\frac{(7+1)\times 7}{2}\times 2=56(\text{种}).$$

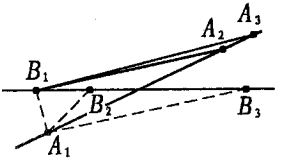
由于去时与回程的行程相同，所以票价也相同．因此，不同的票价有

$$\frac{(7+1)\times 7}{2}=28(\text{种}).$$

2231. 两条相交直线上有 A_1、A_2、A_3、B_1、B_2、B_3 **六个点，以这六个点为顶点的三角形共有多少个？**



解　连结 A_1B_1、A_1B_2、A_1B_3，**以** A_1 **为顶点、底边落在直线** B_1B_3 **上的三角形有 3 个，它们是** $\triangle A_1B_1B_2$、$\triangle A_1B_2B_3$ **和** $\triangle A_1B_1B_3$．**同理，以** A_2 **或** A_3 **为顶点、底边落在直线** B_1B_3 **上的三角形也各有 3 个．**

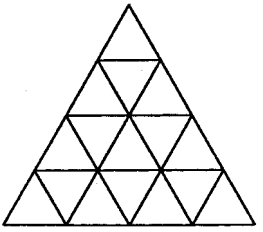


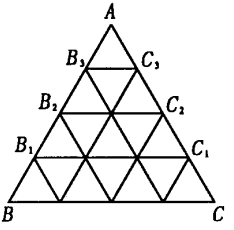
又连 B_1A_2、B_1A_3，**以** B_1 **为顶点、底边落在直线** A_1A_3 **上的三角形也有 3 个，它们是**$\triangle B_1A_1A_2$、$\triangle B_1A_2A_3$ **和**$\triangle B_1A_1A_3$．**同理，以** B_2 **或** B_3 **为顶点、底边落在直线** A_1A_3 **上的三角形也各有 3 个．**

所以，图中以 A_1、A_2、A_3、B_1、B_2、B_3 **为顶点的三角形共有**

$$3\times 6=18(\text{个}).$$

2232. 下图中共有多少个三角形？





解 将上图注上字母.

在$\triangle ABC$的BC边上,有4条长度相等的基本线段.

以1条基本线段为底边的三角形有4个;

以2条基本线段为底边的三角形有3个;

以3条基本线段为底边的三角形有2个;

以4条基本线段为底边的三角形有1个.

所以在BC边上数得三角形的个数为

$$4+3+2+1=\frac{(4+1)\times 4}{2}=10.$$

但在B_1C_1边上数三角形时,不但要向上数,而且要向下数,兹将数得的三角形个数列表如下:

边	基本线段	向上数	向下数
BC	4	$\frac{(4+1)\times 4}{2}=10$	——
B_1C_1	3	$\frac{(3+1)\times 3}{2}=6$	3
B_2C_2	2	$\frac{(2+1)\times 2}{2}=3$	$\frac{(2+1)\times 2}{2}=3$
B_3C_3	1	1	1

所以图中三角形的总数为 $10+6+3+1+3+3+1=27$(个).

2233. 某次国际乒乓球赛女子团体赛有20个队参加. 比赛时20个队分成三组,第一组7队,第二组6队,第三组7队. 三组各采用单循环制,决定分组冠军. 再由三个分组冠军,仍采用单循环制,决定世界女子团体冠军. 问这样一共要比赛多少场次?

解 按照第2233题的思路,第一和第三组各7个队,各要比赛$6+5+$

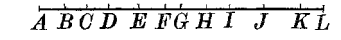
4+3+2+1=21(场次);第二组比赛 5+4+3+2+1=15(场次);分组冠军间决出世界女子团体冠军要比赛 2+1=3(场次). 所以比赛场次总数为

$2\times21+15+3=60$.

2234. 平面上有 12 个点,没有 3 个点在一条直线上. 问这 12 个点可以确定多少条不同的直线?以每 3 个点为顶点作三角形,共可作多少个三角形?

解　要确定有多少条不同的直线,相当于在一条直线上有 12 个点,数出线段的总数. 现在有 12 个点,基本线段是 11 条,所以所作直线的总数是 $\frac{(11+1)\times11}{2}=66$(条).

在数所作三角形的总数时,可将 12 个点放在一直线上,并用字母表示如下:



以点 A 为三角形的一个顶点,AB 为底的三角形有 $\triangle ABC$、$\triangle ABD$、$\triangle ABE$、…、$\triangle ABK$、$\triangle ABL$ 共 10 个;

以 AC 为底的三角形有 $\triangle ACD$、$\triangle ACE$、$\triangle ACF$、…、$\triangle ACK$、$\triangle ACL$ 共 9 个;

以 AD 为底的三角形有 $\triangle ADE$、$\triangle ADF$、$\triangle ADG$、…、$\triangle ADK$、$\triangle ADL$ 共 8 个;

……

以 AJ 为底的三角形有 $\triangle AJK$、$\triangle AJL$ 共 2 个;

以 AK 为底的三角形有 $\triangle AKL$ 1 个.

共有(10+9+8+…+2+1)个;

同理,以 B 点为三角形的一个顶点的三角形有

(9+8+7+…+2+1)个;

以 C 点为三角形的一个顶点的三角形有

(8+7+6+…+2+1)个;

以 D 点为三角形的一个顶点的三角形有

(7+6+5+…+2+1)个;

……

以 I 点为三角形的一个顶点的三角形有(2+1)个;

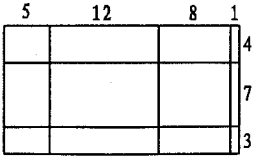
以 J 点为三角形一个顶点的三角形有 1 个.

所以三角形的总数为

$1\times10+2\times9+3\times8+4\times7+\cdots+9\times2+10\times1=220$(个).

2235. 下图中(单位:厘米)(1) 共有多少个长方形?(2) 它们面积的

总和是多少厘米^2？



解 (1) 在长方形的长上，共有$\frac{(4+1)\times 4}{2}$=10(条)不同的线段；

在长方形的宽上，共有$\frac{(3+1)\times 3}{2}=6$(条)不同的线段.

由于长方形是由宽和长两个因素确定的，因此从图中长方形的长上的10条线段中任意选择一条，配上宽上6条线段中的任意一条，就确定一个长方形. 由此可知，长方形的总数是$10\times 6=60$(个)；

(2) 长方形的长上的10条线段的长度分别为5、17、25、26；12、20、21；8、9；1.

宽上的6条线段的长度是4、11、14；7、10；3.

配成的60个长方形面积的总和是：

$(5\times 4+17\times 4+25\times 4+\cdots+1\times 4)+(5\times 11+17\times 11+25\times 11+\cdots+1\times 11)+\cdots+(5\times 3+17\times 3+25\times 3+\cdots+1\times 3)$

$=(5+17+25+\cdots+9+1)\times(4+11+\cdots+3)=144\times 49$

$=7056$(厘米^2).

由上面的计算可知：计算所有长方形面积总和的方法是长度上线段长度的和乘以宽度上线段长度的和.

2236. 32的约数有1、2、4、8、16、32；81的约数有1、3、9、27、81. 那么2592共有多少个约数？这些约数的总和是多少？

解 $2592=32\times 81$.

32有6个约数，81有5个约数，这些数都是2592的约数. 此外，32的任一约数与81的任一约数的积也是2592的约数. 故约数的个数是$6\times 5=30$.

这些约数的总和是

$(1+2+4+8+16+32)\times(1+3+9+27+81)=7623$.

2237. 课外科研小组共有13人，其中男生8人，女生5人. 现在要选出1个女生，2个男生组成一个准备科研报告的小组. 问一共有多少选法？

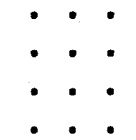
解 从8个男生中挑选2人，相当于第2229题的从8个端点、7条线段中数线段的总数，所以选法有

$$7+6+\cdots+2+1=\frac{(7+1)\times 7}{2}=28(\text{种}).$$

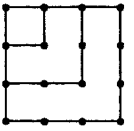
从5个女生中挑选1人的选法有5种.

一个女生配上任何两个男生就能组成一个准备科研报告的小组，因此共有$5\times 28=140$(种)不同的选法.

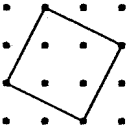
2238. 平面上有 16 个点，排成一个正方形，每行、每列上相邻两点的距离都相等(如图). 每个点上钉着钉子，以这些点为顶点，用线将它们围起来，求共可围成多少个正方形？



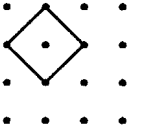
解　用线围成的正方形有两种情况，一种如图(1)所示，正方形两条边是水平方向的. 另一种如图(2)和图(3)所示，正方形是斜向的.



图(1)



图(2)

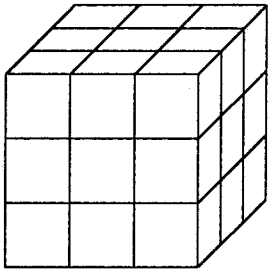


图(3)

图(1)的正方形共有　$3^2+2^2+1=14$(个)；

如图(2)的正方形有 2 个，如图(3)的正方形有 4 个.

因此，共可围成正方形为　$14+2+4=20$(个).



2239. 左图是一个立方体，将它的每个面都划分成 9 个等积的正方形. 问这个立方体中共有多少个长方体？多少个立方体？

解　立方体的每度上都有 $3+2+1=6$(条)线段，因此长方体的个数是 $6^3=216$.

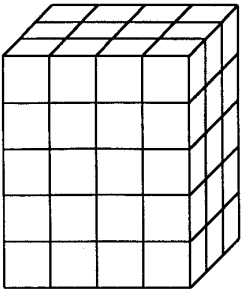
立方体的每度上都有 3 条基本线段.

每度各由一条基本线段组成的立方体有 3^3 个；

每度各由二条基本线段组成的立方体有 2^3 个；

每度各由三条基本线段组成的立方体有 1 个.

所以立方体的总数是 $3^3+2^3+1=36$(个)



2240. 左图是个长方体，将各个面划成如图所示. 问图中共有多少个长方体？

解　在长方体的长度上有线段

$$\frac{(4+1)\times 4}{2}=10(\text{条})；$$

在长方体的宽度上有线段

$$\frac{(3+1)\times 3}{2}=6(\text{条})；$$

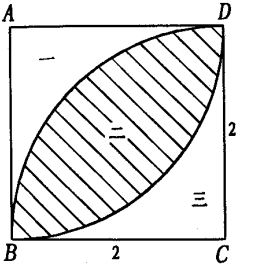
在长方体的高度上有线段

$\frac{(5+1)\times 5}{2}=15$(条).

图中长方体的总数为 $10\times 6\times 15=900$(个).



2. 重叠问题



2241. 正方形 $ABCD$ 的边长为 2 厘米，分别以 A、C 为圆心，以 2 厘米为半径作弧．求图中阴影部分的面积．

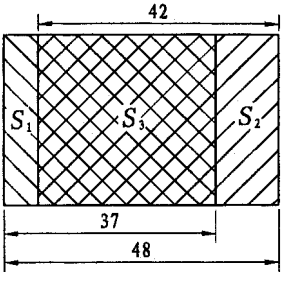
解　两条弧将正方形 $ABCD$ 分成三部分，用一、二、三表示这三部分．二是扇形 ABD 和扇形 CBD 的重叠部分，所以 $S_{一}+S_{二}+S_{二}+S_{三}=S_{扇形ABD}+S_{扇形CBD}$　①；又 $S_{一}+S_{二}+S_{三}=S_{正方形ABCD}$　②.

①式减去②式，得

$$S_{二}=S_{扇形ABD}+S_{扇形CBD}-S_{正方形ABCD}=3.14\times 2^2\times\frac{1}{4}\times 2-2^2$$

$=2.28$(厘米^2).

2242. 一个班 48 人中，在课堂上完成语文、数学作业的情况有三种，一种做完语文作业没有做完数学作业，一种做完数学作业没有做完语文作业．一种语文、数学作业都做完了．已知做完语文作业的有 37 人，做完数学作业的有 42 人．问语文、数学作业都做完的有多少人？



解　如图，S_1 表示做完语文作业没有做完数学作业的人数，S_2 表示做完数学作业没有做完语文作业的人数，S_3 表示语文、数学作业都做完的人数．根据题意，得

$S_1+S_3=37$，$S_2+S_3=42$.

以上两式相加，得　$S_1+S_2+S_3+S_3=37+42=79$；　①

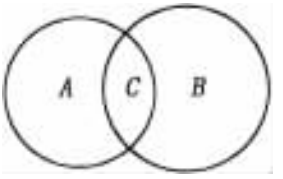
又知全班人数为 48 人，即 $S_1+S_2+S_3=48$.　②

①式减去②式，得　$S_3=79-48=31$(人).

即语文、数学作业都做完的有 31 人.

2243. 在六年级一个班 48 个学生中调查会游泳和骑自行车的人数.发现每个学生至少会一样,有$\frac{7}{12}$的学生会游泳,有$\frac{1}{4}$的学生两样都会.求会骑自行车的有多少个学生?

解　如图是两个相交的圆,用 A 表示只会游泳的人数,B 表示只会骑自行车的人数,C 表示两样都会的人数.



根据题意,得

$$A+C=48\times\frac{7}{12}=28,C=48\times\frac{1}{4}=12.$$

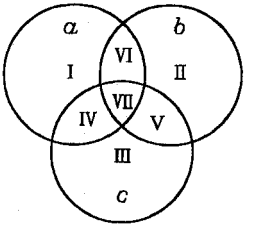
所以,$A=28-12=16$. 而 $A+B+C=48$,

因此,$B+C=48-16=32$(人).

即会骑自行车的有 32 个学生.

2244. 有 a、b、c 三本新书,至少读过其中一本的有 18 人,读过 a 书的有 9 人,读过 b 书的有 8 人,读过 c 书的有 11 人,读过 a、b 两书的有 5 人,读过 b、c 两书的有 3 人,读过 a、c 两书的有 4 人. 问三本新书全都读过的有多少人?

解 1　如图中Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ表示只读过 1 本的人数.Ⅳ、Ⅴ、Ⅵ表示只读过 2 本的人数,Ⅶ表示三本书全都读过的人数.



显然,Ⅰ+Ⅳ+Ⅵ+Ⅶ=9;Ⅱ+Ⅳ+Ⅴ+Ⅶ=8;Ⅲ+Ⅴ+Ⅵ+Ⅶ=11. 所以,

$$Ⅰ+Ⅱ+Ⅲ+2Ⅳ+2Ⅴ+2Ⅵ+3Ⅶ=9+8+11. \quad ①$$

又　至少读过一本的有 18 人,所以,

$$Ⅰ+Ⅱ+Ⅲ+Ⅳ+Ⅴ+Ⅵ+Ⅶ=18. \quad ②$$

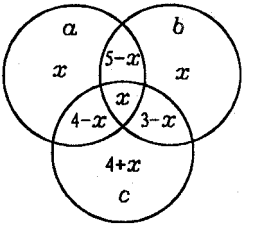
①式减去②式,得　$Ⅳ+Ⅴ+Ⅵ+2Ⅶ=(9+8+11)-18. \quad ③$

又知读过 a、b 两书的有 5 人,b、c 两书的有 3 人,a、c 两书的有 4 人,所以

$$(Ⅳ+Ⅶ)+(Ⅴ+Ⅶ)+(Ⅵ+Ⅶ)=Ⅳ+Ⅴ+Ⅵ+3Ⅶ=5+3+4. \quad ④$$

④式减去③式,得

$$Ⅶ=(5+3+4)-[(9+8+11)-18]=2(人).$$



因此 3 本新书全都读过的有 2 人;

解 2　设 3 本全读过的有 x 人. 则只读过 a、b 两书的是$(5-x)$人,只读过 b、c 两书的是$(3-x)$人,只读过 a、c 两书的是$(4-x)$人;只读过 a 书

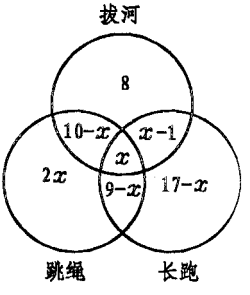
的是 $9-(5-x)-x-(4-x)=x$(人),只读过 b 书的是 $8-(5-x)-x-(3-x)=x$(人),只读过 c 书的是 $11-x-(4-x)-(3-x)=4+x$(人). 依题意,得

$$x+(5-x)+(3-x)+(4-x)+x+x+(4+x)=18.$$

解方程,得 $x=2$. 所以 3 本书全读过的有 2 人.

2245. 某班有学生 50 名,举行冬季体锻竞赛. 项目有跳绳、拔河、长跑三项,规定每人至少参加一项. 而且还知道下述情况:(1) 只参加拔河比赛的学生有 8 人;(2) 参加长跑比赛的有 25 人;(3) 参加拔河和跳绳比赛的学生有 10 人;(4) 参加跳绳和长跑比赛的学生有 9 人;(5) 参加拔河和长跑而没有参加跳绳比赛的人数比同时参加三项比赛的人数少 1 人;(6) 只参加跳绳比赛的人数是同时参加三项比赛人数的 2 倍. 问:(1) 同时参加三项比赛的学生有多少人?(2) 只参加两项比赛的学生有多少人?(3) 只参加一项比赛的学生有多少人?

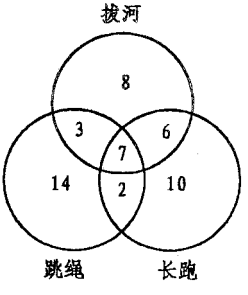
解 设同时参加三项比赛的学生有 x 人. 那么,三项中只参加两项的是:(1) 只参加拔河和跳绳比赛的人数为$(10-x)$人;(2) 只参加长跑和跳绳比赛的人数为$(9-x)$人;(3) 只参加拔河和长跑比赛的人数为$(x-1)$人. 三项中只参加一项的是:(1) 只参加拔河比赛的有 8 人;(2) 只参加跳绳比赛的有 $2x$ 人;(3) 只参加长跑比赛的有 $25-x-(x-1)-(9-x)=17-x$(人). 因为全班 50 人,每人至少参加三项比赛中的一项,所以,



$$x+(10-x)+(9-x)+(x-1)+8+2x+(17-x)=50.$$

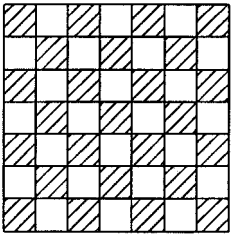
解方程,得 $x=7$. 所以同时参加三项比赛的有 7 人;只参加两项比赛的有$(10-x)+(9-x)+(x-1)=(10-7)+(9-7)+(7-1)=11$(人);只参加一项比赛的有 $8+2x+(17-x)=8+2\times7+(17-7)=32$(人).

参加各项比赛的人数如图所示.



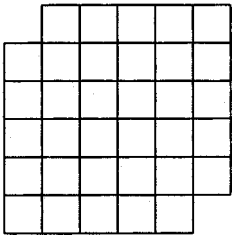
3. 染色法

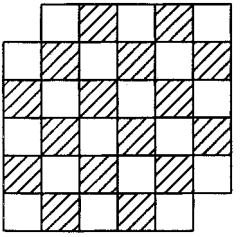
2246. 教室里有 7 排位子，每排 7 座，每张位子上坐一个学生．如果一周后，每个学生都必须和他相邻（前、后、左、右）的某一同学互换位子，问能不能换成？为什么？



解　画一个 7×7 格子的正方形，每个格子表示一个位子．将这些格子涂成黑白两色，使相邻的格子黑白相间．按规定交换位子．只需要将黑色的格子与白色的格子全部交换就行．但黑色的与白色的相差一格，因此这种交换不可能成功．

2247. 如图是一个由 34 块 1×1 的小正方形拼镶而成的图形，能不能用 17 个 2×1 的矩形将这个图形全部覆盖？

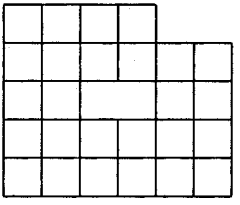


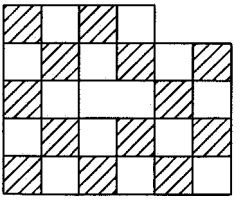


解　将图形中的小方格用上题的方法，黑白相间地涂上颜色．

如果将 1×2 的矩形覆盖上去，必须要盖住一块黑色的与一块白色的小正方形，而图中是 16 块黑色的小正方形和 18 块白色的小正方形，因此，要将图形全部覆盖是不可能的．

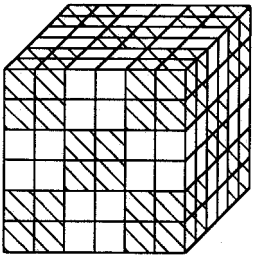
2248. 下图由 1×1 的正方形组成，能不能用 1×2 的小长方形将它们全部覆盖？为什么？





解 将图中的一部分小正方形涂上黑色，使黑白相间，被一个 1×2 的小长方形覆盖的正方形，必定是一黑一白，现在图中有 13 个黑格，13 个白格，因此能用 1×2 的长方形将它们全部覆盖．

2249. 有一批商品，每一件呈长方体形状，它们的尺寸为 $1\times2\times4$. 现在有一些现成的正方体木箱，它们的尺寸为 $6\times6\times6$. 试问：能不能用这样的商品将木箱完全填满？

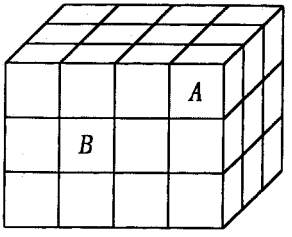


解 这样做似乎是可能的．因为木箱的容积是 $6\times6\times6=216$. 商品的体积为 $1\times2\times4=8$，$216\div8=27$. 而实际上，这 27 件商品无论怎样是无法装入这种木箱的．为了说明这一点，可将木箱分成 27 个小正方体，每个小正方体的尺寸为 $2\times2\times2$. 把这些小正方体交替地涂上黑、白两色(如图)．

涂色后可以看到，黑色的 $2\times2\times2$ 的小正方体有 14 个；白色的 $2\times2\times2$ 的小正方体有 13 个，黑的比白的多 1 个．1 个黑色小正方体，相当于 $2\times2\times2=8$ 个边长为 1 的黑的单位正方体．

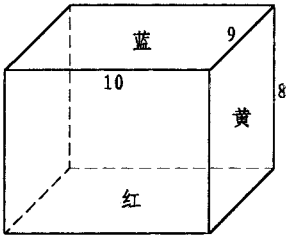
现在将这种 $1\times2\times4$ 的长方体形状的商品放入木箱，无论怎样放，每件商品‘盖住’8 个为 1 的单位正方体，其中黑、白各占 4 个．木箱共含 $6\times6\times6=216$ 个单位正方体．放入 26 件商品后，总共盖住 $8\times26=208$ 个单位正方体，其中黑、白各占 104 个．余下 $216-208=8$(个)单位正方体是黑色的，而第 27 件商品是无法“盖住”这 8 个黑色的单位正方体的．

2250. 36 个相同的小正方体叠成一如图的长方体．在取走 A、B 两个小立方体后，在这几何体的整个表面涂满红漆，其中有多少个小立方体是两个面有油漆的？



解 $1+(2\times2+1)+3+2=11$

B 周围 长的方向 宽的方向 高的方向



2251. 有一个长、宽、高分别是 10、9、8 的长方体，它的前、后两面涂红色，左、右两面涂黄色，上、下两面涂蓝色．如果把它分成棱长为 1 的立方体，那么有三种颜色的有几块？有黄、蓝两种颜色的有几块？只有黄色的有几块？

解 有三种颜色的小立方体集中在长方

体的 8 个顶上，因此有 8 块；

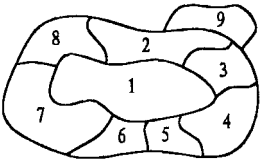
有黄、蓝两种颜色的小立方体在宽方向的四条棱上，且每条棱上要去掉前、后两端的 2 块．共有

$$(9-2)\times 4=28(\text{块})；$$

只有黄色的小立方体在左、右两个面的中央．共有

$$(9-2)\times(8-2)\times 2=84(\text{块}).$$

2252. 一个图形分成 9 个区域，给图形涂色，要求相邻两区域涂的是不同的颜色，这样至少需要涂多少种不同的颜色？



解　在区域 1 涂第一种颜色，区域 2～8 都与区域 1 接壤，因此需选用第二、第三种颜色间隔涂色．但区域 2 至区域 8 共 7 块区域，成奇数，这样间隔涂色，必导致区域 8 与区域 7 同色，因此区域 8 需涂第四种颜色．区域 9 与区域 2、3 接壤，因此涂第一种颜色或第四种颜色，就不会产生相邻区域同色的问题．

因此，根据要求对各区域涂色，至少需要涂 4 种不同的颜色．

4. 抽屉原理

2253. 把 6 只苹果放到 5 个抽屉中去，那么至少有一个抽屉有不止一只苹果．对吗？

解　6 只苹果必须放到抽屉中去．如果每个抽屉先各放 1 只，再将第 6 只放进抽屉，必然有一个抽屉有 2 只苹果．如果某一个或某几个抽屉不放，那么其他抽屉中放的苹果，必然至少有一个抽屉有不止一只苹果．由于苹果是 6 只，抽屉只有 5 个，所以至少有一个抽屉有不止一只苹果．

我们把上面“6 只苹果”和“5 个抽屉”的这种思考方法概括成数学上的一条原理，就是“抽屉原理”：

如果把$(m+1)$个物体放到 m 个抽屉里，那么至少有一个抽屉里放有不止一个这种物体．

抽屉原理可以解决不少较为复杂的数学问题．

2254. 学校里有 366 位 1979 年出生的学生，那么其中至少有两位学生的生日是在同一天的．对吗？

解　1979 年是平年，全年 365 天．把一年的 365 天看作是 365 个抽屉，366 位学生看作是 366 个物体．366 个物体放进 365 个抽屉中，至少有一个抽屉有不止一个物体．这就说明，至少有一天，有不止一位同学在这天出生．

2255. 任意取出多少个整数，才能使其中必有两个数的差是 6 的倍数？



解 除以 6，两个同余的数的差必能被 6 整除，也就是这个差必是 6 的倍数.

一个整数，除以 6，余数有 0、1、2、3、4、5 六种，我们把它们看成 6 个抽屉，把 7 个整数放入这 6 个抽屉，必有两数在同一抽屉，也就是这两个数除以 6 的余数相同. 所以，任意取出 7 个整数，其中必有两个数的差是 6 的倍数.

2256. 任意写出多少个纯小数，才能使其中必有两个数的差小于 0.05？

解 纯小数必大于 0、小于 1. 将纯小数分成 20 个区间：$(0,0.05]$，$(0.05,0.1]$，$(0.1,0.15]$，…，$(0.90,0.95]$，$(0.95,1)$，这 20 个区间就是 20 个抽屉. 如果任意写出 21 个纯小数放入这 20 个抽屉，必有两个纯小数在同一抽屉，同一抽屉的两个纯小数的差必小于 0.05.

2257. 任意取 7 个整数，其中必有两个数的和或差是 10 的倍数，为什么？

解 整数分 6 类：

$10k$，$10k\pm1$，$10k\pm2$，$10k\pm3$，$10k\pm4$，$10k\pm5$，其中 k 为整数（正整数、零、负整数）. 这 6 类整数是 6 个抽屉，任意 7 个整数，必有两整数在同一抽屉，即必有两整数是同一类，则和或差必是 10 的倍数. 以第二类为例，如：

两数为 $10k+1$、$10k'-1$，则和为

$10k+1+10k'-1=10(k+k')$，是 10 的倍数；

两数为 $10k+1$、$10k'+1$，则差为

$10k+1-10k'-1=10(k-k')$，是 10 的倍数；

两数为 $10k-1$、$10k'-1$，则差为

$10k-1-10k'+1=10(k-k')$，是 10 的倍数.

2258. 有 11 个自然数，每个都不大于 20，其中必有两个数互质，为什么？

解 相邻两自然数必互质，将 1～20 的自然数分 10 组：(1,2)、(3,4)、(5,6)、(7,8)、(9,10)、(11,12)、(13,14)、(15,16)、(17,18)、(19,20)，每组两数互质. 从这 10 组数抽 11 个数，必有两数从同一组中抽出，因此，不大于 20 的 11 个自然数中必有两数互质.

2259. 设 $x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n$ 是 n 个小于 1 的正数. 证明：其中必有两个数的差（大数减小数）小于 $\frac{1}{n-1}$.

证 将小于 1 的正数分成 $(n-1)$ 个区间.

$\left(0,\frac{1}{n-1}\right]$，$\left(\frac{1}{n-1},\frac{2}{n-1}\right]$，$\left(\frac{2}{n-1},\frac{3}{n-1}\right]$，…，$\left(\frac{n-3}{n-1},\frac{n-2}{n-1}\right]$，

$\left(\frac{n-2}{n-1},1\right)$，每个区间中两数之差小于$\frac{1}{n-1}$. n 个数放入$(n-1)$个抽屉，必有两数同抽屉．则此两数之差必小于$\frac{1}{n-1}$.

2260. 试证明：任取五个自然数，必可从中选出一个或几个，使它们的和能被 5 整除．

证　设五个自然数分别为 a、b、c、d、e. 从这五个自然数中任选一个或几个．有多种选法，我们不妨对其中的 a，$a+b$，$a+b+c$，$a+b+c+d$ 和 $a+b+c+d+e$ 被 5 除后余数的情况进行讨论．

任何自然数除以 5 余数只能有 0、1、2、3、4 五种情形．

若上述五个自然数和自然数的和之一的余数为 0，则这个数即为所求；

若它们之中任何一个的余数不为 0，那么它们之中至少有两数被 5 除后的余数相同(这时余数只有 1、2、3、4 四种情形，而被除数有 5 个)．同余两数之差必能被除数整除，则这两个数的差必能被 5 整除．

又在 a，$a+b$，$a+b+c$，$a+b+c+d$ 和 $a+b+c+d+e$ 中，任意两数之差或为 b、c、d、e，或为它们中的几个数之和．

比如：若 $a+b$ 和 $a+b+c+d$ 被 5 除后的余数相等，则$(a+b+c+d)-(a+b)=c+d$ 可被 5 整除．

所以在 a、b、c、d、e 中，必定有一个或几个数之和是 5 的倍数．

2261. 某班 48 名学生进行一次跳短绳测验，在规定时间里，最多的跳 175 次，最少的跳 160 次．那么在该班学生中至少要任意挑出多少名学生，才能从中选出 3 名在规定时间内跳绳次数相同的学生？

解　$175-160+1=16$，从最多跳 175 次到最少跳 160 次，可分 16 个成绩档次．也就是 16 个抽屉．

$$16\times2+1=33(\text{人}).$$

就是从班中至少挑出 33 名学生，其中必能选出 3 名学生在规定时间内跳绳的次数相同．

2262. 把 1600 颗花生分给 100 只猴子．证明不管怎么分，至少有 4 只猴子得到的花生一样多．且请你设计一种分法，使得没有 5 只猴子得到的花生一样多．

证　要使没有 4 只猴子分得的花生一样多，可以这样分：

3 只猴子得 0 颗，3 只猴子得 1 颗，……3 只猴子得 32 颗，还有一只猴子得 33 颗．这时所需花生的总数：

$$(1+2+3+\cdots+32)\times3+33=1617,$$

已超过 1600 颗．如将第 100 只猴子所得花生削减，使总数成 1600 颗，则此猴子所得必与前 99 只猴子中的 3 只相同．所以不管怎样分，至少有 4 只猴子所得花生一样多．

上面的分法，就没有 5 只猴子分得的花生一样多．分的方法很多，下面又是一种：

4 只猴子各分 1 颗花生，4 只猴子各分 2 颗花生，4 只猴子各分 3 颗花生，以后的猴子 3 只一组，各组依次各分 4 颗、5 颗、……、32 颗，最后一只猴子即第 100 只猴子分 10 颗花生，这样猴子共

$$3\times4+3\times(32-4+1)+1=100(\text{只}).$$

共分去花生

$$(1+2+3)\times4+(4+5+\cdots+32)\times3+10=1600(\text{颗}).$$

2263. 一个布袋里大小相同而颜色不同的木球，其中红的 10 个，白的 9 个，蓝的 2 个，黄的 8 个．一次至少取多少个球，才能保证至少 4 个是同色的？

解　摸出 2 个，可能全是蓝色的，接着摸 9 个，可能红、白、黄各 3 个，那再摸一个，这一个非红、即黄、即白，这样必定至少有 4 个球是同色的．所以一次至少摸出 $2+(3\times3+1)=12$(个)球，才能保证其中至少 4 个是同色的．

2264. 一副扑克牌共有 52 张(去掉大王、小王)，问至少要取多少张牌才能保证其中必有 3 种或 3 种以上花色？

解　52 张扑克牌有四种花色，每种花色有 13 张牌，所以至少取 $13\times2+1=27$(张)牌才能保证其中必有 3 种或 3 种以上的花色．

2265. 一次北京夏令营组织 1998 名同学游览故宫、景山、北海三个地方，规定每个同学至少去一个地方，问：至少有多少同学游览了完全相同的地方？

解　游览的地方可能去三处中的一处：故宫、景山、北海．也有人可能去了三处中的两处：故宫、景山；故宫、北海；景山、北海．有人也可能故宫、景山、北海三处都去了，这是七个抽屉．$1998=7\times285+3$，因此，至少有 $285+1=286$(人)去了完全相同的地方．

2266. 布袋中有红、黄、蓝三种颜色的球各 24 个，如果闭上眼睛至少要摸出多少个球，才能保证红球与黄球的和比蓝球多，黄球与蓝球的和比红球多，蓝球与红球的和比黄球多？

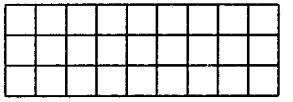
解　$24+24+1=49$(个).

至少要摸出 49 个球才能保证其中两种球球数之和大于第三种球的球数．

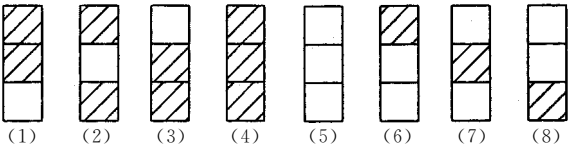
2267. 幼儿园买来不少马、猪、狗塑料玩具，每个小朋友任意选择两件，那么要有几个小朋友才能保证至少有两人选的玩具相同？

解　从三种玩具中挑选两种，所有的搭配如下：马、马；马、猪；马、狗；猪、猪；猪、狗；狗、狗共六种．把每一种搭配看成一个抽屉，共 6 个抽屉．当有 6＋1 即 7 个小朋友时就能保证至少有两人选的玩具相同．

2268. 在围棋盘上勾划出 3×9 的长方形，在每个格子内或者放白子或者放黑子．试说明不管怎样选 27 个子来放，这九列中至少有两列，它们放子的方式是一样的．



解　每列三格，可以放三个子，但颜色只有两种，或者是黑，或者是白，因此每列摆下来，摆法完全不一样的，最多有 8 种（如图所示，有阴影的格子表示放黑子，没有阴影的放白子）．



8 种摆法相当于 8 个抽屉；勾划出的长方形共 9 列，相当于 9 件物体，9 件物体放入 8 个抽屉，至少有一个抽屉不止一件物体，就是九列中至少有两列，它们放子的方式是一样的．

2269. 从 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10 这 10 个数中，任意取出 6 个数，证明其中至少有两个数，其中一个是另一个的倍数．

类别	一	二	三	四	五
数	1、2、4、8	3、6	5、10	7	9

证　将 1～10 这十个数按倍数关系分成五类，如表所示．其中第一类四个数中每两个数都有倍数关系．如果从五类中各取一个数，而且这五个数不存在倍数关系，那么第六个数必须从第一、二、三类中挑选一个，这样就出现存在倍数关系的两个数；如果开始时取出 1，那么 1 与其余五个数都存在倍数关系；如果取数时某些类别不取，那么更易出现存在倍数关系的两个数．所以从 1～10 这十个数中任意取出 6 个数，必然至少有两个数存在倍数关系．这也是一个抽屉问题，五类数是五个抽屉，6 个数是六件物体．关于 1～10 这十个数按倍数关系分类时分法不止一种，1 这个数可以放在

一至四类中的任一类别；可由 3 和 6 组成第二类，也可由 3 和 9 组成第二类，而将 6 换入第五类，同样可以证明命题．

2270. 一个幼儿班有 40 名小朋友．现在有各种玩具 125 件，把这些玩具分给小朋友，是否有人会得到 4 件或 4 件以上的玩具？

解　把 40 名小朋友看作 40 个抽屉，玩具数看作物体．假定每个抽屉至多分得 3 个物体，那么共分去 $3\times40=120$(件)．$120<125$，所以至少会有一个抽屉得放 4 个物体．也就是有人会分得 4 件或 4 件以上的玩具．

本题是抽屉原理的推广，可归纳为：

如果有 m 只抽屉，物体的个数是 $k\times m+n(0<n<m)$，那么至少有一个抽屉要放$(k+1)$个或更多的物体．

2271. 四(1)班有 37 个学生，他们都订阅“小朋友”、“儿童时代”、“少年报”三种报刊中的一、二或三种，其中至少有 6 个学生订的报刊相同．为什么？

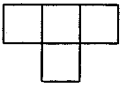
解　将三种报刊分别编为 1、2、3 号，那么订阅情况有 1,0,0;2,0,0;3,0,0;1,2,0;1,3,0;2,3,0;1,2,3 共七种．由于 $37=5\times7+2$，所以至少有(5+1)即 6 个学生订的报刊相同．

5. 图形填数

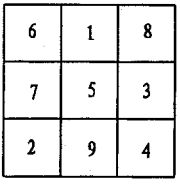
(1) 算算填填

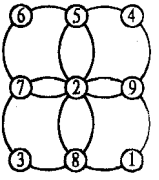
① 四宫

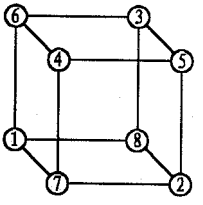
2272. 将 1～4 四个数填入图形的方格中，使横的三格中三数的和等于竖的两格中两数的和．



解　形如







等图形都是要求填进一些数，使行、列、对角线或圆周上、面上各数的和都相等．我国宋代著名数学家杨辉，把这类图叫做“纵横图”，它是我国古代数学家首先发现的．西方把它叫做“幻方”或“魔方”，日本人称它为“方阵”．习惯上把左首的图形叫做“九宫算”，每一方格叫做“宫”，九宫的名称是：

这道题是要求用 1～4 四个数，填入九宫中的东、南、西、中四个宫，使

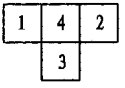
东、中、西三宫的和等于中、南两宫的和．即　东＋中＋西＝中＋南

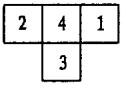
也就是　东＋西＝南

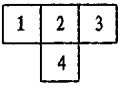
这说明，填进南宫的数，必须是东、西两宫数的和．在1、2、3、4四个数中，符合这个要求的，只能是3或4（因为1或2都不可能是其他两数的和）．

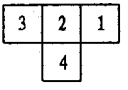
西北	北	东北
西	中宫	东
西南	南	东南

当南宫填3时，东、西两宫应填1和2，于是有一种类型、两种不同形式的解．当南宫填4时，东、西两宫应填1和3，也有一种类型、两种不同形式的解．所以，此题有2种类型、4种不同形式的解．

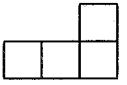








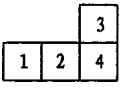
2273．将1～4四个数填在图形的方格中，使横的三格中三数的和等于纵的两格中两数的和．

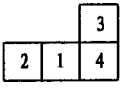


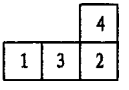
解　这是将1～4四个数填入九宫中的西、中、东和东北四宫，使西＋中＋东＝东＋东北

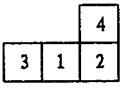
即　　西＋中＝东北

同上题，东北宫应填3或4，有两种类型、四种形式的解．



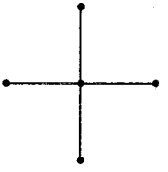






② 五宫

2274．将1～5五个数填入图形的黑点处，使每条直线上三个数的和都相等．



解　这道题是要将1～5五个数填入九宫的东、南、西、北、中五个宫，使横、竖三个宫中的数的和都相等．

设横、竖三个宫中数的和为m，那么：

北＋中＋南＝m，

西＋中＋东＝m，

两式相加，得　（东＋南＋西＋北＋中）＋中＝$2m$，

而　东＋南＋西＋北＋中＝15，

所以　$2m$＝15＋中．

$2m$为偶数，所以（15＋中）也是偶数，中宫的数就应当是奇数．因此，中

宫应填 1、3 或 5.

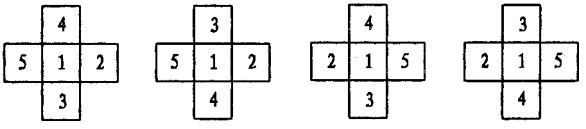
(1) 当中宫填 1 时，

$$2m=15+1，\therefore\quad m=8.$$

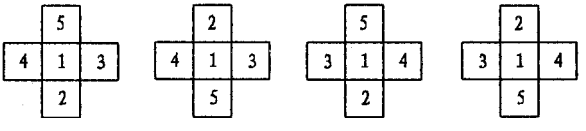
由此可知　东＋1＋西＝8，

东＋西＝7，

在 1～5 五个数中，除去中宫的 1 后，两数和是 7 的，是 2＋5，3＋4 两组．当东西两宫填 2 和 5 时，南北宫就分别填 3 和 4；当东西两宫填 3 和 4 时，南北宫就分别填 2 和 5.



(1)　(2)　(3)　(4)



(5)　(6)　(7)　(8)

其中第(3)图是第(1)图在镜子中的像，第(7)图是第(1)图按顺时针方向旋转 90°而得到．这八个图之间都存在这两种关系之一，因此它们是属于同一种类型，是 1 种类型的 8 种不同形式．

(2) 当中宫填 3 时．

由 $2m=15+3$　可得　$m=9$.

再由　东＋中＋西＝东＋3＋西＝9，得　东＋西＝6.

由此可知，东西两宫可分别填 1 和 5 或 2 和 4. 同样，当东西宫填 1、5 时，南北宫填 2、4；当东西宫填 2、4 时，南北宫填 1、5(如图).



同样，这种情况也可有 8 种不同的形式．

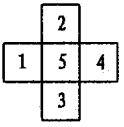
(3) 当中宫填 5 时．

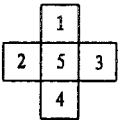
这时，$2m=15+5=20$，$m=10$；

因此　东$+5+$西$=10$，

　　东$+$西$=5$

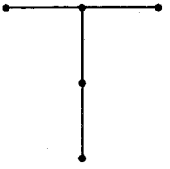
由此可知，东西两宫可填 1、4 或 2、3. 当东西两宫填 1、4 时，南北两宫可分别填 2、3. 当东西两宫填 2、3 时，南北两宫可分别填 1、4，也有 1 种类型、8 种不同形式的解.

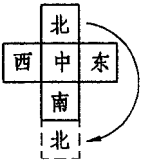




所以本题共有 3 种类型、24 种不同形式的解.

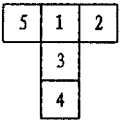
2275. 将 1～5 五个数填在图形的黑点处，使每条直线上各数的和都相等.

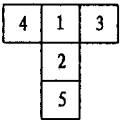




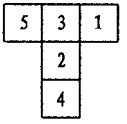
解　本题是上题的变形，是将北宫移至南宫的下面，因此，也有 3 种类型，24 种不同形式的解.

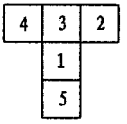
第一种类型：



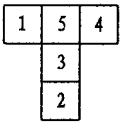


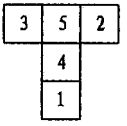
第二种类型：



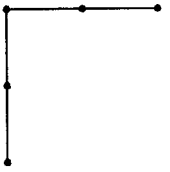


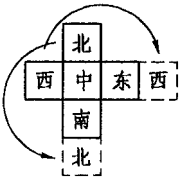
第三种类型：





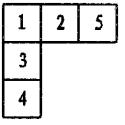
2276. 将 1～5 五个数填在图形的黑点处，使每条直线上各数的和都相等.

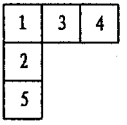




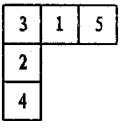
解　本题又是上题的变形，解题思路与上题雷同，也有 3 种类型、24 种不同形式的解.

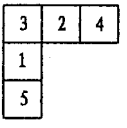
第一种类型：



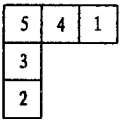


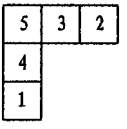
第二种类型：



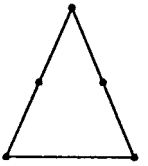


第三种类型：

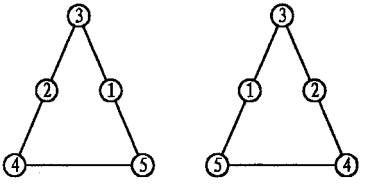




2277. 将 1～5 五个数填在图形的黑点处，使每条直线上各数的和都相等.

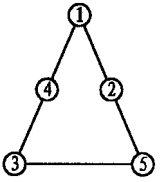
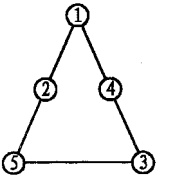


解　本题又是上题的变形，不过比上题多了一条直线. 可在上题第二种类型的 4、5 两数之间连一条直线，这样每条直线上各数的和都等于 9.



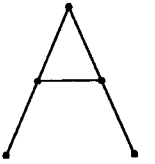
上面两种填法，属于同一类型、两种不同的形式.

上题第一种类型中的 3 与 4 对换位置，并在 3、5 两数之间连一条直线，那么各直线上的数的和都是 8，这样又得到了另一种类型、两种不同形式的解.

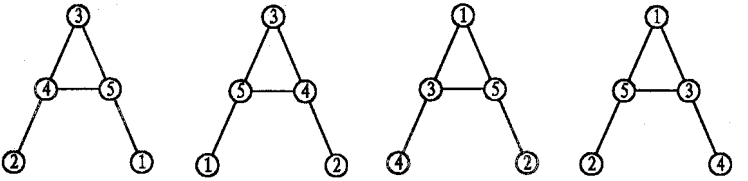



上题第三种类型每条直线上各数的和是 10，但在 1～5 五个数中，两数的和不可能等于 10. 因此本题的解只有 2 种类型、4 种不同形式的解.

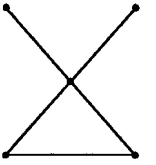
2278. 将 1～5 五个数填入图中的黑点处，使每条直线上各数的和都相等.



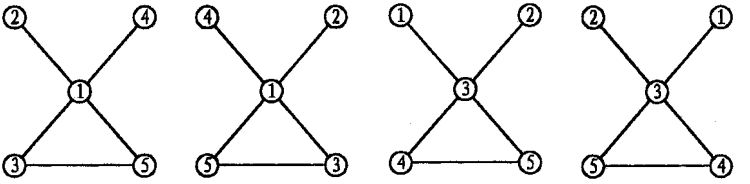
解　本题是上题的变形. 只要将上题中第一种类型的 1 与 5、2 与 4 对换一下位置，第二种类型的 4 与 3、2 与 5 对换一下位置，就可得到 2 种类型 4 种不同形式的解.



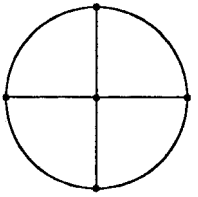
2279. 将 1～5 五个数填入图中黑点处，使每条直线上的各数的和都相等.



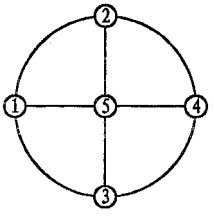
解　这道题是在第 2274 题的基础上，将图形以中宫为中心顺时针或逆时针旋转 45°，并添上一条直线而得. 根据第 2274 题的分析，中心必须填 1 或 3 或 5. 如果中心填 5，那么斜线上三数的和必大于或等于 8. 但在 1、2、3、4 四个数中任选两个数它们的和都不可能等于 8，即横线上两个数的和不可能等于 8，所以中心不能填 5. 如果中心填 1 或 3，就各有 2 种不同形式的解.



2280. 将 1～5 五个数填在图形的黑点处，使每条直线上和圆周上各数的和都相等．

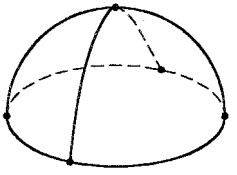


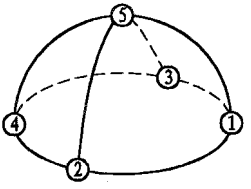
解　这道题仍是第 2274 题的变形，比第 2274 题多加一个圆．根据第 2274 题的分析，中心可填 1、3、5 三个奇数之一，而且横竖两直线上各数的和分别是 8、9、10．现在 1＋2＋3＋4＝10，说明圆周上四个数的和最小是 10，因此中心必须填 5．本题就只有这一种类型的解．



其中 1 可在圆周上四个位置中任选一个，有 4 种选法，1 的位置确定后，4 的位置也随着确定；2 可在剩下的两个位置中任选一个，有 2 种选法．因此，本题有 4×2＝8 种不同的形式．

2281. 将 1～5 五个数填在图形的黑点处，使半圆弧上各数的和与圆周上各数的和都相等．

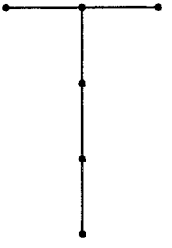




解　这是上题的变形．将上题的中心抬高，两条直线变成半圆弧，就得上面的图形．这道题也有 1 种类型 8 种不同形式的解．

③ 六数

2282. 将 1～6 六个数填在图中黑点处，使每条直线上各数的和都相等．



解　交叉点上的数用“中”表示，每条直线上各数的和设为 m，那么：

1＋2＋3＋4＋5＋6＋中＝$2m$

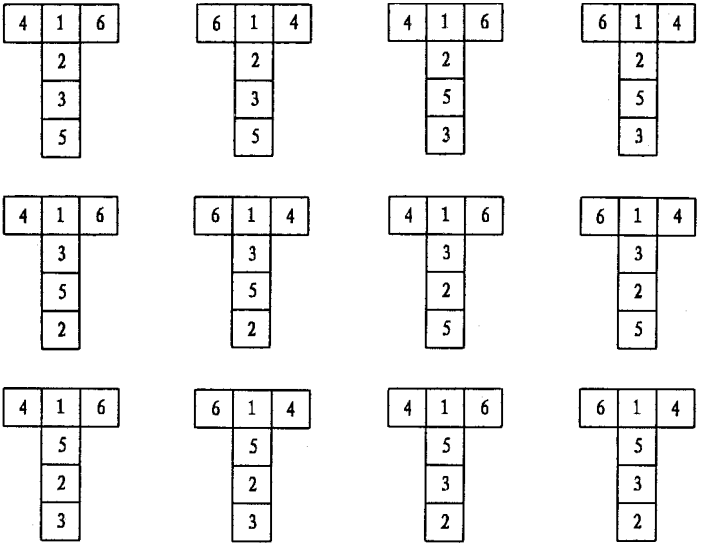
21＋中＝$2m$

$2m$ 是偶数，21 是奇数，那么“中”只能是奇数，即 1、3 或 5．

(1) 交叉点填 1．

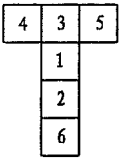
$2m=21+1=22$，$m=11$．

由此可知，横线两端两数的和应是 11－1＝10. 在 2～6 五个数中，两数和是 10 的只有(4＋6)一组，因此在 1 的左右可填 4 和 6，其余 2、3、5 三个数填在竖线的下面三个点上. 因为 4、6 两数或左或右，有两种不同的排列. 2、3、5 三数之间可任意交换位置，有 3×2×1＝6 种不同的排列. 所以，当交叉点填 1 时，有 6×2＝12 种不同的形式.



(2) 交叉点填 3.

同理可算得 $m=12$.

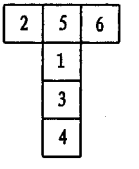


由此可知在 3 的左右两数之和应是 9. 在 1、2、4、5、6 五个数中两数和是 9 的只有(4＋5)一组. 因此，3 的左右填 4 和 5，余下的 1、2、6 三个数就填在 3 的下面各格.

也有 12 种不同的形式.

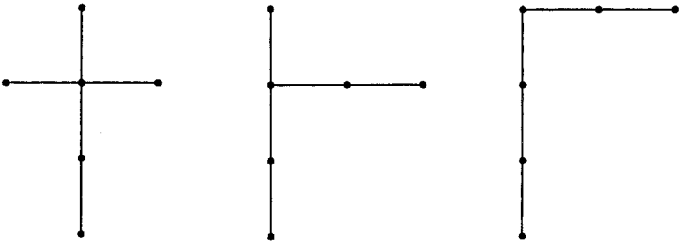
(3) 交叉点填 5.

同理可算得 $m=13$，在 5 左右两数的和是 13－5＝8. 在 1、2、3、4、6 五个数中，两数和是 8 的只有(2＋6)一组. 因此也是一种类型 12 种不同的形式.

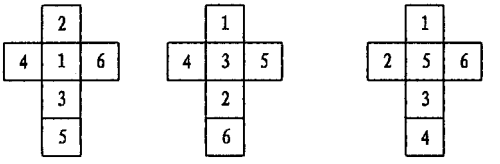


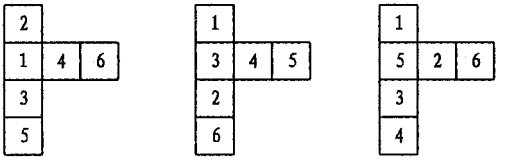
所以本题共有 3 种类型，36 种不同形式的解.

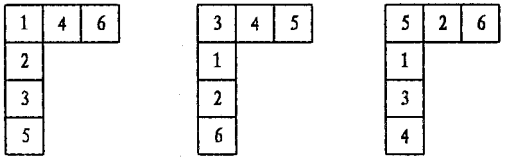
2283. 将 1～6 六个数，分别填入下面各图的黑点处，使每个图中直线上各数的和都相等.



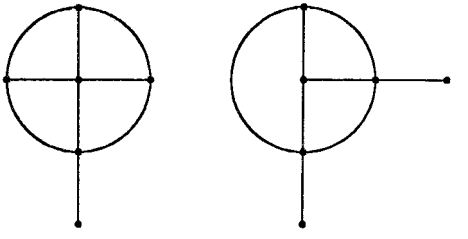
解　本题是上题的变形．同样，每个图都有 3 种类型 36 种不同形式的解．







2284．将 1～6 六个数填在下面图形的黑点处，使直线上和圆周上各数的和都相等．



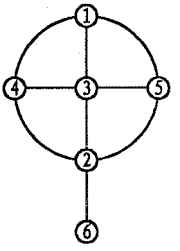
(1)　　(2)

解　这是上题的变形.

如图,如第 2282 题分析,中心必须填 1、3、5 三数.

(1) 中心填 1.

由于 $m=11$,左右两点只能填 4、6. 但圆周的上下两数必等于或大于 5 (2、3、5 三数中任意两数的和必等于或大于 5),所以圆周上四数之和必大于 11. 因此中心不能填 1.

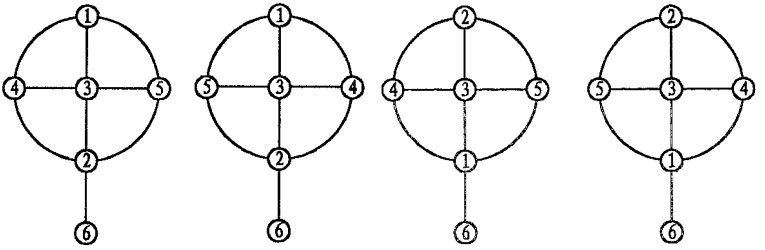


(2) 中心填 3.

$m=12$,因此 3 的左右两数为 4 和 5.

因为 $12-(4+5)=3$ 而 $1+2=3$,所以圆周上上下两数应填 1 和 2.

由于 4 与 5 可对换,有两种不同的排列;1 和 2 也可对换,有两种不同的排列,因此有 $2\times2=4$ 种不同的形式.



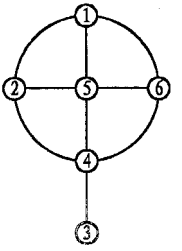
(3) 中心填 5.

$m=13$,因此 5 的左右可填 2 和 6.

因为 $13-(2+6)=5$,而 $1+4=5$,所以 5 的上下可填 1 和 4.

由于排列的不同,也有 4 种不同的形式.

所以本题的如图(1)有 2 种类型、8 种不同形式的解.

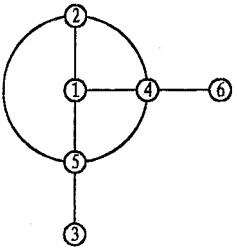
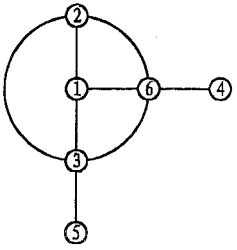


再研究图(2). 中心也只能填 1、3、5 三个数.

(1) 中心填 1.

由于 $m=11$,1 的右边只能填 4、6 两数.

如将 4 填在圆周上,因为 $11-4=7$,而 $2+5=7$,所以 1 的上下应填 2 和 5;如将 6 填在圆周上,因为 $11-6=5$,而 $2+3=5$,所以 1 的上下应填 2 和 3.

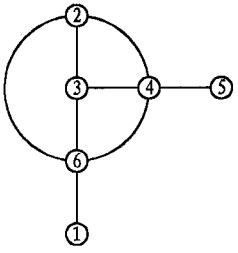
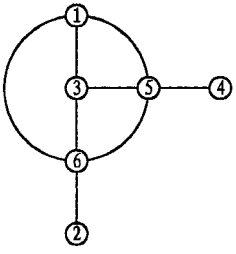



这是两种不同的类型，由于排列的不同，每种类型又各有两种不同的形式．

(2) 中心填 3.

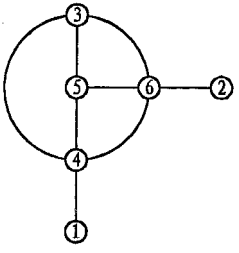
由于 $m=12$，所以 3 的右边只能填 4 和 5.

如将 4 填在圆周上，因为 $12-4=8$，而 $2+6=8$，所以 3 的上下应填 2 和 6；如将 5 填在圆周上，因为 $12-5=7$，而 $1+6=7$，所以 3 的上下应填 1 和 6.

这是两种不同的类型，每种类型有两种不同的形式．

(3) 中心填 5.

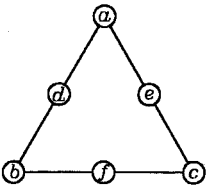


由于 $m=13$，所以 5 的右边应该填 2 和 6.

如将 2 填在圆周上，因为 $13-2=11$，而 1～6 六个数中去掉了 5、2、6 三数以后，剩下的 1、3、4 三个数中任意两个数的和都小于 11，所以无解．如将 6 填在圆周上，因为 $13-6=7$，而 $3+4=7$，所以 5 的上下应填 3 和 4.

中心填 5，只有一种类型，两种不同的形式．所以本题图(2)共有 3 种类型、10 种不同形式的解．

2285. 将图形中的字母 a、b、c、d、e、f 用 1～6 六个数替代，使每条直线上的各数和都相等．



解 a、b、c 三数所在点是角的顶点，应先确定这三个数．设每条直线上各数的和是 m．那么

$a+d+b=m$，$a+e+c=m$，$b+f+c=m$.

三式相加得

$(a+b+c+d+e+f)+(a+b+c)=3m$

而 $a+b+c+d+e+f=21$

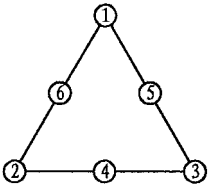
∴ $21+a+b+c=3m$，

$m=7+\frac{a+b+c}{3}$

∵ m 是整数 ∴ $\frac{a+b+c}{3}$ 也必须是整数，也就是说三个角的顶点上的数的和必须能被 3 整除．

在 1～6 六个数中，三个数的和最小的是 6，最大的是 15，因此三个角顶点上的数(即 a、b、c)的和有等于 6、9、12、15 的四种可能．

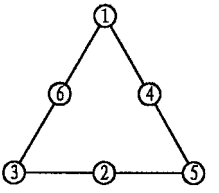
(1) $a+b+c=6$.



只能用 1＋2＋3 求得．这时 $m=7+\frac{6}{3}=9$，就是说三角形每条边上三数的和应为 9．这样，三角形三边中间的数也可求得．

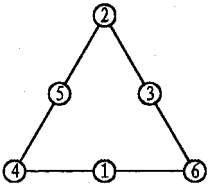
这种情况下只有一种类型解．1、2、3 三数之间可任意交换位置，有 $3\times2\times1=6$ 种形式．1、2、3 的位置一经确定，其他三数的位置也随着确定，不能交换，因此共是 6 种不同的形式．

(2) $a+b+c=9$.



这时，$m=7+\frac{9}{3}=10$．a、b、c 可能是(1、2、6)、(1、3、5)，也可能是(2、3、4)，三个角顶上的数如选用(1、2、6)或(2、3、4)，都无法使每条边上三个数的和等于 10，只有选用(1、3、5)，才能使每条边上三个数的和等于 10．所以在这种情况下，也只有 1 种类型、6 种不同的形式的解．

(3) $a+b+c=12$.



这时，$m=7+\frac{12}{3}=11$．三个角顶上三数的和是 12 的有三组：(1,5,6)，(2,4,6)和(3,4,5)．

如选用 1、5、6，那么其他三数是 2、3、4．但 1、5 加上 2、3、4 中最大的数 4 也小于 11，所以无解．

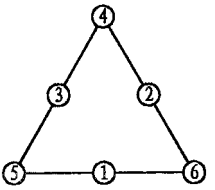
如选用 2、4、6，那么其他三数是 1、3、5.

∵ 2+5+4=11，4+1+6=11，2+3+6=11.

所以在三个角顶上的数是 2、4、6 时，有 1 种类型解.

这种解也有 6 种不同的形式.

如选用 3、4、5，那么其他三数是 1、2、6. 虽然 4+2+5=11，但 3+1+4≠11，3+6+4≠11，3+1+5≠11，3+6+5≠11，所以无解.

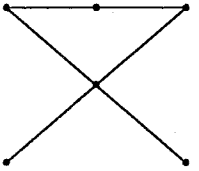


(4) $a+b+c=15$.

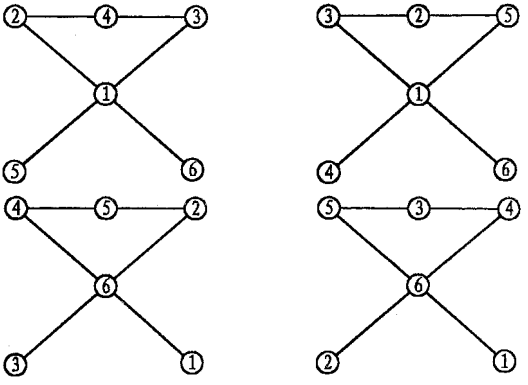
这时，$m=7+\frac{15}{3}=12$. 三个角顶上的数的和是 15 的只有一组(4、5、6)，因为 4+3+5=12，5+1+6=12，6+2+4=12，所以也有 1 种类型、6 种不同形式的解.

所以本题共有 4 种类型，24 种不同形式的解.

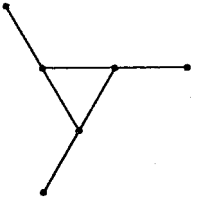
2286. 将 1～6 六个数分别填在图形的黑点处，使每条直线的三个数的和都相等.



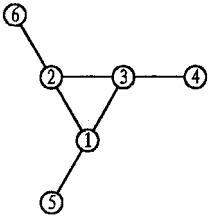
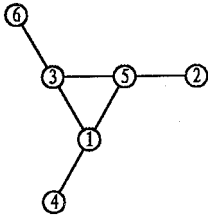
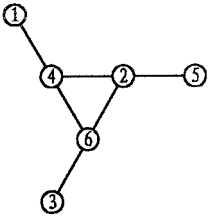
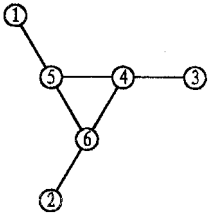
解 上题有三个交叉点，这道题也有三个交叉点，而且每条直线都是三个点，因此，解题原理与结果与上题完全相同，也是 4 种类型，24 种不同形式的解.



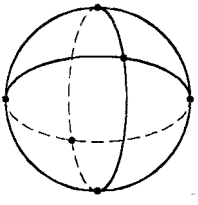
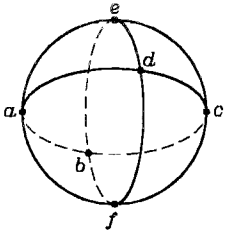
2287. 将 1～6 六个数分别填在图形的黑点处，使每条直线上各数的和都相等.



解 本题是第 2285 题的又一种变形. 也有 4 种类型、24 种不同形式的解.

2288. 将 1～6 六个数填在下图的黑点处，使球体每个大圆上四个数的和都相等.

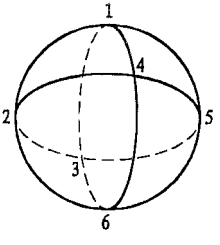



解　图中三个大圆共有 6 个交点，每个交点上的数都须两次参加加法运算. 如六个数分别用 a、b、c、d、e、f 表示，且设每个大圆上四个数的和为 m.

于是：$3m=2(a+b+c+d+e+f)$ 而 $a+b+c+d+e+f=21$，

∴　$3m=2\times21=42$，$m=14$.

除了 $1+2+5+6=14$，$1+3+4+6=14$，$2+3+4+5=14$ 外，在 1～6 六个数中没有其他四个数的和等于 14. 因此本题的解是一种类型.

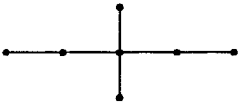


在 $(1、2、5、6)(1、3、4、6)(2、3、4、5)$ 三组数中，1 与 6、3 与 4、2 与 5 都重复出现，说明这三对数处于两个平面的相交直线，即大圆的直径的两端. 因此，

如让 1、6 这一对数先选择位置，它们可以在六个位置中任意选择一个，有 6 种选法．接着，如让 3、4 这一对数选择，有 4 种不同的选法．最后，让 2、5 这一对数选择，就只有 2 种不同的选法．这表明这一类型的解共有 $6\times4\times2=48$ 种不同的形式．

④ 七数

2289. 用 1～7 七个数填在图形的黑点处，使每条直线上各数的和都相等．

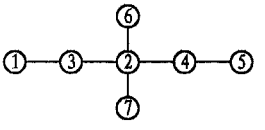


解　设每条直线上各数的和为 m. 因为横竖两条直线交点处的中数重复加了两次，又 1～7 各数的和是 28，所以

$$2m=28+\text{中},\ m=14+\frac{\text{中}}{2}.$$

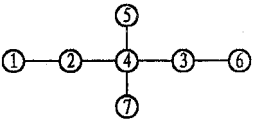
m 是整数，所以中数必须是偶数 2、4、6.

当中数是 2 时，$m=15$，所以上下两数的和是 13，分别是 6 和 7. 横线上其余各数为 1、3、4、5.

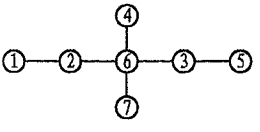


图中 6 与 7 可互换位置，有 2 种不同的形式；1、3、4、5 也可任意互换位置，有 $4\times3\times2\times1=24$ 种不同的形式．所以这种类型的解共有 $24\times2=48$ 种不同的形式．

当中数是 4 时，$m=16$，所以上下两数的和为 12，两数为 5 与 7. 横线上其余各数为 1、2、3、6. 这种类型的解也有 48 种不同的形式．



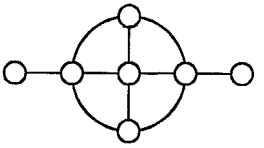
当中数是 6 时，$m=17$，所以上下两数的和为 11，两数为 4 与 7. 横线上其余各数为 1、2、3、5. 这一种类型的解同样有 48 种不同的形式．



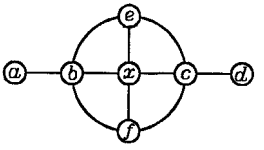
所以这道题共有 3 种类型、144 种不同形式

的解.

2290. 将 1～7 七个数填入图形的小圈内,使每条直线和圆周上各数的和都相等.



解　设圆心处的数为 x,其余各数为 a、b、c、d、e、f. 则 $a+b+c+d+e+f+x=28$,又设各条线上各数的和都等于 m.



则　$a+b+x+c+d=m$　①

$e+x+f=m$　②

$b+e+c+f=m$　③

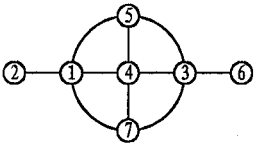
①式+②式,得　$(a+b+c+d+e+f+x)+x=2m$,$m=14+\frac{x}{2}$　④

①式+③式,得　$(a+b+c+d+e+f+x)+b+c=2m$,

$$m=14+\frac{b+c}{2}$$　⑤

由④式、⑤式,得　$x=b+c$;

由④可知　x 为偶数 2、4、6.

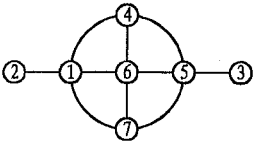


当 $x=2$ 时,则 $b+c=2$ 但 $b+c$ 的和不可能为 2,因此 x 不能为 2.

当 $x=4$ 时,则 $b+c=4$,b、c 应分别为 1、3.

又 $x=4$ 时,$m=16$,则 $e+f=16-4=12$,e、f 应分别为 5 和 7. 由此,a、d 应分别为 2 和 6.

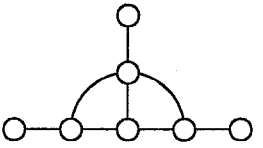
5 与 7、1 与 3、2 与 6 都可互换位置. 两数互换位置后就出现两种不同的形式. 所以,这种类型的解共有 $2\times2\times2=8$ 种不同的形式.



当 $x=6$ 时,则 $b+c=6$,b 和 c 可能是 1 和 5 或 2 和 4. 但当 $x=6$ 时,$m=14+\frac{6}{2}=17$,则 $e+$

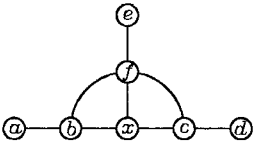
$f=17-6=11$，e、f 可能是 6 和 5 或 4 和 7. 因为 x 已等于 6，所以 e、f 只能是 4 和 7，b 和 c 只能是 1 和 5. 由此可知，当 $x=6$ 时，只有 1 种类型、8 种不同形式的解.

所以本题共有 2 种类型、16 种不同形式的解.



2291. 将 1～7 七个数填在图形的小圈里，使每条直线和半圆弧上各数的和都相等.

解　设圆心处的数为 x，其余各数分别用 a、b、c、d、e、f 表示. 又设每条直线和半圆弧上各数的和为 m.



则　$a+b+x+c+d=m$　①

$b+f+c=m$　②

$e+f+x=m$　③

①式＋③式，得　$(a+b+c+d+e+f+x)+x=2m$，而 $a+b+c+d+e+f+x=28$，

$\therefore\quad m=14+\frac{x}{2}$　④

因为 m 为整数，所以 $\frac{x}{2}$ 也为整数，x 应为偶数.

①式＋②式，得　$a+b+c+d+f+x+b+c=2m$，

即　$(a+b+c+d+e+f+x)+(b+c-e)=2m$，

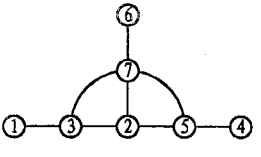
$m=14+\frac{b+c-e}{2}$　⑤

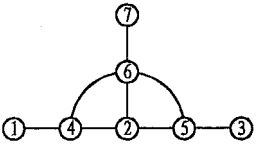
由④式、⑤式，得　$x+e=b+c$　⑥

当 $x=2$ 时，$m=14+\frac{2}{2}=15$，代入③，得 $e+f=13$.

令 $e=6$、$f=7$. 由⑥式 $b+c=8$，则 b、c 分别为 3 和 5，又令 $e=7$、$f=6$ 由⑥式 $b+c=9$，则 b、c 分别为 4 和 5.

因此，$x=2$ 时有 2 种不同类型的解.

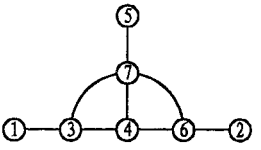




b 与 c、a 与 d 可互换位置，因此每一种类型各有 $2\times2=4$ 种不同的形式.

当 $x=4$ 时，$m=14+\frac{4}{2}=16$，则 $e+f=12$. 因此，e 和 f 只可能是 5 和 7.

令 $e=5$，$f=7$，由⑥式 $b+c=9$，b 和 c 可能是 2 和 7，也可能是 3 和 6 或 4 和 5. 但已知 $x=4$，$e=5$，$f=7$，因此 b、c 不可能是 2 和 7 或 4 和 5，而只能是 3 和 6. 于是又得到一种类型的解.



这种解也有 4 种不同的形式.

再令 $e=7$，$f=5$，由⑥式 $b+c=11$，b、c 可能是 4 和 7 或 5 和 6. 但已知 $e=7$，$f=5$，$x=4$，因此 b、c 不可能是 4 和 7 或 5 和 6. 无解.

当 $x=6$ 时，$m=14+\frac{6}{2}=17$，则 $e+f=11$，e 和 f 可能是 4 和 7 或 5 和 6.

令 $e=4$，$f=7$，由⑥式 $b+c=10$，b、c 可能是 3 和 7 或 4 和 6. 但已知 $x=6$、$e=4$，$f=7$，因此 b、c 不可能是 3 和 7 或 4 和 6. 无解.

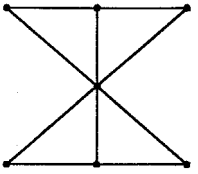
又令 $e=7$，$f=4$，由⑥式 $b+c=13$，b、c 可能是 6 和 7. 但已知 $x=6$、$e=7$ 因此 b、c 不可能是 6 和 7. 无解.

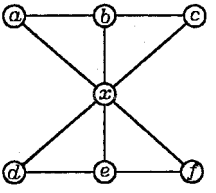
再令 $e=5$，$f=6$，因已知 $x=6$，因此 f 不可能是 6.

同样，也不可能令 $e=6$，$f=4$.

因此，本题共有 3 种类型、12 种不同形式的解.

2292. 将 1～7 七个数填在图中黑点处，使每条直线上各数的和都相等.





解　设三线交点处的数为 x，其余各数为 a、b、c、d、e、f. 并设每条直线上各数的和都等于 m.

$a+x+f=m$，$b+x+e=m$，$c+x+d=m$.

三式相加，得

$(a+b+c+d+e+f+x)+2x=3m$.

已知　$a+b+c+d+e+f+x=28$，

$\therefore\quad m=\frac{2}{3}(x+14)$.

∵ m 是整数，

∴ $x+14$ 的和要能被 3 整数，x 应是 1、4、7 三个数中的一个．

设 $x=1$，则 $m=\frac{2}{3}(x+14)=10$.

a、b、c、d、e、f 应分别为 2、3、4、5、6、7 六个数中的一个．

即 $a+b+c+d+e+f=27$.

但由图 $a+b+c+d+e+f=2m=20$，因此 x 不能等于 1.

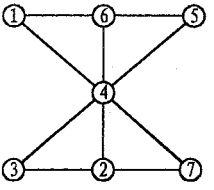
设 $x=4$，则 $m=\frac{2}{3}(x+14)=12$，

由图，$a+f=b+e=c+d=12-x=8$，8 可以分成 1 与 7、2 与 6、3 与 5 三组数．

已知 $a+b+c=d+e+f=m=12$，而由 1、7、2、6、3、5 六个数可配成 $1+6+5=12$，$7+2+3=12$.

因此可令 $a=1$，$f=7$，$b=6$，$e=2$，$c=5$，$d=3$，从而得解．

(1,7)(6,2)(5,3)三组数之间可互换位置，有 $3\times2\times1=6$ 种不同的形式；(1,6,5)与(3,2,7)两组数又可互换位置，有 2 种不同的形式．因此，这种类型的解，有 $6\times2=12$ 种不同的形式．



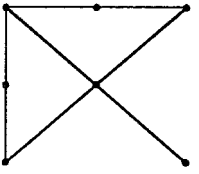
再设 $x=7$，则 $m=\frac{2}{3}(x+14)=14$.

由图，$a+f=b+e=c+d=14-x=7$，则 $a+b+c+d+e+f=21$，

但又由图 $(a+b+c)+(d+e+f)=m+m=2m=28$.

因此 x 不能为 7.

所以本题有 1 种类型、12 种不同形式的解．



2293. 将 1～7 七个数填在图形的黑点处，使每条直线上各数的和都相等．

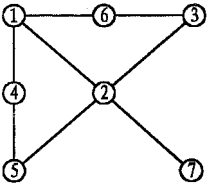
解 设三直线相交处的数为 x，其余各数为 a、b、c、d、e、f. 又设每条直线上各数的和是 m.

与上题相同，$m=\frac{2}{3}(x+14)$，x 应是 1、4、7 三数中的一个．

设 $x=1$，则 $m=10$，

由图可知，

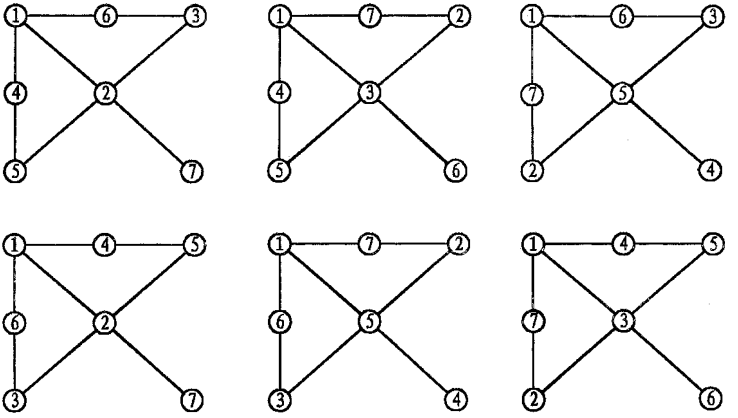
$a+b=c+d=e+f=10-x=10-1=9$.



因为 $x=1$，所以 9 只能分成 2 与 7、3 与 6、4 与 5 三组数．已知 $b+e+d=10$，而从 2 与 7 中选出 2，从 3 与 6 中选出 3，从 4 与 5 中选出 5，它们的和 $2+3+$

$5=10$. 所以当 $x=1$ 时有 1 种类型的解.

因为位置的排列不同,这种类型共有 $3\times2\times1=6$ 种不同形式的解.

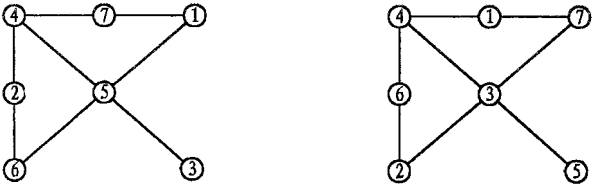


在(2、7)(3、6)(4、5)三组数互换位置时,必须保证 2、3、5 三数在同一条直线上.

设 $x=4$,则 $m=12$,

由图,$a+b=c+d=e+f=m-x=8$.

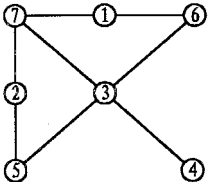
将 8 分成 1 与 7,2 与 6、3 与 5 三组数. 从这三组数各选出一个数 1、6、5 相加得 $1+6+5=12$;或 7、2、3,相加得 $7+2+3=12$. 由此可知当 $x=4$ 时,可得 2 种类型解.



两种类型的解各有 6 种不同的形式.

设 $x=7$,则 $m=14$.

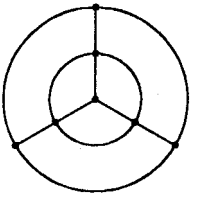
由图可知 $a+b=c+d=e+f=m-x=7$. 将 7 分成 1 和 6,2 和 5,3 和 4 三组数. 从这三组数中各选出一个数 6、5 和 3,因为 $6+5+3=14$,所以当 $x=7$ 时,也有一种类型解.



所以本题共有 4 种类型、24 种不同形式的解.

2294. 将 1～7 七个数填入图中黑点处,使每条直线和每个圆周上各数

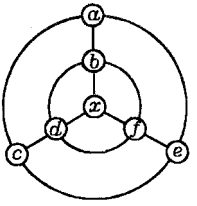
的和都相等.



解　设同心圆圆心上的数为 x，其余各数分别用字母 a、b、c、d、e、f 表示，并设每条直线、每个圆周上各数的和是 m. $a+b+x=m$，$c+d+x=m$，$e+f+x=m$，

三式相加化简，得 $m=\frac{2}{3}(14+x)$.

由上式可知，x 只能是 1、4、7 三数.



当 $x=1$ 时，$m=10$，

∵　$x=1$，

∴　$a+b+c+d+e+f=27$.

但 $a+c+e=m$，$b+d+f=m$.

即 $a+b+c+d+e+f=2m=20$.

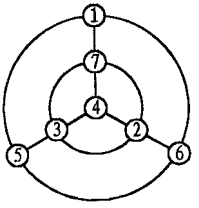
显然，当 $x=1$ 时，无解.

当 $x=4$ 时，$m=12$.

因此 $a+b=c+d=e+f=m-x=8$.

8 可以分成 1 与 7，2 与 6，3 与 5 三组数，三组数中的 $1+6+5=12=m$，$7+2+3=12=m$，因此，得解.

右图中，(1、7)(3、5)(2、6)三组数可任意交换位置，有六种不同的形式；外圆上三个数(1、5、6)与内圆上三个数(7、3、2)可同时对换，有 2 种不同的形式. 因此这个解共有 12 种不同的形式.



当 $x=7$ 时，$m=14$.

∵　$a+c+e=m=14$，$b+d+f=m=14$，

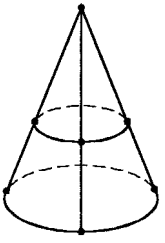
∴　$a+b+c+d+e+f=28$.

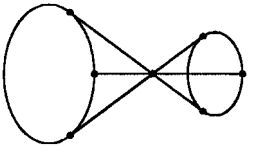
而题意 $a+b+c+d+e+f+x=28$.

显然，当 $x=7$ 时，无解.

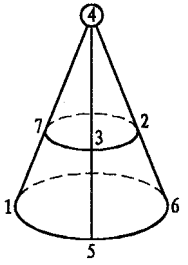
所以本题有 1 种类型、12 种不同形式的解.

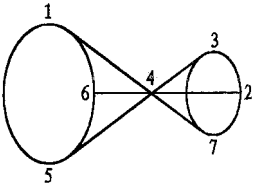
2295. 将 1～7 七个数填入图中黑点处，使每条线上各数的和都相等.



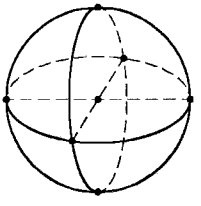


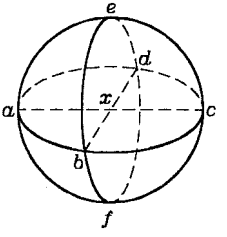
解 本题两图是上题图形的变形．左图是将中心从平面提升，就成了圆锥架．右图是内外两圆分别向左右引伸而成，所以，两图各有 1 种类型、12 种不同形式的解．





2296. 将 1～7 七个数填在图中的黑点处，使每条线上各数的和都相等．





解 设球心上的数为 x，球面上各数为 a、b、c、d、e、f，并每条线上各数的和为 m．根据题意：

$a+c+x=m$，$b+d+x=m$，$e+f+x=m$，

∴ $(a+b+c+d+e+f+x)+2x=3m$.

而 $a+b+c+d+e+f+x=28$，

∴ $m=\frac{2}{3}\times(14+x)$.

m 应为整数，所以 $(14+x)$ 应能被 3 整除，故知 x 为 1、4、7 三数之一．

当 x 为 1 时，$m=10$，

∵ $a+b+c+d=m=10$，$b+d+e+f=m=10$，

∴ $(a+b+c+d+e+f)+b+d=20$.

而 $a+b+c+d+e+f=28-x=27$.

代入上式，得 $b+d=-7$，因此 x 不能为 1.

当 $x=4$ 时，$m=12$.

同上理，$(a+b+c+d+e+f)+b+d=24$，而 $a+b+c+d+e+f=28-x=24$，代入上式得 $b+d=0$，因此 x 不能为 4.

当 $x=7$ 时，$m=14$，

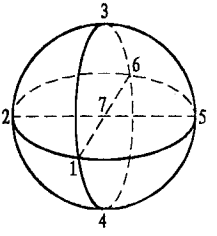
则 $(a+b+c+d+e+f)+b+d=28$.

而 $a+b+c+d+e+f=28-x=21$，代入上式得 $b+d=7$，

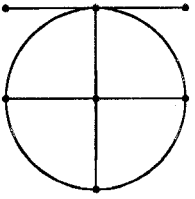
并由此可知 $a+c=e+f=m-(b+d)=14-7=7$.

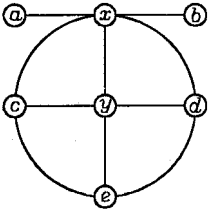
令 $b=1$，$d=6$；$a=2$，$c=5$；$e=3$，$f=4$. 得解.

七数中 x 的位置固定在球心，b 的位置可在球面上六个点中任选一个，b 的位置确定，d 的位置随着确定，有 6 种不同的形式. 同理，a、c 的位置可在四个点中选定，有 4 种不同的形式. e、f 的位置只能在两个点中选定，有 2 种不同的形式. 所以，这道题的解有 1 种类型，$6\times4\times2=48$ 种不同的形式.



2297. 将 1～7 七个数填在图形的黑点处，使每条线上各数的和都相等.





解　设七个数为 a、b、c、d、e、x、y，横竖直线的交叉点上分别为 x 与 y. 又设每条线上的和为 m.

根据题意，$a+x+b=m$……①，$c+y+d=m$……②，$x+y+e=m$……③

①式＋②式＋③式，得　$(a+b+c+d+e+x+y)+x+y=3m$，

$\therefore\quad m=\dfrac{28+x+y}{3}$.

因为 m 为整数，所以 $(28+x+y)$ 必须能被 3 整除，即 $(x+y)$ 应等于 2、5、8 或 11. 1～7 七个数中，两数和最大为 $6+7=13$，所以 $x+y$ 最大等于 11；但 $x+y\neq2$，所以 $x+y$ 的和又只能等于 5、8 或 11.

即 x、y 可分别等于 (1、4)；(2、3)；(1、7)；(2、6)；(3、5)；(4、7)；(5、6).

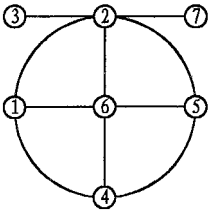
当 x、y 分别为 2 与 6 时，$m=12$，

由③式 $e=m-(x+y)=12-8=4$，

由②式 $c+d=m-y=12-6=6$.

∵　$x+(c+d)+e=2+6+4=12=m$

∴　当 $c+d=6$ 时符合题意.



可令 $c=1,d=5$(c,d 不能为 2、4,因 x,y 已分别为 2、6),剔除已占一定位置的各数后,还剩下 3 与 7 两数,因此 a,b 应分别为 3 与 7.

但当 $x=6,y=2$ 时,$m=12,e=4$

$c+d=m-y=12-2=10.$

∵　$x+(c+d)+e=6+10+4=20\neq m,$

∴　当 $x=6,y=2$ 时无解.

当 x,y 分别为 1 与 4 时,$m=11.$

由③式 $e=m-(x+y)=11-(1+4)=6,$

由②式 $c+d=m-y=11-4=7$,或 $c+d=m-y=11-1=10;$

于是 $x+(c+d)+e=1+7+6=14\neq m,$

$x+(c+d)+e=4+10+6=20\neq m;$

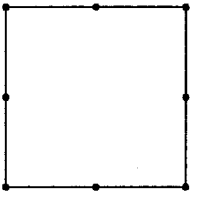
所以 x,y 为 1、4 时无解.

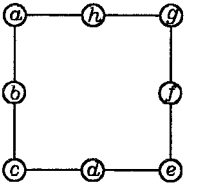
同理可知 x,y 不能为 2、3;1、7;3、5;4、7;5、6 等各组数.

图中 a 与 $b;c$ 与 d 可交换位置,共有 $2\times2=4$ 种不同形式的解.

⑤ 八数

2298. 将 1～8 八个数填在下图的黑点处,使每条直线上各数的和都相等.





解　用字母表示各数如图,设各直线上三数的和为 m.

根据题意,得

$a+b+c=m,\quad c+d+e=m,\quad e+f+g=m,\quad g+h+a=m,$

四式相加,得

$(a+b+c+d+e+f+g+h)+a+c+e+g=4m.$

而　$a+b+c+d+e+f+g+h=36,$　∴　$m=\dfrac{36+a+c+e+g}{4}.$

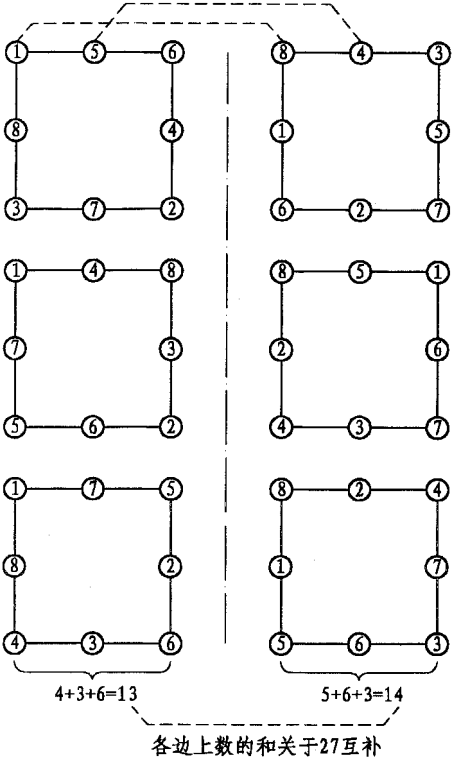
因为 m 为整数,所以 $36+a+c+e+g$ 的和应能被 4 整除.

因为 36 能被 4 整除，所以$(a+c+e+g)$应能被 4 整除．

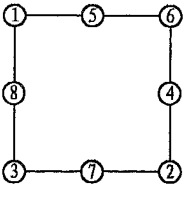
这样 a、c、e、g 应为下列各组数．

(1、2、3、6)；(1、2、4、5)；(1、2、5、8)；(1、2、6、7)；(1、3、4、8)；(1、3、5、7)；(1、4、5、6)；(1、4、7、8)；(1、5、6、8)；(2、3、4、7)；(2、3、5、6)；(2、4、6、8)；(2、5、6、7)；(3、4、5、8)；(3、4、6、7)；(3、6、7、8)．

当 a、c、e、g 分别为 1、2、3、6 时；$m=12$．



将 1、2、3、6 分别填在正方形的四角，其他各数按 $m=12$ 试填．



∵ 1～8 八个数中最大的是 8，

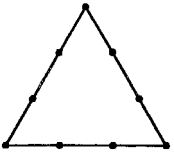
∴ 1、2 不能在同一直线上，而应排在对角．经试填得解如下：

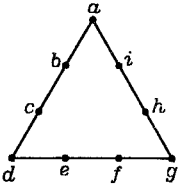
由于四角上数的位置不同，上面的解有 $4\times2=8$ 种不同的形式．

经试填，本题共有 6 种类型的解，每种类型各有 8 种不同的形式，共 48 种不同的形式．

⑥ 九数

2299. 用 1～9 九个数填在图中黑点处，使每条直线上各数的和都相等．





解　角的顶点上的数（以下简称角顶数）重复出现，因此首先应确定这三个数．用字母表示要填的数如下：

设每边上各数的和是 m，那么，

$a+b+c+d=m$，

$d+e+f+g=m$，

$g+h+i+a=m$.

三式相加，得 $(a+b+c+d+e+f+g+h+i)+(a+d+g)=3m$.

而 $a+b+c+d+e+f+g+h+i=45$，

∴　$3m=45+a+d+g$，

$$m=15+\frac{a+d+g}{3}.$$

因为 m 是整数，所以 $(a+d+g)$ 的和必须能被 3 整除．

在 1～9 九个数中三个数的和能被 3 整除，如表 1 所示．

表　1

和	三　　数
6	1,2,3
9	1,2,6;1,3,5;2,3,4
12	1,2,9;1,3,8;1,4,7;1,5,6;2,3,7;2,4,6;3,4,5
15	1,5,9;1,6,8;2,4,9;2,5,8;2,6,7;3,4,8;3,5,7;4,5,6
18	1,8,9;2,7,9;3,6,9;3,7,8;4,5,9;4,6,8;5,6,7
21	4,8,9;5,7,9;6,7,8
24	7,8,9

表 1 的 30 组数都可作为角顶数，但不一定每组数都有解，必须进行试填．



(1) 先试填角顶数的和是 6．这时，$m=15+\frac{6}{3}=17$．由此可知，在角顶数是 1 和 2 的一边，应填上和是 14 的两个数；在角顶数是 1 和 3 的一边，应填上和是 13 的两个数；在角顶数是 2 和 3 的一边，应填上和是 12 的两个数．因为要求 1～9 九个数都得用上，又不可重复，所以有必要列出一张不大于 9 的两个整数的和的表 2.

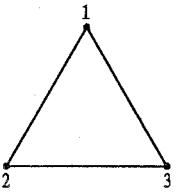
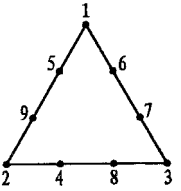
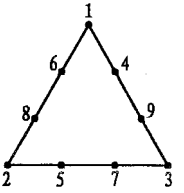


表 2

和	二　　数
3	1,2
4	1,3
5	1,4;2,3
6	1,5;2,4
7	1,6;2,5;3,4
8	1,7;2,6;3,5
9	1,8;2,7;3,6;4,5
10	1,9;2,8;3,7;4,6
11	2,9;3,8;4,7;5,6
12	3,9;4,8;5,7
13	4,9;5,8;6,7
14	5,9;6,8
15	6,9;7,8
16	7,9
17	8,9

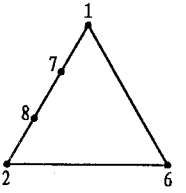
由表 2 可知，两数和是 14 的有两组，即 5 和 9 与 6 和 8，因此角顶数 1、2 之间可填 5 和 9 或 6 和 8；两数和是 13 的有三组，由于数之间不能重复，因此当角顶数 1、2 之间填 5、9 时，应选用 6、7 这一组，当角顶数 1、2 之间填 6、8 时，只能选用 4、9 这一组；两数和是 12 的也有三种选择，同样应根据数之间不能重复的原则，加以适当的搭配，填写如下：





这是两种不同的类型．在左图中由于 1、2、3 三数可任意交换位置，所以有 3×2＝6 种不同的形式．5 与 9，6 与 7，4 与 8 又可互相交换位置，有 2×2×2＝8 种不同的形式．所以左图有 8×6＝48 种不同的形式．同理，右图也有 48 种不同的形式．

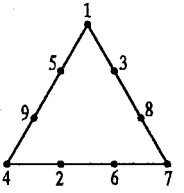
(2) 再试填角顶数的和是 9．这时 $m=18$．角顶数的和是 9 有(1、2、6)、(1、3、5)、(2、3、4)三组，先填(1、2、6)这一组．由于 $m=18$，在角顶数是 1、2 的一边上，应填和是 15 的两个数．从表 2 可知，和是 15 的两数有(6、9)，(7、8)两组．但 6 已填在角顶上，所以只能填 7 和 8．

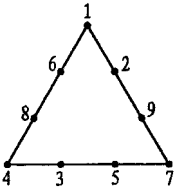


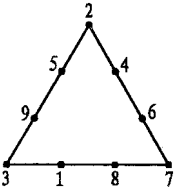
在角顶数是 1、6 的一边，中间应填和是 11 的两数，和是 11 的两数有(2、9)，(3、8)，(4、7)，(5、6)四组，但每一组中的数都与已填数重复，所以角顶数是 1、2、6 时无解．

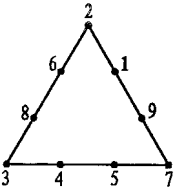
用同样的方法，可判定角顶数是(1、3、5)或(2、3、4)时也无解．

(3) 三个角顶数的和是 12 时，其中(1、5、6)(1、2、9)(1、3、8)(2、4、6)和(3、4、5)五组经试填都无解；(1、4、7)和(2、3、7)两组，每组各有 2 种类型解．





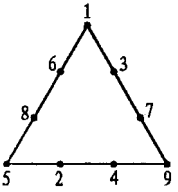


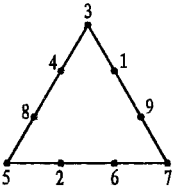


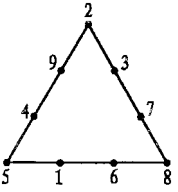
每种类型都有 48 种不同的形式．

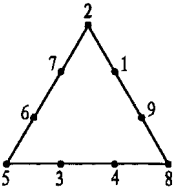
(4) 三个角顶数的和是 15 时，其中(1、6、8)，(2、4、9)，(2、6、7)，(3、4、8)四

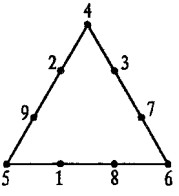
组无解;(1、5、9),(3、5、7)每组各有一种类型解;(2、5、8),(4、5、6)两组,每组各有两种类型解.

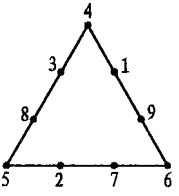




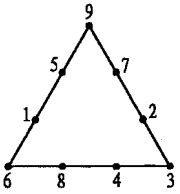


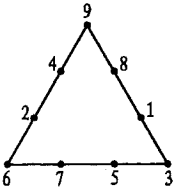


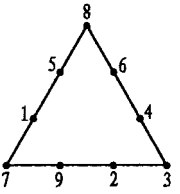


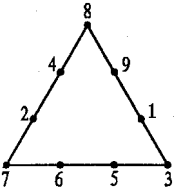


(5) 三个角顶数的和是18的与三个角顶数的和是12的存在互为补数关系,对应位置上的数关于10互补,三个角顶数的和关于30互补.所以三个角顶数的和是18的七组数中解的情况与三个角顶数的和是12的解的情况相同,只有(3、6、9)和(3、7、8)两组各有两种不同类型的解,其余五组都无解.而且这些解都可利用补数关系从三个角顶数的和是12的解中求得.



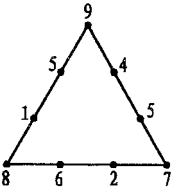


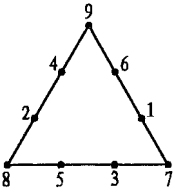




(6) 三个角顶数的和是21的与三个角顶数的和是9的互补,也无解.

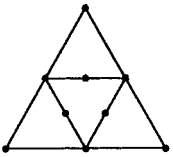
(7) 三个角顶数的和是24的与三个角顶数的和是6的互补,有两种类型的解:

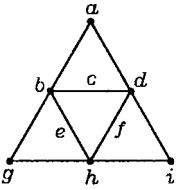




本题共有 2+4+6+4+2=18 种不同类型的解，每种类型有 48 种不同的形式，共有 48×18=864 种不同的形式．

2300. 将 1～9 九个数填在下图黑点处，使各条线上三个数的和都相等．





解　设九个数分别为 a、b、c、d、e、f、g、h、i，并设每条线上三个数的和为 m.

图中 b、d、h 三数是三线的交叉点，可先确定这三个数．根据题意：

$a+b+g=m$，$b+c+d=m$，$a+d+i=m$，

$b+e+h=m$，$g+h+i=m$，$d+f+h=m$.

六式相加，得$(a+b+c+d+e+f+g+h+i)+(a+g+i+b+d+h)+(b+d+h)=6m$.

而 $a+b+c+d+e+f+g+h+i=45$，$a+g+i+b+d+h=45-(c+e+f)$，

∴　$45+[45-(c+e+f)]+(b+d+h)=6m$.

又　∵　$c+e+f=3m-2(b+d+h)$，

∴　$45+\{45-[3m-2(b+d+h)]+(b+d+h)\}=6m$.

整理得　$m=10+\dfrac{b+d+h}{3}$.

可知，$b+d+h$ 的和必须能被 3 整除．从上题表 1，

(1) 当 $b+d+h=6$ 时，此三数为 1，2，3.

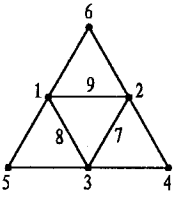
此时，$m=10+\dfrac{1+2+3}{3}=12$.

$c=m-(b+d)=12-(1+2)=9$，

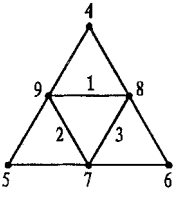
$e=m-(b+h)=12-(1+3)=8$，

$f=m-(d+h)=12-(2+3)=7$，

那么，a，g，i 分别为 6、5、4.



将上图九个数分别改写成关于 10 的补数，这就是 b、d、h 三数和为 24 的类型解．

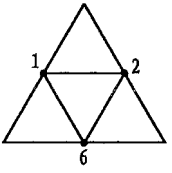


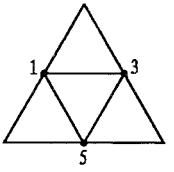
(2) 当 $b+d+h=9$ 时，$m=10+\frac{9}{3}=13$.

先试填(1、2、6)一组，

∵ $e=m-(b+d)=13-(1+2)=10>9$，

∴ 无解.





再试填(1、3、5)一组，

$c=m-(b+d)=13-(1+3)=9$，

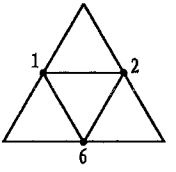
$f=m-(d+h)=13-(3+5)=5$ 与 h 重复，所以无解.

最后试填(2、3、4)一组.

$c=13-(b+d)=13-(2+3)=8$，

$f=13-(d+h)=13-(3+4)=6$，

$e=m-(b+h)=13-(2+4)=7$.



最后在 1～9 九个数中只剩下 1、5、9，经试填这三个数无法使三角形外框的三边上各数的和等于 13，所以也无解. 因此，当 $b+d+h=9$ 时无解. 相应地 $b+d+h=21$ 时同样无解.

(3) 当 $b+d+h=12$ 时，$m=10+\frac{b+d+h}{3}=14$.

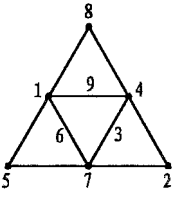
经试填，只有当三数为(1、4、7)时，则

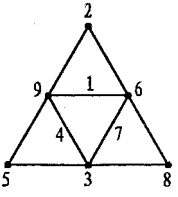
$c=m-(b+d)=14-(1+4)=9$，

$e=m-(b+h)=14-(1+7)=6$，

$f=m-(d+h)=14-(4+7)=3$.

a、g、i 分别为 8、5、2，这时才有一种类型解.



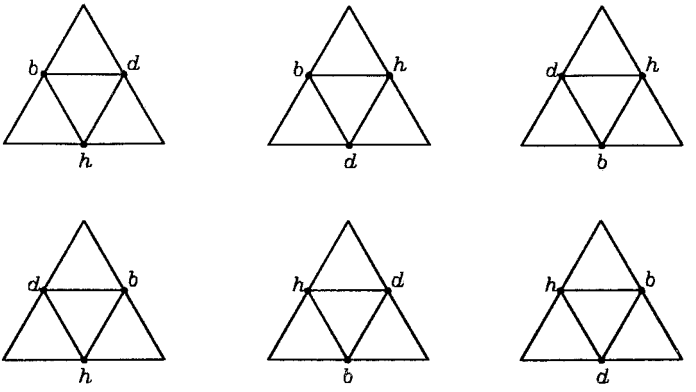


将 b、d、h 为(1、4、7)时所得解的各数分别改写成关于 10 的补数，这是

b、d、h 三数和为 18 时的类型解.

(4) 当 $b+d+h=15$ 时,经试填八组数都无解.

b、d、h 之间可任意交换位置,有六种不同形式的排列.



但当 b、d、h 的位置确定,其余各数的位置也随着确定,所以每种类型的解有 6 种不同的形式. 本题共有 4 种类型、24 种不同形式的解.

2301. 将下列各组九个数填入上题图形的黑点处,使每条直线上各数的和都相等.

(1) 0、1、2、3、4、5、6、7、8;

(2) −4、−3、−2、−1、0、1、2、3、4;

(3) 1、3、5、7、9、11、13、15、17;

(4) 3、7、11、15、19、23、27、31、35.

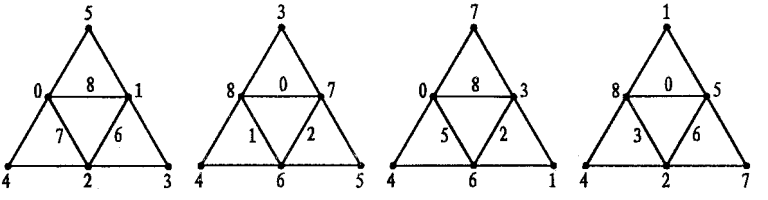
解 已知的四组数,每组数的前后两数的差是定值,为等差数列,填写的方法与结果跟上题相同.

(1) 把上题的结果,各数相应减 1.

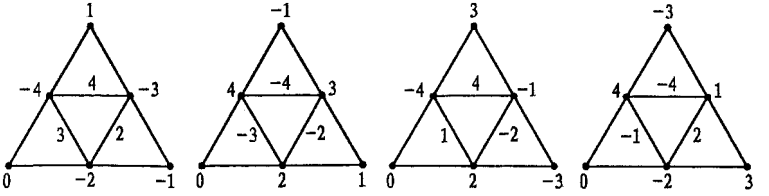
↓ −1、2、3、4、5、6、7、8、9

各数减 1

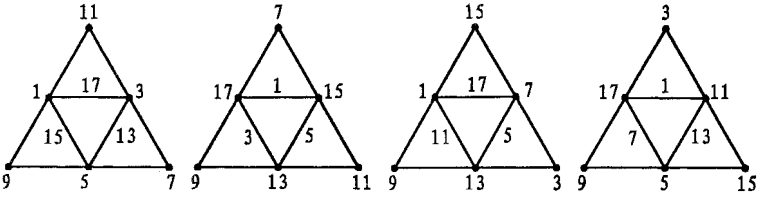
↳ 0、1、2、3、4、5、6、7、8



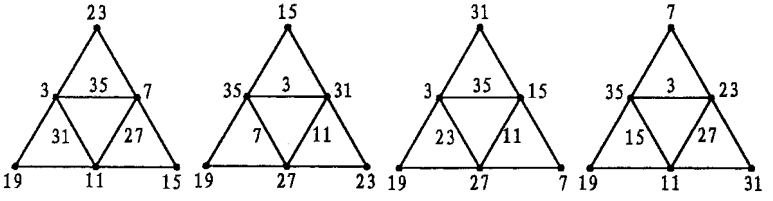
(2) 各数减 5.



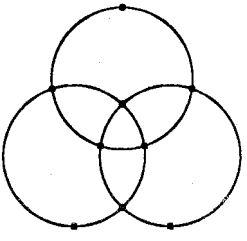
(3) 各数乘 2 减 1.

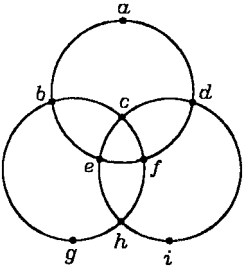


(4) 各数乘 4 减 1.



2302. 将 1～9 九个数填在图中黑点处，使每个圆周上各数的和都相等.





解 填写字母如图，并设圆周上各数的和是 m.

根据题意，

$a+b+e+f+d=m$,

$b+c+f+h+g=m$,

$c+d+i+h+e=m$.

三式相加,$3m=2(a+b+c+d+e+f+g+h+i)-(a+g+i)$.

而 $a+b+c+d+e+f+g+h+i=45$,

$\therefore\quad m=30-\dfrac{a+g+i}{3}$.

因此,$(a+g+i)$**的和必须是** 3 **的倍数**.

(1) **先试填** $a+g+i=6$,**从前题表** 1 **可知符合要求的只有**(1、2、3)**一组**.**这时**,$m=30-\dfrac{1+2+3}{3}=28$. **所以**,1 **所在的圆上另外四数的和是** 27,2 **所在的圆上另外四数的和是** 26,3 **所在的圆上另外四数的和是** 25. **为此**,**先编一张不大于** 9 **的四个整数的和的表** 3.

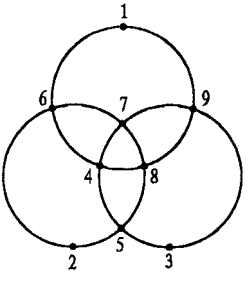
表 3

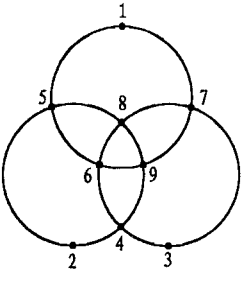
和	四　　数
10	1、2、3、4
11	1、2、3、5
12	1、2、3、6;1、2、4、5
13	1、2、3、7;1、2、4、6;1、3、4、5
14	1、2、3、8;1、2、4、7;1、2、5、6;1、3、4、6;2、3、4、5
15	1、2、3、9;1、2、4、8;1、2、5、7;1、3、4、7;1、3、5、6;2、3、4、6
16	1、2、4、9;1、2、5、8;1、2、6、7;1、3、4、8;1、3、5、7;1、4、5、6;2、3、4、7;2、3、5、6
17	1、2、5、9;1、2、6、8;1、3、4、9;1、3、5、8;1、3、6、7;1、4、5、7;2、3、4、8;2、3、5、7;2、4、5、6
18	1、2、6、9;1、2、7、8;1、3、5、9;1、3、6、8;1、4、5、8;1、4、6、7;2、3、4、9;2、3、5、8;2、3、6、7;2、4、5、7;3、4、5、6
19	1、2、7、9;1、3、6、9;1、3、7、8;1、4、5、9;1、4、6、8;1、5、6、7;2、3、5、9;2、3、6、8;2、4、5、8;2、4、6、7;3、4、5、7

（续表）

和	四　　数
20	1、2、8、9；1、3、7、9；1、4、6、9；1、4、7、8；1、5、6、8；2、3、6、9；2、3、7、8；2、4、5、9；2、4、6、8；2、5、6、7；3、4、5、8；3、4、6、7
21	1、3、8、9；1、4、7、9；1、5、6、9；1、5、7、8；2、3、7、9；2、4、6、9；2、4、7、8；2、5、6、8；3、4、5、9；3、4、6、8；3、5、6、7
22	1、4、8、9；1、5、7、9；1、6、7、8；2、3、8、9；2、4、7、9；2、5、6、9；2、5、7、8；3、4、6、9；3、4、7、8；3、5、6、8；4、5、6、7
23	1、5、8、9；1、6、7、9；2、4、8、9；2、5、7、9；2、6、7、8；3、4、7、9；3、5、6、9；3、5、7、8；4、5、6、8
24	1、6、8、9；2、5、8、9；2、6、7、9；3、4、8、9；3、5、7、9；3、6、7、8；4、5、6、9；4、5、7、8
25	1、7、8、9；2、6、8、9；3、5、8、9；3、6、7、9；4、5、7、9；4、6、7、8
26	2、7、8、9；3、6、8、9；4、5、8、9；4、6、7、9；5、6、7、8
27	3、7、8、9；4、6、8、9；5、6、7、9
28	4、7、8、9；5、6、8、9
29	5、7、8、9
30	6、7、8、9

从表 3 **查得，不大于** 9 **的四个整数的和是** 27 **的有三组数**：(3、7、8、9)，(4、6、8、9)，(5、6、7、9)．**其中**(3、7、8、9)**含有** 3，**舍去**．



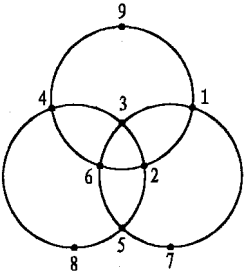


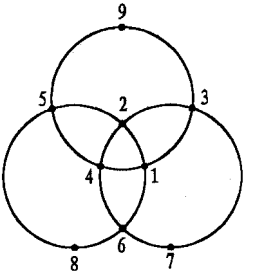
因为 2 与 3 相差 1，且 2＜3，所以(4、6、8、9)四个数应有上左图那样的排列，即 6、8 与 2 同圆，4、9 与 3 同圆，这样才有可能试填成功．接着将剩下的 5、7 两数填入空位，得到一种类型解．

再试填(5、6、7、9)一组．同理应使 5、9 与 2 同圆，6、7 与 3 同圆，接着填入剩下的 4 和 8，就满足了题目的要求．

这是三个不大于 9 的整数的和是 6 的两种类型解．

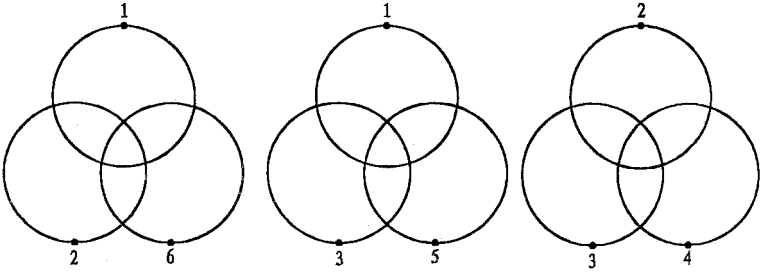
如果把上面解中的各数分别改写成关于 10 的补数，就得到三个不大于 9 的整数的和是 24 的两种不同类型的解．这时 $m=22$，与上面解的 $m=28$ 关于 50 互补．





由于 a、g、i 之间可互换位置，有 6 种不同的形式．又 b 与 f，d 与 e，c 与 h 也都可互换位置，各有 2 种不同的形式，因此每种类型的解都有 $6\times2\times2\times2=48$ 种不同的形式．

(2) 接着试填 $a+g+i=9$．由表 1 可知有(1、2、6)，(1、3、5)和(2、3、4)三组．先填(1、2、6)一组．



这时 $m=30-\frac{9}{3}=27$，与 1 同圆的四数和是 26．由表 3 知，和是 26 的四个数有(2、7、8、9)，(3、6、8、9)，(4、5、8、9)，(4、6、7、9)，(5、6、7、8)五组．由于 1、2、6 三个数不能再用，所以适用的只有(4、5、8、9)一组．因为 6 与 2

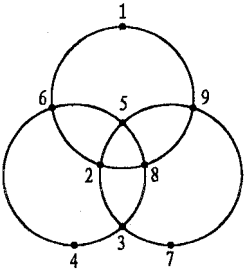
相差 4，因此(4、5、8、9)是否适用，只要由其中两个数的和与另两个数的和是否相差 4 来检验．结果是否定的．所以 a、g、i 填 1、2、6 是无解的．

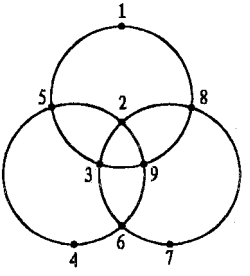
同理，a、g、i 填(1、3、5)或(2、3、4)也无解．

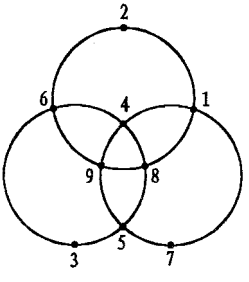
结论是 a、g、i 三数的和是 9 无解．

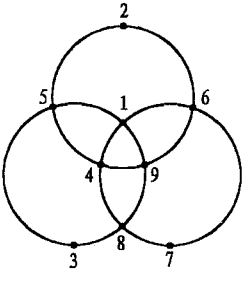
三数和是 21 与三数和是 9 关于 30 互补，因此三数和是 21 的也必定无解．

(3) 再试填 $a+g+i=12$．由表 1 知，这样的数有七组，经试填有 4 种类型解．

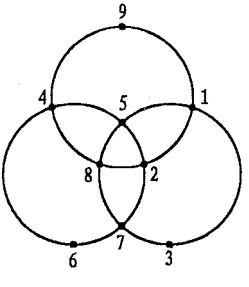


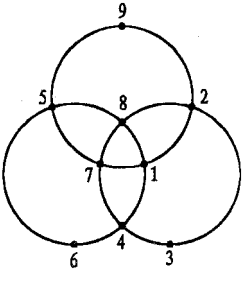


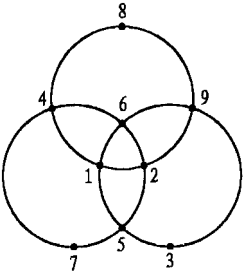


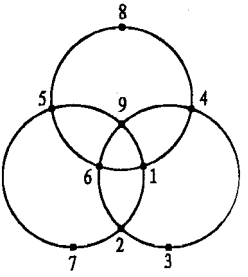


将上面各图中的数改写成关于 10 的补数，即得三数和是 18 的 4 种类型解．

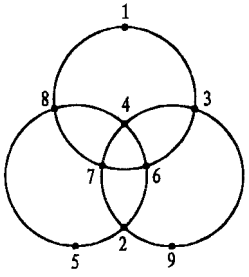


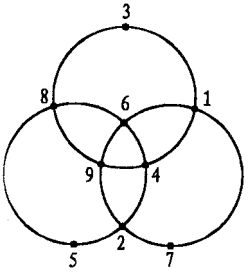


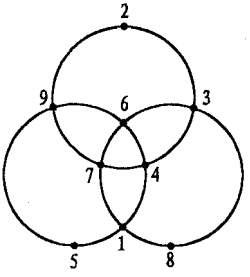


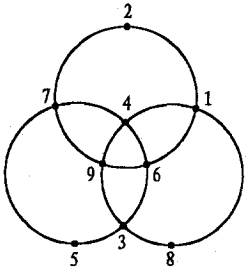


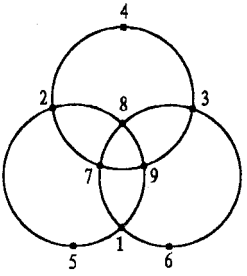
(4) **最后试填** $a+g+i=15$. **由表** 1 **知有八组数，这时** $m=25$. **经试填，**(1、5、9)**和**(3、5、7)**各有一种类型解；**(2、5、8)**和**(4、5、6)**各有两种类型解；其余四组无解.

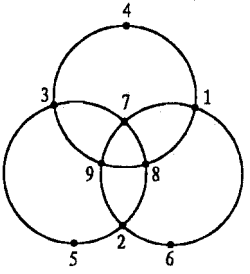






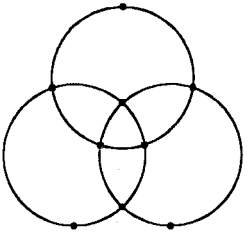






本题共有 18 **种类型的解，每种类型有** 48 **种不同的形式，共有** $48\times18=864$ **种不同的形式.**

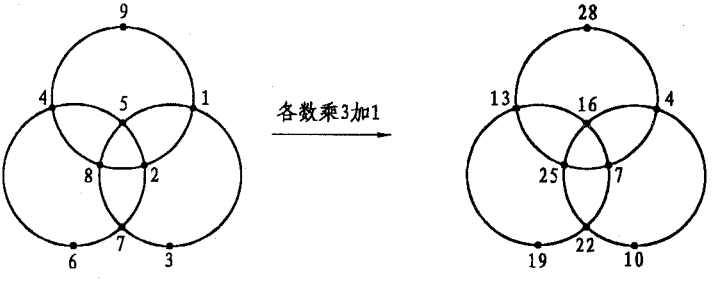
2303. **将** 4、7、10、13、16、19、22、25、28 **九个数填在右图黑点处，使每个圆上各数的和都相等.**



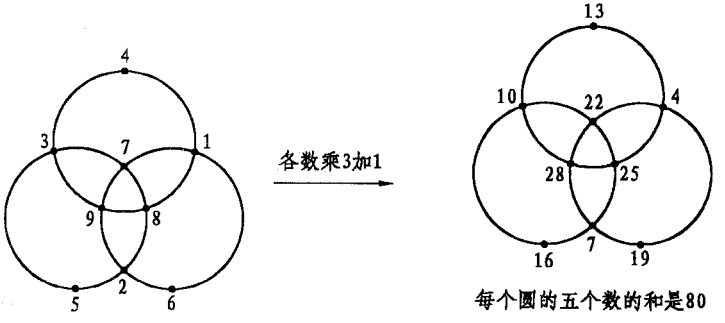
解　由于 4、7、10、…、25、28 **等九个数是公**

差为 3 的等差数列，所以填写的方法与上题相同，只要将上题各种类型解的数，扩大 3 倍再加上 1，就得到需填的数．同样有 18 种类型，864 种不同形式的解．

现在举两种类型表示如下：

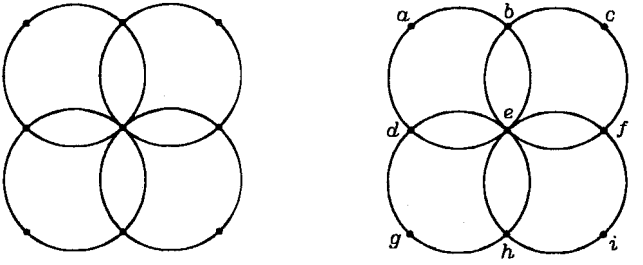


每个圆的五个数的和是77



每个圆的五个数的和是80

2304. 将 1～9 九个数填在图中黑点处，使每个圆上各数的和都相等．



解　各点上的数用字母表示如下，并设每个圆上各数的和为 m.

$a+b+d+e=m$，　①

$b+c+e+f=m$, ②

$d+e+h+g=m$, ③

$e+f+h+i=m$. ④

①式+④式−②式−③式,得

$a+i=c+g$. ⑤

①式+②式+③式+④式,得

$(a+b+c+d+e+f+g+h+i)+(b+d+f+h+e)+2e=4m$.

而 $a+b+c+d+e+f+g+h+i=45$,

$b+d+f+h+e=45-(a+i+c+g)$,

∴ $45+[45-(a+i+c+g)]+2e=4m$. ⑥

以⑤式代入⑥式,得

$$m=22+\frac{1+e-(a+i)}{2}$$ ⑦

由⑤式可知,1～9 九个数中,应设法找出两个数的和等于另两个数的和.

因为 1～9 九个数中最小的四个数是 1、2、3、4. 且 1+4=2+3,最大的四个数是 6、7、8、9,且 7+8=6+9.

所以两数的和最大是 15,最小是 5.

由⑦式可知,

当 $a+i=15$ 时,$m_{最小}=16$.

当 $a+i=5$ 时,$m_{最大}=24$.

再由⑦式,得

$a+i=45+e-2m$. ⑧

于是可以试填,先令 $m=16$,取 $e=1,2,3,\cdots,9$,由⑧式,得

$a+i=c+g=14$、15、16、17、18、19、20、21、22(15 以后应舍去);

再令,$m=17$,取 $e=1,2,3,\cdots,9$,得

$a+i=c+g=12$、13、14、15、16、17、18、19、20(15 以后舍去);

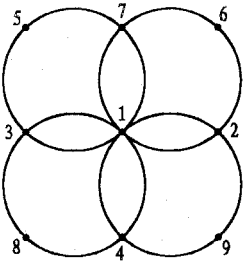
又令,$m=18$,取 $e=1,2,3,\cdots,9$,得

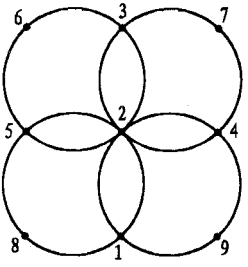
$a+i=c+g=10$、11、12、13、14、15、16、17、18(15 以后舍去);

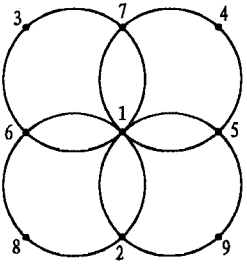
最后令 $m=19$,取 $e=1,2,3,\cdots,9$,得

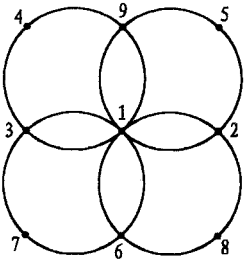
$a+i=c+g=8$、9、10、11、12、13、14、15、16(16 舍去).

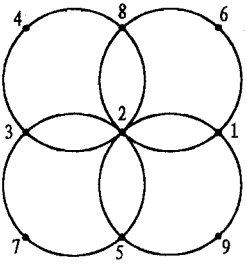
经试填,至此,已有 20 种类型的解.

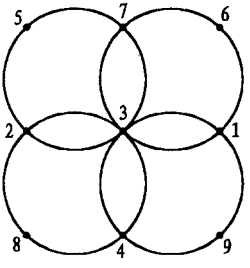

5 7 6
3 1 2
8 4 9

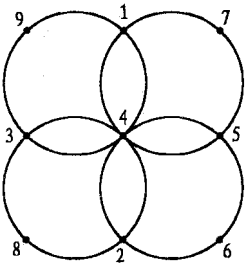

6 3 7
5 2 4
8 1 9

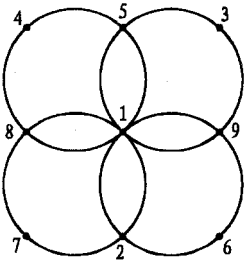

3 7 4
6 1 5
8 2 9

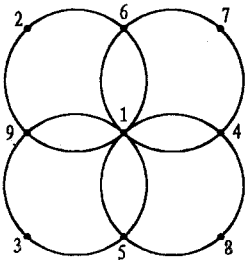

4 9 5
3 1 2
7 6 8

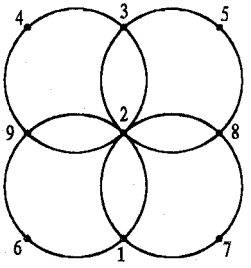

4 8 6
3 2 1
7 5 9

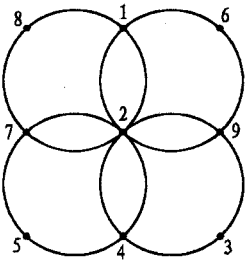

5 7 6
2 3 1
8 4 9

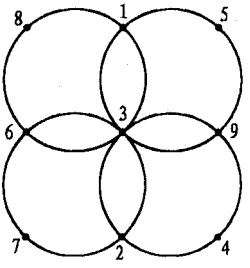

9 1 7
3 4 5
8 2 6

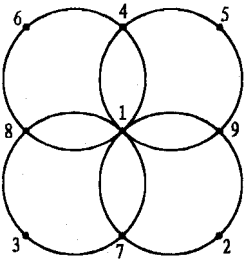

4 5 3
8 1 9
7 2 6

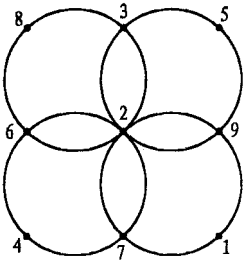

2
6
7
1
9
4
3
5
8

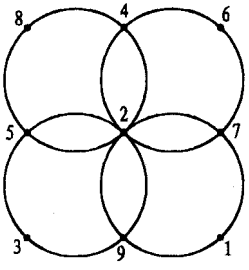

4
3
5
2
9
8
6
1
7

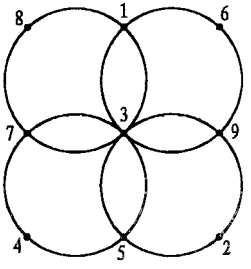

8
1
6
2
7
9
5
4
3

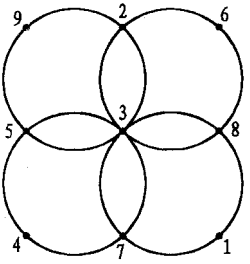

8
1
5
3
6
9
7
2
4

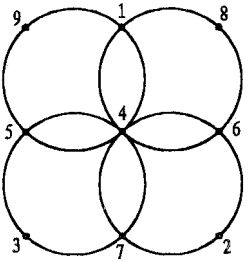

6
4
5
1
8
9
3
7
2

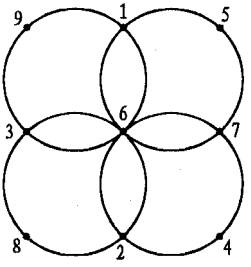

8
3
5
2
6
9
4
7
1

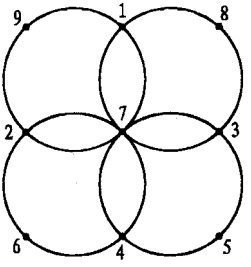

8
4
6
2
5
7
3
9
1


8
1
6
3
7
9
4
5
2

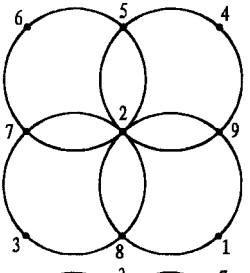


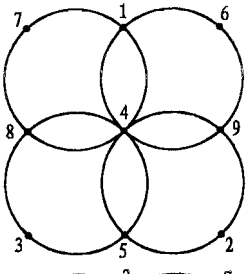


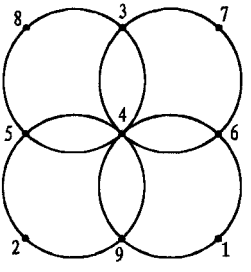


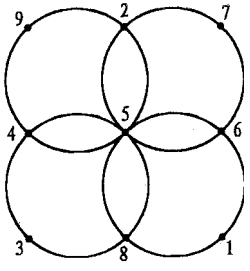


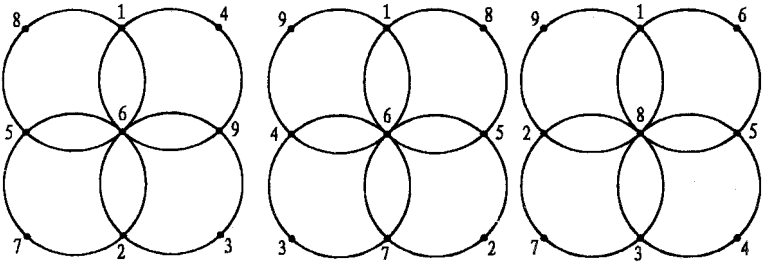
与这 20 种解互为补数关系的还有 20 种解，即 $m=24$ 与 $m=16$，$m=23$ 与 $m=17$，$m=22$ 与 $m=18$，$m=21$ 与 $m=19$ 的解互补，只是 $m=20$ 时，没有互补的对象，它的解也有 7 种．





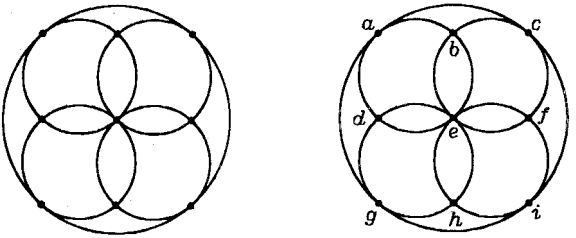






每种类型有 8 种不同的形式，因此本题共有 47 种类型，376 种不同形式的解.

2305. 将 1～9 九个数填在图中黑点处，使每个圆上各数的和都相等.



解　同上题 $a+i=c+g, a+i=45+e-2m$　①

当 $(a+i)_{最大}=15$ 时，$m_{最小}=16$；

当 $(a+i)_{最小}=5$ 时，$m_{最大}=24$.

又∵　$a+c+i+g=m$，而 $a+i=c+g$，∴　$a+i=c+g=\frac{m}{2}$　②

②式代入①式，得　$\frac{5m}{2}=45+e$　③

由此可知，m 应为偶数 16、18、20、22、24.

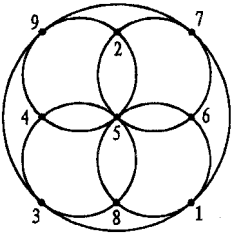
以 $m=16$ 代入③式，得　$e=-5$（舍去）；

同理，当 $m=18$，$e=0$（舍去）；

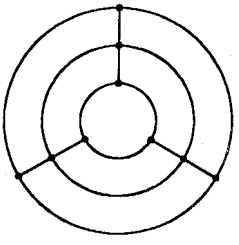
当 $m=20$，$e=5$；

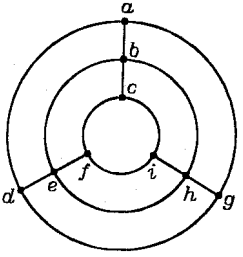
当 $m=22, e=10>9$（舍去）；当 $m=24, e=15>9$（舍去）；因此，e 只能是 5，这时，$m=20, a+i=c+g=\frac{20}{2}=10, b+d+h+f=45-e-(a+c+g+i)=20$.

经试填得解：



2306. 将 1～9 九个数填在图形的黑点处，使每个圆、每条直线上各数的和都相等.





解　将各黑点上的数用字母表示如图，并设每个圆上和每条直线上三数之和都是 m.

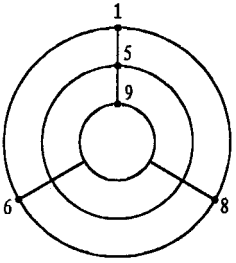
因为每个数都参加两次加法运算，所以

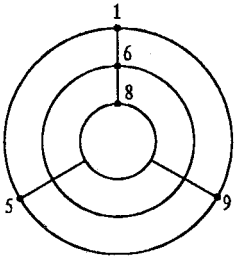
$2(a+b+c+d+e+f+h+i)=6m$，$6m=90$，$m=15$.

从 1～9 九个数中任意选择三数，使它们的和等于 15，有以下几组

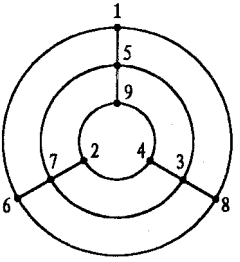
1、5、9；1、6、8；2、4、9；2、5、8；2、6、7；3、4、8；3、5、7；4、5、6.

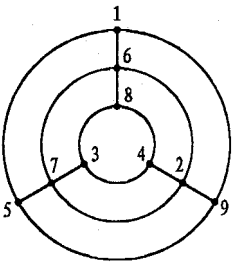
其中有 1 的只两组. 将这两组数分别填在中央一直线和外圈上.





再从其他各组中选择适当的数填在直线上，或填在圆周上，就得到 2 种类型的解.

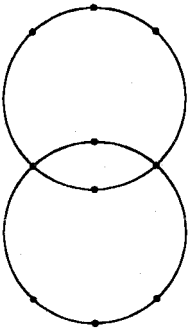


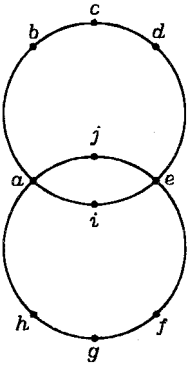


每种类型中，三条直线上的三组数可同时交换位置，有 $3\times2\times1=6$ 种不同的形式．三个圆的圆周上三组数也可交换位置，也有 $3\times2\times1=6$ 种不同的形式，因此每种类型共有 $6\times6=36$ 种不同的形式．本题共有 $36\times2=72$ 种不同的形式．

⑦ 十数

2307. 将 $1\sim10$ 十个数填在图形的黑点处，使每个圆上各数的和相等．





解　各点上的数用字母表示如图．m 表示各圆上六个数的和．则

$(a+b+c+d+e+f+g+h+i+j)+a+e=2m$，

$55+a+e=2m$，

$m=27+\dfrac{1+a+e}{2}$

由此可知，$(a+e)$ 应为奇数．

$1\sim10$ 十个数中两数的和成奇数的有：

1、2；1、4；1、6；1、8；1、10；

2、3；2、5；2、7；2、9；

3、4；3、6；3、8；3、10；

4、5；4、7；4、9；

5、6；5、8；5、10；

6、7；6、9；

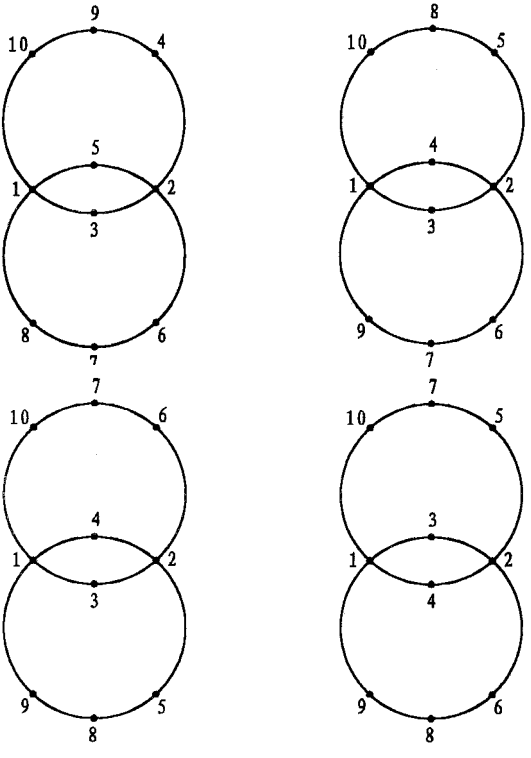
7、8；7、10；

8、9；

9、10.

以上 25 **种情况都有解，而且每种情况的解不限于一个．以** a、e **为** 1 **和** 2 **为例，这时，**$m=27+\frac{1+(1+2)}{2}=29.29-(1+2)=26$，**即每个圆上除** a、e **外其余四个数的和都应是** 26. **在** 3、4、5、6、7、8、9、10 **中任选四个数使它们的和是** 26 **的有八种选法．它们是：**(10、9、4、3)，(10、8、5、3)，(10、7、6、3)，(10、7、5、4)，(9、8、6、3)，(9、8、5、4)，(9、7、6、4)，(8、7、6、5)

选了第一组(10、9、4、3)，**余下的四个数就是第八组**(8、7、6、5)；**选了第二组余下的数就是第七组…；因此实际上是** 4 **种类型．**

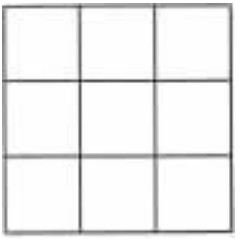


除两圆交叉点上的数以外，上下两圆的两组数可对换位置，有 2 种不同的形式；每个圆上除交叉点上的数外，其余四个数可任意交换位置，有 $4\times3\times2\times1=24$ 种不同的形式；而交叉点上的两个数也可对换位置，有 2 种不同的形式．因此每种类型有 $24\times2\times2=96$ 种不同形式的解．

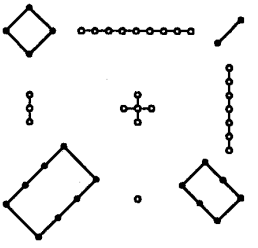
(2) 方宫

① 九宫

2308. 将 1～9 九个数填入右图的空格中，使横行、竖列和对角线上各数的和都相等．

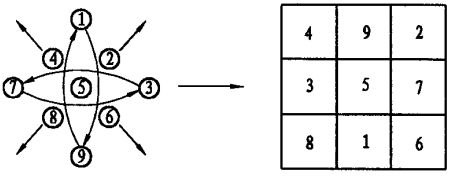


解　公元前 2000 多年，夏禹治水，据说从洛水中浮起一只大乌龟，背上有个奇特的图案，后来人们就叫它为“洛书”．实际上，它就是 1～9 九个数排成本题所要求的格式，使行、列、对角线上每三个数的和都是 15．汉朝时，有个叫徐岳的人写了一本《数术记遗》的书，讲到一种叫“九宫算”的，



4	9	2
3	5	7
8	1	6

就是这一种图形．宋代著名数学家杨辉又把它称为“纵横图”，国外叫做“幻方”．关于它的填法，杨辉在《续古摘奇算法》一书中，有这样四句话：“九子斜排，上下对易，左右相更，四维挺出．”意思是，先将 1～9 九个数依次斜排，然后将上(1)与下(9)两数对调，左(7)与右(3)两数对调，然后将四面中间的数(2、4、6、8)向外挺出就成功了．



4	9	2
3	5	7
8	1	6

关于这道题的解题原理可以这样推导：

用 a、b、c、d、e、f、g、h、i 分别表示这九个数，并设行、列、对角线上各数

的和都是 m.

因为方宫有三行，而 $1\sim9$ 九数的和是 45.

所以，$3m=45$，$m=15$.

a	b	c
d	e	f
g	h	i

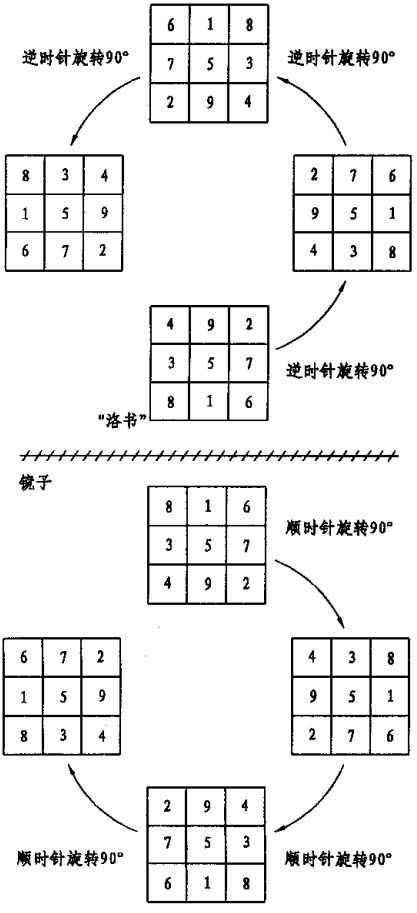
又 $a+e+i=m$

$c+e+g=m$

$d+e+f=m$

$b+e+h=m$

四式相加，



（镜中像的数字为观察方便都正写）

$(a+b+c+d+e+f+g+h+i)+3e=4m$；

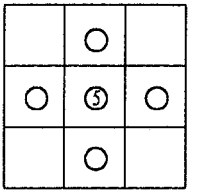
$$e=\frac{4\times15-45}{3}=5,$$

这表示中宫必须填 5. 由此可知，$a+i=c+g=d+f=b+h=10$. 1～9 九个数中剔除了 5 以后，两数的和是 10 的有(1、9)(2、8)(3、7)和(4、6)四组. 接着要解决的是这四组数中哪两组能填入角宫，即 a 与 i、g 与 c 究竟是四组数中的哪两组.

1～9 九个数剔除 5 以后，每三个数的和是 15 的有(1、6、8)(2、4、9)(2、6、7)和(3、4、8)四组. 显然，能填入角宫的数必须在上面四组数中重复出现，符合条件的应是 2、8、4、6 四个数. 因此填入角宫的应是(2、8)(4、6)两组. 解决了填入角宫的数后，其他空格的数很顺利地就能解决，从而填出了《洛书》所示的图形.

从上面的分析中，我们可以看到填九宫时中宫必须填 5，四个角宫必须填偶数. 从这一种类型还可推出其他 7 种不同的形式. 其他 7 种形式都可以从“洛书”开始经过镜子的反射或旋转而得到.

在确定中宫必须填 5 和每行、每列，每条对角线上各线的和是 15 以后，其余各宫的数可用奇偶数分离的方法正确填出：



1～9 九个数中共五个奇数，因为每行、每列、每条对角线上三数的和都是 15，15 是奇数，所以每行、每列、每条对角线上奇数的个数应是 1 个或 3 个. 九宫中奇数的排列方式只有上图一种.(有○的表示填奇数)

因为中宫必须填 5，而每行、每列三数的和是 15，因此东、西两宫或南、北两宫必须填奇数 1 和 9 或 3 和 7. 这样 2、4、6、8 四个偶数应填在角宫，且 2 与 8 成对角，4 与 6 成对角. 接着根据每行、每列、每条对角线各数的和都是 15，确定四个偶数的具体位置. 这种奇偶分离的方法所得的解与前面分析所得的一种类型八种形式的解类型完全相同.

2309. 将下列每组九个数填在方形九宫中，使每行、每列、每条对角线上三数的和都相等.

(1) 7、8、9、10、11、12、13、14、15；

(2) 8、9、10、11、12、13、14、15、16；

(3) 5、7、9、11、13、15、17、19、21.

解　上题和本题都是九宫填数. 九宫有三行三列，叫做“三阶纵横图”.

(1) 9～15 九个数是连续数，可仿照 1～9 九个数的填法，中宫填九个数的中数 11；角宫填四个偶数 8、10、12、14，而且是最小的 8 与最大的 14 搭配

成组，填在对角，中间的 10 与 12 搭配成组，填在另一个对角；剩下的 7、9、13、15，四个奇数，也是最小的与最大的搭配，中间的搭配进行试填．

或者可以这样考虑：

7、8、9、10、11、12、13、14、15 是一个等差数列，它的通项是项数 n 加 6，即 $n+6$，所以只要将上题“洛书”图象中每个方格的数加上 6 就得解．

10	15	8
9	11	13
14	7	12

(2) 8、9、10、11、12、13、14、15、16 九个数开始的数是偶数，中数也是偶数．因此中宫填中数 12，角宫填四个奇数 9、11、13、15，而且是 9 与 15，11 与 13 搭配填在对角，剩下的四个偶数仍是最大的 16 与最小的 8，中间的 10 与 14 搭配成组在东、西与南、北宫进行试填．

11	16	9
10	12	14
15	8	13

11	21	7
9	13	17
19	5	15

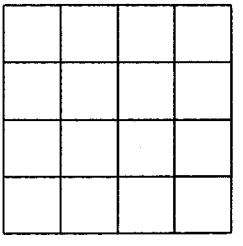
或 8～16 九个数是等差数列，通项是 $n+7$，所以只要将上题“洛书”图象中每个数分别加上 7 就得解如上图．

(3) 中数 13 填中宫；第二与末第二数、第四与第六数搭配成组，填在角宫；第一与最后数、第三与末第三数搭配成组填在东、西与南、北宫．

或将上题“洛书”图象中每个数乘 2 再加上 3 就得解如右上图．

② 十六宫

2310. 将 1～16 十六个数填在十六宫的方格中，使每行、每列、每条对角线上各数的和都相等．



解　这是一个四阶纵横图．它的求解方法一般用：

(1) 补数法 1(A)

因为 $1+2+3+\cdots+15+16=\frac{16}{2}\times(1+16)=136$，

所以每行、每列、对角线上各数的和为　$136\div 4=34$.

先将 1～16 各数按数的顺序依次填入方格(图 1)，可以看到：十六个宫所在的正方形上对角两数关于 17 互补；中心四个宫所组成的小正方形上对角两数也是关于 17 互补，按图 2 所示，使互补的两数互换位置，就得到一种形式的解(图 3)．

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

图 1

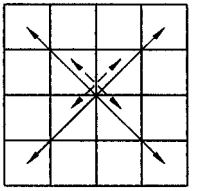


图 2

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

图 3

(2) **补数法** 1(B)

将图 1 方格中各数,按图 4 所示,互补的两数互换位置,得到另一种解(图 5).

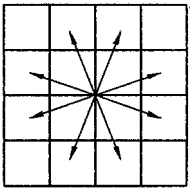


图 4

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

图 5

图 5 与图 3 是镜像关系,图 3 以正方形的中心为中心,按顺时针或逆时针方向旋转 180°,就得到图 5. 因此,它们是一种类型、两种不同的形式.

图 1 是将 1～16 各数按从左向右、从上到下的顺序排列,也可按从右向左、从上到下或从左向右、从下到上、和从右向左、从下到上的顺序排列,然后再用上述两种不同的方法,将有关的数交换位置.

4	3	2	1
8	7	6	5
12	11	10	9
16	15	14	13

补数法 1 (A) →

13	3	2	16
8	10	11	5
12	6	7	9
1	15	14	4

图 6

补数法 1 (B) ↓

4	14	15	1
9	7	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13

图 7

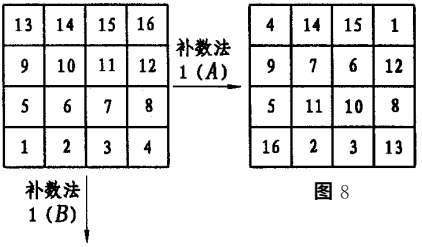


图 8

图 9

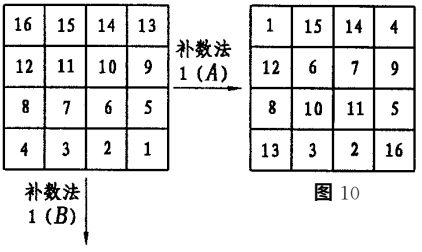


图 10

图 11

后四个解中，图 8 与图 7 相同，图 9 与图 6、图 10 与图 5、图 11 与图 3 也分别相同．这是因为 1～16 十六个数按横行从上到下、从左向右依次排列所得的图，以正方形的中心为中心、顺时针或逆时针旋转 180°后就是十六个数按横行从下到上，从右向左依次排列所得的图，因此用补数法/(A)、/(B)调动各有关数后所得结果必然相同，这就形成图 10 与图 5、图 11 与图 3 重复．同理，图 8 与图 7、图 9 与图 6 也必然重复．至此，我们实际上只得到了 4 个解．

此外，除了上面四个解外，我们还可将 1～16 各数按纵列从上到下、从左向右依次排列，或仍按纵列从上到下、从右向左排列，然后用补数法/(*A*)和/(*B*)调整有关数的位置，得另四个解如下：

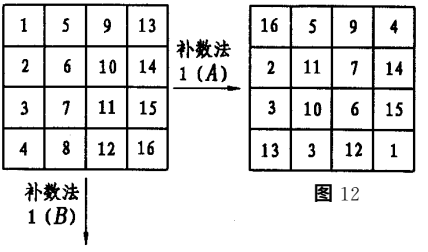


图 13

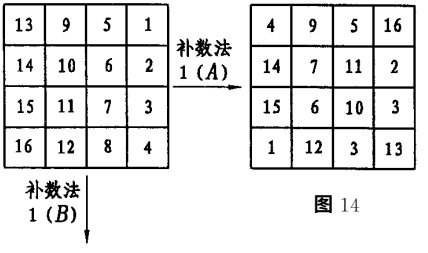
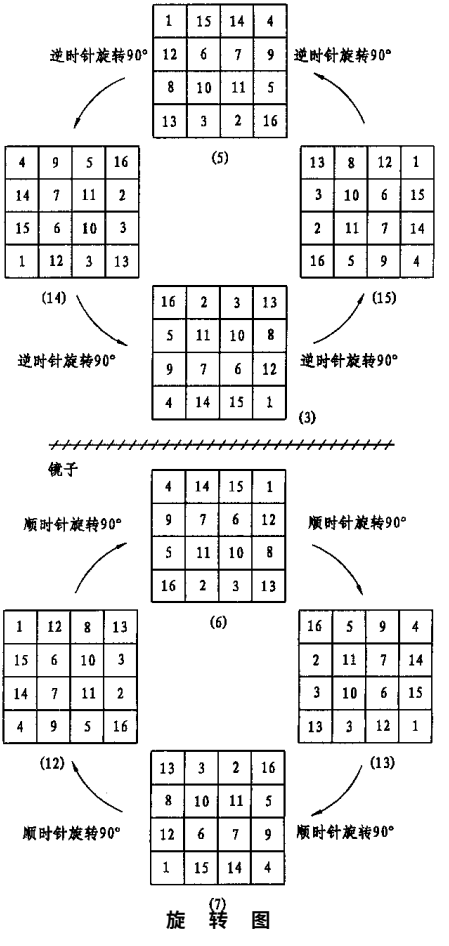


图 14

图 15

以上 8 个解之间存在镜像关系，属于一种类型 8 种不同形式的解．

由此可知，每得一种十六宫的解后，只要运用镜像、旋转方法总能得到其他 7 种不同形式的解．



旋 转 图

(3) **补数法** 2

将 1、2、3、4 **四个数稍加错开填在方格中**(**图** 16、17).

△			2
4			
1			△
			3

图 16

1		4	△
△			2
	3		

图 17

然后在以 1、2 两数为对角的矩形的另二对角的方格(图 16、17 中有△的方格)中填入 1、2 关于 17 的补数 16 和 15,再在以 3 和 4 为对角的矩形的另二对角处填上 3、4 关于 17 的补数 14 和 13(图 18、19).

16			2
4			14
1			15
13			3

图 18

1	14	4	15
16			2
	3	13	

图 19

接着在空格中试填 5、6、7、8 四数.

在图 18 中,对角线上各数的和应是 34,而 34−(16+3)=15=7+8,所以先填 7、8 两数如图 20,接着在 7、8 对应的对角处填它们的补数 10 和 9. 最后根据横行四数的和是 34,填出 5、11 与 6、12.

16	11	5	2
4	7	9	14
1	10	8	15
13	6	12	3

图 20

1	14	4	15
9	12	6	7
16	5	11	2
8	3	13	10

图 21

在图 19 的最下面一行,空格之和为 34−(3+13)=18. 二空格中可填(6、12)、(7、11)或(8、10)三组数中的一组. 经试填应填 8 和 10. 于是 8 和 10 的补数 9 和 7 的位置也确定如图 21. 再看对角线上 34−(15+8)=11 而 5+6=11,所以 5、6 的位置也得以确定. 在最后两空格中各填上 5、6 的补数 12 和 11.

用这种方法不一定能得到解. 如开始时填成图 22 的形式,因为各填上 1 与 2、3 与 4 的对应角数后得图 23,而第一行的 4+16+14+2=36≠34,所以无解.

印度曾经发现一个 11 世纪的碑文,上面刻有如图 24 那样的一个四阶纵横图. 它不但每行、每列、每条对角线上四个数的和都是 34,而且九个“小四宫”中四数的和也都等于 34. 更美妙的是,将图 24 的第一行移作最后一行,或将左边第一列移到右边,都能保持每行、每列、每条对角线、每个“小

四宫”各数的和都符合这一特性，具有这一特点的解叫做“美妙解”．十六宫的美妙解共有 16 种不同类型．将图 24 的行、列依次扩展，得图 25，其中任意的一个十六宫都是美妙解．图 25 表示十六宫美妙解的 16 种类型．



4			2
	1		
		3	

图 22

4	16	14	2
	1		15
13		3	

图 23

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

图 24

7	12	1	14	7	12	1
2	13	8	11	2	13	8
16	3	10	5	16	3	10
9	6	15	4	9	6	15
7	12	1	14	7	12	1
2	13	8	11	2	13	8
16	3	10	5	16	3	10

图 25

十六宫的解，据称共有 880 种之多．

③ 二十五宫

2311. 将 1～25 二十五个数填入方宫，使每行、每列、每条对角线上各数的和都相等．

解　二十五宫的解有 2 亿多种，但只知道它每行、每列、每条对角线上五个数的和是 65，要想凑填出整个纵横图，那是很困难的．现在介绍几种通常使用的填写方法．

(1) 位置交换法

先按数的顺序填成图 1，然后把对应的数按图 2、图 3 的方式交换，分别得到图 4、图 5 两种不同的类型解．按镜像关系每种类型可得 8 种不同的形式．

(2) 奇偶分离法 1

奇偶分离法是以九宫的解为基础，再根据奇偶数的关系进行填数的方法．

二十五宫每行、每列五个数的和等于$\frac{(1+25)\times 25}{2}\div 5=65$．65 是奇数，所以每五个数中奇数的个数必须是 1 个、3 个或 5 个，1～25 中共有十三个

奇数，这些奇数在二十五宫中应像图 6 那样分布（有○的代表奇数）.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

图 1

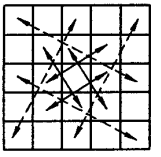


图 2

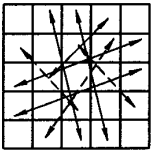


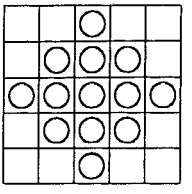
图 3

15	2	21	4	23
6	18	10	12	10
25	9	13	17	1
16	14	7	8	20
3	22	5	24	11

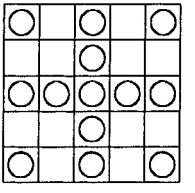
图 4

1	23	24	12	5
18	7	20	9	11
10	4	13	22	16
15	17	6	19	16
21	14	2	3	25

图 5



（甲）



（乙）

图 6

利用九宫解的一种形式，将十三个奇数中中间的九个即 5、7、9、11、13、17、19、21. 按 $2n+3$ 的关系填在图 6（甲）的中部. 再将另四个奇数 1、3、23、25 互补对应地填在另四个“○”处，如图 7. 最后将 2～24 十二个偶数填入空格，使每行、每列、每条对角线上各数的和都等于 65. 填时只要注意每行、每列、每条对角线两端两个数关于 26 互补即可（见图 8）.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

		1		
	11	21	7	
23	9	13	17	3
	19	5	15	
		25		

图 7

16	6	1	24	18
14	11	21	7	12
23	9	13	17	3
4	19	5	15	22
8	20	25	2	10

图 8

再填图 6(乙),先将 5～21 九个奇数填成九宫解形式,再在“○”的四个空格内按补数关系填入 1、3、23、25 另四个奇数(见图 9). 最后配填偶数得解如图 10.

11		21		7
		①		
9	㉓	13	③	17
		㉕		
19		5		15

图 9

11	14	21	12	7
6	16	1	18	24
9	23	13	3	17
20	8	25	10	2
19	4	5	22	15

图 10

(3) 奇偶分离法 2

将 1～25 的中间九个数,即 9、10、11、12、13、14、15、16、17 填成九宫解(见图 11).

△	◇	▭	◎	×
○	12	17	10	○
⊗	11	13	15	⊗
□	16	9	14	□
×	◇	▭	◎	△

图 11

然后将 1～8 和 18～25 十六个数配填四周,使得对应的两数,即图 11 中符号相同的数的和都等于 65－(12＋17＋10)＝26. 配填时还必须使四周的行或列的五个数的和都等于 65. 要做到这一点,五个数中奇数的个数不能成双. 现在举相邻角数填 1 和 3 的为例. 相邻两角数填了 1、3 以后,在 1～8 的四个奇数中还剩下 5 和 7,可以将它们填在如图 12 那样的位置. 1～8 的奇数位置一经确定,18～25 的奇数位置也随着确定. 最后剩下

1		21		3
	12	17	10	
19	11	13	15	7
	16	9	14	
23		5		25

1		19		3
	12	17	10	
21	11	13	15	5
	6	9	14	
23		7		25

图 12

偶数 2、4、6、8 和 18、20、22、24，可以根据关于 26 互补的关系，配成四组进行试填，得两种类型的解(图 13).

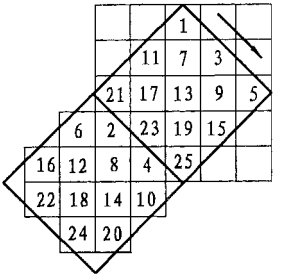
1	22	21	18	3
2	12	17	10	24
19	11	13	15	7
20	16	9	14	6
23	4	5	8	25

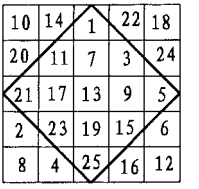
1	20	19	22	3
2	12	17	10	24
21	11	13	15	5
18	16	9	14	8
23	6	7	4	25

图 13

(4) 奇偶分离法 3

对正方形各边中点连接线段，组成一个斜正方形．在斜正方形的方格中，依次填连续的各奇数．在伸展的第二个斜正方形中，填连续的各偶数．再将第二个斜正方形截成四个直角三角形，接到第一个斜正方形的各边上，就得到二十五宫的一种解．





这种奇偶分离法容易掌握，便于记忆．奇偶分离法适用奇数阶的纵横图．

(5) 马士步法

10	2	24	16	13
21	18	15	7	4
12	9	1	23	20
3	25	17	14	6
19	11	8	5	22

马士步法是用象棋中的“马步”与“士步”进行填数的方法．“马步”的走法是一步一斜，“士步”是沿方格的对角线行走．从一点出发，用“马步”可走向八个位置，用“士步”可走向四个位置．填数时，从自然数 1 开始，用“马步”行走，在八个方向中可任选其一，到达的位置，就是“2”所在的方格；接着再从“2”的位置起步，用“马步”按方才的同一方向行走，确定“3”的位置．以下类推．“1”可从任何一格开始．图 14 中“1”是从二十五宫的中央起步，按“马步”可填八个空格中的任意一格．现在“2”是“1”的上方靠左，以后“马步”的方向就不再改变．照这样的走法，“3”就落在

二十五宫的外面．这种情况下，可将“3”从宫外上二行移至宫内下起第二行．于是“3”就确定在宫内的相应位置上．接着从“3”按“马步”填“4”，它又在宫外，现在应按列移至宫内相应位置上．当从 5 走“马步”填 6 时，将与“1”重复，这时就不走“马步”，改走“士步”，但“士步”应与“马步”同向异侧．以下依次类推，最后得到的是二十五宫的美妙解．这样填出的纵横图，叫做“马步幻方”．

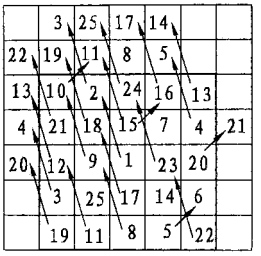


图 14

马士步法运用于阶数不能被 2 和 3 整除的纵横图．

④ 三十六宫

2312. 将 1～36 三十六个数填在方宫内，使每行、每列、每条对角线上各数的和都相等．

解　三十六宫是六阶纵横图，可以使用分层法，从四阶纵横图的解填出六阶纵横图．

首先，利用四阶纵横图的解，将各数加 10，即用 11～26 十六个数填十六宫，放在六阶纵横图的中心部分．然后在四周配填 1～10 和 27～36 的二十个数，使每行、每列、每条对角线上六数的和都是 111．由于中心部分每行、每列、每条对角线上四数的和是 74 已确定，因此，所空的各格中，只要对应两数的和是 111－74＝37，并且四周的行和列六数的和都是 111 就能得解．图所示是六阶纵横图中的一种．

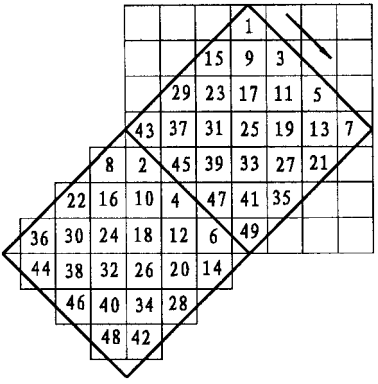
1	35	34	5	30	6
33	11	25	24	14	4
8	22	16	17	19	29
28	18	20	21	15	9
10	23	13	12	26	27
31	2	3	32	7	36

使用分层法又可从六阶填出八阶，从八阶填出十价…．它不但对填偶数阶纵横图适用，而且对填奇数阶纵横图也适用．但由于它只能两层、两层增加，当阶次较高时就显得麻烦，所以一般填奇数阶纵横图时用较为简单方便的奇偶分离法．

⑤ 四十九宫

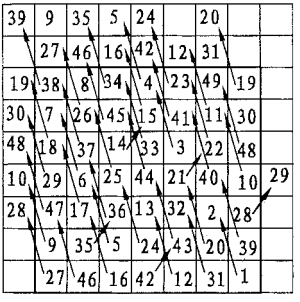
2313. 将 1～49 四十九个数填在方宫中，使每行、每列、每条对角线上各数的和都相等．

解 (1) **奇偶分离法**



26	20	14	1	44	38	32
34	28	15	9	3	46	40
42	29	23	17	11	5	48
43	37	31	25	19	13	7
2	45	39	33	27	21	8
10	4	47	41	35	22	16
18	12	6	49	36	30	24

(2) **马士步法**



38	8	34	4	23	49	19
7	26	45	15	41	11	30
18	37	14	33	3	22	48
29	6	25	44	21	40	10
47	17	36	13	32	2	28
9	35	5	24	43	20	39
27	46	16	42	12	31	1

【注意】 **以上两法详见二十五宫奇偶分离法** 3 **及马士步法**.

⑥ **六十四宫**

2314. **将** 1～64 **六十四个数填在方宫中,使每行、每列、每条对角线上各数的和都相等**.

解 (1) **分层法**

从六阶纵横图填八阶纵横图. **先将** 15～50 **三十六个数填六阶纵横图(照六阶的解,每个数各加** 14),**放在六十四宫的中央部分,然后在四周配填** 1～14 **和** 51～64. **因为六阶纵横图的每行、每列、每条对角线上六数的和是** $\frac{(15+50)\times 36}{2}\div 6=195$,**而八阶纵横图每行、每**

1	63	62	4	5	59	58	8
56	15	49	48	19	44	20	9
55	47	25	39	38	28	18	10
11	22	36	30	31	33	43	54
53	42	32	34	35	29	23	12
13	24	37	27	26	40	41	52
14	45	16	17	46	21	50	51
57	2	3	61	60	6	7	64

列、每条对角线上八数的和是$\frac{(1+64)\times 64}{2}\div 8=260$，所以，在四周各空格中相对应的两数应是 260－195＝65. 在填数时还应注意到四周的行和列六数的和都应是 260.

(2) 演绎法

用马士步法能求出阶数不能被 2 和 3 整除的纵横图的美妙解，求偶数阶纵横图的美妙解至今还没有找出规律，但可以以四阶纵横图十六种美妙解中任一种为基础，用演绎法找出八阶、十六阶、三十二阶、…纵横图的美妙解. 下面介绍以在印度发现的 11 世纪四阶纵横图美妙解为基础求出八阶纵横图美妙解的方法.

首先将 1～64 六十四个数，根据关于 65 互补的关系分成四组.

第一组：1～8 和 57～64 十六个数；

第二组：9～16 和 49～56 十六个数；

第三组：17～24 和 41～48 十六个数；

第四组：25～40 十六个数.

下面(1)是印度碑文上发现的四阶纵横图的美妙解. 接着把四组数分别填入(1)得(2)、(3)、(4)、(5).

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

(1)

7	60	1	62
2	61	8	59
64	3	58	5
57	6	63	4

(2)

15	52	9	54
10	53	14	51
56	11	50	13
49	14	55	12

(3)

23	44	17	46
18	45	24	43
48	19	42	21
41	22	47	20

(4)

31	36	25	38
26	37	32	35
40	27	34	29
33	30	39	28

(5)

第一组填入时，1～8 各数不变，用 57～64 各数依次代换图 1 中 9～16 各数；

第二组填入时，9～16 各数依次代换 1～8 各数，49～56 各数依次代换 9～16 各数；

第三组填入时，17～24 各数依次代换 1～8 各数，41～48 各数依次代换 9～16 各数；

第四组填入时，25～40 各数依次代换 1～16 各数．

将图 2～图 5 四个图拼成一个八阶纵横图，图 2 放在左上角、图 3 放在右上角，图 4 放在左下角，图 5 放在右下角．所得的图就是八阶纵横图的美妙解．

7	60	1	62	15	52	9	54
2	61	8	59	10	53	16	51
64	3	58	5	56	11	50	13
57	6	63	4	49	14	55	12
23	44	17	46	31	36	25	38
18	45	24	43	26	37	32	35
48	19	42	21	40	27	34	29
41	22	47	20	33	30	39	28

⑦ **八十一宫**

2315．**将 1～81 八十一个数填在方格中，使每行、每列、每条对角线上各数的和都相等．**

解　用演绎法由三阶纵横图推出九阶纵横图最为方便．可取九宫解八种形式中的任何一种形式(图 1)为基础，每个数都加 9，组成另一个九宫解(图 2)；再在图 1 各数上都加 9×2 得图 3；依次类推，一直加到方格中最大数为 81 为止．这时，连同基础的九宫共得九个九宫解．

2	9	4
7	5	3
6	1	8

图 1

11	18	13
16	14	12
15	10	17

图 2

接着将图 1 作为第一个小九宫，填在图 1 中“1”的位置上(见图 5，即八十一宫分成九个小九宫后的南宫)；将图 2 填在图 1 中“2”的位置上(图 5 的西北宫)；将图 3 填在图 1 中“3”的位置上(图 5 的东宫)；…最后将图 4 填在图 1 中“9”的位置上(图 5 的北宫)．结果就得到像图 5 那样的八十一宫．它的每行、每列、每条对角线上九数之和都是 369．

以图 1 为基础填得其他八个小九宫后不一定填入图 1，也可填入与图 1 同一类型的其他七个不同形式的小九宫中，从而得到不同类型的解．



20	27	22
25	23	21
24	19	26

图 3

74	81	76
79	77	75
78	73	80

图 4

11	16	15	74	81	76	29	36	31
18	14	10	79	77	75	34	32	30
13	12	17	78	73	80	33	28	35
56	63	58	38	45	40	20	27	22
61	59	57	43	41	39	25	23	21
60	55	62	42	37	44	24	19	26
47	54	49	2	9	4	65	72	67
52	55	48	7	5	3	70	68	66
51	46	53	6	1	8	69	64	71

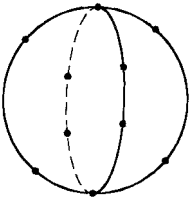
图 5

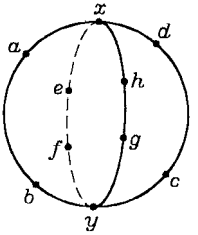
同样，不一定以图 1 的小九宫为基础，可以与图 1 同类型的其他七个不同形式中任一小九宫为基础，各方格中逐步加 9 得到另八个小九宫，再进行拼填，从而又得到不同类型的解.

(3) 幻立体

① 幻球

2316. 将 1～10 十个数填入图中黑点处，使每个圆周上各数的和都相等.





解　各点上的数用字母表示如上图，设每个圆周上各数的和为 m. 则 $a+b+c+d+x+y=m$.

$e+f+g+h+x+y=m$,

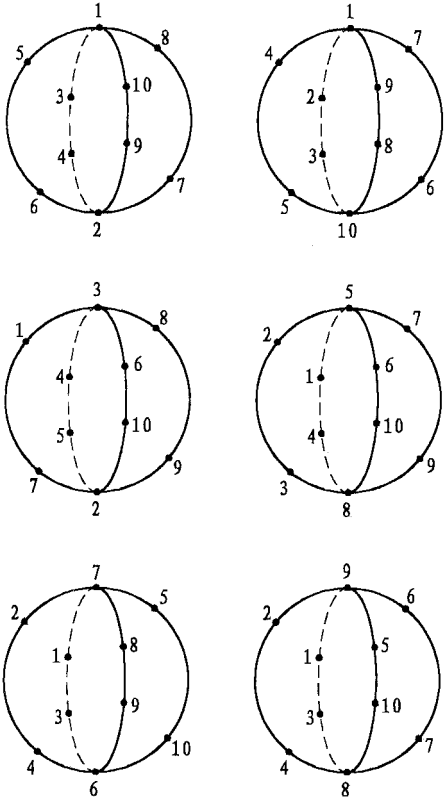
两式相加　$(a+b+c+d+e+f+g+h+x+y)+x+y$

$=2m$,

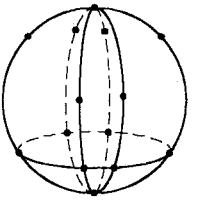
以　$a+b+c+d+e+f+g+h+x+y=55$ 代入，得

$$m=\frac{55+x+y}{2}.$$

m 为整数，55 为奇数，因此 $x+y$ 的和必须为奇数．于是可知 x 与 y 应该一为奇数，另一为偶数．剔除这一奇数和偶数，余下的八个数分为每组四个数而其和相等的两组，分别填在两圆的圆周上．得



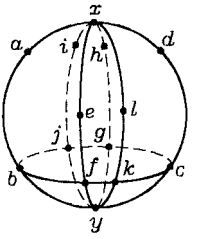
上面是众多类型中的 6 种解．因为 a、b、c、d 之间可任意变换位置，有 $4\times3\times2\times1=24$ 种形式；e、f、g、h 之间也可任意交换位置，也有 24 种形式；a、b、c、d 与 e、f、g、h 两组数之间也可同时对换位置；x 与 y 之间又可对换，因此，每种类型有 $24\times24\times2\times2=2304$ 种不同的形式．



2317. 将 1～14 十四个数填在图中黑点处，使

每个圆的周围上各数的和都相等.

解　黑点上各数用字母表示如图.m 表示圆周上各数的和.则



$a+b+c+d+x+y=m$;

$e+f+g+h+x+y=m$;

$i+j+k+l+x+y=m$.

三式相加,并以十四个数的和 105 代入,得

$$105+2(x+y)=3m,$$

$$m=35+\frac{2(x+y)}{3}.$$

因为 m 为整数,所以 $x+y$ 的和应能被 3 整除.

设　$x=1,y=2,x+y=3$.

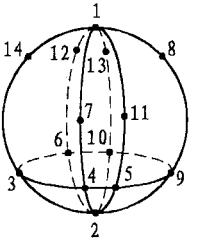
这时　$m=37,a+b+c+d=e+f+g+h=i+j+k+l=34$.

这表明,1～14 十四个数中剔除 1、2 后,余下的十二个数应分成三组,每组四数之和都是 34. 因为 3～14 是连续数,可以这样分组:

	3	4	5
	8	7	6
	9	10	11
+)	14	13	12
	34	34	34

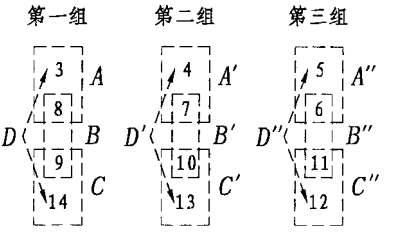
即将十二个数分成(3、8、9、14)(4、7、10、13)和(5、6、11、12)三组,分别填在三个大圆圆周的四个点上.又因为 $b+c+f+h+j+l=34$. 所以应分别从上面三组数中各挑选两个数,使六个数的和是 37. 这六个数是$(3+9)+(4+10)+(5+6)=37$. 由此填数如下:

右图是一种类型解.在同一大圆中.3 与 9 可互换位置,14 与 8 也可互换位置,这样,就产生 4 种不同的形式;同理 4 与 10,7 与 13,5 与 6,11 与 12 都可互换位置.各形成 2 种不同的形式.三个大圆上每四个数相互之间又可交换位置,有 $3\times2\times1=6$ 种不同的交换.在极点上的 1 与 2 也可对换,因此这种类型共有 $2\times2\times2\times2\times2\times2\times3\times2\times1\times2=768$ 种不同形式的解.



再研究 3～14 十二个数的分组情况:

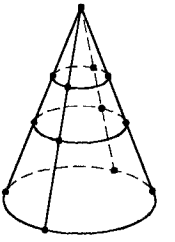
这十二个数分成(3、8、9、14)(4、7、10、13)和(5、6、11、12)三大组后,每大组中部分数可相互交换,重新组组.由于 A、A'、A'' 组中两数的和都相等,



因此 A、A' 与 A'' 组之间可交换．同理 B、B' 与 B'' 组，C、C' 与 C'' 组；D、D' 与 D'' 组之间也能交换．这样共可得 36 种不同的类型．但又要考虑到从每大组中选出两个数，三大组共六个数，使它们的和是 37，因此 36 种中符合要求的只有 12 种．由此可知当 $x=1$，$y=2$ 时，本题有 12 种类型 $768\times12=9216$ 种不同形式的解．x 与 y 还能是其他数，如 $x=1$，$y=5$，$x+y=6$；$x=2$，$y=4$，$x+y=6$，…不再赘述．

② 幻圆锥

2318. 用 1～13 十三个数填在图中黑点处，要求各圆周和各直线上四个数的和都相等．



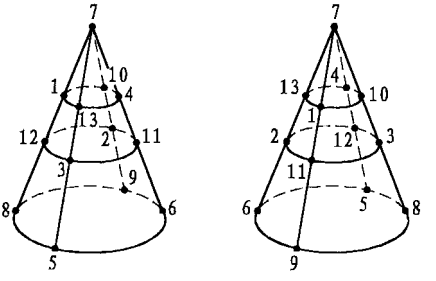
解　设圆锥顶点上的数为 a，各线上四个数的和为 m．

那么，$7m=2\times(1+2+\cdots+13)+2a$

所以，$m=26+\frac{2a}{7}$．

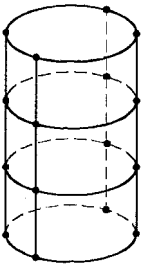
m 是整数，因此，a 须是 7 的倍数．此处 a 只能是 7，于是 $m=28$．经试填可得两种类型解，它们之间相应的数关于 14 互为补数．

三个圆周上的数，组与组可交换位置，有 $3\times2\times1=6$ 种不同的形式；三条直线上的数，组与组也可交换位置，有 $4\times3\times2\times1=24$ 种不同的形式．因此，每种类型的解有 $24\times6=144$ 种不同的形式．

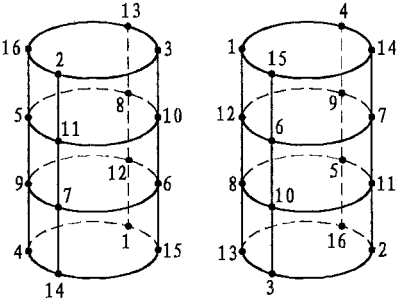


③ 幻圆柱

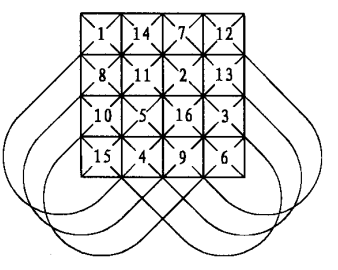
2319. 用 1～16 十六个数填在圆柱的黑点处，使各直线、各圆周上四个数的和都相等．

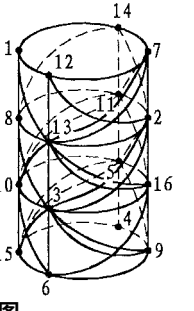


解　这道题是四阶幻圆柱，它的解法与第 2310 题解十六宫的方法相似，而且比填十六宫的要求要低，因为它相当于不要求两对角线上四个数的和也相等．下面根据第 2310 题图 3、图 5 的答案填写两个解答．

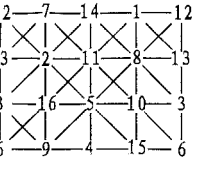


接下去，再研究一下四阶纵横图的美妙解．下图是四阶纵横图美妙解之一，它除了各行、各列、两对角线上四个数的和等于 34 外，而且小四宫四个数的和以及图上相连各线上四个数的和也都等于 34.



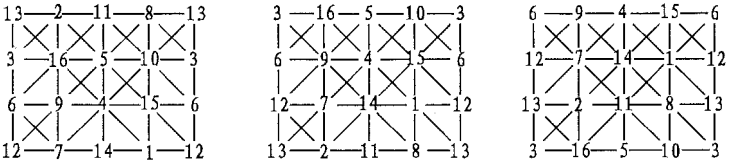


这样的美妙解在幻圆柱上表达出来就如右图所示．



如将圆柱的侧面剖开、铺平，就成右图．

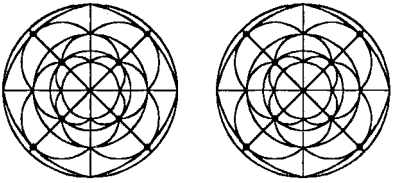
四阶纵横图的美妙解共 16 个，而在圆柱面上，由于纵列已没有边界，所以四阶幻圆柱的美妙解只有四种(如上图)．



（参阅第 2310 题四阶纵横图美妙解最后一图）

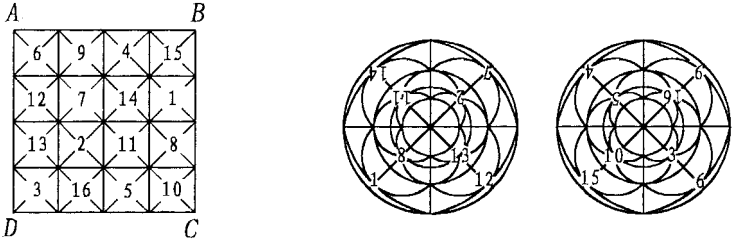
④ 幻圆环

2320. 下图是一个像汽车内胎那样的幻圆环的正反面．两面各有八个点，将 1～16　16 个数填在黑点处，使每条线上四个数的和都相等．



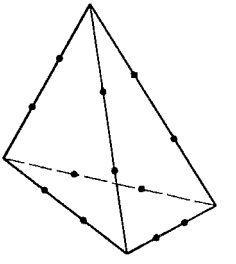
正面　　反面

解　下图是一个四阶纵横图的美妙解，将它的 AB 边与 DC 边粘连起来，就成了一个管状物体，再将 A、D 所在的圆与 B、C 所在的圆对接起来，就得到幻圆环的美妙解：



⑤ 幻四面体

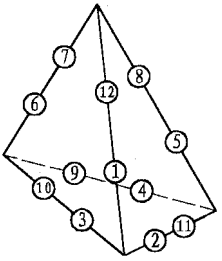
2321. 将 1～12 十二个数填在四面体的黑点处，使每个面上六个数的和都相等．



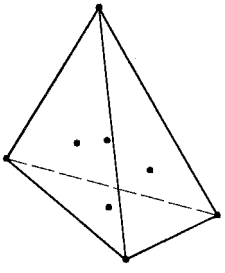
解　我国清代数学家保其寿填了许多幻立体，他把有关四面体填数的题目都叫做“浑三角”．

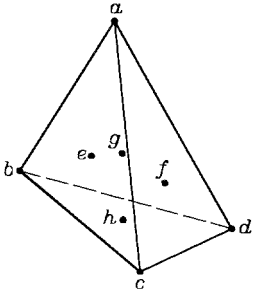
这道题可以这样思考，如能使每条棱上两数的和都相等，那么每个面上六个数的和就相等．

四面体有六条棱，每条棱上两数的和应是$\frac{(1+12)\times 12}{2}\div 6=13$. 每个面上六个数的和应是$13\times 3=39$. 所以，得解如下.



2322. 将$1\sim 8$八个数填在四面体的黑点处，使每个面上四数之和都相等.





解　设每个面上四数之和为m，并将黑点上各数用字母表示如图.

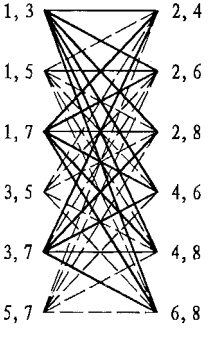
由图，$a+b+c+e=m$，$a+c+d+f=m$，$a+d+b+g=m$，$b+c+d+h=m$.

四式相加，$4m=(a+b+c+d+e+f+g+h)+2(a+b+c+d)=36+2(a+b+c+d)$.

所以，$m=9\ \frac{a+b+c+d}{2}$.

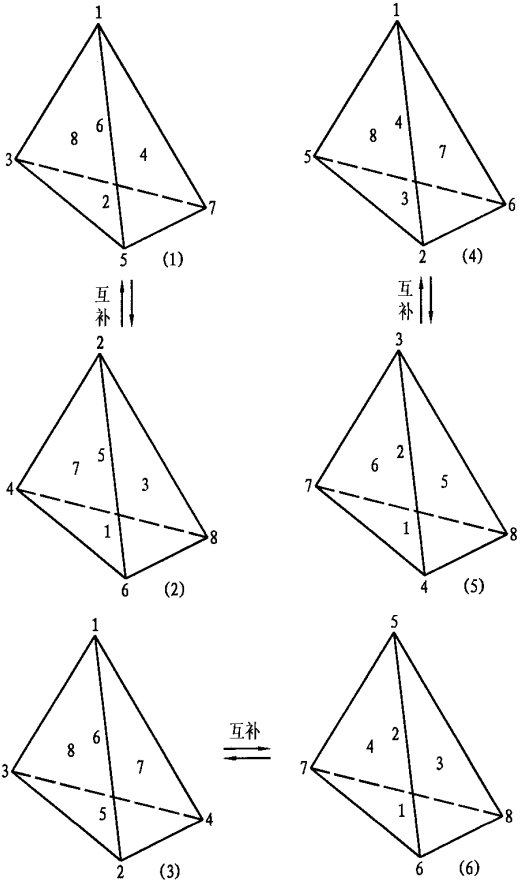
上式表示四面体四个顶上四数之和应为偶数. 要使四数之和为偶数，四个数应该

(1) 都是奇数；(2) 都是偶数；(3) 两数是奇数，两数为偶数. 两数为奇、两数为偶的可能搭配如上图.



经试填，当四数全都是奇数或全都是偶数

时，当四数中二奇二偶是(1、3、2、4)，(1、5、2、6)，(3、7、4、8)，(5、7、6、8)时有解．



其中，(1)与(2)，(3)与(6)，(4)与(5)的各数都关于9互补．



保其寿的解答如上两图，依中间三角形的三条边折迭就成图(3)与图(6).

⑥ 幻立方

2323. 将 1～8 八个数填在正方体八个顶上，使每个面上四数之和都相等.

解　本题又叫“六合立方”，它的解题思路是：

八数的和　$1+2+3+\cdots+8=\dfrac{(1+8)\times 8}{2}$

$=36.$

每个面上四数的和是 $36\div 2=18.$

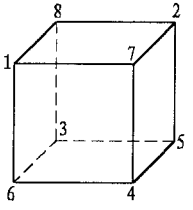
1～8 八个数中四数的和是 18 的有

a. 1、2、7、8，3、4、5、6；

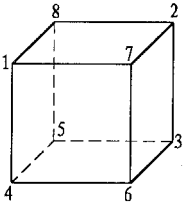
b. 1、3、6、8，2、4、5、7；

c. 1、4、5、8，2、3、6、7；

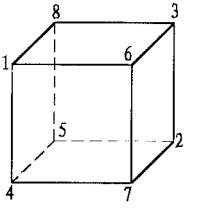
d. 1、4、6、7，2、3、5、8. 四对. 每一对两组中的数互不重复，因此这两组数可填在正方体相对两个面上. 要填成一个正方体，须要三对六组数相互配合. 经试填，a、b 与 d 对，a、c 与 d 对，b、c 与 d 对分别组成(1)、(2)、(3)的正方体.



(1)

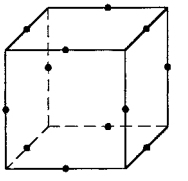


(2)



(3)

2324. 将 1～12 十二个数填在右面正方体的黑点处，使每个面上四数的和都相等.



解　设每个面上四数的和是 m. 正方体有六个面，

所以，$6m=2\times(1+2+3+\cdots+12)=2\times 78,$

$m=26.$

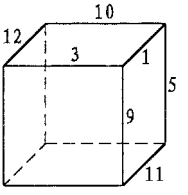
从 1～12 十二个数中任意选择四个使它们的和是 26 的有：

1、2、11、12　　2、3、9、12　　3、4、7、12

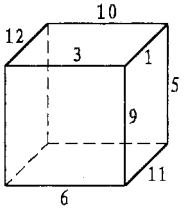
1、3、10、12　　2、3、10、11　　3、4、8、11

1、4、9、12	2、4、8、12	3、4、9、10
1、4、10、11	2、4、9、11	3、5、6、12
1、5、8、12	2、5、7、12	3、5、7、11
1、5、9、11	2、5、8、11	3、5、8、10
1、6、7、12	2、5、9、10	3、6、7、10
1、6、8、11	2、6、7、11	3、6、8、9
1、7、8、10	2、6、8、10	
	2、7、8、9	
4、5、6、11	5、6、7、8	
4、5、7、10		
4、5、8、9		
4、6、7、9		

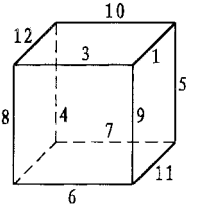
现可以在众多的组中进行选择、试填．如先选择(1、3、10、12)和(1、5、9、11)作为正方体的上底面与右侧面上的数(1)，再根据已有 3、9 两数的找(3、6、8、9)填在正方体的正面(2)，又根据已有 5、10 两数的找(4、7、5、10)填在正方体的后面(3)；接着根据已有 4、8、12 三数的找(2、4、8、12)填在正方体的左侧面(4)；这时，下底面上为 2、6、7、11 四数，它们的和是 26，因此填得正确无误．其他的解请读者自行配填．



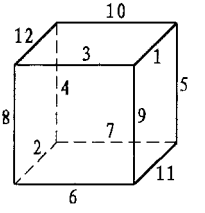
(1)



(2)



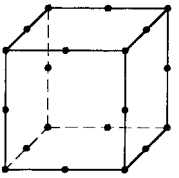
(3)



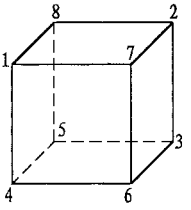
(4)

2325．将 1～20 二十个数填在下页右图的黑点处，使每个面上八个数

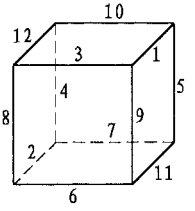
的和都相等.



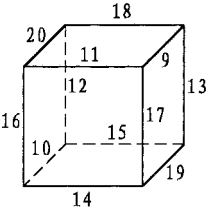
解 本题是上题的解与前题的解的合并. 如果前题的解选用(1),上题的解选用(2). (1)各数不变,(2)各数都加上 8,得(3). 使(3)与(1)重合,即得解如(4).



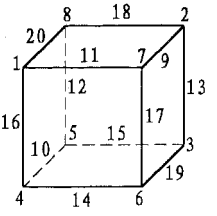
(1)



(2)



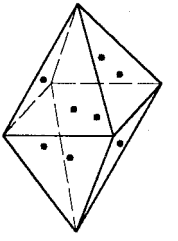
(3)



(4)

⑦ **幻八面体**

2326. **右图是一个八面体. 将 1～14 十四个数中的八个数填在八个面的中心,另六个数填在八面体的六个顶上,使每个面上四个数的和都相等.**



解 保其寿画的"三图本一图"(图 1),相当于填八面体(图 2).

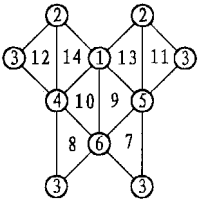


图 1

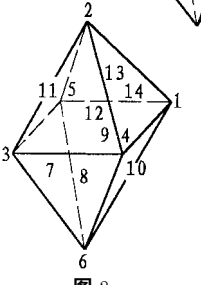
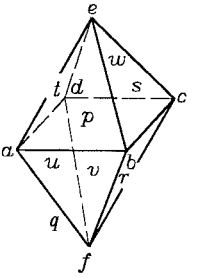


图 2

它的算填原理，可以这样推导．

设八面体上所填各数用字母表示如图，并设每个面上四个数的和为 m．则



$$a+b+e+p=m;$$
$$a+b+f+q=m;$$
$$a+d+e+t=m;$$
$$a+d+f+u=m;$$
$$b+c+e+s=m;$$
$$b+c+f+r=m;$$
$$c+d+e+w=m;$$
$$c+d+f+v=m.$$

八式相加，得

$$8m=105+3(a+b+c+d+e+f);$$
$$m=\frac{21\times5+3\times(a+b+c+d+e+f)}{8}.$$

1～14 十四个数中六个较小数的和为

$$1+2+\cdots+5+6=21$$

所以 $a+b+c+d+e+f\geqslant21$.

当 $a+b+c+d+e+f=21$ 时，

$m=21$.

因此，我们可以 1、2、3、4、5、6 作为八面体顶上的数进行试填．1、2、3 三数不能在同一三角形的顶点上，因为 $21-(1+2+3)=15>14$．1～6 六个数在八面体顶上的具体安排要根据八个三角形每个三角形各顶点的和是否相同而确定．如八个和各不相同而且依次相差 1，有解；如 8 个和中有重复，无解，需将六个顶上的数重新调整．图 2 是一种解．将图 2 各数改写成关于 15 互补的补数，就得到另一种解．

⑧ 幻十二面体

2327．将 1～32 三十二个数填在正十二面体的顶和每个面的中心，使每个面上六个数的和都相等．

解　可将 1～32 三十二个数分成两部分．后 12 个数，即 21～32 填在面的中心．前 20 个数，即 1～20 填在十二面体的顶上．顶上的数要三次参加正五边形六数和的计算，因此十二个正五边形顶点上的数的总和是 $\frac{(1+20)\times20}{2}\times3=630$．设中心填 32 的正五边形顶点上五数的和是 m，则中心填 31 的正边形顶点上五数的和是 $m+1$；中心填 30 的正五边形顶点上

五数的和是 $m+2$；其余依次类推，最后得中心填 21 的正五边形顶点上五数的和是 $m+11$. 于是

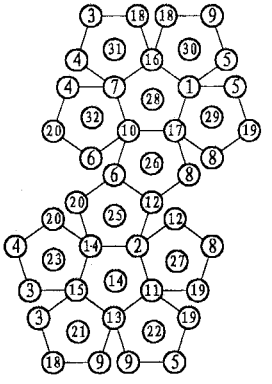
$$m+(m+1)+(m+2)+\cdots+(m+11)=630,$$

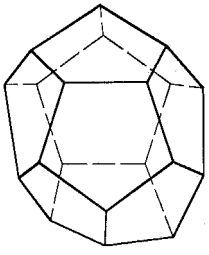
$$m=47.$$

这表明十二个正五边形顶点上五数的和分别是：

47、48、49、50、…、57、58.

现在用 1～20 二十个数配成五个一组，使每组五数的和分别是以上 47～58 十二个数. 1～20 二十个数要分组时，每个数可参与三个组. 通过配填，得解如下：





这个图是保其寿所作. 他称之为“六合浑圆”，它能拼成一个正十二面体，每个面上六数的和都是 79.

如果将上图各数都改写成关于 33 互补的数，那么就得到另一种解. 这是用 1～32 三十二个数中前十二个数即 1～12 作各个面上中心位置的数，用后二十个数即 13～32 作正十二面体顶上的数而得出的解. 这时，每个面上六数的和都是 119.

⑨ 瓜瓞图

2328. 三个直交的大圆把球分成八个球面三角形. 在这八个球面三个形的中心和三个大圆的交点填上 1～14 十四个数，使每个球面三角形上四个数的和都相等.

解　关于本题，保其寿作了一图，称之为“瓜瓞图”(图 1). 使 4 向前突出，5 向后凹进，形成两个半球，拼起来就是本题的解(图 2). 其解题原理与幻八面体完全相同.

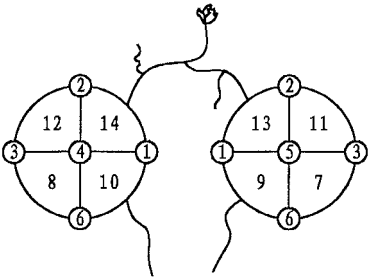


图 1

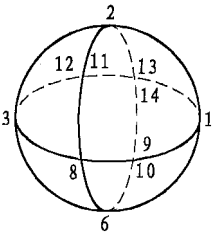
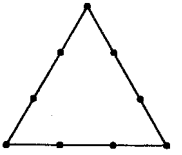


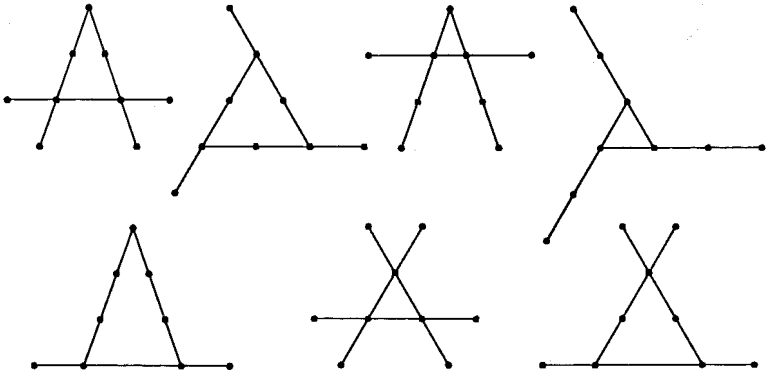
图 2

6. 图形变换



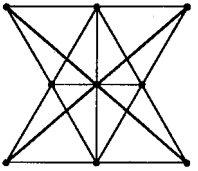
2329. 9 棵树栽成三行(见右图),每行 4 棵. 请想出另外三种栽法.

解



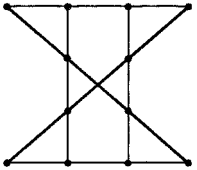
2330. 9 盏彩灯纵横交错地排成 10 行,每行都是 3 盏灯. 请问如何排列?

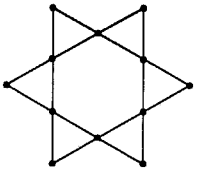
解



2331. 12 棵树栽成 6 行,要求每行 4 棵,如何栽?

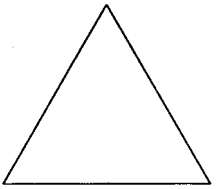
解　栽法如图所示.



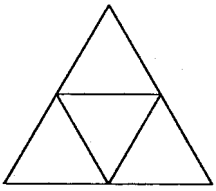


2332. 请把右图的等边三角形分割成 8 个全等的直角三角形. 如果将这个等边三角形分成 32 个全等的小直角三角形,怎样分?

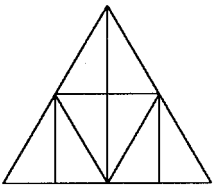
请再把右图的等边三角形分割成 6 个全等的直角三角形. 再把它分成 24 个全等的小直角三角形.



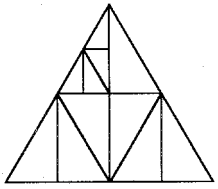
解　找出等边三角形三边的中点,两两连接,即割成 4 个全等的小等边三角形如图(1)所示.



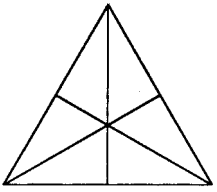
(1)



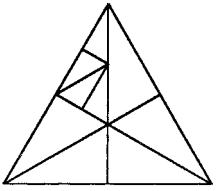
(2)



(3)



(4)

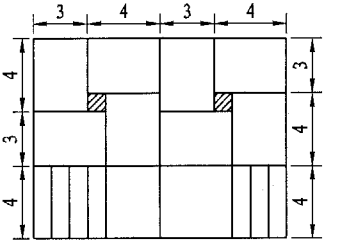


(5)

再作这些小等边三角形的高,就将原等边三角形分割成 8 个全等的直角三角形如图(2)所示. 最后将每个直角三角形分割成 4 个全等的小直角三角形,就得到 32 个全等的小直角三角形,如图(3)所示. 具体作法是找出直角三角形斜边上的中点,由此点向两直角边作垂线并在此中点及直角顶

点间连线，即将直角三角形分割成全等的 4 个小直角三角形．

将原等边三角形分割成 6 个全等的直角三角形的具体作法是作等边三角形三边上的高即得如图(4)所示．然后将每个三角形四等分就将原等边三角形分割成 24 个全等的小直角三角形，如图(5)所示．



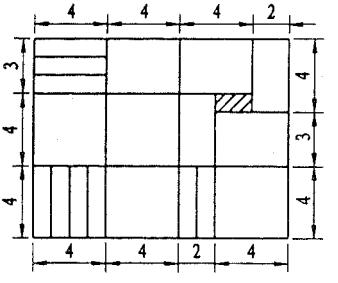
2333. 一张长 14 厘米、宽 11 厘米的长方形纸片，最多能裁出多少个长 4 厘米、宽 1 厘米的纸条？请画图说明怎样裁？

解　由图可见共可裁成长 4 厘米、宽 1 厘米的长方形纸条

$$3\times10+4\times2=38(\text{条})$$

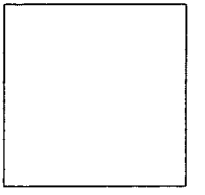
(阴影部分是裁纸条后的多余部分)

或也可按下图那样裁．



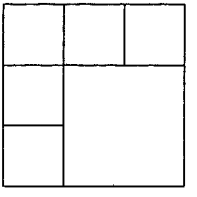
长 4 厘米、宽 1 厘米的长方形小纸条的有

$$2\times3+3\times4+4\times5=38(\text{条}).$$

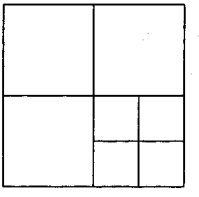


2334. 如图是一个正方形，请将它分别分割成 6、7、8、10、11、12、13 个小正方形(不一定全等)

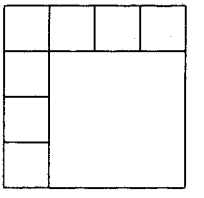
解　分割方法可如图所示．



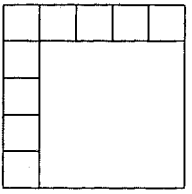
6 个



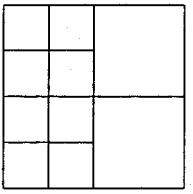
7 个



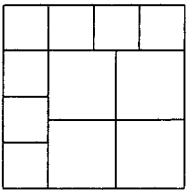
8 个



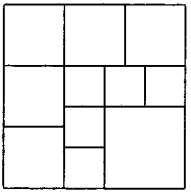
10 个



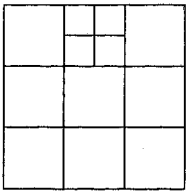
10 个



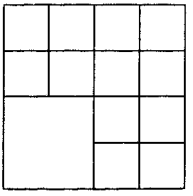
11 个



11 个

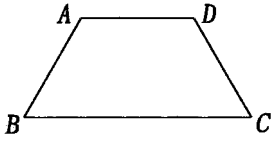


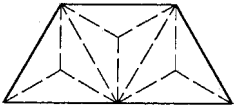
12 个



13 个

2335. 如图，等腰梯形 $ABCD$，$BC=2AD$，且一个底角为 $60°$，请把它分成大小、形状都相同的 9 块.





解　分法如图所示.

7. 数学游戏

2336. 送橘子(或其他物品，如乒乓球等)

首先让全班同学围成圆圈，然后每人再编一个从 1 开始的连续的编码.

活动开始，老师讲："这里有 100 只(数字要大于学生人数)橘子，送给××号同学(如 30 号同学)."该号同学立即口算："100－30＝70. 送来 100 只橘子，还剩 70 个. 我送给××号同学."于是××号同学按上面介绍的方法继续进行口算减法. 这样依次进行.

如有同学计算错误，可提请他自己，或请其他同学纠正，改正后继续进行游戏.

2337. 抢 30

两人轮流报数，每人每次只许报 1 个或 2 个数．如第一个人报 1、2，第二个人就可以报 3 或者 3、4，这样继续下去，看谁先报到 30．先报到的那人获胜．

你知道怎样获胜吗？其实很简单：先让对方报数，如对方报 1，你就报 2、3；如对方报 1、2，你就报 3．只要每次都“占领”3 的倍数，就一定能抢到 30．

如果要看谁先抢到 60，该怎么办呢？

2338. 拍电报

全班同学分成人数相等的若干组，选一个主持人，用吹哨子作为拍电报的讯号：短音代表 1，长音表示 5．其他数字可由短音自加，或长音加短音，（如－－－表示 3，———表示 6）．

活动开始时，主持人吹哨子发出数个电报号码．各组第一个人接收第 1 个号码后，立即用耳语告诉第二个人．第二个人接收班长的第二个号码后，与第一个人所说的号码相加（或相乘），再用耳语告诉第三个人……，直至最后一人报出总和．看哪一组报得又快又准就确定那组为优胜．

2339. 补数游戏

首先在游戏前准备 22 张纸卡，分别在上面写 0 到 10 的数（分 2 组）．一组散开放在桌子上，另一组面朝下，叠在一起放在桌子上．由主持人从面朝下的那一叠中任意抽出一张纸卡，让大家看上面的数，如 6，其他人应立即从桌面上散开的纸卡找出它的补数 4．主持人不断地抽出纸卡，其他人跟着拿它的补数，最后以纸卡拿得多的人为胜．

2340. 乘法表游戏

在纸卡的正面写出乘法表内所有算式，如 2×3，2×4，…，4×6，4×7，…，7×7，7×8，….在纸卡的背面写上这些算式的积．主持人叫出积数，游戏者不得看纸卡背面而从卡中找出写有这个积的两数相乘的纸卡，越多越好．例如，主持人叫 24，游戏者便找出 4×6、3×8 的卡．找得快且多者为胜．

2341. 两位数乘法的练习游戏

让同学们任选一个一位数，例如 5．用 5×9 得 45，再乘以 123456789，不用计算你就可以告诉同学积是 5555555555．不信可以让同学们乘一乘．如选 7，乘 9 得 63，再乘 123456789，积一定是 7777777777．

原来 123456789×9，积是 1111111111．由于上面所乘的两位数中有一因数为 9，所以只需将 1111111111 与任选的一个一位数相乘就是所求的数了．

2342. 火柴游戏



取若干根火柴，随意分成数堆，每堆火柴的根数也是任意的．让甲、乙两人轮流随意取这些火柴，可取一根，或全部取走；但只能向某一堆拿取，不准同时向两堆或两堆以上的火柴堆拿取．就这样轮流地取，谁拿尽最后一根火柴就算胜利．

2343. 猜数游戏(一)

“请同学们每个人随意想一个数，”老师说，“加上一个同样的数，在新的得数上加上 12，把所得的和分成两半，从这个部分中减去想出来的数．我猜你们得到的是 6．”真的，大家得到的都是 6．为什么？

说明：其实这当中什么秘密也没有．当同学们在想出来的数上加上相同的数，再加上 12，并将所得的和分成两半，那时所得到的数就是想出来的数与 6 的和．当每个人接着减去想出来的数后，就只剩 6 了．因此，老师不难猜出，如果每个同学懂得这个道理，也一定能猜出，你们不妨一试．比如，在新的得数上加的不是 12，而是 20，最后得到的是多少呢？

2344. 猜数游戏(二)

主持人拿出上面分别写有数字 1～9 的同样卡片两副(共 18 张)，将它们混合后，请一位同学抽去其中一张(不能让主持人看见上面写的数字)．接着，主持人把其余的卡片交给另一位同学，请这位同学背着自己，将卡片摊开，拿掉每 2 张加起来的和为 10 的卡片．等只留下最后一张时，让主持人自己看一下，他便立即能报出第一位同学抽去的卡片上的数字．

说明：主持人用 10 减去剩下一张卡片上的数字，得到的差就是第一位同学所抽去的卡片．这是因为，$1+2+\cdots+8+9=45$，两副卡片上的数字之和为 $45\times2=90$．设第一位同学抽去一张 4，则差数为 $90-4=86$，以后第二位同学抽去数字之和为 10 的卡片，剩下一张必为 6．而这一张卡片与第一位同学抽去的那张卡片上的数字和也应是 10，所以 $10-6$，差就是第一位同学抽去的 4．

2345. 猜数游戏(三)

主持人请一位同学任意想一个正整数，把它写在纸上，不必让主持人看．比如，想的一个数为 920876．想数的同学再把这个数各位上的数字重新排一下，就得到一个新的数，数字既不能少，也不能多．比如，重新排列的数为 870629．用这两个数中较大的一个数减去较小的一个数，把答案记住，但不要告诉主持人．

$$920876-870629=50247.$$

想数的同学再从答案 50247 中除 0 以外的数字任意去掉一个，把其余的数字告诉主持人，主持人立刻就能猜出去掉的那个数字．

比如在 50247 中去掉一个数字 2，向主持人报告得数为“5047”，但主持

人能立刻猜出去掉的数字为“2”.

说明:主持人是用弃九法猜的.

因为一个正整数的数字重新排列后,两数之差的各位上的数字之和一定是9的倍数.如上例中,两数差是50247,而差的各位上的数字之和是5+2+4+7=18,18是9的倍数.由于去掉了一个非零的数字,因此报出的数字就不是9的倍数了.主持人用弃九法求出所报数字之和的余数,这个余数与9的差就是去掉的那个数.如上例中,报出的数字是5047,这4个数字之和为16,去掉一个9后,余数为7.9-7=2.所以去掉的数字为“2”.

2346. 算数叫号

这个游戏的参加者以10~30人为宜.

游戏开始时,大家围圈而坐,依次报数,每个人都要记住自己的号数.然后由1号说出一道简单的计算题.答案是多少,那么这个数字的人便接下去出题目.谁接不上去就算失败,表演一个节目.

例如:一号叫:“一号一号,一加四号.”因为答案是5,所以五号接着叫.五号叫:“五号五号,五乘以三号.”然后由十五号叫:“十五号十五号,十五减七号.”接下来应由八号叫.如此循环往复.

注意:游戏时节奏要清楚,可以由慢到快.如果出的题目的得数太大,超过了游戏人数的总数,出题目的人就算失败.

2347. 看谁先算出

游戏可由2~4人进行,开始前要规定好运算方法和答数.开始时,游戏者的双手放在背后,其中一人喊:“预备——起!”大家一起伸出一只或两只手,竖起若干手指头,表示每个人出的数字.然后游戏者按规定的运算要求和事先规定的答数进行口算.先算出者为胜.

例如,事先规定用四则运算,要求得数为18.游戏时第一个人出3,第二个人出1,第三个人出9,第四个人出5.解法有好几种,下面就是其中一种:

$$9\times(5-3)\times1=9\times2=18.$$

2348. 算术游戏

用两种颜色分别在准备好的纸上写上1~10的数字和+、-、×、÷、=的符号.参加游戏的为31人,其中1人当裁判员,其余人分为人数相等的两组,两组队员相对站立,中间距离为4~5米,每个人胸前别上一个数字或计算符号.

游戏开始时,裁判员读一个算术题,例如,2乘以5减去4等于.即2×5-4=?被叫到的数字或符号的人要马上排成这个算式.是得数的人也要

迅速接排上去，就是 $2\times5-4=6$. 哪一队先排好，哪一队为胜.

【注意】 在游戏时，每一道题目中不能有重复的数字和符号；裁判员须先想好几道题目.

2349. 看谁的得数多

这个游戏可以两个人玩，也可以三个、四个人一起玩.

游戏需 1～5 数字卡片各 12 张，共 60 张，分成两套. 一套用红色厚纸做，一套用绿色厚纸做，每套 1～5 数字卡片各 6 张，共 30 张.

游戏时，把其中一套数字卡片打乱次序放在桌面上，排成一列或二、三列长行，写有数字的一面朝下. 如果两个人玩，将另一套数字卡片每人分给 1～5 数字卡片各 3 张，按 1～5 的顺序，先比加 1：每人拿出 1 的数字卡片一张，任意放在排在桌面上的一列（或二、三列）长行数字卡片的某一张的下面，翻开那张朝下的卡片，将两张卡片上的数字相加. 谁加起来的得数多，谁就得胜，胜的把自己的与对方的数字卡片都收去. 得数一样，各收各的. 这样进行下去，直到 5 的数字卡片用完，看谁的数字卡片多，谁就胜利.

如果三个人玩，每人分给 1～5 的数字卡片各 2 张，规则同上.

这个游戏，只要将数字卡片加以变换，可以扩充为 10 以内加法和减法、20 以内加法和减法，100 以内加、减、乘、除法.

2350. 拍七

做这个游戏时，大家围着坐. 人数 4 人、5 人、6 人都可以. 但不能是 7 个人. 游戏开始时，可由任意一个人自 1 数起，右边的第一人接着数 2，第二人数 3，这样 1，2，3，4，…顺次数下去，有 7 的数（7，17，27，37，…）和 7 的倍数（7，14，21，28，…）不准数. 有 7 的数以拍手代替. 7 的倍数以跺脚代替. 同时要注意下面几点：

（1）有人数错，就记下数错人的名字，重新从 1 开始数；再错再记再重新数. 最后就能判断出胜负来；

（2）应拍手的不拍，或者应跺脚的不跺，或又做动作又报数的，都作错误论；

（3）如果应数的数字既是 7，又是 7 的倍数，要同时拍手和跺脚各一下；

（4）要数得快，如果拖延时间过多，也作为错误.

2351. 3、6、9

这个游戏以 3 人为一组，游戏时 3 人可以围坐.

第一人说：“1、2.”第二人接着说：“4、5.”第三人再接着说：“7、8.”又轮到第一人，说：“10、11.”照此说下去，不能说 3、6、9 以及一切 3 的倍数. 如有人说了 3 的倍数，就记下来，到最后以谁没说错或说错的次数少为胜.

游戏时须注意以下几点：

(1) 每次不能连说 3 个数字；

(2) 说得越快越好；

(3) 谁先说要常调换.

2352. 谁先到北京

做这个游戏要准备下面一些材料.

(1) 6 厘米长、3 厘米宽的厚纸片 50 张. 一年级的学生玩此游戏，每张可以写一位数的加法和相应的减法. 二年级以上的学生玩此游戏，可以写表内乘法和相应的除法，一位数乘、除两位数等式子. 其中 8 张除写算题外，还可以画上飞机、火车、汽车、轮船等图画.

(2) 做一个天安门，并用彩色画好.

(3) 做骰子一颗，六个面分别写上 0、1、2、3、4、5 六个数字.

(4) 做正方形、三角形、圆等图形的厚纸片各一张，分别涂上红、蓝、黄等颜色，供参加游戏的人作记号.

两人以上就可以做这个游戏. 先把算题 50 张摆成一长行，每题当一格，天安门放在最上面一题的上端. 参加的人各拿一张彩色图形的厚纸片作为自己的记号. 然后每人轮流掷骰子，按数字的大小作为游戏时掷骰子的先后顺序.

决定次序后，由第一个人先掷骰子，掷出的数字是多少，就把自己的记号向前移多少格，到达的那一格的算题须快而正确地读题和口述得数. 算对了，把自己的记号放在那一格；算错了，退回原位. 接着第二、第三个人等依次进行. 遇有飞机、火车、汽车、轮船可分别再前进 4、3、2、1 格，但仍须正确计算那一格的算题. 就这样，谁先到北京，即先到达最后一格(或超过最后一格)者为胜利.

2353. 城市旅游游戏

参加游戏者可 2～4 人. 先取白色卡片 4 张，分别在上面写上 4，5，6，8 各数. 再取红色卡片 6 张，分别写上 128，250，360，400，595，625 各数. 再在一张纸上分别用 4 个数代表一个城市的 4 个旅游点. 例如：

北京	512	1250	2160	3200
上海	2380	3125	768	2000
杭州	1600	2975	3750	1024
昆明	1000	1800	2400	4760
广州	1440	640	1500	5000
桂林	2500	2000	3570	2880

游戏时，参加者可同时从两种卡片中各取一张，抄下数字后即归还，并

把卡片重新混合好．然后将两数相乘，算出得数后即可重复以上过程．谁先计算出 6 个城市中所有 4 个景点的数字，谁就取得了游戏的胜利．



2354. 猜年龄

表演者请同学任意想定一个两位数，后面加上两个 0，再减去起先所想的数，再减去自己的年龄，把得数说出来．表演者根据得数，便能说出同学的年龄．

如一位同学 12 岁，他起先想的一个两位数是 34，后面添上两个 0 成 3400，减去原来想的数得 3366，再减去他的年龄 12 得 3354.

表演者听同学报出 3354 后，将 3354 分成前后两部分相加：33＋54＝87，再用 99－87 得 12. 就这样，他猜出了这位同学的年龄．

这个游戏奥妙在哪里呢？因为同学想定的两位数，后面添上两个 0，就等于原来的 100 倍．减去原来的数就等于原来的 99 倍．这个四位数分成两个部分相加，得数一定是 99. 减去原来的数后再减自己的年龄，这如同在 99 中减他的年龄一样．因此用 99 减所报的数分成两部分相加的和，所得的就是对方的年龄了．

注意：如果被猜人年龄较大，或所写的两位数较大，照上法计算后四位数分成两部分后相加的得数大于 99 时，可用 99×2 减掉得数即可．

2355. 猜年龄和出生月份

首先请对方把自己的年龄乘以 10，然后减去 5，再乘以 10，加上月份数并把得数说出来．根据这个得数就可以把对方的年龄和出生月份说出来．

如 16 岁 5 月出生的人，先 16×10＝160，再 160－5＝155，155×10＝1550，最后加上出生月份 1550＋5＝1555.

对方说出这个最后得数后，猜的人要把 1555＋50 得 1605，左右分开得 16 和 05，16 为 16 岁，05 为 5 月份．

这个游戏的道理其实很简单．第一步、第三步都用 10 去乘，实际上就是扩大 100 倍，也就是在年龄后面加两个 0. 第二步减 5 是为了不让人察觉其中道理．第二步减去 5，到第三步乘 10，等于少了 5×10＝50. 对方加上出生月份后报出得数，猜的人再加 50，就抵消第三步减少的 50，这样就等于年龄×100 加上出生月份．这样一来，对方的年龄和出生月份就一目了然了．

2356. 猜生日

主持人请一个同学把自己的生日的月份乘以 31，出生的日期乘以 12，然后相加，并说出结果．

根据这个结果，主持人便能猜出这个同学的出生日期是几月几日．方

法是：将报告的数除以 12，得余数 n：

（1）若 n 为偶数，那就是出生月份；

（2）若 n 为 0，得出月份为 12；

（3）若 n 为小于 6 的奇数，月份为 $n+6$；

（4）若 n 为大于 6 的奇数，月份为 $n-6$.

月份求出后，日期就很容易计算了.

例如：一个学生的生日月份是 5 月，出生日期是 19 日，那么

$5\times31=155$，

$19\times12=228$，

$155+228=383$，

$383\div12=31\cdots\cdots11$.

余数为 11，是大于 6 的奇数，所以

$$11-6=5.$$

故出生月份为 5 月份.

出生日期为

$$\begin{aligned}(383-5\times31)\div12&=(383-155)\div12\\&=228\div12\\&=19.\end{aligned}$$

故出生日期为 19 日.

所以小星是 5 月 19 日出生.

2357. 24 点

取一副扑克牌，用其中 4 种花式的 1～10 共 40 张，2 人分，每人 20 张.

玩时每人出 2 张牌放在桌上，将亮出的 4 个数字用“+、−、×、÷”列成算式，使其得数为 24. 谁能做到，谁就得这 4 张牌，最后手中牌多者为胜.

如果用任何算法都得不出 24，那么各自收回，再重新出牌. 如果 4 人玩，那么每人 10 张，各出一张，玩的方法同上.

2358. 扑克游戏

将一副扑克牌中的大小王拿掉，J 算 11 点，Q 算 12 点，K 算 13 点. 在牌中任意抽出一张，把这张牌的点数乘以 2，加上 3 后再乘以 5，如果是方块，那么在积上加 1；如果是梅花，那么在积上加 2；如果是红桃，那么在积上加 3；如果是黑桃，那么在积上加 4. 最后把计算结果告诉表演者，表演者立即就可以说出抽出的这张牌是什么花式多少点. 你知道这是怎样计算出来的吗？



说明：只要将结果减去 15，所得的差，个位上的数字就代表这张牌的花式，十位和百位上的数字就代表这张牌的点数. 如抽出一张方块 Q（12

点)：

$12\times2=24$，

$24+3=27$，

$27\times5=135$，

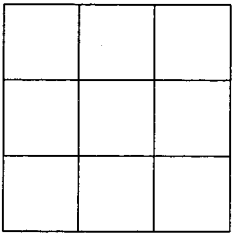
$135+1=136$，

$136-15=121$.

个位上的数字 1 代表方块．十位和百位上的数字 12 代表 12 点即 Q. 所以算出抽出的这张牌是方块 Q.

2359. 奇、偶数游戏

这个游戏要在 3×3 方格板上玩．游戏规则如下：



(1) 准备好分别写有 1,2,3,…,9 的小卡片 9 张．两个游戏者，一个只能用偶数．他们交替地把卡片放在方格内．

(2) 哪个游戏者先将一横行或一竖行或一对角线上的三个数之和排成 15，谁为胜．

2360. 卡片游戏

在 81 张同样大小的卡片上，分别写上数：

11,12,13,…,19，

21,22,23,…,29，

……

91,92,93,…,99.

参加游戏者可 2～10 人不等．先洗好卡片，然后每人取 5 张，其余放在桌上．

第一人出一张 2 的倍数卡片；第二个人出一张 3 的倍数卡片，放在前卡片的右边，但这个数的第一个数字(即十位数的数字)，应和第一张卡片的后一个数字(即个位数字)相同．第三人出 4 的倍数卡片，也要求十位数上的数字与前卡片个位数上的数字相同．依此轮流下去，一直出到 9 的倍数．这时接下去的人出一张奇数卡片，然后再出 2 的倍数……

如轮到出卡片的人手中没有该出的卡片，可从桌上卡片中补．当桌上卡片补完，手中又没有卡片可补时，应收取上家任意给的卡片，并由下家出卡片．

如有人出错牌，停止一次出牌机会．

当桌上所有卡片取完以后，谁先出完手中的卡片，谁就是胜利者．

2361. 奥妙在哪里

主持人先要求每个参加活动的同学各自记下一个大于零的任意正整数，并且不要互相通气．接着，让同学们把记下的这个正整数各个数位上的数字相加，如果加得的和是两位数，再把个位和十位上的数字相加，一直加到得数是一位数为止．再把这个数乘以 9，然后把所得的积的各位数相加，所得的和再加上 5，再把得到的结果除以 2.

最后主持人说："你们现在每人的得数都等于 7？"你能知道其中的道理吗？

说明：因为任何一个一位数乘以 9，把乘得的积的各位数相加，它们的和都得 9．这是这一游戏的奥妙所在．至于加上 5，所得的和除以 2，这只是蒙混大家，增加游戏的趣味性的手法而已．

例如，同学甲记下的正整数是 456，根据要求，计算如下：

$4+5+6=15$，

$1+5=6$，

$6\times 9=54$，

$(5+4+5)\div 2=14\div 2=7$.

又如同学乙记下的正整数是 786548882，根据要求计算如下：

$7+8+6+5+4+8+8+8+2=56$，

$5+6=11$，

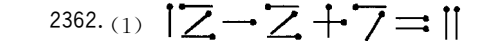
$1+1=2$，

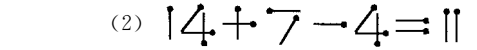
$2\times 9=18$，

$(1+8+5)\div 2=7$.

8．火柴棒游戏

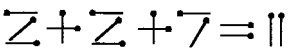
(1) 算式

2362.(1) 

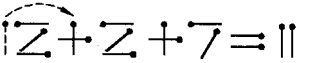
(2) 

上面两道题都错了，你能在每一题上只移动一根火柴，使它们的答案都是 11 吗？

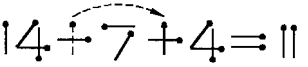
解　(1) 左边 $=12-2+7=17$，右边 $=11$．比较等式左右两边，显然应使等式左边减小 6．本题要求只移动一根火柴，因此只能移动"12"或"+"中的一根火柴．经试移火柴后可知，只需移动一根火柴，将"12－2"变为"2+2"，即可使等式左边减少 6.



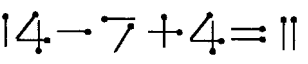
即



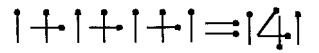
(2) 左边 $14+7-4=17$，右边 $=11$. 比较等式左右两边，应使左边减小 6，本题可移动的是“14”或“+”中的一根火柴. 经试移动火柴后可知，只需移动一根火柴，将“$+7-4$”变为“$-7+4$”，即可使等式左边减少 6.

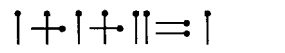


即

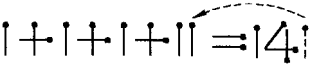


2363. 移动一根火柴，使下面等式成立.

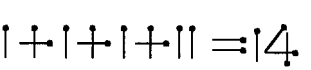
(1) 

(2) 

解 (1) 左边 $=1+1+1+1=4$，右边 $=141$. 比较等式两边，应使左边增大，右边减小. 右边是三位数，移去 1，变为 14. 要使等式左边变成 14，只需将 1 移至左边即可.



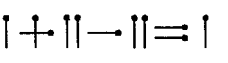
即



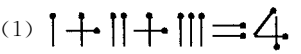
(2) 左边 $1+1+11=13$，右边 $=1$. 比较等式两边，应使左边减小，显然可移动左边 11 前的“+”中的一根火柴，即“$1+11$”变为“$11-11$”.

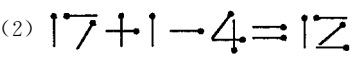


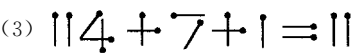
即

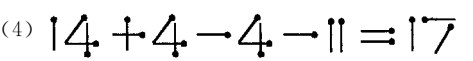


2364. 移动一根火柴，使下面各题的等式成立.

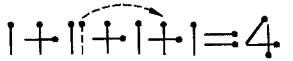
(1) 

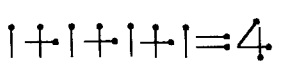
(2) 

(3) 

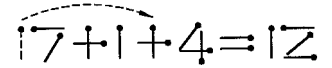
(4) 

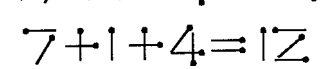
解 (1) **左边**=1+11+111=123,**右边**=4. **比较等式两边,应将左边的** 11 **和** 111 **减小**. **显然只能移动** 11 **中一根火柴,将**"11+111"**变为** 1+1+1 **即可**.

即 

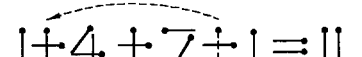


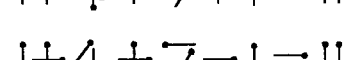
(2) **左边**=17+1−4=14,**右边**=12. **比较等式两边,应将左边减小**. **移动** 17 **中十位上的一根火柴,将**"17+1−4"**变为**"7+1+4"**即可**.

即 

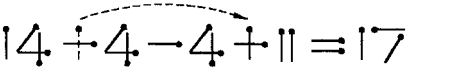


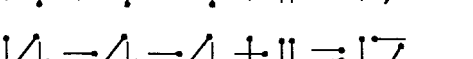
(3) **左边**=114+7+1=122,**右边**=11. **比较等式两边,应将左边的** 114 **减小**. **移动** 1 **前**"+"**中的一根火柴至** 114 **上,将**"114+7+1"**变为**"1+4+7−1"**即可**.

即 



(4) **左边**=14+4−4−11=3,**右边**=17. **比较等式两边,应将左边增大**. **移动左边**"+"**中的一根火柴,将**"14+4−4−11"**变为**"14−4−4+11"**即可**.

即 



2365. 移动两根火柴，使下面各等式成立.



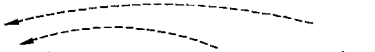
(1) $4+1-1+1=14$

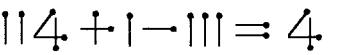
(2) $117+4+11-14=7$

(3) $11-14+1+11-4=17$

(4) $44-7+11-17+71=4$

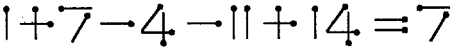
解 (1) 左边$=4+1-1+1=5$，右边$=14$，比较等式两边，则应将左边增大，右边减小. 经试移火柴可知，只需移动“$-1+1$”中加号的一根火柴及“14”中十位上的 1 即可.

即 

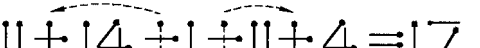


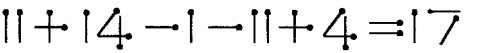
(2) 左边$=117+4+11-14=118$，右边$=7$. 比较等式两边，则应将左边减小. 经试移动火柴可知，只需将“$+4$”及“$+11$”中加号的一根火柴分别移到 117 以及“$-$”号上即可.

即 

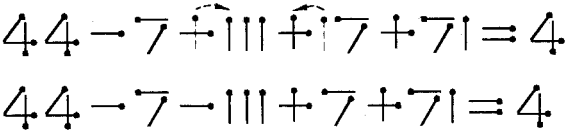


(3) 左边$=11-14+1+11-4=5$，右边$=17$. 比较等式两边，应将左边增大. 经试移火柴可知，只需移动等式左边的两个加号中的一根火柴，将“$-14+1$”、“$+11-4$”分别变为“$+14-1$”、“$-11+4$”即可.

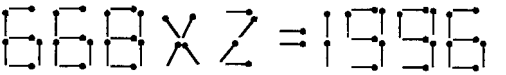
即 



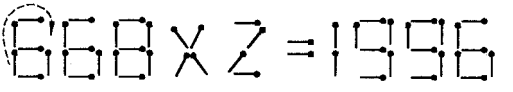
(4) 左边$=14-7+11-17+71=102$，右边$=4$. 比较等式两边，应将左边减小. 经试移火柴可知，只能移动“$+11$”变为“-111”. 但此时左边$=44-7-111-17+71\neq 4$，需再移动“-17”变为“$+7$”.

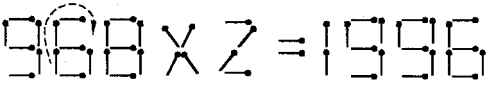
即 

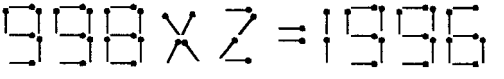
2366. 请移动两根火柴棒，把下面这道错式纠正过来.



解　左边＝668×2＝1336，右边＝1996. 比较等式两边，应将左边增大，经分析算式可知，只需将左边的两个“66”改为两个“99”即可.



即 



说明　从上面五个问题的火柴棒搭出的算式中，欲使等式成立，我们需分析等式两边的值. 经比较后，确定等式两边应减小(或增大)的部分. 其次，根据比较所得的结果，相应地移动火柴，以求达到等式的成立，在移动火柴的过程中，我们发现经常用到的方法是：

(1) “＋(－)”⇔“－(＋)”；

(2) “7(1)”⇔“1(7)”；

(3) “1＋1(111)”⇔“111(1＋1)”；

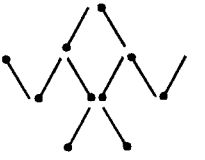
(4) “4(1＋)”⇔“1＋(4)”；

(5) “66”⇔“99”

……

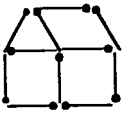
(2) 图形

火柴棒游戏



“火柴造型”的题目，通过增减或移动几根火柴棒来变换图形，如图所示，真像一只小燕子，现在只允许移动三根火柴棒，使“小燕子”的头调过来.

又如右图是用火柴棒搭成的小房子，如果移动一根火柴，就可使房子的方向改变，想想应怎样移动？



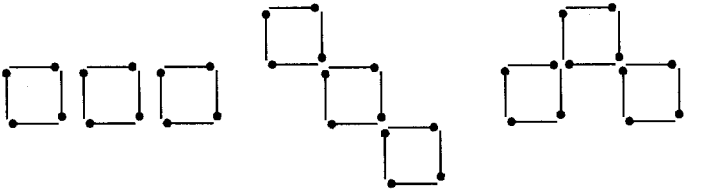
像上面这些游戏不用其他条件，只要几根火柴棒就可以．它对同学们增长智力，培养爱动脑筋的习惯，起着积极的作用，所以在中小学生做的暑、寒假作业中，数学课外活动中，国内外数学智力题竞赛中经常有这方面的题目．

① 火柴造型

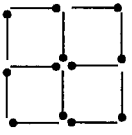
2367. 怎样用 12 根火柴组成 3 个相等的正方形、4 个相等的正方形（注：这里的“相等”是指面积相等，下同）．

分析：组成一个正方形需 4 根火柴，组成 3 个正方形应需 12 根火柴．根据题目要求，组成这样 3 个正方形是没有共用火柴的．组成 4 个正方形应需 16 根火柴，现在只有 12 根火柴，因此其中必定是有 4 根火柴是共用的．

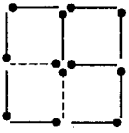
解 （1）据分析，用 12 根火柴组成 3 个正方形，没有一根火柴是共用的．换句话说，它们是分别由 4 根火柴组成的 3 个独立的正方形．解答如图所示．



（2）用 12 根火柴组成 4 个相等的正方形，则其中有 4 根火柴是共用的，解答如图所示．



2368. 第 2367 题(2)中图是用 12 根火柴组成的 4 个相等的正方形，试移去 2 根火柴，使它留下 2 个正方形．



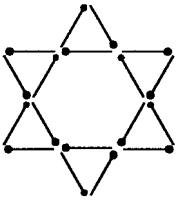
分析：12 根火柴移去 2 根，还剩 10 根火柴．因此所留正方形中大的一个边长应为 2 根火柴，共用去 8 根火柴；相应的小正方形则应与大正方形有 2 根火柴共用．

解 据分析，本题解答如图所示．

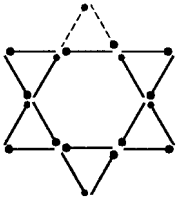
2369. 用火柴摆成如图(1)所示的图形．

（1）在这图形里你能看到多少个三角形？

（2）拿走 2 根火柴，使图里减少 2 个三角形．



(1)



(2)

分析 (1) 图(1)中显然有边长为 3 根火柴的三角形 2 个,边长为 1 根火柴的三角形 6 个,共计 8 个三角形.

(2) 若从图(1)的边上拿走 2 根火柴,则图中减少 2 个三角形(边长为 3 根与边长为 1 根的各 1 个);若从图(1)的内部取走 2 根火柴,则图中减少 2 个边长为 1 根的三角形.

解 据分析:

(1) 图(1)中可以看到 8 个三角形.

(2) 解答如图(2)所示.

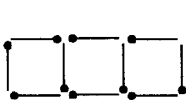
2370. (1) 用 10 根火柴组成 3 个同样大小的正方形;

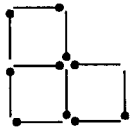
(2) 用 11 根火柴组成 3 个同样大小的正方形.

分析 (1) 组成 3 个同样大小的正方形,需火柴 $3\times4=12$ 根,因此有 2 根火柴共用;

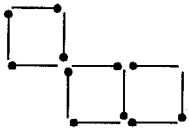
(2) 用 11 根火柴来组成 3 个同样大小的正方形,则有 1 根火柴是共用的.

解 (1) 据分析,题中有 2 根火柴共用,解答如图所示.





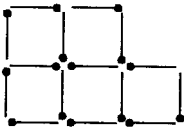
(2) 据分析,题中有 1 根火柴共用,解答如图所示.



说明 在上面几个问题中,我们不难发现,用 4 根火柴可组成 1 个正方形,8 根、12 根、16 根火柴可组成 2、3、4 个正方形,以下可依次类推. 若所给火柴不到 4 的倍数,则所缺火柴的根数即为图形中火柴共用的根数,因此,在解题时只需先求出火柴共用的根数即可.

2371. 如图是用 15 根火柴组成的 5 个相等的正方形. 再增加 1 根火

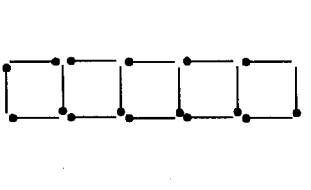
柴，使它仍为 5 个相等的正方形．



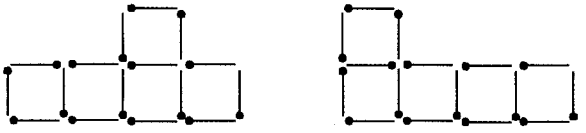
分析　15 根火柴再增加 1 根即为 16 根．欲使它仍组成 5 个相等的正方形，则其共用火柴为

$$5\times4-16=4(\text{根}).$$

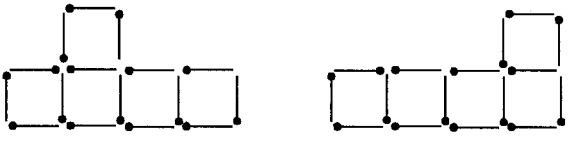
解　据分析，很容易地得出本题的解答，如图所示．



(1)　(2)

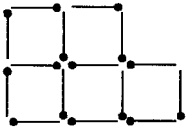


(3)　(4)



(5)　(6)

2372. 如图是用 15 根火柴组成的 5 个正方形，请你拿掉 3 根火柴，剩下 3 个这样的正方形．

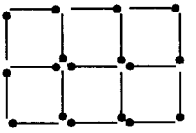


分析　根据题意，$15-3=12$(根)，变成 3 个正方形，即 3 个独立的正方形．

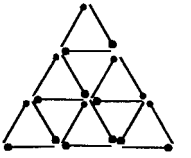
解



研究 如图，是用 17 根火柴组成的 6 个正方形，想一想，怎样从这里拿掉 5 根火柴，使它成为 3 个这样的正方形呢？

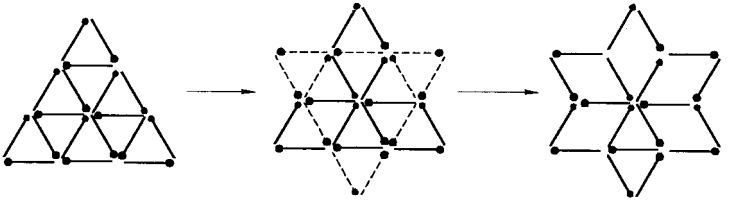


2373. 如图，用 18 根火柴棒摆成．试移动其中 6 根火柴棒，使它变成 6 个菱形．

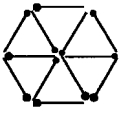


分析 仔细观察图形，此三角形顶点已有三个菱形，且每边中间已有三角形，即可移动即得 6 个菱形．

解



2374. 如图，12 根火柴排成正六边形，请分别取出三根、四根与五根，使其成为三个正三角形．

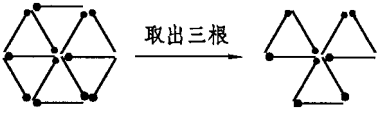


分析 (1) 根据题意，12－3＝9(根)，变成 3 个正三角形，即 3 个独立的正三角形；

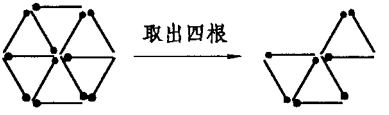
(2) 12－4＝8(根)，要变成 3 个正三角形，即有两个正三角形共用一边；

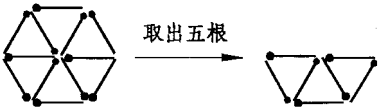
(3) 12－5＝7(根)，要变成 3 个正三角形，即三个三角之间有两个三角形都有共用边．

解 (1)



(2)

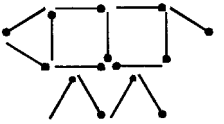


(3) 

研究　试写出其他的移法，看谁的移法多，且图形较美观．

② 图形位置变换

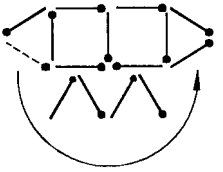
通过增减或移动几根火柴就能使图形位置发生变化，请看下面的问题．



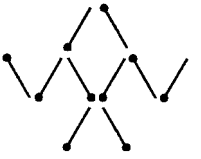
2375. 移动 1 根火柴棒，使小猪调个头．

分析　由图所知，要调头，只要把头变成尾巴，尾巴变成头即可，从图很容易看出只要把头的下面一根火柴移到右边即可．

解　具体解法如图所示．



2376. 如图(1)所示，真像一只小燕子，它是用火柴棒组成的．现在只许移动三根火柴棒，使“小燕子”的头调过来，你能想出办法来吗？



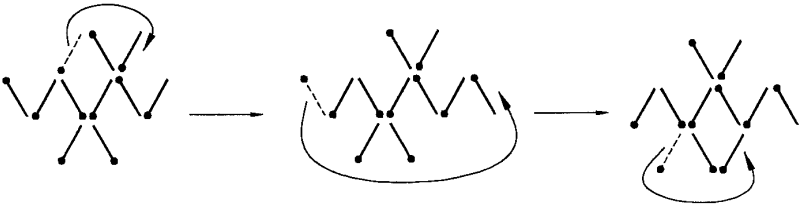
(1)

分析　(1) 由图(1)所知，要调头，可把图(1)第一行左边一根移到第一行的右边；

(2) 把图(1)第二行左边一根移到右边；

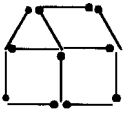
(3) 把图(1)第三行左边一根移到右边．

解　具体解法如图(2)所示．



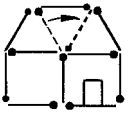
(2)

2377. 如图是用 11 根火柴拼成的房屋图形，试移动其中 1 根火柴，使正面的门移至侧面．

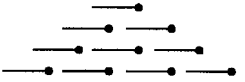


分析　房屋的正面和侧面与图中的外形无关，只与图中屋檐上的 1 根火柴的位置有关．因此当我们移动上面 2 根火柴，即可达到题目的要求．

解　根据分析，只需要移动屋檐上的 1 根火柴即可．解答如图所示．

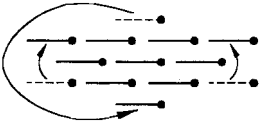


2378. 要使图的形状倒过来排列，最少需要移动几根火柴？如何移？



分析　若保持图中第一排的一根火柴不动，则需移动三根中的一根和四根中的 3 根，共移 4 根火柴；若保持中间 2 根火柴不动，则需移三根中的 2 根至第一根上，并移动最后 4 根至最上面，共移动 6 根火柴；若保持中间 3 根火柴不动，则只需移动四根中的 2 根至第二排上，1 根火柴移至最下面，共移动 3 根火柴；若保持 4 根火柴不动，则需移动上面的 6 根火柴．

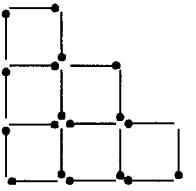
解　根据分析，最少需移动 3 根火柴才能使图中的形状倒过来，具体移法如图所示．



③ 图形变换

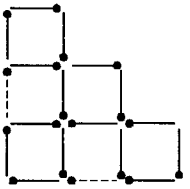
通过增减或移动几根火柴棒来变换图形，它能使图形的数目由多变少，或由少变多．下面就是一组正方形图形问题变换，它能使组成正方形数目由多变少，或由少变多．

2379. 如图是由 18 根火柴组成的 6 个相等的正方形，移去 2 根火柴，使它组成 4 个相同的正方形．

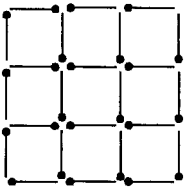


分析　18 根火柴移去 2 根，还剩 16 根．用它组成 4 个正方形，且大小相等，则它们是没有共用火柴的．因此，只要在边长为 3 根火柴的地方，移去中间 1 根火柴即可达到题目的要求．

解　根据分析，本题解答如图所示．



2380. 如图所示，是用 24 根火柴组成的 9 个相等的正方形，求：



（1）移去 4 根火柴，剩下 5 个相等的正方形；

（2）移去 4 根火柴，剩下 6 个正方形；

（3）移去 6 根火柴，剩下 3 个正方形；

（4）移去 8 根火柴，剩下 2 个正方形；

（5）移去 8 根火柴，剩下 3 个正方形；

（6）移去 8 根火柴，剩下 5 个正方形．

分析　（1）24 根火柴移去 4 根，还剩 20 根火柴，用它组成 5 个正方形，且大小相等，则它们是没有共用火柴的．因此只要每边移去中间 1 根火柴即可；

（2）24 根火柴移去 4 根火柴，剩下 20 根火柴要组成 4 个正方形．若用其中 12 根火柴组成 1 个边长为 3 根的正方形，余下 8 根中 4 根可利用两个对角，组成 2 个正方形，另 4 根可居中形成一个正方形；

（3）24 根火柴移去 6 根，还剩 18 根火柴．其中 12 根火柴可组成边长为 3 根火柴的正方形，余下 6 根火柴若利用大正方形的角，即可组成边长分别为 1 根或 2 根的正方形各一个；如果利用大正方形的边，那么可组成边长为 1 根的 2 个正方形；

（4）24 根火柴移去 8 根火柴，还剩下 16 根火柴，如果用其中 12 根火柴组成 1 个边长为 3 根的正方形，那么剩下 4 根可以居中组成 1 个边长为 1 根的正方形，或利用大正方形的边组成一个边长为 2 根的正方形；

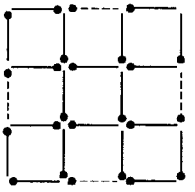
（5）24 根火柴移去 8 根火柴，还剩 16 根火柴．如果用其中 12 根火柴组成一个边长为 3 根的正方形，剩下 4 根火柴可利用大正方形的角组成 2 个正方形；如果用 8 根火柴各组成 1 个边长为 2 根火柴的正方形，那么这 2 个正方形需相交成 1 个边长为 1 根的正方形；

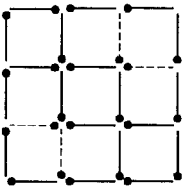
（6）24 根火柴移去 8 根，剩下 16 根组成 5 个正方形，且大小相等，则这

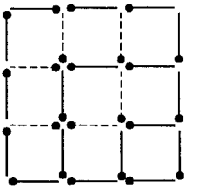
5个正方形共用火柴为

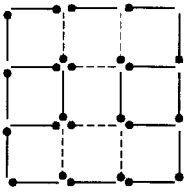
$$5\times4-16=4(\text{根})$$

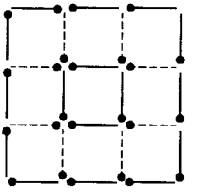
解 根据分析,本问题的解答分别如图所示.

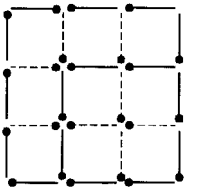

(1)

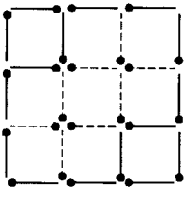

(2)

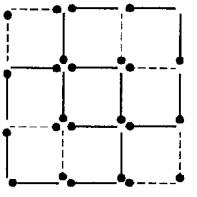

(3)

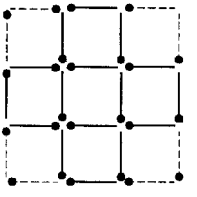

(3)′


(4)

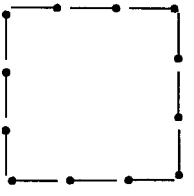

(4)′

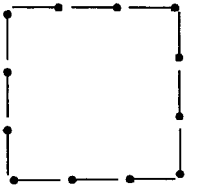

(5)

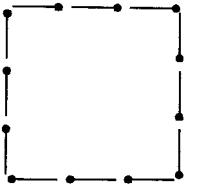

(5)′


(6)

2381. 如图所示是由12根火柴组成的3个相同的正方形,试改变它们的位置,变成8个正方形.



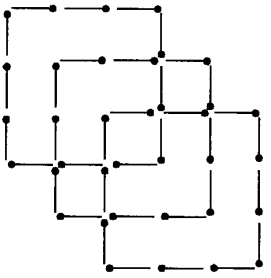






分析 图中有3个正方形,现在要把它们组成8个正方形,则需将3个正方形相交.3个正方形两两相交,便可多出5个正方形,变成8个正方形.

解　根据分析，解答如图所示．

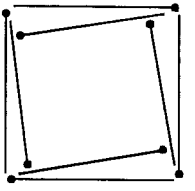


试一试　在题中，如何改变图中的位置，使它变成 7 个正方形．

④ 拼图形

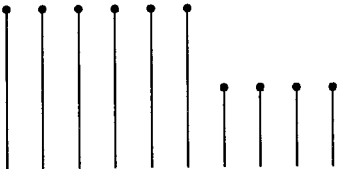
2382. 试用 8 根火柴拼成 2 个正方形、4 个三角形．

分析　用 4 根火柴能组成一个正方形，余下 4 根火柴的位置不外乎两种情况：一个是在正方形外，另一个是在正方形内．显然由于火柴长度的关系，余下 4 根火柴不可能在正方形外，即应该在正方形内．

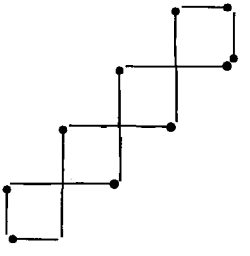


解　根据分析，可知余下 4 根火柴不可能在正方形外，又根据题目要求要组成 4 个三角形，故解答如图所示．

2383. 如图所示，有 10 根火柴，长的火柴比短的长一倍．试用这 10 根火柴拼相同大小的正方形．



分析　不妨将 6 根长火柴看成 12 根短火柴，那么连同原有的 4 根短火柴共有 16 根短火柴．用它们组成 4 个相同的正方形，各正方形之间是没有共同火柴的．

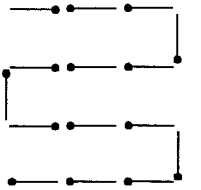


解　根据分析，这 10 根火柴所拼成的 4 个相同大小的正方形如图所示．

⑤ 图形变换

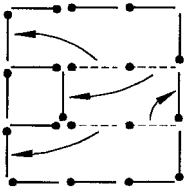
2384. 如图所示是由 15 根火柴组成的弓形，

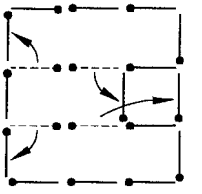
请移动 4 根火柴，使它变为 2 个正方形．



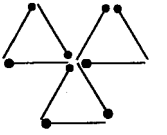
分析　用 15 根火柴组成 2 个正方形，则其中的一个大正方形边长应为 3 根火柴．还余下 3 根，故还需有一个小正方形与大正方形共用 1 根火柴．移动时，应先移动 3 根火柴，将大正方形补全，余下的一根火柴补全大正方形内的一个小正方形．

解　根据分析，如图移动 4 根火柴，即变成 2 个正方形．





2385. 如图所示，它是用 9 根火柴组成的 3 个三角形．试移动其中的三根火柴，使它：



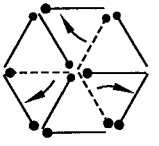
(1) 变成 3 个平行四边形；

(2) 变成 5 个三角形．

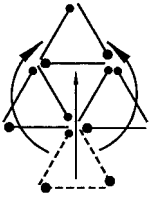
分析　(1) 组成 3 个平行四边形需 12 根火柴，而图中只有 9 根火柴，则其中有 3 根火柴是共用的．相应移动火柴组成平行四边形即可．

(2) 只需将下面的一个三角形移至上面即可．这样可组成 1 个大三角形、4 个小三角形．

解　根据分析，解答如图(1)、(2)所示．

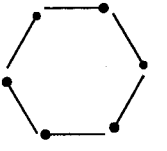


(1)



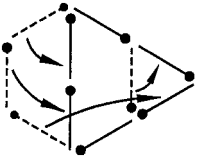
(2)

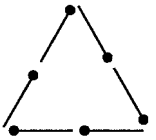
2386. 如图所示，是一个正六边形，试移动 4 根火柴，使它变成一个正三角形．



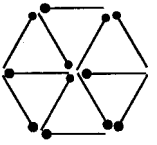
分析　图中有 6 根火柴，要使它组成一个正三角形，则它的边长应为 2 根火柴．可利用正六边形的 2 条边，并移动余下的 4 根火柴即可组成一个正三角形．

解 根据分析，本题解答如图所示.





2387. 如图所示是由 12 根火柴拼成的正六边形，试求：



(1) 移动 2 根火柴，变成 5 个正三角形；

(2) 再移动 2 根火柴，变成 4 个正三角形；

(3) 再移动 2 根火柴，变成 3 个正三角形；

(4) 再移动 2 根火柴，变成 2 个正三角形.

分析 (1) 2 根火柴组成 5 个三角形，则 5 个三角形中共用 $5\times3-12=3$(根).

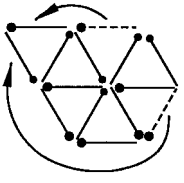
因而可任意移动六边形 6 条边上的不相邻的 2 根火柴，组成另一个三角形.

(2) 在图(1)中，只需移动下面 2 根火柴即可组成小三角形 3 个，大三角形 1 个.

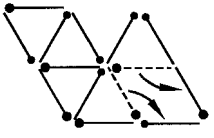
(3) 在图(2)中，只需移动 3 个小正三角形中的 2 根火柴即可.

(4) 在图(3)中，只需移动 2 个小正三角形中的 2 条边即可组成 2 个大正三角形.

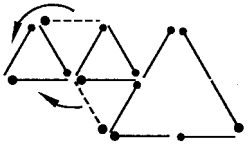
解 根据分析，本题解答分别如图中(1)、(2)、(3)、(4)所示.



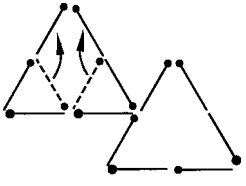
(1)



(2)



(3)



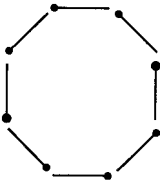
(4)

⑥ 面积

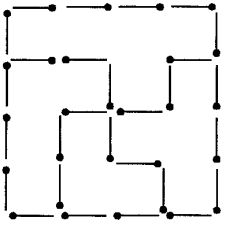
2388. 用 8 根火柴可以排成多种不同的图形，如何才能排成一个面积最大的图形？

分析　当周长一定时，圆的面积为最大，故只有当 8 根火柴尽量摆成圆形时，面积最大．

解　如图所示．

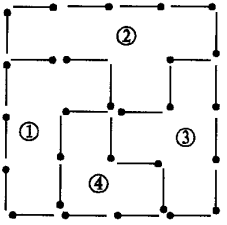


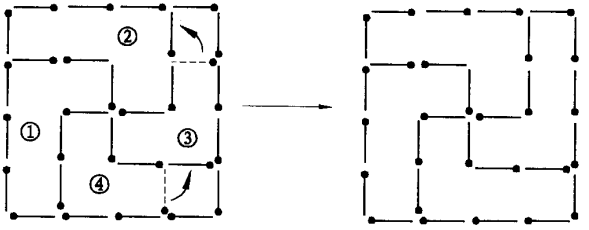
2389. 如图，火柴棒把图形分成四个部分．请你移动两根火柴棒，使四个部分的面积相等．



分析　观察图形知，图①为 4 个面积单位，图②为 5 个面积单位，图③为 4 个面积单位，图④为 3 个面积单位，在图③移动 1 根后，面积单位为 4，且与图①形状一样，显然只要在图③、④中移动 1 根得解．

解





9. 古题

2390. 今有共买牛，七家共出一百九十，不足三百三十；九家共出二百

七十，盈三十，问家数、牛价各几何？

（选自《九章算术》）



解 1 7 家出 190 钱，每家出 $\frac{190}{7}=27\frac{1}{7}$（钱）；9 家出 270 钱，每家出 $\frac{270}{9}=30$（钱）. 每家出 30 钱，多余；每家出 $27\frac{1}{7}$ 钱，不够. 钱数共相差

$$330+30=360(\text{钱}).$$

所以，可得如下算式：

$$\frac{330+30}{\frac{270}{9}-\frac{190}{7}}=\frac{360}{\frac{180}{63}}=\frac{360\times 63}{180}=126(\text{家}).$$

$$\text{牛价}=\frac{270}{9}\times 126-30=3750(\text{钱}).$$

解 2 设共有人家 x 家. 根据题意，得

$$\frac{190}{7}x+330=\frac{270}{9}x-30.$$

解方程，得

$$x=126.$$

则牛价为

$$\frac{270}{9}x-30=3750.$$

所以共有 126 家，牛价 3750 钱.

2391. 人有均输率，甲县一千二百人，薄塞；乙县一千五百五十人，行道一日；丙县一千二百八十人，行道二日；丁县九百九十人，行道三日；戊县一千七百五十人，行道五日. 凡五县，赋输率一月一千二百人；欲以远近，户率多少衰出之，问县各几何？

（选自《九章算术》）

解 甲县位于边塞，无需旅途，服役 30 天；乙县服役天数为 30＋1，即 31 天；丙县服役天数为 30＋2，即 32 天；丁县服役天数为 30＋3，即 33 天；戊县服役天数为 30＋5，即 35 天.

5 县应派出御役人数的比为

甲县：乙县：丙县：丁县：戊县＝4：5：4：3：5.

所以，各县应出人役为

$$\text{甲县：}1200\times\frac{4}{4+5+4+3+5}\approx 229(\text{人}).$$

$$\text{乙县：}1200\times\frac{5}{4+5+4+3+5}\approx 286(\text{人}).$$

丙县＝甲县≈229(人).

丁县：$1200\times\frac{3}{4+5+4+3+5}\approx171$(人).

戊县＝乙县≈286(人).

答：甲县、丙县各应派 229 人，乙县、戊县各应派 286 人，丁县应派 171 人.

2392. 今有善行者一百步，不善行者六十步. 今不善行者先行一百步，善行者追之，问几何步及之？

解　甲行 100 步，乙在相同时间内只行 60 步，甲比乙多行(100－60)步. 现在乙先行 100 步，甲开始追乙，甲要比乙多走 100 步，方能追上乙. 甲追上乙所需的时间，相当于甲行 100 步所需时间的

$$100\div(100-60)\text{倍}.$$

因此，得

$$100\times[100\div(100-60)]=100\times2.5=250(\text{步}).$$

答：甲要行 250 步才能追上乙.

2393. 今有人持米出三关，外关三而取一，中关五而取一，内关七而取一，余米五斗，问本持米几何？

(选自《九章算术》)

解　此人出三关后还剩米 5 斗(50 升)，出外关前的米应为

$$50\div\left(1-\frac{1}{3}\right)(\text{升}).$$

即出中关后有

$$50\div\left(1-\frac{1}{5}\right)\text{升米}.$$

因此，出中关前此人应有米：

$$50\div\left(1-\frac{1}{3}\right)\div\left(1-\frac{1}{5}\right)(\text{升}).$$

此人出内关即原来所带的米为

$$50\div\left(1-\frac{1}{3}\right)\div\left(1-\frac{1}{5}\right)\div\left(1-\frac{1}{7}\right)=109\frac{3}{8}$$

(升).

2394. 今有牛、马、羊食人苗，苗主责之粟五斗，羊主曰：我羊食半马，马主曰：我马食半牛，今欲衰偿之，问各出几何？

(选自《九章算术》)

解　设牛、马、羊各分率为 4，2，1，那么，

羊主应赔偿的粟数为

$$50\times\frac{1}{1+2+4}=7\frac{1}{7}(\text{升}).$$

马主应赔偿的粟数为

$$50\times\frac{2}{1+2+4}=14\frac{2}{7}(\text{升}).$$

牛主应赔偿的粟数为

$$50\times\frac{4}{1+2+4}=28\frac{4}{7}(\text{升}).$$

2395. 今有妇人河上荡桮，津吏问曰：桮何以多？妇人曰：有客．吏曰：客几何？妇人曰：二人共饭，三人共羹，四人共肉，凡用桮六十五，不知客几何？

（选自《孙子算经》）

解　2 人共一碗饭，每人占用$\frac{1}{2}$只饭碗；3 人共一碗羹，每人占用$\frac{1}{3}$只装羹的碗；4 人共一碗肉，每人占用$\frac{1}{4}$只装肉的碗．所以，所求的人数应该为

$$\begin{aligned}65\div\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)&=65\div\frac{13}{12}\\&=65\times\frac{12}{13}\\&=60(\text{人}).\end{aligned}$$

答：共有 60 位客人．

2396. 今有乘传委输，空车日行七十里，重车日行五十里，今载太仓粟输上林五日三返，问太仓去上林几何？

（选自《九章算术》）

解　空车一日行 70 里，行 1 里则需$\frac{1}{70}$日，重车一日行 50 里，行 1 里则需$\frac{1}{50}$日；空车、重车各行 1 里，共需$\left(\frac{1}{70}+\frac{1}{50}\right)$日，从太仓到上林，3 个来回共需 5 日，1 个来回则需$(5\div3)$日．

于是，得如下算式：

$$\begin{aligned}5\div3\div\left(\frac{1}{70}+\frac{1}{50}\right)&=5\times\frac{70\times50}{3\times(70+50)}\\&=48\frac{11}{18}(\text{里}).\end{aligned}$$

答：太仓距上林 $48\frac{11}{18}$里．

2397. 今有封山周栈三百二十五里，甲、乙、丙三人同绕周栈行，甲日行一百五十里，乙日行一百二十里，丙日行九十里，问周行几何日会？

（选自《张邱建算经》）

解　甲、乙、丙环行一周所需的时间分别为 $\frac{325}{150}$，$\frac{325}{120}$，$\frac{325}{90}$. 分母 150，120，90 的最大公约数是 30. 所以，所需的天数为

$$\frac{325}{30}=10\frac{5}{6}(\text{天}).$$

答：三人同时同向出发，$10\frac{5}{6}$ 天相遇.

2398. 今有物不知其数，三三数之剩二，五五数之剩三，七七数之剩二. 问物几何？

（选自《孙子算经》）

解　用 3 除余 2 的数为

2，5，8，11，14，17，20，$\boxed{23}$，26，…，$\boxed{128}$，…

用 5 除之余 3 的数为

3，8，13，18，$\boxed{23}$，28，…，$\boxed{128}$，…

用 7 除余 2 的数为

2，9，16，$\boxed{23}$，30，37，…，$\boxed{128}$，…

其解为 23，128，233，…

它的最小解是 23.

2399. 今有醇酒一斗值钱五十，行酒一斗值钱一十. 今将钱三十得酒二斗，问醇、行酒各得几何？

（选自《九章算术》）

解　可借用“盈不足”的算法. 就是先任意假定醇酒有 5 升，则行酒有

$$20-5=15(\text{升}).$$

共值钱

$$5\times5+15\times1=40.$$

但题中仅钱 30，故不足

$$40-30=10(\text{钱}).$$

再假设醇酒 2 升，则行酒有

$$20-2=18(\text{升}).$$

共值钱

$$5\times2+18\times1=28.$$

但题中有钱 30，故盈

$$30-28=2(\text{钱}).$$



于是原题成为“盈不足”的问题了．由醇酒 5 升不足 10 钱，醇酒 2 升盈钱 2，得

醇酒为

$$\frac{5\times2+2\times10}{2+10}=2\frac{1}{2}(\text{升}).$$

由行酒 15 升不足钱 10，行酒 18 升盈钱 2，得

行酒为

$$\frac{15\times2+18\times10}{10+2}=17\frac{1}{2}(\text{升}).$$

2400. 今有女子善织，日自倍，五日织五尺，问日织几何？

（选自《九章算术》）

解　设 1，2，4，8，16 为各分率，则

第 1 天织布

$$50\times1\div(1+2+4+8+16)=1\frac{19}{31}(\text{寸}).$$

第 2 天织布

$$50\div(1+2+4+8+16)\times2=3\frac{7}{31}(\text{寸}).$$

第 3 天织布

$$50\div(1+2+4+8+16)\times4=6\frac{14}{31}(\text{寸}).$$

第 4 天织布

$$50\div(1+2+4+8+16)\times8=12\frac{28}{31}(\text{寸}).$$

第 5 天织布

$$50\div(1+2+4+8+16)\times16=25\frac{25}{31}(\text{寸}).$$

2401. 今有雉兔同笼，上有三十五头，下有九十四足，问雉兔各几何？

（选自《孙子算经》）

解 1　假定笼中全是雉，则应有足

$$2\times35=70$$

今笼中有足 94，相差 $94-70=24$，这是把兔当作雉的缘故，故笼中有兔 $24\div(4-2)=12$（头）．雉头数为 $35-12=23$（头）．

解 2　假定笼中全是兔，则应有足

$$4\times35=140$$

与笼中的实际足数相差 $140-94=46$，这是把雉当作兔的缘故，故笼中应有雉 $46\div(4-2)=23$(头)，有兔 $35-23=12$(头).

解 3　设兔为 x 头，则雉为 $(35-x)$ 头、根据题意，得

$$4x+2(35-x)=94.$$

$$4x+2\times35-2x=94.$$

$$4x-2x=94-70.$$

$$2x=24.$$

$$\therefore\quad x=12.$$

$$35-x=35-12=23.$$

答：兔的头数为 12 头，雉的头数为 23 头.

2402. 今有垣厚五尺，两鼠对穿，大鼠日一尺，小鼠亦日一尺，大鼠日自倍，小鼠日自半，问几何日相逢？各穿几何？

解　两天两只老鼠共穿 4.5 尺. 如果继续穿下去，第 3 天大鼠穿 4 尺，小鼠只穿 0.25 尺，共穿 4.25 尺. 可见，2 天不够，3 天又多余，因此，两鼠相遇必在 2 天以后，但不到 3 天，2 天后墙厚还有 $5-4.5=0.5$(尺)，因此还需要 $\frac{0.5}{4.25}=\frac{2}{17}$(日). 于是两鼠相遇需

$$2+\frac{2}{17}=2\frac{2}{17}(\text{日}).$$

这时，大鼠穿了

$$1+2+4\times\frac{2}{17}=3\frac{2}{17}(\text{尺}).$$

小鼠穿了

$$1+0.5+0.25\times\frac{2}{17}=1\frac{9}{17}(\text{尺}).$$

2403. 今有垣高九尺，瓜生其上，蔓日长七寸，瓠生其下，蔓日长一尺. 问几何日相逢？瓜瓠各长几何？

(选自《九章算术》)

解　设 x 日相逢，则瓜蔓长 $0.7x$ 尺，瓠长 x 尺. 根据题意，得

$$0.7x+x=9.$$

解方程，得

$$x=5\frac{5}{17}(\text{日}).$$

$$0.7x=\frac{7}{10}\times\frac{90}{17}=3\frac{12}{17}.$$

答：$5\frac{5}{17}$ 日相逢，瓜蔓长 $3\frac{12}{17}$ 尺，瓠蔓长 $5\frac{5}{17}$ 尺.

2404. 今有漆三得油四，油四和漆五．今有漆 3 斗，欲令分以易油，还自和余漆．问出漆、得油、和漆各几何？

（选自《九章算术》）



解　设用去换油的漆为 x 升，则换得 $\frac{4}{3}x$ 升油，$\frac{4}{3}x$ 升油又调和 $\frac{5}{4}\times\frac{4}{3}x=\frac{5}{3}x$ 升漆．根据题意，得

$$x+\frac{5}{3}x=30.$$

解方程，得

$$x=11\frac{1}{4}(\text{升}).$$

$$\frac{4}{3}x=\frac{4}{3}\times 11\frac{1}{4}=15.$$

$$\frac{5}{3}x=\frac{5}{3}\times 11\frac{1}{4}=18\frac{3}{4}.$$

答：换油的漆为 $11\frac{1}{4}$ 升，换得油为 15 升，15 升油又调和了漆 $18\frac{3}{4}$ 升．

2405. 今有鸡翁一，值钱五；鸡母一，值钱三；鸡雏三，值钱一．凡百钱买鸡百只．问鸡翁、母、雏各几何？

（《张邱建算经》百鸡问题）

解　设鸡翁、母、雏分别为 x、y、z 只，依题意，得

$$\begin{cases} x+y+z=100 & ① \\ 5x+3y+\frac{1}{3}z=100 & ② \end{cases}$$

这是不定方程，可求得方程的整数解为 4，18，78；8，11，81；12，4，84．所以，鸡翁、母、雏分别为 4 只，18 只，78 只；或 8 只，11 只，81 只；或 12 只，4 只，84 只．

2406. 钱一百买温柑、绿桔、扁桔共一百枚．只云温柑一枚七文，绿桔一枚三文，扁桔三枚一文．问各买几何？

（《续古摘奇算法》中引用《辨古通源》题）

解　设温柑、绿桔、扁桔各买 x、y、z 枚．据题意，得

$$\begin{cases} x+y+z=100 & ① \\ 7x+3y+\frac{1}{3}z=100 & ② \end{cases}$$

②×3－①，得

$20x+8y=200$，$x=\frac{200-8y}{20}=10-\frac{2y}{5}$．$2y$ 应是 5 的倍数，且 x 是正整

数，所以 y 可取 5，10，15，20，则得 x 为 8，6，4，2，将 x，y 值代入①得 z 为 87，84，81，78. 所以，解为温柑、绿桔、扁桔枚数各为 8，5，87 枚，或 6，10，84 枚，或 4，15，81 枚，或 2，20，78 枚.

2407. 今有鸭一值四钱，雀五值一钱，鸡一值一钱. 凡百钱买百鸟. 问鸡、雀、鸭各几何？

（中亚细亚数学家阿尔·卡西《算术之钥》1427 年）

解　设鸭、雀、鸡各为 x、y、z 只. 据题意，得

$$\begin{cases} x+y+z=100, \\ 4x+\dfrac{1}{5}y+z=100. \end{cases}$$

解方程组，得整数解. x，y，z 分别为 4，15，81；或 8，30，62；或 12，45，43；或 16，60，24；或 20，75，5. 所以，鸭、雀、鸡各有 4，15，81 只；或 8，30，62 只；或 12，45，43 只；或 16，60，24 只；或 20，75，5 只.

2408. 今有五家共井，甲二绠不足，如乙一绠；乙三绠不足，如丙一绠；丙四绠不足，如丁一绠；丁五绠不足，如戊一绠；戊六绠不足，如甲一绠. 如各得所不足一绠，皆逮. 问井深、绠长各几何？

（《九章算术》方程章）

绠：汲水用的绳子. 原题意为：五家共用一水井. 井深比二条甲家绳长还多一条乙家绳长；比三条乙家绳长还多一条丙家绳长；比四条丙家绳长还多一条丁家绳长；比五条丁家绳长还多一条戊家绳长；比六条戊家绳长还多一条甲家绳长. 如果各家都增加所差的另一条汲水绳，则刚好汲水. 试问井深、汲水绳长各多少？

解　设甲、乙、丙、丁、戊家一绠之长分别为 x，y，z，u，v. 井深为 w. 依题意可列出方程组：

$$\begin{cases} 2x+y=w \\ 3y+z=w \\ 4z+u=w \\ 5u+v=w \\ 6v+x=w \end{cases}$$

这是一个不定方程组，原题中没有给出答案的范围（井深的范围），因此有无穷多组解. 其中一解如：$w=721$，$x=265$，$y=191$，$z=148$，$u=129$，$v=76$. 所以，井深 721 尺，甲家绠长 265 尺，乙家绠长 191 尺，丙家绠长 148 尺，丁家绠长 129 尺，戊家绠长 76 尺.

2409. 古典小说《镜花缘》中有算灯数故事：

宗伯府的女主人卞宝云邀请女才子们到府中小鳌山观灯. 请精通筹算的才女米兰芬算一算楼上楼下大小灯球的数目. 她告诉米兰芬：楼上的灯

有两种，一种上做三个大球，下缀六个小球，计大小球九个为一灯；另一种上做三个大球，下缀十八个小球，计大小球二十一个为一灯．楼下的灯也分两种，一种一个大球，下缀两个小球；另一种一个大球，下缀四个小球．楼上大灯球共三百九十六个，小灯球共 1440 个；楼下大灯球共 360 个，小灯球共 1200 个．请米兰芬算一算楼上、楼下各有灯多少盏．



解 1 楼下：小灯球 1200 个折半，得 600，减去大灯球 360，得 240，这是一大四小灯球的灯的盏数，然后 360－240＝120，这就是一大二小灯球的灯的盏数．

楼上：将 1440 折半，得 720，减大灯球 396，余 324，再除以 6，得 54，这是缀十八个小球灯的灯的盏数．然后用 3 乘 54，得 162，用 396－162，得 234，用 234 除以 3 得 78，即下缀六个小球灯的灯的盏数．所以，楼下有一大四小灯球的灯 240 盏，一大二小灯球的灯 120 盏；楼上有三大十八小灯球的灯 54 盏，三大六小灯球的灯 78 盏．

解 2 设楼上三大十八小灯球的灯为 x 盏，三大六小灯球的灯为 y 盏；楼下一大四小灯球的灯 z 盏，一大二小灯球的灯 u 盏．依题意得：

$$\text{楼上}(1)\begin{cases}3x+3y=396\\18x+6y=1440\end{cases}$$

$$\text{楼下}(2)\begin{cases}z+u=360\\4z+2u=1200\end{cases}$$

解方程得：$x=54$，$y=78$；$z=240$，$u=120$．所以，三大十八小灯球的灯 54 盏，三大六小灯球的灯 78 盏，一大四小灯球的灯 240 盏，一大二小的灯球的灯 120 盏．

2410. 甲赶群羊逐草茂，
乙拽肥羊一只随其后，
戏问甲及一百否？
甲云所说无差谬，
若得这般一群凑，
再添半群小半群，
（小半即四分之一）
得你一只来方凑．
玄机奥妙谁猜透？

（程大位《算法统宗》明末，1592 年）

解 1 由“得你一只来方凑”可知 $100-1=99$ 只，是这群羊的 $1+1+\frac{1}{2}$

$+\frac{1}{4}$，所以，这群羊数应是 $99\div\left(1+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)=36$（只）.

解 2 设甲原有 x 只羊. 依题意得

$x+x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x+1=100$，解方程得 $x=36$，所以，甲有羊 36 只.

2411. 今有四数，取其每三个而相加，则其和分别为 22，24，27 和 20. 求此四数各几何？

（希腊丢番图《算术》公元 250 年后）

解 设四数之和为 x，则四数分别为 $x-22$，$x-24$，$x-27$，$x-20$. 依题意，得

$x=(x-22)+(x-24)+(x-27)+(x-20)$，解方程得 $x=31$. 所以，四数分别为：$31-22=9$，$31-24=7$，$31-27=4$，$31-20=11$.

2412. 爱神爱罗斯正在发愁，
女神基朴里达问其根由：
“你为什么烦忧，
我亲爱的朋友？”
“我在黑里康山采回仙果，
路遇缪斯诸神嬉戏抢夺.
攸忒皮攫十二分之一，
克力奥拿走五分之一，
退里亚取了八分之一，
二十分之一属于了麦逢麦尼.
四分之一被忒普息科里抢走，
七分之一分到了厄拉托之手，
坡力欣尼亚拿的最少，
也还有三十个仙果进口.
攸累尼亚占了一百二十个，
卡来奥皮更有三百个之多，
我回家时几乎双手空空，
唯有缪斯们留给我的五十个仙果.
爱罗斯当初采摘，
共有仙果几颗？

（《希腊文选》）

解 1 后三个神仙留下的果子（30＋120＋300＋50）（个）相当于总数的

$\left(1-\frac{1}{12}-\frac{1}{5}-\frac{1}{8}-\frac{1}{20}-\frac{1}{4}-\frac{1}{7}\right)$，所以，共采果子为

$$(30+120+300+50)\div\left(1-\frac{1}{12}-\frac{1}{5}-\frac{1}{8}-\frac{1}{20}-\frac{1}{4}-\frac{1}{7}\right)$$
$$=3360(\text{个}).$$

解 2 设爱罗斯共采 x 个果子．则九位神仙分别取得果子个数为 $\frac{1}{12}x$，$\frac{1}{5}x,\frac{1}{8}x,\frac{1}{20}x,\frac{1}{4}x,\frac{1}{7}x,30,120$ 和 300．依题意，得

$$\frac{1}{12}x+\frac{1}{5}x+\frac{1}{8}x+\frac{1}{20}x+\frac{1}{4}x+\frac{1}{7}x+30+120+300=x-50.$$

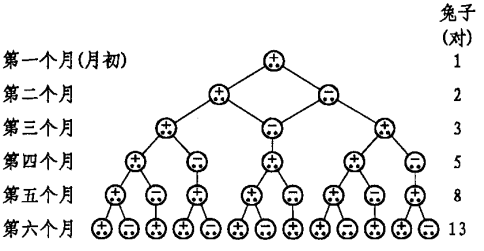
解方程，得 $x=3360$.

所以爱罗斯共采 3360 个果子．

2413. 有个人想知道一年内一对兔子可繁殖成多少对，便筑了一道围墙把一对兔子关在里面．已知一对兔子每一个月可以生一对小兔子，而一对小兔子生下后第二个月就又可以开始生小兔子．假如一年内没有发生死亡，一对兔子一年内繁殖成几对？

（意大利菲波纳奇《算盘之书》13 世纪）（1202 年）

解 根据题意，可画成下图：



⊕成熟的兔子，⊖未成熟的兔子．

由图可以看出头六个月的兔子对数是．

1,2,3,5,8,13.

很容易发现这个数列有下面特色：从第三项起，每一项都是其前二项的和，所以，可以把这个数列继续写下去，便可得到：一年内兔子繁殖的总对数：

1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,377.

即一对兔子一年内可繁殖成 377 对．

2414. 有一头母牛，它每年年初生一头小牝牛（小母牛）．每一头小牝

牛，从第四个年头起，每年年初也生一头小牝牛．哦，有学问的人，请告诉我，在第二十年里，牛的头数共有多少？

（印度纳拉雅那的“母牛问题”，14 世纪）

解　第一年年初母牛生了一头小牝牛，所以第一年内牛的头数是 2，第二、三年母牛都每年生了一头小牝牛，牛头数是 3、4 头．第四年时第一年生的小牝牛也开始生小牝牛了，所以第四年应是 6 头牛．按照这个规律，20 年内牛的头数分别是：2，3，4，6，9，13，19，28，41，60，88，129，189，277，406，595，872，1278，1873，2745.

这列数可以看到，从第 4 年起，每一项是它前一项与前第三项的和．20 年里共有 2745 头牛．

2415. 一位父亲临终时，让其几个孩子按如下方式分配他的遗产：第一个儿子分得 100 克朗和剩下财产的$\frac{1}{10}$，第二个儿子分得 200 克朗和剩下财产的$\frac{1}{10}$，第三个儿子分得 300 克朗和剩下财产的$\frac{1}{10}$，第四个儿子分得 400 克朗和剩下财产的$\frac{1}{10}$，…，依此类推，最后发现这种分法好极了，因为所有儿子分得的数字恰好相等．问这位父亲共有几个儿子，每个儿子分得多少遗产？

（瑞士欧拉《代数基础》中的“遗产问题”）

解　设每个儿子分得 x 克朗，遗产共 y 克朗．则，第一个儿子分得

$$x=100+\frac{y-100}{10};$$

第二个儿子分得

$$x=200+\frac{y-x-200}{10};$$

第三个儿子分得

$$x=300+\frac{y-2x-300}{10};$$

……

依此类推，老大与老二（老二与老三）差额是　$100-\frac{x+100}{10}$.

依题意，这个差数应当是 0，所以　$100-\frac{x+100}{10}=0$.

解方程，得 $x=900$，$y=8100$.

故老人有 8100 克朗遗产，有 9 个儿子，每个儿子分到 900 克朗．



2416. 驴和骡子并排地走着，背上都驮着沉重的包裹．驴抱怨说它的负担太重了．“你的负担重？”骡子回答它，“你瞧，假若从你背上拿过来一个包裹给我，我的负担就是你的两倍．而如果你从我背上取走一个，你驮着的也不过和我一样．”试问驴和骡子各负重多少？

（《希腊文选》中“驴和骡子”）

解　设驴和骡子各驮 x，y 个包裹．依题意，得

$$\begin{cases} y+1=2(x-1), \\ y-1=x+1. \end{cases}$$

解方程，得　$x=5$，$y=7$.

所以，驴驮 5 个包裹，骡子驮 7 个包裹．

2417. 某人有 12 品脱啤酒一瓶，想从中倒出 6 品脱，但他没有 6 品脱的容器，仅有一个 8 品脱和一个 5 品脱的容器．怎样倒才能使 8 品脱的容器中恰好装了 6 品脱啤酒？

（法国波瓦松的数学游戏题．品脱，英国容量单位，1 品脱＝0.568 升）

解 1　如下表：

12 品脱	12	4	4	9	9	1	1	6
8 品脱	0	8	3	3	0	8	6	6
5 品脱	0	0	5	0	3	3	5	0

解 2　如下表：

12 品脱	12	7	0	0	8	8	3	3	11	11	6	6
8 品脱	0	0	7	8	0	4	4	8	0	1	1	6
5 品脱	0	5	5	4	4	0	5	1	1	0	5	0

2418. 每天中午有一艘轮船从塞纳河口的勒阿佛尔开往纽约，在每天的同一时刻，也有该公司的一艘船从纽约开往勒阿佛尔．轮船在横渡大西洋途中所花的时间恰好是七天七夜，并且全部航程都是匀速行驶的．轮船在大西洋上按照一定的航线航行，在近距离内，对面开来的船可以互相看得到．问今天中午从勒阿佛尔开出去的轮船，到达纽约时，将会遇到几艘同一公司的轮船从对面开来？

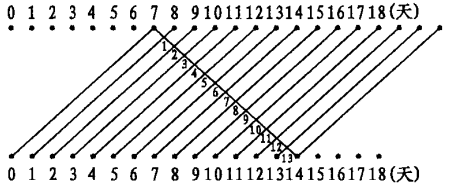
（法国刘卡，数学趣题）（19 世纪）

解 1　该船从法国巴黎的勒阿佛尔开出时遇到的第一艘船是七天七夜

前从纽约开出的，而到达纽约时将遇到七天七夜后从纽约开出的轮船．这样，前后共十五天，每天一班船，故今天中午开出的轮船，到达纽约时共遇到十五艘轮船．

解 2　图解法如下：

勒阿佛尔(法国)



纽约(美国)

由图可以看出：从勒阿佛尔开出的轮船，在海上遇到 13 艘轮船．此外还遇到 2 艘，一艘是在它起锚时遇到的(它从纽约开来，正好那天中午到达，另一艘是到达纽约时遇上的，它正要从纽约开出)．所以，一共遇到 15 艘轮船．

2419. 设想钟针的位置在 12 点钟，在这位置如果把长针和短针对调一下，它们所指示的度数还是合理的．但在别的时候，例如在 6 点钟，两针的对调就成了笑话，这种位置是不可能的：当时针指 12 点时，分针决不会指 6 点．因此引起了这个问题："钟针在什么位置时两针可以对调，使得新位置仍能指示一实际上可能的时刻？"

(德国，爱因斯坦的问题)

解　钟面上共有 60 个刻度．分针运转的速度是时针的 12 倍．设所求的钟针位置之一是在 x 点 y 分，分针在离 12 点有 y 个刻度的位置，时针在 z 个刻度的地方．从 12 点起分针已运转过 $60x+y$ 个刻度．则时针经过的刻度是 $z=\frac{60x+y}{12}$ 个．两针对调位置后，设所指时刻为 x_1 点 z 分，则时针离 12 点 y 个刻度：$y=\frac{60x_1+z}{12}$．得方程组：

$$\begin{cases} z=\dfrac{60x+z}{12}, \\ y=\dfrac{60x_1+z}{12}. \end{cases}$$

其中 x 和 x_1 是不大于 11 的正整数或 0.

将方程组化为：

$$\begin{cases} y=\dfrac{60(x+12x_1)}{143}, \\ z=\dfrac{60(x_1+12x)}{143}. \end{cases}$$



给出 x,x_1 分别由 0 到 11 的各种数值，便可求出一切所求时刻．例如，当 $x=1,x_1=1$ 时，$y=5\dfrac{5}{11},z=5\dfrac{5}{11}$．此时两针相重合，当然可以对调．

由于 x 可取 12 种值，x_1 也可以取 12 种值，所以 x 与 x_1 的不同配合共 $12\times12=144$ 种．但当 $x=0,x_1=0$ 时，$y=0,z=0$，而当 $x=11,x_1=11$ 时，$y=60,z=60$．在 $y=z=0$ 和 $y=z=60$ 时，指针位置完全相同．两者只能算一种．所以，共有 143 种．

2420．五个水手带了一只猴子来到南太平洋的一个荒岛上，发现那里有一大堆椰子．由于旅途的颠簸，大家都很疲倦，很快就入睡了．第一个水手醒来后，把椰子平分成五堆，将多余的一只给了猴子，他私藏了一堆后便又去睡了．第二、第三、第四、第五个水手也陆续起来，和第一个水手一样，把椰子平分成五堆，恰多一只给猴子，私藏一堆，再去入睡．天亮以后，大家把余下的椰子重新平分成五堆，每人一堆，正好余一只再给猴子．试问原先共有几只椰子？

（美国《星期六晚邮报》趣味数学题：水手、猴子和椰子）

解　设原先共有椰子 x 只，天亮后最后一次每人分得 F 只．依题意，得

$$\left(\left(\left(\left(\left((x-1)\times\frac{4}{5}-1\right)\cdot\frac{4}{5}-1\right)\cdot\frac{4}{5}-1\right)\cdot\frac{4}{5}-1\right)\cdot\frac{4}{5}-1\right)\frac{1}{5}=F,$$

逐次还原，得

$$x=\frac{5\times5\times5\times5\times5}{4\times4\times4\times4\times4}(F+1)-4.$$

x 应是自然数，因为 4 与 5 互质，只有 $\dfrac{F+1}{4\times4\times4\times4\times4}=1$ 时，才能得到 x 为自然数，即得

$$x=5\times5\times5\times5\times5-4=15621.$$

所以，共有椰子 15621 只．

第三部分 算术史

一、算术简史

“算术”一词，拉丁文 arithmetica，是“数和数数的学问”. 我国古代，算术指数学的全体，如《九章算术》包含了算术、代数、平面几何、立体几何的内容. 现代算术作为数学中一个分支，主要是研究自然数、分数、小数的加、减、乘、除及乘方、开方运算的科目. 有的书把数论也包括在算术之中.

我们在这里着重介绍自然数概念的形成、整数四则运算，以及分数、小数的发展简史.

1. 自然数概念的形成和它的读写

数和形的概念是从现实世界中抽象出来的. 原始人以打猎、捕鱼和采集果实为生，由于对获得的食物有分配的需要，产生了“数一数”的活动，逐渐形成了多少的观念和自然数的概念. 数的概念怎样用语言来表达（命数法）和怎样用文字来表示（记数法），各民族都经历过漫长的发展过程.

（1）命数法

古代人在数周围物体的个数时，先把“一”从“多”中分离出来，进而认识“二”，对于“三”就认为是许多了. 如我国祖先的语言中，“我”读作“余”，“你”读作“尔”，每个人指着自己讲“余”意味着与“我”同样多是“一”，讲“尔”意味着与“余、尔”同样多是“二”. “一、二”就是“余、尔”的转音. 三个以上的东西就是许多了，如三人是“众”就表示许多人的意思. 如澳大利亚的托列斯峡群岛西部部族，他们近代语言中还只有两个数的名称，称“一”为“乌拉勃”，称“二”为“阿柯札”，称“三”为“阿柯札、乌拉勃”，称“四”为“阿柯札、阿柯札”，这样地数到六. 人类初期，对数的名称都是与具体的东西联系在一起的，从一些语言文字的痕迹，可以证明这个事实. 如我国广东话称“五”为“一巴掌”，俄文 пять（五）和 пястъ（掌骨）只差一个字母，梵语 Pantcha（五）与波斯语 Pentcha（手）也只差一个字母. 有些民族把“一”说成“太阳”或“月亮”，把“二”说成“眼睛”或“耳朵”或“鸟的翅膀”. 由于历史的推移，具体内容逐渐被

遗忘，从而具体的数“独立”出来形成抽象的数.

随着人类要计数的物体越来越多，如数饲养的牛、羊等，每一个数都有一个独立的名称显然是不可能的. 世界各古老的民族都想出了相同的办法，就是进位制的计数法. 历史上的进位制大体有二进位制、五进位制、十进位制、20 进位制等，这与人类生来就有的计数器——手指、脚趾有关. 我国祖先遗传下来的是十进位制. 十个多一称为十一. 十个多二称为十二. ……. 西方许多民族的语言中保留着 20 进位的痕迹，如英文从 1～20 有独立名称，二十多一称为“twenty-one”，二十多二称为“twenty-two”. 古代巴比伦研究天文，产生了 60 进位制，现在通用的角度制就是巴比伦遗留下来的. 有了进位制，人类就可以数很大很大的数目了，如 3000 多年前我国殷代文字中最大的数已达到三万.

(2) 记数法

人类记数先是以手指、脚趾、骨节来表示，以后不够用，以小石子、小树枝、贝壳等代替，或在树干上、兽骨上刻划，或用绳子打结等来表示. 以后经过漫长的发展演变成为文字. 记数的方法，古代各民族都不同. 大体可分为“非位值制”和“位值制”两种.

非位值制记数法. 如埃及用十进计数，每一个不同计数单位各有一个特殊的符号，有几个计数单位就重复写几次，以后菲尼基，希腊，罗马等都用这种记数法，他们的记数法如下：

民族	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	二十
埃及	𓏺	𓏺𓏺	𓏺𓏺𓏺	𓏺𓏺𓏺𓏺	𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺	𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺	𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺	𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺	𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺	𓎆	𓎆𓎆
菲尼基	𐤀	𐤁	𐤂	𐤃	𐤄	𐤅	𐤆	𐤇	𐤈	𐤉	𐤊
希腊	$\overline{\alpha}$	$\overline{\beta}$	$\overline{\gamma}$	$\overline{\delta}$	$\overline{\varepsilon}$	$\overline{s}$	$\overline{\zeta}$	$\overline{\eta}$	$\overline{\theta}$	$\overline{\iota}$	$\overline{\kappa}$
罗马	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XX

民族	一百	一千	一万	十万	百万	千万
埃及	𓆼	𓆐	𓂭	𓆡	𓁨	𓇍
菲尼基	H	X	M			
希腊	$\overline{\rho}$	$\overline{,\alpha}$	$\overset{\alpha}{\mathrm{M}}$			
罗马	C	M				

例如 2637 他们分别书写如下：

埃及	菲尼基
𓆐𓆐𓆼𓆼𓆼𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺	X X 𐤄 H △△△ 𐤆𐤀

希腊	罗马
$\overline{\beta}\ \overline{\chi}\ \overline{\lambda}\ \overline{\zeta}$	MMDCXXXVII

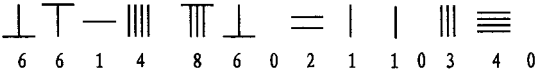
位值制记数法. 最早是巴比伦使用. 五六千年前他们计数是 10 进和 60 进混合的，他们的记数法如下：



表示 1. 表示 10. 表示 $1\times60^2+21\times60+16=4876$. 中国在公元前 7、8 世纪春秋战国时代用算筹记数，算筹有纵码、横码两种，用纵码、横码相间横排来表示多位数.《孙子算经》说："凡算之法，先识其位. 一纵十横，百立千僵. 千十相望，万百相当."记数法如下：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
纵码	𝍠	𝍡	𝍢	𝍣	𝍤	𝍥	𝍦	𝍧	𝍨
横码	𝍩	𝍪	𝍫	𝍬	𝍭	𝍮	𝍯	𝍰	𝍱

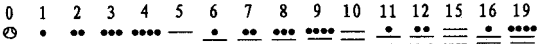
多位数：



6 6 1 4　8 6 0 2　1 1 0 3 4 0

多位数中空格表示零. 12 世纪南宋时起，空格用□代，以后用毛笔书写成○.

公元初美洲印第安人马雅部族，采用 20 进的位值制记数法. 他们的写法如下：



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 15 16 19

两位数 表示 $9\times20+16=196$，

三位数 表示 $6\times(18\times20)+0\times20+9=2169$.

印度的记数法也经历漫长和复杂的历史，大约到 6 世纪才形成了十进位的位值制记数法. 8 世纪巴格达城的印度人译成阿拉伯文传入中亚细亚，12 世纪欧洲人又译成拉丁文. 意大利的斐波那契的《算盘书》介绍印度记数法和它的优越性. 他说："印度的九个数目字是 9、8、7、6、5、4、3、2、1，用这九个数字和阿拉伯人叫做 Sifr 的记号 0，任何数都可以表示出来."但仍遭到反对. 14 世纪中国印刷术传入欧洲，16 世纪印刷的数码的字形才渐渐接近于现代而固定下来. 欧洲人只知道这种数码是从阿拉伯传入的，所以称为阿拉伯数码.



印度数码也曾于13、14世纪传入中国，但未引起重视. 1859年伟烈亚力和李善兰合译《代微积拾级》仍将印度数码译为一、二、三…，1892年狄考文(美人)和邹立文合译《笔算数学》正式采用印度数码，但用直写代横写，直到1905年商务印书馆编《最新笔算》才全部采用现在的式样. 从此以后中国才开始普遍使用. 现在这种数码和记数法已成为国际通用的记数法了.

(3) 自然数的理论

作为科学概念的“数”，具有高度的抽象性和理论的严谨性. 因此，近代数学从结构的观点来加以阐述，对自然数的概念建立了两种理论. 现分叙如下：

基数理论　基数理论是集合论的一个部分. 如果两个集合 A、B 之间能建立一一对应的关系，就称 A 与 B 是对等的. 对等关系具有自反性(A 对等于 A)、对称性(A 对等于 B 蕴涵 B 对等于 A)和传递性(A 对等于 B、B 对等于 C 蕴涵 A 对等于 C)，因此是一个等价关系. 称对等的集合具有相同的基数(或势).

如果一个集合不能对等于它的任一真子集，则称这个集合为有限集合，否则称为无限集合. 有限集合的基数就是自然数. 例如，正常人的一只手的手指的集合的基数，称做“五”，用“5”表示，这就是一个自然数.

从自然数的上述定义出发，可进一步定义自然数之间的大小关系和加法、乘法运算.

定义1　设有限集合 A 和 B 的基数分别是自然数 a 和 b.

① 当 A 和 B 对等时，就说 a 等于 b，记作 $a=b$；

② 当存在 A 的某个真子集和 B 对等时，就说 a 大于 b，记作 $a>b$；

③ 当 A 和 B 的某个真子集对等时，就说 a 小于 b，记作 $a<b$.

定义2　设两个没有公共元素的集合 A 和 B 的基数分别是自然数 a 和 b，则集合 $C=A\cup B$ 的基数 c 叫做 a 与 b 的和；a 与 b 叫做加数；求两数和的运算叫做加法，记作 $a+b=c$.

定义3　设 $A_1, A_2, A_3, \cdots, A_b$ 是 b 个(b 是自然数)没有公共元素的而基数都为 a 的有限集合，如果 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_b=C$，则集合 C 的基数 c 叫做 a 乘以 b 的积，a 叫做被乘数，b 叫做乘数，求积的运算叫做乘法，记作 $a\times b=c$. a 和 b 又称作积 C 的因数.

类似地，可以定义减法是加法的逆运算，除法是乘法的逆运算(略)，并可以证明基本运算定律和基本顺序性质的成立：

加法交换律　　$a+b=b+a$；

加法结合律　　$(a+b)+c=a+(b+c)$；

乘法交换律　　$a\times b=b\times a$；

乘法结合律　　$(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$；

乘法对加法的分配律 $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$；

次序的反自反性 $a>a$ **永不成立**；

次序的反对称性 **若** $a>b$，**则** $b<a$；

次序的传递性 **若** $a>b$，**且** $b>c$，**则** $a>c$；

次序的全序性 **对于任意两个自然数** a、b，**下面三种关系有且仅有一个成立**：$a=b$，**或** $a>b$，**或** $a<b$；

加法的单调性 **若** $a<b$，**且** $c\leqslant d$，**则** $a+c<b+d$；

乘法的单调性 **若** $a<b$，**且** $c\leqslant d$，**则** $a\times c<b\times d$；

阿基米德公理 **对于任意两个自然数** a **和** b，**必有一个自然数** n，**使** $na>b$.

序数理论 **自然数有双重意义，一是表示“多少”，一是表示“顺序”，为了反映顺序，意大利数学家、逻辑学家皮亚诺**(Peano，1858～1932 **年**)**提出了公理化理论，称为序数理论，所提出的公理称为皮亚诺公理，他对自然数的公理结构，引入一个基本关系和五个公理.**

定义 4 **设** N **是一个集合，在** N **的某些元素之间，有一个称为“直接后继”的基本关系(用“′”表示这种关系，即对** $a\in N$(∈**读作“属于”**)a'(a'**表示** a **的直接后继**)**.如果下述五条公理满足，则称** N **为自然数集，称** N **的元素为自然数**：

① **存在** $l\in N$；

② l **不是** N **中任何元素的直接后继(即对任何** $a\in N$，$a'\neq 1$)；

③ N **中任何元素都有一个直接后继(即对任何** $a\in\mathbf{N}^*$，**存在** $a'\in\mathbf{N}^*$)；

④ **如果** a，$b\in\mathbf{N}^*$ **且** $a'=b'$，**则** $a=b$；

⑤ **如果** M **是** N **的子集，且满足** $i)l\in M$；$ii)a\in M$ **蕴涵** $a'\in M$，**则** $M=N$.

公理⑤就是数学归纳法公理.事实上，设 $P(n)$ **是一个涉及自然数的命题，如果** $i)P(l)$ **为真**；$ii)P(n)$ **为真蕴涵** $P(n')=P(n+1)$($n+1$ **的定义就是** n'，**这里** $n\in\mathbf{N}^*$)**为真，则令**

$$M=\{n\mid n\in\mathbf{N}^*,P(n)\text{为真}\},$$

就易见 M **满足⑤中的** $i)$，$ii)$，**因此由公理⑤得到** $M=N$，**即命题** $P(n)$ **对一切自然数为真.**

利用上述基本关系和公理，就可以定义自然数的四则运算和顺序关系，推导出各种运算定律和基本顺序性质(略).

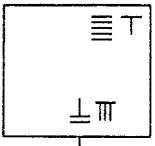
基数理论是把数看作对等集合的共同特征，回答了“多少”的问题；序数理论用了一基本关系“直接后继”和五条公理，回答了“第几”的问题.中小学一般把两者综合起来使用.

2. 整数四则运算的发展

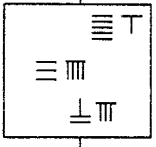
人类在自然数形成的过程中，命数法和记数法已伴随着运算.如中国殷商

甲骨文中把“五十六”写成“五十之六”或“五十又六”.这就是加的意思,罗马数码把“八”写成“Ⅷ”(5+3),把“四”写成“Ⅳ”(5—1),印度—阿拉伯数码 36 实际上就是 3×10+6.下面介绍一下几个文化发达古国的四则运算发展的简史.

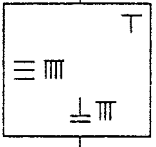
(1) 中国古代用小竹棒进行计算叫做筹算,小竹棒叫做算筹.春秋战国时代已经能使用算筹进行加、减、乘、除、开方、解方程的计算是人类数学史上的伟大成就.这些成就首先应归功于十进位值制记数法.筹算的加减法古书没有记载,但从乘法、除法中可以看出,都是从左到右,即从高位起逐位相加或相减,同一位的两数相加,满十向前位增一筹,同一位相减,被减数不够时向前位取一筹作十再减,与现在的珠算方法完全一样,但没有口诀.乘、除法的原始方法是同数连加、连减同数.但春秋战国时代已有乘法口诀,从“九九八十一”到“二二如四”共 36 句,约 5 世纪到 10 世纪补充了“一一如一”等九句,13 世纪南宋杨辉主张用 81 句的“大九九”.3 世纪的《孙子算经》、《夏侯阳算经》已有详细的例题.如 78×56 计算如下:



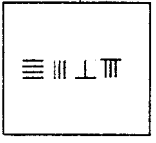
乘数 56
积
被乘数 78



算 78×50,呼
“五七三十五、
五八四十”在中位摆 3900



拿去乘数头位 5;
把被乘数 78 向右移一位



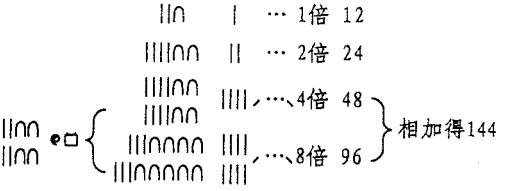
算 78×6,呼“六七四十二、
六八四十八”,得 468 加在
中位摆成 4368.拿去 78 和 6

除法是乘法的逆运算,把被除数置于中位,除数置于下位,商置于上位.

其过程与现在笔算差不多，步骤与上面的乘法正相反.

我国古代有这样先进的成就是中华民族的骄傲. 由于社会经济的向前发展，计算任务日益繁重. 产生了许多简便算法和便于记忆的口诀，并创造了算盘. 筹算逐渐被珠算代替. 从 10 世纪到 16 世纪珠算在全国广泛使用，明程大位 60 岁时(1592 年)完成杰作《直指算法统宗》17 卷，总结了古代各家算法的精华，在国内、外广泛流传. 直到现在，中国、日本、韩国和南洋群岛仍兴盛不衰，20 世纪 70 年代珠算又传入美国、墨西哥、巴西、汤加王国以及印度、欧洲等地. 这种计算工具在电子计算器普及的时代仍有它适用的范围.

(2) 古埃及应用他们的数码记数进行加法，实际上数数. 减法是从加法的逆运算来求差. 乘法是先找出 2 倍数，再相加. 例如，12×12，计算如下：(写法是从右到左)



(有一符号的表示相加的数)

除法是用乘法来算的. 例如，$45\div9$，计算如下：

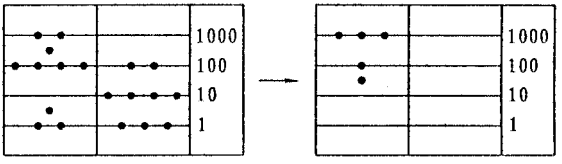
1	9	∵ $(1+4)\times9=45$
2	18	
4	36	∴ $45\div9=1+4=5$.
5	45	

(3) 古代巴比伦人、希腊人用卵石在散布尘土或沙的木板上计算，从右向左，每纵格表示个、十、百……每格卵石不多于九个，满十向前位进一. 以后发展成线算盘. 在几里米亚曾发现一块 1.49 米$\times$0.78 米的大理石，上刻有纵线表示数位和希腊初期的数码. 乘法有用古埃及的 2 倍法，还有乘数折半、被乘数加倍的方法. 例如，23×16，计算时把 23 和 16 都用卵石放在线算盘上.

23	16	乘数累次折半到 1，
46	8	
92	4	同时被乘数累次加
184	2	
368	1	倍即得.

罗马有青铜制的沟算盘，盘内有纵向的小槽和可移动的珠子，右边两行表示分数，左边几行表示个、十、百…，上沟珠一颗向上拨表示 5，下沟珠四颗，每向上拨一颗表示 1. 加、减法可以从高位算起，也可以从低位算起. 至于乘、除就是累加累减，比较繁难. 14 世纪（有的书载 17、18 世纪）俄国人也发明了算盘. 其档位是横放的，每档有十颗珠子，中间两颗是黑色的，其中有一档只有一颗珠，从这档以上表个、十、百…，从这档以下表小数位. 计算时把珠子从右边移到左边表示数. 多位数的加减法逐档进行计算，乘法采“凑倍法”，即 $a\times2=a+a$，$a\times3=a+a+a$，$a\times4=2a+2a$，$a\times5=10a\div2$，$a\times6=5a+a$，$a\times7=10a-3a$，$a\times8=10a-2a$，$a\times9=10a-a$，除法用连减同数法.

16～17 世纪英国商人用羊皮纸作盘的线算盘，珠子放在盒子里，计算时，横线表示数位，放在线上的表示一，放在空处的表示五. 例如，2907＋243，计算如下：



2907＋243＝3150.

乘法用“凑倍乘”，除法用连减同数. 欧洲各国长期使用线算盘进行计算，直到 18 世纪还有人使用.

（4）印度在 6 世纪形成了十进位的位值制记数法后，他们的四则计算，开始在砂盘上书写数码进行，这是笔算的雏型. 以后砂盘改用小黑板，用短棒附白色稀液书写，或在一平方尺的白色小硬板上布满红粉，用小棒书写，红底白字. 进行计算. 演算过程中，用过的数字抹去. 加、减法从高位算起，遇到进位、退位抹去原来的数字. 乘、除法也是三层，计算过程和步骤与中国筹算基本相同. 所不同的是中国把积、被除数排在中间，而印度把积、被除数写在上面. 中世纪后印度砂盘算经过阿拉伯传入欧洲，曾改在蜡盘、石板上书写计算. 以后中国造纸术传入欧洲，砂盘算移植到纸上用笔书写. 开始是将计算过程中应该抹去的数字用斜线划去. 12 世纪意大利斐波那契的《算盘书》主要讲笔算，这本书在欧洲影响很大. 笔算加、减、乘从左而右、高位算起，进退位需要划去数码，以后为了避免划码的麻烦改为低位算起. 15 世纪意大利卢卡·帕乔利（Luca Pacioli 1445～1514 年）所著《算术集成》中乘法有将棋盘法、小炮台法、列表乘法、交叉乘法，格子乘法、把乘数分解成一位数的连乘法……等八种；除法有头除法、帆船法、递增法、把除数分解成一位数的连除法四种. 到 17 世纪才开始改用现行的乘除法形式. 但是各国笔算

的形式和计算顺序并不完全相同，直到近代还有一些差异. 如各国课本中乘法有以下几种：

德国
$$\begin{array}{r} 47\cdot 32 \\ \hline 141 \\ 94 \\ \hline 1504 \end{array}$$

英国
$$\begin{array}{r} 57 \\ \times 38 \\ \hline 1710 \\ 456 \\ \hline 2166 \end{array}$$

南斯拉夫
$$\begin{array}{r} 368\times 47 \\ \hline 14720 \\ 2576 \\ \hline 17296 \end{array}$$

（以上高位算起）

日本
法国
$$\begin{array}{r} 78 \\ \times 43 \\ \hline 234 \\ 312 \\ \hline 3354 \end{array}$$

南斯拉夫
$$\begin{array}{r} 764\times 63 \\ \hline 2292 \\ 4584 \\ \hline 48132 \end{array}$$

除法有以下几种形式：

日本、美国、英国
南斯拉夫
$$\begin{array}{r} 67 \\ 26\overline{)1742} \\ 156 \\ \hline 182 \\ 182 \\ \hline 0 \end{array}$$

法国（只写余数）
$$\begin{array}{r|l} 50400 & 31 \\ \hline 194 & 1625 \\ 80 & \\ 180 & \\ 25 & \end{array}$$

德、英、捷克
$$1798 : 31 = 58$$
$$\begin{array}{r} 155 \\ \hline 248 \\ 248 \\ \hline 0 \end{array}$$

17 世纪帕斯卡发明了加法计算机，莱布尼兹发明了齿轮式的手摇计算机，顺摇是加，反摇是减，乘是同数连加，除是连减同数. 在此时期也发明了对数计算尺，在欧洲代替了线算盘. 1946 年美国发明了电子计算机，近代又发明微型电子计算器，逐步代替了齿轮式计算机和计算尺.

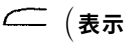
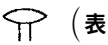
3. 分数的发展

整与分是一对矛盾，在度量和除法的过程中，人类都会产生分数的概念.

古埃及人已有分数的表示法，他们把分母写在下面，在上面画一个卵形或点一点. 如

 （表示$\frac{1}{5}$），  （表示$\frac{1}{10}$），  （表示$\frac{1}{15}$）.

还有少数几个特殊符号表示的分数，如

 （表示$\frac{1}{2}$），  （表示$\frac{2}{3}$），  （表示$\frac{1}{4}$）.



他们把所有分数都拆成一些所谓单位分数的和，如阿梅斯(Ahmes)把$\frac{2}{5}$写成“$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{15}$”之和. 在莱因德(Rhind)纸草书里有一张表，把分子是2而分母是5～99的奇数的各个分数，表达成分子是1的分数之和，例如：

$$\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15},\qquad \frac{2}{7}=\frac{1}{4}+\frac{1}{28},$$

$$\frac{2}{9}=\frac{1}{6}+\frac{1}{18},\qquad \cdots,$$

$$\frac{2}{99}=\frac{1}{66}+\frac{1}{198}.$$（当时没有加号）

利用这张表，可以把分子不是1的分数化成为分子是1的几个分数之和的形式.

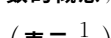
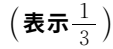
例如，$\frac{7}{29}$，先分解成$\frac{1}{29}+\frac{2}{29}+\frac{2}{29}+\frac{2}{29}$，再查表整理，得

$$\frac{7}{29}=\frac{1}{6}+\frac{1}{24}+\frac{1}{58}+\frac{1}{87}+\frac{1}{232}.$$

这样处理分数的方法是十分麻烦的. 如莱因德纸草书上说：如果9个面包平均分给10人，则每人所得的一份是$\frac{1}{5}+\frac{2}{3}+\frac{1}{30}$. 他们计算分数乘法也首先要把分子不是1的分数分解成分子是1的分数再进行乘法运算，例如：

$$\begin{aligned}\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}&=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)\times\frac{1}{5}\\&=\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{5}\\&=\frac{1}{10}+\frac{1}{30}.\end{aligned}$$

由于分数的运算方法十分繁难，以致影响了埃及在这方面的发展水平.

古巴比伦人也有分数的概念，他们对少数几个分数有特定记号，如  （表示$\frac{1}{2}$），  （表示$\frac{1}{3}$）、  （表示$\frac{2}{3}$）. 他们采用60进分数，运算也很麻烦.

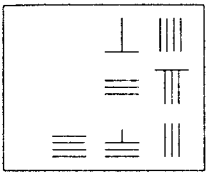
欧洲继承了埃及、巴比伦的方法，发展很慢，到15世纪以后，才逐渐形成现代分数的算法. 如德国人鲁道夫(Christoff Rudolff，1530年)把计算$\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$写成下面形式：

$$\begin{array}{cc} 8 & 9 \\ \hline \frac{2}{3} & \frac{3}{4} \\ \hline 12 & \end{array}$$

得$\frac{17}{12}$.

到17世纪,多数书在计算分数相加时都不要求用最小公倍数作公分母,如科克(Edward Cocker,1631～1675年)计算$\frac{3}{5}+\frac{7}{8}+\frac{9}{10}+\frac{12}{20}$,用公分母$5\times 8\times 10\times 20=8000$.文格特(Edmund Wingate,1596～1656年)开始注意到求最小公倍数为公分母.汤斯托尔(Cuthbert Tonstall,1474～1559年)在1522年说明$\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}$时,先将正方形垂直地分成5个长条,再水平地分成5个长条,从而得到$\frac{1}{25}$、许凯(Nicolas Chuquet,1484年)和特兰尘(Lan Trenchant,1566年)计算一个分数相除时,先把两个分数化成分母相同的分数,然后再求分子的商.维德曼(Johann Widman,公元1489年)指出分数相除,相当于除数的分子、分母颠倒相乘.

中国自古以来非常重视历法的推算,每一年的月数,每一月的日数都不是整数而必须遇到分数.因此,很早就掌握一套完整的分数运算体系.在用筹算计算除法时《孙子算经》记载:"凡除之法,…除得在上方,…实有余者,以法命之,以法为母,实余为子."(中国古代称被除数为"实",称除数为"法",称除数除被除数为"实如法而一".)例如



商64

实38相当于$64\frac{38}{483}$.

法483

把分母写在下面,分子写在上面的表达形式影响到印度和现代的写法.关于分数的基本性质和运算法则在公元前1世纪的《九章算术》中已有和现代完全一致的算理和算法.刘徽在《九章算术》注里说:"设有四分之二,繁而言之,亦可为八分之四;约而言之,则二分之一也."这是分数的基本性质.对于分数的约分,"术曰:可半者半之,不可半者,副置分母子之数,以少减多,更相减损,求其等也,以等数约之."这就是以分母、分子辗转相除求最大公约数.关于分数的加减法称为"合分、减分"."术曰:母互乘子,并以为实,母相乘为法,实如法而一.不满法者,以法命之.其母同者,直相从之."这与现在的算法完全相同.如《方田》章中第7、9、10题计算如下:



$$\frac{1}{3}+\frac{2}{5}=\frac{5}{15}+\frac{6}{15}=\frac{11}{15},$$

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}$$

$$=\frac{60}{120}+\frac{80}{120}+\frac{90}{120}+\frac{96}{120}$$

$$=\frac{326}{120}=2\frac{86}{120}=2\frac{43}{60},$$

$$\frac{8}{9}-\frac{1}{5}=\frac{40}{45}-\frac{9}{45}=\frac{31}{45}.$$

关于分数乘法，叫做“乘分”，运算法则与现在用的完全一样，遇到带分数的乘法也是先化为假分数后再相乘. 关于分数除法叫做“经分”，运算法则是将相除分数先化为同分母的分数，然后分子相除，如《方田》章 18 题如下：

$$\left(\frac{19}{3}+\frac{3}{4}\right)\div\frac{10}{3}=\frac{85}{12}\div\frac{40}{12}=\frac{85}{40}$$

$$=2\frac{1}{8}.$$

刘徽对经分补充了将除数的分子、分母颠倒与被除数相乘的法则.《九章算术》均输章搜集了许多分数应用题，例如第 25 题. “今有程耕，一人一日发（翻土）七亩，一人一日耕（犁田）三亩，一人一日耨种（播种）五亩. 今令一人一日自发、耕、耨种之，问治田几何？”它的解答是：

$$1\div\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)=7\times3\times5\div(3\times5+7\times5+7\times3)$$

$$=105\div71=1\frac{34}{71}(\text{亩}).$$

总之，《九章算术》是世界上系统地完整地阐述分数法则最早的著作，比欧洲早 1400 多年，这是值得我们自豪的.

4. 小数的发展

小数是十进分数的另一种书写形式，它的普遍使用在欧洲是很晚的，可能是受了巴比伦 60 进位的影响. 15 世纪中亚细亚的阿尔·卡西著《算术之钥》（公元 1427 年）用 60 进记数法表示圆周长，并用 10 进小数来互相校验.

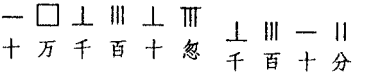
$2\pi=6^{\circ}16'59''28^{\text{iii}}1^{\text{iv}}34^{\text{v}}51^{\text{vi}}\cdot46^{\text{vii}}14^{\text{viii}}50^{\text{ix}}$（60 进），

$2\pi=6.283\ 185\ 307\ 179\ 586\ 5$（10 进）.

16 世纪工程师斯蒂文（Simon Stevin，公元 1548～1620 年）《论十进》一书于 1585 年在莱顿出版，才首先明确地阐述了小数的理论. 但他使用的符号很不方便. 如 32.57 写成⓪①② 3 2 5 7 或 325①7②. 没有引起人们注意.

1593 年克拉维斯著《星盘》(Astrolabium)一书中使用小数点，才首先把小数点作为整数部分与小数部分分界的符号. 1608 年他出版的《代数学》更明确地陈述了小数点的作用. 但是小数点这个符号各国不统一，直到 19 世纪末还有种种写法，如 2.5 写成 $2\lfloor 5$、$2'5$、$2^{\cdot}5$、$2,5$、$2\cdot 5$、$2^{\cdot}5$、$2_{\blacktriangle}5$ 等等，现在有两派：一派是大陆派(德、法、苏等)，为了避免乘号“×”与字母 x 相混淆，用“·”表示乘号，因而用逗号“,”表示小数点. 另一派是英美派，用逗点“,”表示分节号，因而用小圆点“·”表示小数点.

世界上首先使用十进小数的是中国，早在 3 世纪刘徽注《九章算术》，在少广章开方术下面说：“微数无名者以为分子，其一退以十为母，其再退以百为母，退之弥下，其分弥细…”，即开方开不尽时，用十进分数(即小数)来表示，个位以下，退一位为十分之一，退两位为百分之一…. 这比欧洲斯蒂文早 1300 多年. 中国古代货币以钱一文为最低单位，6 世纪《五曹算经》创用了“分、厘”为一文以下两位十进小数的名称，8 世纪唐代宗时韩延算术一文以下的十进小数推广到“分、厘、毫、丝、忽”五位，13 世纪南宋秦九韶《数书九章》(1247 年)计算复利息的答案是：“末后一月钱，二万四千七百六贯二百七十九文，三分四厘八毫四丝六忽七微(无尘)七沙(无渺)三莽一轻二清五烟”，用现在小数记数法写出来是：24706279.3484670703125 文. 他在卷 12“囤积量容”题中，用“$\overset{\text{寸}}{\text{Ⅲ}}\ \text{⊥}$”表示“9.6 寸”，并用增乘开方法解系数为十进小数的二次方程 $16x^2+192x-1863.2=0$. 他用十进小数表示高次方程无理根的近似值. 元朝刘瑾(公元 1300 年左右)著《律吕成书》，把 106368.6312 写成：



把小数部分降低一格写是世界最早的小数表示法，比阿尔·卡西早 100 多年，比斯蒂文早 200 多年.

总之，世界上使用小数最早的是中国. 有了小数，可以应用整数的运算法则来解决十进分数和非十进分数以及无理数的近似值的计算.

从上述算术这几方面的发展史，我们可以看到中国 2000 多年前春秋战国时代创造的十进位值制记数法和整、小、分数的四则运算法则是非常先进的. 在数值计算的发展和应用方面古代中国在世界上是遥遥领先的. 这是我们民族的骄傲.

下面介绍中国古代的一些数学典籍.

5. 中国古代数学著作



中国古代西汉、东汉(公元前 200 年～公元后 200 年)随着生产力的发展,科学文化有显著的发展.随着田亩测量、粮食运输、建筑工程和赋税征收的需要.数学方面出现了《周髀》、《九章》等总结性的著作.汉唐遗留下来的数学书主要的有以下十部:①《周髀算经》,②《九章算术》,③《海岛算经》,④《孙子算经》,⑤《张邱建算经》,⑥《五曹算经》,⑦《五经算术》,⑧《夏侯阳算经》,⑨《缉古算经》,⑩《数术记遗》,总称为《算经十书》.

《十书》的名称和内容历代略有不同.北周(公元 557～581 年)甄鸾撰注算经,没有⑧《缉古算经》(当时还未产生),但有董泉的《三等数》和《甄鸾算术》.唐李淳风(?～714 年)等人注释十书.除①到⑧外还有《缀术》.其后《缀术》失传,到南宋时宁宗嘉定 6 年(1213 年)鲍澣之翻刻这几部算经.他在杭州发现《数术记遗》,与《周髀》等凑成十部一同付印.这就是今天看到的《算经十书》.

(1)《周髀算经》

这是中国最早的一部数学书,从内容分析大约是公元前 1 世纪成书.书中有一段记载:"荣子曰:周髀者何?陈子曰:古时天子治周,此数望之从周,故曰周髀.髀者,表也."髀就是测日影用的 8 尺的标杆.故此书称为《周髀算经》,简称《周髀》.现传本有汉赵爽(约公元 222 年)注,北周(公元 557～581 年)甄鸾重述,和唐李淳风(公元 656 年)注.全书分上、下两卷,有关数学的论述载在卷上之一、之二,其余是天文和历法.

关于数学的论述主要有三方面:① 勾股定理.商高等都知道勾三、股四,弦五.赵爽注里用"弦图"说明"勾股各自乘,并之,为弦实,开方除之,即弦."并予以证:"按弦图,又可以勾股相乘为朱实二,倍之为朱实四,以勾股之差自相乘为中黄实,加实差,亦成弦实."这是一个很巧妙的证明(参见"赵爽"条).② 测量术,应用勾股定理和相似三角形进行测量.如"商高曰:平矩以正绳,偃矩以望高,复矩以测深,卧矩以知远,环矩以为圆,合矩以为方".陈子曰:"日中立竿测影,…周髀长八尺,夏至之日,晷一尺六寸.髀者,股也.正晷者,勾也.正南千里,勾一尺五寸,正北千里,勾一尺七寸.""法曰:周髀长八尺,勾之损益,寸千里."陈子测量太阳距离用"重差术",现在仍使用.陈子可称为世界测量学的鼻祖.③ 分数运算.书中有分数算法,如"内一衡经二十三万八千里,周七十一万四千里,分为三百六十五度四分度之一,度得一千九百五十四里二百四十七步千四百六十一分步之九百三十三."当时能计算这样大的数目的分数是了不起的.

(2)《九章算术》

全书 246 题分为九章，故称《九章算术》，是我国古代人民智慧的结晶．此书何时开始编撰已不可考，但经过张苍（约公元前 200 年）和耿寿昌（约公元前 50 年）的整理，大体已成定本．三国魏人刘徽（公元 263 年）作《九章算术注》，流传至今．九章的内容简单介绍如下：第一章方田，讲平面图形的面积计算（包括分数运算）；第二章粟米，讲粮食交换的计算．先规定各种粮食之间的交换率，然后用“今有术”（即求比例第四项）来计算；第三章衰分，讲配分比例和等差、等比数列问题；第四章少广，讲已知田亩的面积或球体积，求边长或径长．其中，计算多位数的开平方、开立方是世界上最早的；第五章商功，讲各种立体的体积计算，工程土方的计算方法；第六章均输，讲粮食运输，均匀负担，用到比例分配、复比例和等差数列；第七章盈不足，讲盈亏问题和线性插值法．现在解高次代数方程和超越方程还常用到；第八章方程，讲线性方程组．其中有四元、五元的方程组，解法与现在矩阵解法完全相同，并引进负数和负数的运算法则．这是世界上最早的．本章还有不定方程的题；第九章勾股，讲勾股定理的一些应用和一些二次方程的题．

（3）《海岛算经》

三国魏人刘徽（公元 263 年）注释《九章》，对“重差术”作了详细研究和解释，附在第九章勾股之后．唐初选定十部算经时，从《九章》中分出，成单行本．因第一题是测望海岛，故称《海岛算经》．全书虽然只有 9 个题目，但是这些题目具有复杂性和代表性，解法很有创造性，对各种情况的测量写得十分全面．刘徽根据相似三角形的原理进行测量，其造诣之深，不但大大超过当时的西方，即使 16、17 世纪西方的测量术也望尘莫及．遗憾的是当时缺乏角度的概念，否则在 3 世纪中国就可能产生完整的三角学．

（4）《孙子算经》

此书著作年代，从内容推断，大概是在公元 67～270 年之间成书．全书分三卷．卷上详尽地叙述了度量衡的制度和筹算的方法．如说：“凡算之法，先识其位，一纵十横，百立千僵，千十相望，万百相当．”这是筹算的记数法．卷中是分数的应用题，包括面积、体积、等比数列等计算题．卷下第 31 题：“今雉兔同笼，上有三十五头，下有九十四足．问雉兔各几何？答曰：“雉二十三，兔一十二．”这是后世“鸡兔同笼”题的始祖，后来传到日本，改为“鹤龟算”．第 26 题：“今有物不知其数，三三数之剩二，五五数之剩三，七七数之剩二．问物几何？答曰：“二十三．”这是驰名世界的“大衍求一术”的起源．

（5）《张邱建算经》

此书撰成于公元 484 年以前，现保存有三卷 92 题，书中提到许多分数应用题．如卷上第 10 题：“今有封山周栈三百二十五里，甲、乙、丙三人同绕周栈行，甲日行一百五十里，乙日行一百二十里，丙日行九十里．问周行几何

日会?'解答时,先求 150,120,90 的最大公约数 30;再算 $325\div30=10\frac{5}{6}$ 日. 书中有几道关于等差数列求和、求公差、求某项的问题,都已得到与现在完全相同的正确公式. 还有不少"盈不足"问题. 卷中有求平方根和立方根以及解二次方程的问题. 卷下最后一题是世界有名的"百鸡问题"(详见"百鸡问题"条目).

(6)《五曹算经》

"曹"是古代分科办事的官署,《五曹算经》是为地方行政职员编的应用算术书. 欧阳修《新唐书》有"甄鸾《五曹算经》五卷"的记载,可能是 6 世纪甄鸾或他以前的人所作. 全书五卷,用"田曹"、"兵曹"、"集曹"、"仓曹"、"金曹"五个项目标题. "田曹"卷是讲田地面积的量法计算,其中有《九章算术》使用的长方形、三角形、梯形、圆等面积公式,还有一些不规则的图形的近似公式. "兵曹"卷是讲军队的给养问题. "集曹"卷与《九章算术》粟米章问题相仿. "仓曹"卷讲粮食的征收、运输和储藏问题. "金曹"卷讲丝绢钱币等的简单比例问题.

(7)《五经算术》

此书一般认为是 6 世纪北周甄鸾所撰. 全书二卷,对于《尚书》、《诗经》、《周易》、《周官》、《礼记》、《论语》等经书中所涉及的数学知识作了注解,没有新的内容. 如《尚书》尧典有"以闰月定四时成岁"这句话,他用后世的四分历法去解释. 《论语》中有"道千乘之国"一语,他认为国土正方形面积是 100000 方里,开方得边长为 316 里 $68\frac{62576}{189737}$ 步. 《礼记》中有黄锺,大吕等十二律,他计算了十二律管长,京房六十律的管长等等.

(8)《夏侯阳算经》

此书是 6 世纪的产物,因书中有:"至梁大同元年(公元 535 年)甄鸾校之"语句. 近人钱宝琮校点《算经十书》时说:这书辗转抄录,诸多遗失,现传本可能是 8 世纪韩延作. 全书分上、中、下三卷. 概括地叙述了筹算乘除法则,分数法则,解释了"法除、步除、约除、开平方除、开立方除"等名词的意义. 书中"明乘除法"部分说:"十乘加一等,百乘加二等,千乘加三等,万乘加四等",意即乘以 $10(10^1)$ 向左移一位,乘以 $100(10^2)$、$1000(10^3)$、$10000(10^4)$,分别向左移 2、3、4 位,又"十除退一等,百除退二等,千除退三等,万除退四等". 意即 $\frac{1}{10}=10^{-1}$,$\frac{1}{100}=10^{-2}$,$\frac{1}{1000}=10^{-3}$,$\frac{1}{10000}=10^{-4}$,分别向右移 1、2、3、4 位,以向左移为正,向右移为负. 这里已有了正负指数的思想.

(9)《缉古算经》

此书是唐代王孝通于公元 630 年左右所作. 王孝通对历法很有研究,唐

高祖武德六年(公元 623 年)他任算历博士官,后作太史丞掌管星历. 书中 20 个问题,第一题是历法计算,其余都是体积计算和勾股定理应用的问题. 多数用到三次方程,他用"开带从立方法"求得方程的正根. 如第 15 题:"假令有勾股相乘,幂七百六、五十分之一;弦多于勾三十六、十分之九. 问三事各多少?'答曰:勾十四、二十分之七;股四十九、五分之一;弦五十一、四分之一. 意即设直角三角形勾、股、弦分别为 x、y、z. 得方程组 $xy=706\frac{1}{50}$, $z-x=36\frac{9}{10}$, $z=\sqrt{x^2+y^2}$. 消去 y, z,得 $500x^3+9225x^2-3377129=0$,解方程,得 $x=14\frac{7}{20}$, $y=49\frac{1}{5}$, $z=51\frac{1}{4}$. (此法到宋元发展成为世界闻名的解高次方程的天元术. 比欧洲早 600 多年和八九百年.)

(10)《数术记遗》

汉徐岳撰,北周甄鸾注. 曾一度失传,现存本是南宋嘉定五年(公元 1212 年)鲍澣之在杭州七宝山三茅宁寿观中发现的. 徐岳是东汉末(公元 2 世纪)人. 书中叙述非常简略,甄鸾注释也不太详细. 书中叙述了古代大数的计数单位说:"黄帝为法,数有十等,及其用也乃有三焉. 十等者,亿、兆、京、垓、秭、壤、沟、涧、正、载. 三等者谓上、中、下也. …"徐岳从刘洪学历算,刘洪告以天目先生所说的古代计算有:积算、太乙、两仪、三才、五行、八卦、九宫、运筹、了知、成数、把头、龟算、珠算、计数等 14 种. 其"珠算"甄鸾注说:"刻板为三分,其上、下二分以停游珠,中间一分以定算位. 位各五珠,上一珠与下四珠色别. 其上别色之珠当五,其下四珠,珠各当一."后来发展为珠算盘,一直流传到现在.

除《算经十书》外,下面再介绍两本中国明、清时代的数学著作.

(11)《九章算法比类大全》

这本书是明代吴敬于公元 1450 年完成. 吴敬,浙江仁和(今杭州)人,曾任浙江布政使司的幕府,掌管全省田赋税收的会计工作. 他费了十几年工夫,搜集了大量的资料,完成了这部巨著 10 卷. 书中列举了大数记数法、小数记数法,度量衡制单位,乘除算法中用字的解释,整数四则运算,分数四则运算等项. 有 1000 多个应用题解法汇编,分方田、粟米、衰分、少广、商功、均输、盈朒、方程、勾股等九类. 明代商业较宋、元时期尤为发达,书中不少与商业有关的应用题,如"异乘同除"法(求比例第四项),"就物抽分"法(以货物作价抵补运费或加工费). 书中介绍了筹算,也介绍了珠算的一些口诀.

(12)《数理精蕴》

这是一部西洋数学百科全书,在清代康熙皇帝的支持下在皇宫内编写的. 从公元 1690 年至 1721 年,历时 31 年. 公元 1685 年法国国王路易十四



派遣洪若翰、白晋、李明、张诚、刘应等来中国传教，1687 年到达中国. 康熙于 1689 年留他们在宫中学满洲语，并请他们讲天文、数学. 并请了梅穀成、陈厚耀、何国宗、明安图等合编《律历渊源》100 卷. 其中《历象考成》42 卷，《律吕正义》5 卷，《数理精蕴》53 卷.

《数理精蕴》上编 5 卷"立纲明体"，下编 40 卷"分条致用"，表四种 8 卷. 主要内容是 17 世纪以来的西洋数学. 卷 1 有"数理本源"和"周髀经解"两节，用了中国古代数学；卷 2、3、4 为《几何原本》，卷 5 是《算法原本》；下编卷 1～30 为实用算术，主要讲整数、分数计算，解方程、开方、勾股、圆面积、弓形、椭圆面积，三角形的解法，测量，柱、锥、台、球、椭球的计算问题；卷 31～36 为"借根方比例"即多项式的四则，数字的二、三次到高次开方法，二次、三次方程的解法和有关应用题；卷 38 介绍"对数比例"；卷 39～40 为"比例规解"；最后附素因数表、对数表、三角函数表、三角函数对数表等. 这部书因为是康熙"御定"的，所以广泛流传，从而掀起了乾、嘉时期数学研究的高潮.

6. 算术中常用符号的发展

(1) 加减法符号

古代希腊、印度常常把数与数直接写在一起表示加法. 公元 3 世纪希腊丢番图用 Ψ 截去下端倒写"$\pitchfork$"表示减. 意大利曾用 P 或 $\widetilde{P}$、$\overline{P}$ 表示加(Plus)，有人以 θ 或 ϕ 表示加，用 m 或 M(Minus)或 de 表示减，也有在两数之间加一横表示减. 1489 年德国数学家魏德曼(Johannes Widman，1460～？年)后所著《Mercantile Arithmetic》用"＋"表示"过剩"，原意商品入库，箱上常标有这样的字样："4C＋5lbs"表示 4Centner(合 100 斤)多 5 磅. 用"－"表示"减"，原意商品入库箱上常标注这样的字样："4C－5lbs"表示 4Centner 少 5 磅. 1544 年德国迈克尔·施蒂费尔(Michael Stifel，1487～1567 年)著《算术大全》采用"＋，－"表示"加、减"运算的符号. 以后各书普遍采用.

(2) 乘除法符号

第一个使用"×"表示乘法的是英国奥特雷德(Oughtred，1575～1660 年)，他在 1631 年出版的《数学入门》(Clavis Mathematica)书中使用了 150 个数学符号，其中有用"×"表示"乘"，他的意思是增加的另一种方式，因而把加号斜过来写. 1637 年笛卡儿用"·"来表示"乘".

原来阿拉伯曾用一条线表示除法，如 a/b，$\frac{a}{b}$ 都表示除的意思，1631 年奥特雷德《数学入门》中用"∶"表示比或除. 1630 年佩尔(Pell，John，1611～1685 年)曾用"÷"表示除. 1760 年克莱罗的书中即把－与∶结合起来成÷以表示除法，以后普遍应用.

(3) 等号

1540 年英国数学家雷科德(Recorde Robert,1510～1558 年)发表《砺智石》(The Whetstone of Witte)书中用“＝”表示相等. 韦达(Vieta,1540～1603 年)曾用“＝”表示差,而用“～”表示相等. 1631 年英国奥特雷德在《数学入门》曾用“∶∶”表示两比相等. 1631 年英国哈里奥特(Harriot,Tomas,1560～1621 年)著《分析术实例》(Artis Amalytica Parxis)沿用“＝”表示相等,不过写得比较长一些. 以后逐渐得到普遍应用.

(4) 不等号

1631 年英国奥特雷德的《数学入门》创造了“⊐”表示大于,“⫐”表示大于和等于,“⊏”表示小于,“⫏”表示小于和等于. 同年英哈里奥特的《分析术实例》中创造了“＞”表示大于,“＜”表示小于. 18 世纪初,两种符号都有人使用. 以后奥特雷特的符号渐渐被淘汰了. 至于≒,≍,≮分别表示不等于,不大于,不小于,则是近代的事.

(5) 括号

1591 年韦达著的《分析方法导论》(In Artem Analytican Isagoge)书中开始使用括线如$\overline{a+b}$. 1629 年吉拉尔(Girard,1595～1632 年)开始用括弧,如$(a+b)$.

7. 算术中的一些著名问题

(1) 孙子问题

在我国古代数学名著《孙子算经》的下卷中,记载有这样一个问题:“今有物不知其数,三三数之剩二,五五数之剩三,七七数之剩二. 问物几何?’(答曰:二十三)这就是闻名于世的“孙子问题”.《孙子算经》中给出了它的一般解法:“术曰:三三数之剩二,置一百四十;五五数之剩三,置六十三;七七数之剩二,置三十;并之,得二百三十三,以二百一十减之即得. 凡三三数之剩一,则置七十;五五数之剩一,则置二十一;七七数之剩一,则置十五. 一百六以上,以一百五减之,即得.”明朝数学家程大位在所著《算法统宗》(1592 年)中把这一解法概括为四句歌诀:“三人同行七十稀,五树梅花廿一枝,七子团圆正半月,除百零五便得知.”具体到本题的结果,由 $70\times2+21\times3+15\times2-2\times105=23$ 得所求物为 23 个,一般地说所求物个数是 $23+105n(n=0,1,2,3,\cdots)$. 它的解答要用到不定方程的知识或同余式的知识.《孙子算经》对于“孙子问题”的解答暗示了一般途径,由它作出的理论概括,被西方誉为“中国剩余定理”. 孙子问题的算法还有其他一些名称,如“鬼谷算”,“隔墙算”,“秦王暗点兵”和“韩信点兵”等. 其中“韩信点兵”也指这样的问题:有兵一队,若列成五行纵队,则末行一人;成六行纵队,则末行五人;

成七行纵队，则末行四人；成十一行纵队，则末行十人. 求兵数. 下面给出它的一个算术的解法：(1) 在 6、7、11 的公倍数 462、2×462、3×462、…中找一个被 5 除余 1 的数，如 3×462；(2) 在 5、7、11 的公倍数 385、2×385、3×385、…中找一个被 6 除余 5 的数，如 5×385；(3) 在 5、6、11 的公倍数 330、2×330、3×330、…中找一个被 7 除余 4 的数，如 4×330；(4) 在 5、6、7 的公倍数 210、2×210、3×210、…中找一个被 11 除余 10 的数，如 10×210；(5) 3×462＋5×385＋4×330＋10×210＝6731，则 6731 是满足条件的一个数，它比 5、6、7、11 的最小公倍数 2310 大，若求满足条件的最小正整数. 则应从 6731 中减去 2310 的两倍，得 2111，由此所求兵数的一般结果是 2111＋2310n(n＝0，1，2，…). 这个算术解法也适用于“孙子问题”.

(2) 百鸡问题

在 5 世纪末，我国古代数学名著《张邱建算经》卷下中，有个闻名世界的“百鸡问题”：“今有鸡翁一，值钱五；鸡母一，值钱三；鸡雏三，值钱一，凡百钱买鸡百只，问鸡翁、母、雏各几何？”设用 x，y，z 分别代表鸡翁，鸡母，鸡雏的数目，根据题意，得

$$\begin{cases} 5x+3y+\dfrac{z}{3}=100, \\ x+y+z=100. \end{cases}$$

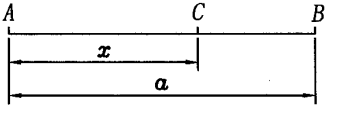
这是不定方程，有下面四组解答：

$$\begin{cases} x=4, \\ y=18, \\ z=78; \end{cases} \quad \begin{cases} x=8, \\ y=11, \\ z=81; \end{cases} \quad \begin{cases} x=12, \\ y=4, \\ z=84; \end{cases} \quad \begin{cases} x=0, \\ y=25, \\ z=75. \end{cases}$$

《张邱建算经》给出了前三组解答，没有叙述解题过程，但给了解题术. “术曰：鸡翁每增四，鸡母每减七，鸡雏每益三，即得.”这样，若先设没有买鸡翁，用 100 钱买鸡母和鸡雏 100 只，那么易得买鸡母 25 只，鸡雏 75 只，即得第四组解答. 注意到在百钱买百鸡的前提下，每增买 4 只鸡翁，就要少买 7 只鸡母，添加 3 只鸡雏. 由此，从第四组解答开始，对 x、y、z 分别作相应调整，就可依次得第一、二、三组解答.

(3) 黄金分割

欧几里德在《几何原本》中曾提出这样的问题：将一线段分为两段，使全段与其中一段的乘积等于另一段的平方. 按上述要求分割线段被意大利画家达·芬奇(h. da Vinci，1452～1519 年)称为“黄金分割”，又称“中外比”. 它还表述为：“将已知线段分为两段，使长段为全线段和短段的比例中项”. 如图，设已知线段 AB 长为 a，被分点 C 分为两



段，一段为 x，则另一段为 $a-x$. 根据题意，得 $x^2=a(a-x)$. 即 $x^2+ax-a^2=0$ 解得 $x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}a$，合乎题意的解是 $x=\frac{\sqrt{5}-1}{2}a\approx0.618a$. 其中 C 点称为线段 AB 的最优分割点，又称黄金分割点. 黄金分割知识有广泛的实际应用，远在古希腊，人们就在土木建筑和雕塑中应用了这一知识. 还可指出，一个镜框的长与宽的比，一个报幕员在舞台上所站的位置(C)分舞台前沿(AB)所成两段比，如果恰是中外比，那么就给人以美的感觉，报幕员的声音也传播得最好. 黄金分割在最优化理论中也有重要应用，如优选法中就有 0.618 法等.

(4) 丢番图的年龄问题

在希腊梅特罗多尔编的一本习题集里，以诗的形式记载有关于希腊数学家丢番图的年龄问题，诗中写道："这里是一座石墓，里面安葬着丢番图. 请你告诉我，丢番图终岁几何？他的童年占去一生的 $1/6$，接着 $1/12$ 是少年时期. 又过了 $1/7$ 的时光，他找到了终身伴侣. 5 年之后，婚姻之神赐给他一个儿子. 可是儿子命运不济，只活到父亲终岁的一半，就匆匆离去. 这对父亲是一个沉重打击，整整 4 年，为失去爱子而悲伤，终于告别科学，离开人世. 请你告诉我：丢番图终岁几何？"问题归结为解方程 $\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}x+\frac{1}{7}x+5+\frac{1}{2}x+4=x$，得 $x=84$. 即丢番图终年 84 岁.

(5) 牛顿问题

牛顿在其著作《普遍的算术》(1707 年出版)中提出如下问题："12 条公牛在 4 个星期内吃掉 $3\frac{1}{3}$ 由格尔的牧草；21 条公牛在 9 个星期内吃掉 10 由格尔的牧草. 问多少条公牛在 18 个星期内吃掉 24 由格尔的牧草？"("由格尔"是古罗马的面积单位，1 由格尔约等于 2500 米^2)这个著名的公牛问题叫做"牛顿问题". 牛顿的解法是这样的：在牧草不生长的条件下，如果 12 条公牛在 4 个星期内吃掉 $3\frac{1}{3}$ 由格尔的牧草，则按比例 63 头公牛 4 个星期内，或 16 头公牛 9 个星期内，或 8 头公牛 18 个星期内将吃掉 10 由格尔的牧草，由于牧草在生长，所以 21 头公牛 9 个星期内只吃掉 10 由格尔的牧草，即在随后 5 周内，在 10 由格尔的草地上新长的牧草足够 $21-16=5$ 头公牛吃 9 个星期，或足够 $\frac{5}{2}$ 头公牛吃 18 个星期. 由此推得，14 个星期(即 18 个星期减最初的 4 个星期)内新长的牧草可供 7 头公牛吃 18 个星期，因为 $5:14=\frac{5}{2}:7$. 前已算出，若牧草不长，则 10 由格尔草地的牧草可供 8 头公



牛吃 18 个星期，现考虑牧草生长，故应加上 7 头，即 10 由格尔草地的牧草实际可供 15 头公牛吃 18 个星期. 由此按比例可算出，24 由格尔草地的牧草实际可供 36 头公牛吃 18 个星期. 牛顿还给出代数解法：他设 1 由格尔草地 1 个星期内新长的牧草量相当于面积为 y 由格尔，由于每头公牛每个星期所吃牧草所占的面积看成是相等的，根据题意，若设所求公牛头数为 x，则

$$\frac{\frac{10}{3}+\frac{10}{3}\times 4y}{12\times 4}=\frac{10+10\times 9y}{21\times 9}=\frac{24+24\times 18y}{18x}.$$

解方程，得 $x=36$，即 36 头公牛在 18 个星期内吃掉 24 由格尔的牧草.

(6) 欧拉的农妇卖蛋问题

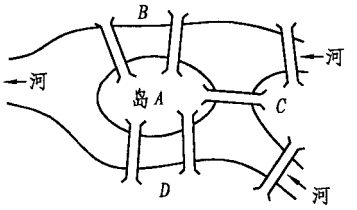
数学家欧拉曾提出如下问题：两农妇共带 100 个鸡蛋到市场上去卖，一个带得多，一个带得少，但卖了同样多的钱，一农妇对另一农妇说："若是我有你那样多的鸡蛋，我能卖得 15 克列切尔."后者答道："若是我有你那样多的鸡蛋，我能卖得 $6\frac{2}{3}$ 克列切尔."问每个农妇各有多少鸡蛋？(克列切尔是货币单位)此问题解法如下：设第一个农妇所带鸡蛋为第二个农妇的 k 倍，既然两人赚了同样多的钱，那么，第二个农妇的蛋价必是第一个农妇蛋价的 k 倍，如果两人交换各自所有的鸡蛋，则第二个农妇卖蛋的价格和个数都是第一个农妇的 k 倍，因此所卖得的钱是第一个农妇的 k^2 倍，根据题意，有 $k^2=15\div 6\frac{2}{3}=\frac{9}{4}$，由此 $k=\frac{3}{2}$. 易算得，第一个农妇有蛋 60 个，第二个农妇有蛋 40 个；或者，设第一个农妇有蛋 x 个，则第二个农妇有蛋 $(100-x)$ 个，根据题意列得方程：

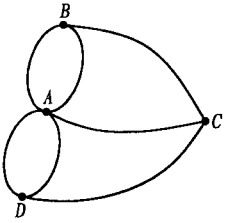
$$\frac{6\frac{2}{3}}{100-x}\cdot x=\frac{15}{x}(100-x),$$

化成 $\left(\frac{x}{100-x}\right)^2=\frac{9}{4}$，两边开方，易得 $x=60$，$100-x=40$. 这比第一种方法简单.

(7) 哥尼斯堡七桥问题

18 世纪的哥尼斯堡(Konigsberg)是东普鲁士的一个城市(后来是前苏联的加里宁格勒). 如图所示，哥尼斯堡有一条横贯城区的河，河上有七座桥与城市商业中心(岛)连接，居民们感到兴趣的一个问题是：一个散步者怎样才能一次不重复地走遍七座桥？谁都尝试着回答这问题，谁也说不清道





理.数学家欧拉抓住问题的实质,把城市四个区抽象为 4 个点,七座桥抽象为连结这些点的 7 条线,得到一个图.于是七桥问题变为一笔画出上述图形的问题.欧拉指出一笔画图形的特征是:除起点和终点外,其他交点上通过的线总是偶数条.但上述图形中 A、B、C、D 4 个点都通过奇数条线,所以它不能一笔画成,即一次不重复地走遍七座桥是不可能的.

(8) 哥德巴赫猜想

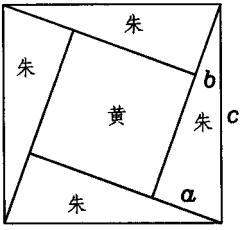
这是数论中的一个著名问题.1742 年德国数学家哥德巴赫(C. Goldbach,1690～1764 年)在写给欧拉的信中指出:每一个偶数可以表示为两个素数的和.欧拉肯定了他的猜想,但没有作出证明.一般把"每一个大于 2 的偶数,都可以表示为两个素数的和"称为哥德巴赫猜想.如 $4=2+2$,$6=3+3$,$8=3+5$,$10=5+5$,$12=5+7$,等等,有人验证了直到 33×10^6 以内的偶数都是对的.对于很大的偶数 N,数学家证明可以素因子把 N 表示成两个不太多的自然数的和,1920 年挪威数学家布龙(V. Brun)用"筛法"证明了每一个大偶数是两个素因子的个数各不超过 9 的素数乘积的和,这个结论记作(9+9),1956 年中国数学家王元证明了(2+3),1962 年中国数学家潘承洞证明了(1+5),同年潘承洞和王元又证明了(1+4),1965 年苏联数学家博赫石塔布证明了(1+3).1966 年中国数学家陈景润宣布他证明了(1+2),并于 1973 年公布了全部证明过程,被国际上誉为"陈氏定理":"每一个充分大的偶数都是一个素数及一个不超过两个素数的乘积之和".至今哥德巴赫猜想的真实性还没有最终证实.

二、算术发展史上的重要数学家

1. 中国

(1) **赵爽**(3 世纪) 一名婴,字君卿,可能是三国吴人.生卒年代和生平事迹无史可考.曾注《周髀算经》.关于"勾股图",他用短短五百余字、附图六张,简练地总结了后汉时期的勾股算术.不仅给勾股定理严格的证明,而且对二次方程的解法提供了新的见解.他写道:"勾股各自乘,并之为实,开方

除之即弦”，并用一张“弦图”巧妙地证明如下：设 a、b、c 为直角三角形的勾、股、弦，三角形的面积为朱实 $\left(\frac{1}{2}ab\right)$，中间小正方形面积为黄实 $(b-a)^2$，他说弦实（以 c 为边的正方形面积）等于四个朱实加黄实，即 $c^2=4\times\frac{1}{2}ab+(b-a)^2=a^2+b^2$．他得出平方差公式：



$a^2=(c+b)(c-b)$；他计算已知长方形面积 A，长宽之和 k，求宽 x 的问题，从图解得：

$$x(k-x)=A,$$

$$\therefore\quad x=\frac{1}{2}(k-\sqrt{k^2-4A}).$$

赵爽在这方面的成就，为中国数学史写下了光辉的一页．

（2）刘徽（3 世纪）　三国后期魏人，其生卒年月、平生事迹，史书上很少记载．魏陈留王景元四年（263 年）刘徽注九章，他的杰作《九章算术注》和《海岛算经》有许多创新．主要是他创造了“割圆术”，从圆内接正六边形开始，每次边数倍增，算到 192 边形的面积，得到 $\pi=\frac{157}{50}=3.14$，又算到 3072 边形的面积，得到 $\pi=\frac{3927}{1250}=3.1416$，称为“徽率”．刘徽说：“割之弥细，所失弥少．割之又割，以至于不可割，则与圆合体而无所失矣．”在 1700 年前具有这种极限思想是了不起的事．他对“重差术”特有研究，用相似三角形进行各种复杂的测量，相当于现在的三角公式，是我国独特的三角学．此外，他第一个为正负数提出明确的定义“今两算得失相反，要正、负以名之”；他第一个用十进分数（即小数）来表示无理的平方根、立方根的近似值．他创立消项法新术解二到四元一次方程组，解法简捷；还建立了等差级数求和的公式等等．他是中国历史上伟大的杰出的数学家．

（3）祖冲之（429～500 年）　字文远，范阳遒县（今河北涞县北）人．祖先几代都在南北朝时代的南朝做官．祖父和父亲对历法很有研究．他从小勤奋好学，对天文、历法、机械都很爱好，青年时经常观测并记录太阳、月亮、星星的运行情况．33 岁时就编制成比较精密的《大明历》，将“岁差”引入历法，开辟了历法的新纪元．经过长期斗争，《大明历》在他死后十年开始使用．他继承了刘徽的割圆术，计算到圆内接正 12288 边形的面积来求圆周率，得到 $3.1415926<\pi<3.1415927$，并称 $\frac{22}{7}$ 为疏率，提出 $\frac{355}{113}$ 为密率．他是世界上计

算圆周率精确到小数第六位的第一人，比欧洲早 1000 多年. 他的著作《缀术》和《九章算术义注》，可惜都失传了. 他还制作指南车、水碓磨、千里船等多种机械. 他懂音乐，写过小说，注释过多种经典，是历史上少有的博学多才的人物.

(4) **祖暅**(6 世纪)　祖冲之的儿子，字景烁，生卒年代无可考. 也是博学多才的数学家. 梁天监三年、八年、九年三次上书建议采用祖冲之的《大明历》，于九年(公元 510 年)得以实现. 他修补编辑了祖冲之的《缀术》. 计算几何体体积时，他提出“幂势既同，则积不容异”. 意思是“两个等高的立体，如在等高处的截面面积处处相等，则体积相等.”这个原理比欧洲卡瓦利利早 1100 多年. 他据此得出球体积的正确计算公式. 唐朝曾规定《缀术》为《算经十书》之一，为算学学生必读课本. 后传入朝鲜、日本等地. 可惜中国在宋代中叶就失传了.

(5) **沈括**(1031～1095 年)　字存中，浙江钱塘(今杭州)人，北宋时的政治家、外交家、数学家以及物理、地理、地质学家. 他于公元 1082 年因军事失利的牵连被贬谪，晚年(1086～1095 年)闲居润州(今江苏镇江)梦溪园，撰巨著《梦溪笔谈》. 沈括“博学善文，于天文、方志、律历、音乐、医药、卜算，无所不通，皆有所论著”. 他创制了彻底的阳历. 他在数学方面有独到的见解. 他的“隙积术”是高阶等差数列求和的方法，“会圆术”是弓形的计算，都是前所未有的. 他发现了地磁偏角的存在，比欧洲早 400 多年；广泛地运用朴素的运筹学；阐述过凹面镜成像原理；研究过共振规律. 他对地质、生物、医药等方面都有重要贡献. 像他这样多才多艺的全面人才，不仅在数学史上少有，在整个世界史上也是罕见的.

(6) **李冶**(1192～1279 年)　原名李治，字仁卿，号敬斋，金真定栾城县(今河北栾城县之北)人. 金正大七年(1230 年)考中进士，任钧州知事，两年后钧州被蒙古兵占领，他流落于忻、崞(今山西太原)隐居研究数学. 1248 年著成《测圆海镜》12 卷，1251～1279 年定居元氏县(今河北元氏县)，从事讲学研究和写作，1259 年著《益古演段》3 卷. 书中有已知直角三角形中各线段长求内切圆、旁切圆直径的题目. 还系统地叙述了“天元术”(即列代数方程的方法)，明确地提出：“立天元一”即设未知数为 x，以常数项为“太极”. 并创造在筹上加斜划表示负数. 列方程解应用题的步骤和解法基本上与现在的方法一样，类似现代的符号代数.

(7) **秦九韶**(1202～1261 年)　字道古，普州安岳(今四川安岳)人，18 岁时在乡里为义兵首. 曾在建康府(今江苏省江宁县)做官. 他“性极机巧，星象音律算术以至营造等事，无不精究”. 经过十年的累积于 1247 年写成《数书九章》18 卷，分 9 类，每类各 9 题，共 81 题. ① 大衍类，叙述“大衍求一



术”；② 天时类，推算历法；③ 田域类，土地面积；④ 测望类，勾股重差问题；⑤ 赋役类，均输、税收问题；⑥ 钱谷类，粮谷转运和仓库容量；⑦ 营建类，工程施工；⑧ 军旅类，兵营、兵需；⑨ 市易类，粮谷、布匹、交易及利息计算. 内容丰富，精湛绝伦，其中不少问题难度很大. 特别重要的是正负开方术（高次方的数值解法），大衍求一术（联立一次同余式的解法），比欧洲早 500 多年，他还创立已知三角形的三边求面积的公式，与海伦“三斜求积”公式等价. 这是一部划时代的巨著.

（8）杨辉（13 世纪） 字谦光，钱塘（今杭州）人，曾做过地方官，陈几先为写撰跋中说：他“以廉饬己，以儒饰吏”. 他的著作很多：1261 年《详解九章算法》12 卷，1262 年《日用算法》2 卷，1274 年《乘除通变算宝》3 卷，1275 年《田亩比类乘除捷法》2 卷，1275 年《续古摘奇算法》2 卷. 书中对民间商用数学累积甚丰，并提出许多捷算方法和珠算口诀，如除法“九归”，斤两换算的“化零歌”，这对珠算的发展起了一定的作用. 书中列出了多种纵横图（幻方），是宋代研究纵横图的重要著作. 杨辉引用了贾宪（约 1000 年）《黄帝九章算法细草》中的“开方作法本源图”，这是$(a+b)^n(n=1,2,\cdots,6)$展开式各项系数的排列图，比欧洲称为“帕斯卡三角形”的表（1653 年）早 400 多年，现称“贾宪三角”或“杨辉三角”.

（9）郭守敬（1231～1316 年） 字若思，顺德邢台（今河北邢台）人，元代水利家、天文学家、数学家. 他重视实际观测，创制了 13 种天文仪器，组织了庞大的天文测量网，“东至高丽（朝鲜），西极滇池（昆明），南踰朱崖（海南岛），北尽铁勒（青海），四海测验凡 27 所.”1280 年编制了《授时历》，次年颁行，直到明代末年（1644 年），行使了 364 年，时间之久是空前的. 郭守敬在数学方面的贡献，主要是三次内插法和球面三角. 他在进行天文计算时，感到刘焯的二次内插法不够精密，而创立了三次内插法，名为“平立定三差法”. 对球面三角，他曾将解法明显地列成公式并予以详细的证明. 可惜我国一向没有角的函数的概念，没有得到较完善的发展.

（10）朱世杰（13 世纪） 字汉卿，号松庭，不知何处人，不做官，周游四方二十余年，广收门徒，可能是元代以讲学为生的专业数学家. 他在元成宗（铁穆耳）大德己亥年（公元 1299 年）著《算学启蒙》，大德癸卯年（公元 1303 年）著《四元玉鉴》. 他建立了四元高次方程理论和解法. 书中有不少十分复杂的问题，如卷中之九最后一题是：

$$661500x^8-25704000x^7+\cdots-12789812580032742400=0.$$

卷下之七最后一题是三元方程组，消元后得一元十五次方程. 这是复杂的问题，不但过去没有过，就是今天也很少见，他对高阶等差数列的研究有独到之处，建立了各种高阶等差数列求和的公式，解决了“堆垛”和“招差”的问

题.这些光辉的成就比欧洲早四五百年.

(11) 程大位(1533～1606年)　字汝思,号宾渠,安徽休宁率口人.少年时读书广博,对文学和数学颇感兴趣.20岁以后在长江中、下游各地经商,收集了很多古代和当时的数学书.于60岁(1592年)完成了杰作《直指算法统宗》17卷,简称《算法统宗》.1598年删其繁芜,揭其要领,简化为《算法纂要》4卷.《算法统宗》主要内容:卷1、2,是数学名词解释,大、小数,度量衡单位,珠算口诀和使用;卷3～12为应用题解法汇编,照九章分类;卷13～16,为难题汇编,其解法多用诗歌形式表达;卷17是"杂法".最后附录"算经源流"古书51种(其中36种现已失传).这部书集中国珠算技术之大成,流传的广泛和长久,是中国数学史上罕见的.明末传入日本、朝鲜及南洋各地.

(12) 梅文鼎(1633～1721年)　字定九,号勿庵,安徽宣城人.学习勤奋,废寝忘食,毕生研究天文、数学,数十年如一日,著作70多种,并自撰《勿庵历算书目》;有天文著作40余种,其孙梅毂成编辑《梅氏历算丛书辑要》(1761年)62卷.其中有1672年《方程论》6卷;1678年《筹算》2卷;1684年《平三角举要》、《弧三角举要》各5卷;1692年《勾股举隅》、《几何通解》各1卷、《几何补编》4卷,《少广拾遗》1卷;1693年《笔算》5卷,1700年《环中黍尺》5卷;1701年《堑堵测量》2卷、《方圆幂积说》1卷;1717年《度算释例》2卷.梅文鼎不遗余力地表彰了古代数学,使濒于枯萎的老树发生新芽,又整理和疏解了西洋数学,使移植来的花草长成根干.他冶中西数学于一炉,集古今中外之大成.他的成就对清代数学的发展起着很大的推动作用.

(13) 戴煦(1805～1860年)　字鄂士,号鹤墅,浙江钱塘(今杭州)人.早年著有《重差图说》、《勾股和较集成》、《四元玉鉴细草》,均未出版.1845年著《对数简法》2卷,1846年著《续对数简法》1卷,1852年著《外切密率》4卷及《假数测圆》2卷.并曾为共同研究的谢家乐校刻遗书《谢毂堂算学三种》,为项达名续成其杰作《象数一原》.他的主要成就是创立了二项式平方根的级数展开式,发现了指数为任何有理数的二项式定理.他在《对数简法》中,创造了不用开方求以10为底的对数的方法.还结合三角函数和对数函数的幂级数展开式,阐明三角函数对数表的造法.他的成就受到外国人的重视.英艾约瑟慕名于1845年从上海专程到杭州访问,他托故不见.1860年2月太平军攻克杭州,他与其兄戴熙同日自尽而死.

(14) 李善兰(1811～1882年)　原名心兰,字壬叔,号秋纫,浙江海宁硖石镇人,自幼爱好数学.曾投身洋务派官僚集团.1852年到上海,从事翻译西文数学、力学、天文及其他科学书.1868年任北京同文馆算学总教习.他于1845年发表有关幂级数的研究成果《方圆阐幽》、《弧矢启秘》、《对数探源》等.1846年著《四元解》,1848年著《麟德历解》.1852年与英人伟烈亚力



(Alexander Wylie,1815～1887 年)继徐光启、利玛窦未完成的工作,合译《几何原本》后 9 卷.1859 年译《代数学》13 卷、《代微积拾级》18 卷、《谈天》18 卷;并与英国人艾约瑟(Joseph Edkins,1823～1905 年)合译《重学》20 卷,《圆锥曲线说》3 卷.他在译文中创造了许多前所未有的数学名词和术语,至今还在使用.他的著作许多是中西数学思想融合一体的成果,如 1856 年在圆锥曲线研究方面有《椭圆正术解》、《椭圆新术》、《椭圆拾遗》、《火器真诀》等.在幂级数研究方面有《尖锥变法解》、《级数回求》.他在《垛积比类》里应用并发展了朱世杰有关高阶等差级数求和的公式.他 1864 年在南京整理旧作汇成《则古昔斋算学》13 种 24 卷.1872 年又撰《考数根法》研究素数.他的一生著作很多,对将西洋数学介绍到中国,起了一定的作用.

(15) 华蘅芳(1833～1902 年)　字若汀,江苏金匮(今无锡市)人,1861 年投曾国藩军中佐理洋务.1887 年曾任天津武备学堂教习,1892 年任武昌西湖书院教员,1896 年任常州龙城书院院长兼江阴南菁书院院长.1868 年与美国人玛高温等合译《金石识别》、《地学浅释》、《防海新论》、《御风要术》,继与英国人傅兰雅(John Fryer)合译《代数术》25 卷(1872 年)、《微积溯源》8 卷(1874 年)、《三角数理》12 卷(1877 年)、《代数难题解法》16 卷(1879 年)、《决疑数学》10 卷(1880 年)、《合数术》11 卷(1887 年).他的译书内容丰富,译文明白晓畅,对读者很有帮助.但他自著的书则质量不如李善兰的精湛,如 1872 年《开方别术》不能求方程的无理数根,1882 年《开方古义》阐述数字高次方程的解法,相当繁琐.1882 年他著《学算笔谈》6 卷,后几年又续 6 卷.1892 年汇刻 8 种零星论著成《算草丛存》.他是清代末年介绍西洋数学著述较多的作者,为初学数学的人指引了一条由浅入深,由简到繁的捷径.

(16) 李俨(1892～1963 年)　字乐知,福建闽侯人,数学史家.曾任中国科学院哲学社会科学学部委员,中国自然科学史研究室主任.主要著作有《中算史论丛》共五集、《中国算学史》、《中国古代数学史料》、《中国数学大纲》等.

(17) 钱宝琮(1892～1974 年)　字琢如,浙江嘉兴人,数学史家.曾任中国科学院自然科学史研究所研究员、《科学史集刊》主编,参加过国际科学协会任通讯会员.主要著作有《中国算学史(上册)》、《中国数学史》、《算经十书》校点工作,《钱宝琮科学史论文选集》等.

(18) 陈建功(1893～1971 年)　浙江绍兴人,数学家,早年提倡国语讲学,并自编中文数学教材.曾任浙江大学、复旦大学教授,杭州大学副校长,并任中国科学院数学物理化学学部委员.长期从事高等学校数学教学工作和数学研究工作.主要著作有《三角级数论》、《直交函数级数的和》、《实函数论》等.他对直交函数级数论,三角级数论,单叶函数论和函数逼近论等方面

理论问题的解决作出了新的贡献.

(19) 华罗庚(1910～1985 年)　江苏金坛县人,1924 年金坛县立中学初中毕业后,入上海中华职业学校学习一年,后在父亲经营的小杂货铺当学徒.1929 年自学数学,在《科学》杂志发表《苏家驹之代数五次方程式解法不能成立的理由》一文,受到清华大学熊庆来教授重视,1931 年入清华大学工作八年.曾到英国剑桥大学研究深造.1938 年任昆明西南联合大学教授,1946 年任美国普林斯顿高等研究院研究员、伊利诺斯大学终身教授,1950 年回国任清华大学教授,中国科学院数学研究所所长,后任中国科学院副院长,中国科技大学副校长等职.1985 年 6 月 12 日在日本东京大学讲学后心肌梗塞逝世.他是蜚声中外的数学家,是中国解析数论、典型群、矩阵几何学、自守函数论与多元复变函数论等很多方面研究的创始人和开拓者.他发表了 200 多篇学术论文、10 部专著(其中 8 部国外翻译出版).他是把数学理论用于生产实际的科学家,20 世纪 50 年代末期开始深入 24 个省、市、自治区的工厂、农村,推广"优选法"和"统筹法",取得了显著的经济效益.他十分注意发现人才,并培养了许多优秀的数学家.他是一位著名的社会活动家,曾任一到六届全国人大常委,第六届全国政协副主席,中国民主同盟副主席.1979 年光荣地加入了中国共产党.

2. 外国

(1) 毕达哥拉斯(Pythagoras　约公元前 580～公元前 500 年)　古希腊数学家.他曾组织一个学派,历史上称为毕达哥拉斯学派.这个学派曾把算学分为四科,第一为绝对数,即算术,第二为应用数,即音乐,第三为静止量,即几何学,第四为运动量,即天文学,在学派内进行了严格的算学教育.他们提出了毕达哥拉斯定理(中国称勾股定理),指出三角形三内角和是 180°,还发现了其他一些几何定理.他们认为万物都由(整)数组成,并对数开始了抽象研究.他们区分了奇数、偶数和素数,又把数分成三角形数、正方形数、长方形数、多边形数、完全数和亲和数等类,还考察了等差、等比及调和数列.他们把构成 $a:\frac{2ab}{a+b}:\frac{a+b}{2}:b$ 即 6∶8∶9∶12 的四个整数叫做音乐级数.认为这些数是美的.他们还发现了不可公度比,并给出了正方形对角线与一条边不能公度的证明.

(2) 欧几里得(Euclid　约公元前 330～公元前 275 年)　古希腊数学家,公元前 300 年左右生活在亚历山大里亚城并在该地授徒.著有《原本》13 卷,以及《二次曲线》、《论剖分》、《数据》、《光学》、《镜面反射》等数学、物理学著作.所著《原本》,又称《几何原本》,是世界上最早的一部公理化著作,其中



第1、2、3、4、6卷系平面几何内容，第5卷系比例理论，第7、8、9卷系初等数论，第10卷系不可公度量的分类，第11、12、13卷系立体几何内容.有的版本还含有后人增补的两卷立体几何内容.《原本》建立了严格的数学演绎体系，精选了定义、公设和公理，在这基础上提出和论证了467个命题.《原本》对后世数学发展有深刻影响，是欧几里得几何学的蓝本，自从印刷术发明以来已有1000多种版本.

(3) **阿基米德**(Archimedes　公元前287～公元前212年)　古希腊数学家、力学家、天文学家和发明家.数学史家把他与牛顿、高斯并列为世界三大数学家.他写过许多数学物理著作，在《圆的度量》一书中他通过圆内接与外切正96边形的计算，确定$3\frac{10}{71}<\pi<3\frac{1}{7}$，并得到圆面积计算公式；在《论球和圆柱》一书中，他指出等边圆柱的全面积和体积分别为它的内切球表面积和体积的$\frac{3}{2}$倍，后人把这个结论的图形，刻在他的墓碑上；在《论螺线》一书中，他提出了现称为"阿基米德螺线"的曲线；在《抛物线求积法》一书中，他用穷竭法求出了抛物线弓形的面积；在《论浮体》一书中，他提出了流体静力学的"阿基米德原理".他制造了许多仪器和机械，如行星仪、螺旋提水器、滑车、投石炮等，他还发现了测定王冠掺假的方法.公元前212年，阿基米德被攻入叙拉古城的罗马士兵杀害.

(4) **厄拉托塞尼**(Eratosthenes　约公元前276～公元前195年)　希腊亚历山大里亚图书馆馆长，地理学家，数学家，历史学家，语言学家，并以古希腊最有学问的人闻名后世.曾作素数表，所用通过划去倍数来确定素数的方法称为厄拉托塞尼筛法.他曾计算了地球(大圆)周长，还绘制过世界地图.晚年因眼睛失明不能看书而绝食致死.

(5) **阿波罗尼斯**(Apollonius　约公元前262～公元前190年)　古希腊数学家，青年时代曾就学于亚历山大里亚城欧几里德的门人处，他的重要著作《圆锥曲线》分8篇，共含487个命题，前4篇来自希腊手稿，其后3篇从阿拉伯文转译，最后1篇失传，后人拟作.他是第一个采用不同位置的平面截同一圆锥而建立圆锥曲线理论的人，他称三种圆锥截线分别为"亏曲线"(椭圆)、"齐曲线"(抛物线)和"超曲线"(双曲线)，书中还讨论了共轭直径、渐曲线等内容，十分深入.他还著有《论相切》等书，其中包含著名的阿波罗尼斯问题，求作一圆过给定的点并切于所给直线或圆，韦达和牛顿等人都研究过这个问题.此外，平面上到已知线段两端距离之比为一定值(不等于1)的动点轨迹是一个圆，称为阿波罗尼斯圆.

(6) **尼科马科斯**(Nichomachus　约50～120年)　希腊亚历山大里亚

时期算术家.他的《算术入门》一书,对整数及整数之比的算术,作了有系统、有条理的阐述,而且完全不依靠于几何.书中主要内容是早期毕达哥拉斯派在算术方面的工作,包括偶数、奇数、素数、多角数、立体数、比例及级数,书中还给出九九表,介绍了寻找素数的厄拉托塞筛法,还收集了关于数的思辩方面的、美学方面的、神秘性方面的臆说.书中通过举例验算说明有关定理而没有演绎证明.《算术入门》在此后一千年间成为一本标准课本,使算术而不是几何风行数百年.有的数学史家认为,从历史意义上讲,此书对于算术的重要性可以与《原本》对于几何的重要性相媲美.

(7) **丢番图**(Diophantus　约 246～330 年)　希腊数学家.生平无确实记载,只流传着一个问题式的故事(见"丢番图的年龄问题").他的巨著《算术》13 卷,现存 6 卷,采用问题汇集的形式,收有 189 个问题,共有 50 多种类型.第一卷主要是导致一元或多元一次方程的问题,其余五卷主要是论述二次不定方程的问题.书中采用了特殊记号来表示未知数(S)、减号(↑)、平方($\triangle^{Y}$)、立方(K^{Y})等.书中突出之点是他对不定方程,如相当于方程 $Ax^2+Bx+C=y^2$,$Ax^3+Bx^2+Cx+D=y^2$ 等的解法研究.他是现代被称为"丢番图分析"的这门代数分支的鼻祖.他还写有《多角数》等著作,但已失传.

(8) **希帕蒂亚**(Hypatia　约 370～415 年)　希腊女数学家,也是数学史上记载的第一个杰出的女数学家.她注释过阿基米德、丢番图和阿波罗尼乌斯的著作,也注释过柏拉图等哲学家的哲学著作,但已失传.公元 415 年,她被一群仇恨科学的基督教暴徒惨杀.

(9) **婆罗摩笈多**(Brahmagupta　约 598～665 年)　印度数学家.约于公元 628 年写成《婆罗摩修正体系》,包括《算术讲义》和《不定方程讲义》等专章,有整数、分数、数列、比例、平面与立体的度量以及影子计算等论述.在外国,他最早使用负数,并提出了负数的四种运算.他曾给出不定方程 $ax\pm by=c$ 的一般解,并用颜色名称黑、蓝、黄等来表示不同的未知数.

(10) **婆什迦罗**(Bhāskara　约 1114～1185 年)　印度数学家,曾任天文台台长,有天文及数学著作.其中《丽罗娃提》(其女儿名)是本算术书,内容包括度量衡、十进位法、整数、分数运算法则,方程、比例、级数、利息、货物交换等内容,书中问题以询问其女形式出现,如"两眼可爱如小鹿之爱女丽罗娃提,以 12 乘 135 得数多少?幸福的少女,请你告诉我!"还有许多问题是用歌谣给出的,如:"素馨花开香扑鼻,诱得蜜蜂来采蜜,熙熙攘攘不知数,一群飞入花丛里,试问此群数有几?全体之半平方根,另有两只在一起.总数九分之八分,徘徊在外做游戏"(答:72 只)等.

(11) **帕乔利**(Pacioli　约 1445～1517 年)　意大利数学家、修士.著有《总论算术、几何、比例和比例性》(1494 年),是一本当时数学知识的概要总

结. 该书第一部分为算术及代数学，第二部分为几何学. 书中算术部分包含阿拉伯数字符号，四则运算法则，开平方法则，商业算术，包括复式簿记等内容，反映了数学与实际应用的联系. 帕乔利还著有《神妙的比例》一书.



（12）泰塔里亚（Tartaglia　约 1499～1557 年）　意大利数学家，孩提时被一法国兵用马刀砍伤脸部导致口吃（Tartaglia 意即“口吃者”），后来自学成才. 1535 年在与别的学者比赛中，两个小时内解出了 30 道三次方程题. 一般认为他与意大利数学家卡尔达诺（G. Cardano 1501～1576 年）都是三次方程一般解法的给出者. 著作有《算术书》、《整数论》等，详细阐述当时的算术方法及在农业、商业经济上的应用.

（13）耐普尔（Napier　1550～1617 年）　英国数学家. 1614 年在他的《关于奇妙的对数表的描述》一文中，第一次表述了对数的观念并发表了一个对数表，对当时天文计算和贸易计算起了简化作用. 1624 年英国数学家布里格斯（Briggs，1561～1631 年）发表了一个以 10 为底的 14 位常用对数表（不完全）. 拉普拉斯评价对数的发现是“用缩短计算时间延长了天文学家的寿命”. 恩格斯把耐普尔的对数、笛卡儿的解析几何与牛顿-莱布尼兹（Leibniz，1646～1716 年）的微积分并列为三个“最重要的数学方法”.

（14）费马（Fermat　1601～1665 年）　法国数学家. 以当律师谋生，数学是其业余爱好. 他对概率论、解析几何、微积分的创立都有贡献. 1637 年，费马在丢番图著的《算术》的拉丁文译本的空白处，提出了数论中著名的猜想“费马大定理”：当 $n>2$ 时，不定方程 $x^n+y^n=z^n$ 没有正整数解. 他写道：“我已发现了一种巧妙的证法，可惜这里空白的地方太小，写不下.”这个猜想至今还未获证. 他还提出了光学中的费马极小（时间）原理.

（15）帕斯卡（B. Pascal　1623～1662 年）　法国数学家、物理学家、散文家. 早在幼年时，常随父亲参加每周一次的数学学者的集会. 16 岁时写了关于圆锥曲线的论著（已失传），发现了现在射影几何学里的一个有名定理“帕斯卡定理”：圆锥曲线的内接六边形的三双对边的交点共线. 19 岁时设计和制造了世界上第一架加法计算机. 1654 年给出了关于二项展开式系数的“帕斯卡三角形”，他和费尔玛同是概率论的创立者、微积分的先驱者，他还提出了密闭流体能传递压强的帕斯卡定律，并写有散文名著《沉思录》、《致外省人书》.

（16）牛顿（I. Newton　1642～1727 年）　英国数学家，物理学家. 1665～1666 年两年间，剑桥大学刚毕业的牛顿在农村故乡躲避流行伦敦的鼠疫. 在此期间，牛顿发明了流数术（微积分），发现了万有引力与白光的分解. 1669 年 27 岁的牛顿继任老师巴罗（I. Barrow　1630～1677 年）的卢卡斯数学教授的职位. 1696 年出任造币厂厂长，1703 年任英国皇家学会会长. 牛顿

晚年时转向神学研究.主要著作有《自然哲学的数学原理》,此外有《运用无穷多项方程的分析学》、《流数法和无穷级数》等著作.牛顿的《普遍的算术》是介于算术与代数之间的著作,于1707年出版,书中含有人称"牛顿问题"即牧草与牛数的问题.

(17)欧拉(L. Euler 1707～1783年) 瑞士数学家.先后在德国柏林与俄国彼得堡进行数学研究工作.他是变分法的奠基人.他的贡献遍及微积分、微分方程、微分几何、数论、级数与力学、天文学、物理学、航海、弹道等理论和应用的各个领域.几乎数学的各分支都可找到欧拉的名字:欧拉公式、欧拉函数、欧拉常数、欧拉积分、欧拉线等.他的重要著作有《无穷小分析引论》、《微分学原理》、《积分学原理》等.欧拉一生大部分时间里,以每年约800页左右的速率发表论文.1735年一眼失明,1766年双眼失明,但此后还写了一些书和400篇论文.他发表的著作先后有865篇(本)之多,是历史上最多产的数学家.

(18)高斯(Gauss 1777～1855年) 德国数学家、物理学家、天文学家.高斯儿童时代就表现出数学才能,15岁时已有非欧几何的思想,18岁时发现最小二乘法及一些数论定理,19岁时证明可仅用尺规作出圆内接正17边形,22岁时得到博士学位,给出了代数基本定理第一个严谨的证明,24岁时他出版了《算术研究》,该书是现代数论的基础.30岁起他担任哥廷根天文学教授和天文台长,直到逝世.他对数论、微分几何、复变函数论、椭圆函数、电磁学、大地测量学、天文学等都作出了重大贡献.高斯复平面、电磁学中的高斯单位制、向量分析中的高斯定理,方程理论中的高斯定理等为人们所熟悉.同时代人曾誉他为"数学家之王".

(19)希尔伯特(David Hilbert 1862～1943年) 德国数学家.诞生于东普鲁士的古都哥尼斯堡城,早年曾对代数不变式论、代数数论、几何基础作出重要贡献,后来又发展了变分法、积分方程、函数空间理论、数学物理方法、数理逻辑及证明论等数学分支.1899年出版的名著《几何基础》,把欧几里得几何整理为从公理出发的纯粹演绎系统,建立了"希尔伯特公理体系",使该书成为近代公理化思想的代表作.1900年,他在国际数学家会议上提出了数学上未解决的23个难题,即"希尔伯特问题".推动了20世纪数学的发展.至今这些问题还未完全解决.晚年,他致力于数学基础问题,是数学基础研究中形式主义学派的代表人物.

(20)冯·诺伊曼(Von Neumann 1903～1957年) 美国籍匈牙利数学家.6岁时就能心算像78463215÷49673235这样的除法问题,8岁时已掌握大学微积分,23岁时写出了《量子力学的数学基础》,27岁时去美国任数学物理教授,他在第二次世界大战以前,主要以算子理论、量子理论和集合

论等研究闻名．他是对策论的创始人之一．战后从事研制第一台电子数字计算机（MANIAC）工作，并把计算机应用于核武器设计和天气预报等方面．



第四部分 附 录

一、常用数表

1. 1000 以内质数表

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43
47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103	107
109	113	127	131	137	139	149	151	157	163	167	173	179	181
191	193	197	199	211	223	227	229	233	239	241	251	257	263
269	271	277	281	283	293	307	311	313	317	331	337	347	349
353	359	367	373	379	383	389	397	401	409	419	421	431	433
439	443	449	457	461	463	467	479	487	491	499	503	509	521
523	541	547	557	563	569	571	577	587	593	599	601	607	613
617	619	631	641	643	647	653	659	661	673	677	683	691	701
709	719	727	733	739	743	751	757	761	769	773	787	797	809
811	821	823	827	829	839	853	857	859	863	877	881	883	887
907	911	919	929	937	941	947	953	967	971	977	983	991	997

2. 50 以内合数分解质因数表



合　数	质 因 数	合　数	质 因 数
4	2×2	28	2×2×7
6	2×3	30	2×3×5
8	2×2×2	32	2×2×2×2×2
9	3×3	33	3×11
10	2×5	34	2×17
12	2×2×3	35	5×7
14	2×7	36	2×2×3×3
15	3×5	38	2×19
16	2×2×2×2	39	3×13
18	2×3×3	40	2×2×2×5
20	5×2×2	42	2×3×7
21	3×7	44	2×2×11
22	2×11	45	3×3×5
24	2×2×2×3	46	2×23
25	5×5	48	2×2×2×2×3
26	2×13	49	7×7
27	3×3×3	50	2×5×5

3. 乘法口诀表

一一得一								
一二得二	二二得四							
一三得三	二三得六	三三得九						
一四得四	二四得八	三四十二	四四十六					
一五得五	二五一十	三五十五	四五二十	五五二十五				
一六得六	二六十二	三六十八	四六二十四	五六三十	六六三十六			
一七得七	二七十四	三七二十一	四七二十八	五七三十五	六七四十二	七七四十九		
一八得八	二八十六	三八二十四	四八三十二	五八四十	六八四十八	七八五十六	八八六十四	
一九得九	二九十八	三九二十七	四九三十六	五九四十五	六九五十四	七九六十三	八九七十二	九九八十一

4. π乘积表

$1\times\pi$	$2\times\pi$	$3\times\pi$	$4\times\pi$	$5\times\pi$
3.14	6.28	9.42	12.56	15.70
$6\times\pi$	$7\times\pi$	$8\times\pi$	$9\times\pi$	$10\times\pi$
18.84	21.98	25.12	28.26	31.40



利用π乘积表能使求圆面积和圆柱体积计算简便.把乘法简化成加法计算.例如:一个圆柱体底圆半径6厘米,高16厘米,体积是多少?

$$\pi\times6^2\times16$$
$$=\pi\times576$$
$$=1808.64(\text{厘米}^3)$$

查表:

$$500\times\pi\cdots\cdots1570$$
$$70\times\pi\cdots\cdots\ 219.8$$
$$6\times\pi\cdots\cdots\ \underline{18.84}$$
$$1808.64$$

5. 平方表

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1.000	1.020	1.040	1.061	1.082	1.103	1.124	1.145	1.166	1.188	2	4	6	8	10	13	15	17	19
1.1	1.210	1.232	1.254	1.277	1.300	1.323	1.346	1.369	1.392	1.416	2	5	7	9	11	14	16	18	21
1.2	1.440	1.464	1.488	1.513	1.538	1.563	1.588	1.613	1.638	1.664	2	5	7	10	12	15	17	20	22
1.3	1.690	1.716	1.742	1.769	1.796	1.823	1.850	1.877	1.904	1.932	3	5	8	12	13	16	19	22	24
1.4	1.960	1.988	2.016	2.045	2.074	2.103	2.132	2.161	2.190	2.220	3	6	9	12	14	17	20	23	26
1.5	2.250	2.280	2.310	2.341	2.372	2.403	2.434	2.465	2.496	2.528	3	6	9	12	15	19	22	25	28
1.6	2.560	2.592	2.624	2.657	2.690	2.723	2.756	2.789	2.822	2.856	3	7	10	13	16	20	23	26	30
1.7	2.890	2.924	2.958	2.993	3.028	3.063	3.098	3.133	3.168	3.204	3	7	10	14	17	21	24	28	31
1.8	3.240	3.276	3.312	3.349	3.386	3.423	3.460	3.497	3.534	3.572	4	7	11	15	18	22	26	30	33
1.9	3.610	3.648	3.686	3.725	3.764	3.803	3.842	3.881	3.920	3.960	4	8	12	16	19	23	27	31	35
2.0	4.000	4.040	4.080	4.121	4.162	4.203	4.244	4.285	4.326	4.368	4	8	12	16	20	25	29	33	37
2.1	4.410	4.452	4.494	4.537	4.580	4.623	4.666	4.709	4.752	4.796	4	9	13	17	21	26	30	34	39
2.2	4.840	4.884	4.928	4.973	5.018	5.063	5.108	5.153	5.198	5.244	4	9	13	18	22	27	31	36	40
2.3	5.290	5.336	5.382	5.429	5.476	5.523	5.570	5.617	5.664	5.712	5	9	14	19	23	28	33	38	42
2.4	5.760	5.808	5.856	5.905	5.954	6.003	6.052	6.101	6.150	6.200	5	10	15	20	24	29	34	39	44
2.5	6.250	6.300	6.350	6.401	6.452	6.503	6.554	6.605	6.656	6.708	5	10	15	20	25	31	36	41	46
2.6	6.760	6.812	6.864	6.917	6.970	7.023	7.076	7.129	7.182	7.236	5	11	16	21	26	32	37	42	48
2.7	7.290	7.344	7.398	7.453	7.508	7.563	7.618	7.673	7.728	7.784	5	11	16	22	27	33	38	44	49
2.8	7.840	7.896	7.952	8.009	8.066	8.123	8.180	8.237	8.294	8.352	6	11	17	23	28	34	40	46	51
2.9	8.410	8.468	8.526	8.585	8.644	8.703	8.762	8.821	8.880	8.940	6	12	18	24	29	35	41	47	53
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

（续表）

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3.0	9.000	9.060	9.120	9.181	9.242	9.303	9.364	9.425	9.486	9.548	6	12	18	24	30	37	43	49	55
3.1	9.610	9.672	9.734	9.797	9.860	9.923	9.986				6	13	19	25	31	38	44	50	56
3.1								10.05	10.11	10.18	1	1	2	3	3	4	5	5	6
3.2	10.24	10.30	10.37	10.43	10.50	10.56	10.63	10.69	10.76	10.82	1	1	2	3	3	4	5	5	6
3.3	10.89	10.96	11.02	11.09	11.16	11.22	11.29	11.36	11.42	11.49	1	1	2	3	3	4	5	5	6
3.4	11.56	11.63	11.70	11.76	11.83	11.90	11.97	12.04	12.11	12.18	1	1	2	3	3	4	5	6	6
3.5	12.25	12.32	12.39	12.46	12.53	12.60	12.67	12.74	12.82	12.89	1	1	2	3	4	4	5	6	6
3.6	12.96	13.03	13.10	13.18	13.25	13.32	13.40	13.47	13.54	13.62	1	1	2	3	4	4	5	6	7
3.7	13.69	13.76	13.84	13.91	13.99	14.06	14.14	14.21	14.29	14.36	1	2	2	3	4	5	5	6	7
3.8	14.44	14.52	14.59	14.67	14.75	14.82	14.90	14.98	15.05	15.13	1	2	2	3	4	5	5	6	7
3.9	15.21	15.29	15.37	15.44	15.52	15.60	15.68	15.76	15.84	15.92	1	2	2	3	4	5	6	6	7
4.0	16.00	16.08	16.16	16.24	16.32	16.40	16.48	16.56	16.65	16.73	1	2	2	3	4	5	6	6	7
4.1	16.81	16.89	16.97	17.06	17.14	17.22	17.31	17.39	17.47	17.56	1	2	2	3	4	5	6	7	7
4.2	17.64	17.72	17.81	17.89	17.98	18.06	18.15	18.23	18.32	18.40	1	2	3	3	4	5	6	7	8
4.3	18.49	18.58	18.66	18.75	18.84	18.92	19.01	19.10	19.18	19.27	1	2	3	3	4	5	6	7	8
4.4	19.36	19.45	19.54	19.62	19.71	19.80	19.89	19.98	20.07	20.16	1	2	3	4	5	5	6	7	8
4.5	20.25	20.34	20.43	20.52	20.61	20.70	20.79	20.88	20.98	21.07	1	2	3	4	5	5	6	7	8
4.6	21.16	21.25	21.34	21.44	21.53	21.62	21.72	21.81	21.90	22.00	1	2	3	4	5	6	7	7	8
4.7	22.09	22.18	22.28	22.37	22.47	22.56	22.66	22.75	22.85	22.94	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.8	23.04	23.14	23.23	23.33	23.43	23.52	23.62	23.72	23.81	23.91	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.9	24.01	24.11	24.21	24.30	24.40	24.50	24.60	24.70	24.80	24.90	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9



（续表）

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.0	25.00	25.10	25.20	25.30	25.40	25.50	25.60	25.70	25.81	25.91	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.1	26.01	26.11	26.21	26.32	26.42	26.52	26.63	26.73	26.83	26.94	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.2	27.04	27.14	27.25	27.35	27.46	27.56	27.67	27.77	27.88	27.98	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.3	28.09	28.20	28.30	28.41	28.52	28.62	28.73	28.84	28.94	29.05	1	2	3	4	5	6	7	9	10
5.4	29.16	29.27	29.38	29.48	29.59	29.70	29.81	29.92	30.03	30.14	1	2	3	4	6	7	8	9	10
5.5	30.25	30.36	30.47	30.58	30.69	30.80	30.91	31.02	31.14	31.25	1	2	3	4	6	7	8	9	10
5.6	31.36	31.47	31.58	31.70	31.81	31.92	32.04	32.15	32.26	32.38	1	2	3	5	6	7	8	9	10
5.7	32.49	32.60	32.72	32.83	32.95	33.06	33.18	33.29	33.41	33.52	1	2	3	5	6	7	8	9	10
5.8	33.64	33.76	33.87	33.99	34.11	34.22	34.34	34.46	34.57	34.69	1	2	4	5	6	7	8	9	11
5.9	34.81	34.93	35.05	35.16	35.28	35.40	35.52	35.64	35.76	35.88	1	2	4	5	6	7	8	10	11
6.0	36.00	36.12	36.24	36.36	36.48	36.60	36.72	36.84	36.97	37.09	1	2	4	5	6	7	9	10	11
6.1	37.21	37.33	37.45	37.58	37.70	37.82	37.95	38.07	38.19	38.32	1	2	4	5	6	7	9	10	11
6.2	38.44	38.56	38.69	38.81	38.94	39.06	39.19	39.31	39.44	39.56	1	3	4	5	6	8	9	10	11
6.3	39.69	39.82	39.94	40.07	40.20	40.32	40.45	40.58	40.70	40.83	1	3	4	5	6	8	9	10	11
6.4	40.96	41.09	41.22	41.34	41.47	41.60	41.73	41.86	41.99	42.12	1	3	4	5	6	8	9	10	12
6.5	42.25	42.38	42.51	42.64	42.77	42.90	43.03	43.16	43.30	43.43	1	3	4	5	7	8	9	10	12
6.6	43.56	43.69	43.82	43.96	44.09	44.22	44.36	44.49	44.62	44.76	1	3	4	5	7	8	9	11	12
6.7	44.89	45.02	45.16	45.29	45.43	45.56	45.70	45.83	45.97	46.10	1	3	4	5	7	8	9	11	12
6.8	46.24	46.38	46.51	46.65	46.79	46.92	47.06	47.20	47.33	47.47	1	3	4	5	7	8	10	11	12
6.9	47.61	47.75	47.89	48.02	48.16	48.30	48.44	48.58	48.72	48.86	1	3	4	6	7	8	10	11	13
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

（续表）

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7.0	49.00	49.14	49.28	49.42	49.56	49.70	49.84	49.98	50.13	50.27	1	3	4	6	7	8	10	11	13
7.1	50.41	50.55	50.69	50.84	50.98	51.12	51.27	51.41	51.55	51.70	1	3	4	6	7	9	10	11	13
7.2	51.84	51.98	52.13	52.27	52.42	52.56	52.71	52.85	53.00	53.14	1	3	4	6	7	9	10	12	13
7.3	53.29	53.44	53.58	53.73	53.88	54.02	54.17	54.32	54.46	54.61	1	3	4	6	7	9	10	12	13
7.4	54.76	54.91	55.06	55.20	55.35	55.50	55.65	55.80	55.95	56.10	1	3	4	6	7	9	10	12	13
7.5	56.25	56.40	56.55	56.70	56.85	57.00	57.15	57.30	57.46	57.61	2	3	5	6	8	9	11	12	14
7.6	57.76	57.91	58.06	58.22	58.37	58.52	58.68	58.83	58.98	59.14	2	3	5	6	8	9	11	12	14
7.7	59.29	59.44	59.60	59.75	59.91	60.06	60.22	60.37	60.53	60.68	2	3	5	6	8	9	11	12	14
7.8	60.84	61.00	61.15	61.31	61.47	61.62	61.78	61.94	62.09	62.25	2	3	5	6	8	9	11	13	14
7.9	62.41	62.57	62.73	62.88	63.04	63.20	63.36	63.52	63.68	63.84	2	3	5	6	8	10	11	13	14
8.0	64.00	64.16	64.32	64.48	64.64	64.80	64.96	65.12	65.29	65.45	2	3	5	6	8	10	11	13	14
8.1	65.61	65.77	65.93	66.10	66.26	66.42	66.59	66.75	66.91	67.08	2	3	5	7	8	10	11	13	15
8.2	67.24	67.40	67.57	67.73	67.90	68.06	68.23	68.39	68.56	68.72	2	3	5	7	8	10	12	13	15
8.3	68.89	69.06	69.22	69.39	69.56	69.72	69.89	70.06	70.22	70.39	2	3	5	7	8	10	12	13	15
8.4	70.56	70.73	70.90	71.06	71.23	71.40	71.57	71.74	71.91	72.08	2	3	5	7	8	10	12	14	15
8.5	72.25	72.42	72.59	72.76	72.93	73.10	73.27	73.44	73.62	73.79	2	3	5	7	9	10	12	14	15
8.6	73.96	74.13	74.30	74.48	74.65	74.82	75.00	75.17	75.34	75.52	2	3	5	7	9	10	12	14	16
8.7	75.69	75.86	76.04	76.21	76.39	76.56	76.74	76.91	77.09	77.26	2	4	5	7	9	11	12	14	16
8.8	77.44	77.62	77.79	77.97	78.15	78.32	78.50	78.68	78.85	79.03	2	4	5	7	9	11	12	14	16
8.9	79.21	79.39	79.57	79.74	79.92	80.10	80.28	80.46	80.64	80.82	2	4	5	7	9	11	13	14	16
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

（续表）

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9.0	81.00	81.18	81.36	81.54	81.72	81.90	82.08	82.26	82.45	82.63	2	4	5	7	9	11	13	14	16
9.1	82.81	82.99	83.17	83.36	83.54	83.72	83.91	84.09	84.27	84.46	2	4	5	7	9	11	13	15	16
9.2	84.64	84.82	85.01	85.19	85.38	85.56	85.75	85.93	86.12	86.30	2	4	6	7	9	11	13	15	17
9.3	86.49	86.68	86.86	87.05	87.24	87.42	87.61	87.80	87.98	88.17	2	4	6	7	9	11	13	15	17
9.4	88.36	88.55	88.74	88.92	89.11	89.30	89.49	89.68	89.87	90.06	2	4	6	8	9	11	13	15	17
9.5	90.25	90.44	90.63	90.82	91.01	91.20	91.39	91.58	91.78	91.97	2	4	6	8	10	11	13	15	17
9.6	92.16	92.35	92.54	92.74	92.93	93.12	93.32	93.51	93.70	93.90	2	4	6	8	10	12	14	15	17
9.7	94.09	94.28	94.48	94.67	94.87	95.06	95.26	95.45	95.65	95.84	2	4	6	8	10	12	14	16	18
9.8	96.04	96.24	96.43	96.63	96.83	97.02	97.22	97.42	97.61	97.81	2	4	6	8	10	12	14	16	18
9.9	98.01	98.21	98.41	98.60	98.80	99.00	99.20	99.40	99.60	99.80	2	4	6	8	10	12	14	16	18
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

说明

1. 由《平方表》能查出任意一个四位数的平方数.
2. 标有 N 的左边一直列是底数的前两个数字(1.0 到 9.9)，标有 N 的顶上和底下一横行的前一栏是第三位数字(0.01 到 0.09). N 的平方位于对应行和列的相交处. 1 到 10 之间的三位数的平方可以在表上直接查得. 如
   $5.16^2=26.63$；$9.04^2=81.72$；$7.4^2=54.76$.
3. 标有 N 的顶上和底下一横行的后一栏是 N 的第四位数字(0.001 到 0.009)，它所对应的数值，是 N 的平方数的修正值. 查四位数的平方，要把前三位数的平方同第四位数字所对应的修正值相加.
   例　查出 2.863 的平方数.
   解　∵　$2.86^2=8.180$，0.003 所对应的修正值是 0.017.
   　　∴　$2.863^2=8.180+0.017=8.197$.
4. 小于 1 或大于 10 的数的平方在表上不能直接查得，要先移动它的小数点使它成为表上能查得的数. 查表前底数的小数点每移 1 位，查得的平方数的小数点要向相反方向移 2 位.
   例　查出 452.8，0.4528 的平方数.
   解　$452.8^2=205000$(452.8 的小数点向左移 2 位成 4.528，查得的平方数 20.50 的小数点向相反方向，即向右移 4 位).
   　　$0.4528^2=0.2050$(0.4528 的小数点向右移 1 位成 4.528，查得的平方数 20.50 的小数点向相反方向，即向左移 2 位).

6. 立方表

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
1.00	1.000	1.003	1.006	1.009	1.012	1.015	1.018	1.021	1.024	1.027	0	1	1	1	2
1.01	1.030	1.033	1.036	1.040	1.043	1.046	1.049	1.052	1.055	1.058	0	1	1	1	2
1.02	1.061	1.064	1.067	1.071	1.074	1.077	1.080	1.083	1.086	1.090	0	1	1	1	2
1.03	1.093	1.096	1.099	1.102	1.106	1.109	1.112	1.115	1.118	1.122	0	1	1	1	2
1.04	1.125	1.128	1.131	1.135	1.138	1.141	1.144	1.148	1.151	1.154	0	1	1	1	2
1.05	1.158	1.161	1.164	1.168	1.171	1.174	1.178	1.181	1.184	1.188	0	1	1	1	2
1.06	1.191	1.194	1.198	1.201	1.205	1.208	1.211	1.215	1.218	1.222	0	1	1	1	2
1.07	1.225	1.228	1.232	1.235	1.239	1.242	1.246	1.249	1.253	1.256	0	1	1	1	2
1.08	1.260	1.263	1.267	1.270	1.274	1.277	1.281	1.284	1.288	1.291	0	1	1	1	2
1.09	1.295	1.299	1.302	1.306	1.309	1.313	1.317	1.320	1.324	1.327	0	1	1	1	2
1.10	1.331	1.335	1.338	1.342	1.346	1.349	1.353	1.357	1.360	1.364	0	1	1	1	2
1.11	1.368	1.371	1.375	1.379	1.382	1.386	1.390	1.394	1.397	1.401	0	1	1	1	2
1.12	1.405	1.409	1.412	1.416	1.420	1.424	1.428	1.431	1.435	1.439	0	1	1	2	2
1.13	1.443	1.447	1.451	1.454	1.458	1.462	1.466	1.470	1.474	1.478	0	1	1	2	2
1.14	1.482	1.485	1.489	1.493	1.497	1.501	1.505	1.509	1.513	1.517	0	1	1	2	2
1.15	1.521	1.525	1.529	1.533	1.537	1.541	1.545	1.549	1.553	1.557	0	1	1	2	2
1.16	1.561	1.565	1.569	1.573	1.577	1.581	1.585	1.589	1.593	1.598	0	1	1	2	2
1.17	1.602	1.606	1.610	1.614	1.618	1.622	1.626	1.631	1.635	1.639	0	1	1	2	2
1.18	1.643	1.647	1.651	1.656	1.660	1.664	1.668	1.672	1.677	1.681	0	1	1	2	2
1.19	1.685	1.689	1.694	1.698	1.702	1.706	1.711	1.715	1.719	1.724	0	1	1	2	2
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5

（续表）

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
1.20	1.728	1.732	1.737	1.741	1.745	1.750	1.754	1.758	1.763	1.767	0	1	1	2	2
1.21	1.772	1.776	1.780	1.785	1.789	1.794	1.798	1.802	1.807	1.811	0	1	1	2	2
1.22	1.816	1.820	1.825	1.829	1.834	1.838	1.843	1.847	1.852	1.856	0	1	1	2	2
1.23	1.861	1.865	1.870	1.875	1.879	1.884	1.888	1.893	1.897	1.902	0	1	1	2	2
1.24	1.907	1.911	1.916	1.920	1.925	1.930	1.934	1.939	1.944	1.948	0	1	1	2	2
1.25	1.953	1.958	1.963	1.967	1.972	1.977	1.981	1.986	1.991	1.996	0	1	1	2	2
1.26	2.000	2.005	2.010	2.015	2.019	2.024	2.029	2.034	2.039	2.044	0	1	1	2	2
1.27	2.048	2.053	2.058	2.063	2.068	2.073	2.078	2.082	2.087	2.092	0	1	1	2	2
1.28	2.097	2.102	2.107	2.112	2.117	2.122	2.127	2.132	2.137	2.142	0	1	1	2	2
1.29	2.147	2.152	2.157	2.162	2.167	2.172	2.177	2.182	2.187	2.192	1	1	2	2	3
1.30	2.197	2.202	2.207	2.212	2.217	2.222	2.228	2.233	2.238	2.243	1	1	2	2	3
1.31	2.248	2.253	2.258	2.264	2.269	2.274	2.279	2.284	2.290	2.295	1	1	2	2	3
1.32	2.300	2.305	2.310	2.316	2.321	2.326	2.331	2.337	2.342	2.347	1	1	2	2	3
1.33	2.353	2.358	2.363	2.369	2.374	2.379	2.385	2.390	2.395	2.401	1	1	2	2	3
1.34	2.406	2.411	2.417	2.422	2.428	2.433	2.439	2.444	2.449	2.455	1	1	2	2	3
1.35	2.460	2.466	2.471	2.477	2.482	2.488	2.493	2.499	2.504	2.510	1	1	2	2	3
1.36	2.515	2.521	2.527	2.532	2.538	2.543	2.549	2.554	2.560	2.566	1	1	2	2	3
1.37	2.571	2.577	2.583	2.588	2.594	2.600	2.605	2.611	2.617	2.622	1	1	2	2	3
1.38	2.628	2.634	2.640	2.645	2.651	2.657	2.663	2.668	2.674	2.680	1	1	2	2	3
1.39	2.686	2.691	2.697	2.703	2.709	2.715	2.721	2.726	2.732	2.738	1	1	2	2	3
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5

（续表）

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
1.40	2.744	2.750	2.756	2.762	2.768	2.774	2.779	2.785	2.791	2.797	1	1	2	2	3
1.41	2.803	2.809	2.815	2.821	2.827	2.833	2.839	2.845	2.851	2.857	1	1	2	2	3
1.42	2.863	2.869	2.875	2.881	2.888	2.894	2.900	2.906	2.912	2.918	1	1	2	2	3
1.43	2.924	2.930	2.936	2.943	2.949	2.955	2.961	2.967	2.974	2.980	1	1	2	2	3
1.44	2.986	2.992	2.998	3.005	3.011	3.017	3.023	3.030	3.036	3.042	1	1	2	3	3
1.45	3.049	3.055	3.061	3.068	3.074	3.080	3.087	3.093	3.099	3.106	1	1	2	3	3
1.46	3.112	3.119	3.125	3.131	3.138	3.144	3.151	3.157	3.164	3.170	1	1	2	3	3
1.47	3.177	3.183	3.190	3.196	3.203	3.209	3.216	3.222	3.229	3.235	1	1	2	3	3
1.48	3.242	3.248	3.255	3.262	3.268	3.275	3.281	3.288	3.295	3.301	1	1	2	3	3
1.49	3.308	3.315	3.321	3.328	3.335	3.341	3.348	3.355	3.362	3.368	1	1	2	3	3
1.50	3.375	3.382	3.389	3.395	3.402	3.409	3.416	3.422	3.429	3.436	1	1	2	3	3
1.51	3.443	3.450	3.457	3.464	3.470	3.477	3.484	3.491	3.498	3.505	1	1	2	3	3
1.52	3.512	3.519	3.526	3.533	3.540	3.547	3.554	3.561	3.568	3.575	1	1	2	3	3
1.53	3.582	3.589	3.596	3.603	3.610	3.617	3.624	3.631	3.638	3.645	1	1	2	3	4
1.54	3.652	3.659	3.667	3.674	3.681	3.688	3.695	3.702	3.709	3.717	1	1	2	3	4
1.55	3.724	3.731	3.738	3.746	3.753	3.760	3.767	3.775	3.782	3.789	1	1	2	3	4
1.56	3.796	3.804	3.811	3.818	3.826	3.833	3.840	3.848	3.855	3.863	1	1	2	3	4
1.57	3.870	3.877	3.885	3.892	3.900	3.907	3.914	3.922	3.929	3.937	1	1	2	3	4
1.58	3.944	3.952	3.959	3.967	3.974	3.982	3.989	3.997	4.005	4.012	1	2	2	3	4
1.59	4.020	4.027	4.035	4.042	4.050	4.058	4.065	4.073	4.081	4.088	1	2	2	3	4
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5

（续表）

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
1.60	4.096	4.104	4.111	4.119	4.127	4.135	4.142	4.150	4.158	4.166	1	2	2	3	4
1.61	4.173	4.181	4.189	4.197	4.204	4.212	4.220	4.228	4.236	4.244	1	2	2	3	4
1.62	4.252	4.259	4.267	4.275	4.283	4.291	4.299	4.307	4.315	4.323	1	2	2	3	4
1.63	4.331	4.339	4.347	4.355	4.363	4.371	4.379	4.387	4.395	4.403	1	2	2	3	4
1.64	4.411	4.419	4.427	4.435	4.443	4.451	4.460	4.468	4.476	4.484	1	2	2	3	4
1.65	4.492	4.500	4.508	4.517	4.525	4.533	4.541	4.550	4.558	4.566	1	2	2	3	4
1.66	4.574	4.583	4.591	4.599	4.607	4.616	4.624	4.632	4.641	4.649	1	2	2	3	4
1.67	4.657	4.666	4.674	4.683	4.691	4.699	4.708	4.716	4.725	4.733	1	2	3	3	4
1.68	4.742	4.750	4.759	4.767	4.776	4.784	4.793	4.801	4.810	4.818	1	2	3	3	4
1.69	4.827	4.835	4.844	4.853	4.861	4.870	4.878	4.887	4.896	4.904	1	2	3	3	4
1.70	4.913	4.922	4.930	4.939	4.948	4.956	4.965	4.974	4.983	4.991	1	2	3	3	4
1.71	5.000	5.009	5.018	5.027	5.035	5.044	5.053	5.062	5.071	5.080	1	2	3	4	4
1.72	5.088	5.097	5.106	5.115	5.124	5.133	5.142	5.151	5.160	5.169	1	2	3	4	4
1.73	5.178	5.187	5.196	5.205	5.214	5.223	5.232	5.241	5.250	5.259	1	2	3	4	5
1.74	5.268	5.277	5.286	5.295	5.304	5.314	5.323	5.332	5.341	5.350	1	2	3	4	5
1.75	5.359	5.369	5.378	5.387	5.396	5.405	5.415	5.424	5.433	5.442	1	2	3	4	5
1.76	5.452	5.461	5.470	5.480	5.489	5.498	5.508	5.517	5.526	5.536	1	2	3	4	5
1.77	5.545	5.555	5.564	5.573	5.583	5.592	5.602	5.611	5.621	5.630	1	2	3	4	5
1.78	5.640	5.649	5.659	5.668	5.678	5.687	5.697	5.707	5.716	5.726	1	2	3	4	5
1.79	5.735	5.745	5.755	5.764	5.774	5.784	5.793	5.803	5.813	5.822	1	2	3	4	5
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5

（续表）

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
1.80	5.832	5.842	5.851	5.861	5.871	5.881	5.891	5.900	5.910	5.920	1	2	3	4	5
1.81	5.930	5.940	5.949	5.959	5.966	5.979	5.989	5.999	6.009	6.019	1	2	3	4	5
1.82	6.029	6.039	6.048	6.058	6.068	6.078	6.088	6.098	6.108	6.118	1	2	3	4	5
1.83	6.128	6.139	6.149	6.159	6.169	6.179	6.189	6.199	6.209	6.219	1	2	3	4	5
1.84	6.230	6.240	6.250	6.260	6.270	6.280	6.291	6.301	6.311	6.321	1	2	3	4	5
1.85	6.332	6.342	6.352	6.362	6.373	6.383	6.393	6.404	6.414	6.424	1	2	3	4	5
1.86	6.435	6.445	6.456	6.466	6.476	6.487	6.497	6.508	6.518	6.529	1	2	3	4	5
1.87	6.539	6.550	6.560	6.571	6.581	6.592	6.602	6.613	6.623	6.634	1	2	3	4	5
1.88	6.645	6.655	6.666	6.677	6.687	6.698	6.708	6.719	6.730	6.741	1	2	3	4	5
1.89	6.751	6.762	6.773	6.783	6.794	6.805	6.816	6.827	6.837	6.848	1	2	3	4	5
1.90	6.859	6.870	6.881	6.892	6.902	6.913	6.924	6.935	6.946	6.957	1	2	3	4	5
1.91	6.968	6.979	6.990	7.001	7.012	7.023	7.034	7.045	7.056	7.067	1	2	3	4	6
1.92	7.078	7.089	7.100	7.111	7.122	7.133	7.144	7.156	7.167	7.178	1	2	3	4	6
1.93	7.189	7.200	7.211	7.223	7.234	7.245	7.256	7.268	7.279	7.290	1	2	3	4	6
1.94	7.301	7.313	7.324	7.335	7.347	7.358	7.369	7.381	7.392	7.403	1	2	3	5	6
1.95	7.415	7.426	7.438	7.449	7.461	7.472	7.484	7.495	7.507	7.518	1	2	3	5	6
1.96	7.530	7.541	7.553	7.564	7.576	7.587	7.599	7.610	7.622	7.634	1	2	3	5	6
1.97	7.645	7.657	7.669	7.680	7.692	7.704	7.715	7.727	7.739	7.751	1	2	4	5	6
1.98	7.762	7.774	7.786	7.798	7.810	7.821	7.833	7.845	7.857	7.869	1	2	4	5	6
1.99	7.881	7.892	7.904	7.916	7.928	7.940	7.952	7.964	7.976	7.988	1	2	4	5	6
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5

（续表）

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
2.00	8.000	8.012	8.024	8.036	8.048	8.060	8.072	8.084	8.096	8.108	1	2	4	5	6
2.01	8.121	8.133	8.145	8.157	8.169	8.181	8.194	8.206	8.218	8.230	1	2	4	5	6
2.02	8.242	8.255	8.267	8.279	8.291	8.304	8.316	8.328	8.341	8.353	1	2	4	5	6
2.03	8.365	8.378	8.390	8.403	8.415	8.427	8.440	8.452	8.465	8.477	1	2	4	5	6
2.04	8.490	8.502	8.515	8.527	8.540	8.552	8.565	8.577	8.590	8.603	1	3	4	5	6
2.05	8.615	8.628	8.640	8.653	8.666	8.678	8.691	8.704	8.716	8.729	1	3	4	5	6
2.06	8.742	8.755	8.767	8.780	8.793	8.806	8.818	8.831	8.844	8.857	1	3	4	5	6
2.07	8.870	8.883	8.895	8.908	8.921	8.934	8.947	8.960	8.973	8.986	1	3	4	5	6
2.08	8.999	9.012	9.025	9.038	9.051	9.064	9.077	9.090	9.103	9.116	1	3	4	5	7
2.09	9.129	9.142	9.156	9.169	9.182	9.195	9.208	9.221	9.253	9.248	1	3	4	5	7
2.10	9.261	9.274	9.287	9.301	9.314	9.327	9.341	9.354	9.367	9.381	1	3	4	5	7
2.11	9.394	9.407	9.421	9.434	9.447	9.461	9.474	9.488	9.501	9.515	1	3	4	5	7
2.12	9.528	9.542	9.555	9.569	9.582	9.596	9.609	9.623	9.636	9.650	1	3	4	5	7
2.13	9.664	9.677	9.691	9.704	9.718	9.732	9.745	9.759	9.773	9.787	1	3	4	5	7
2.14	9.800	9.814	9.828	9.842	9.855	9.869	9.883	9.897	9.911	9.925	1	3	4	6	7
2.15	9.938	9.952	9.966	9.980	9.994	10.008	10.022	10.036	10.050	10.064	1	3	4	6	7
2.1							10.08	10.22	10.36	10.50	1	3	4	6	7
2.2	10.65	10.79	10.94	11.09	11.24	11.39	11.54	11.70	11.85	12.01	2	3	5	6	8
2.3	12.17	12.33	12.49	12.65	12.81	12.98	13.14	13.31	13.48	13.65	2	3	5	7	8
2.4	13.82	14.00	14.17	14.35	14.53	14.71	14.89	15.07	15.25	15.44	2	4	5	7	9
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5

（续表）

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
2.5	15.62	15.81	16.00	16.19	16.39	16.58	16.78	16.97	17.17	17.37	2	4	6	8	10
2.6	17.58	17.78	17.98	18.19	18.40	18.61	18.82	19.03	19.25	19.47	2	4	6	8	11
2.7	19.68	19.90	20.12	20.35	20.57	20.80	21.02	21.25	21.48	21.72	2	5	7	9	11
2.8	21.95	22.19	22.43	22.67	22.91	23.15	23.39	23.64	23.89	24.14	2	5	7	10	12
2.9	24.39	24.64	24.90	25.15	25.41	25.67	25.93	26.20	26.46	26.73	3	5	8	10	13
3.0	27.00	27.27	27.54	27.82	28.09	28.37	28.65	28.93	29.22	29.50	3	6	8	11	14
3.1	29.79	30.08	30.37	30.66	30.96	31.26	31.55	31.86	32.16	32.46	3	6	9	12	15
3.2	32.77	33.08	33.39	33.70	34.01	34.33	34.65	34.97	35.29	35.61	3	6	10	13	16
3.3	35.94	36.26	36.59	36.93	37.26	37.60	37.93	38.27	38.61	38.96	3	7	10	13	17
3.4	39.30	39.65	40.00	40.35	40.71	41.06	41.42	41.78	42.14	42.51	4	7	11	14	18
3.5	42.88	43.24	43.61	43.99	44.36	44.74	45.12	45.50	45.88	46.27	4	8	11	15	19
3.6	46.66	47.05	47.44	47.83	48.23	48.63	49.03	49.43	49.84	50.24	4	8	12	16	20
3.7	50.65	51.06	51.48	51.90	52.31	52.73	53.16	53.58	54.01	54.44	4	8	13	17	21
3.8	54.87	55.31	55.74	56.18	56.62	57.07	57.51	57.96	58.41	58.86	4	9	13	18	22
3.9	59.32	59.78	60.24	60.70	61.16	61.63	62.10	62.57	63.04	63.52	5	9	14	19	23
4.0	64.00	64.48	64.96	65.45	65.94	66.43	66.92	67.42	67.92	68.42	5	10	15	20	25
4.1	68.92	69.43	69.93	70.44	70.96	71.47	71.99	72.51	73.03	73.56	5	10	16	21	26
4.2	74.09	74.62	75.15	75.69	76.23	76.77	77.31	77.85	78.40	78.95	5	11	16	22	27
4.3	79.51	80.06	80.62	81.18	81.75	82.31	82.88	83.45	84.03	84.60	6	11	17	23	28
4.4	85.18	85.77	86.35	86.94	87.53	88.12	88.72	89.31	89.92	90.52	6	12	18	24	30
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5



（续表）

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
4.5	91.12	91.73	92.35	92.96	93.58	94.20	94.82	95.44	96.07	96.70	6	12	19	25	31
4.6	97.34	97.97	98.61	99.25	99.90	100.54	101.19	101.85	102.50	103.16	6	13	19	26	32
4.7	103.8	104.5	105.2	105.8	106.5	107.2	107.9	108.5	109.2	109.9	1	1	2	3	3
4.8	110.6	111.3	112.0	112.7	113.4	114.1	114.8	115.5	116.2	116.9	1	1	2	3	4
4.9	117.6	118.4	119.1	119.8	120.6	121.3	122.0	122.8	123.5	124.3	1	1	2	3	4
5.0	125.0	125.8	126.5	127.3	128.0	128.8	129.6	130.3	131.1	131.9	1	2	2	3	4
5.1	132.7	133.4	134.2	135.0	135.8	136.6	137.4	138.2	139.0	139.8	1	2	2	3	4
5.2	140.6	141.4	142.2	143.1	143.9	144.7	145.5	146.4	147.2	148.0	1	2	2	3	4
5.3	148.9	149.7	150.6	151.4	152.3	153.1	154.0	154.9	155.7	156.6	1	2	3	3	4
5.4	157.5	158.3	159.2	160.1	161.0	161.9	162.8	163.7	164.6	165.5	1	2	3	4	4
5.5	166.4	167.3	168.2	169.1	170.0	171.0	171.9	172.8	173.7	174.7	1	2	3	4	5
5.6	175.6	176.6	177.5	178.5	179.4	180.4	181.3	182.3	183.3	184.2	1	2	3	4	5
5.7	185.2	186.2	187.1	188.1	189.1	190.1	191.1	192.1	193.1	194.1	1	2	3	4	5
5.8	195.1	196.1	197.1	198.2	199.2	200.2	201.2	202.3	203.3	204.3	1	2	3	4	5
5.9	205.4	206.4	207.5	208.5	209.6	210.6	211.7	212.8	213.8	214.9	1	2	3	4	5
6.0	216.0	217.1	218.2	219.3	220.3	221.4	222.5	223.6	224.8	225.9	1	2	3	4	5
6.1	227.0	228.1	229.2	230.3	231.5	232.6	233.7	234.9	236.0	237.2	1	2	3	5	6
6.2	238.3	239.5	240.6	241.8	243.0	244.1	245.3	246.5	247.7	248.9	1	2	4	5	6
6.3	250.0	251.2	252.4	253.6	254.8	256.0	257.3	258.5	259.7	260.9	1	2	4	5	6
6.4	262.1	263.4	264.6	265.8	267.1	268.3	269.6	270.8	272.1	273.4	1	2	4	5	6
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5

（续表）

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
6.5	274.6	275.9	277.2	278.4	279.7	281.0	282.3	283.6	284.9	286.2	1	3	4	5	6
6.6	287.5	288.8	290.1	291.4	292.8	294.1	295.4	296.7	298.1	299.4	1	3	4	5	7
6.7	300.8	302.1	303.5	304.8	306.2	307.5	308.9	310.3	311.7	313.0	1	3	4	5	7
6.8	314.4	315.8	317.2	318.6	320.0	321.4	322.8	324.2	325.7	327.1	1	3	4	6	7
6.9	328.5	329.9	331.4	332.8	334.3	335.7	337.2	338.6	340.1	341.5	1	3	4	6	7
7.0	343.0	344.5	345.9	347.4	348.9	350.4	351.9	353.4	354.9	356.4	1	3	4	6	7
7.1	357.9	359.4	360.9	362.5	364.0	365.5	367.1	368.6	370.1	371.7	2	3	5	6	8
7.2	373.2	374.8	376.4	377.9	379.5	381.1	382.7	384.2	385.8	387.4	2	3	5	6	8
7.3	389.0	390.6	392.2	393.8	395.4	397.1	398.7	400.3	401.9	403.6	2	3	5	6	8
7.4	405.2	406.9	408.5	410.2	411.8	413.5	415.2	416.8	418.5	420.2	2	3	5	7	8
7.5	421.9	423.6	425.3	427.0	428.7	430.4	432.1	433.8	435.5	437.2	2	3	5	7	9
7.6	439.0	440.7	442.5	444.2	445.9	447.7	449.5	451.2	453.0	454.8	2	4	5	7	9
7.7	456.5	458.3	460.1	461.9	463.7	465.5	467.3	469.1	470.9	472.7	2	4	5	7	9
7.8	474.6	476.4	478.2	480.0	481.9	483.7	485.6	487.4	489.3	491.2	2	4	6	7	9
7.9	493.0	494.9	496.8	498.7	500.6	502.5	504.4	506.3	508.2	510.1	2	4	6	8	9
8.0	512.0	513.4	515.8	517.8	519.7	521.7	523.6	525.6	527.5	529.5	2	4	6	8	10
8.1	531.4	533.4	535.4	537.4	539.4	541.3	543.3	545.3	547.3	549.4	2	4	6	8	10
8.2	551.4	553.4	555.4	557.4	559.5	561.5	563.6	565.6	567.7	569.7	2	4	6	8	10
8.3	571.8	573.9	575.9	578.0	580.1	582.2	584.3	586.4	588.5	590.0	2	4	6	8	10
8.4	592.7	594.8	596.9	599.1	601.2	603.4	605.5	607.6	609.8	612.0	2	4	6	9	11
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5

（续表）

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
8.5	614.1	616.3	618.5	620.7	622.8	625.0	627.2	629.4	631.6	633.8	2	4	7	9	11
8.6	636.1	638.3	640.5	642.7	645.0	647.2	649.5	651.7	654.0	656.2	2	4	7	9	11
8.7	658.5	660.8	663.1	665.3	667.6	669.9	672.2	674.5	676.8	679.2	2	5	7	9	11
8.8	681.5	683.8	686.1	688.5	690.8	693.2	695.5	697.9	700.2	702.6	2	5	7	9	12
8.9	705.0	707.3	709.7	712.1	714.5	716.9	719.3	721.7	724.2	726.6	2	5	7	10	12
9.0	729.0	731.4	733.9	736.3	738.8	741.2	743.7	746.1	748.6	751.1	2	5	7	10	12
9.1	753.6	756.1	758.6	761.0	763.6	766.1	768.6	771.1	773.6	776.2	3	5	8	10	13
9.2	778.7	781.2	783.8	786.3	788.9	791.5	794.0	796.6	799.2	801.8	3	5	8	10	13
9.3	804.4	807.0	809.6	812.2	814.8	817.4	820.0	822.7	825.3	827.9	3	5	8	10	13
9.4	830.6	833.2	835.9	838.6	841.2	843.9	846.6	849.3	852.0	854.7	3	5	8	11	13
9.5	857.4	860.1	862.8	865.5	868.3	871.0	873.7	876.5	879.2	882.0	3	5	8	11	14
9.6	884.7	887.5	890.3	893.1	895.8	898.6	901.4	904.2	907.0	909.9	3	6	8	11	14
9.7	912.7	915.5	918.3	921.2	924.0	926.9	929.7	932.6	935.4	938.3	3	6	9	11	14
9.8	941.2	944.1	947.0	949.9	952.8	955.7	958.6	961.5	964.4	967.4	3	6	9	12	15
9.9	970.3	973.2	976.2	979.1	982.1	985.1	988.0	991.0	994.0	997.0	3	6	9	12	15
10.0	1000.0										3	6	9	12	15
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5

说明

1. **由《立方表》能查出任意一个四位数的立方数.**
2. **大于** 1 **小于** 10 **的三位数的立方可以直接查出.如** $8.91^3=707.3$.
3. **查四位数的立方,需要用到修正值.如**

$$8.914^3=707.3+1.0=708.3,8.047^3=521.7-0.6=521.1.$$

这里,立方表修正值栏对应的第四位数字只有 1 **到** 5,**而** 8.047 **的第四位数字是** 7,**因此要先查出** 8.05 **的立方数** 521.7,**再减去** 0.003(8.05−8.047=0.003)**所对应的修正值** 0.6.

4. **小于** 1 **或大于** 10 **的数的立方在表上不能直接查得,要先移动它的小数点使它成为表上能查得的数,查表前底数的小数点每移一位,查得的立方数的小数点要向相反方向移三位.如,查** 57.04^3 **和** 0.023^3.

$\because\ 5.704^3=185.6,\ \therefore\ 57.04^3=185600;$

$\because\ 2.3^3=12.17,\ \therefore\ 0.023^3=0.00001217.$

7. 圆周长表

直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
1.0	3.142	3.173	3.204	3.236	3.267	3.299	3.330	3.362	3.393	3.424	3	6	9	13	16
1.1	3.456	3.487	3.519	3.550	3.581	3.613	3.644	3.676	3.707	3.738	3	6	9	13	16
1.2	3.770	3.801	3.833	3.864	3.896	3.927	3.958	3.990	4.021	4.053	3	6	9	13	16
1.3	4.084	4.115	4.147	4.178	4.210	4.241	4.273	4.304	4.335	4.367	3	6	9	13	16
1.4	4.398	4.430	4.461	4.492	4.524	4.555	4.587	4.618	4.650	4.681	3	6	9	13	16
1.5	4.712	4.744	4.775	4.807	4.838	4.869	4.901	4.932	4.964	4.995	3	6	9	13	16
1.6	5.027	5.058	5.089	5.121	5.152	5.184	5.215	5.246	5.278	5.309	3	6	9	13	16
1.7	5.341	5.372	5.404	5.435	5.466	5.498	5.529	5.561	5.592	5.623	3	6	9	13	16
1.8	5.655	5.686	5.718	5.749	5.781	5.812	5.843	5.875	5.906	5.938	3	6	9	13	16
1.9	5.969	6.000	6.032	6.063	6.095	6.126	6.158	6.189	6.220	6.252	3	6	9	13	16
2.0	6.283	6.315	6.346	6.377	6.409	6.440	6.472	6.503	6.535	6.566	3	6	9	13	16
2.1	6.597	6.629	6.660	6.692	6.723	6.754	6.786	6.817	6.849	6.880	3	6	9	13	16
2.2	6.912	6.943	6.974	7.006	7.037	7.069	7.100	7.131	7.163	7.194	3	6	9	13	16
2.3	7.226	7.257	7.288	7.320	7.351	7.383	7.414	7.446	7.477	7.508	3	6	9	13	16
2.4	7.540	7.571	7.603	7.634	7.665	7.697	7.728	7.760	7.791	7.823	3	6	9	13	16
2.5	7.854	7.885	7.917	7.948	7.980	8.011	8.042	8.074	8.105	8.137	3	6	9	13	16
2.6	8.168	8.200	8.231	8.262	8.294	8.325	8.357	8.388	8.419	8.451	3	6	9	13	16
2.7	8.482	8.514	8.545	8.577	8.608	8.639	8.671	8.702	8.734	8.765	3	6	9	13	16
2.8	8.796	8.828	8.859	8.891	8.922	8.954	8.985	9.016	9.048	9.079	3	6	9	13	16
2.9	9.111	9.142	9.173	9.205	9.236	9.268	9.299	9.331	9.362	9.393	3	6	9	13	16
直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5

（续表）

直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
3.0	9.425	9.456	9.488	9.519	9.550	9.582	9.613	9.645	9.676	9.708	3	6	9	13	16
3.1	9.739	9.770	9.802	9.833	9.865	9.896	9.927	9.959	9.990	10.022	3	6	9	13	16
3.2	10.053	10.085	10.116	10.147	10.179	10.210	10.242	10.273	10.304	10.336	3	6	9	13	16
3.3	10.367	10.399	10.430	10.462	10.493	10.524	10.556	10.587	10.619	10.650	3	6	9	13	16
3.4	10.681	10.713	10.744	10.776	10.807	10.838	10.870	10.901	10.933	10.964	3	6	9	13	16
3.5	10.996	11.027	11.058	11.090	11.121	11.153	11.184	11.215	11.247	11.278	3	6	9	13	16
3.6	11.310	11.341	11.373	11.404	11.435	11.467	11.498	11.530	11.561	11.592	3	6	9	13	16
3.7	11.624	11.655	11.687	11.718	11.750	11.781	11.812	11.844	11.875	11.907	3	6	9	13	16
3.8	11.938	11.969	12.001	12.032	12.064	12.095	12.127	12.158	12.189	12.221	3	6	9	13	16
3.9	12.252	12.284	12.315	12.346	12.378	12.409	12.441	12.472	12.504	12.535	3	6	9	13	16
4.0	12.566	12.598	12.629	12.661	12.692	12.723	12.755	12.786	12.818	12.849	3	6	9	13	16
4.1	12.881	12.912	12.943	12.975	13.006	13.038	13.069	13.100	13.132	13.163	3	6	9	13	16
4.2	13.195	13.226	13.258	13.289	13.320	13.352	13.383	13.415	13.446	13.477	3	6	9	13	16
4.3	13.509	13.540	13.572	13.603	13.635	13.666	13.697	13.729	13.760	13.792	3	6	9	13	16
4.4	13.823	13.854	13.886	13.917	13.949	13.980	14.012	14.043	14.074	14.106	3	6	9	13	16
4.5	14.137	14.169	14.200	14.231	14.263	14.294	14.326	14.357	14.388	14.420	3	6	9	13	16
4.6	14.451	14.483	14.514	14.546	14.577	14.608	14.640	14.671	14.703	14.734	3	6	9	13	16
4.7	14.765	14.797	14.828	14.860	14.891	14.923	14.954	14.985	15.017	15.048	3	6	9	13	16
4.8	15.080	15.111	15.142	15.174	15.205	15.237	15.268	15.300	15.331	15.362	3	6	9	13	16
4.9	15.394	15.425	15.457	15.488	15.519	15.551	15.582	15.614	15.645	15.677	3	6	9	13	16
直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5

（续表）

直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
5.0	15.708	15.739	15.771	15.802	15.834	15.865	15.896	15.928	15.959	15.991	3	6	9	13	16
5.1	16.022	16.054	16.085	16.116	16.148	16.179	16.211	16.242	16.273	16.305	3	6	9	13	16
5.2	16.336	16.368	16.399	16.431	16.462	16.493	16.525	16.556	16.588	16.619	3	6	9	13	16
5.3	16.650	16.682	16.713	16.745	16.776	16.808	16.839	16.870	16.902	16.933	3	6	9	13	16
5.4	16.965	16.996	17.027	17.059	17.090	17.122	17.153	17.185	17.216	17.247	3	6	9	13	16
5.5	17.279	17.310	17.342	17.373	17.404	17.436	17.467	17.499	17.530	17.562	3	6	9	13	16
5.6	17.593	17.624	17.656	17.687	17.719	17.750	17.781	17.813	17.844	17.876	3	6	9	13	16
5.7	17.907	17.938	17.970	18.001	18.033	18.064	18.096	18.127	18.158	18.190	3	6	9	13	16
5.8	18.221	18.253	18.284	18.316	18.347	18.378	18.410	18.441	18.473	18.504	3	6	9	13	16
5.9	18.535	18.567	18.598	18.630	18.661	18.692	18.724	18.755	18.787	18.818	3	6	9	13	16
6.0	18.850	18.881	18.912	18.944	18.975	19.007	19.038	19.069	19.101	19.132	3	6	9	13	16
6.1	19.164	19.195	19.227	19.258	19.289	19.321	19.352	19.384	19.415	19.446	3	6	9	13	16
6.2	19.478	19.509	19.541	19.572	19.604	19.635	19.666	19.698	19.729	19.761	3	6	9	13	16
6.3	19.792	19.823	19.855	19.886	19.918	19.949	19.981	20.012	20.043	20.075	3	6	9	13	16
6.4	20.106	20.138	20.169	20.200	20.232	20.263	20.295	20.326	20.358	20.389	3	6	9	13	16
6.5	20.420	20.452	20.483	20.515	20.546	20.577	20.609	20.640	20.672	20.703	3	6	9	13	16
6.6	20.735	20.766	20.797	20.829	20.860	20.892	20.923	20.954	20.986	21.017	3	6	9	13	16
6.7	21.049	21.080	21.112	21.143	21.174	21.206	21.237	21.269	21.300	21.331	3	6	9	13	16
6.8	21.363	21.394	21.426	21.457	21.488	21.520	21.551	21.583	21.614	21.640	3	6	9	13	16
6.9	21.677	21.708	21.740	21.771	21.803	21.834	21.865	21.897	21.928	21.960	3	6	9	13	16
直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5

SUAN SHU CI DIAN
数据统计 表



（续表）

直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
7.0	21.991	22.023	22.054	22.085	22.117	22.148	22.180	22.211	22.242	22.274	3	6	9	13	16
7.1	22.305	22.337	22.368	22.400	22.431	22.462	22.494	22.525	22.557	22.588	3	6	9	13	16
7.2	22.619	22.651	22.682	22.714	22.745	22.777	22.808	22.839	22.871	22.902	3	6	9	13	16
7.3	22.934	22.965	22.996	23.028	23.059	23.091	23.122	23.154	23.185	23.216	3	6	9	13	16
7.4	23.248	23.279	23.311	23.342	23.373	23.405	23.436	23.468	23.499	23.531	3	6	9	13	16
7.5	23.562	23.593	23.625	23.656	23.688	23.719	23.750	23.782	23.813	23.845	3	6	9	13	16
7.6	23.876	23.908	23.939	23.970	24.002	24.033	24.065	24.096	24.127	24.159	3	6	9	13	16
7.7	24.190	24.222	24.253	24.285	24.316	24.347	24.379	24.410	24.442	24.473	3	6	9	13	16
7.8	24.504	24.536	24.567	24.599	24.630	24.662	24.693	24.724	24.756	24.787	3	6	9	13	16
7.9	24.819	24.850	24.881	24.913	24.944	24.976	25.007	25.038	25.070	25.101	3	6	9	13	16
8.0	25.133	25.164	25.196	25.227	25.258	25.290	25.321	25.353	25.384	25.415	3	6	9	13	16
8.1	25.447	25.478	25.510	25.541	25.573	25.604	25.635	25.667	25.698	25.730	3	6	9	13	16
8.2	25.761	25.792	25.824	25.855	25.887	25.918	25.950	25.981	26.012	26.044	3	6	9	13	16
8.3	26.075	26.107	26.138	26.169	26.201	26.232	26.264	26.295	26.327	26.358	3	6	9	13	16
8.4	26.389	26.421	26.452	26.484	26.515	26.546	26.578	26.609	26.641	26.672	3	6	9	13	16
8.5	26.704	26.735	26.766	26.798	26.829	26.861	26.892	26.923	26.955	26.986	3	6	9	13	16
8.6	27.018	27.049	27.081	27.112	27.143	27.175	27.206	27.238	27.269	27.300	3	6	9	13	16
8.7	27.332	27.363	27.395	27.426	27.458	27.489	27.520	27.552	27.583	27.615	3	6	9	13	16
8.8	27.646	27.677	27.709	27.740	27.772	27.803	27.835	27.866	27.897	27.929	3	6	9	13	16
8.9	27.960	27.992	28.023	28.054	28.086	28.117	28.149	28.180	28.212	28.243	3	6	9	13	16
直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5

（续表）

直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
9.0	28.274	28.306	28.337	28.369	28.400	28.431	28.463	28.494	28.526	28.557	3	6	9	13	16
9.1	28.588	28.620	28.651	28.683	28.714	28.746	28.777	28.808	28.840	28.871	3	6	9	13	16
9.2	28.903	28.934	28.965	28.997	29.028	29.060	29.091	29.123	29.154	29.185	3	6	9	13	16
9.3	29.217	29.248	29.280	29.311	29.342	29.374	29.405	29.437	29.468	29.500	3	6	9	13	16
9.4	29.531	29.562	29.594	29.625	29.657	29.688	29.719	29.751	29.782	29.814	3	6	9	13	16
9.5	29.845	29.877	29.908	29.939	29.971	30.002	30.034	30.065	30.096	30.128	3	6	9	13	16
9.6	30.159	30.191	30.222	30.254	30.285	30.316	30.348	30.379	30.411	30.442	3	6	9	13	16
9.7	30.473	30.505	30.536	30.568	30.599	30.631	30.662	30.693	30.725	30.756	3	6	9	13	16
9.8	30.788	30.819	30.850	30.882	30.913	30.945	30.976	31.008	31.039	31.070	3	6	9	13	16
9.9	31.102	31.133	31.165	31.196	31.227	31.259	31.290	31.322	31.353	31.385	3	6	9	13	16
10.0	31.416														
直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5

说明

1. 已知圆的直径，可由“圆周长表”查出圆的周长.
2. 直径 d 是三个数位的数时，周长可直接查出.
   例　已知直径 $d=3.85$，求圆周长 C.
   解　由表中直接查得，圆周长 $C=12.095$.
3. 直径 d 是四个数位的数时，需要用到补充值.
   例　已知 $d_1=2.664$，$d_2=6.089$，求 C_1、C_2.
   解　$C_1=8.294+0.013=8.307$，　$C_2=19.312-0.003=19.309$.
4. 由周长 C，也可以求出直径 d.
   例　已知 $C_1=14.349$，$C_2=27.964$，求 d_1、d_2.
   解　查出和 $C_1=14.349$ 最接近的 14.357 的对应数 $d=4.570$，再查出和 57－49＝8 最接近的补充值 9 的对应值是 0.003，相减，得
   $$d_1=4.570-0.003=4.567.$$
   查出和 $C_2=27.964$ 最接近的 27.960 的对应数 $d=8.900$，再查出和 964－960＝4 最接近的补充值 3 的对应值是 0.001，相加，得
   $$d_2=8.900+0.001=8.901.$$
5. 直径 d 每扩大（或缩小）10 倍，圆周长相应地扩大（或缩小）10 倍.
   例　某工厂生产一种圆柱形气包直径是 610 毫米，高是 1430 毫米，冷作工人在下料时，要割下怎样大小的一块钢板？
   解　查表，得直径 610 的圆的周长是 1916.4. 所以，需要割下 1917 毫米长、1430 毫米宽的一块矩形钢板.

8. 圆面积表

直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
1.00	0.7854	0.7870	0.7885	0.7901	0.7917	0.7933	0.7949	0.7964	0.7980	0.7996	2	3	5	6	8
1.01	0.8012	0.8028	0.8044	0.8060	0.8075	0.8091	0.8107	0.8123	0.8139	0.8155	2	3	5	6	8
1.02	0.8171	0.8187	0.8203	0.8219	0.8235	0.8252	0.8268	0.8284	0.8300	0.8316	2	3	5	6	8
1.03	0.8332	0.8348	0.8365	0.8381	0.8397	0.8413	0.8430	0.8446	0.8462	0.8479	2	3	5	7	8
1.04	0.8495	0.8511	0.8528	0.8544	0.8560	0.8577	0.8593	0.8610	0.8626	0.8643	2	3	5	7	8
1.05	0.8659	0.8676	0.8692	0.8709	0.8725	0.8742	0.8758	0.8775	0.8791	0.8808	2	3	5	7	8
1.06	0.8825	0.8841	0.8858	0.8875	0.8891	0.8908	0.8925	0.8942	0.8958	0.8975	2	3	5	7	8
1.07	0.8992	0.9009	0.9026	0.9043	0.9059	0.9076	0.9093	0.9110	0.9127	0.9144	2	3	5	7	8
1.08	0.9161	0.9178	0.9195	0.9212	0.9229	0.9246	0.9263	0.9280	0.9297	0.9314	2	3	5	7	9
1.09	0.9331	0.9348	0.9366	0.9383	0.9400	0.9417	0.9434	0.9452	0.9469	0.9486	2	3	5	7	9
1.10	0.9503	0.9521	0.9538	0.9555	0.9573	0.9590	0.9607	0.9625	0.9642	0.9659	2	3	5	7	9
1.11	0.9677	0.9694	0.9712	0.9729	0.9747	0.9764	0.9782	0.9799	0.9817	0.9834	2	4	5	7	9
1.12	0.9852	0.9870	0.9887	0.9905	0.9923	0.9940	0.9958	0.9976	0.9993	1.0011	2	4	5	7	9
1.1				1.003	1.021	1.039	1.057	1.075	1.094	1.112	2	4	5	7	9
1.2	1.131	1.150	1.169	1.188	1.208	1.227	1.247	1.267	1.287	1.307	2	4	6	8	10
1.3	1.327	1.348	1.368	1.389	1.410	1.431	1.453	1.474	1.496	1.517	2	4	6	8	11
1.4	1.539	1.561	1.584	1.606	1.629	1.651	1.674	1.697	1.720	1.744	2	5	7	9	11
直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5

（续表）

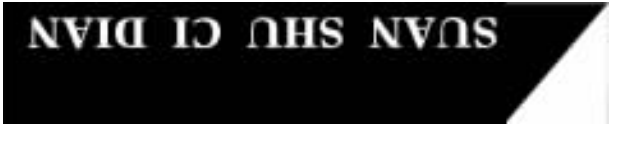
直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
1.5	1.767	1.791	1.815	1.839	1.863	1.887	1.911	1.936	1.961	1.986	2	5	7	10	12
1.6	2.011	2.036	2.061	2.087	2.112	2.138	2.164	2.190	2.217	2.243	3	5	8	10	13
1.7	2.270	2.297	2.324	2.351	2.378	2.405	2.433	2.461	2.488	2.516	3	5	8	11	14
1.8	2.545	2.573	2.602	2.630	2.659	2.688	2.717	2.746	2.776	2.806	3	6	9	12	15
1.9	2.835	2.865	2.895	2.926	2.956	2.986	3.017	3.048	3.079	3.110	3	6	9	12	15
2.0	3.142	3.173	3.205	3.237	3.269	3.301	3.333	3.365	3.398	3.431	3	6	10	13	16
2.1	3.464	3.497	3.530	3.563	3.597	3.631	3.664	3.698	3.733	3.767	3	7	10	14	17
2.2	3.801	3.836	3.871	3.906	3.941	3.976	4.011	4.047	4.083	4.119	4	7	11	14	18
2.3	4.155	4.191	4.227	4.264	4.301	4.337	4.374	4.412	4.449	4.486	4	7	11	15	18
2.4	4.524	4.562	4.600	4.638	4.676	4.714	4.753	4.792	4.831	4.870	4	8	12	15	19
2.5	4.909	4.948	4.988	5.027	5.067	5.107	5.147	5.187	5.228	5.269	4	8	12	16	20
2.6	5.309	5.350	5.391	5.433	5.474	5.515	5.557	5.599	5.641	5.683	4	8	12	17	21
2.7	5.726	5.768	5.811	5.853	5.896	5.940	5.983	6.026	6.070	6.114	4	9	13	17	22
2.8	6.158	6.202	6.246	6.290	6.335	6.379	6.424	6.469	6.514	6.560	4	9	13	18	22
2.9	6.605	6.651	6.697	6.743	6.789	6.835	6.881	6.928	6.975	7.022	5	9	14	19	23
3.0	7.069	7.116	7.163	7.211	7.258	7.306	7.354	7.402	7.451	7.499	5	10	14	19	24
3.1	7.548	7.596	7.645	7.694	7.744	7.793	7.843	7.892	7.942	7.992	5	10	15	20	25
3.2	8.042	8.093	8.143	8.194	8.245	8.296	8.347	8.398	8.450	8.501	5	10	15	20	26
3.3	8.553	8.605	8.657	8.709	8.762	8.814	8.867	8.920	8.973	9.026	5	10	16	21	26
3.4	9.079	9.133	9.186	9.240	9.294	9.348	9.402	9.457	9.511	9.566	5	11	16	22	27
直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5

（续表）

直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
3.5	9.621	9.676	9.731	9.787	9.842	9.898	9.954				6	11	17	22	28
3.5								10.01	10.07	10.12	1	1	2	2	3
3.6	10.18	10.24	10.29	10.35	10.41	10.46	10.52	10.58	10.64	10.69	1	1	2	2	3
3.7	10.75	10.81	10.87	10.93	10.99	11.04	11.10	11.16	11.22	11.28	1	1	2	2	3
3.8	11.34	11.40	11.46	11.52	11.58	11.64	11.70	11.76	11.82	11.88	1	1	2	2	3
3.9	11.95	12.01	12.07	12.13	12.19	12.25	12.32	12.38	12.44	12.50	1	1	2	2	3
4.0	12.57	12.63	12.69	12.76	12.82	12.88	12.95	13.01	13.07	13.14	1	1	2	3	3
4.1	13.20	13.27	13.33	13.40	13.46	13.53	13.59	13.66	13.72	13.79	1	1	2	3	3
4.2	13.85	13.92	13.99	14.05	14.12	14.19	14.25	14.32	14.39	14.45	1	1	2	3	3
4.3	14.52	14.59	14.66	14.73	14.79	14.86	14.93	15.00	15.07	15.14	1	1	2	3	3
4.4	15.21	15.27	15.34	15.41	15.48	15.55	15.62	15.69	15.76	15.83	1	1	2	3	3
4.5	15.90	15.98	16.05	16.12	16.19	16.26	16.33	16.40	16.47	16.55	1	1	2	3	4
4.6	16.62	16.69	16.76	16.84	16.91	16.98	17.06	17.13	17.20	17.28	1	1	2	3	4
4.7	17.35	17.42	17.50	17.57	17.65	17.72	17.80	17.87	17.95	18.02	1	1	2	3	4
4.8	18.10	18.17	18.25	18.32	18.40	18.47	18.55	18.63	18.70	18.78	1	2	2	3	4
4.9	18.86	18.93	19.01	19.09	19.17	19.24	19.32	19.40	19.48	19.56	1	2	2	3	4
5.0	19.63	19.71	19.79	19.87	19.95	20.03	20.11	20.19	20.27	20.35	1	2	2	3	4
5.1	20.43	20.51	20.59	20.67	20.75	20.83	20.91	20.99	21.07	21.16	1	2	2	3	4
5.2	21.24	21.32	21.40	21.48	21.57	21.65	21.73	21.81	21.90	21.98	1	2	2	3	4
5.3	22.06	22.15	22.23	22.31	22.40	22.48	22.56	22.65	22.73	22.82	1	2	3	3	4
5.4	22.90	22.99	23.07	23.16	23.24	23.33	23.41	23.50	23.59	23.67	1	2	3	3	4
直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5

（续表）

直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
5.5	23.76	23.84	23.93	24.02	24.11	24.19	24.28	24.37	24.45	24.54	1	2	3	3	4
5.6	24.63	24.72	24.81	24.89	24.98	25.07	25.16	25.25	25.34	25.43	1	2	3	4	4
5.7	25.52	25.61	25.70	25.79	25.88	25.97	26.06	26.15	26.24	26.33	1	2	3	4	5
5.8	26.42	26.51	26.60	26.69	26.79	26.88	26.97	27.06	27.15	27.25	1	2	3	4	5
5.9	27.34	27.43	27.53	27.62	27.71	27.81	27.90	27.99	28.09	28.18	1	2	3	4	5
6.0	28.27	28.37	28.46	28.56	28.65	28.75	28.84	28.94	29.03	29.13	1	2	3	4	5
6.1	29.22	29.32	29.42	29.51	29.61	29.71	29.80	29.90	30.00	30.09	1	2	3	4	5
6.2	30.19	30.29	30.39	30.48	30.58	30.68	30.78	30.88	30.97	31.07	1	2	3	4	5
6.3	31.17	31.27	31.37	31.47	31.57	31.67	31.77	31.87	31.97	32.07	1	2	3	4	5
6.4	32.17	32.27	32.37	32.47	32.57	32.67	32.78	32.88	32.98	33.08	1	2	3	4	5
6.5	33.18	33.29	33.39	33.49	33.59	33.70	33.80	33.90	34.00	34.11	1	2	3	4	5
6.6	34.21	34.32	34.42	34.52	34.63	34.73	34.84	34.94	35.05	35.15	1	2	3	4	5
6.7	35.26	35.36	35.47	35.57	35.68	35.78	35.89	36.00	36.10	36.21	1	2	3	4	5
6.8	36.32	36.42	36.53	36.64	36.75	36.85	36.96	37.07	37.18	37.28	1	2	3	4	5
6.9	37.39	37.50	37.61	37.72	37.83	37.94	38.05	38.16	38.26	38.37	1	2	3	4	5
7.0	38.48	38.59	38.70	38.82	38.93	39.04	39.15	39.26	39.37	39.48	1	2	3	4	6
7.1	39.59	39.70	39.82	39.93	40.04	40.15	40.26	40.38	40.49	40.60	1	2	3	4	6
7.2	40.72	40.83	40.94	41.06	41.17	41.28	41.40	41.51	41.62	41.74	1	2	3	5	6
7.3	41.85	41.97	42.08	42.20	42.31	42.43	42.54	42.66	42.78	42.89	1	2	3	5	6
7.4	43.01	43.12	43.24	43.36	43.47	43.59	43.71	43.83	43.94	44.06	1	2	4	5	6
直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5



（续表）

直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
7.5	44.18	44.30	44.41	44.53	44.65	44.77	44.89	45.01	45.13	45.25	1	2	4	5	6
7.6	45.36	45.48	45.60	45.72	45.84	45.96	46.08	46.20	46.32	46.45	1	2	4	5	6
7.7	46.57	46.69	46.81	46.93	47.05	47.17	47.29	47.42	47.54	47.66	1	2	4	5	6
7.8	47.78	47.91	48.03	48.15	48.27	48.40	48.52	48.65	48.77	48.89	1	2	4	5	6
7.9	49.02	49.14	49.27	49.39	49.51	49.64	49.76	49.89	50.01	50.14	1	2	4	5	6
8.0	50.27	50.39	50.52	50.64	50.77	50.90	51.02	51.15	51.28	51.40	1	3	4	5	6
8.1	51.53	51.66	51.78	51.91	52.04	52.17	52.30	52.42	52.55	52.68	1	3	4	5	6
8.2	52.81	52.94	53.07	53.20	53.33	53.46	53.59	53.72	53.85	53.98	1	3	4	5	6
8.3	54.11	54.24	54.37	54.50	54.63	54.76	54.89	55.02	55.15	55.29	1	3	4	5	7
8.4	55.42	55.55	55.68	55.81	55.95	56.08	56.21	56.35	56.48	56.61	1	3	4	5	7
8.5	56.75	56.88	57.01	57.15	57.28	57.41	57.55	57.68	57.82	57.95	1	3	4	5	7
8.6	58.09	58.22	58.36	58.49	58.63	58.77	58.90	59.04	59.17	59.31	1	3	4	5	7
8.7	59.45	59.58	59.72	59.86	59.99	60.13	60.27	60.41	60.55	60.68	1	3	4	5	7
8.8	60.82	60.96	61.10	61.24	61.38	61.51	61.65	61.79	61.93	62.07	1	3	4	6	7
8.9	62.21	62.35	62.49	62.63	62.77	62.91	63.05	63.19	63.33	63.48	1	3	4	6	7
9.0	63.62	63.76	63.90	64.04	64.18	64.33	64.47	64.61	64.75	64.90	1	3	4	6	7
9.1	65.04	65.18	65.33	65.47	65.61	65.76	65.90	66.04	66.19	66.33	1	3	4	6	7
9.2	66.48	66.62	66.77	66.91	67.06	67.20	67.35	67.49	67.64	67.78	1	3	4	6	7
9.3	67.93	68.08	68.22	68.37	68.51	68.66	68.81	68.96	69.10	69.25	1	3	4	6	7
9.4	69.40	69.55	69.69	69.84	69.99	70.14	70.29	70.44	70.58	70.73	1	3	4	6	7
直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5

（续表）

直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
9.5	70.88	71.03	71.18	71.33	71.48	71.63	71.78	71.93	72.08	72.23	1	3	5	6	7
9.6	72.38	72.53	72.68	72.84	72.99	73.14	73.29	73.44	73.59	73.75	2	3	5	6	8
9.7	73.90	74.05	74.20	74.36	74.51	74.66	74.82	74.97	75.12	75.28	2	3	5	6	8
9.8	75.43	75.58	75.74	75.89	76.05	76.20	76.36	76.51	76.67	76.82	2	3	5	6	8
9.9	76.98	77.13	77.29	77.44	77.60	77.76	77.91	78.07	78.23	78.38	2	3	5	6	8
10.0	78.54										2	3	5	6	8
直径 d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5

说明

1. **已知圆的直径，可由“圆面积表”查出圆的面积.**

2. **直径 d 是三个数位的数时，圆面积 S 可直接查出.**

   例如，直径 $d=5.12$，由表中直接查得圆面积 $S=20.59$.

3. **直径 d 是四个数位的数时，查圆面积 S 需要用到补充值.**

   例　已知：$d_1=5.123$，$d_2=4.088$，**求**：S_1，S_2.

   解　$S_1=20.59+0.02=20.61$，（**先查** $d=5.12$）

   $S_2=13.14-0.01=13.13$.（**先查** $d=4.09$）

4. **直径 d 每扩大（或缩小）10 倍，圆面积相应地扩大（或缩小）$10^2=100$ 倍.**

   例　已知 $d=51.23$，**则圆面积** $S=2061$.

SUAN SHU CI DIAN
数 词 典

9. 平方根表

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	1.020	1.025	1.030	1.034	1.039	1.044	0	1	1	2	2	3	3	4	4
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	1.068	1.072	1.077	1.082	1.086	1.091	0	1	1	2	2	3	3	4	4
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	1.114	1.118	1.122	1.127	1.131	1.136	0	1	1	2	2	3	3	4	4
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	1.158	1.162	1.166	1.170	1.175	1.179	0	1	1	2	2	3	3	3	4
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	1.200	1.204	1.208	1.212	1.217	1.221	0	1	1	2	2	2	3	3	4
1.5	1.225	1.229	1.233	1.237	1.241	1.245	1.249	1.253	1.257	1.261	0	1	1	2	2	2	3	3	4
1.6	1.265	1.269	1.273	1.277	1.281	1.285	1.288	1.292	1.296	1.300	0	1	1	2	2	2	3	3	3
1.7	1.304	1.308	1.311	1.315	1.319	1.323	1.327	1.330	1.334	1.338	0	1	1	2	2	2	3	3	3
1.8	1.342	1.345	1.349	1.353	1.356	1.360	1.364	1.367	1.371	1.375	0	1	1	1	2	2	3	3	3
1.9	1.378	1.382	1.386	1.389	1.393	1.396	1.400	1.404	1.407	1.411	0	1	1	1	2	2	3	3	3
2.0	1.414	1.418	1.421	1.425	1.428	1.432	1.435	1.439	1.442	1.446	0	1	1	1	2	2	2	3	3
2.1	1.449	1.453	1.456	1.459	1.463	1.466	1.470	1.473	1.476	1.480	0	1	1	1	2	2	2	3	3
2.2	1.483	1.487	1.490	1.493	1.497	1.500	1.503	1.507	1.510	1.513	0	1	1	1	2	2	2	3	3
2.3	1.517	1.520	1.523	1.526	1.530	1.533	1.536	1.539	1.543	1.546	0	1	1	1	2	2	2	3	3
2.4	1.549	1.552	1.556	1.559	1.562	1.565	1.568	1.572	1.575	1.578	0	1	1	1	2	2	2	3	3
2.5	1.581	1.584	1.587	1.591	1.594	1.597	1.600	1.603	1.606	1.609	0	1	1	1	2	2	2	3	3
2.6	1.612	1.616	1.619	1.622	1.625	1.628	1.631	1.634	1.637	1.640	0	1	1	1	2	2	2	2	
2.7	1.643	1.646	1.649	1.652	1.655	1.658	1.661	1.664	1.667	1.670	0	1	1	1	2	2	2	2	
2.8	1.673	1.676	1.679	1.682	1.685	1.688	1.691	1.694	1.697	1.700	0	1	1	1	1	2	2	2	
2.9	1.703	1.706	1.709	1.712	1.715	1.718	1.720	1.723	1.726	1.729	0	1	1	1	1	2	2	2	
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

（续表）

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3.0	1.732	1.735	1.738	1.741	1.744	1.746	1.749	1.752	1.755	1.758	0	1	1	1	1	2	2	2	3
3.1	1.761	1.764	1.766	1.769	1.772	1.775	1.778	1.780	1.783	1.786	0	1	1	1	1	2	2	2	3
3.2	1.789	1.792	1.794	1.797	1.800	1.803	1.806	1.808	1.811	1.814	0	1	1	1	1	2	2	2	2
3.3	1.817	1.819	1.822	1.825	1.828	1.830	1.833	1.836	1.838	1.841	0	1	1	1	1	2	2	2	2
3.4	1.844	1.847	1.849	1.852	1.855	1.857	1.860	1.863	1.865	1.868	0	1	1	1	1	2	2	2	2
3.5	1.871	1.873	1.876	1.879	1.881	1.884	1.887	1.889	1.892	1.895	0	1	1	1	1	2	2	2	2
3.6	1.897	1.900	1.903	1.905	1.908	1.910	1.913	1.916	1.918	1.921	0	1	1	1	1	2	2	2	2
3.7	1.924	1.926	1.929	1.931	1.934	1.936	1.939	1.942	1.944	1.947	0	1	1	1	1	2	2	2	2
3.8	1.949	1.952	1.954	1.957	1.960	1.962	1.965	1.967	1.970	1.972	0	1	1	1	1	2	2	2	2
3.9	1.975	1.977	1.980	1.982	1.985	1.987	1.990	1.992	1.995	1.997	0	1	1	1	1	2	2	2	2
4.0	2.000	2.002	2.005	2.007	2.010	2.012	2.015	2.017	2.020	2.022	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4.1	2.025	2.027	2.030	2.032	2.035	2.037	2.040	2.042	2.045	2.047	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4.2	2.049	2.052	2.054	2.057	2.059	2.062	2.064	2.066	2.069	2.071	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4.3	2.074	2.076	2.078	2.081	2.083	2.086	2.088	2.090	2.093	2.095	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4.4	2.098	2.100	2.102	2.105	2.107	2.110	2.112	2.114	2.117	2.119	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4.5	2.121	2.124	2.126	2.128	2.131	2.133	2.135	2.138	2.140	2.142	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4.6	2.145	2.147	2.149	2.152	2.154	2.156	2.159	2.161	2.163	2.166	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4.7	2.168	2.170	2.173	2.175	2.177	2.179	2.182	2.184	2.186	2.189	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4.8	2.191	2.193	2.195	2.198	2.200	2.202	2.205	2.207	2.209	2.211	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4.9	2.214	2.216	2.218	2.220	2.223	2.225	2.227	2.229	2.232	2.234	0	0	1	1	1	1	2	2	2
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9



（续表）

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.0	2.236	2.238	2.241	2.243	2.245	2.247	2.249	2.252	2.254	2.256	0	0	1	1	1	1	2	2	2
5.1	2.258	2.261	2.263	2.265	2.267	2.269	2.272	2.274	2.276	2.278	0	0	1	1	1	1	2	2	2
5.2	2.280	2.283	2.285	2.287	2.289	2.291	2.293	2.296	2.298	2.300	0	0	1	1	1	1	2	2	2
5.3	2.302	2.304	2.307	2.309	2.311	2.313	2.315	2.317	2.319	2.322	0	0	1	1	1	1	2	2	2
5.4	2.324	2.326	2.328	2.330	2.332	2.335	2.337	2.339	2.341	2.343	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5.5	2.345	2.347	2.349	2.352	2.354	2.356	2.358	2.360	2.362	2.364	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5.6	2.366	2.369	2.371	2.373	2.375	2.377	2.379	2.381	2.383	2.385	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5.7	2.387	2.390	2.392	2.394	2.396	2.398	2.400	2.402	2.404	2.406	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5.8	2.408	2.410	2.412	2.415	2.417	2.419	2.421	2.423	2.425	2.427	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5.9	2.429	2.431	2.433	2.435	2.437	2.439	2.441	2.443	2.445	2.447	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6.0	2.449	2.452	2.454	2.456	2.458	2.460	2.462	2.464	2.466	2.468	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6.1	2.470	2.472	2.474	2.476	2.478	2.480	2.482	2.484	2.486	2.488	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6.2	2.490	2.492	2.494	2.496	2.498	2.500	2.502	2.504	2.506	2.508	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6.3	2.510	2.512	2.514	2.516	2.518	2.520	2.522	2.524	2.526	2.528	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6.4	2.530	2.532	2.534	2.536	2.538	2.540	2.542	2.544	2.546	2.548	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6.5	2.550	2.551	2.553	2.555	2.557	2.559	2.561	2.563	2.565	2.567	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6.6	2.569	2.571	2.573	2.575	2.577	2.579	2.581	2.583	2.585	2.587	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6.7	2.588	2.590	2.592	2.594	2.596	2.598	2.600	2.602	2.604	2.606	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6.8	2.608	2.610	2.612	2.613	2.615	2.617	2.619	2.621	2.623	2.625	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6.9	2.627	2.629	2.631	2.632	2.634	2.636	2.638	2.640	2.642	2.644	0	0	1	1	1	1	1	2	2
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

（续表）

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7.0	2.646	2.648	2.650	2.651	2.653	2.655	2.657	2.659	2.661	2.663	0	0	1	1	1	1	1	2	2
7.1	2.665	2.666	2.668	2.670	2.672	2.674	2.676	2.678	2.680	2.681	0	0	1	1	1	1	1	1	2
7.2	2.683	2.685	2.687	2.689	2.691	2.693	2.694	2.696	2.698	2.700	0	0	1	1	1	1	1	1	2
7.3	2.702	2.704	2.706	2.707	2.709	2.711	2.713	2.715	2.717	2.718	0	0	1	1	1	1	1	1	2
7.4	2.720	2.722	2.724	2.726	2.728	2.729	2.731	2.733	2.735	2.737	0	0	1	1	1	1	1	1	2
7.5	2.739	2.740	2.742	2.744	2.746	2.748	2.750	2.751	2.753	2.755	0	0	1	1	1	1	1	1	2
7.6	2.757	2.759	2.760	2.762	2.764	2.766	2.768	2.769	2.771	2.773	0	0	1	1	1	1	1	1	2
7.7	2.775	2.777	2.778	2.780	2.782	2.784	2.786	2.787	2.789	2.791	0	0	1	1	1	1	1	1	2
7.8	2.793	2.795	2.796	2.798	2.800	2.802	2.804	2.805	2.807	2.809	0	0	1	1	1	1	1	1	2
7.9	2.811	2.812	2.814	2.816	2.818	2.820	2.821	2.823	2.825	2.827	0	0	1	1	1	1	1	1	2
8.0	2.828	2.830	2.832	2.834	2.835	2.837	2.839	2.841	2.843	2.844	0	0	1	1	1	1	1	1	2
8.1	2.846	2.848	2.850	2.851	2.853	2.855	2.857	2.858	2.860	2.862	0	0	1	1	1	1	1	1	2
8.2	2.864	2.865	2.867	2.869	2.871	2.872	2.874	2.876	2.877	2.879	0	0	1	1	1	1	1	1	2
8.3	2.881	2.883	2.884	2.886	2.888	2.890	2.891	2.893	2.895	2.897	0	0	1	1	1	1	1	1	2
8.4	2.898	2.900	2.902	2.903	2.905	2.907	2.909	2.910	2.912	2.914	0	0	1	1	1	1	1	1	2
8.5	2.915	2.917	2.919	2.921	2.922	2.924	2.926	2.927	2.929	2.931	0	0	1	1	1	1	1	1	2
8.6	2.933	2.934	2.936	2.938	2.939	2.941	2.943	2.944	2.946	2.948	0	0	1	1	1	1	1	1	2
8.7	2.950	2.951	2.953	2.955	2.956	2.958	2.960	2.961	2.963	2.965	0	0	1	1	1	1	1	1	2
8.8	2.966	2.968	2.970	2.972	2.973	2.975	2.977	2.978	2.980	2.982	0	0	1	1	1	1	1	1	2
8.9	2.983	2.985	2.987	2.988	2.990	2.992	2.993	2.995	2.997	2.998	0	0	1	1	1	1	1	1	2
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

（续表）

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9.0	3.000	3.002	3.003	3.005	3.007	3.008	3.010	3.012	3.013	3.015	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9.1	3.017	3.018	3.020	3.022	3.023	3.025	3.027	3.028	3.030	3.032	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9.2	3.033	3.035	3.036	3.038	3.040	3.041	3.043	3.045	3.046	3.048	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9.3	3.050	3.051	3.053	3.055	3.056	3.058	3.059	3.061	3.063	3.064	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9.4	3.066	3.068	3.069	3.071	3.072	3.074	3.076	3.077	3.079	3.081	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9.5	3.082	3.084	3.085	3.087	3.089	3.090	3.092	3.094	3.095	3.097	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9.6	3.098	3.100	3.102	3.103	3.105	3.106	3.108	3.110	3.111	3.113	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9.7	3.114	3.116	3.118	3.119	3.121	3.122	3.124	3.126	3.127	3.129	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9.8	3.130	3.132	3.134	3.135	3.137	3.138	3.140	3.142	3.143	3.145	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9.9	3.146	3.148	3.150	3.151	3.153	3.154	3.156	3.158	3.159	3.161	0	0	0	1	1	1	1	1	1
10.0	3.162	3.178	3.194	3.209	3.225	3.240	3.256	3.271	3.286	3.302	1	3	5	6	8	9	11	12	14
11.0	3.317	3.332	3.347	3.362	3.376	3.391	3.406	3.421	3.435	3.450	1	3	4	6	7	9	10	12	13
12.0	3.464	3.479	3.493	3.507	3.521	3.536	3.550	3.564	3.578	3.592	1	3	4	6	7	8	10	11	13
13.0	3.606	3.619	3.633	3.647	3.661	3.674	3.688	3.701	3.715	3.728	1	3	4	5	7	8	10	11	12
14.0	3.742	3.755	3.768	3.782	3.795	3.808	3.821	3.834	3.847	3.860	1	3	4	5	7	8	9	11	12
15.0	3.873	3.886	3.899	3.912	3.924	3.937	3.950	3.962	3.975	3.987	1	3	4	5	6	8	9	10	11
16.0	4.000	4.012	4.025	4.037	4.050	4.062	4.074	4.087	4.099	4.111	1	2	4	5	6	7	9	10	11
17.0	4.123	4.135	4.147	4.159	4.171	4.183	4.195	4.207	4.219	4.231	1	2	4	5	6	7	8	10	11
18.0	4.243	4.254	4.266	4.278	4.290	4.301	4.313	4.324	4.336	4.347	1	2	3	5	6	7	8	9	10
19.0	4.359	4.370	4.382	4.393	4.405	4.416	4.427	4.438	4.450	4.461	1	2	3	5	6	7	8	9	10
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

（续表）

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
20.0	4.472	4.483	4.494	4.506	4.517	4.528	4.539	4.550	4.561	4.572	1	2	3	4	6	7	8	9	10
21.0	4.583	4.593	4.604	4.615	4.626	4.637	4.648	4.658	4.669	4.680	1	2	3	4	5	6	8	9	10
22.0	4.690	4.701	4.712	4.722	4.733	4.743	4.754	4.764	4.775	4.785	1	2	3	4	5	6	7	8	9
23.0	4.796	4.806	4.817	4.827	4.837	4.848	4.858	4.868	4.879	4.889	1	2	3	4	5	6	7	8	9
24.0	4.899	4.909	4.919	4.930	4.940	4.950	4.960	4.970	4.980	4.990	1	2	3	4	5	6	7	8	9
25.0	5.000	5.010	5.020	5.030	5.040	5.050	5.060	5.070	5.079	5.089	1	2	3	4	5	6	7	8	9
26.0	5.099	5.109	5.119	5.128	5.138	5.148	5.158	5.167	5.177	5.187	1	2	3	4	5	6	7	8	9
27.0	5.196	5.206	5.215	5.225	5.235	5.244	5.254	5.263	5.273	5.282	1	2	3	4	5	6	7	8	9
28.0	5.292	5.301	5.310	5.320	5.329	5.339	5.348	5.357	5.367	5.376	1	2	3	4	5	6	7	7	8
29.0	5.385	5.394	5.404	5.413	5.422	5.431	5.441	5.450	5.459	5.468	1	2	3	4	5	5	6	7	8
30.0	5.477	5.486	5.495	5.505	5.514	5.523	5.532	5.541	5.550	5.559	1	2	3	4	4	5	6	7	8
31.0	5.568	5.577	5.586	5.595	5.604	5.612	5.621	5.630	5.639	5.648	1	2	3	3	4	5	6	7	8
32.0	5.657	5.666	5.675	5.683	5.692	5.701	5.710	5.718	5.727	5.736	1	2	3	3	4	5	6	7	8
33.0	5.745	5.753	5.762	5.771	5.779	5.788	5.797	5.805	5.814	5.822	1	2	3	3	4	5	6	7	8
34.0	5.831	5.840	5.848	5.857	5.865	5.874	5.882	5.891	5.899	5.908	1	2	3	3	4	5	6	7	8
35.0	5.916	5.925	5.933	5.941	5.950	5.958	5.967	5.975	5.983	5.992	1	2	2	3	4	5	6	7	8
36.0	6.000	6.008	6.017	6.025	6.033	6.042	6.050	6.058	6.066	6.075	1	2	2	3	4	5	6	7	7
37.0	6.083	6.091	6.099	6.107	6.116	6.124	6.132	6.140	6.148	6.156	1	2	2	3	4	5	6	7	7
38.0	6.164	6.173	6.181	6.189	6.197	6.205	6.213	6.221	6.229	6.237	1	2	2	3	4	5	6	6	7
39.0	6.245	6.253	6.261	6.269	6.277	6.285	6.293	6.301	6.309	6.317	1	2	2	3	4	5	6	6	7
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9



（续表）

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40.0	6.325	6.332	6.340	6.348	6.356	6.364	6.372	6.380	6.387	6.395	1	2	2	3	4	5	6	6	7
41.0	6.403	6.411	6.419	6.427	6.434	6.442	6.450	6.458	6.465	6.473	1	2	2	3	4	5	5	6	7
42.0	6.481	6.488	6.496	6.504	6.512	6.519	6.527	6.535	6.542	6.550	1	2	2	3	4	5	5	6	7
43.0	6.557	6.565	6.573	6.580	6.588	6.595	6.603	6.611	6.618	6.626	1	2	2	3	4	5	5	6	7
44.0	6.633	6.641	6.648	6.656	6.663	6.671	6.678	6.686	6.693	6.701	1	2	2	3	4	5	5	6	7
45.0	6.708	6.716	6.723	6.731	6.738	6.745	6.753	6.760	6.768	6.775	1	1	2	3	4	4	5	6	7
46.0	6.782	6.790	6.797	6.804	6.812	6.819	6.826	6.834	6.841	6.848	1	1	2	3	4	4	5	6	7
47.0	6.856	6.863	6.870	6.877	6.885	6.892	6.899	6.907	6.914	6.921	1	1	2	3	4	4	5	6	7
48.0	6.928	6.935	6.943	6.950	6.957	6.964	6.971	6.979	6.986	6.993	1	1	2	3	4	4	5	6	6
49.0	7.000	7.007	7.014	7.021	7.029	7.036	7.043	7.050	7.057	7.064	1	1	2	3	4	4	5	6	6
50.0	7.071	7.078	7.085	7.092	7.099	7.106	7.113	7.120	7.127	7.134	1	1	2	3	4	4	5	6	6
51.0	7.141	7.148	7.155	7.162	7.169	7.176	7.183	7.190	7.197	7.204	1	1	2	3	3	4	5	6	6
52.0	7.211	7.218	7.225	7.232	7.239	7.246	7.253	7.259	7.266	7.273	1	1	2	3	3	4	5	6	6
53.0	7.280	7.287	7.294	7.301	7.308	7.314	7.321	7.328	7.335	7.342	1	1	2	3	3	4	5	5	6
54.0	7.348	7.355	7.362	7.369	7.376	7.382	7.389	7.396	7.403	7.409	1	1	2	3	3	4	5	5	6
55.0	7.416	7.423	7.430	7.436	7.443	7.450	7.457	7.463	7.470	7.477	1	1	2	3	3	4	5	5	6
56.0	7.483	7.490	7.497	7.503	7.510	7.517	7.523	7.530	7.537	7.543	1	1	2	3	3	4	5	5	6
57.0	7.550	7.556	7.563	7.570	7.576	7.583	7.589	7.596	7.603	7.609	1	1	2	3	3	4	5	5	6
58.0	7.616	7.622	7.629	7.635	7.642	7.649	7.655	7.662	7.668	7.675	1	1	2	3	3	4	5	5	6
59.0	7.681	7.688	7.694	7.701	7.707	7.714	7.720	7.727	7.733	7.740	1	1	2	3	3	4	4	5	6
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

（续表）

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
60.0	7.746	7.752	7.759	7.765	7.772	7.778	7.785	7.791	7.797	7.804	1	1	2	3	3	4	4	5	6
61.0	7.810	7.817	7.823	7.829	7.836	7.842	7.849	7.855	7.861	7.868	1	1	2	3	3	4	4	5	6
62.0	7.874	7.880	7.887	7.893	7.899	7.906	7.912	7.918	7.925	7.931	1	1	2	3	3	4	4	5	6
63.0	7.937	7.944	7.950	7.956	7.962	7.969	7.975	7.981	7.987	7.994	1	1	2	3	3	4	4	5	6
64.0	8.000	8.006	8.012	8.019	8.025	8.031	8.037	8.044	8.050	8.056	1	1	2	2	3	4	4	5	6
65.0	8.062	8.068	8.075	8.081	8.087	8.093	8.099	8.106	8.112	8.118	1	1	2	2	3	4	4	5	6
66.0	8.124	8.130	8.136	8.142	8.149	8.155	8.161	8.167	8.173	8.179	1	1	2	2	3	4	4	5	5
67.0	8.185	8.191	8.198	8.204	8.210	8.216	8.222	8.228	8.234	8.240	1	1	2	2	3	4	4	5	5
68.0	8.246	8.252	8.258	8.264	8.270	8.276	8.283	8.289	8.295	8.301	1	1	2	2	3	4	4	5	5
69.0	8.307	8.313	8.319	8.325	8.331	8.337	8.343	8.349	8.355	8.361	1	1	2	2	3	4	4	5	5
70.0	8.367	8.373	8.379	8.385	8.390	8.396	8.402	8.408	8.414	8.420	1	1	2	2	3	4	4	5	5
71.0	8.426	8.432	8.438	8.444	8.450	8.456	8.462	8.468	8.473	8.479	1	1	2	2	3	4	4	5	5
72.0	8.485	8.491	8.497	8.503	8.509	8.515	8.521	8.526	8.532	8.538	1	1	2	2	3	3	4	5	5
73.0	8.544	8.550	8.556	8.562	8.567	8.573	8.579	8.585	8.591	8.597	1	1	2	2	3	3	4	5	5
74.0	8.602	8.608	8.614	8.620	8.626	8.631	8.637	8.643	8.649	8.654	1	1	2	2	3	3	4	5	5
75.0	8.660	8.666	8.672	8.678	8.683	8.689	8.695	8.701	8.706	8.712	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76.0	8.718	8.724	8.729	8.735	8.741	8.746	8.752	8.758	8.764	8.769	1	1	2	2	3	3	4	5	5
77.0	8.775	8.781	8.786	8.792	8.798	8.803	8.809	8.815	8.820	8.826	1	1	2	2	3	3	4	4	5
78.0	8.832	8.837	8.843	8.849	8.854	8.860	8.866	8.871	8.877	8.883	1	1	2	2	3	3	4	4	5
79.0	8.888	8.894	8.899	8.905	8.911	8.916	8.922	8.927	8.933	8.939	1	1	2	2	3	3	4	4	5
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9



（续表）

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
80.0	8.944	8.950	8.955	8.961	8.967	8.972	8.978	8.983	8.989	8.994	1	1	2	2	3	3	4	4	5
81.0	9.000	9.006	9.011	9.017	9.022	9.028	9.033	9.039	9.044	9.050	1	1	2	2	3	3	4	4	5
82.0	9.055	9.061	9.066	9.072	9.077	9.083	9.088	9.094	9.099	9.105	1	1	2	2	3	3	4	4	5
83.0	9.110	9.116	9.121	9.127	9.132	9.138	9.143	9.149	9.154	9.160	1	1	2	2	3	3	4	4	5
84.0	9.165	9.171	9.176	9.182	9.187	9.192	9.198	9.203	9.209	9.214	1	1	2	2	3	3	4	4	5
85.0	9.220	9.225	9.230	9.236	9.241	9.247	9.252	9.257	9.263	9.268	1	1	2	2	3	3	4	4	5
86.0	9.274	9.279	9.284	9.290	9.295	9.301	9.306	9.311	9.317	9.322	1	1	2	2	3	3	4	4	5
87.0	9.327	9.333	9.338	9.343	9.349	9.354	9.359	9.365	9.370	9.375	1	1	2	2	3	3	4	4	5
88.0	9.381	9.386	9.391	9.397	9.402	9.407	9.413	9.418	9.423	9.429	1	1	2	2	3	3	4	4	5
89.0	9.434	9.439	9.445	9.450	9.455	9.460	9.466	9.471	9.476	9.482	1	1	2	2	3	3	4	4	5
90.0	9.487	9.492	9.497	9.503	9.508	9.513	9.518	9.524	9.529	9.534	1	1	2	2	3	3	4	4	5
91.0	9.539	9.545	9.550	9.555	9.560	9.566	9.571	9.576	9.581	9.586	1	1	2	2	3	3	4	4	5
92.0	9.592	9.597	9.602	9.607	9.612	9.618	9.623	9.628	9.633	9.638	1	1	2	2	3	3	4	4	5
93.0	9.644	9.649	9.654	9.659	9.664	9.670	9.675	9.680	9.685	9.690	1	1	2	2	3	3	4	4	5
94.0	9.695	9.701	9.706	9.711	9.716	9.721	9.726	9.731	9.737	9.742	1	1	2	2	3	3	4	4	5
95.0	9.747	9.752	9.757	9.762	9.767	9.772	9.778	9.783	9.788	9.793	1	1	2	2	3	3	4	4	5
96.0	9.798	9.803	9.808	9.813	9.818	9.823	9.829	9.834	9.839	9.844	1	1	2	2	3	3	4	4	5
97.0	9.849	9.854	9.859	9.864	9.869	9.874	9.879	9.884	9.889	9.894	1	1	2	2	3	3	4	4	5
98.0	9.899	9.905	9.910	9.915	9.920	9.925	9.930	9.935	9.940	9.945	0	1	1	2	2	3	3	4	4
99.0	9.950	9.955	9.960	9.965	9.970	9.975	9.980	9.985	9.990	9.995	0	1	1	2	2	3	3	4	4
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

说明

1. 由《平方根表》能查出任意一个四位数的平方根.

2. 大于 1 小于 100 的三位数的平方根可以在表上直接查得. 如

$\sqrt{8.17}=2.858$；　　$\sqrt{84.1}=9.171$.

3. 查四位数的平方根，需要用到修正值. 如

$\sqrt{8.176}=2.858+0.001=2.859$；　$\sqrt{84.18}=9.171+0.004=9.175$.

4. 小于 1 或大于 100 的数的平方根在表上不能直接查得，要先移动被开方数的小数点，使它成为表内可以查到的数，移动小数点时必须两位两位地移. 如

被开方数 827.3，先要移成 8.273；

被开方数 8273，先要移成 82.73；

被开方数 0.005627，先要移成 56.27；

被开方数 0.06543，先要移成 6.543.

5. 查表时被开方数的小数点每移两位，查得的平方根的小数点要向相反方向移一位. 如

$\sqrt{8'27.3}=28.77$.　（∵　$\sqrt{8.273}=2.877$）

$\sqrt{0.00'56''27}=0.07502$.　（∵　$\sqrt{56.27}=7.502$）

二、数学符号

符　号	意　义	符　号	意　义
$+$	加	$\lg N$	以 10 为底的 N 的对数，常用对数
$-$	减		
$\times$ 或 $\cdot$	乘	$\approx$	约等于
$a\div b$	a 除以 b，b 除 a	$\sim$	等价于
$a\mid b$	a 整除 b	$\propto$	成正比
：	比号，$a:b$	$\%$	百分号
$=$	等于	$‰$	千分号
$\neq$	不等于	a^n	a 的 n 次方
$\equiv$	恒等于	$\sqrt{a}$	a 开平方
$<$	小于	$\sqrt[n]{a}$	a 开 n 次方
$>$	大于	$\pm$	正或负
$\leqslant$	小于或等于，不大于	$\mp$	负或正
$\geqslant$	大于或等于，不小于	$f(x)$	x 的函数
[ ]	方括号，中括号	$f(a)$	$x=a$ 时，$f(x)$ 的值
{ }	花括号，大括号	$\lim$	极限
$\because$	因为	$\max$	最大
$\therefore$	所以	$\min$	最小
°	度	$a\in A$	a 属于集 A
$'$	分	$a\overline{\in}A$	a 不属于集 A
$''$	秒	$A\subset B$	集 B 包含集 A
$\angle$	平面角	$A\supset B$	集 A 包含集 B
$\angle\mathrm{R}$	直角	$A\cap B$	集 A 与集 B 的交集
$\perp$	垂直	$A\cup B$	集 A 与集 B 的并集
$/\!/$	平行	A/B	集 A 与集 B 的差集
$\fallingdotseq$	平行且等于	|	整除，如 $a\mid b$ 表示 a 整除 b
$\triangle$	三角形	∤	不整除，如 $a\div b$ 表示 a 不整除 b
$\square$	平行四边形		
$\square$	矩形	$‱$	万分号，如 $17‱=\frac{17}{10000}$
$\odot$	圆		
$\backsim$	相似		
$\cong$	全等于	$[a_1,a_2,a_3]$	表示 a_1,a_2,a_3 的最小公倍数
$\log_a N$	以 a 为底的 N 的对数		

（续表）

符　号	意　义	符　号	意　义
$\ln N$	以 e 为底的 N 的对数，自然对数	(a_1,a_2,a_3)	表示 a_1,a_2,a_3 的最大公约数
$\sin x$	x 的正弦	$3.2\dot{3}4\dot{5}$	循环点，表示循环小数的循环节，$3.2\dot{3}4\dot{5}=3.2345345345\cdots$
$\cos x$	x 的余弦		
$\tan x$	x 的正切		
$\cot x$	x 的余切	$6+(\overline{4+3}\times 2)\div 5$	$4+3$ 上面是括线，表示这一步最先运算．在小括号之先
$\sec x$	x 的正割		
$\csc x$	x 的余割		
(a,b)	开区间；a,b 的最大公约数	L. C. M	最小公倍数，最低公倍式
$[a,b]$	闭区间；a,b 的最小公倍数	H. C. F	最大公因数，最高公因式
$(1101)_2$	二进制数	$\lvert a\rvert$	绝对值
$(1241)_8$	八进制数	$\lvert a\rvert=\begin{cases}a，当\ a\geqslant 0\ 时；\\ -a，当\ a<0\ 时\end{cases}$	
$(12579)_{10}$	十进制数		
$(a_1a_2a_3a_4)_r$	r 进制数	$\Rightarrow$	推出，蕴含
$\sum$	总和，$\sum_{i=1}^{n}a_i$ 表示 $a_1+a_2+\cdots+a_n$	$\rightarrow$	推出，对应，映射
		$\leftrightarrow$	一一对应，一一映射
$\prod$	连乘，$\prod_{i=1}^{n}a_i$ 表示 $a_1\cdot a_2\cdot a_3\cdot\cdots\cdot a_n$	Rt$\triangle$	直角三角形
		$\frown$	弧，如$\overset{\frown}{AB}$表示 AB 弧
π	圆周率，$\pi=3.1415926535\cdots$	∞	无穷大
		$+\infty$	正无穷大
$n!$	n 阶乘，如 $5!=5\times4\times3\times2\times1$	$-\infty$	负无穷大

三、希腊字母

希腊字母	汉语拼音 读法	汉字注音 读法	希腊字母	汉语拼音 读法	汉字注音 读法
$A\alpha$	alfa	阿尔法	$N\nu$	niu	纽
$B\beta$	bita	贝塔	$\Xi\xi$	ksai	克西
$\Gamma\gamma$	gama	伽马	$O o$	omikron	奥密克戎
$\Delta\delta$	dêita	德耳塔	$\Pi\pi$	pai	派
$E\varepsilon$	êpsilon	艾普西龙	$P\rho$	rou	若
$Z\zeta$	zita	截塔	$\Sigma\sigma(s)$	sigma	西格马
$H\eta$	yita	艾塔	$T\tau$	tao	套
$\Theta\theta(\vartheta)$	sita	西塔	$\Upsilon\upsilon$	yupsilon	宇普西龙
$I\iota$	yota	约塔	$\Phi\varphi$	fai	斐
$K\kappa$	kapa	卡帕	$X\chi$	hai	喜
$\Lambda\lambda$	lamda	兰布达	$\Psi\psi$	psai	普西
$M\mu$	miu	米尤	$\Omega\omega$	omiga	欧米伽

注：表中汉语拼音读法和汉字注音读法仅供参考.

四、数据资料

1. 太阳

1 天文单位	1.4960×10^{8} 千米
1 光年	9.4605×10^{12} 千米$=6.324\times10^{4}$ 天文单位
太阳直径	1392000千米
太阳表面积	6.087×10^{12} 千米^2
太阳体积	1.412×10^{18} 千米^3
太阳质量	1.989×10^{33} 克
日地平均距离	1 天文单位$=1.4960\times10^{8}$ 千米
太阳平均密度	1.41 克/厘米^3

2. 地球

赤道半径	6378.164千米
极半径	6356.779千米



赤道周长	40075.696千米
地球表面积	5.11×10^{8} 千米^2
陆地面积	1.49×10^{8} 千米^2（地球表面积的29.1%）
海洋面积	3.62×10^{8} 千米^2（地球表面积的70.9%）
地球体积	1.083×10^{12}千米^3
地球质量	5.977×10^{27}克
地球平均密度	5.52 克/厘米^3
地球绕太阳转速	每秒转29千米
亚洲面积	约4347万千米^2
非洲面积	约3000万千米^2
欧洲面积	约1016万千米^2
北美洲面积	约2100万千米^2
拉丁美洲面积	约2100万千米^2
大洋洲陆地面积	约897万千米^2
南极洲面积	约1400万千米^2
太平洋面积	17967.9万千米^2，平均深度4028米，最深处达11022米
大西洋面积	9336万千米^2，平均深度3627米，最深处达9219米
印度洋面积	7491万千米^2，平均深度3897米，最深处达7450米
北冰洋面积	1310万千米^2，平均深度1310米，最深处达5449米
珠穆朗玛峰高度	海拔8848米，是世界最高峰

3. 月球

月球直径	3476.4千米
月球体积	2.200×10^{10}千米^3
月球质量	7.350×10^{25}克
月地平均距离	384401千米
月亮绕地球转速	8千米/秒
月球平均密度	3.341 克/厘米^3

4. 伟大的祖国

我国面积	约960万千米^2

东西距离	约5000千米
南北距离	约5500千米
陆地边界线长	约20000千米，有 12 个国家同我国相邻
大陆海岸线长	约18000千米
岛屿海岸线长	约12000千米
第一大岛台湾岛面积	35759千米^2
第二大岛海南岛面积	32200千米^2
第三大岛崇明岛	东西长 76 千米，南北宽 13～18 千米
长江长	6300千米，仅次于南美洲的亚马孙河（全长6480千米），非洲的尼罗河（全长6450千米），为世界第三大河
黄河长	5464千米，是我国第二大河
大运河全长	1794千米，是世界最长的运河（北起北京，南到杭州，又称京杭大运河）
长城总长	约6700千米，是世界历史上伟大工程之一（西起嘉峪关，东至山海关）

5. 交通里程

长江各区段的航程（以千米为单位）：

上海到南京	392；	南京到武汉	733；
武汉到重庆	1370；	重庆到宜宾	371.

海上航程（以千米为单位）：

上海到青岛	740；	上海到广州	1690；
上海到大连	1040；	上海到天津	1390；
福州到上海	870；	天津到大连	520；
烟台到上海	960；	青岛到大连	500.

铁路里程（以千米为单位）：

北京到广州	2313；	上海到北京	1462；
北京到哈尔滨	1388；	上海到南京	305；
北京到杭州	1651；	上海到杭州	189；
天津到上海	1325；	上海到沈阳	2029；
北京到昆明	3179；	上海到乌鲁木齐	4079.

空中航线

北京到上海	1174千米	北京到杭州	1189千米
北京到广州	1966千米	杭州到广州	1077千米

6. 速度



第一宇宙速度 7.9 千米/秒(作为人造地球卫星所必须具有的最小的速度.第一宇宙速度亦称环绕速度,即环绕地球运行的速度)

第二宇宙速度 11.2 千米/秒(亦称脱离速度,即脱离地球,环绕太阳运行)

第三宇宙速度 16.7 千米/秒(脱离太阳系,飞向恒星际空间)

光速 光在真空中的速度是 3×10^5 千米/秒,光在水中的速度约是在空气中的$\frac{3}{4}$

声速(在 0°C 时,声波 1 秒传播的距离):

在空气中约 332 米
在水中约 1450米
在铁中约 4900米
在玻璃中约 5000～6000米
(在空气中,温度每升高 1°C,声速每秒约增加 0.6 米)

单级火箭速度 4.5 千米/秒

普通炮弹速度 1000米/秒

一般喷气式飞机速度 1800千米/时

火车 60～150 千米/时

卡车 40 千米/时

自行车 15 千米/时

步行 4～5 千米/时

各种动物的最高时速(以千米/时为单位):

非洲象	38.62	蓝鲸	36.69
长颈鹿	51.49	狮子	60
羚羊	90	鬣狗	65
兔子	56	猎豹	96
狐狸	45	马(有人骑着)	69
海豚	59	刺尾雨燕	170
天鹅	88	旗鱼	109
蝴蝶	32	黄蜂	19.3
企鹅(水中)	13.6	蜘蛛	1.9

蜗牛	0.4	乌鸦	50
蜜蜂	24.1	蜻蜓	36

7. 密度

物质的质量和其体积的比值，单位：克/厘米^3.

钢铁	7.85	铝	2.70
铜	8.89	铅	11.4
金	19.3	银	10.5
汞	13.6	玻璃	2.4～2.8
橡皮	1.19	纸	0.7～1.15
金刚石	3.01～3.52	花岗岩	2.64～2.76
水(4℃)	1.00	海水	1.025
冰	0.917	牛奶	1.028～1.035
乙醇	0.791	汽油	0.66～0.69
空气(干燥)	0.001293	氢气	0.00009

8. 木料容重

树种	容重(千克/米^3，含水 15%)
红松	440
白松	384
杉木	376
椴木	421
杨木	430
柳木	450
水曲柳	686
柞木	576
樟木	529
楠木	610
核桃木	560
柏木	588
槐木	702
麻栎	956

9. 粮食油料重量估算值

粳稻	546(千克/米^3)	豌豆	758(千克/米^3)

小麦	736	大米	801
大麦	566	小米	750
玉米	747	高粱米	726
高粱	703	黄豆	722
谷子	634	芝麻	588
绿豆	785	花生	245

10. 主要农作物种子重量

	每500克粒数	千粒重(克)
水稻	18500～20000	27～30
小麦	12500～18000	26～40
谷子	155000～160000	3.0～3.2
玉米	1250～1750	300～400
高粱	18000～21000	23～28
大豆	2500～3800	130～200
棉花	4500～5000	100～110
花生	550～830	600～900
芝麻	2.4	

11. 稻、麦、谷出米(粉)率(%)

籼稻	70～78
粳稻	69～83
谷子	65～85
小麦	85～90

12. 油料种子含油、出油率(%)

	含油率	出油率
油菜籽	48	32～47.5
大豆	16～22	8～15
芝麻	53	42～50
向日葵	25	8～20
蓖麻	55	42～50
花生	40～50	35～40

13. 肥料

氮肥(含氮%)

碳酸氢铵	17.0	硝酸铵钙	20.0
硫酸铵	20.8	硝酸钙	13.0
硝酸铵	34.0	尿素	46.0
氯化铵	25.0	氨水	17.0
硝酸钠	15.0		

磷肥(含氮、磷%)

过磷酸钙		含磷	20.0
磷酸一铵	含氮 11.0	含磷	48.0
磷酸二铵	含氮 16.0	含磷	20.0
钙镁磷肥		含磷	16～18
磷矿粉		含磷	19.4

钾肥(含氮、钾%)

硝酸钾	含氮 13.5	含钾	45.0
硫酸钾		含钾	48.0
氯化钾		含钾	50～60
窑灰钾肥		含钾	10～20

粪尿肥(鲜)氮、磷、钾含量(%)

	氮	磷	钾
人粪	1.00	0.30	0.40
人尿	0.50	0.05	0.20
人粪尿	0.60	0.10	0.30
猪粪	0.60	0.60	0.50
猪尿	0.64	0.16	0.80
马粪	0.56	0.30	0.33
牛粪	0.59	0.28	0.14
羊粪	0.62	0.30	0.20
鸡粪	1.63	1.54	0.85
鸭粪	1.00	1.40	0.62

饼肥氮、磷、钾含量(%)

	氮	磷	钾
大豆饼	7.00	1.32	2.13
棉籽饼	3.41	1.63	0.97

花生饼	6.32	1.17	1.34
芝麻饼	5.80	3.00	1.30
蓖麻饼	5.00	2.00	1.90



14. 1千瓦·时电的用处

电炉炼钢 1.61 千克
生产化肥 0.72 千克
采掘原煤 105 千克
电车行驶 0.85 千米
机织棉布 11 米

15. 体育常识

足球	球场长 90～120 米，宽 45～90 米
	球周长 68～71 厘米
	球重量(连胆)396～453 克
篮球	球场长 26 米，宽 14 米
	球周长 75～80 厘米
	球重量(连胆)600～650 克
排球	球场长 18 米，宽 9 米
	球周长 65～67 厘米
	球重量(连胆)250～280 克
乒乓球	球周长 11.43～12.06 厘米
	球重量 2.40～2.53 克
铅球	男用：直径 110～130 毫米
	重量 7.257 千克
	女用：直径 95～110 毫米
	重量 4 千克
	少年用：直径 100～115 毫米
	重量 4 或 5 千克
手榴弹	男用：重量 700 克，全长 23.6 厘米
	女用：重量 500 克，全长 23.6 厘米

16. 各类动物的最长寿命记录(单位：年)

大象	70	乌龟	116	蓝鲸	90
白鹦	73	马	62	河马	52

猩猩	57	骆驼	27	犀牛	47
山羊	18	狗	29	猫	34
鸽子	35	绵羊	20	家鼠	6
蝙蝠	24	家蝇	72(天)	虎	50

五、汉英名词对照表

数学	mathematics
算术(基本)四则运算	four fundamental operations of arithmetic
算术,四则	arithmetic
数(字)	number
自然数	natural number
零	nought;zero
整数	integer;whole number
数列	sequence of number
基数	cardinal number;simple number
序数	ordinal number
数字	digit
数码	numerals
阿拉伯数码	Arabian cypher;Arabic numerals
罗马数字	Roman numerals
算术数	arithmetic numbers
个位	unit's place
十位	ten's place
百位	hundred's place
千位	thousand's place
记数法	number scale;system of notation
数值	numerical value
计数	counting
分数,分式	fraction
分母	denominator
分子	numerator
分数单位	fractional unit
真分数	proper fraction
假分数	improper fraction
带分数	mixed fraction;mixed number

约分	reduction of a fraction
通分	reduction to common denominator; reduction of fractions to a common denominator
公分母	common denominator
最小公分母	least common denominator
普通分数	vulgar fraction
繁分数	complex fraction
百分数	percentage
百分率	percent
小数	decimal fraction; decimal(s)
小数点	decimal point; sign of decimals
小数位	decimal place
小数部分	decimal part
整数部分	integral part
十分位数	decile
带小数,混小数	mixed decimal
有(限)小数	finite decimal
无限小数	unlimited decimal
十进小数	decimal fraction
循环小数	circulating decimal; periodic(al) fraction; recurring decimal
循环节	period of a circulating decimal
纯循环小数	pure circulating decimal
混循环小数	mixed circulating decimal
运算,演算	operation
计算	calculation; computation
心算	mantal arithmetic
笔算	manual computation
四则	four fundamental rules
四则运算	four arithmetic operations; four fundamental operations of arithmetic
式	expression
符号	sign
等号	sign of equality

等式	equality
不等式	inequality
括号;方括号	bracket
大括号	brace
方括号(或中括号)	square bracket
圆括弧,圆括号(或小括号)	round bracket
括线	vinculum
大于	greater than
小于	less than
等于	equal
不等号	sign of inequality
定律;规律	law
定义	definition
定理	theorem
公理	axiom
法则	rule
公式	formula
计数器	counter;enumerator
计算尺	slide rule
计算器	calculator
计算机	calculating machine;computer
电子计算机	electronic computer
台式计算机	desk calculating machine;desk computer
算盘	abacus
加法	addition
被加数	augend;summand
加数	addend
加号	plus sign
和	sum
进位	carry
连加号	summation sign
加法交换律	commutative law of addition
加法结合律	associative law of addition
减法	subtraction
被减数	minuend

减数	subtrahend
减号	minus sign
差	difference
乘法	multiplication
被乘数	multiplicand
乘数	multiplicator;multiplier
因数,因子	factor
乘号	product sign;sign multiplication
积(乘积)	product
乘	multiply
乘法表	multiplication table
连乘积	continued product
连乘法	continued multiplication
乘法交换律	commutative law of multiplication
乘法结合律	associative law of multiplication
阶乘	factorial
除法	division
被除数	dividend
除数	divisor
除号	sign of division
商	quotient
除(尽)	divide
除以	(be) divided by
余数	arithmetic complement;remainder
带余除法	division algorithm
短除法	short division
倒数	reciprocal
乘方	involution;power
平方,方(形)的	square
立方	third power
开方	evolution;radication
开平方	extraction of square root
开立方	extraction of cubic root
被开方数	radicand
平方数	square numbers

平方根	square root
立方根	cube root
完全数	perfect number
指数	exponent;index number
底数	base number
幂	power
近似数	approximate number
似近值	approximate value
误差	error
有效数字	significant digits (figure)
整除	exactly divisible
奇数	odd number
偶数	even number
倍数,多重的	multiple
质数,素数	prime number
合数	composite number
质因数,素因数	prime factor (divisor)
互质,互素	coprime;prime to each other
互质数	coprime numbers
公约数(数)	common divisor
公因子,公因数	common factor
公倍数	common multiple
最大公因(约)素	greatest common divisor (factor)
最小公倍数	lowest common multiple
比,比率,比值	ratio
比号	sign of ratio
项	term
正比	direct ratio
反比	inverse ratio; proportion by inversion; reciprocal ratio
连比	continued ratio
单比例	simple proportion
复比	compound ratio
比例尺	scale (of the map)
比例	proportion

比例项	terms of ratio
第四比例项	fourth proportional
比例中项	mean proportional
比例量	proportional quantities
正比例	direct proportion
成正比例的量	directly proportional quantities
反比例	inverse proportion
成反比例的量	inversely proportional quantities
复比例	compound proportion
单位	unit;unity
数量	quantity
名数	concrete number;denominate number
不名数	abstract number
名数单位	denominate unit
单名数	simple denominative number
复名数	compound number
同名数	like numbers
异名数	unlike numbers
货币	coin;currency;money
经度	longitude
纬度	latitude
时差	difference in times
子午线	meridian
阳历	solar calendar
阴历	lunar calendar
闰年	bissextile;leap year
闰月	intercalary moath
闰日	intercalary day
年	year
月	month
日	day
时,小时	hour
分	minute
秒	second
公元	Anno Domini



世纪	century
年代	decade
星期	week
季度	quarter
上午(拉)	ante meridiem
下午(拉)	post meridiem
光年	light year
长度	length
千米,公里	kilometre
米	metre
厘米	centimetre
毫米	millimetre
微米	micron
海里	nautical mile
英里	mile
英尺	foot
英寸	inch
码	yard
重量	weight
千克	kilogram
克	gram(me)
毫克	milligram
磅	pound
盎司	ounce
比重	specific gravity
容积	content
升	litre
面积	area
面积单位	superficial unit
平方米	square metre
体积	volume
立方米	cubic metre
角度	angular measure
度	degree
直线	right (straight) line



射线	half line;ray
线段	line segment
垂线,垂直	perpendicular
垂线	perpendicular line
垂足	pedal
铅垂线,垂直线	vertical line
曲线	curve;curved line
折线	broken line
斜线	oblique line
平行线	parallel lines
角	angle
顶点	vertex
边	side
平角	flat (straight) angle
周角	perigon;round angle
直角	right angle
钝角	obtuse angle
锐角	acute angle
优角	major (reflex;superior) angle
劣角	minor angle
余角	complement angle
补角	supplementary angle
内角	interior angle
外角	exterior angle
邻角	adjacent (contiguous) angle
对顶角	opposite (vertical) angle
矩形	rectangle
长方形	oblong;rectangle
正方形	square
三角形	triangle
直角三角形	right angled triangle
锐角三角形	acute triangle
钝角三角形	obtuse triangle
等腰三角形	isosceles triangle
等边三角形	equilateral triangle

正三角形	equilateral
斜三角形	oblique (scalence) triangle
斜边,弦	hypotenuse
底角	base angle
顶角	vertex angle
对角	opposite angle
对边	opposite side
对角线	diagonal
三角形面积	triangle area
四边形	quadrilateral;tetragon
平行四边形	parallelogram
菱形	lozenge;rhomb(us)
梯形	trapezoid
等腰梯形	isosceles trapezoid
多边形	polygon
正多边形	regular polygon
圆	circle
半圆	semicircle
圆心	center of a circle
半径	radius
直径	diameter
圆周	circumference
弧	arc
弦	chord
圆心角	central
圆周率	ratio of the circumference of a circle to its diameter
圆环	circular ring
同心圆	concentric circles
扇形	sector
弓形	arch;segment of a circle
弓形高	sagitta
平面	plane
截面	section
平面图形	plane figure



表面积	superficial area
全面积	total area
侧面积	lateral area
立方体	cube
长方体	cuboid
圆柱	circular cylinder
棱柱,角柱	prism
圆锥	circular cone
棱锥(角锥)	pyramid
圆台	circular truncated cone
棱台	truncated pyramid
球	ball
球体	spheroid
球面	sphere;spherical surface
拟柱体	quasicylinder
测量	measurement
水平面	horizontal plane
水平线	horizontal line
十进位制	decimal scale (system)
十进(制)记数法	decimal (denary) notation
二进位制	binary system
八进位制	octonary number system
十六进制	sexadecimal system
六十进制	sexagesimal system
集(合)	aggregate;set
元素	element
子集(合)	subset
空集	empty (null) set
等价集(合)	equivalent sets
并集	sum aggregate;union
交(集)	cap;intersection
差集	difference set
补集	supplementary set
余集,补集	complementary set
数据	data

数据处理	data processing
统计(学)	statistics
函数	function
常量(数)	constant
变量	variable
利息	interest
利率	rate of interest
汇兑	exchange
保险	insurance
本金	principal
利润	profit
汇率	rate of exchange
折扣	discount;rebate
单利	simple interest
复利	compound interest
成本	cost
盈余	gain;profit
温度	temperature
温度计	thermometer
冰点	freezing point
沸点	boiling point
距离	distance
速度	velocity
时间	time
单价	unit price
算术平均数	arithmetical mean
加权平均数	weighted means
物价指数	price index



第五部分 条目索引

一　画

一次约分法 …… 14
一一对应关系…… 133

二　画

二次方 …… 45
二进数…… 8
二进位制…… 7
二十四时记时法 …… 90
十位…… 9
十分位 …… 18
十进数…… 7
十进分数 …… 15
十进位制记数法…… 7
七巧板…… 139
人民币 …… 85
八进数…… 8
八进位制…… 8
几何体 …… 97
几何图形 …… 96
九九表 …… 35
n 次方根 …… 46

三　画

三边形…… 106
三角形…… 106
三角板…… 136
三级运算 …… 24
三角形数…… 139
三段论法…… 135
三角形的内心…… 109
三角形的中线…… 109
三角形的分类…… 108
三角形的元素…… 106
三角形的垂心…… 109
三角形的重心…… 109
三角形的内角和…… 109
三角形的中位线…… 109
三角形的底和高…… 108
三角形的稳定性…… 106
三角形的角平分线…… 109
三角形的面积计算…… 110
三角形边与边的关系…… 106
工程问题 …… 61
土方 …… 96
下旬 …… 90
寸 …… 91
大于 …… 26
大于号 …… 26
大括号 …… 27
大于号的性质 …… 26
丈 …… 91
万级 …… 10
万位…… 9
万分位 …… 19
上旬 …… 90

小于 …… 26
小时 …… 88
小数 …… 18
小于号 …… 26
小括号 …… 27
小数位 …… 18
小数点 …… 18
小数的写法 …… 19
小数的性质 …… 19
小数的读法 …… 19
小数化百分数 …… 23
小数开平方法则 …… 47
小数的大小比较 …… 19
小数加法运算法则 …… 30
小数除法运算法则 …… 40
小数乘法运算法则 …… 36
小数减法运算法则 …… 33
小数点位置移动的规律 …… 19
口诀 …… 36
口算 …… 23
千米 …… 90
千克 …… 92
千位…… 9
千分尺…… 138
千分号 …… 17
千分位 …… 19
千分数 …… 17
亿级 …… 10
亿位…… 9
个级 …… 10
个体…… 126
个位…… 8
弓形…… 118
弓形的高…… 118
弓形的面积计算…… 118
已知一个数的几分之几(百分之几)是多少,求这个数 …… 60
子集…… 131
子午线 …… 87
马克 …… 85

四　画

开方 …… 45
开平方 …… 46
开立方 …… 46
开 n 次方 …… 46
天平…… 139
元月 …… 90
元素…… 131
无限小数 …… 20
无限集合…… 131
无限数列…… 4
无效数字 …… 49
无限循环小数 …… 21
无限不循环小数 …… 21
不名数 …… 84
不等于 …… 26
不等号 …… 26
不等式 …… 27
不大于号 …… 26
不小于号 …… 26
不完全商 …… 39
不足近似值 …… 48
不足近似商 …… 48
不规则图形…… 115
不等边三角形…… 106
不规则图形的面积计算…… 115
历法 …… 87
比 …… 71
比号 …… 72
比例 …… 75

比值 …… 72
比率 …… 72
比例尺 …… 73
比例数 …… 75
比的化简 …… 72
比的后项 …… 72
比的前项 …… 72
比例中项 …… 75
比例系数 …… 79
比例的项 …… 75
比例定理 …… 76
比例的内项 …… 75
比例的外项 …… 75
比例的除法 …… 80
比例的乘法 …… 79
比的基本性质 …… 72
比例尺的应用 …… 73
比例分配问题 …… 75
比例的基本性质 …… 75
比例的加法和减法 …… 79
比与除法、分数的关系…… 72
互化 …… 84
互余…… 103
互补…… 103
互质 …… 71
互素 …… 71
互质数 …… 71
互为倒数 …… 40
日 …… 88
日元 …… 85
日历 …… 90
中旬 …… 90
中位数…… 127
中括号…… 127
中国数字…… 5
中心对称图形…… 118
水速 …… 58
水平面…… 126
水平线…… 126
升 …… 93
长度 …… 90
长方形…… 112
长方体…… 119
长度单位 …… 90
长方体的三度…… 120
长方体的体积计算…… 120
长方体的表面积计算…… 120
化法 …… 84
斤 …… 92
反比 …… 73
反驳…… 136
反证法…… 136
反比定理 …… 78
反比例关系 …… 79
反归一问题 …… 56
反比例应用题 …… 80
分 …… 88
分子 …… 11
分母 …… 11
分米 …… 91
分数 …… 11
分节号 …… 10
分析法 …… 51
分割法…… 115
分数线 …… 11
分数值 …… 11
分比定理 …… 78
分步列式 …… 52
分桃问题 …… 59
分数问题 …… 60

分数单位 …… 11
分数化小数 …… 21
分数的分类 …… 12
分数的不等 …… 13
分数的写法 …… 11
分数的相等 …… 13
分数的读法 …… 11
分解质因数 …… 67
分解质因数的方法 …… 67
分数化百分数 …… 17
分数大小的比较 …… 15
分数的基本性质 …… 13
分数与除法的关系 …… 11
分数分母的补因数 …… 15
分数加法运算法则 …… 30
分数除法运算法则 …… 40
分数乘法运算法则 …… 36
分数减法运算法则 …… 33
分数值的扩大或缩小 …… 14
分数化成有限小数的条件 …… 22
分数化成循环小数的条件 …… 22
分数化成纯循环小数的条件 … 22
分数化成混循环小数的条件 … 22
公元 …… 89
公历 …… 89
公斤 …… 92
公分 …… 91
公方 …… 96
公式 …… 28
公里 …… 90
公吨 …… 92
公亩 …… 94
公顷 …… 94
公厘 …… 91
公理 …… 27
公分母 …… 15
公因数 …… 68
公约数 …… 67
公倍数 …… 68
月 …… 88
勾股定理…… 110
六十进位制…… 8
文字题 …… 25
方 …… 96
方位角…… 126
方阵问题 …… 59
方格法…… 115
斗 …… 93
计量 …… 81
计数…… 5
计算 …… 23
计数器 …… 28
计算尺 …… 28
计算表 …… 28
计量单位…… 5
计量器具 …… 82
计数公理…… 5
计数原则…… 5
计数单位 …… 81
心算 …… 23
尺 …… 91
引 …… 91
双数 …… 66
幻方…… 140

五　画

正比 …… 72
正月 …… 90
正方形…… 112
正棱台…… 124
正棱锥…… 122

正三角形…… 107
正方形数…… 139
正多边形…… 105
正比例关系 …… 79
正归一问题 …… 56
正方形的周长…… 112
正比例应用题 …… 80
正棱台的斜高…… 124
正棱锥的斜高…… 122
正方形的面积计算…… 112
去尾法 …… 48
世纪 …… 89
世界时 …… 87
节气 …… 87
本金 …… 63
可约分数 …… 14
可靠数字 …… 49
石 …… 93
平方 …… 45
平年 …… 88
平角…… 102
平面 …… 97
平方寸 …… 94
平方丈 …… 94
平方尺 …… 94
平方米 …… 94
平方里 …… 94
平方根 …… 46
平行线…… 100
平均数 …… 53
平方分米 …… 94
平方公里 …… 93
平方厘米 …… 94
平方毫米 …… 94
平行线法…… 115
平均气温 …… 62
平面图形 …… 96
平行四边形…… 111
平均数问题 …… 53
平行线的基本性质…… 100
平行四边形的底和高…… 111
平行四边形的面积计算…… 111
卡钳…… 138
北京时 …… 96
凸多边形…… 105
卢布 …… 85
归除法 …… 45
归谬法…… 136
归一问题 …… 55
归纳论证…… 136
归纳推理…… 135
目测…… 125
电子计算机 …… 28
电子计算器 …… 28
凹多边形…… 105
四边形…… 111
四则运算 …… 24
四舍五入法 …… 48
四则混合运算 …… 24
四则运算式的读法 …… 25
四则混合运算的顺序 …… 24
生产总值 …… 64
包含除法 …… 39
主单位 …… 82
市里 …… 91
市制 …… 83
立方 …… 45
立方寸 …… 96
立方丈 …… 95
立方尺 …… 95

立方米 …… 95
立方体 …… 120
立方根 …… 46
立方分米 …… 95
立方厘米 …… 95
立方毫米 …… 95
立体图形 …… 96
立方体的体积计算 …… 120
立方体的表面积计算 …… 120
半径 …… 116
半圆 …… 116
汇兑 …… 64
必要条件 …… 135
记数 …… 6
出生率 …… 18
出粉率 …… 18
出勤率 …… 18
加仑 …… 93
加号 …… 30
加数 …… 30
加权平均数 …… 53
加法交换律 …… 31
加法的验算 …… 34
加法结合律 …… 31
加法运算定律 …… 30
加半向左移三法 …… 94
加法与减法的关系 …… 34
发芽率 …… 18
对应 …… 133
对顶角 …… 103
对称轴 …… 118
对称中心 …… 119
台秤 …… 138

六　画

式子 …… 25
式题 …… 25
扩分 …… 14
地积 …… 94
地积单位 …… 94
过剩近似值 …… 48
过剩近似商 …… 48
百位 …… 9
百分比 …… 16
百分号 …… 17
百分位 …… 19
百分制 …… 104
百分法 …… 17
百分率 …… 16
百分数 …… 16
百分比较图 …… 16
百分数问题 …… 60
百分数化小数 …… 23
百分数化分数 …… 17
有限小数 …… 20
有限集合 …… 131
有限数列 …… 4
有效数字 …… 49
有余数的除法 …… 39
有限小数化分数 …… 22
列式 …… 25
死亡率 …… 18
劣角 …… 103
光年 …… 90
时 …… 92
曲线 …… 98
曲面 …… 97
同心圆 …… 116
同名数 …… 84
同类异名数 …… 84
同向运动问题 …… 57

因数 …… 35
年 …… 88
年代 …… 89
年龄问题 …… 58
成本 …… 64
成数 …… 17
成活率 …… 18
成数问题 …… 61
成反比例的量 …… 79
成比例的线段…… 100
成正比例的量 …… 79
传统的珠算加法练习 …… 31
传统的珠算乘法练习 …… 38
优角…… 102
自然数…… 2
自然数列…… 5
自然增长率 …… 18
自然数的分类…… 3
自然数的单位…… 3
自然数的性质…… 3
自然数列的性质…… 5
自然数的基本顺序律…… 3
行程问题 …… 57
合 …… 93
合数 …… 66
合格率 …… 18
合比定理 …… 78
合分比定理 …… 78
众数…… 126
旬 …… 90
名数 …… 84
名数单位 …… 84
多边形…… 104
多面体…… 119
多位数写数法 …… 10
多位数读数法…… 9
多边形的面积计算…… 106
多边形的内角和外角…… 105
多位数加法运算法则 …… 30
多位数除法运算法则 …… 40
多位数乘法运算法则 …… 36
多位数减法运算法则 …… 32
冰点 …… 62
交集…… 132
充分条件…… 135
充要条件…… 135
并集…… 131
关系符号 …… 25
米 …… 90
米制 …… 82
论证…… 136
农历 …… 87
异名数 …… 84
导出单位 …… 82
阳历 …… 87
收尾法 …… 48
阶乘 …… 37
阴历 …… 87
阴阳历 …… 87
约分 …… 14
约率…… 117
约数 …… 66
约等于 …… 26
约等号 …… 26
约分的方法 …… 14

七 画

形式逻辑…… 134
进率 …… 83
进一法 …… 48
进位制…… 6

进位加法 …… 30
运算 …… 23
运算法则 …… 28
运算符号 …… 25
折扣 …… 64
折线 …… 98
折线统计图…… 129
拟柱体…… 125
拟柱体的中截面…… 125
拟柱体的体积计算…… 125
克 …… 92
杆秤…… 138
求一个数的几分之几(百分之几)是多少…… 60
求一个数是另一个数的几分之几(或百分之几) …… 60
更比定理 …… 78
两 …… 92
两两互质 …… 71
两条线段的比…… 100
两点间的距离…… 101
两条平行线间的距离…… 100
还原问题 …… 56
连比 …… 73
连除 …… 39
连乘 …… 36
连加法 …… 30
连减法 …… 32
连续数 …… 71
连续奇数 …… 71
连续偶数 …… 71
连比的求法 …… 73
连续数问题 …… 59
步测…… 125
时 …… 88
时区 …… 85
时辰 …… 85
时间 …… 85
时刻 …… 85
时差 …… 86
时计问题 …… 62
时间单位 …… 85
时差问题 …… 63
里 …… 91
吨 …… 92
呎 …… 92
利息 …… 63
利率 …… 63
体积 …… 95
体积单位 …… 95
低级单位 …… 84
位数…… 9
位值原则…… 8
近似值 …… 47
近似商 …… 47
近似数 …… 47
近似数的写法 …… 49
近似数的截取方法 …… 48
近似数的精确度 …… 48
近似数加减法法则 …… 50
近似数乘除法法则 …… 50
返回归一问题 …… 56
余角…… 103
余数 …… 39
余不足问题 …… 59
邻角…… 103
邻补角…… 103
龟鹤问题 …… 59
角…… 101
角柱…… 121

角度 …… 96
角的边 …… 102
角度制 …… 103
角平分线 …… 103
角的顶点 …… 102
角度单位 …… 96
条形统计图 …… 129
亩 …… 94
应用题 …… 50
序数 …… 2
弃九验算法 …… 48
闰日 …… 88
闰月 …… 88
闰年 …… 88
间接论证 …… 136
判断 …… 134
完全数 …… 46
完全平方数 …… 46
穷举法 …… 136
证明 …… 136
补角 …… 103
补集 …… 132
阿拉伯数字 …… 6
鸡兔问题 …… 59
纬度 …… 86
纯小数 …… 19
纯循环小数 …… 20
纯循环小数化分数 …… 23
纵横图 …… 140

八　画

表算 …… 23
表面积 …… 119
担 …… 92
英寸 …… 92
英尺 …… 92
英里 …… 92
英亩 …… 94
英磅 …… 85
直角 …… 102
直径 …… 116
直线 …… 98
直棱柱 …… 121
直角扇形 …… 118
直角梯形 …… 113
直接论证 …… 136
直角三角形 …… 107
直进归一问题 …… 56
码 …… 92
奇数 …… 66
奇素数 …… 66
顷 …… 94
非约数 …… 66
非倍数 …… 66
国际单位制 …… 83
典型应用题 …… 53
罗盘 …… 139
罗马数字 …… 6
图表 …… 127
图距 …… 74
图解法 …… 52
垂足 …… 99
垂线的长 …… 100
垂直和垂线 …… 99
垂线的基本性质 …… 99
物价指数 …… 64
和 …… 30
和的变化 …… 31
和的性质 …… 30
和差问题 …… 54
和倍问题 …… 55

季度 …… 89
侧面积…… 119
货币 …… 85
质数 …… 66
质因数 …… 67
质约数 …… 67
质数的判定 …… 66
命题…… 134
命题的充分必要条件…… 134
周角…… 102
变量…… 133
底数 …… 45
底面积…… 119
单比 …… 73
单价 …… 64
单利 …… 63
单数 …… 66
单比例 …… 79
单名数 …… 84
单式统计表…… 128
单位面积产量 …… 64
法郎 …… 85
沸点 …… 62
定义 …… 27
定律 …… 27
定理 …… 27
空集…… 131
实距 …… 14
试商 …… 39
弧…… 116
弧度制…… 104
弧长的计算…… 117
弦…… 116
弪制…… 104
函数…… 133
线 …… 98
线段 …… 98
线段图 …… 52
线段比例尺 …… 74
线段的中垂线…… 100
线段的比例中项…… 101
线段的垂直平分线…… 100
经度 …… 85

九 画

封闭折线 …… 99
括号 …… 26
括弧 …… 27
括线 …… 27
指数 …… 45
带小数 …… 19
带分数 …… 12
带分数化成假分数 …… 12
带余除法 …… 39
带余除法的性质 …… 39
标尺…… 126
标杆…… 126
标准时 …… 86
标准时区 …… 86
相对误差 …… 49
相交直线 …… 99
相遇问题 …… 57
相向运动问题 …… 57
厘 …… 94
厘米 …… 91
厘克 …… 92
面 …… 97
面积 …… 93
面积单位 …… 93
轴对称图形…… 118
背向运动问题 …… 57

点…… 101
点到直线的距离…… 101
竖式 …… 25
星期 …… 89
钝角…… 102
钝角三角形…… 108
矩形…… 112
矩形的周长…… 112
矩形的长和宽…… 112
矩形的面积计算…… 112
秒 …… 89
科学记数法…… 8
重量 …… 92
复比 …… 73
复利 …… 64
复比例 …… 79
复名数 …… 84
复种指数 …… 64
复比例问题 …… 81
复归一问题 …… 56
复合应用题 …… 52
复式统计表…… 128
复名数的化法 …… 84
复名数的聚法 …… 84
复合应用题的解题步骤 …… 52
保险 …… 64
追及问题 …… 57
度 …… 90
度量 …… 90
度量衡 …… 90
度量单位 …… 90
差 …… 32
差集…… 132
差的变化 …… 33
差的性质 …… 32
差倍问题 …… 55
差额平分问题 …… 54
美元 …… 85
逆运算 …… 28
总体…… 126
测绘…… 125
测量…… 125
误差 …… 49
诱导比例 …… 78
退位减法 …… 32
既约分数 …… 14
除 …… 38
除以 …… 39
除号 …… 39
除数 …… 38
除法的验算 …… 42
除法运算的性质 …… 40
盈亏问题 …… 58
结合符号 …… 26
绝对误差 …… 49
统计…… 126
统计表…… 127
统计图…… 128
统计表的结构…… 127
统计表的制作规则…… 127
统计图的制作规则…… 128

十 画

珠算 …… 24
珠算加法 …… 31
珠算除法 …… 43
珠算乘法 …… 37
珠算减法 …… 34
素数 …… 66
素因数 …… 67
换算 …… 83

真分数 …… 12
真命题 …… 134
样本 …… 126
样本的容量 …… 126
速度 …… 57
速算 …… 24
速算法 …… 24
配比问题 …… 75
夏历 …… 87
砝码 …… 139
逐次约分法 …… 14
哩 …… 92
盎斯 …… 93
圆 …… 115
圆心 …… 116
圆台 …… 123
圆环 …… 116
圆规 …… 137
圆柱 …… 120
圆锥 …… 122
圆心角 …… 117
圆周长 …… 117
圆周角 …… 117
圆周率 …… 116
圆台的高 …… 123
圆锥的高 …… 122
圆台的母线 …… 123
圆台的底面 …… 123
圆面积计算 …… 117
圆锥的母线 …… 122
圆锥的底面 …… 122
圆台的体积计算 …… 123
圆柱的体积计算 …… 120
圆锥的体积计算 …… 122
圆台的表面积计算 …… 123
圆台的侧面积计算 …… 123
圆柱的表面积计算 …… 120
圆柱的侧面积计算 …… 120
圆锥的表面积计算 …… 122
圆锥的侧面积计算 …… 122
钱 …… 92
铅垂线 …… 126
乘 …… 35
乘方 …… 45
乘以 …… 35
乘号 …… 35
乘数 …… 35
乘法口诀表 …… 35
乘法表 …… 35
乘法分配律 …… 37
乘法交换律 …… 36
乘法的验算 …… 42
乘法结合律 …… 36
乘法运算定律 …… 36
乘法与除法的关系 …… 42
乘法对于加法的分配律 …… 37
秤 …… 138
积 …… 35
积的位数 …… 37
积的变化 …… 37
积的唯一性和存在性 …… 35
笔算 …… 23
倒数 …… 40
倍数 …… 66
倍比问题 …… 56
倍数问题 …… 54
倍数的基本性质 …… 66
射线 …… 98
航行问题 …… 58
高级单位 …… 84

准确数 …… 47
递等式 …… 25
递减数列…… 4
递增数列…… 4
浬 …… 91
海里 …… 91
流水问题 …… 57
容积 …… 93
容量 …… 93
容积单位 …… 93
容量单位 …… 93
扇形…… 117
扇形统计图…… 130
扇形的面积计算…… 118
被加数 …… 29
被除数 …… 38
被乘数 …… 35
被减数 …… 32
被开方数 …… 46
通分 …… 15
通分的方法 …… 15
能被一个数整除的数的特征 … 65
验算 …… 24

十一画

球…… 124
球体…… 125
球面…… 125
球体的体积计算…… 125
球面的面积计算…… 125
推理…… 135
推算 …… 24
基数…… 2
基本单位 …… 82
菱形…… 113
菱形的面积计算…… 113
梯形…… 113
梯形的腰…… 114
梯形的中位线…… 114
梯形的底和高…… 114
梯形的面积计算…… 114
辅币 …… 85
辅助单位 …… 82
常量…… 133
距离…… 101
第一级运算 …… 24
第二级运算 …… 24
第三级运算 …… 25
第四比例项 …… 75
偶数 …… 66
偶素数 …… 66
假分数 …… 12
假命题…… 134
假分数化成带分数或整数 …… 12
船速 …… 58
斜线 …… 99
斜棱柱…… 121
斜三角形…… 108
凑十法 …… 30
减号 …… 32
减数 …… 32
减法的验算 …… 34
减法运算性质 …… 33
毫升 …… 93
毫米 …… 91
毫克 …… 92
商 …… 39
商除法 …… 45
商的位数 …… 41
商的变化 …… 41
商的性质 …… 41

混小数 …… 19
混循环小数 …… 21
混循环小数化分数 …… 23
淘汰法 …… 136
密率 …… 117
密位制 …… 104
综合式 …… 52
综合法 …… 52
随机事件 …… 134

十二画

棱 …… 119
棱台 …… 123
棱柱 …… 120
棱锥 …… 122
棱柱的截面 …… 121
棱柱的直截面 …… 121
棱台的体积计算 …… 124
棱柱的体积计算 …… 121
棱锥的体积计算 …… 123
棱台的表面积计算 …… 124
棱台的侧面积计算 …… 124
棱柱的表面积计算 …… 121
棱柱的侧面积计算 …… 121
棱锥的表面积计算 …… 123
棱锥的侧面积计算 …… 122
植树问题 …… 56
最简比 …… 72
最简分数 …… 14
最大公因数 …… 68
最大公约数 …… 68
最小公倍数 …… 70
最大公约数的求法 …… 68
最小公倍数的求法 …… 70
量 …… 82
量杯 …… 137
量具 …… 137
量值 …… 82
量筒 …… 137
量数 …… 82
量角器 …… 137
幂 …… 45
锐角 …… 102
锐角三角形 …… 107
短除法 …… 39
等于 …… 26
等号 …… 26
等式 …… 27
等分除法 …… 39
等比定理 …… 78
等比数列 …… 4
等价集合 …… 133
等差数列 …… 4
等量关系 …… 51
等腰梯形 …… 113
等边三角形 …… 107
等式的性质 …… 27
等量的性质 …… 26
等腰三角形 …… 107
等腰直角三角形 …… 108
筝形 …… 114
集合 …… 130
集合的分类 …… 131
集合的运算 …… 131
集合的表示法 …… 131
循环节 …… 20
循环点 …… 20
循环小数 …… 20
循环周期 …… 20
普通分数 …… 15
温度 …… 62

温度问题 …… 61
游标卡尺 …… 137
割补法 …… 115

十三画

概念 …… 134
概念的内涵 …… 134
概念的外延 …… 134
概率 …… 133
零 …… 3
零的性质 …… 3
频率 …… 126
频数 …… 126
置换问题 …… 59
简便运算 …… 24
简捷算法 …… 24
简单多边形 …… 104
简单应用题 …… 51
简单应用题的类型 …… 51
微米 …… 91
解比例 …… 91
数 …… 1
数列 …… 4
数字 …… 5
数位 …… 8
数序 …… 5
数码 …… 5
数学 …… 1
数据 …… 126
数量 …… 82
数的分级 …… 10
数的分解 …… 10
数的组成 …… 10
数据处理 …… 126
数量关系 …… 51
数位顺序表 …… 9
数的进位制 …… 6
溶液浓度 …… 18

十四画

截面、横截面 …… 97
聚法 …… 85
辗转相除法 …… 71
辗转相减法 …… 71
算术 …… 1
算式 …… 25
算盘 …… 28
算术根 …… 46
算术数 …… 2
算术中数 …… 53
算术平均数 …… 53
算术基本定理 …… 67
算盘上的记数法 …… 29
算盘上的拨珠法 …… 29
演算 …… 23
演绎论证 …… 136
演绎推理 …… 135

十五画

增长率 …… 18
横式 …… 25
磅 …… 92

十六画

整除 …… 64
整数 …… 4
整数加法 …… 29
整数除法 …… 38
整数乘法 …… 35
整数减法 …… 32
整数的性质 …… 65
整数开平方法则 …… 46
整数化成假分数 …… 12
衡器 …… 82

十七画

繁分数 …… 15

繁分数化简的方法 …… 15

