版权专有　侵权必究

图书在版编目（CIP）数据

图形谜题/（日）逢泽明著 甄晓仁译. —北京 北京理工大学出版社，2006.1
（头脑训练丛书）
ISBN 7-5640-0654-4

Ⅰ. 图… Ⅱ. ①逢… ②甄… Ⅲ. 智力测验 Ⅳ. G449.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2005）第 158874 号

北京市版权局著作权合同登记号　图字：01-2005-5172 号
ATAMA GA YOKU NARU ZUKEI PAZURU
By Akira Aizawa
Copyright ⓒ 2001 by Akira Aizawa
Illustrations ⓒ 2001 by Yukie Abe
All rights reserved
Original Japanese edition published by PHP Institute, Inc.
Simplified Chinese translation rights arranged with PHP Institute, Inc.
through Japan Foreign-Rights Center

出版发行/ 北京理工大学出版社
社　　址/ 北京市海淀区中关村南大街 5 号
邮　　编/ 100081
电　　话/ （010）68914775（办公室） 68944990（批销中心） 68911084（读者服务部）
网　　址/ http://www.bitpress.com.cn
电子邮箱/ chiefeditor@bitpress.com.cn
经　　销/ 全国各地新华书店
印　　刷/ 北京地质印刷厂
开　　本/ 880 毫米×1230 毫米　1/32
印　　张/ 6.625
字　　数/ 80 千字
版　　次/ 2006 年 1 月第 1 版　2006 年 1 月第 1 次印刷
定　　价/ 15.00 元

责任校对/ 张　宏
责任印制/ 吴皓云

图书出现印装质量问题，本社负责调换

# 前　言

这套谜题系列小书已经该出第三册了。在此，我们先来谈谈“创造力”。

聪明有多种表现：

① 什么都能记住——“记忆力”好。

② 擅长数字和科学——有特殊的“数学能力”。

③ 能言善辩——长于“推理”和“表达能力”。

④ 创意迭出——对，这就是有“创造力”的人。

其中，最不可思议的头脑劳作就是“创造力”，这是教育心理学家也还没弄明白的一种能力。

有位名流说，智能的基本要素包括：空间、知觉、数、语言、记忆、表达和推理等七个方面。其中并不包括“创造力”。怎么说好呢？

比照一下开头提到的四种“聪明”表现，就可以发现“空间”和“知觉”能力（换言之，即处理空间和平面“图形”的能力），似乎与创造力有很密切的关系。

不擅长“图形”？那么，肯定也很少有创造性“闪

现”！

调查发现，那些具有超常创造能力的人，很多在童年时期都喜欢与图形有关的题目。图形能力是他们的共同特征。

爱因斯坦的相对论本来就是关于空间弯曲的理论。

诺贝尔化学奖获得者福井谦一曾强烈呼吁：“几何教学比什么都重要。”近年诺贝尔化学奖获得者的业绩，简直就是立体几何学。当然，诺贝尔物理学奖获得者汤川秀树年轻时也爱读几何学著作。

而且，日本的三位“菲尔兹奖”（通称“数学诺贝尔奖”）获得者都出自与几何学有关的领域。

本书的目的就是通过谜题愉快地提升这种图形能力。图形题目特别适合于头脑训练，它不仅锻炼“左脑”，也锻炼“右脑”。要善用左右两个半脑，充分发挥你大脑的潜能。

本书中的所有题目都是小学生应该能解的，但是，专业的数学家可能反倒要冥思苦想，折腾个七荤八素。

解开难题，当然很痛快；解不开难题，看看答案也有提高。不论怎样，这些步骤都在切实提高你的脑力。那些担心脑力开始衰竭的人，也不妨试试。

不管怎么说，一本谜题书都是很有趣的。书中广纳

古今有名的谜题。即使解不开这些题，你也不妨欣赏图形之优美，解答之巧妙。如此，即可提高“观察力”——它是创造力的前导阶段。

另外，本书还可以在“公务员考试”和“就业考试”中充当虎韬①。并且，对于辅导孩子学习也非常有用，可以愉快地提高孩子解答著名中学入学考试题目的能力。

要锻炼头脑，请务必“努力”解题。创造力的很大部分是“试错”能力。无数经验说明：只要努力，就能成功。

最后，本书写作得到了 PHP 研究所的高人竹下康子的很多帮助。我正忙于“智能计算机”的研究，竹下康子又来找我。她不管不顾地将其策划强加于我，我多少有些不痛快。但是，如果您觉得本书还算凑合，则应感谢高人的组稿手段，谨此致意。

逢泽明

2001 年 11 月 27 日（诺贝尔奖纪念日）

① 虎韬为中国古代兵书《六韬》之卷四，此处意同“秘笈”。——译者注

# 本书用法

**这里共有 100 道挑战性的题目。每道题目及其得分分别由刺猬埃林、黑豹杜克、长颈鹿拉恩、猩猩莱昂、小天使安吉尔掌管。下面，请看他们的自我介绍。**

5点

**名字：埃林**

**致词：**我出的题目都是很简单的。连小学生都应该能答上。不过，如果不认真思考，嘻里马哈地也容易出错哟！

8点

**名字：杜克**

**致词：**别看我挺严肃，其实不可怕。我出的都是基础问题，可也不太好解。有些题比较难，多加小心噢！

名字： **拉恩**

**致词：**我出的题目都是谜题的标准难度。当然，要超出日常的难度喽！能答上这些题的人，都是聪明人。

名字： **莱昂**

**致词：**能解开我老人家出的题吗？不行可别逞强，右脑训练稍差点儿的人可答不上这些题。

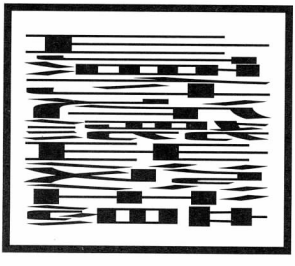
名字： **安吉尔**

**致词：**我这儿是谜题的最大难度了，没有点儿灵气儿可不行。如果你脑袋比数学家还强，那就没有问题了，当然，还要老天的祝福哎！

**注意：本书单页为题，其背面为答案。所有题目，满分** 1000 **分。**

**请先试着做题，后看答案，计算一下你的得分。书末附赠“图形能力诊断”，在那里，上面诸位会给你开出“才能诊断书”。**

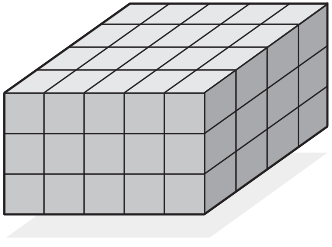
**走在山间小路上，发现远处的悬崖上挂着一个莫名其妙的牌子，直人正在往返踟蹰：牌子上到底写的是什么呢？**



山顶附近熊出没注意。

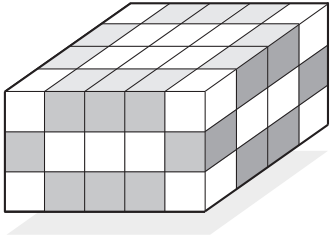
**把书逆时针旋转 90 度，就会发现一些特别细长的汉字。这牌子的确只有到山崖下面才能看到。直人这个直肠子是不是平安回来了？真让人担心，可别喂了黑瞎子呀！**

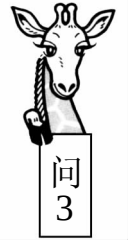
**有一个表面刷了红漆的立方体，长 4 厘米、宽 5 厘米、高 3 厘米，现欲将其切成边长为 1 厘米的正方体。能够切出多少个有两个面刷了红漆的正方体？**



24 个。

**靠边又不占角的切块都满足条件。从图中仔细数一下可以知道，共有 24 个。当然，背面也不要忘了！**





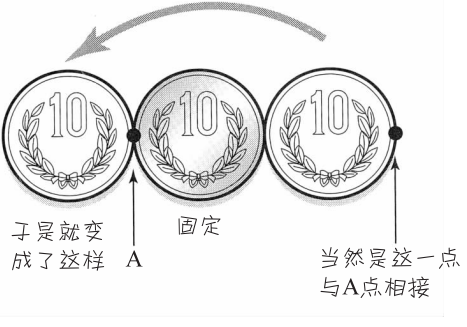

**两枚 10 日元硬币并列。右边的 10 日元硬币沿左边的 10 日元硬币不滑动滚过。当其滚动到另一边 A 处时，其文字朝向哪个方向？**

**不要拿硬币去试验，请通过思考回答问题。**

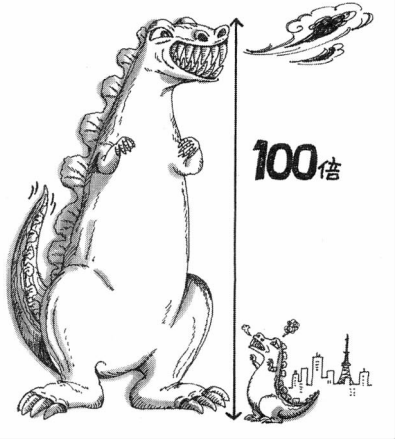
与原来的朝向相同。

**当移动的硬币到达 A 点时，其边缘上哪一点与 A 点相接呢？当然是与原接点正好相差 180 度的点。当然，前提是滚动的过程中没有滑动。**

**因此，把该点与 A 点相接，就得到了答案。**



**如果怪兽的身高扩大到原来的** 100 **倍，那么体重扩大到多少倍？**

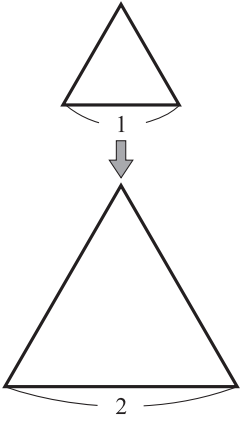


100 万倍。

**怪兽扩大以后，体积扩大到原来的** 100 **的** 3 **次幂，即** 100 **万倍，由于密度没有发生变化，所以，体重也扩大到** 100 **万倍。**

**这是“相似原理”的基本问题。伽利略证明，可以像这道题那样从相似变形的角度来考察生物问题。身长扩大** 100 **倍，其骨骼截面就扩大到原来的** 10000 **倍。**

**以老鼠为例，如果它扩大** 100 **倍，就相当于它一只脚上站了** 100 **只老鼠。由于密度相同，这只硕鼠只要试图站起来就会骨折。也就是说，老鼠的腿必须变得像大象腿那么粗才行。**



**再做一道相似形的题。**

**把正三角形的边长扩大到 2 倍就得到了一个更大的三角形。**

**① 三角形的周长扩大到多少倍？**

**② 三角形的面积扩大到多少倍？**

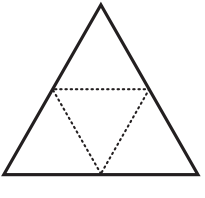
周长扩大到 2 倍， 面积扩大到 4 倍。

**“相似”是考察图形“扩大”与“缩小”的最基本概念。长度扩大到 2 倍时，相似比为 1: 2。周长等与“长度”的扩大倍率均等于相似比。而面积则扩大到相似比的平方倍。并请记住：体积的扩大倍率则是相似比的立方。**

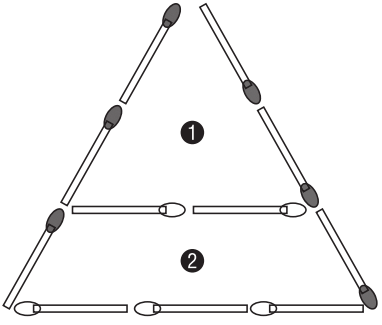
**只要是相似变形，不管其形状多么复杂，其长度、面积、体积都遵循此规律。**

**假如正十边形的边长扩大到 3 倍，则其面积一定扩大到 3 的平方，即 9 倍。**

**如果可乐瓶子的所有尺寸都扩大到 2 倍，那它就装得下原来 8 倍的可乐。**



问 6



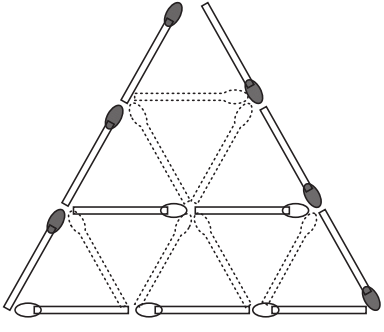

**这也是一道应用题。**

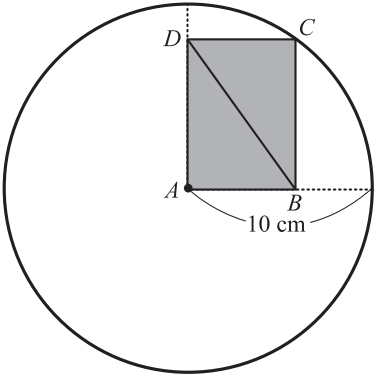
**用 9 根火柴棒摆成正三角形，用 2 根火柴棒将其分为 ① 和 ② 两部分，那么，哪部分的面积更大？**

② 更大。

**再加几根火柴棒把其分为更小的正三角形，就会发现 ① 由 4 个小的正三角形组成，② 由 5 个小正三角形组成。**

**如果接续前面几道题的思路，那么原来的正三角形与 ① 的面积之比为 9∶4 （并非两者的面积分别是 9 和 4）。因此，② 就占原来的正三角形面积的 9 - 4 =5 份。**





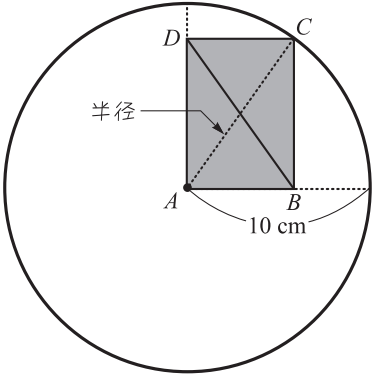
**再来道题练练灵感。**

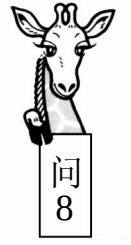
**图示煎饼的半径为** 10 **厘米，**A **为其圆心。在这块煎饼上放一块长方形曲奇** ABCD**，请问** BD **的长度是多少？**

10 厘米。

**作辅助线联结 AC，其长度应该与 BD 相等，因为二者同为长方形的对角线。而 AC 同时又是圆的半径，当然是 10 厘米啦。**

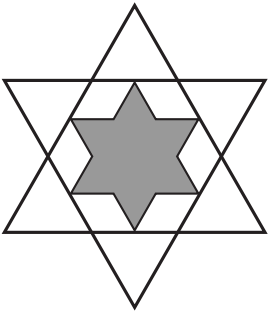
**只要画出辅助线，很多图形问题就迎刃而解了。只要一条线，视角就全变了，各种关系也就清楚了。这就是右脑的直觉！**






**来道难一点儿的题吧，解开这道题，图形能力堪称优秀。**

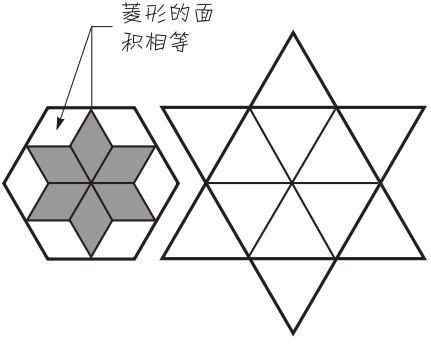
**两个正三角形叠起来成为星形，在里面再画一个更小的星形（图中带阴影的部分）。如果大星形的面积是 20 平方厘米，小星形的面积是多少？**



5 平方厘米。

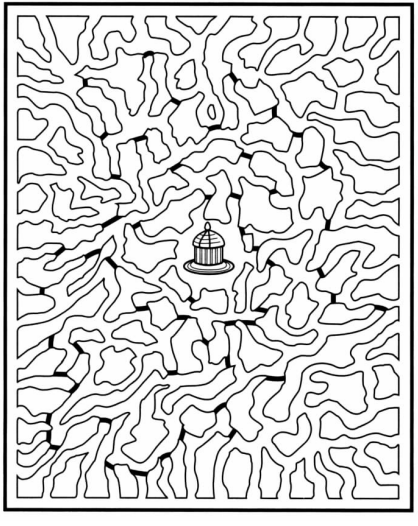
**如图所示，大星形由 12 个正三角形构成。其内部正六边形的面积是总面积的 1/2。小星形可以分解成 6 个菱形，其面积又是正六边形的一半。**

**这道题也是应用辅助线的一个例子。**



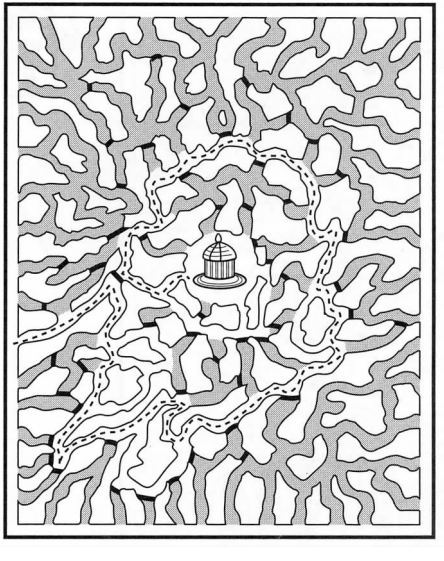
**这道题是真正的“谜题”。**

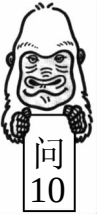
**这是有名的迷宫题。不仅道路复杂，经常有死胡同，周围又布满了入口。请找到通往中间“隐士宫”的通路。**



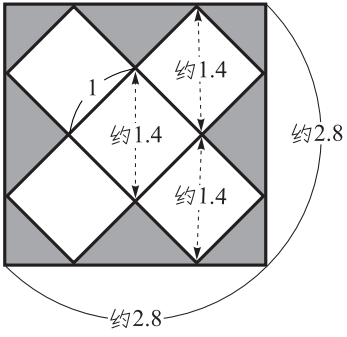
如图所示。

**在尝试的过程中，不断地把那些走不通的死胡同涂掉，就会发现图中的通路。这道题是被称为“谜题之王”的亨利·杜德尼的作品。**






**如果正方形的边长为 1，则其对角线的长度约为 1. 4。如图所示，我们把 5 个这样的正方形嵌进一个边长约为 2. 8 的正方形中。但是，我们还可以把它们嵌进一个边长更短的正方形中，请找出这个正方形。**



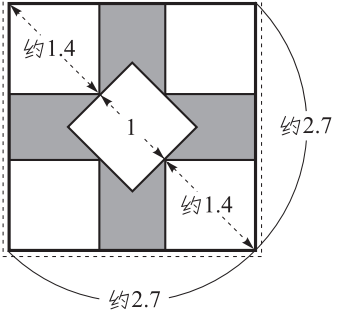
如图所示， 边长约为 2. 7。

**外框正方形的对角线约为** $1.4 \times 2 + 1 = 3.8$

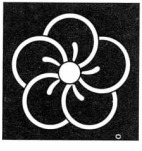
**考虑到对角线与边长之比，其边长为**

$$3.8 \div 1.4 \approx 2.7$$

**编写谜题的人曾经对这种装嵌问题进行过很深入的研究。**



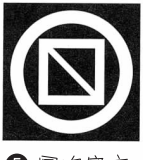
❶ 德川葵



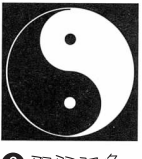
❷ 阴文旋梅

❸ 交差鹰羽

❹ 池田龙胆

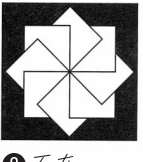


❺ 圆内容方



❻ 阴阳双鱼

❼ 砥柱三蕨



❽ 石车

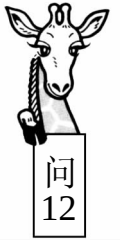
**左面是日本常见的一些徽章，请指出其中的轴对称图案和点对称图案。**

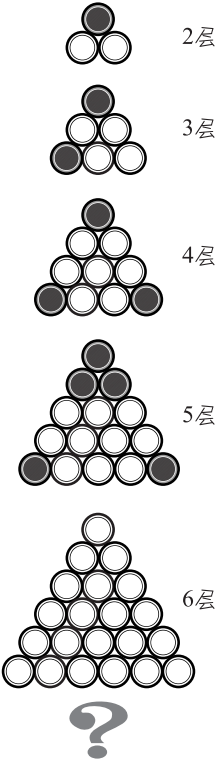
①、⑤ 为轴对称图案， ⑤、⑧ 为点对称图案。

**所谓轴对称，就是沿某直线折叠时完全重合的图形；点对称就是以某点为中心旋转 180 度以后完全重合的图形。**

**②、③、④ 不是对称图案，尤其要注意 ④ 的下半部分。另外，① 和 ② 旋转 180 度以后不重合，所以，不是点对称图案，而 ⑥ 旋转 180 度以后颜色刚好相反。**

**另外，⑤ 的对称轴是 45 度斜线，并且是点对称图案。仔细观察会发现 ⑧ 也是点对称图案。**



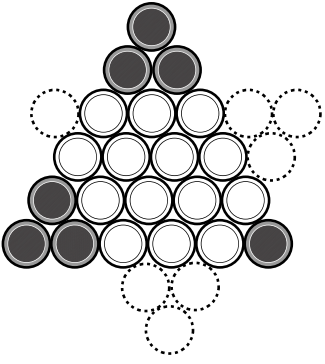



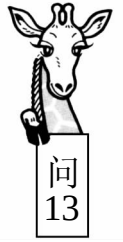

**用硬币摆成金字塔，只要移动尽可能少的硬币就可以让金字塔上下倒过来。比如对于 2～5 层的金字塔，只要移动图中深色的硬币就可以把它倒过来。**

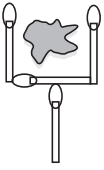
**那么，要把 6 层金字塔倒过来，最少需要移动几枚硬币？**

7 枚。

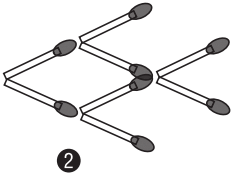
**只要移动图中深色的硬币即可。实际上，如果层数是 3 的倍数，就只能非对称移动。**



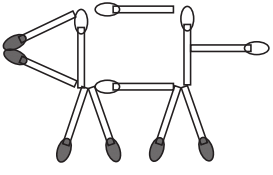


❶



❷



❸

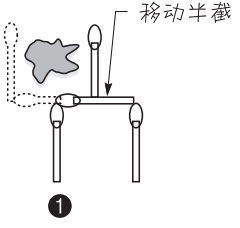
**这是非常有名的火柴棒谜题，需要靠灵感来解答。**

**① 只移动 2 根火柴棒，把铲子里的垃圾倒掉。**

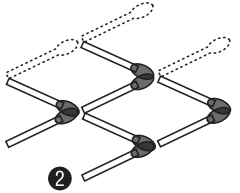
**② 只移动 3 根火柴棒，让金鱼掉头。**

**③ 只移动 2 根火柴棒，让小猪掉头。**

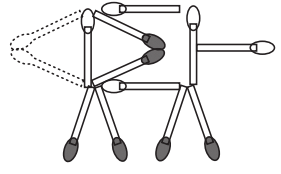
请按图示移动。




❶



❷

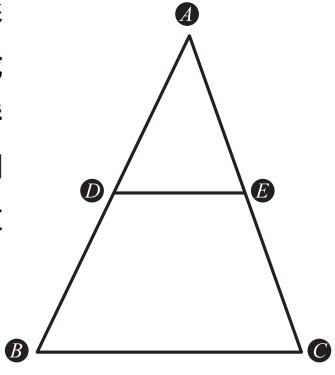


❸

**还有一道类似的题，是移动 2 根火柴棒把小猪捆在汽车上，这也需要灵感，请你思考（答案是把它变成小猪的俯视图，当然，图中未画出来）。**

**一个最基本的问题。**

**如图所示，连接三角形两个边的中点，把它分割成两个图形。将这两个图形拼在一起，能够组成如下提到的哪种图形？当然，不许重叠，也不许折叠。**




**① 正方形**

**② 梯形**

**③ 菱形**

**④ 平行四边形**

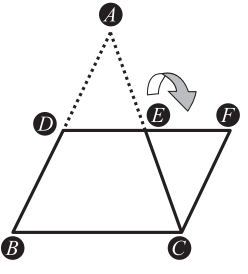
**⑤ 另外的三角形**

④。

**解答这道题，需要知道三角形中线定理，根据这个定理，DE 与 BC 平行，并且长度等于 BC 的一半。按图示将两个图形并列。则 DF 与 BC 平行并且相等，因此，是平行四边形。**

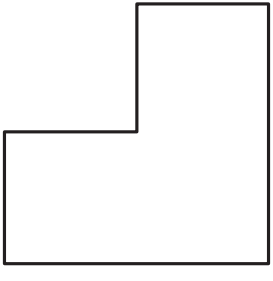
**由于平行四边形是“上底与下底相等的梯形”，所以，还可以加选②（遗憾的是，学校有很多老师都把这种选择当作错误的选择）。**

**另外，如果原图是特殊三角形，也可以构成正方形和菱形。但绝对不能组成梯形（上底与下底不等）或另一个三角形。如果有兴趣不妨思考一下，为什么？**



**一个有名的谜题。**

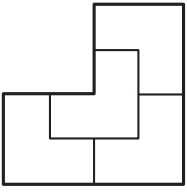
**请将所给图形分割为与原图形状相同的 4 个小图形。**

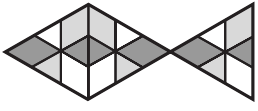


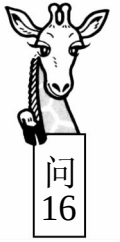
如图所示。

**形状相同而大小不同的图形是“相似”关系。相似三角形，可能是中学时比较愁人的题目。**

**而真正令人头疼的是这种分割问题。数学老师经常用图中下面的金鱼分割问题来为难擅长图形的人，能够解答者简直天下无双。仔细观察，居然分为 9 份！**

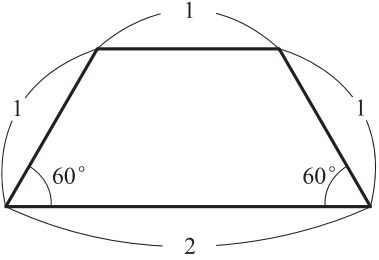


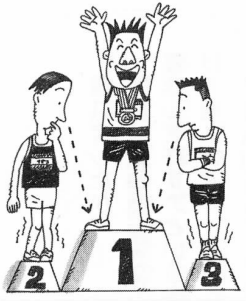





**再来一道类似的题目。**

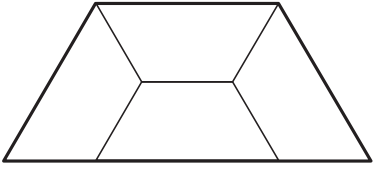
**请将下图分为 4 个相似形（即与原图形状相同的图形）。**

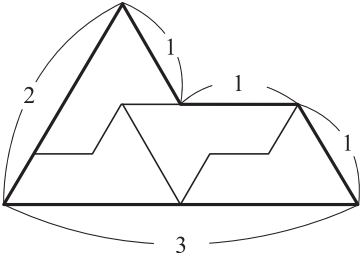


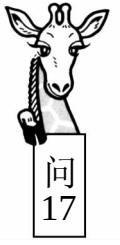



见图。

**下面那个图形是应用问题，但要附加一个“允许图形相互颠倒”的条件。**





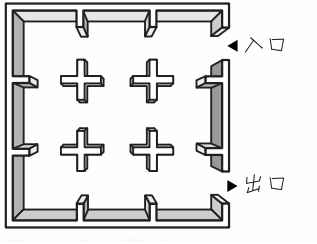



**莽撞的猪濑大步流星地从公司的入口闯了进来，急急忙忙要找部长，把所有的人都弄得目瞪口呆……**

**他只拐了两次弯就穿过了所有房间。由于部长不在，猪濑又从出口跑了出去。**

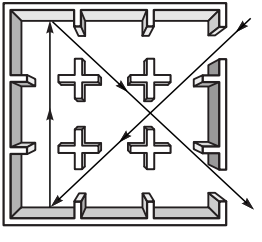
**请问，他是沿什么路线走的？**

公司俯视图

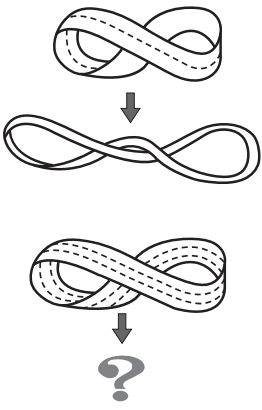


如图所示， 碰鼻子拐弯即可。

**人怎样在建筑物里行进，在建筑学上称为“动线”。如果公司里有猪濑这种莽撞的人，那墙可得修结实点儿！**



**麦比乌斯带①都知道吧？它是把纸带扭一下做成的。将这个纸带沿中线裁开，就会得到一个长 2 倍，并扭了两次的环。那么，如果在其宽度 1/3 处把纸带裁开，情况又会如何呢？不妨动手做一下。**

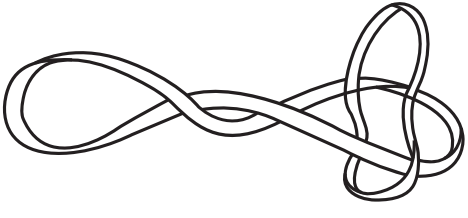


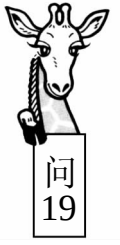

① 将一个长方形带子的一端先扭转 180°再和另一端粘合起来，就会得到一个具有奇特性质的空间。这是德国数学家麦比乌斯（A. F. Möbius，1790 - 1868）在 1858 年发现的，自此以后那种带子就以他的名字命名，称为麦比乌斯带。有了这种玩具使得一个数学的分支——拓扑学得以蓬勃发展。由于“麦比乌斯带”性质奇特，在工程技术上得到了广泛的应用。——译者注

大环和小环套在一起。

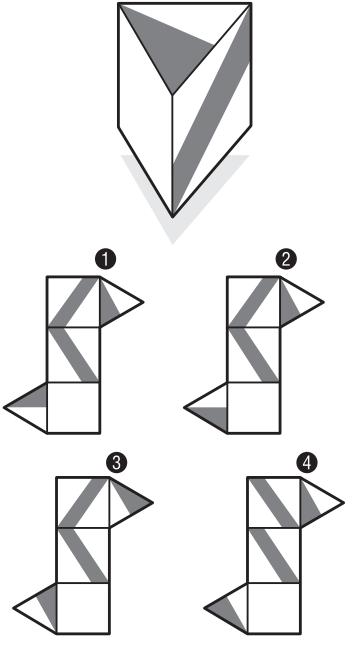
**不可思议！大环扭了两次，小环扭了一次，两个环像锁链一样套在一起。**

**另一个比较有名的例子是，从纸带的中间把它裁开，再把裁出来的两个环同样处理，就会得到两个套在一起的大环。**






**从某个角度看三棱柱，如图中上面所示。请从下面 4 个图中找出其展开图。**



③。

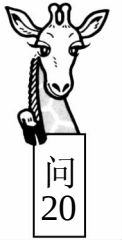
很多人都憷这种观察立体图形的问题。

这需要在大脑中不断改变展开图的方向，想像各个边凑在一起的状态。三棱柱的顶面是黑白各半，并且左边是白（相对于选定的顶面三角形底边），请牢记住这个左右关系。

展开图 ① 中没有满足这种关系的三角形，所以，首先排除。

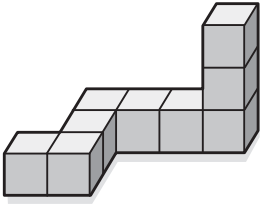
其次，与这个三角形底边相接的面是有一条从右上方到左下方的黑带，展开图 ② 没有满足这个条件的四边形。

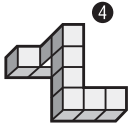
照方抓药，仔细思考就会发现只有 ③ 是满足条件的。

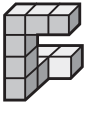


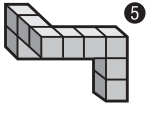

**还是一个观察立体图形的题目。**

**从下面的图形中选择与上面的立体图相同的图形。**





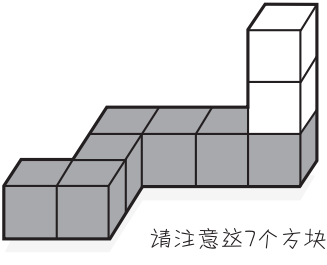



③。

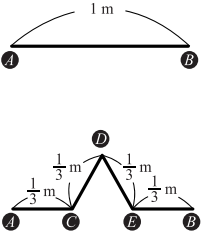
**原来的立体图形中，底面上连续排列着 7 个方块正方体，请注意其排列方向。**

**实际上，如果找到这个关键点，就会发现只有 ③ 是符合条件的。**

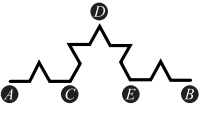
**只要找到了窍门，这类问题并不像想像的那么难。**



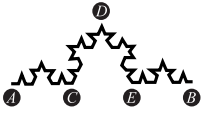
**图中最上面为长 1 米的直线。将其三等分，再把中间部分变成折线，使三角形 CDE 成为等边三角形（线的总长度增加）。然后，再把其余的部分都按同一规则变成折线。如果按此规则进行第 4 次变换后，折线的总长度是多少，请用分数回答。**




第1次




第2次




第3次

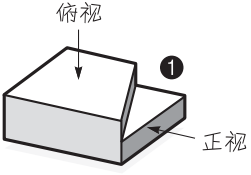
$3\frac{13}{81}$米。

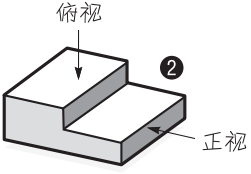
变换 4 次，每个折线的长度为$\frac{1}{3}$的 4 次幂，而折线的数量则是 4 的 4 次幂。两个数相乘就是答案。不过，你会分数运算吗？①

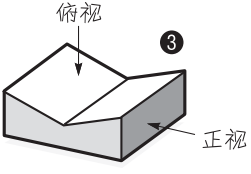
这个折线称为“柯赫折线”，是复杂性科学领域称为“分形”的复杂图形之一。每次变换，线的长度都会增加到原来的$\frac{4}{3}$倍，无限变换下去，折线的长度也便无限制地增加。现在的小学生，应该能够解答这类问题。

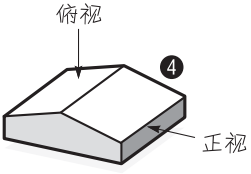
---

① 由于日本忽视初等教育，有很多大学生不会分数运算，居然认为$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$。日本文部省（相当于教育部，后与科学技术厅合并，成立文部科学省）为此受到了广泛的批判。——译者注



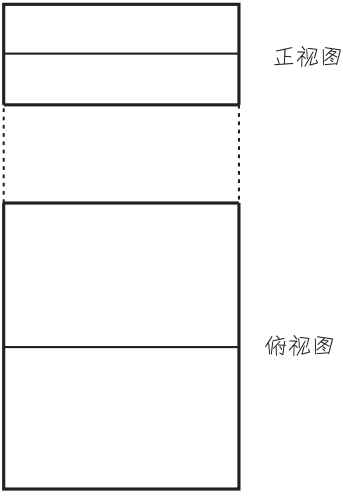




**现有 4 个物体。**

**按图示的视角，哪两个物体的俯视图相同，并且正视图也相同？**

② 和 ④。

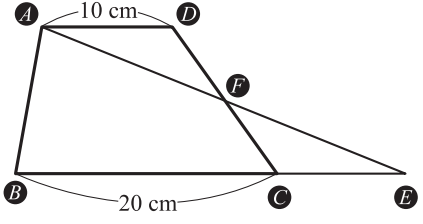
**这两个物体的正视图和俯视图分别如图所示，而其他两个物体的视图则不相同，请认真观察思考。**



**如图所示，过梯形的边 CD 的中点 F 作三角形 ABE。请问：**

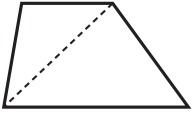
**① CE 的长度是多少厘米？**

**② 原来的梯形与三角形 ABE 哪个面积更大，还是二者相等？**

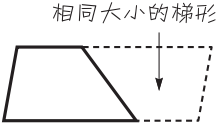


① 10 厘米， ② 相等。

讲解梯形面积时：



(1) 分为两个三角形




(2) 两个梯形拼成平行四边形

**根据日本 2002 年度的学习指导要领，小学算术课撤下了梯形面积计算，简直使人目瞪口呆。**

**这道题实际上是用另一种方法讲解了梯形面积算法。**

**原来讲解梯形面积算法时，通常的方法（请见附图）是：① 把梯形分解为 2 个三角形；② 用 2 个相同的梯形拼成平行四边形。**

**如果学校指望不上，你不妨自己教孩子。当然，作为预备知识，需要知道“三角形的面积 = 底 × 高 ÷ 2”和“平行四边形的面积 = 底 × 高”。**

人寿保险推销员雅子被北山先生难为了一下。

北山先生把 6 枝香烟放在桌上，然后说："这有 6 枝香烟，请找到一种摆法，让每枝都与其他 5 枝有接触。但是，不准折弯香烟。"

北山的意思是，如果答上这道题，可以考虑购买人寿保险。

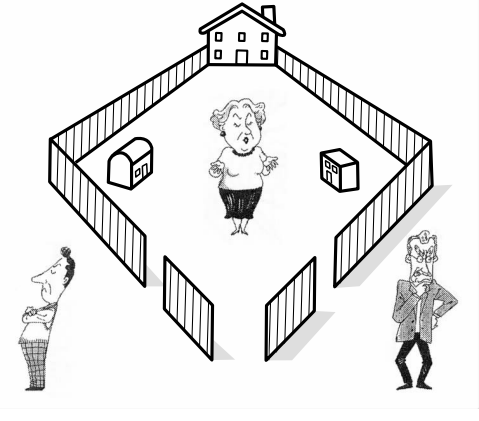
雅子嘴里嘟囔着："如果吸烟的话，保险费可要提高……"被卡在那里。

先让 3 只烟彼此接触， 然后在上面再摞一层。

**这就像垛草袋子和蜜蜂筑巢一样，都是看似不可能的组合。但这种方法确实能让 6 枝香烟彼此接触。这道题也来自“谜题之王”亨利·杜德尼的著作。**

**三家共一块绿地，可是邻里关系极度恶化。图中最上面那家想修条专用路到图中最下面那个门。图中左边那家针锋相对，要修条专用路到图中右下方那个门。结果，图中右面那家就修了条专用路到图中左下方那个门。**

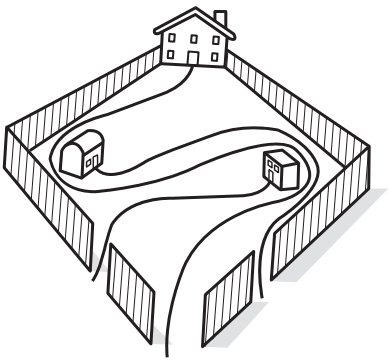
**三条通道不能交叉，请画出这三条通道。**



按图示修路即可。

**这道题也很有名。据说是美国谜题作家萨姆·劳埃德9岁时的作品。**

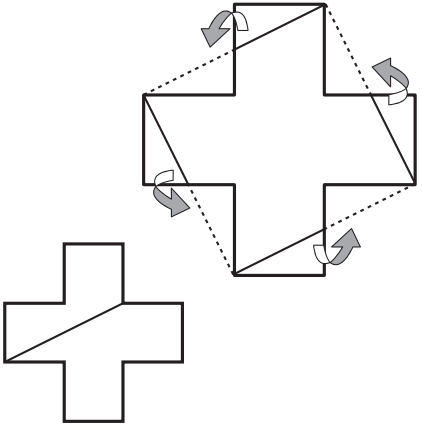
**如果三家修路的次序倒过来，就比较好找答案了①。**



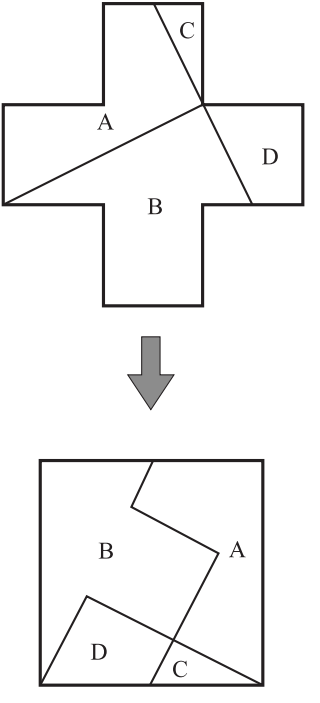
① 这邻里之间的关系也真难处理。传说我国曾有邻里为修一墙而争执。其中一家写信求助于京官。京官回信写道：千里捎书为一墙，让他三尺又何妨？万里长城今犹在，不见当年秦始皇。——译者注

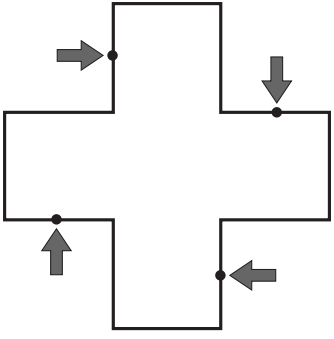
**知道“希腊十字”吗？就是把 5 个正方形拼在一起构成的“十字”图案。**

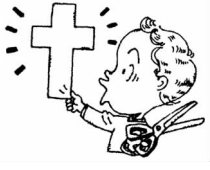
**如果按上图所示切成 5 块，就能拼成一个正方形。如果把它只切成 4 块，怎么切才能拼成一个正方形呢？题目比较难，所以，图中给出了一条线作为提示。**



如图所示。





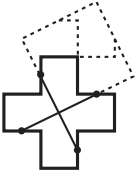


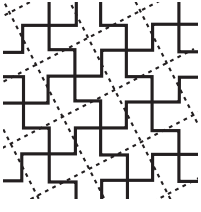
**还是前面那道“希腊十字”题，请再找一种切法。还是切成4块拼成正方形，但是，要求切成形状相同的4块！作为提示，图中已经标出了应该从哪里开始切。**

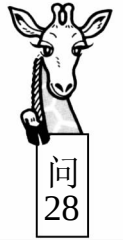
如图所示。

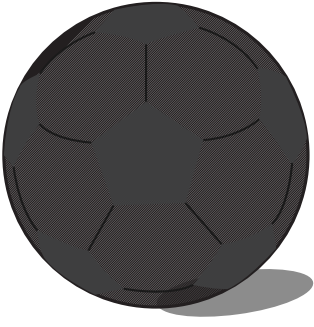
**下面的图给出了解答的秘技。**

**首先，画出用希腊十字拼成的地板。然后在透明纸上画出所求的正方形，把这两幅图巧妙地重合起来，就能找到答案。**





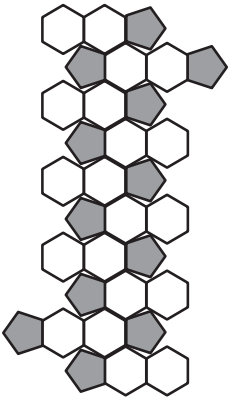


还真没数过……

**你知道足球吧？对了，就是图中所画的那种球。那么，这种球是由多少个正五边形和多少个正六边形构成的呢？**

正五边形 12 个， 正六边形 20 个。

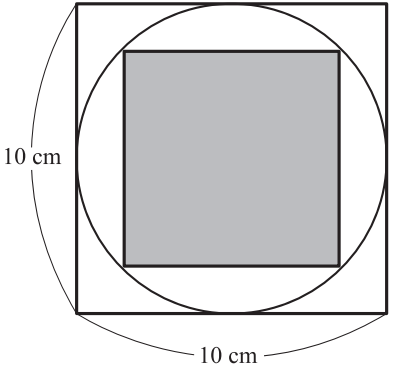


附图是其展开图，按此制图就能做出足球来。

足球这类物体是“准正多面体”之一。由正五边形可以构成正十二面体，由正六边形可以构成正二十面体，足球是二者的混合。

这个多面体共有 60 个顶点，如果每个顶点有一个碳原子，就变成了名为“富勒烯”① 的足球形分子，其发现者获得了诺贝尔奖。

① 富勒烯是继石墨和钻石之后的第 3 代碳同素异形体，是 5 个碳原子的环和 6 个碳原子的环结合后形成的球状分子。它具有非常卓越的化学、物理、光学特性，可望作为锂离子电池、太阳能电池、燃料电池的材料以及贮藏氧气和甲烷等气体的材料，或者用于癌症和艾滋病的治疗，应用范围很广泛，是 21 世纪的理想材料。发现富勒烯的 3 位博士在 1996 年获得诺贝尔化学奖。——译者注

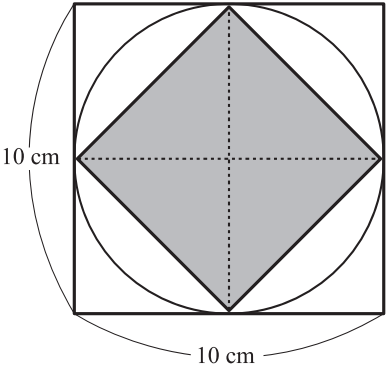


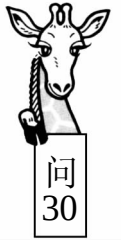
**如图所示，在边长为 10 厘米的正方形内画其内切圆。然后再在这个圆内画出内接正方形。试求小正方形的面积。**

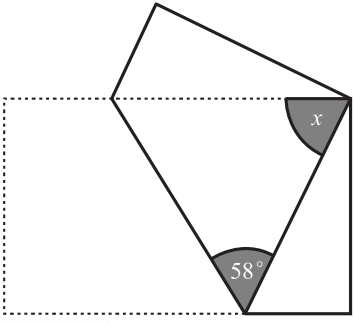
50 平方厘米。

**这是一个基础性题目。**

**把小正方形旋转 90 度，就能看出其面积是原来那个正方形的一半。当然，有人也可能不去旋转图形，直接计算对角线长为 10 厘米的正方形的面积。**





折叠会得到全等形……

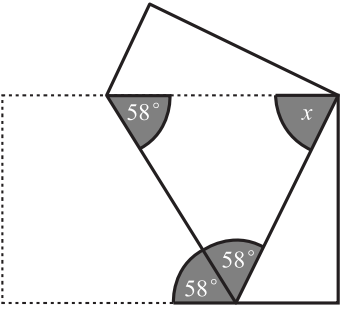
**把长方形纸巾按图示方法折叠，求角 x 的度数。**

64°。

**最基本的前提是折叠出来的部分与原来的部分是一模一样的（称为“全等”）。所有与折叠有关的题目都要利用这个前提。**

**如图所示，纸张的折叠角也是** 58°。**而根据平行线内错角定理可知另一个角也是** 58°。**结果角** x **成了等边三角形的顶角，所以，其度数为：**

$$180° - 58° \times 2 = 64°$$



**这是道闭上一只眼都能答上的题目。**

**想办法让本页的圆点消失，不要用手，也不要用工具。当然，也不能用纸、颜料之类的东西遮盖。**

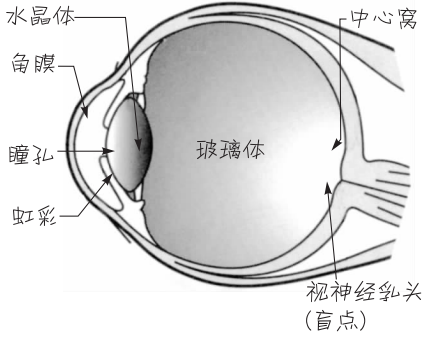
×

闭紧右眼，用左眼从大约 15 厘米处盯住 × 。

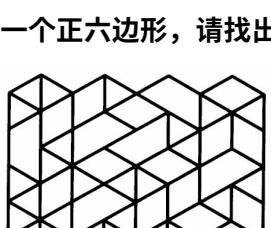
**不妨试试。仅用左眼盯住 ×，改变眼睛与纸面的距离，●就会突然消失。**

**实际上，人眼确实存在“马略特盲点”①，该处对光无感觉。它位于偏离视野中心约 15 度的地方，是上百万根视神经通往大脑的出口。**

**盲点处什么也看不见，但是，人脑会自动填补那部分缺失，所以，通常人们意识不到盲点的存在。**



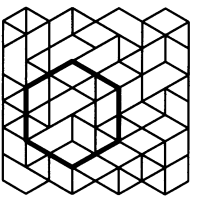
**附图是小三角形与菱形的组合。实际上，其中隐藏着一个正六边形，请找出它来。**



---

P62 **注** ① **马略特**（Edme Mariotte，1620－1684），**法国著名科学家，法国实验物理学的创始人之一。对物理学，尤其是力学、热学、光学等方面有广泛的研究。学术作风严谨，曾制作很多物理仪器，进行过多种物理实验，善于用实验证实和发展当时重大的科学成果。马略特是法国科学院的创建者之一，并成为该院第一批院士。**1666 **年他向巴黎科学院报告了眼睛有“盲点”这一卓越发现。这一发现引起了很大的轰动。**1668 **年马略特在法国皇帝路易十四面前表演了关于盲点的实验：他让两个人相对站好，彼此相隔** 2 **米远，右手伸直，向上侧举。然后各自闭上左眼，各用右眼注视对方的右手掌，于是这两个人都惊奇地发现，对方的头没有了，只留下身子。马略特当即向在场的人讲述了人眼各部位的功能及产生盲点的原因。——译者注**

如图所示。

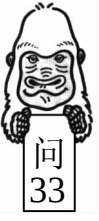


**如果别人找到了，你马上能确认。但自己找出来，确实不太容易。这种题目就是交给电脑也够它为难的。同类题目更难的就是有名的“骑士周游”① 问题。**

**有人认为用新型的量子计算机能够容易解决这类问题，但也有很多科学家从理论上否定了这种说法。**

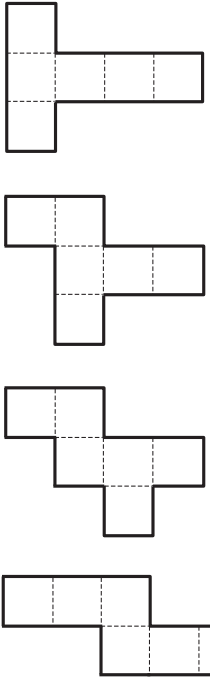
---

① “骑士周游”问题，最早是欧拉在 1759 年提出的，即对于国际象棋棋盘中的 64 个方格，走访 64 个方格一次且仅一次，并且最终返回到起始点。后来数学家们对这一问题进行了更进一步的描述：在国际象棋的棋盘上，有一位骑士按照国际象棋中马的行走规则从棋盘上的某一方格出发，开始在棋盘上周游。若能不重复地走遍棋盘上的每一个方格，这样的一条周游路线在数学上被称之为国际象棋盘上“马的哈密尔顿链”。同样的问题，在中国还有另一个描述方法：一个邮递员从邮局出发，到所辖街道投递邮件，最后返回邮局，如果他必须走遍所辖的每条街道至少一次，那么他应如何选择投递路线，使所走的路程最短？该描述称为“中国邮递员”问题，我国学者管梅谷教授于 1962 年提出了这个描述，并且给出了一个解法。另请参照本书第 82 题。——译者注



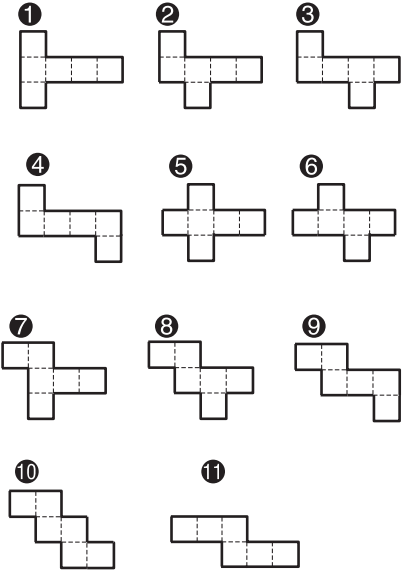

**附图是立方体展开图的 4 个实例。请问，立方体展开图共有多少种？注意：同一展开图的旋转和上下左右翻转不计在内。**

**这道题可要下点工夫认真思考哟！**



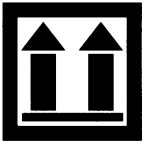
11 种。

**真有那么多？不妨数数看。**



**附图是经常出现在包装箱上的标记。你知道都表示什么意思吗？能答上一半就算合格。**

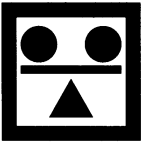
❶


❷

❸

❹

❺


❻

❼

❽

答案如下。

① **易碎物品**

② **请勿倒置**

③ **谨防潮湿**

④ **小心搬运**

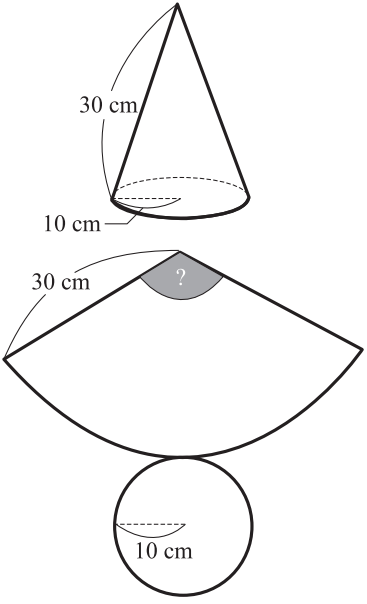
⑤ **正面标记**

⑥ **重心标记**

⑦ **叠放层数**

⑧ **严禁烟火**

**小学程度的题目。附图最上面是一个圆锥，中间是其展开图。请问扇形的夹角是多少度？**



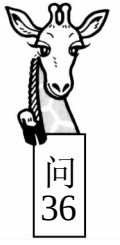
120 度。

**可以通过底面半径与扇形半径的比来算出。其比为** $1:3$**，因此，用** $360$ **度乘以** $\frac{1}{3}$ **即可。**

**这道题可以用圆锥底面的周长等于扇形的弧长来证明。为简便计算，取圆周率的值为** $3$**。则圆锥底面的周长为** $2\times10\times3=60$ **厘米。扇形的弧长也为** $60$ **厘米。**

**另一方面，与扇形半径相同的圆的周长为** $2\times30\times3=180$ **厘米。于是，用** $360$ **度乘以** $\frac{60}{180}$ **（即** $\frac{1}{3}$**）就能求出夹角的度数。结果，这个分数刚好等于圆锥底面半径与扇形半径之比。**

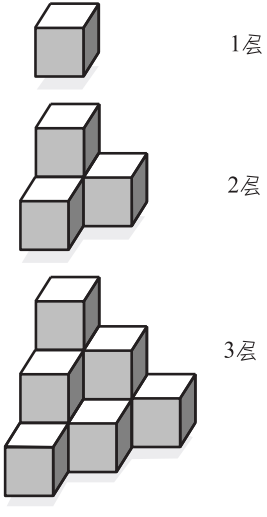
**不擅长算术的人，可要好好考虑考虑。**




**将边长为 1 厘米的正方体按图示方法码起来，最后码 5 层。**

**① 请问需要多少个正方体？**

**② 求最后码出的多面体的表面积。**



① 35 个， ② 90 平方厘米。

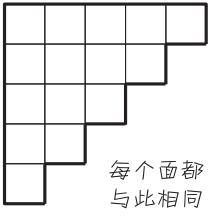
**第 1 层 1 个，第 2 层 （1 + 2） 个，第 3 层则是 (1 + 2 + 3) 个。依此类推，则 5 层的总个数为：**

1 + （1 + 2） + （1 + 2 + 3） + （1 + 2 + 3 + 4） + （1 + 2 + 3 + 4 + 5） = 35 **（个）**

**下面来计算表面积：**

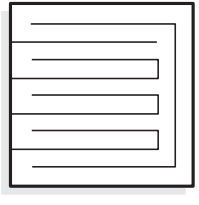
**其底面积为：**1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 **（平方厘米）**

**实际上，从上下左右前后** 6 **个方向来看，尽管有凸凹，但总面积是相同的。因此，**15 **平方厘米乘以** 6 **即为正解。**

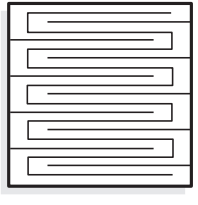



**想明白了吗？再想想！**

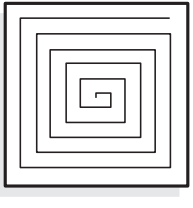
**把纸按图示方法裁切后再展开。请问哪种裁法能展成一个大环而不浪费纸张？**



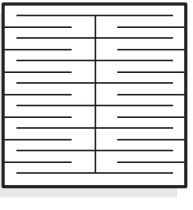
❶



❷



❸

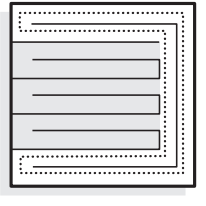


❹

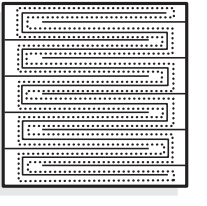
② 和 ④。

**尽管有 2 个答案，可问题不算难。**

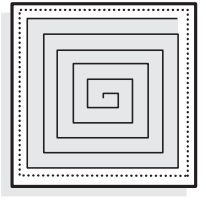
**能展成环的部分和浪费的部分已经在图中标出。**



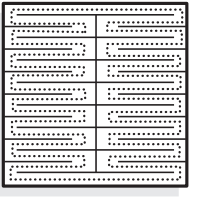
❶



❷

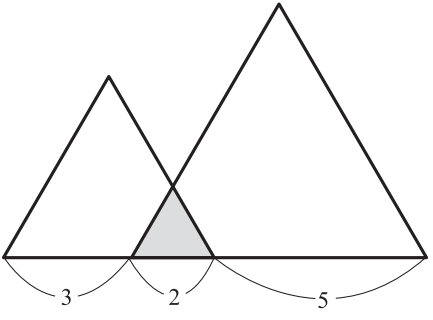


❸



❹

**两个正三角形重叠如图，图中数字为长度之比。并且，两个正三角形的面积差为 48 平方厘米。试求重叠部分的面积。**

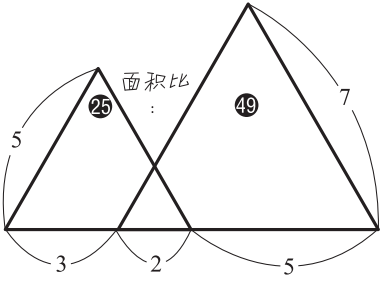


8 平方厘米。

**大的正三角形与小的正三角形边长之比为 (5 +2) : (3 +2)，即** 7:5。

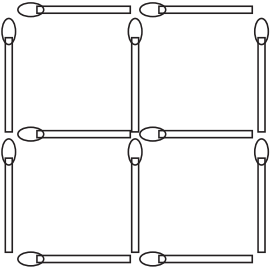
**两者的面积之比为其平方比，即** 49:25。**能想到这一步，问题就变得简单了。**

**与** 49 - 25 =24 **相当的实际面积为** 48 **平方面厘米，而重叠部分的面积相当于** 2 **的平方即** 4，**所以，实际面积为** 8 **平方厘米。**



**用 12 根火柴棒可以摆成图示的 4 个正方形。虽然再把最外面的正方形算上，也有 5 个正方形，但这属于重复计数。**

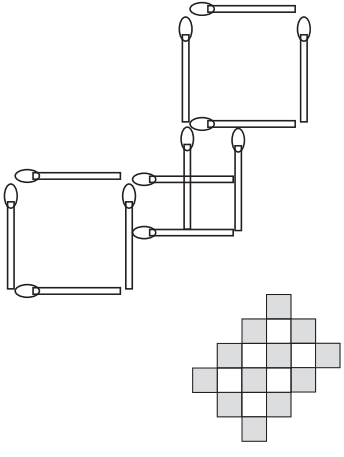
**请把 12 根火柴棒摆成 5 个正方形，不准重复计数。**



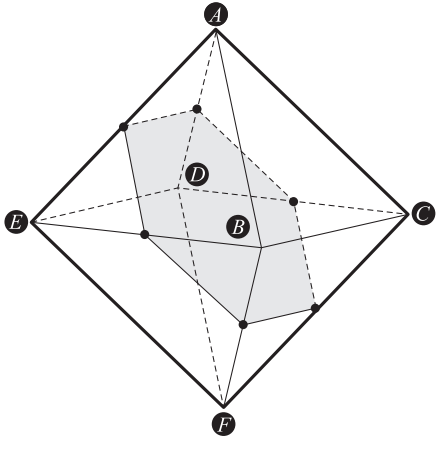
如图所示， 把火柴棒叠上就可以了。

**这还是比较正规的谜题。如果按照“脑筋急转弯”的风格，最多能摆成 18 个正方形，即按图中下面那种办法把火柴棒的“屁股”并在一起，并保留 6 个间隙。**

**从锻炼大脑的角度来看，还是正规的谜题更有益。**

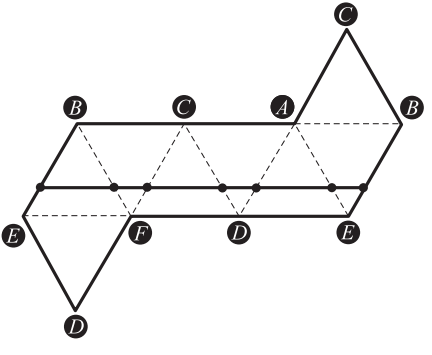


**所谓正八面体就是 8 个面都是正三角形的多面体。从任意点用与 ABC 平行的平面将边长为 10 厘米的正八面体切开，其切口就是正六边形。试求正六边形的周长。**

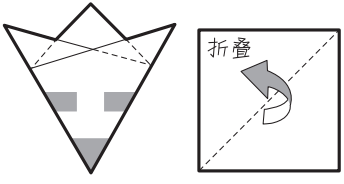


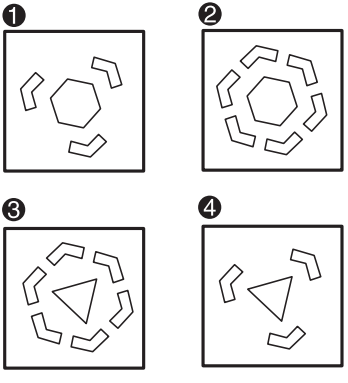
30 厘米。

**附图是正八面体的展开图。如图所示，切口实际是与 AB 平行的直线，其长度是固定的，与其距三角形 ABC 的距离无关，因为展开图的中部实际是平行四边形。**



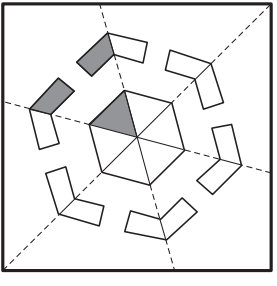
**把正方形的纸张按虚线折叠，再从三等分处折成三层，然后剪去涂黑的部分。把它展开，应该是下面图形中的哪个？**

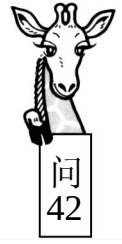


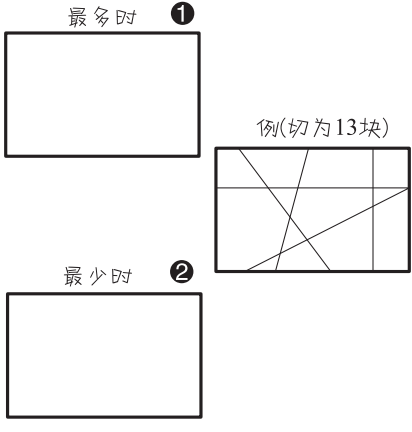
②。

**在图中把折叠线画出来，与剪裁图案相同的就是正解。另外，即使不画出折叠线，如果仔细观察展开的纸张的局部，也能找到正确答案。主要是观察剪裁口之间是不是平行，或者间隔如何。**



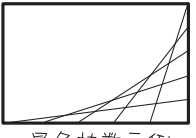


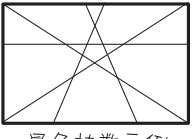

**在长方形中画 5 条线，切出来的块数与画线方式有直接关系，示例是切出 13 块。试求：① 最多能切多少块？② 最少能切多少块？**

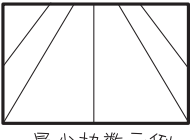


① 最多时 16 块， ② 最少时 6 块。

**要想切的块最多，就让各条切割线尽可能多地相交，每次画线时都要与以前画的所有线相交。附图给出了“与以前画的所有线相交”的例子，以及星形的例子。切块数的增加规律是，1 条直线多出 1 块，2 条直线多出 2 块，3 条直线多出 3 块……，再加上原来的 1 块，总数为：1 +（1 + 2 + 3 + 4 + 5）= 16 块。**

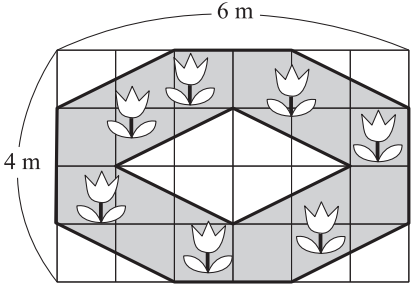

最多块数示例


最多块数示例


最少块数示例

**要想切块最少，就要让直线间不相交，比如尽量画成平行线。其切块数为：5 + 1 = 6 块。**

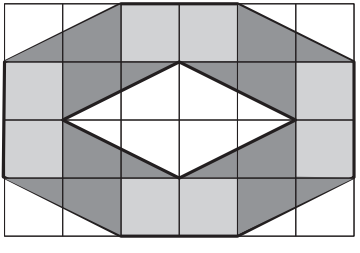
**花坛可以划分为边长为 1 米的方块。阴影部分郁金香绽放，试求其面积。**



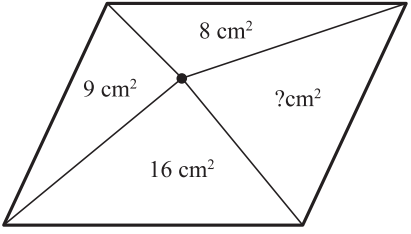
16 平方米。

**最重要的是“把复杂问题分解为简单问题”。欲求面积可以划分为三角形和长方形，分别求出其面积再求和即可。**

**这道题的关键是“积木式算法”，而三角形的面积公式是：底 × 高 ÷ 2。**



**在平行四边形内部任选一点，再连接该点与各顶点。各三角形的面积如图所示，试求余下的那个三角形的面积。**

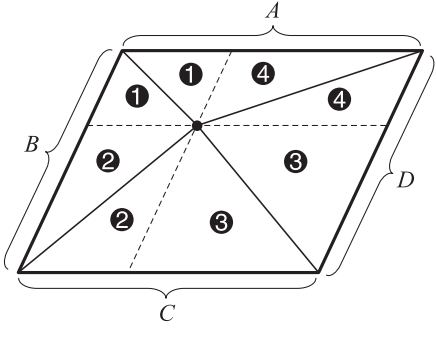


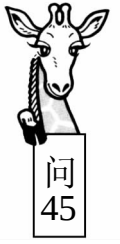
15 平方厘米。

**如图所示，作辅助线将其分割为三角形。编号相同的三角形面积相等（因为底和高相等）。**

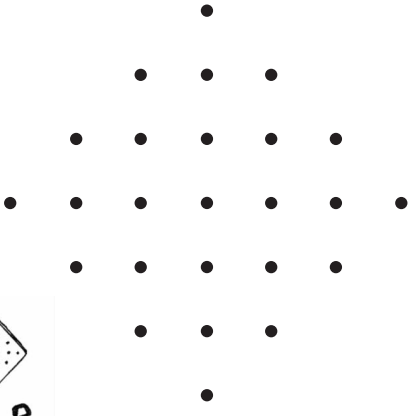
**于是，**A + C - B =（① + ④）+（② + ③）-（① + ②）= ③ + ④**，这正是** D **的面积。**

**所以，**D **的面积为** 8 + 16 - 9 = 15 **（平方厘米）**



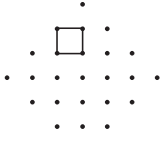


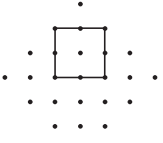

**如图所示，25 个点整齐排列。连接其中一些点可以画出正方形。那么，到底能够画出多少个面积不等的正方形呢？**

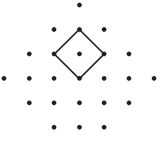


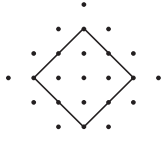
7 个。

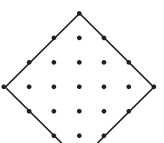
**面积不等的正方形如图所示。其中比较难以找出来的是 ⑥ 和 ⑦。**

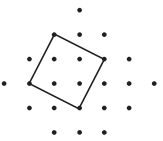


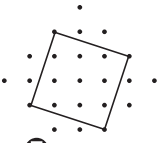



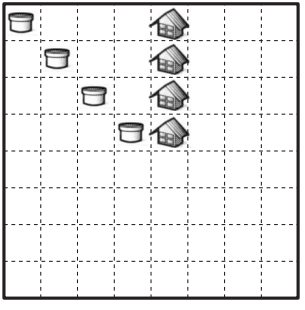



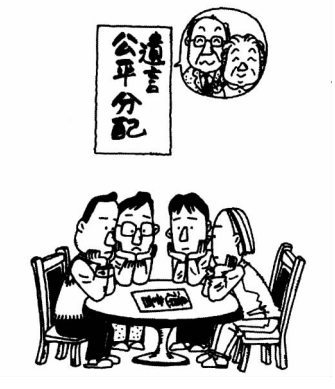



兄弟 4 个共同继承父母的遗产。遗产包括如图所示的土地、4 栋房子和 4 口井。遗书要求公平分配遗产。那么，能不能使兄弟 4 人都分到形状相同的土地，并各分得 1 栋房子和 1 口井呢？

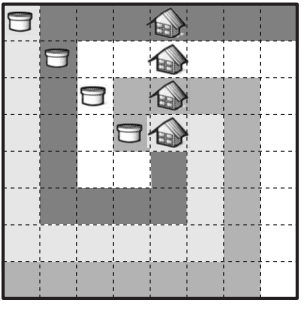




按图示分割即可。

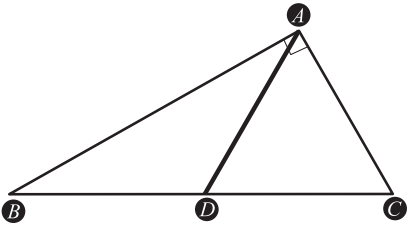
**这是非常有名的图形谜题，经常用棋盘来表示。分割出来的形状比较特殊啊。**

**如果没有房子，只有 4 口井，答案也相同。**



**对于直角三角形，除了“毕达哥拉斯定理”① 以外，你还了解多少？**

**设 D 为 BC 的中点，试求 AD 长度与 BC 长度的关系。**



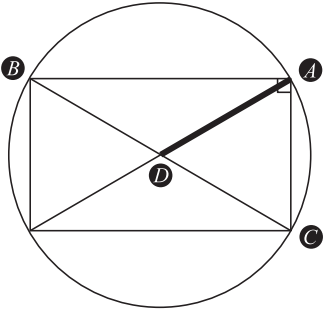

① 即“勾股定理”：直角三角形两个直角边的平方和等于斜边的平方。——译者注

二分之一。

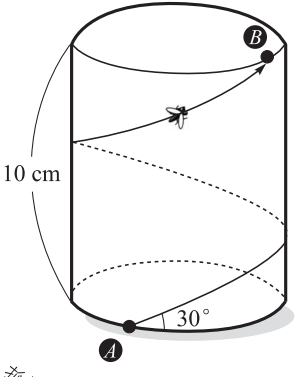
**将两个同样的直角三角形并起来，就得到了一个长方形，然后，再画其外接圆。**

**则 D 既是对角线的交点，又是圆心。**

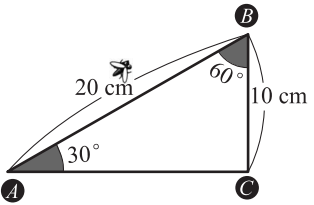
**明白了吧？**

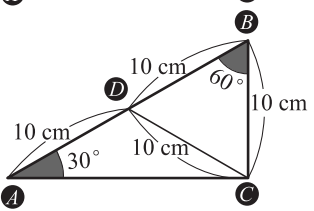


**绿头蝇沿 30 度角爬上一个高为 10 厘米的圆柱体。当其爬到顶上的时候，它沿圆柱的侧面爬行了多少厘米？**



20 厘米。




**在上图所示的直角三角形中，斜边是绿头蝇的爬行轨迹。**

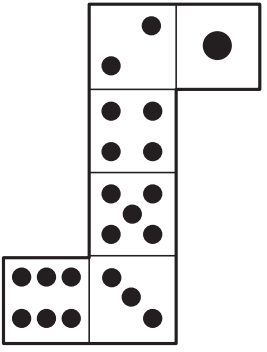
**如果不知道这个三角形的斜边为什么是 20 厘米，请看图中下面那个三角形。**

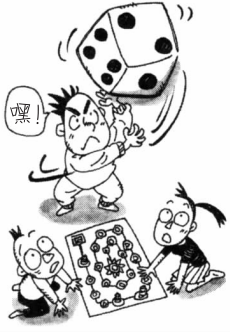
**设 D 为 AB 的中点，根据前一道题的结果，以 D 为端点的各线段都是相等的。**

**另外，三角形 BCD 是等边三角形，这不难理解吧？**

**至此，不难说明，斜边是高的 2 倍。**

**附图是骰子的展开图。现把它放在桌面上，让 3 点朝上，右面是 5 点。接下来把它向后转两个 90 度（离开观察者），向右转 1 个 90 度，再向前转 1 个 90 度（靠近观察者）。应该是哪个点朝上？**





1 点朝上。

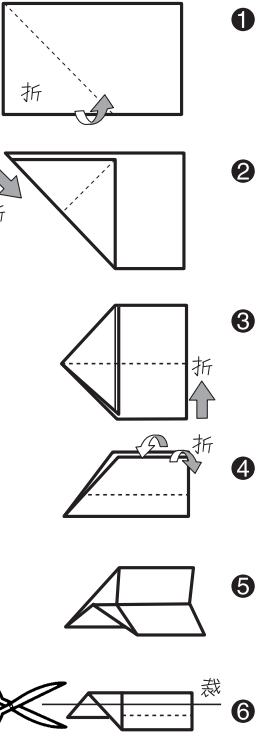
**向后转** 2 **个** 90 **度以后** 4 **点朝上，向右转** 90 **度后** 2 **点朝上，再向前转** 90 **度就是** 1 **点朝上了。**

**如果总是扭着头琢磨，大脖筋可能会扭折了。**

**真拿个骰子来转的人也可能会答错，因为我在题目中改变了各点的相互关系。**

**用纸按图示的次序折飞机，最后再按图示裁切。**

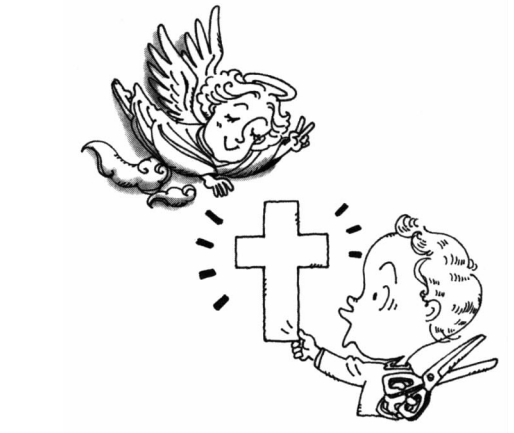
**请问阴影部分展开后是什么形状？不妨找张纸折一下，然后再回答。**



十字架形。

**即使是顽主，实际做一下，也会吃一惊。这是欧洲很流行的剪纸游戏（实际上，在第④步就可以裁了）。**

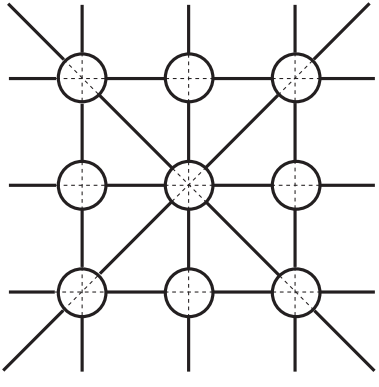
**图形谜题也越来越深奥了。**



**如图所示，现在 9 个团子，如果每 3 个团子串成一串，共有 8 种串法。**

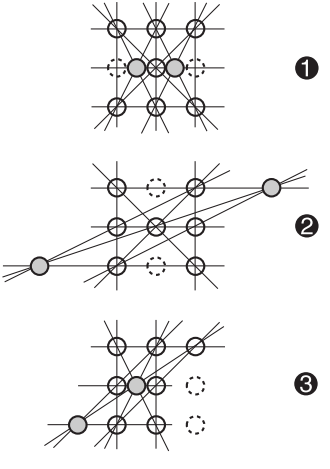
**试移动 2 个团子，使每 3 个团子一串的串法达到10 种。**

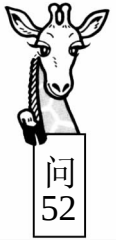
**这道题共有 3 种答案，找到 1 种即可。**



如图所示， 共有 3 种答案。

**这是一个血统极其纯正的谜题，据说原题是牛顿设计的。常见的只有答案 ①，但答案 ② 也广为人知。最近，北海道大学名誉教授木下真二找到了答案 ③，并且证明只有这三个答案。本题也被命名为“团子谜题三兄弟”，俨然名题矣！**



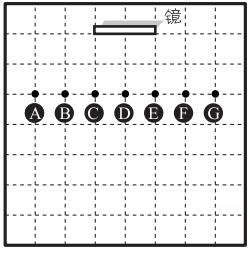


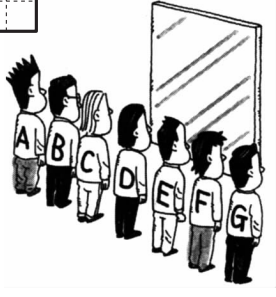

**如图所示，镜子前站着从 A 到 G 共 7 个人。只要镜子里有影，哪怕只能看见一只手，都算“能看见”。请问：**

**① 有多少人能从镜子中看见 A？**

**② 有多少人能从镜子中看见 D？**

**③ D 向后退 2 个方块的距离，有多少人能看见他？**



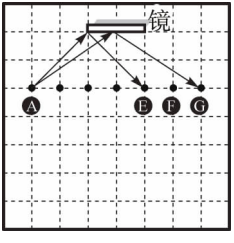



① 3 个人， ② 5 个人， ③ 3 个人。

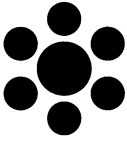
**解答这道题，需要了解镜面反射的“入射角 = 反射角”原理。即射入镜子的光，将以同样的角度射向相反方向，而反射光进入人眼，人就能看见。**

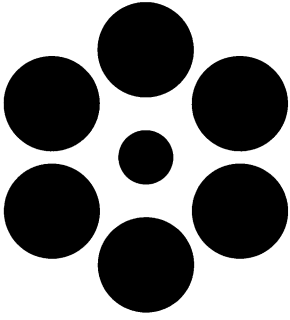
**就第 ① 问来讲，如图所示，E 可以从镜子的最左边看到 A，而 G 可以从镜子的中间部分看到 A，明白了吗？**

**照此方法解答这道题并不难，想不明白的人不妨拿个镜子好好端详一下。**



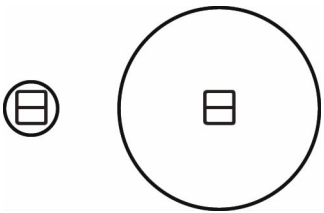
**所附两幅图都是一个圆被 6 个圆包围，哪幅图的中间圆较大？**





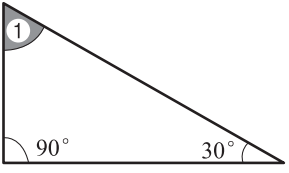
大小相同。

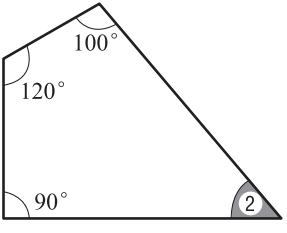
**这种现象称为“艾宾浩斯①错觉”。周围的图形小，中间就显得大；周围的图形大，中间的就显得小。用文字同样会产生这种错觉。**

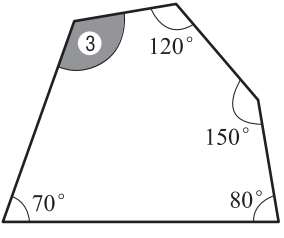


① **艾宾浩斯**（Hermann Ebbinghaus，1850－1909），**德国心理学家。他对学习、保持和回忆作了一系列实验研究。他用无意义音节作为记忆材料，用完全记忆法和节省法测定保持量，并以自己做被试，比较了学习有意义材料和无意义材料的不同速度，比较了学习材料的不同长度对学习速度的影响，考察了过度学习、集中学习和分散学习的效应。后人根据他的实验结果所绘制的保持曲线，表明遗忘的发生是先快后慢的规律，著有《记忆》、《心理学原理》和《心理学纲要》。——译者注**

**出一道基础性题目吧。试求图中角①、②、③的度数。**



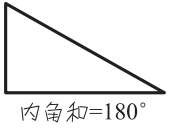
① 60°， ② 50°， ③ 120°。

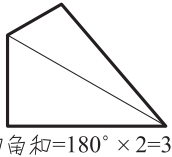
**三角形的内角和是** 180°。**只要知道这个定理，对于四边以上的图形，不用一个一个地记其内角和就可以计算。**

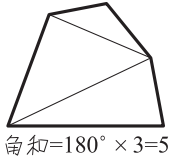
**四边形可以分割为** 2 **个三角形，所以内角和是** 180° × 2。**而五边形可以分割为** 3 **个三角形，其内角和为** 180 ° × 3。

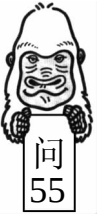
**一般地，**N **边形的内角和为** 180° × (N - 2)。

**要了解这一点，也还是要靠辅助线。**



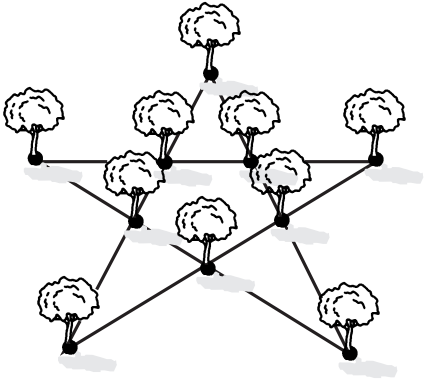





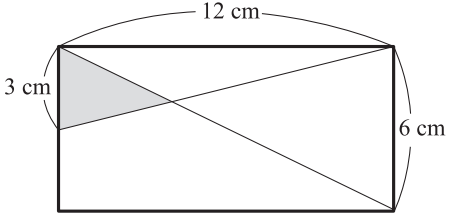

**要在公园内植树，要求是“植 5 排，每排 4 棵”。可是，由于预算有限，只准备了 10 棵树苗。当然，树苗不能一掰两瓣。怎么办才好呢？**

按附图去植。

**只要植成星形，就巧妙地满足了条件。这样一来，真是皆大欢喜。**



**在长 12 厘米、宽 6 厘米的长方形中按附图画线，试求阴影部分的面积。**




我只知道“底×高÷2”，可是……

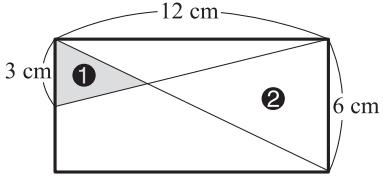
6 平方厘米。

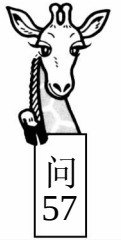
**中学入学考试中经常出现求面积的难题。这道题就是对付那些难题的基础题目。**

**首先，三角形 ① 和三角形 ② 是相似形，其相似比是** 1∶2**，即** 3 **厘米与** 6 **厘米之比。**

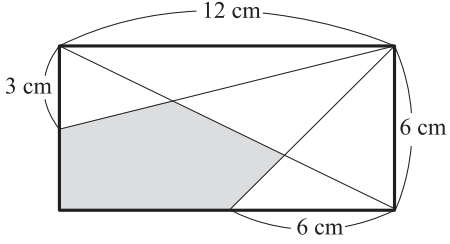
**可以认为三角形 ① 的底边是** 3 **厘米，只要求出其高即可。**

**其高就是把** 12 **厘米按** 1∶2 **分割，即** 12 **厘米的** $\frac{1}{3}$**。因此，三角形 ① 的面积是底 ×高 ÷**2**，即** $3\times4\div2=6$ **平方厘米。**






**还是与前一道题相同，还是长 12 厘米、宽 6 厘米的长方形，按附图画线，求阴影部分的面积。**

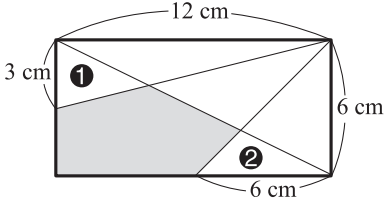



前一道题刚解开……

24 平方厘米。

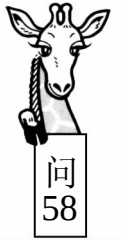
**基本思路是从对角线下面的三角形中减去多余的部分。也就是说，如果求出了三角形 ① 和三角形 ② 的面积，问题就有解了。**

**三角形 ① 的面积已经在前一道题中求出来了，是 6 平方厘米。**

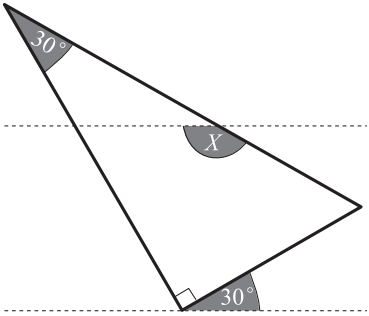



**三角形 ② 的面积也可以按与前题相同的办法求得，其底边为 6 厘米，高为 2 厘米。求出以上两个面积，再从 12 × 6 ÷ 2 中减去即可。**

**这也是中学入学考试中常见的比较难的题目，基本思路与前题相同。没解过前题，可能解这道题就要费点劲儿了。**



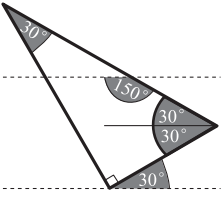

**把三角板按附图放在两条平行线上，试求角 X 的度数。**



150 度。

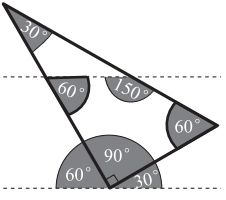
**首先，三角板中未标明角的度数是** 60° **（三角形的内角和是** 180°**）。**

**解法（1）画一条辅助线，问题就迎刃而解了（利用“平行线的同旁内角和为** 180°**”原理）。**

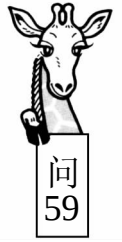


解法 (1)

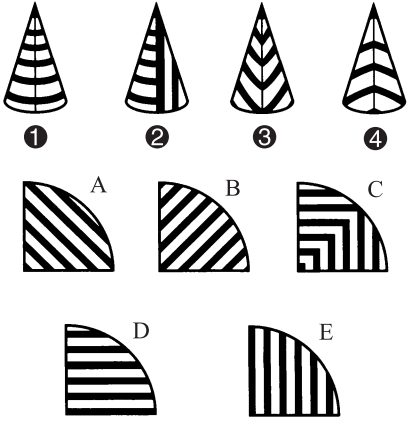
**解法（2）是从底部另一个角是** 60°**来着眼的，利用“平行线内错角相等”和“四边形内角和为** 360°**”两个原理求得。**



解法 (2)



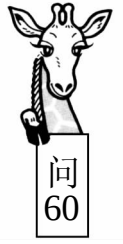

**在扇形纸上画条纹，然后再卷成圆锥。试找出圆锥①～④分别是由 A～E 哪个扇形卷成的。当然，不用考虑接缝的粘贴部分。**



① C，② D，③ A，④ B。

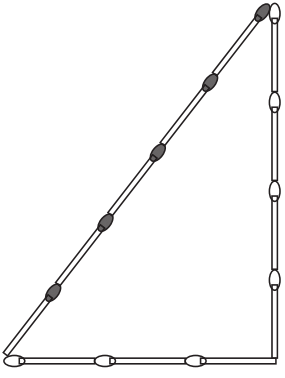
**请注意圆锥侧面的接缝处，重要的是条纹在那里是以什么角度相交的。① 不是 A 卷成的，因为接缝处的条纹的角度不对，只能是 C 卷成的。**

**请用同样的方法观察其他圆锥。这里最重要的是“既注意整体，也深入观察局部”。**

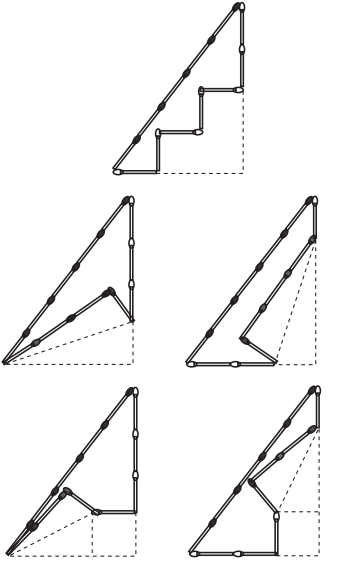



**边长为** 3、4、5 **的三角形是直角三角形。请用火柴棒摆出来。现在想移动** 4 **根火柴棒，使其面积缩为一半。**

**怎么移动才好？答案共有** 5 **种，请至少找到** 2 **种。**

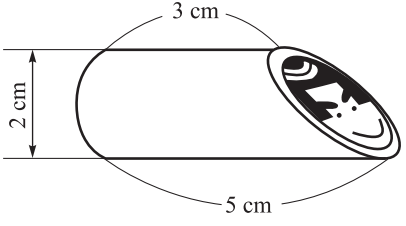


如图所示 5 种方法。



**对于不习惯猜谜的人，可能哪种答案都不易发现。翻折图形经常出现在小学的面积计算中。由于要从原来的面积中减去翻折部分面积的 2 倍，结果，图形面积就缩小到一半了。**

**把直径 2 厘米的金太郎饴糖按附图切开，圆周率取近似值 3，试求其体积。**

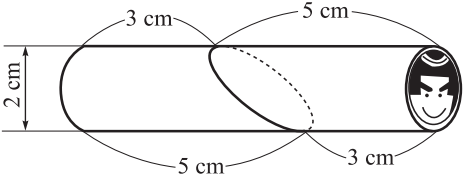


约 12 立方厘米。

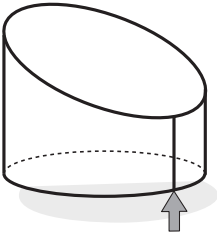
**把两块同样的切块拼在一起，就成了长 8 厘米的金太郎饴糖，求其体积之半即为答案。圆的面积等于半径 × 半径 × 圆周率。**

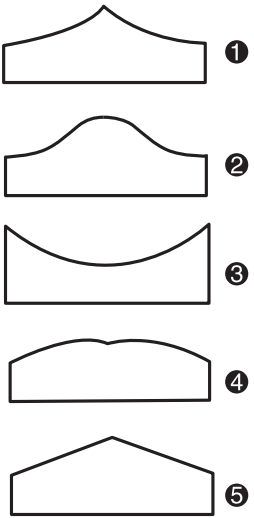
**可能有人以为不用到高中三年级《数学Ⅲ》中所学的“积分”就求不出来，可是，小学生却可以轻而易举地答上。**

**这种题有时也出现在大学招生考试中，一定要记住小学生的解法！**



**一个斜切的圆柱，其侧面展开图是什么样呢？**

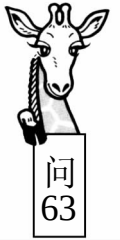


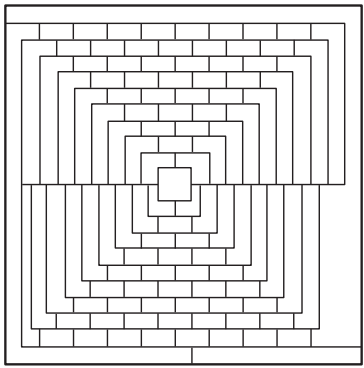
②。

**首先明确展开图不可能是尖的。而除 ② 以外，都有些部分是尖的。**

**② 上部的曲线与静静地延展的水波相同，称为“正弦曲线”或者“余弦曲线”。**




**现在已经知道，平面的空白地图最多用 4 种颜色就可以把相邻的部分区别开来①。请用 4 种以内的颜色为附图着色，使其相邻区域颜色不同。**



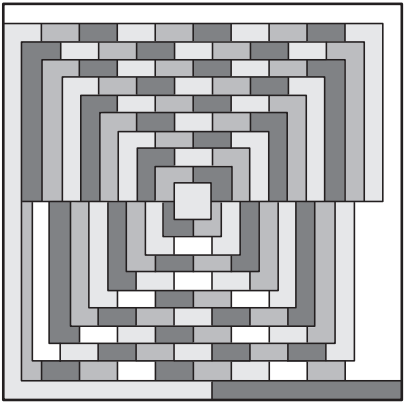
---

① 1852 年，刚从伦敦大学毕业的哥斯尼在一封信中提出了这样的猜想：在一幅正规地图中，凡是有共同边界的国家，都可以最多只用四种颜色着色，就能把这些国家区别开来。后来几经周折，这个问题被交给了英国著名的数学家哈密顿。从此，这个问题被称为“四色猜想”，并在一些人中间传来传去，但一直没有得到证明。直到 1976 年 6 月，美国数学家阿佩尔与哈肯，在美国伊利诺依大学的 3 台不同的电子计算机上，用了 1200 小时，终于完成了“四色猜想”的证明，从而使其成为“四色定理”。由于尚未发现“四色定理”本身有什么突出的理论价值和实用价值。因此美国数学家的贡献，主要是用电子计算机解决了延续 124 年之久的纯理论问题。——译者注

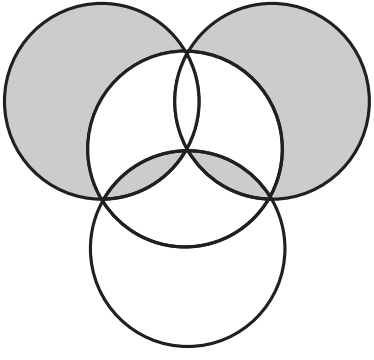
附图即为答案之一。

**这道题只是有点麻烦，倒不是多么多么难的题目（此题出自谜题名家马丁·伽德纳之手）。**

**“四色问题”是19世纪被提出来的（有人说是1840年，有人说是1852年），直到1976年人们用电脑一个不漏地核实了1834种可能，才证明其正确。对于数学家来讲，证明这个问题是一个“超级难题”。**



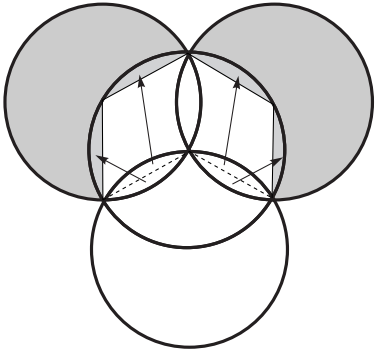
**附图的 4 个圆，半径都是 10 厘米。试求阴影部分的面积总和。圆周率取近似值 3。**

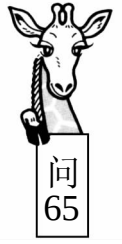


约 400 平方厘米。

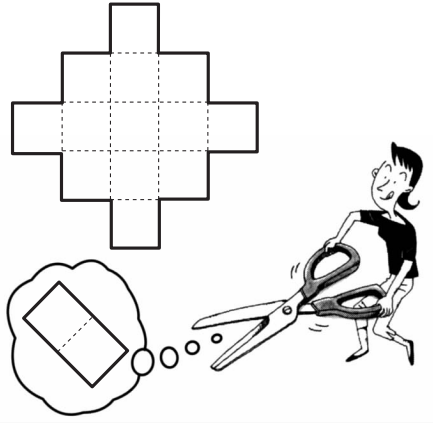
**解决中学入学考试中的这类问题的关键是把图形中的一部分移动到面积相等的另一部分，“等积移动”是解决难题的窍门。**

**这道题中如果按附图进行移动，就变成了求夹角为** 240 **度的两个扇形的面积之和，亦即求** 2 **个** 2/3 **圆面积之和，解起来就不难了。**



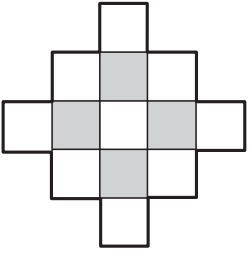


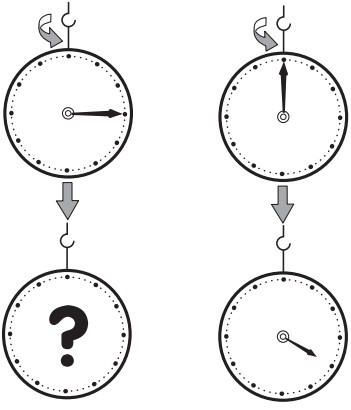

**有块布的形状如附图所示，可以裁成 13 块小正方形手帕。可是，美智子需要的是两个小正方形连在一起的布块。用这块布最多能裁出多少块？**



只能裁出 4 块。

**把原来的布块像棋盘那样用颜色分开，就知道为什么只能裁出 4 块了。为了裁出 2 个小正方形相连的布块，必须包括 1 块黑色布块和 1 块白色布块，而图中只有 4 块黑布块。**

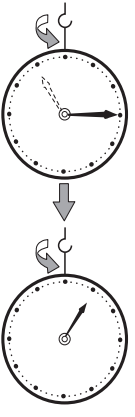




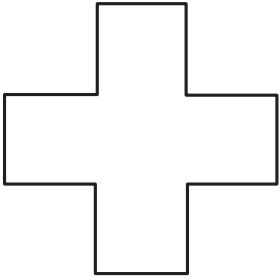

**在硬纸板的表面画有钟表的长针，按右上图的方式吊起硬纸板并翻转，背面的短针就露了出来。那么，如果按左上图的方式吊起硬纸板并翻转，短针应指向哪里？**

如图所示。

**用虚线标出短针的位置，就容易找到答案了。**

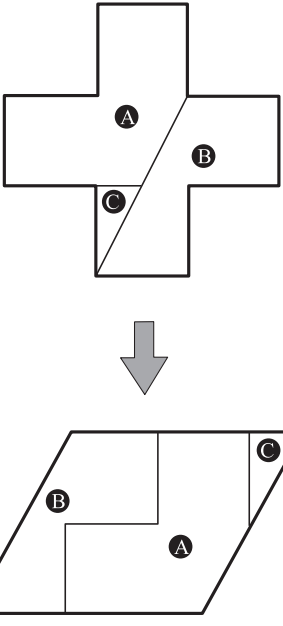


**再回到“希腊十字”的题目。请把“希腊十字”切成三块，然后拼成平行四边形。**



嘿，OK！

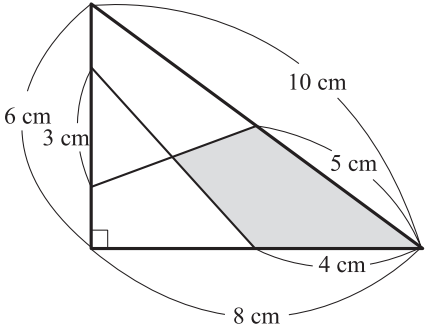
如图所示。




**由于平行四边形的底和高都不确定，所以，必须多试几次。**

**使用解答第 27 题的秘技，肯定能答上这道题。**

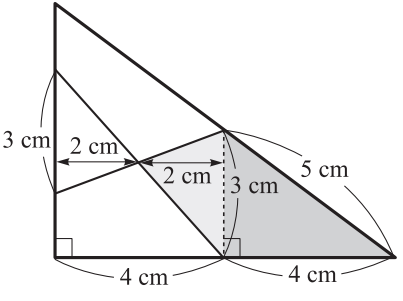
**试求阴影部分的面积。**

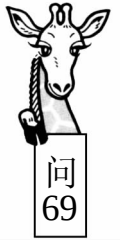


9 平方厘米。

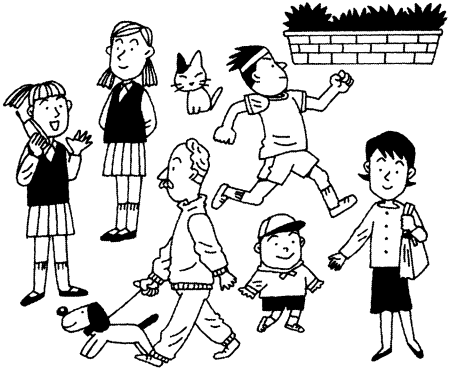
**还是用辅助线分割图形的问题，请按附图分割。**

**这样分割，就变成了求两个三角形的面积，一个是边长为 3 厘米、4 厘米、5 厘米的直角三角形，另一个是底为 3 厘米、高为 2 厘米的三角形。**





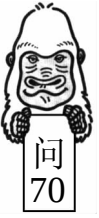

**设计创意的问题。附图中所有的人都画成了同样大小，因此，没有纵深感。如果不改变人物的大小，想什么办法才能表现出纵深感？**



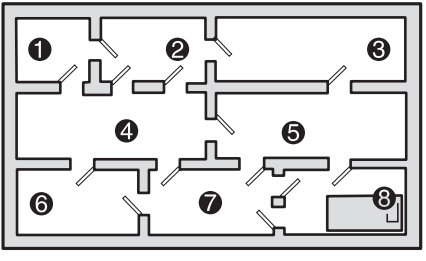
把人物重叠起来， 就自然表现出纵深感了。

**使用重叠法表现纵深感，是自古以来就常用的方法。欧洲文艺复兴时期发明了“透视法”，用近大远小来表现纵深感。**

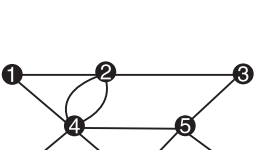
**说起来真有点斜门儿，人类居然那么长时间没有发现远处的东西看起来比较小！**




**一个老太婆住在一栋老式洋房中，她习惯于每天晚上都锁上所有的门。她希望每个门只通过一次，最后回到寝室⑧，苦于找不到窍门，你能教会她吗？**



从房间 ⑦ 出发即可。




**这是一笔画谜题的一种形式。如果用点来表示各房间，用点间连线来表示房间门，题目就变成了上图所示的一笔画①。**

**大数学家欧拉曾经研究过一笔画，他发现只有两种情况下能够画出一笔画：(1) 连接各点的线数都是偶数；(2) 如果连接某些点的线数是奇数，则这样的点不超过 2 个。在第 (2) 种情况下，应该选择连线数为奇数的点为一笔画的“起点”和“终点”。**

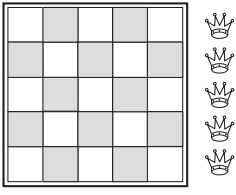
**在这道题中，只有 ⑦ 和 ⑧ 点的连线数是奇数，而 ⑧ 是寝室，所以，应该从 ⑦ 开始。比如：⑦→⑧→⑦→⑥→④→①→②→④→②→③→⑤→④→⑦→⑤→⑧。**

---

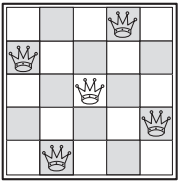
① 如果能从图形上的某一点出发，笔不离开纸，而且每条线都不重复，即将一个图一笔画出，这类问题称做“一笔画”。一个图形中与偶数条线段连接的点叫做偶点，相应地，与奇数条线段相连接的点叫做奇点。凡是全由偶点组成的图形，也一定可以一笔画出，画时可以任意一点为起点，最后仍回到这点。只有两个奇点的图形，一定可一笔画出，画时必须以其中的一个奇点为起点，以另一个奇点为终点。——译者注

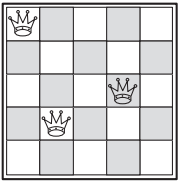
**国际象棋中的后的威力仿佛是车与相之和，纵、横、斜都可以走，并且想走几格就走几格。**

**请在 5 ×5 的棋盘上安排 5 个后，使每个后不能被其他的后所攻击。**

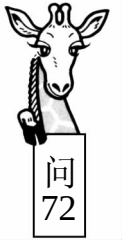


附图中的上图就是一种摆法。

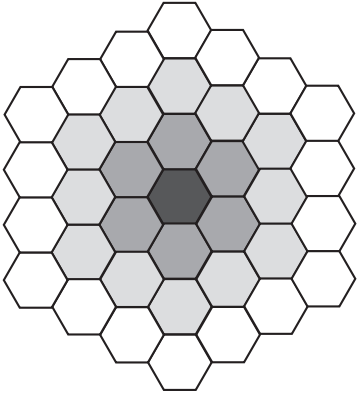




**如果在真正的8×8的国际象棋盘上，则是有名的“八个后”谜题。附图中的下图则是另一种摆法，此时只能安排3个后，不能安排更多的后。**



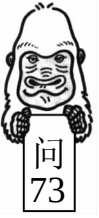

**蜜蜂在廊下筑了 1 个巢。一周后，在其外圈增加了 6 个蜂巢。2 周后，蜂巢又增加了一圈，变成了 2 圈。3 周后，如图所示又增加了第 3 圈。6 周后，筑成了巨大无比的蜂巢。请问蜂巢总数到底有多少个？数的时候当心蜜蜂蜇人噢！**



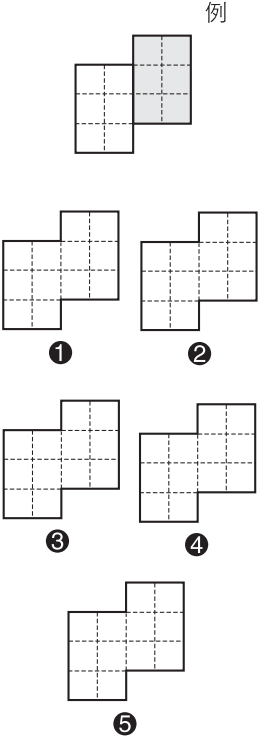
127 个。

**从上页的图中可以看出，开始是 1 个，一周后增加了 6 个，二周后增了 12 个，三周后增加了 18 个。也就是说，每周的新蜂巢数都比上一周多 6 个，所以，总的蜂巢数为：1 + 6 + 12 + 18 + 24 + 30 + 36 = 127 个。**

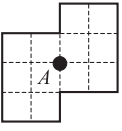
**稍大一点儿的公寓，房间都会达到这个数，人类的居住环境就跟蜂巢那么挤。**

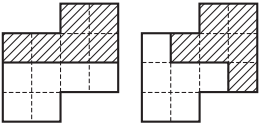


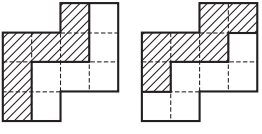

**附图是由 12 个正方形构成的纸板，如果按示例从中间切开，就能得到两块形状相同的纸板。除此以外，还有 5 种切法（只能沿着虚线切），请找出这些切法。提示一下：切割时一定要过其点对称的中心点。**

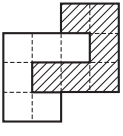


请按图示切。

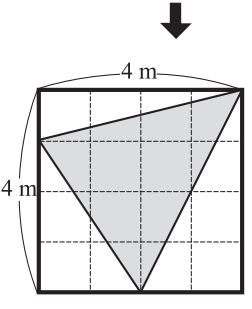






**附图中最上图的 A 点是其对称中心点，所有的切割线都要通过这一点。**




**痴迷三角形的三隅小姐，在其边长 4 米的正方形房间内铺了一块三角形地毯。那么，这块地毯的面积是多少？**

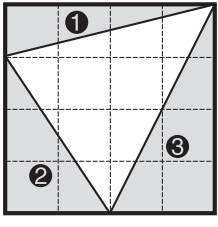
7 平方米。

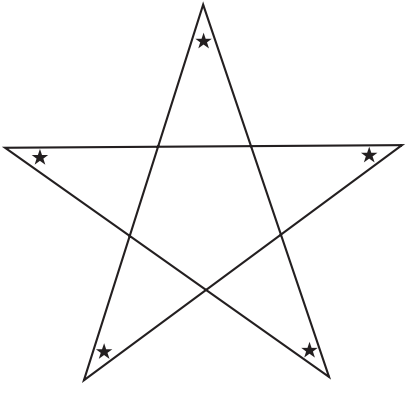
**看起来似乎达到了房间面积的一半而贸然回答 8 平方米则是错误的。**

**我们要先求地毯以外部分的面积，然后再从房间总面积中将其减去即可。**

**三角形 ① 的面积是 2 平方米，三角形 ② 的面积是 3 平方米，三角形 ③ 的面积是 4 平方米。所以，地毯的面积是 16 - 2 - 3 - 4 = 7 平方米。**

**从总面积中减去多余面积的解题法，是中学招生考试和招工考试中经常出现的题目。**

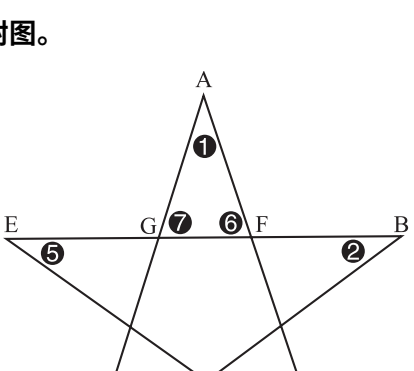




**附图所示星形中，标有★的角合计应该是多少度？**

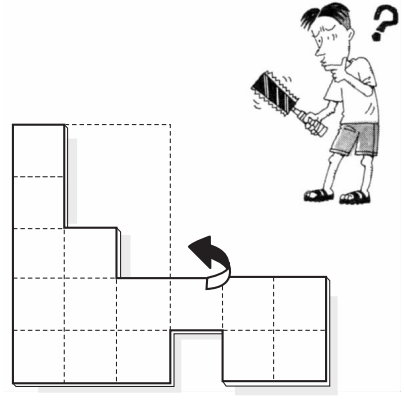
180°。

**请看附图。**



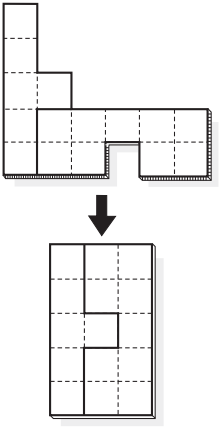

**角 ⑥ 是三角形 CEF 的外角，所以 ⑥ = ③ + ⑤。而角 ⑦ 是三角形 BDG 的外角，所以，⑦ = ② + ④，因此，只要求得 ① + ⑥ + ⑦ 的度数即为答案，而三者相加刚好是三角形的内角和。**

**雄哉裁木板遇到了难题。他想拼一块 3 × 5 的长方形，所以想从左数第三块处裁开，可是这样裁完拼起来时，就会有一块木板背面朝外，而木板的背面非常糟糕，不可能加工好。请帮他找出一种裁法，把木板裁成 2 块，拼接时又不使背面朝外。**



请按图示裁切。

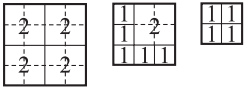
**这道题不能靠第 27 题的秘技解决，需要多下点儿工夫。如果能想到用下侧的凹处做拼口，或者想到再往左边点儿裁，就会少走不少弯路。**

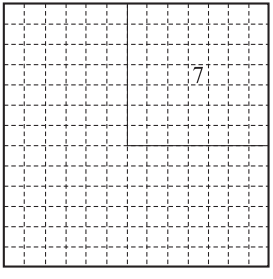


**边长为 2 的正方形可以由 4 个边长为 1 的正方形拼成，边长为 3 的正方形最少需要 1 个边长为 2 的正方形和 5 个边长为 1 的正方形拼成，而边长为 4 的正方形最少需要 4 个边长为 2 的正方形拼成。**

**那么，边长为 13 的正方形最少需要多少个比它小的正方形才能拼成。当然，正方形在拼合时不可重叠。**

**作为提示，图中已经标明需要边长为 7 的正方形。**

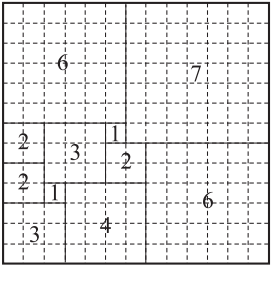


11 个正方形。

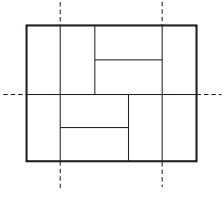
**按图示分割即可。但是，这是个非常难的问题。还有一个更难的题目：小正方形必须各不相同，并且要拼成大正方形。**

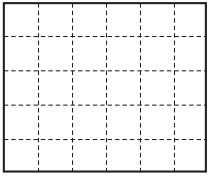
**当初人们以为不可能。后来发现可以用 26 个正方形拼成，现在的最新答案是可以用 21 个正方形拼成。**



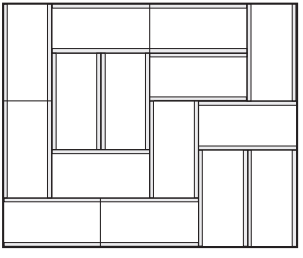
**想在 5 ×6 的房间（折合 15 张席子）里铺上席子，但是要求不能有贯通房间的拼合缝。比如对附图中上面那个 4 ×5 的房间（折合 10 张席子），就有 3 个贯通的拼合缝。**

**那么，应该怎么铺呢？**





附图即为一例。

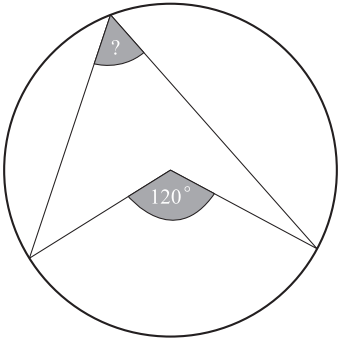


**目前已经知道，如果不用半幅席子，5 × 6 是能够回避贯通拼合缝的最小尺寸。除附图的铺法外，还有多种铺法。**

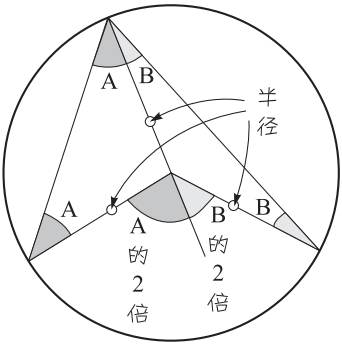
**另外，地球人都知道，如果允许在 4 张半席子的房间内用半张席子，只要把半张席子铺在房间正中间，就不会有贯通拼合缝。**

**中学学过的基础题目。**

**如附图所示，现有夹角为** 120 **度的弧，从圆周上任意一点连接弧的两个端点，试求图中标问号的角的度数。**

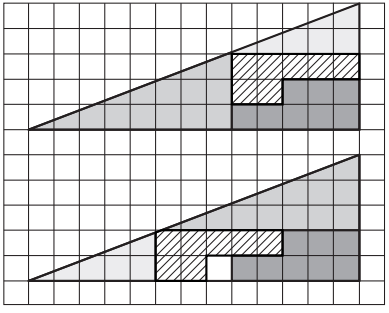


60°。




**本题所求的是中学学过的圆周角。在任何情况下圆周角都等于夹角的** 1/2**。**

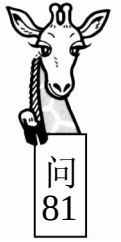
**从附图中可以看出，有两个等边三角形（每个三角形的两边都是圆的半径）。而且，根据三角形外角定理，外角等于不相邻的内角之和，即两个等边三角形底角的** 2 **倍。**

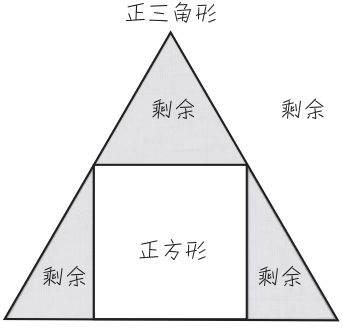


**把附图上面的图形切开，就可以拼成下面的图形。可是，怎么会露出空白呢？**

原因是上下两个图形其实都不是三角形。

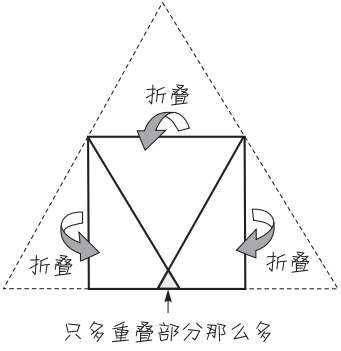
**图中相当于三角形斜边的部分其实都不是直线，而是弯了一下（最大误差未超过 4%）。换句话说，两个图形都是看起来像三角形的四边形。**




**如附图所示，在正三角形的内部画一个正方形，那么，是正方形的面积大，还是三角形剩余部分面积大呢？请用小学生能明白的方法解答。**

剩余部分的面积大。



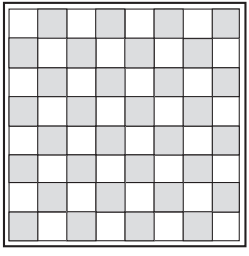

**请把剩余部分按附图折一下。阴影部分是重叠的，面积自然也要加倍。因此，三角形的剩余部分比正方形面积大，其差就是阴影部分的面积。**

**之所以会有重叠部分，是因为左右两个小三角形的一边长于其高。**

**明白了吗？**

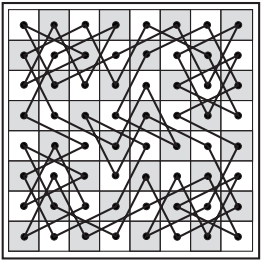
**这是有名的“骑士周游”① 问题，几个小时内能答上，就算出色。**

**在 8 ×8 的棋盘上，棋子马（代表骑士）可以向 8 个方向跳出。如何走才能让它把 64 个格每格都到 1 次，最后回到原位？当然，到同一格 2 次是不允许的。**



① 请参照本书第 32 题。——译者注

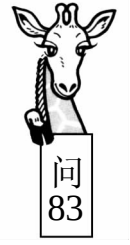
附图即为一种走法。



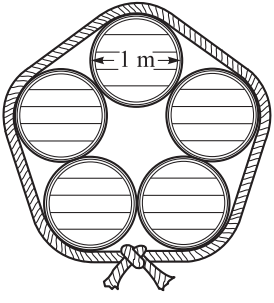
**这道题比较难，即使回不到原位置，如果能不重复地走到所有 64 格，也可以认为是正解。**

**京都大学的学生喜欢挑战这种难题，每次拿它当作业，都能交回很多答案。**

**这是千年以前就很有名的历史谜题。据说大数学家欧拉也曾在 1759 年研究过这个问题。近年来有人撰文说，用 20 台电脑，耗时 4 个月，找到了超过 33 万亿种答案（33439123484294 种）。**



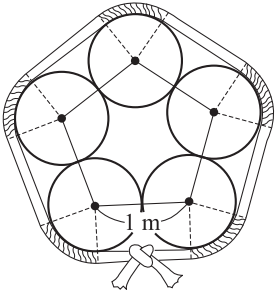

**现有** 5 **个直径** 1 **米的撙，欲照图示用绳索捆绑，打结处需要** 50 **厘米绳索，试求应该用多长的绳索来捆。圆周率取近似值** 3**。**

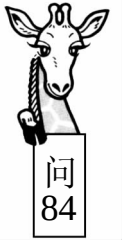


约 8.5 米。

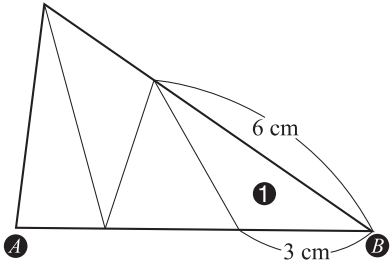
**请记住：不管捆多少个撙，图中绳索上画斜线的部分加起来都刚好是一个圆周。在本题中，画斜线部分约为 3 米。另外，直线部分则是所有圆的圆心间的距离，等于圆的直径。所以，直线部分总长 5 米。**

**以上两个长度再加上打结的长度即可。**

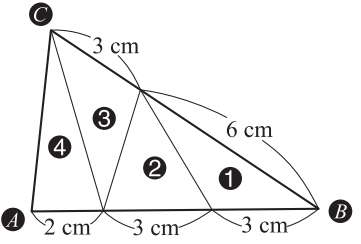





**把一个大三角形分割为面积相等的 4 个三角形。测量长度发现三角形 ① 的两边分别长 3 厘米和 6 厘米。试求 AB 的长度。**



8 厘米。



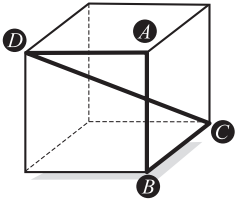

**对于三角形面积的题目，把哪个边看作底边，经常是改变视角的关键。**

**首先，对于三角形 ① 和三角形 ② 可以把线 AB 上的边看成底边，并且高也相等，则这两个三角形面积相等，因此三角形 ② 的底边也是 3 厘米。**

**然后，再把线 BC 的边看作底边，比较三角形① + 三角形 ② 构成的三角形与三角形 ③，它们高相等，而面积比为 2 : 1，所以，三角形 ③ 的底边也是 3 厘米。**

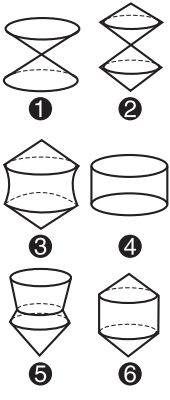
**再用同样的方法考察三角形 ④，把线 AB 上的边看作底边，则三角形 ④ 与三角形 ① + 三角形 ② + 三角形 ③ 构成的三角形高相等，面积比为 3 : 1，所以，三角形 ④ 的底为 2 厘米。**

**至此，即可求出 AB 的长度是 8 厘米。**

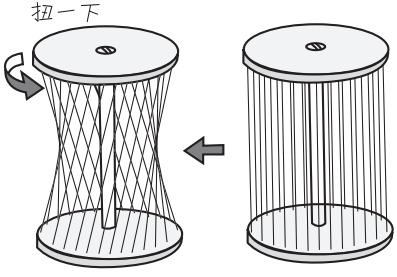



出一道与旋转体有关的超级难题。

用金属丝折出连接立方体上 A、B、C、D 四点的折线，然后，再令折线以 CD 为轴旋转，请问旋转出来的立体是右图中的哪个？



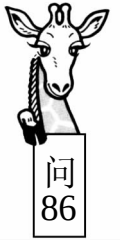
③。

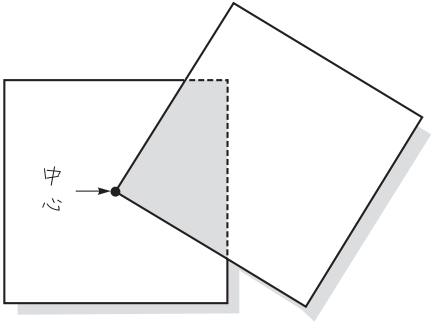



**只有 ③ 的侧面是凹进去的。**

**由于金属丝除折点外都是直的，所以，可能有人怀疑侧面能否是凹进去的。但正是直线形成了这种曲面。由无数条直线构成的曲面称为“线织面”，上图即为另一个例子。**

**利用这个创意，完全可以用笔直的钢筋编出很漂亮的曲面来，建筑领域很重视这一点。**



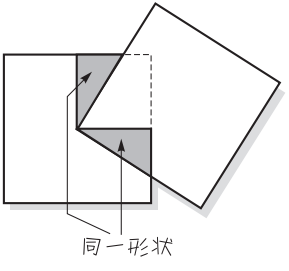



**现有 2 张正方形折纸，一张折纸的一角刚好与另一张折纸的中心点重合，试求重合部分的面积约占折纸面积的几分之几。**

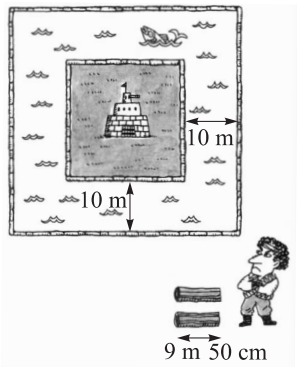
1/4。

**与恰好 1/4 重合状态相比，斜着重合时重合面积既有增加，也有减少。并且，增加部分和减少部分刚好形状完全相同。看明白了吧？**

**如果考试中考了这道题，并且只要求回答结果，那就不妨求“特殊情况的解”，即“重合部分刚好是正方形时的解”。尽管你不知道其他情况的解，不妨打马虎眼说：“肯定相同。”**



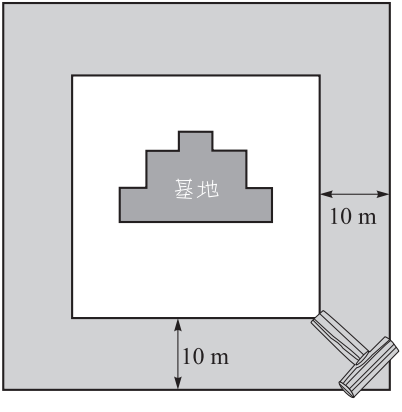
**兰博①悄悄地靠近了敌人的秘密基地，但秘密基地周围有宽 10 米的护城河，跳过去是不可能的。找遍四周，只找到 2 根长 9.5 米的大圆木。请问，怎样才能跨过护城河？**



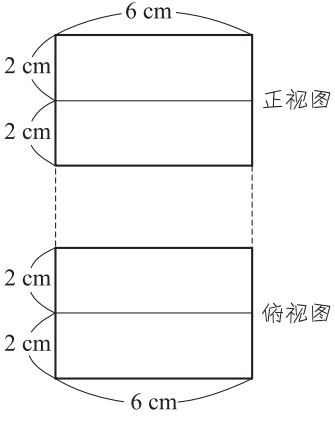

① 美国动作片名星史泰龙（1946－）主演的《第一滴血》系列影片中的主角，是个受过特种训练、不善言辞、坚毅不屈、怎么折磨都不死的英雄。——译者注

如图所示，在护城河拐角处把圆木组装起来。

**正方形的对角线约为边长的** 1.4 **倍，通过计算可知这样是能跨过护城河的。当然，更准确的计算需要用到中学时才学到的“平方根”。**



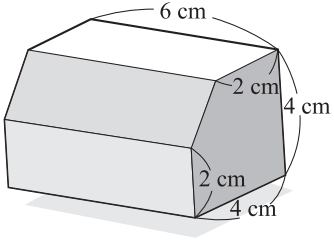
**有一个仅由平面包成的立体，附图是其正视图和俯视图。满足这两个条件，并且体积最大的立体是什么样的？试求其体积。**

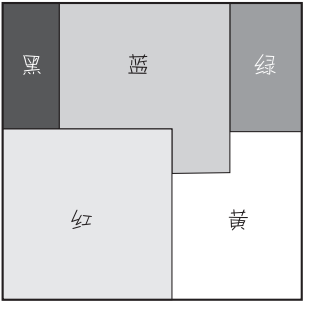


84 立方厘米。

**如图所示的形状体积最大。明白吗？**

**其侧面的面积是 14 平方厘米，再乘以长度 6 厘米即可。**






**这有道小学生的题，可是很多大学生答不上来。**

**把大小相同的折纸叠放在一个大的正方形上。从上往下的叠放次序是红、蓝、黄、绿、黑。叠放完以后，各种颜色的折纸的可见部分面积如下：**

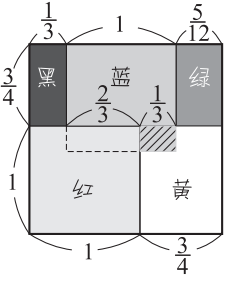
**红** 240 **平方厘米**

**蓝** 200 **平方厘米**

**黄** 160 **平方厘米**

**试求绿色和黑色折纸的可见部分的面积各是多少？**

绿色 75 平方厘米，黑色 60 平方厘米。




**由于折纸是正方形，所以，蓝色折纸和黄色折纸被红色盖住的部分宽度相等。图中斜线部分的面积是（蓝色部分的面积 - 黄色部分的面积）÷2 =20 平方厘米。**

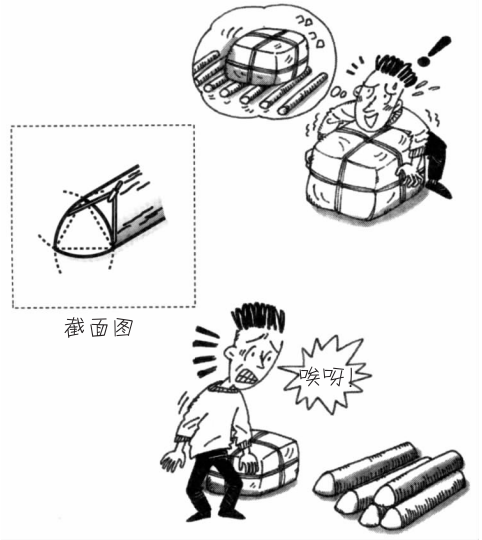
**再从蓝色部分的总面积中减去这部分的面积，余下的长方形蓝色部分的面积是 180 平方厘米。而蓝色折纸被红色折纸盖住部分的面积是 40 平方厘米。也就是说蓝色折纸与红色折纸错开的部分只占其边长的 1/3。**

**因此，黑色部分的面积相当于 180 平方百米的 1/3。**

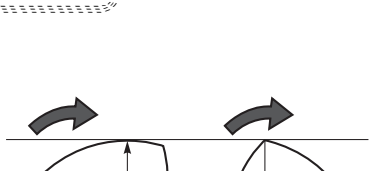
**而黑色部分的长相当于折纸边长的 3/4，这正是绿色部分的长。另外，根据大正方形的边长可以求得绿色部分的宽相当于折纸边长的 5/12。这样，就可以求得绿色部分的面积了。**

**真够累的！**

**弘之想用圆木为辊搬运重物，但是，找不到圆木，只有截面如图所示木棒。这种木棒的截面相当于以等边三角形的三个顶点为圆心画了三个弧，弘之担心这种木棒可能会卡住滚不动。你说能卡住吗？**



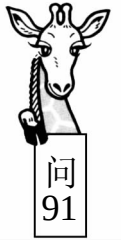
根本卡不住。

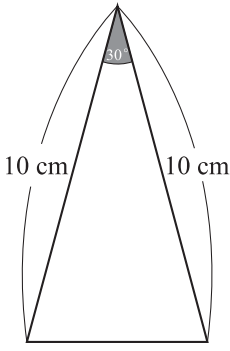


高度永远等于半径

**当圆弧与直线相切时，圆心必位于与直线垂直的方向，因此，其撑起的高度永远都与弧的半径相等。**

**这种形状太奇妙了，如果这种形状的图形在正方形内旋转，则会一直与正方形保持四个接触点（尽管旋转轴是晃动的）！所以，汽车的转子发动机也使用了这个形状的转子。**

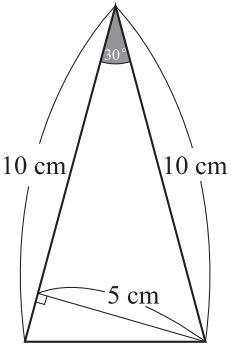



可要动脑子哟！

**试求图示三角形的面积，这题可够简单的喽！**

25 平方厘米。

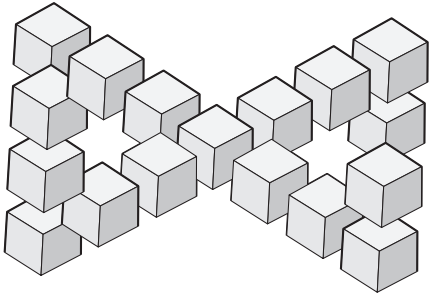



**在图中添条辅助线就会得到一个直角三角形，这个直角三角形的短边等于斜边的一半①。把这条短边当作待求面积三角形的高，再把在侧的 10 厘米的边当作底，即可求得面积。**

**如果在高中学过三角函数，解此题就更容易了。**

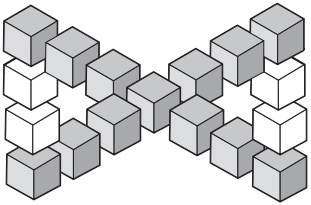
---

① **参看第 48 题。——译者注**



**能不能把一些立方体摆成图示的形状。**

当然不能。



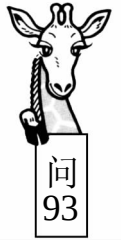
**这是把两个视错图拼在一起的图形。图形画得很漂亮，不妨欣赏一下。**

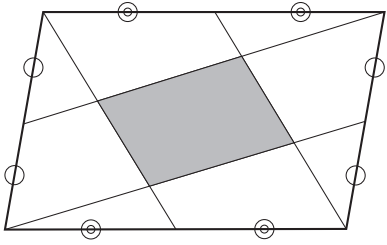
**图中带有阴影的部分必须位于同一平面，不可能在其间再插入两个上下排列的立方体。**

**但是，如果图中的立方体只是看起来像立方体，实际不是立方体，最极端的情况就是这些所谓的立方体只是画有图形的平面纸板，那么，这个图形是可以摆出来的①。**

---

① 其实，本书的图形就是这样画出来的。关于视错图，有兴趣的读者可以参阅乐秀成编译的《GEB——一条永恒的金带》，四川人民出版社，1984年版。——译者注

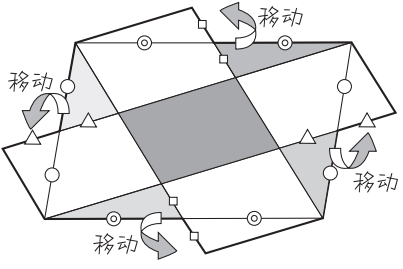


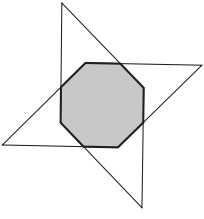
诀窍在哪里呢？

**在平行四边形中将各顶点与各边中点按附图连线，那么，阴影部分的面积是原来那个平行四边形面积的几分之几？**

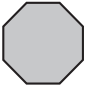
1/5。

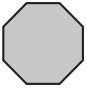



**请按附图移动小三角形，就得到了一个斜着的十字架。这个十字架的面积与原来那个平行四边形的面积相同，并且刚好包含 5 个待求面积的小平行四边形。**

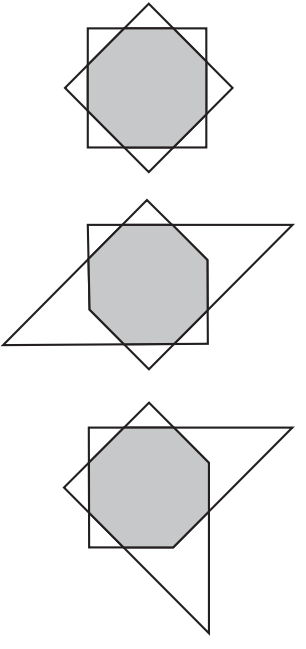


附图上面是两个形状相同的四边形重叠起来构成正八边形的例子。除此以外，还有 3 种办法可以把形状相同的四边形重叠起来构成正八边形，请找出这 3 种办法。当然，允许在重叠时把四边形翻转。

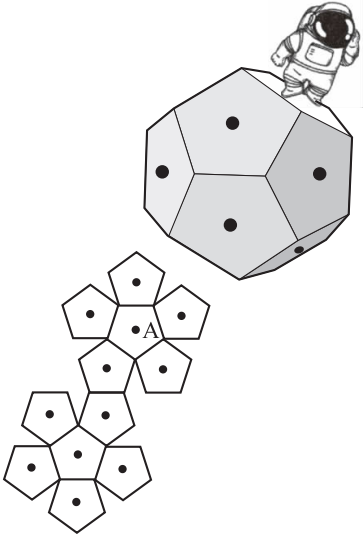




如图所示。



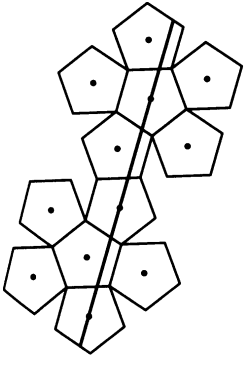
**宇航员降落在一个正十二面体的小行星上。他想像沿赤道环绕地球那样，找一条最短的路径绕小行星一周。假设宇航员位于展开图的 A 点，他是否应该只穿过各正五边形的中心点？**

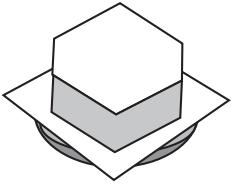


请沿直线穿过展开图。

**立体上的最短路径就是展开图上的直线，所以，附图中的直线是正解。并且，上下两端刚好相接。**

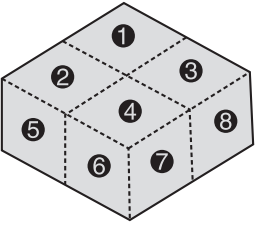
**不过，正十二面体的展开图可真是漂亮。**



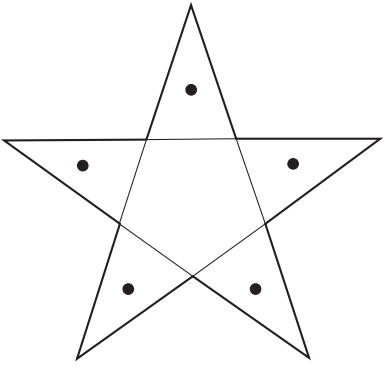


**8 个小孩儿一起过桃花节，家长面对一个六角形蛋糕犯了难：怎么才能把蛋糕分为形状相同的 8 份呢？**

按附图分割。



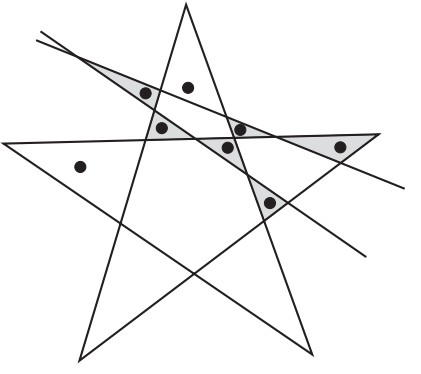

**刚好每个小孩儿分一块，太好了。**



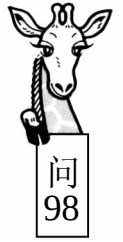
**附图中的五角星，包含 5 个标了●的三角形。请在这个图上添两条线，让三角形变成 10 个。当然，任何一个三角形内部都不允许包含多余的线。**

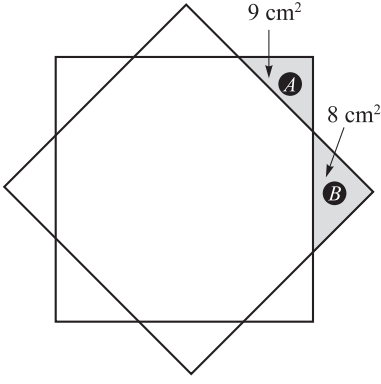
答

如图所示，真有点儿费劲。



**这道题有点儿难，能找到答案已经很不容易了。**




**两个正方形像附图那样叠在一起。A 部分的面积是 9 平方厘米，B 部分的面积是 8 平方厘米。**

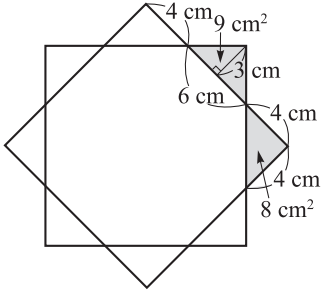
**试求：① 小正方形的面积是多少？② 大正方形的面积是多少？**

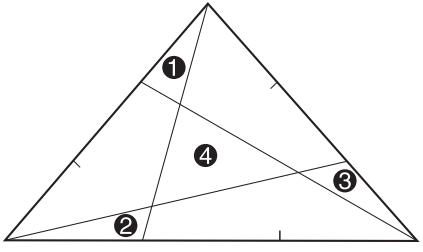
① 196 平方厘米，② 200 平方厘米。

**哪个是小正方形？粗心大意就会搞错。正方形斜过来，就会看起来显大。A 和 B 的面积取决于附图中的几个长度值。**

**因此，小正方形（斜着那个）的边长是** 4 + 6 + 4 + 14 **厘米。**

**大正方形的面积等于小正方形的面积减去** 4 **个** 8 **平方厘米的三角形的面积，再加上** 4 **个** 9 **平方厘米的三角形的面积。**

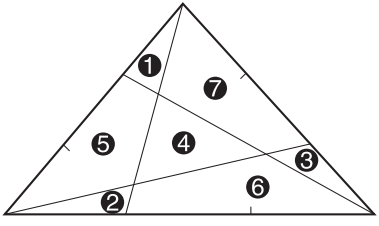





**把三角形各边三等分，并按附图连线，试求图中三角形 ①、②、③ 的面积之和与三角形 ④ 的面积之比。**

**这虽说是小学水平的题目，可是有相当的难度哟！**

1∶1。



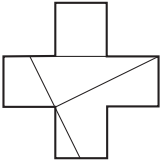

**首先，附图中三角形 ①～⑦ 的面积之和等于原来那个三角形的面积。**

**另外，图中** ① + ⑤ + ②、② + ⑥ + ③、③ + ⑦ + ① **都是原来三角形面积的** 1/3**，其和也应该等于原来那个三角形的面积。**

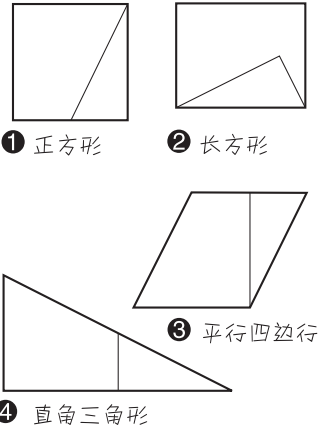
**亦即：** ① + ② + ③ + ④ + ⑤ + ⑥ + ⑦ = （① + ② + ③）× 2 + ⑤ + ⑥ + ⑦

**对上式化简即得：** ④ = ① + ② + ③。

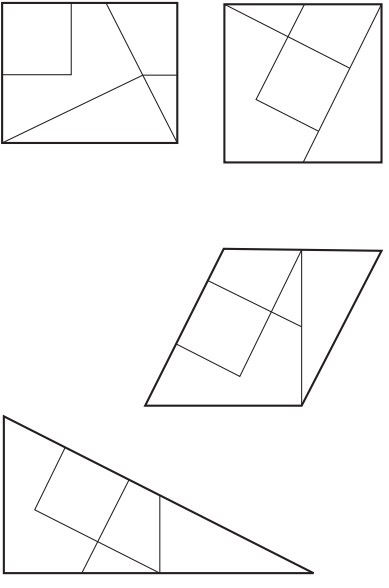
**这道题，很多大学生都答不上来。**



**书到最后了，再回到熟悉的分割“希腊十字”的题目吧。请把它切成 5 块，然后再设法分别拼成：① 正方形、② 长方形、③ 平行四边形、④ 直角三角形。图中已经画好了提示线。**



如图所示。



**读完了。辛苦！辛苦!! 累吗？愉快吗？**

# 图形能力诊断

**你答上了多少道题？把你答上的题的分数相加，即可求得总分。每道题的得分到书前“本书用法”中去找，**100 **道题的满分是** 1000 **分。**

**（**200 **分以下）**

真遗憾，你的思考力、注意力和观察力都不太够用。是不是不愿意上学啊？

不过，人的能力是在反复磨炼中增长的。如果觉得这本书还算有趣，不妨把这些题多做几遍。由于你已经看过答案了，所以，重做时目标是超过 800 分！如果你通过 3 遍练习达到了这个目标，那你的大脑也就练出来了。

**（**201 ~ 400 **分）**

基本素质很好，就是执着性和集中力、右脑的能力稍差点儿。那些胜任工作、头脑聪明的人，都是执着于不断思

考，并且取得成功的人。你的淡泊也可以转化为优点，需要的是顽强的执着力。

通过练习，突破 800 分，你对自己的评价就不一样了。

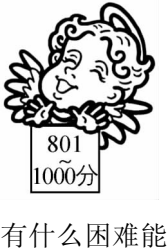
**(401～600 分)**

你的脑力完全可以应付日常生活。你具有较为均衡的知觉力、集中力和忍耐力。可以说是具有知识魅力的人，完全可以胜任科学技术领域的工作。只是，为了百尺竿头更进一步，要注意锻炼创造力。只要戒备咬定青山不放松的毅力，你必　　器。

**(601～800 分)**

**到了这个程度，称得上伟大！右脑和左脑都很优秀，干什么事都会超乎常人。**

**你可以在科学家、经理人、艺术家中傲视同侪！决定你未来发展的关键是，自己确定目标的见识和打拼到尖端的勇气。**




**(801～1000 分)**

得了这么高的分数，你可真是天才，未来世界需要的就是你这样的才能！

请务必用你的才能服务于社会，没有什么困难能拦住你的脚步。要相信自己：你的创造力超乎寻常，一定能够成功！