

图书在版编目(CIP)数据

数学谜题/(日)逢泽明著 甄晓仁译. —北京:北京理工大学出版社 2006. 1

(头脑训练丛书)

ISBN 7 - 5640 - 0651 - X

I. 数... II. ①逢... ②甄... III. 数学 - 智力测验 - 习题
IV. O1 - 44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 155371 号

北京市版权局著作权合同登记号 图字:01 - 2005 - 5171 号

TAMA GA YOKU NARU SUGAKU PAZURU

By Akira Aizawa

Copyright © 2000 by Akira Aizawa

Illustrations © 2000 by Yukie Abe

All rights reserved

Original Japanese edition published by PHP Institute, Inc.

Simplified Chinese translation rights arranged with PHP Institute, Inc.
through Japan Foreign-Rights Center

出版发行/北京理工大学出版社

社址/北京市海淀区中关村南大街5号

邮编/100081

电话/(010)68914775(办公室) 68944990(批销中心) 68911084(读者服务部)

网址/http://www.bitpress.com.cn

电子邮箱/chiefeditor@bitpress.com.cn

经销/全国各地新华书店

印刷/北京地质印刷厂

开本/880毫米×1230毫米 1/32

印张/6.625

字数/80千字

版次/2006年1月第1版 2006年1月第1次印刷

定价/15.00元

责任校对/陈玉梅

责任印制/吴皓云

前 言

有好多人都感叹说自己就是数学不行。原因其实也很简单，他们只接受过了无趣味的干巴巴的计算训练。

当今时代，甚至大学生都不会做分数运算。讨厌数学的人中差不多有 $1/5$ 在分数运算方面都成问题，这可是小学程度的计算能力啊！

与此同时，社会上却有一种声音日益强烈：“数学不好不行。”如果你有异议，那就试试本书中的数学题。书中所收都是小学所学的算术问题，只是略有变化而已。可是对于这些问题就连数学好的人也会不由得冒冷汗，或者起鸡皮疙瘩。读本书不需要高等数学，只需要丰富的“创造力”和踏实的“集中力”。本书的意图也正在于通过实战开发这两种能力。这是一本专为自我训练而写的书，它很有趣。

人生就是搅成一团的谜，有些人一生一世也解不开这些谜，而对于那些有创造力和集中力的人来讲，则游刃有余。每当在会场嗟叹之时，或者凌晨一筹莫展之

际，你需要的就是创造力和集中力！

倘若怀揣本书，或在工位上、家庭中、教室里放上一册，岂非开卷有益？这也正是本书所求。

如果孩子即将参加中考，父母不妨赠其一册试试。这将是其第一次面对成年人的读物——它有可能改变孩子的一生！当然，是否真能改变一生，还要看孩子自身的禀赋。家长不妨冷眼旁观。如果专注解题，心无旁骛，那么这孩子绝对是可造之材。

其实对于那些已经不是孩子的读者也一样。是不是经常性地思考问题？有没有对付谜题和谜语的创造力？能不能专注于某件事？如果回答是肯定的，那你就应该满怀自信，可以说你已经发现了自己的最重要的能力。

京都大学的长期教学经验，让我特别重视对付谜题和谜语的能力。学生们特别喜欢谜题，对于远比本书难得多，往往求解过程需要几个小时，甚至几天的谜题，也有很多学生兴致勃勃地交来答案。而且，这些学生往往都是学习成绩好、研究能力非常强的学生。

托马斯·库恩——一位哲学家——看穿了科学的本质：科学家的工作就是解答谜题！不能解答谜题就成不了爱因斯坦，甚至不能成为称职的科学家或者头脑够用的商人。

在本书的策划和编写过程中，PHP 研究所的竹下康子给予过很多帮助。如果您觉得本书还算凑合，那有一半是她的功劳。在收入文库时，PHP 研究所的太田智一对本书进行了彻底的修改，使其更讨人喜欢。愿你在愉快中提高数学能力。

逢泽明

2003 年 5 月 7 日（博士日）

本书用法



这里共有 100 道挑战性的题目，每道题目及其得分分别由兔子罗宾、绵羊本杰明、狐狸皮恩、狮子罗德里格斯、老龙高斯达拉掌管。下面，请看他们的自我介绍。



名字：罗宾

致词：我出的题目都是很简单的。不过，如果不认真思考，嘻里马哈地也容易出错哟！



名字：本杰明

致词：我的题目只比罗宾的稍难一点儿。但是，如果小学数学没学好，也不太好解答。



名字：皮恩

致词：我拿出来的题目都是聪明人必然能够答上的。答不上？那可麻烦了，世上聪明人真那么少吗？



名字：罗德里格斯

致词：能解开我老人家的问题，说明你脑浆比较多，好好想一想，解开了吗？解不开？那你的脑子可……



名字：高斯达拉

致词：顽强也是构成才能的要素，这里是超难王国。很多题目，稍嫩点儿的数学家都解答不了。不过，有时小学生亦可称王啊！

注意：本书单页为题，其背面为答案。所有题目满分之和为 1000 分。

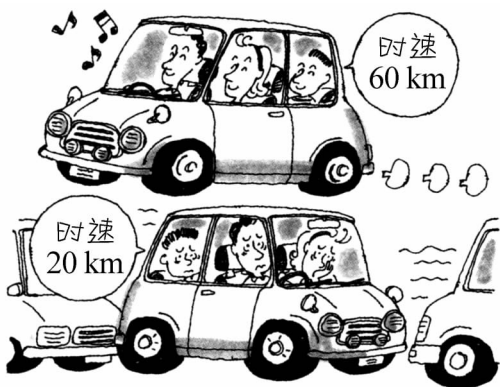
请先试着做题，后看答案，计算一下你的得分。你的“集中力”与“创造力”高低依你回答这 100 道题的总得分见书末“数学能力诊断”，在那里，上面几位会给你开出才能诊断书。



一个从小学时一直错到现在的问题。

驾车出行时，时速为 60 千米。原路返回时因为拥堵，时速降为 20 千米。

请问：往返平均速度多少？



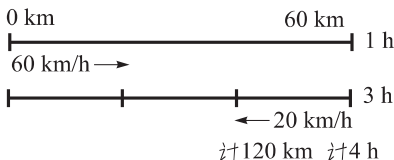


时速30千米。

很多人都回答说时速 40 千米。

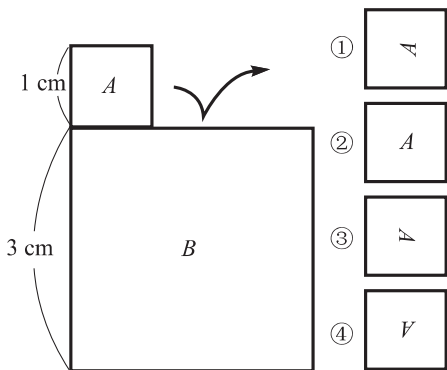
我们不妨假设路程为 60 千米。去时时速 60 千米，用了 1 个小时，返回时时速为 20 千米，耗时 3 个小时。

结果，往返 120 千米，耗时 4 个小时，所以平均时速为 30 千米。



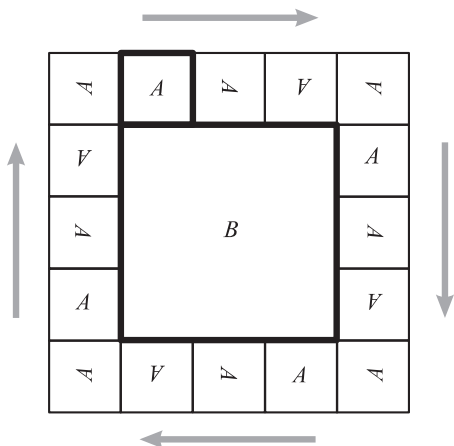


正方形 A 的边长为 1 厘米，正方形 B 的边长为 3 厘米，A 沿 B 的周长滚动，当其滚动一周回到原处时，A 的朝向指向哪里？



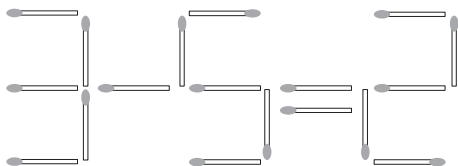


A按图中所示沿B的外缘滚动。要特别注意正方形A转过正方形B的顶角时的状态。由于正方形A要改变朝向十多次，一不小心就会出错。





这是使用火柴棍儿的谜题。在下图中仅移动一根火柴棍儿，使其成为正确的等式。

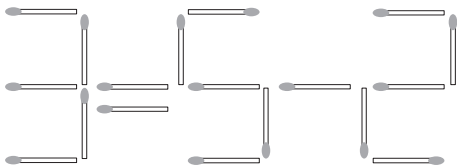




如图所示。

再试一道题：用 12 根火柴，共可围成多少个三角形？

由于三角形两边之和大于第三边，所以可能的组合只有“2, 5, 5”、“3, 4, 5”、“4, 4, 4”三种（另外“3, 4, 5”三角形还可以倒换一下次序）。





“你多大了？”

“我？我的年龄被3除，余2”

“唔……”

“而且，被5除，余4”

“唉？”

“被7除，余1”

“那是几岁呀？”





29 岁。

$$29 \div 3 = 9 \dots 2$$

$$29 \div 5 = 5 \dots 4$$

$$29 \div 7 = 4 \dots 1$$

实际上，用 29 岁验算一下，肯定正确。

作为简便解法，可以先列出“被 7 除，余 1”的数，再从中找出满足另两个条件的数。

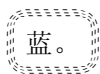
这个问题在日本称为“百五减算”或“百五间算”^①，因为 $3 \times 5 \times 7 = 105$ 。江户时代的数学书《尘劫记》中也有记载（“尘”代表非常小的数，“劫”代表非常大的数）。

① 这类题在中国古代数学中称“韩信点兵”，并有歌诀：三个同行七十稀，五树梅花廿一枝，七子团圆正月半，除百零五便得之。有兴趣的读者请参阅有关书籍。——译者注



骰子的六个面，分别涂以红、黄、蓝、绿、黑、白。转动着看，如图所示。那么，红的背面是什么颜色？

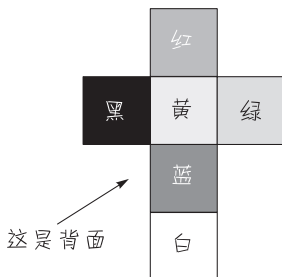




请注意哪种颜色同时出现在 2 个图中，在头脑中转动骰子。本题应注意黄、黑，或者蓝。

如果还不清楚，请将骰子按上图展开，即可明白。

在头脑中想像立体图形，是解决图形类数学问题的必备技能。不仅如此，“多角度看问题”本身也是重要技能。





请将数字 1 ~ 9 填入图中 $\square$, 每个数字只能使用一次。

$$\square + \square = \square$$

$$\square - \square = \square$$

$$\square \times \square = \square$$



$$4 + 5 = 9 \text{ (4 与 5 换位亦可)}$$

$$8 - 7 = 1 \text{ (7 与 1 换位亦可)}$$

$$2 \times 3 = 6 \text{ (2 与 3 换位亦可)}$$

上面即为答案之一（此外还有其他答案）。

解此类问题的关键，是尽可能把各种可能性找出来。

从乘法来看，可以发现只有“ 2×3 ”和“ 2×4 ”是可能的。

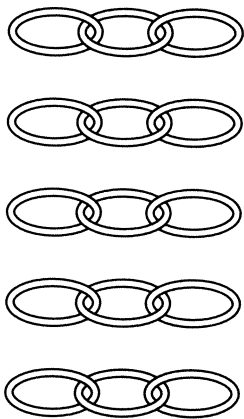
但是，如果选择“ $2 \times 4 = 8$ ”，就使用了3个偶数，此外只有6是偶数。而奇数与奇数运算，不论加法还是减法，结果必定为偶数，显然行不通。

因此，乘法运算只能选“ 2×3 ”，再考虑其他算式就比较简单了，答案不止一种。



如图所示 5 条锁链。想把它接成一条锁链，应该打开几个环与其他环相接。

假设打开一个环 1 分钟，关闭一个环也是 1 分钟，最短需要几分钟。





需要 6 分钟。

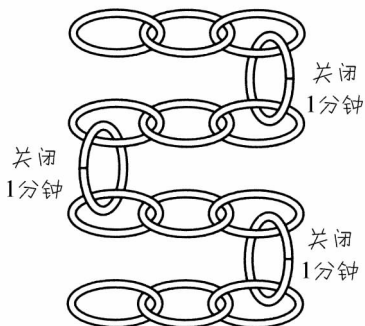
这是一个久负盛名的谜题。几乎所有的人都认为 10 分钟（因为要接 5 个头），或者 8 分钟（打开 4 个环即可）。

实际上把一条锁链全部打开，更节省时间。如下图所示，并不是接 5 条锁链，而是接 4 条锁链。

首先把一条锁链全部打开共需要 3 分钟



然后把其余四条连在一起





“老鼠会”^① 是被禁止的。但在江户时代的数学书《尘劫记》中有原汁原味的“老鼠算”，想不想试试？这是专门训练计算能力的问题，下点儿工夫。另外，十位电子计算器不够用，干脆别用了。

一月份鼠爹鼠娘生了 12 个孩子，总数共达 14 只。

这 14 只老鼠 2 月份又生孩子，总数达 98 只，如此递增，12 个月老鼠总数可达到多少？



① “老鼠会”是“金字塔销售计划”的俗称，就是变质的“多层次传销”。最早的“老鼠会”是美国人威廉·派屈克 1964 年在加州创立的。——译者注



27882574402 只。

算式是： 2×7^{12} 。

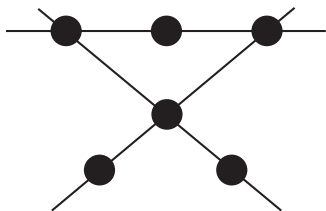
“老鼠算”增长迅速，很快就会成为天文数字。

如果第 1 天给 1 元钱，第 2 天给 2 元钱，第 3 天给 4 元钱……每天施舍钱数翻番，第 29 天就要施舍 5 亿多元，30 天施舍总额超过 10 亿元。若真有人照此法给钱，那可乐死乞丐了，给个皇位都不换！





图中三点共线的棋子共有 3 组，请移动 1 枚棋子，使三点共线的棋子达到 4 组。

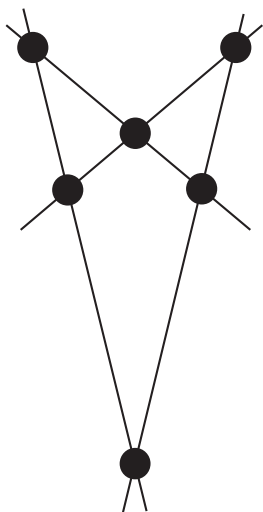




如图所示。

1 分钟以内解开此题的人，肯定特别擅长思维跳跃。大多数都会把目光盯在原来摆棋子的位置琢磨来琢磨去。

如果思路比常人快 3 倍，那就太厉害了。但这种人可谓凤毛麟角。



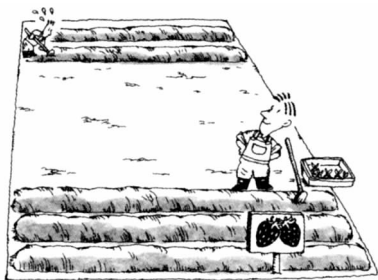


裕仁和义人到农场打工种草莓，总共要种 12 垄，劳务费 2 万日元。

裕仁 40 分钟可以栽 1 垄苗，再 40 分钟培完土。

而义人只要 20 分钟就能栽完 1 垄苗，但他培土 2 垄的时间与裕仁培土 3 垄的时间相同。

两人要按工作量分配劳务费，怎么分才合理？





各 1 万日元。

假设裕仁承担 6 垄，栽苗用时 $40 \times 6 = 240$ 分钟，即 4 小时，培土同时用去 4 小时，总共需要 8 小时。

义人栽苗 6 垄用时 $20 \times 6 = 120$ 分钟，即 2 小时。但其培土的速度只有裕仁的 $\frac{2}{3}$ ，所用时间自然是裕仁的 $\frac{3}{2}$ ，即 1.5 倍——6 个小时。这样栽苗和培土也要 8 个小时才能完成。

两个人的工作效率相同，劳务费自然也只好均分。



$$A + B = C$$

$$A \times B = C$$

“ $2 + 2$ ”和“ 2×2 ”结果相同。请找出相同的例子，小数和分数亦可（A和B可以不相等）。



答：

例如： $3 + 1.5 = 4.5$

$$3 \times 1.5 = 4.5$$

设一个数为 A ，则 $B = \frac{A}{A-1}$ ，可能人们不太注意，
其实这样的数有很多。



一个整数，个位为 4。将 4 移到首位，则变为原来的 4 倍，请求该数。





102564。

最小正整数如上所示。个位为 4，设其左边所有数位为 A ，并设 A 为 N 位数。则原来的数为 $A \times 10 + 4$ ，变换后的数为 $4 \times 10^N + A$ ，变换后的数为原数的 4 倍，得如下关系式：

$$\text{由：} 4 \times 10^N + A = 4 \times (A \times 10 + 4)$$

$$\text{得：} 4 \times 10^N - 16 = 39 \times A$$

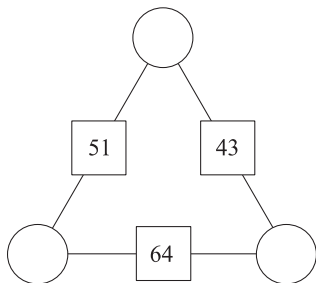
等号左边为 39 的倍数。

然后逐步增加 N 的数值，来计算何时 $4 \times 10^N - 16$ 为 39 的倍数，即可求得。

如果原题的条件是“变为原数的 2 倍”则最小答案为 210526315789473684，用电子计算器都算不出来。给数学才华横溢的人出题，简直是享受。



相邻两个○中数字之和为□中的数字，请将适当的数字填入○中。





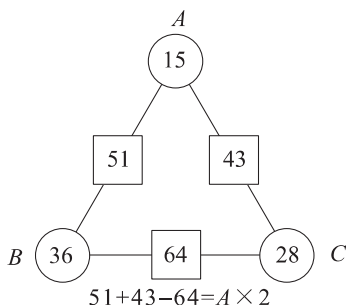
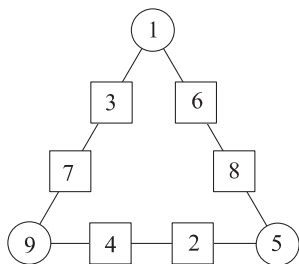
如图所示。

图中 51 与 43 求和，再减去 64，则为 A 的 2 倍。

另外，如果使用方程组来求解，就变成纯机械的计算了。

还有一个更难点儿的题目，即图示“魔边三角形”，1~9 的数字各使用一次，各边之和相等，均为 20。

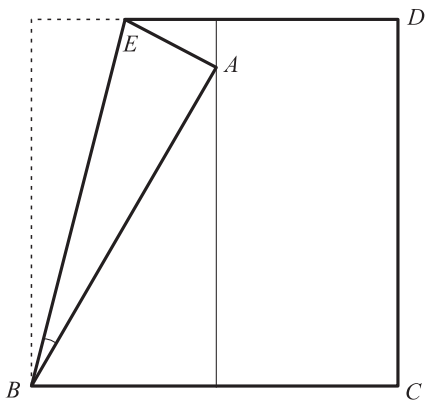
魔边三角形





正方形折纸先对折一次，找到中央折线。

然后如图所示，将折纸的一个角折到中央折线上，求 $\angle ABE$ 的度数。



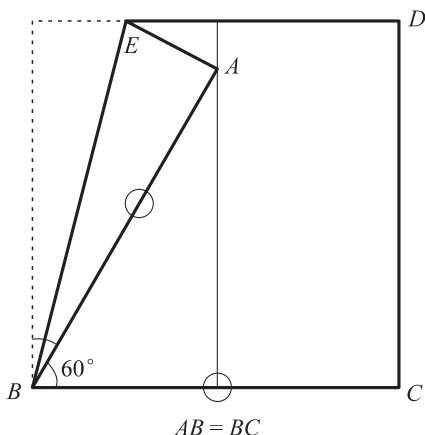


15 度。

比较 AB 与 BC ，由于同为正方形之边长，所以二者相等。如果将顶点 D 亦折到中央折线上，就会产生一个正三角形。

所以 $\angle ABC$ 为 60 度，从 90 度中减去 60 度，即为待求角度的 2 倍（因为这是折出来的）。

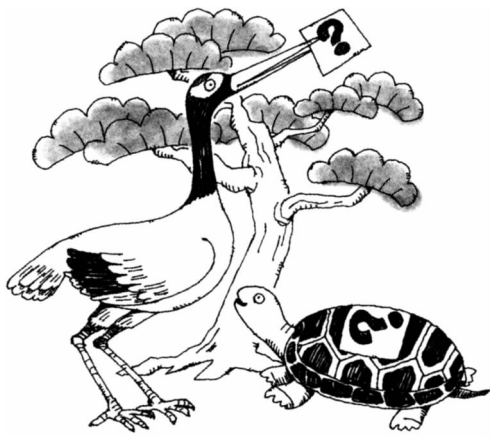
这种方法是用正方形折线折出正三角形的基本方法。





这是传统的“龟鹤算”问题，你可能解答过。

龟与鹤在一起，共有 20 个脑袋，58 只脚，请问龟与鹤各多少只？





鹤 11 只，龟 9 只。

虽说也可以用方程求解，但请试一下小学的方法。

将鹤和龟的脑袋总数乘 2，这样一来即可知，如果龟、鹤均有 2 足，则脚的总数应为 40 只。

从脚的总数 58 中减去 40，即得 18。这些都是龟的脚，并且是按每只龟各 2 只脚计算的（另外 2 只脚已在总数中减去）。

因此 18 除以 2，即得出龟的数目。

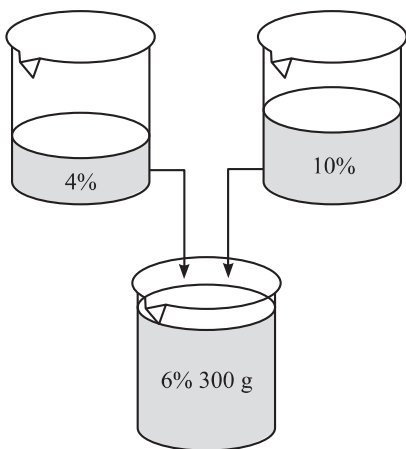
		
20	×	2
脑袋总数		= 40
		各有 2 足

		
58	-	40
脚的总数		= 18
		每只龟计入 2 只脚以后的总数



将 4% 的食盐水与 10% 的食盐水混合，制备 6% 的食盐水 300 克，问两种食盐水各需要多少？

此类题可按“龟鹤算”的方法求解。





4% 的食盐水 200 克，10% 的食盐水 100 克。

首先，300 克 6% 的食盐水中含盐 18 克。

其次，如果 300 克都是 4% 的食盐水，则含盐 12 克。因此，有 $18 - 12 = 6$ 克的盐要靠 10% 的食盐水追加。

这里需要注意的是：在龟鹤算中，由于龟的 2 只脚已先行与鹤脚一同计入，后面只算“多出来的 2 只脚”。

同样，要注意 10% 食盐水中只应计算 $10\% - 4\% = 6\%$ 的含盐量，这是解题的关键。

用 6% 的含盐量（10% 食盐水的）补充 6 克盐，则需要 10% 的食盐水 100 克。



请用电子计算器计算。

一个 40 人的班级，有人生日相同的概率多大？假设没有 2 月 29 日出生的人。

唉？是 40 除以 365 吗？肯定不是！



有人生日相同的概率将近 9 成。

很多人在计算时，都把自己当作班中一员，以为只要计算其余 39 人与自己生日相同的概率即可，这也不对。

首先，应计算 40 个人生日完全不同的概率。为此按点名册的顺序算，不管第一个人的生日是哪天，第二个人的生日就有 364 种可能，第三个人就有 363 种可能，第四个人就有 362 种可能……，

$$\text{先求出 } \frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \frac{362}{365} \times \dots \times \frac{326}{365} \approx 0.109$$

再从 1 中减去这个结果即可。结果令人难以置信。遇有几十人集会时，不妨实际验证一下。



在下面的 填入适当的数字。

① 2 , 4 , 6 , 8 , 10 , 12 ,

② 1 , 2 , 4 , 7 , 11 , 16 ,

③ 3 , 7 , 15 , 31 , 63 , 127 ,

④ 18 , 19 , 17 , 20 , 16 , 21 ,

⑤ 1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 ,



① 14, ② 22, ③ 255, ④ 15, ⑤ 13。

① 是偶数的自然排列。

② 是相邻两数的差为自然数列。

③ 是将左侧相邻的数乘 2 再加 1

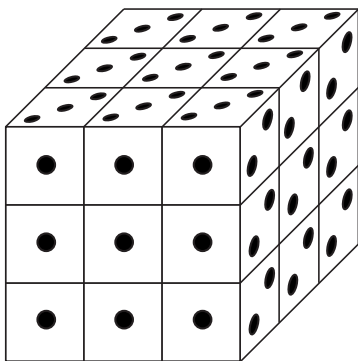
④ 是将 18、17、16... 的数列与 19、20、21... 的数列隔位插入。

⑤ 是将左边相邻的两个数相加，专业名词是“斐波那契数列^①”，也有人说是植物生叶法则。

① 意大利数学家斐波那契（约 1170—约 1250 年）的名著《算盘书》中提到：第一个月是最初的一对兔子生下一对兔子，围墙内共有两对兔子。第二个月仍是最初的一对兔子生下一对兔子，共有 3 对兔子。到第三个月除最初的兔子新生一对兔子外，第一个月生的兔子也开始生兔子，因此共有 5 对兔子。继续推下去，第 12 个月时最终共有对 377 对兔子。书中还提出，每个月的兔子总数可由前两个月的兔子数相加而得。后来数学家将此数列称为“斐波那契数列”。——译者注



将 27 个朝向相同的骰子按图示叠起来，那么与其他骰子靠在一起的各个面合起来共有多少点？





378。

我们来看眼前，共有 9 个 1 点，这样的面在里面还有 2 层，所以共隐藏了 18 个 1 点。同理，任何点数都隐藏了 18 个。1 ~ 6 点合计为 21 点，再乘以 18 即为答案。

另一种解法是先求出 27 个骰子的总点数为

$$21 \times 27 = 576$$

然后每个点数都有 9 个在外面，合计点数为

$$21 \times 9 = 189$$

从合计中将其减去即得

$$576 - 189 = 378$$



某年过生日时，数学家多多野教授特别兴奋，因为从元旦数到该日的天数乘以他的年龄刚好是 11111。

那么请问教授多少岁？生日是哪一天？假设该年不是闰年。

$$\bigcirc\bigcirc\bigcirc\text{日} \times \triangle\triangle\text{岁} = 11111$$

我预感到发生了有趣的事……





41 岁，生日是 9 月 28 日。

这个谜题只需分解质因数即可，但找答案可能还有点难度。

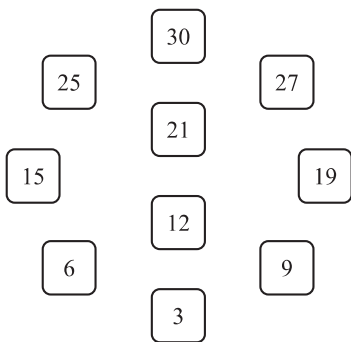
$$11111 = 41 \times 271$$

教授不可能 271 岁，所以是 41 岁。并且 8 月 31 日是一年中的第 243 天，所以也很容易推算出生日。

数越大，分解质因数越难。对于几百位数来讲，即使用超级电脑，也几乎是不可能的。最近的密码理论就利用了这个特性，用于网上购物安全等领域。



套圈问题，套中的数字之和如果正好是 50，就可以得大奖，随便你套多少次。请问应该怎么套？





只有 6、19、25 一组。

很难找出答案吧？选两个数的组合共有 45 种。

选三个数的组合有 120 种。

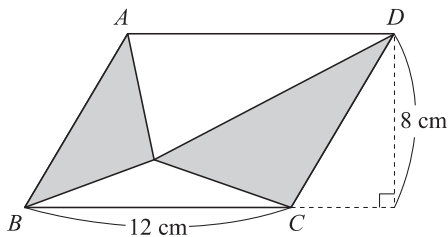
选四个数以上的组合无法满足需要，这一试便知。

如果会编电脑程序，还会容易一些。电脑是数学的好帮手啊！



这是一个最基本的问题，答不上就会输给小学五年级学生。

请求出图示平行四边形中阴影部分的面积。



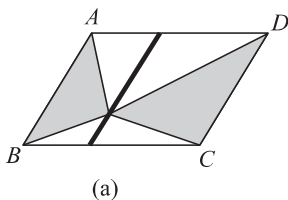
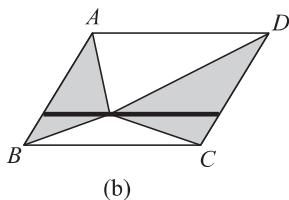


48 平方厘米。

如果按图 (a) 那样把平行四边形 ABCD 分为左右两个平行四边形，则阴影部分的三角形分别为两个平行四边形面积的一半。

也可以按图 (b) 把平行四边形分为上、下两个平行四边形，阴影部分的三角形分别占两个平行四边形面积的一半。从总面积中减去相应的面积即可。

当然，你要知道，平行四边形的面积等于底边乘以高。





这是古印度的数学谜题，因诗人朗费罗的介绍而广为流传。下面用现代语言叙述一下：一大群蜜蜂， $\frac{1}{5}$ 飞向菜花， $\frac{1}{3}$ 飞往莲花，两小群蜜蜂数量之差的 3 倍去采蜜，还有 10 只绕着樱花飞。请问蜜蜂总数是多少？



150 只。

采蜜的蜜蜂占蜜蜂总数的份额为：

$$\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) \times 3 = \frac{5-3}{3 \times 5} \times 3 = \frac{2 \times 3}{3 \times 5} = \frac{2}{5}$$

所以三小群蜜蜂合计为：

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{3+5+2 \times 3}{3 \times 5} = \frac{14}{15}$$

由于还余下 10 只蜜蜂，所以

$$10 \div \left(1 - \frac{14}{15}\right) = 10 \div \frac{1}{15} = 150 \text{ (只)}$$

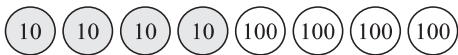
如果会分数运算，这道题就不难，复习小学功课时不妨练练。



这是个很有名的谜题，不妨用在聚会的席位排列中。

把 10 日元硬币和 100 日元硬币各四枚按图示排列，每次必须相邻两枚一起移动，不准两枚互换位置，也不准纵向排列。

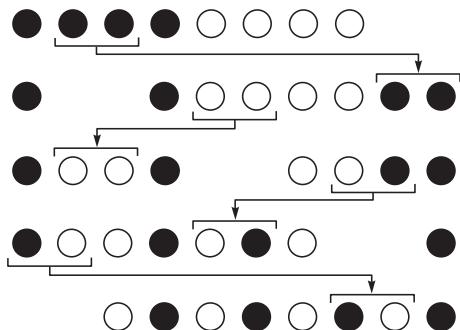
如果只允许移动四次，怎样才能让 10 日元硬币和 100 日元硬币交互排列？





如图所示。

图中是用围棋黑白子作例子。用雪糕、红酒瓶，或者 4 名男士与 4 名女士都可以试排。





中国古代数学谜题^①。

公鸡 1 只 5 文钱，母鸡 1 只 3 文钱，雏鸡 1 文钱 3 只。若想用 100 文钱买 100 只鸡，且所买的公鸡尽量多，请问应该怎么买？



① 本题记载于约 5—6 世纪成书的《张丘建算经》中：“今有鸡翁一，值钱伍；鸡母一，值钱三；鸡雏三，值钱一。凡百钱买鸡百只，问鸡翁、母、雏各几何？答曰：鸡翁四，值钱二十；鸡母十八，值钱五十四；鸡雏七十八，值钱二十六。又答：鸡翁八，值钱四十；鸡母十一，值钱三十三，鸡雏八十一，值钱二十七。又答：鸡翁十二，值钱六十；鸡母四，值钱十二；鸡雏八十四，值钱二十八。”该问题导致三元不定方程组，其重要之处在于开创“一问多答”的先例，这是过去中国古代算书中所没有的。——译者注



公鸡 12 只， 母鸡 4 只， 雏鸡 84 只。

设公鸡为 A 只，母鸡为 B 只，则雏鸡为 $(100 - A - B)$ 只，且为 3 的倍数。

$$5 \times A + 3 \times B + \frac{100 - A - B}{3} = 100$$

整理得

$$7 \times A + 4 \times B = 100$$

于是

$$7 \times A = 4 \times (25 - B)$$

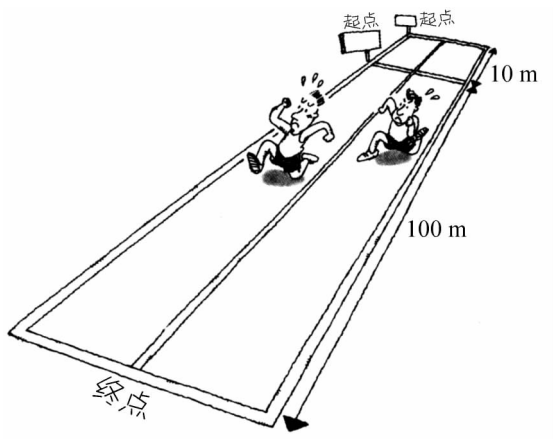
可知 A 为 4 的倍数。所以就要下点力气，逐个试算 4 的倍数。

这是公元 3 世纪左右中国讨论的“百鸡问题”。现代数学称为“不定方程”，只能反复试算。据说此类谜题从中国通过印度传到了欧洲。



弘君与路易进行百米竞走比赛。路易冲刺时，弘君刚走到 90 米处。

如果再比一次，让路易在弘君后面 10 米处起走，两人会同时到达终点吗？





不能， 还是路易获胜。

路易走 100 米时，弘君只能走 90 米，因此在终点前 10 米处两人会并排，按此速度走完余下的 10 米，在终点时路易会领先 1 米。



如表所示。 ① 3, ② 1。

每月天数被 7 除，余数为 0（28 天）、2（30 天），或者 3（31 天）。以此为据，再按每月 1 日星期几掰掰手指头就算出来了。答案如表中所示。

13 日是星期五，则该月 1 日必须是星期日，表中共有 2 个。另外在表中可以数出来，每月 1 日最多是星期三，有 3 次，最少的是星期一、星期二和星期四，只有 1 次。

因此，可以认为，月初星期三的月份如果赶上月初星期日，该年会有 3 个“13 日星期五”。

月	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
星期	日	三	三	六	一	四	六	二	五	日	三	五



还记得除法的算式吗？简单的除法也很麻烦吧？请问 5 除以 7，商的第 100 位小数是几？

$$\begin{array}{r} \text{小数第100位} \longrightarrow \\ \hline 7 \overline{) 5} \end{array}$$



2。

按式计算，可以看出商是循环小数，重复 6 个数“714285”，把小数位数 100 除以 6，商 16 余 4，所以第 100 位是循环数的第 4 位，即 2。

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} \text{第 1 周期} \quad \text{第 2 周期} \\ \hline 0.\overline{714285} \end{array} \\
 7 \overline{) 5.0} \\
 \underline{49} \\
 10 \\
 \underline{7} \\
 30 \\
 \underline{28} \\
 20 \\
 \underline{14} \\
 60 \\
 \underline{56} \\
 40 \\
 \underline{35} \\
 50 \\
 \underline{49} \\
 10 \\
 \underline{7} \\
 30 \\
 \underline{28}
 \end{array}$$

第 1 周期

第 2 周期



商人必会的数学题。

某商品按定价卖可获利 270 元，如果降价 15% 卖 15 个，与降价 10% 卖 9 个获利相同。请问商品成本是多少？





930 元。

聪明的小学生，不费什么劲儿就能算出来。

15 个与 9 个获利相同， $15:9 = 5:3$ ，所以每个获利是其反比 3:5。

其差值 $5 - 3 = 2$ 相当于定价的 5%，降价 15% 时获利 3 份，利润相当于定价的 7.5%。因此，按定价出售时利润与定价之比为：

$$15\% + 7.5\% = 22.5\%$$

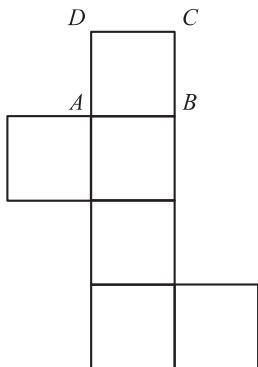
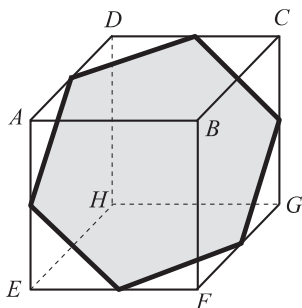
而此时利润为 270 元，所以定价为：

$$270 \div 0.225 = 1200 \text{ (元)}$$

再减去利润即可求得成本。



按图示切割正方体就可以切出正六边形。请在展开图上画出所有的切割线。



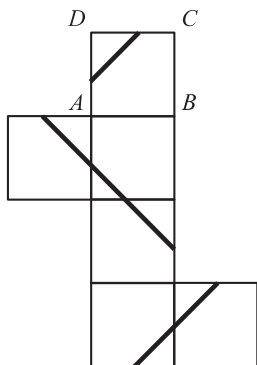


如图所示。

恰到好处地切割正方体能切出正六边形切口，很令人惊讶。

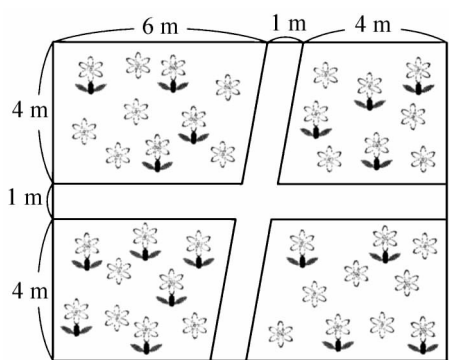
不加思索即可确认六边形的各边等长，再考虑到正方体的对称性，即可知所有角度亦相等。

另外，由于六个切点共面，也不难理解各面的切割线与对角线平行。





图示为长方形庭院中的花坛和小道。请问带图案的花坛的面积是多少？

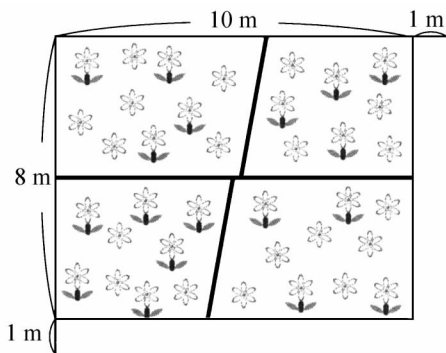




80 平方米。

这是一个常见问题。只要把花坛的面积归在一起，口算即可。

这种方法称为“等积移动”，是与图形有关的数学谜题常用的方法。





填空题，请在 中填入适当的数字。

$$\begin{array}{r}
 \square\square \\
 \times \quad 8\square \\
 \hline
 \square\square\square \\
 \square\square \\
 \hline
 \square\square\square\square
 \end{array}$$



如图所示。

这是比较简单的填空题。乘以 8 以后结果仍为两位，所以 A 框内只能是 1，同理，B 框也只能是 1 或 2。

但是，为了乘以 C 以后成为三位数，C 框只能是 9，并且 B 框只能是 2。

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc} A & B \\ \boxed{1} & \boxed{2} \end{array} \\
 \times \quad \begin{array}{c} C \\ 8 \quad \boxed{9} \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{ccc} \boxed{1} & \boxed{0} & \boxed{8} \\ \boxed{9} & \boxed{6} & \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{cccc} \boxed{1} & \boxed{0} & \boxed{6} & \boxed{8} \end{array}
 \end{array}$$



我们所用的公历（称格里高利历）按以下方式确定闰年。

（1）年份能被 4 整除的是闰年。

（2）但是，能被 100 整除的年份，只有当其可被 400 整除时才是闰年。那么

① 从公历 2000 年 1 月 1 日到公历 2222 年 1 月 1 日，有几个 2 月 29 日？

② 公历 2000 年 1 月 1 日是星期六，公历 2222 年 1 月 1 日是星期几？



① 54 个， ② 星期二。

首先计算有多少年

$$2222 - 2000 = 222 \text{ (年)}$$

$$222 \div 4 = 55 \dots 2$$

由于 2100 年和 2200 年是平年，减去这两个年份，余下的两个年份，还有 1 个闰年，所以还要加上 1 个：

$$55 - 2 + 1 = 54 \text{ (个)}$$

再计算从 2222 年 1 月 1 日是 2000 年 1 月 1 日之后多少天：

$$365 \times 222 + 54 = 81084$$

此数除以 7 余 3。星期六往后数 3 天，正是星期二。



对一本书的所有页码从 1 开始顺序编号。为编此页码所用的 1、2、3...9、0 数码总共有 999 个，请问此书多少页？





369 页。

从 1 页到 9 页

$$1 \times 9 = 9 \text{ (个)}$$

从 10 页到 99 页：

$$2 \times (99 - 10 + 1) = 180 \text{ (个)}$$

100 页以后：

$$(999 - 9 - 180) \div 3 = 270 \text{ (页)}$$

因此， $9 + 90 + 270 = 369$ (页)

从 1 页到 9 页使用了 9 个数字。从 10 页到 99 页每页使用 2 个数字，所以共用了 180 个数字。

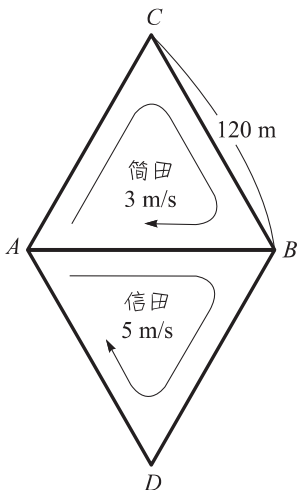
还余下 810 个数字，从 100 页开始每页使用 3 个数字，810 被 3 除得 270。这个数字再加上 99 就是答案。



公园的路由每边长 120 米的正三角形组合而成，简田和信田常在这里恶作剧。

简田以 3 米/秒的速度绕 $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 行走，信田以 5 米/秒的速度绕 $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A$ 行走。

现在两人同时出发，多少秒后两人首次相遇？

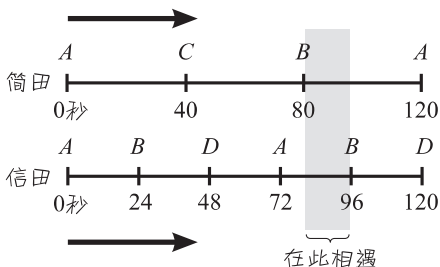




1 分 30 秒。

简田 40 秒走完 1 边，信田 24 秒走完一边，可以如图所示画出时间过程来考察。

简田 80 秒后开始走 $B \rightarrow A$ 段，而信田 72 秒后开始走 $A \rightarrow B$ 段，两个将在此相遇。简田到达 B 点时，信田已在此前 8 秒钟内从 A 向 B 走了 40 米，尚余的 80 米除以两速度之和 8 米/秒，得 10 秒，因此二人相遇的时刻为 $80 + 10 = 90$ 秒，即 1 分 30 秒。





一位老妇在邮局拿出 1000 日元买邮票。她要求买若干枚 50 日元的邮票，再买 5 倍于此的 20 日元邮票，余下的买 80 日元邮票，刚好把钱用尽，应该给她每种面值的邮票各多少枚？





50 日元邮票 4 枚， 20 日元邮票 20 枚，
80 日元邮票 5 枚。

每 1 枚 50 日元邮票对应 5 枚 20 日元邮票，面值合计为：

$$50 + 20 \times 5 = 150 \text{ (日元)}$$

这是一组。从 1000 日元中减去其倍数后，余额必须能被 80 整除。

仔细思考会发现： $1000 - 150 \times 4 = 400$ （日元）时满足条件，由此即得出答案。

由于邮票的枚数必须是整数。这类求整数的问题本来是中国数学的长项，但现在通常都用古希腊数学家刁番图的名字命名为刁番图方程。



请用四个数字 4 算出下面的结果：

① $4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 = 1$

② $4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 = 2$

③ $4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 = 3$

④ $4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 = 4$

⑤ $4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 = 5$

⑥ $4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 = 6$

可以使用 $+$ 、 $-$ 、 $\times$ 、 $\div$ ，也可以用括号把部分运算括起来。



如下所示。

$$\textcircled{1} \quad 4 \times 4 \div 4 \div 4 = 1$$

$$4 \div 4 + 4 - 4 = 1$$

$$\textcircled{2} \quad 4 \div 4 + 4 \div 4 = 2$$

$$\textcircled{3} \quad (4 + 4 + 4) \div 4 = 3$$

$$\textcircled{4} \quad (4 - 4) \times 4 + 4 = 4$$

$$\textcircled{5} \quad (4 \times 4 + 4) \div 4 = 5$$

$$\textcircled{6} \quad (4 + 4) \div 4 + 4 = 6$$

这是非常有名的“四个4”谜题。除以上答案外，还有其他算法。

如果不限于四则运算，使用高中数学还可以算出更多的结果，有兴趣的读者不妨一试。



图示为日文盲文。在日文盲文中点的位置共有6种情况，如果任何字母都至少必须有一个点，这种方法共可表示多少个字母？

あ い う え お

か き く け こ

さ し す せ そ

た ち つ て と

な に ぬ ね の

は ひ ふ へ ほ

ま み む め も

や ゆ よ

ら り る れ ろ

わ ゐ ゑ を

ん っ

や ゆ よ

ゐ ゑ

(浊音) (半浊音) (长音)



63 种。

一开始可以把完全没点的情况一并考虑。每个位置有两种情况：有点或者无点。因此，在六个位置的条件下，可以先算 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ，即六个 2 相乘，结果为 64。再从其中减去一个点都没有的情况（只有一个），就得到了答案。

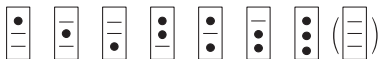
不擅长思考的人，可以像附图那样，先从位置比较少的情况入手，然后类推出来。

两个位置的条件下：



$$2 \times 2 - 1 = 3 \text{ (种)}$$

三个位置的条件下：



$$2 \times 2 \times 2 - 1 = 7 \text{ (种)}$$



三宅先生爱鸟，共养了 300 只各种鸟。不慎贼人入室，盗走珍贵鸟儿，三宅先生来到警察局：

“不得了，被盗珍贵鸟儿将近 200 只。”

“要写报案记录，请道其详。”

“被盗鸟类恰好有 $\frac{1}{3}$ 捕自非洲， $\frac{1}{4}$ 捕自南美， $\frac{1}{5}$ 捕自澳洲， $\frac{1}{7}$ 捕自东南亚， $\frac{1}{9}$ 捕自中国。”

实际上，由于三宅先生慌里慌张，所报数字中，有一个是错的。

请问被盗鸟儿共有多少只？



180 只。

由于他提到了被盗鸟儿数量的恰好 $1/3$ ，所以该数量应是 3 的倍数。同理，该数量也应该是 4 的倍数、5 的倍数、7 的倍数、9 的倍数。其公倍数已经远远超过被盗数——将近 200 只。

因此，只能计算剔除 3、4、5、7、9 中某个数的公倍数，再找出其中小于 200 只的，即为答案（请注意：9 的倍数，同时也是 3 的倍数）。

① 3, 4, 5, 7, 9 的公倍数为 $4 \times 5 \times 7 \times 9 = 1260$

② 3, 4, 5, 7 的公倍数为 $3 \times 4 \times 5 \times 7 = 420$

③ 3, 4, 5, 9 的公倍数为 $4 \times 5 \times 9 = 180$

④ 3, 4, 7, 9 的公倍数为 $4 \times 7 \times 9 = 252$

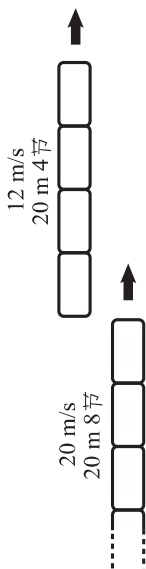
⑤ 3, 5, 7, 9 的公倍数为 $5 \times 7 \times 9 = 315$

⑥ 4, 5, 7, 9 的公倍数为 $4 \times 5 \times 7 \times 9 = 1260$



问
40

8 节编组的快车要超过 4 节编组的普通列车。目前快车的车头刚好跟普通列车的车尾对齐，每节车厢长度为 20 米。普通列车秒速为 12 米，快车秒速为 20 米。多少秒后可以完全超过（即快车的车尾到达普通列车的车头之前）？





30 秒。

最后一句是提示。这是“追击问题”的一种，小学里有很多人算不对。

首先，4 节和 8 节合起来共有 12 节车厢，快车必须超过普通列车这么长的距离，其长度为 240 米。

其次，应该用速度差去除这个距离，速度差为 8 米/秒，用它来除 240 米，即为答案。

此类问题还包括对开列车错车问题，过桥梁问题。另外，“流水问题”，即船在河流中上行和下行的问题，也要考虑船速与流速的差或和。



26 的约数包括 1、2、13、26 四个。把这种只有 4 个约数的数从小到大排列，26 是第几个？



第 8 个。

小于 26 的两个质数乘积有：

$2 \times 3, 2 \times 5, 2 \times 7, 3 \times 5, 3 \times 7, 2 \times 11$

共 6 个。

此外， $2 \times 2 \times 2$ 也只有 4 个约数。

排列起来：

6, 8, 10, 14, 15, 21, 22, 26

26 可以表示为 2×13 。若 A 和 B 为质数（除 1 和该数本身以外，没有其他约数），则 $A \times B$ 即满足只有 4 个约数的条件。

但是，用质数 2 乘出来的 $2 \times 2 \times 2$ ，即 8，也只有 4 个约数，这是一个结。



某个运算结果有 1 位小数。可是由于忘了点小数点，使其与正确答案差了 70.2，请求出正确答案。





7.8。

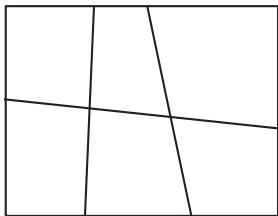
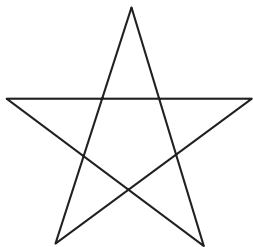
忘了点小数点，就使结果扩大了 10 倍。因此，结果与正确答案之差是正确答案的 9 倍，因此，用 9 除 70.2 即可得到正确答案。

这个程度的推理，不用写出来，心算即可。所以这里没有给出算式。经常靠心算的办法进行复杂推理，就能锻炼大脑，提高创造力！



问
43

- ① 上图五角星中有多少个三角形？
- ② 下图的长方形中有多少个四边形？





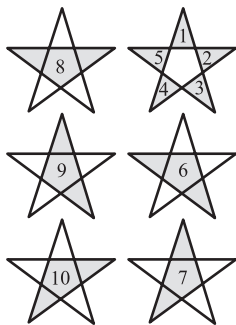
① 10 个， ② 18 个。

找三角形的问题比较简单，如图所示。找四边形的问题复杂一些，只要求找出四边形，即使不是长方形，只要有 4 条边即满足条件。

横向的边可以从 3 条横线（包括长方形的边）中任选 2 条，共有 3 种可能。

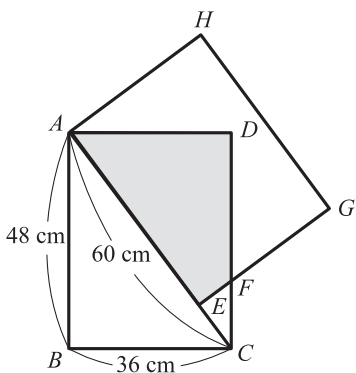
纵向则要从 4 条纵向的线（包括长方形的边）中任选 2 条，共有 6 种可能。明白了吗？

由于横向的边与纵向的边不相干，是完全独立的选择，所以答案为 3×6 。





如图所示，把两个完全相同的长方形重合起来，请你求出重合部分的面积。

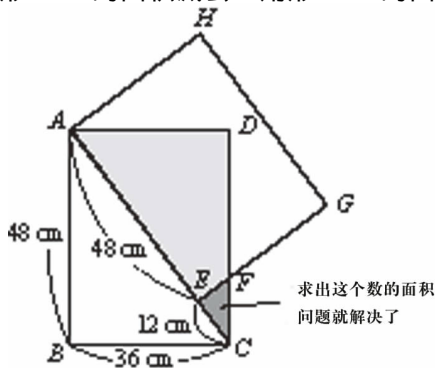




810cm²。

三角形 ABC 为直角三角形，三角形 ACD 亦然，两者的面积都是 $36 \times 48 \div 2 = 864 \text{ cm}^2$ 。

因此，三角形 CEF 也是等比例缩小的直角三角形。CE 的长度为 $60 - 48 = 12 \text{ cm}$ 。也就是说，将三角形 ABC 的边长缩为 $\frac{12}{48} = \frac{1}{4}$ 的三角形。所以三角形 CEF 的面积是三角形 ABC 的 $\frac{1}{16} \times \frac{1}{4}$ 的平方，即 54 cm^2 。而所求面积为三角形 ACD 的面积减去三角形 CEF 的面积。





再算一道题，复习一下“龟鹤算”。

有 75 名儿童到游乐场乘小舟，池中有 2 人小舟和 5 人小舟。如果将这些儿童分配到 20 艘小舟上，至少需要多少艘 5 人小舟？





至少需要 12 艘 5 人小舟。

如果全部都是 2 人小舟，则可乘：

$$2 \times 20 = 40 \text{ (人)}$$

而每 1 艘 5 人小舟可以增加 3 个座位。

$$(75 - 40) \div 3 = 11 \dots\dots 2$$

因为有余数，所以需要 $11 + 1 = 12$ (艘)

这是“龟鹤算”稍加变化的应用题。所有人都乘 2 人小舟，则可容纳 $2 \times 20 = 40$ 人，这相当于 5 人小舟上也乘坐 2 名儿童。余下还有 $75 - 40 = 35$ 人，令其乘坐 5 人小舟上余下的 $5 - 2 = 3$ 个座位。

35 除以 3，商为 11，余数为 2。除不尽关系，照样可以判断需要 12 艘 5 人小舟。



$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$$

可能还没遇到过这么复杂的计算题吧，不妨借此机会试试。



如下所示。

先从最下面的分母算起：

$$\begin{aligned}
 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{3}{2}}} \\
 &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}} = 1 + \frac{1}{\frac{5}{3}} = 1 + \frac{3}{5} = 1 \frac{3}{5}
 \end{aligned}$$

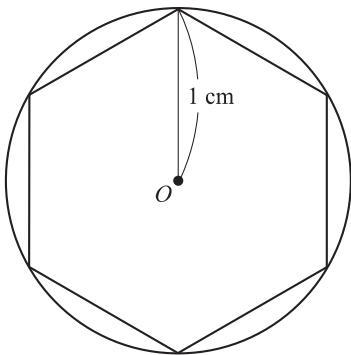
应该先从最下面的分母算起，结果为 $\frac{3}{2}$ ， $\frac{1}{\frac{3}{2}}$ 则是

其倒数 $\frac{2}{3}$ ，仔细分析上面的运算步骤，其实不难理解。



目前，小学数学课上，常把圆周率取其近似值 3。请回答以下问题。

如图所示，半径为 1 cm 的圆中有内接正六边形，圆的周长与正六边形的周长哪个更长？



圆周率取近似值3



当然是圆周更长。

两点之间直线最短，所以正六边形的周长肯定比圆的周长短。但是，如果圆周率取近似值 3，情况就不同了。

正六边形的每边长正好是 1 cm，周长为 6 cm。但是，如果圆周率确定为近似值 3，圆的周长正解为 6 cm，即正六边形和圆形的周长相等。

尽管如此，对小学生而言，如果圆内有内接正七边形、正八边形，也非常容易误认为此圆的周长要更长。圆周率 3.14 在计算上有点麻烦，但取近似值为 3，也有点过分了。



今有 A、B 两数，A 的 $\frac{3}{7}$ 与 B 的 $\frac{4}{5}$ 相等，并且 A 的

$\frac{1}{4}$ 比 B 的 $\frac{1}{3}$ 大 16。请问 A、B 各为多少？



$$A = 224, B = 120。$$

由于 A 的 $\frac{3}{7}$ 与 B 的 $\frac{4}{5}$ 相等，所以 B 为 A 的

$$\frac{3}{7} \div \frac{4}{5} = \frac{3}{7} \times \frac{5}{4} = \frac{3 \times 5}{7 \times 4} = \frac{15}{28} \text{ (倍)}$$

其 $\frac{1}{3}$ 倍比 A 的 $\frac{1}{4}$ 小 16，所以，先计算

$$\frac{1}{4} - \frac{15}{28} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4} - \frac{5}{28} = \frac{7-5}{28} = \frac{2}{28} = \frac{1}{14}$$

即 A 的 $\frac{1}{14}$ 等于 16。

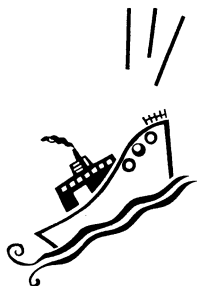
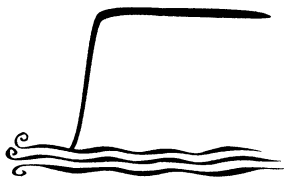
因此，

$$A = 16 \div \frac{1}{14} = 16 \times 14 = 224$$

如果懂得联立方程组，即变成机械式的求解了。不懂方程组，亦可按以上办法求解。当然，小学生很讨厌这样的问题。



轮船鸣着汽笛，以 18 千米的时速面对悬崖行驶，4 秒后听到回声。假设音速为 340 米/秒，请问轮船鸣笛时距悬崖多远？





690 米。

先求轮船的速度：

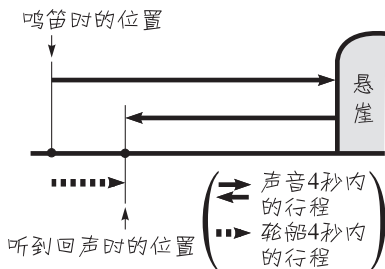
$$18000 \div (60 \times 60) = 5 \text{ (m/s)}$$

如图所示轮船在 4 秒钟行进的距离与声音 4 秒行进的
距离之和，刚好等于轮船鸣笛时与悬崖距离的 2 倍，所以：

$$5 \times 4 + 340 \times 4 = 1380 \text{ (m)}$$

$$1380 \div 2 = 690 \text{ (m)}$$

这是中学入学考试时常出现的题目，但很多人不会。应当特别注意的是“在声音返回时，轮船也在移动”，轮船鸣笛的位置与听到回声的位置并不相同，因为船在动。





请计算以下各式的结果：

$$0 \times 9 + 1 =$$

$$1 \times 9 + 2 =$$

$$12 \times 9 + 3 =$$

$$123 \times 9 + 4 =$$

$$1234 \times 9 + 5 =$$

$$12345 \times 9 + 6 =$$

$$123456 \times 9 + 7 =$$

$$1234567 \times 9 + 8 =$$

$$12345678 \times 9 + 9 =$$

$$123456789 \times 9 + 10 =$$



如下所示。

$$0 \times 9 + 1 = 1$$

$$1 \times 9 + 2 = 11$$

$$12 \times 9 + 3 = 111$$

$$123 \times 9 + 4 = 1111$$

$$1234 \times 9 + 5 = 11111$$

$$12345 \times 9 + 6 = 111111$$

$$123456 \times 9 + 7 = 1111111$$

$$1234567 \times 9 + 8 = 11111111$$

$$12345678 \times 9 + 9 = 111111111$$

$$123456789 \times 9 + 10 = 1111111111$$



三木小朋友今年 10 岁，其父年龄 40 岁，父亲的年龄刚好是三木小朋友年龄的 4 倍。

请问几年后父亲的年龄刚好是三木小朋友年龄的 3 倍？

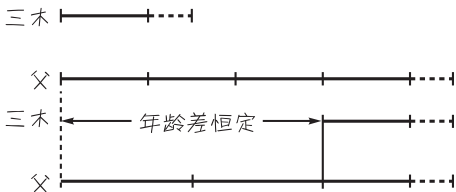




5 年后。

此类问题称为“年龄算”，这个问题不妨将年份逐次加 1，进行试算。

要解更难的问题，可以利用“二人年龄差恒定”的特性。三木小朋友不管多少年后，都比其父小 30 岁。父亲年龄变为三木小朋友年龄的 3 倍，则意味着“年龄差 30 岁，是三木小朋友年龄的 2 倍”，即 5 年后，三木小朋友 15 岁时。





四张数字卡片，分别写有 2、3、6、9。从其中任取两张拼成 2 位整数，请问用此法拼成的所有整数的平均值是多少。



55。

个位上四个数字的出现概率相等，因此个位的平均值为

$$(2 + 3 + 6 + 9) \div 4 = 5$$

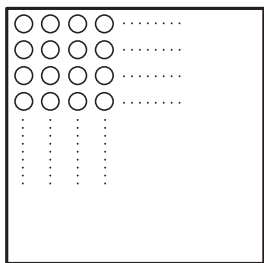
十位上四个数字的出现概率也相等，因此其平均值为 50，两者相加，即知平均值为 55。

从 4 张卡片中任取 2 张进行排列，共有 $4 \times 3 = 12$ 种可能。选第一张的时候共有 4 种可能，取完第一张以后还剩 3 张，从中取第二张共有 3 种可能，二者相乘即为所有排列的总数。

这道题比较简单，把 12 种排列全写出来再取平均值亦可，但最高明的解法，为开头的解法。



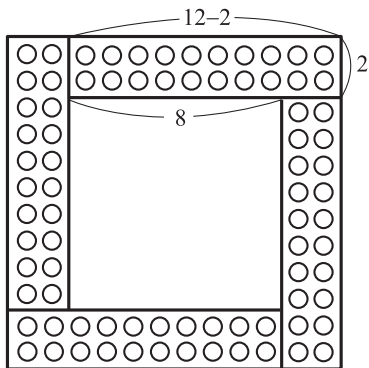
把围棋子摆成正方形，余下 18 个。如果纵横增加 4 排，摆成新的正方形还需要追加 68 个，那么最初的围棋子是多少个？





82 个。

纵横增加 4 排。相当于在原来的正方形外面再加两圈，为此需要 $18 + 62 = 80$ 个棋子。



如果按上图来计算围在外面的棋子数是很容易的，由此可知新正方形每边有 12 个棋子。

因此，最初的正方形每边是 8 个棋子，在此基础上再加 18 个即为答案。



孩子们总喜欢从柜子里往外拿蜂蜜瓶子。于是母亲把蜂蜜按图示摆好，并告诉孩子们解开这道题就可以随便拿蜜瓶。

三层搁板上的蜂蜜都是 1.8 千克，瓶子有大、中、小三种，请问各个瓶子的容量各是多少克？





大瓶 600 克，中瓶 300 克，小瓶 100 克。

首先从第二层和第三层（从上往下数）取走所有小瓶，这样第二层就剩 2 个大瓶，第三层剩 4 个中瓶，因此大瓶的容量是中瓶的 2 倍。

再将所有的小瓶放回去，从第二层取走 2 个大瓶，从第一层取走等量蜂蜜，即 1 个大瓶和 2 个中瓶。于是第二层剩 6 个小瓶，第一层剩 1 个中瓶和 3 个小瓶，由此可知中瓶容量是小瓶的 3 倍。

因此，设小瓶为 1 个单位，则中瓶为 3 个单位，大瓶为 6 个单位，第一层的总和为 $6 + 3 \times 3 + 1 \times 3 = 18$ 个单位，而第一层总量为 1.8 千克，所以小瓶容量为 100 克。中瓶和大瓶的容量也自然不难求出了。



入学时不考数学的大学生有 20% 不能完全答对以下各题，你来试试？

$$\textcircled{1} \quad \frac{7}{8} - \frac{4}{5} =$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{1}{6} \div \frac{7}{5} =$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{8}{9} - \frac{1}{5} - \frac{2}{3} =$$

$$\textcircled{4} \quad 3 \times \{5 + (4 - 1) \times 2\} - 5 \times (6 - 4 \div 2) =$$

$$\textcircled{5} \quad 2 \div 0.25 =$$



$$\textcircled{1} \frac{3}{40}, \textcircled{2} \frac{5}{42}, \textcircled{3} \frac{1}{45}, \textcircled{4} 13, \textcircled{5} 8。$$

“居然有不会分数运算的大学生”，这个调查结果引起一片哗然。在号称“关东^①地区最难考取的私立大学”经济系的一年级学生中，只有将近 80%（准确地说是 78.3%）的学生能够全部算对这些题。

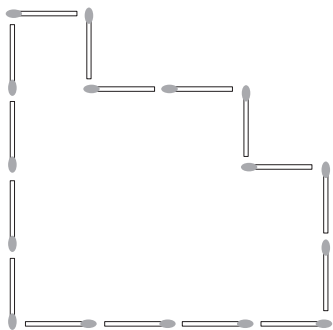
其原因是近年来大学招生纷纷放弃高难的数学考试，也颇有意思地说明“大学的误差不断增加”。结果，考生们只懂得报考技巧，思考能力可能已经不值一提。

另外，在这所大学中，入学时参加过数学考试的人也只有近 90%（实际值为 88.3%）能够全部算对这些题。那么，是不是该弄点儿谜题和字谜来练练？

① 日本东京都与茨城、栃木、群马、埼玉、千叶、神奈川六县统称关东。——译者注

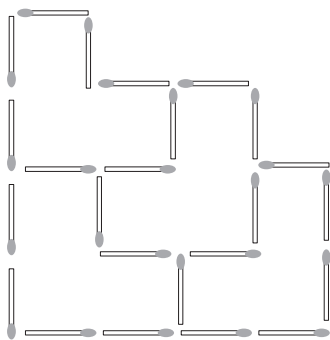


父亲死后，4 个儿子继承了一块如图所示的土地，请使用 8 根火柴棍，把它分成同样形状、同样大小的 4 等分。当心，分错了可不是闹着玩儿的！





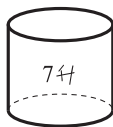
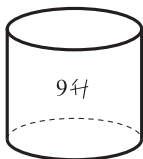
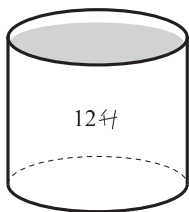
如图所示。



在用火柴棍的谜题中，这道题是比较精彩的。如果用方格纸来解，会比较容易，也比较快。



现有 7 升、9 升和 12 升的容器，其中只有 12 升的容器中填满了油。请设法分出 1 升油，放在某个桶中。当然，所有容器都没有容量刻度。





按表中所示进行 5 次操作即可。

次	7 升桶	9 升桶	12 升桶
起初	0	0	12
1	0	9	3
2	7	2	3
3	0	2	10
4	2	0	10
5	2	9	1

这是有名的“分油算”。题目很难，解不出来不要沮丧。

能解开此题的人，往往有能力把看起来不可能的问题变成可能，其本性则是“不达目的誓不罢休”的执着。



请用 500 日元、100 日元、50 日元、10 日元、5 日元、1 日元的硬币凑够 750 日元，要求每种面值至少用 1 枚，总数为 15 枚。





500 日元 1 枚，100 日元 1 枚，50 日元 2 枚，
10 日元 3 枚，5 日元 3 枚，1 日元 5 枚。

$$\begin{array}{ccccccc}
 (500) & + & (100) & + & (50) & & \\
 + & (10) & + & (5) & + & (1) & \\
 \hline
 & = & 666 \text{ 日元}
 \end{array}$$

6 种面值的硬币每种至少有 1 枚，总额已达 666 日元，750 日元减此数，尚差 84 日元，硬币总枚数减去 6 枚，尚差 9 枚。

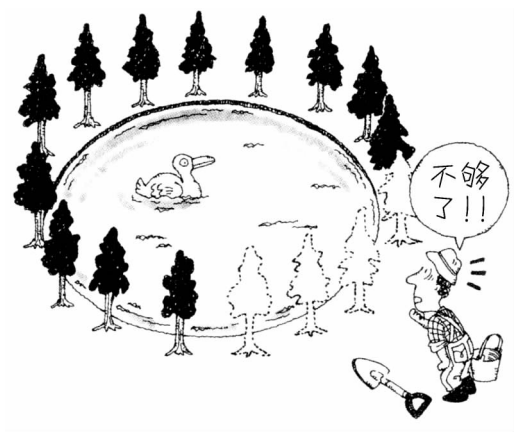
用 9 枚硬币凑成 84 日元，500 日元和 100 日元面值的就用不上了。个位是 4 日元，只能用 1 日元的硬币去凑，然后再用 5 枚硬币凑 80 日元。这样，就需要 1 枚 50 日元的硬币，尚差的 30 日元就用 10 日元和 5 日元硬币来凑，共可用 4 枚。

如果用 10 日元硬币，只需 3 枚。如果用 2 枚 5 日元硬币，再用 2 枚 10 日元硬币，4 枚刚好 30 日元。

把问题逐步简化，是数学的技巧之一。

问
59

今有苗木若干株，欲环圆池栽植。若每株相距 2 米，尚缺 5 株；若每株相距 3 米，则尚余 4 株。请问苗木数及圆池周长。





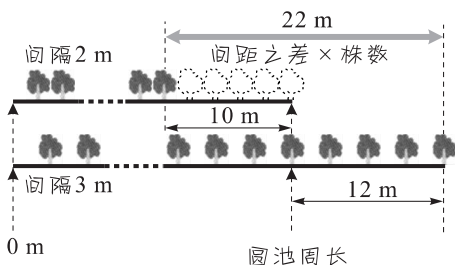
苗木 22 株，圆池周长 54 米。

可以把圆池的周长展开为直线，按图示考虑。

间距 2 米时缺少能植 10 米的苗木，间距 3 米时苗木可以多植 12 米。如图所示两者相差 22 米。

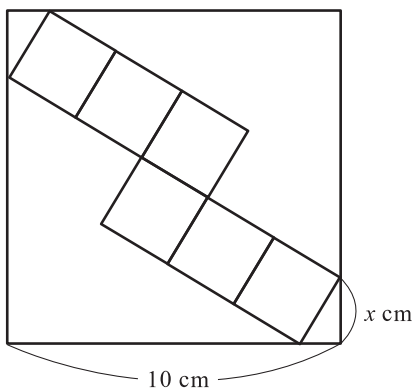
把间距从 2 米延长到 3 米，就能差出 22 米，所以苗木的数量是 22 株。

求出苗木的数量，圆池的周长就不难求得了。





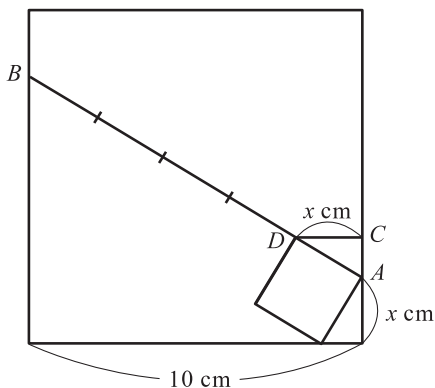
如图所示，在边长为 10 厘米的正方形中摆下 6 个大小相同的正方形，试求 x 值。





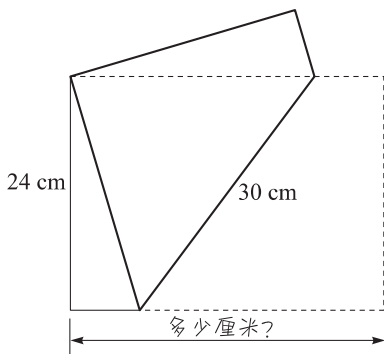
2 厘米。

请注意观察图中的线段 AB ，它刚好被小正方形 5 等分。并且，所求 x 值与 CD 长度相等。由于 D 点是 AB 的 5 等分点之一，所以 CD 的长度亦为大正方形边长的 $\frac{1}{5}$ 。





将 24 厘米宽的纸巾按图示折叠。折线的长度刚好是 30 厘米，请问纸巾长度多少？

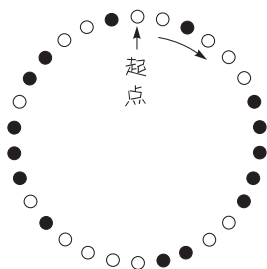




很久以前，某家族需要选定继承人。该家族共有 30 个孩子，其中 15 个是现在女主人所生的亲子，另外 15 个是户主前妻所生的继子。女主人让孩子们站成一圈顺时针数过去，逢 10 淘汰。最后剩下的孩子为继承人。图中白子代表亲子，黑子代表继子。

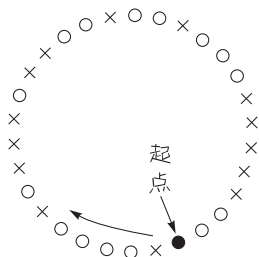
女主人开始数人头，淘汰的都是继子。因此，最后剩下的继子说：“这不公平，现在从我开始数！”

如果按其要求，结果将会如何？





最后剩下的孩子，继承家业。



请按上图继续往下数，×代表已被淘汰的人，不算数。

兼好法师的《徒然草》^①中曾提及这个“继子立事”的谜题，当时是用围棋子进行的一种游戏，“继子”就是“没有血缘关系的孩子”。当时外国也到处流传着类似的谜题，终于成为世界性的谜题了。

① 吉田兼好（1283－1350）原名卜部兼好，早年是武士，曾担任守卫禁中的武士，后主管日本皇宫总务与膳食，失恋后自我放逐，晚年出家为僧。其随笔集《徒然草》（日文原意为“无聊赖”）与《枕草子》、《方丈记》合称日本三大随笔。



试试古希腊数学谜题：

“伟大的毕达哥拉斯，缪斯的宠儿，请告诉我你弟子几多？”

“敝人弟子有一半深谙数字之美，有 $1/4$ 欲穷自然之理， $1/7$ 的弟子已然入门，另外，尚有女弟子 3 名。”



28 人。

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} = \frac{25}{28}$$

所以 3 名女弟子为弟子总数的 $\frac{3}{28}$ 。

毕达哥拉斯（约公元前 580 — 约公元前 500）之名据说是“阿波罗的代言人”之意，主张只有“智慧探究”是重要的，相信“数为万物本源”。

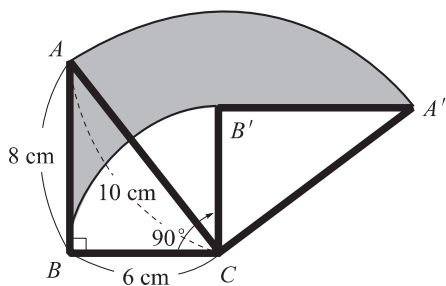
毕氏 50 岁左右创办了学园，据说其戒律极严，几近秘密结社。因此，学园被反对者焚毁，诸多弟子殉难。

毕氏著名论断包括“毕达哥拉斯定理”（勾股定理），以及“正多面体只有 5 种”，但是，他忽略了无理数的存在。



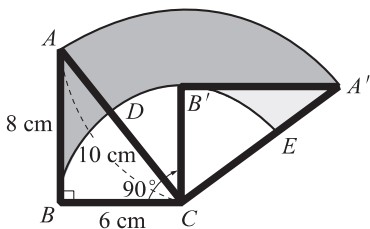
如图所示，将直角三角形 ABC 以 C 为轴旋转 90° 度。假设圆周率为 3 ，请计算：

- ① 阴影部分的周长。
- ② 阴影部分的面积。





① 约 40 cm, ② 约 48 cm^2 。



① BB' 为 $\frac{1}{4}$ 圆周, AA' 亦为 $\frac{1}{4}$ 圆周, 其长度不难求

出 (半径为 r 的圆, 其周长为 $2 \times 3.14 \times r$), 再考虑到 AB 和 $A'B'$ 均为 8 cm, 阴影部分的周长即可求得。

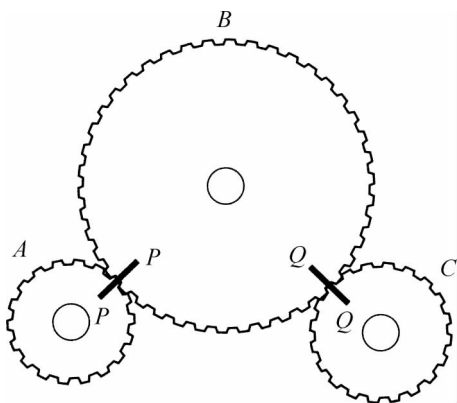
② 面积看起来不太好算, 图中阴影部分 ABD 与 $A'B'E$ 恰好相同, 因此所求面积为圆环的 $\frac{1}{4}$ 。另外, 半径为 r 的圆, 其面积为 $3.14 \times r \times r$, 圆环的面积则等于大圆的面积减去小圆的面积。



齿轮 A、B、C 如图示啮合，A 有 18 齿、B 为 42 齿、C 为 20 齿。

① A 转 10 周，C 转多少周？

② 在齿轮啮合处标记 P 和 Q，齿轮开始转动，B 转多少周后重复图示状态？





① C 转 9 周，② B 转 30 周。

① 没有必要考虑 A 转 10 周时，B 转多少周，C 转多少周。完全可以忽略 B 齿轮。

A 转 10 周，共转过了 $18 \times 10 = 180$ 个齿，而 C 有 20 个齿，所以 180 除以 20 即可。

② 实际是求 18、42、20 的最小公倍数问题。还记得最小公倍数的求法吗？

$$18 = 2 \times 3^2$$

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$20 = 2^2 \times 5$$

以上所有数倍数中最小的，称为最小公倍数，因此，最小公倍数为：

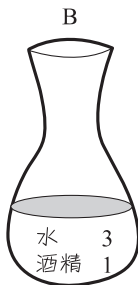
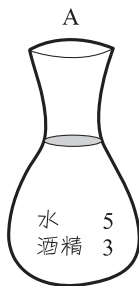
$$2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 1260$$

用 B 齿轮的齿数除最小公倍数，即求得 B 转动的周数。



A 瓶中水与酒精之比为 $5:3$ ，B 瓶中为 $3:1$ 。

那么 A 瓶酒 2 份与 B 瓶酒 1 份混合后，水与酒精之比是多少？





2 : 1。

水的量为：

$$2 \times \frac{5}{5+3} + 1 \times \frac{3}{3+1} = 2 \times \frac{5}{8} + 1 \times \frac{3}{4} \\ = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

酒精的量为：

$$2 \times \frac{3}{5+3} + 1 \times \frac{1}{3+1} = 2 \times \frac{3}{8} + 1 \times \frac{1}{4} \\ = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

因此水与酒精之比为 2 : 1。

虽然问题不难，但很多人往往做错。必须分别求出混合后水的量和酒精的量，然后再求其比例。

理解这种简单原理，是提高数学水平的基础。



对正整数反复进行以下运算：

- ① 如果为偶数，即以 2 除之；
- ② 如果为奇数，则 3 倍之并加 1。

以整数 20 为例，反复进行以上运算，最后结果为 1。

即：20→10→5→16→8→4→2→1

如果对 27 反复进行以上运算，结果还是 1 吗？



也是 1，但要经过 111 次计算。

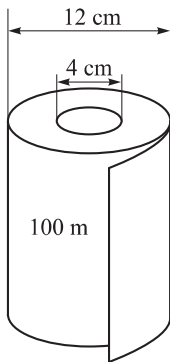
这是一个考验人的耐性的谜题。请用电子计算器算看。包含原始数，第 112 个数是 1，只是其中间步骤曾达到 9232，手算很困难。

实际上，从任何正整数开始，最后的结果肯定都是 1，但没听说谁证明过。

这么简单的问题，其中间过程却相当复杂，有些问题数学家也证明不了。这个世界简直到处都是未解之谜！

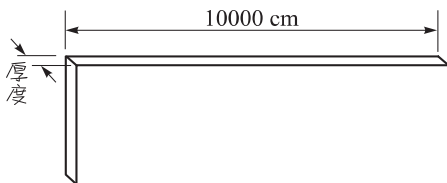


手纸卷的直径是 12 厘米，内芯的直径是 4 厘米。如果手纸的长度是 100 米，纸的厚度是多少毫米？圆周率取值 3.14，第二位小数四舍五入，只保留一位小数。





约 0.1 毫米。



手纸卷的截面面积为：

$$\{6(\text{纸卷半径}) \times 6 - 2(\text{内芯半径}) \times 2\} \times 3.14 \\ = 100.48 \text{ (cm}^2\text{)}$$

欲求厚度，则

$$100.48 \div 10000 \times 10 \doteq 0.1 \text{ (mm)}$$

手纸的长度为 10000 厘米，将其展开，即如上图所示，其顶面的一条边为长纸厚度，另一条边为 10000 厘米，其面积则等于手纸卷的截面面积。

可能会觉得手纸薄得不可思议，但纸的厚度也在这个数量级上。



试试世界上最古老的数学谜题。公元前 1800 年左右，埃及纸草书中写道：

现有 7 间房，每间房里 7 只猫，每只猫抓了 7 只鼠，每只鼠吃了 7 个麦穗，每个麦穗各结 7 粒麦。

分别计算每种东西的数量，再求其和，即为纸草书所问之答案。



19607。

$$7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + 7^5 = 19607$$

只要计算能力强，上面的求解并不难。不妨用此题检验一下你的计算能力。

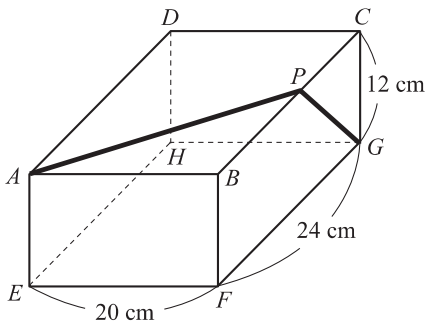
这个问题曾被收入 13 世纪初比萨的算术书，以及 18 世纪夏尔·佩罗整理的英国童谣集《鹅妈妈》。虽然纸草书中仅记载了项目和数量，但很多专家都将其当作谜题。



在图示正方体上系一根绳连接顶点 A 与 G。

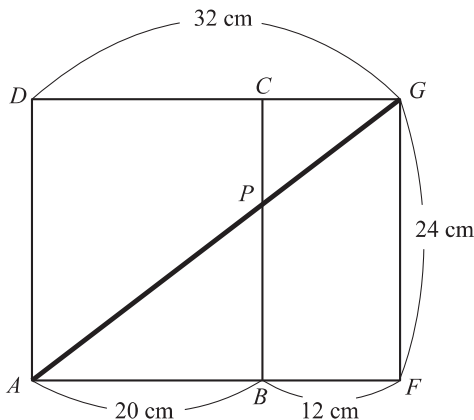
① 如果让绳子的长度达到最短，其长度应是多少厘米？

② 绳交边 BC 与点 P，请问 P 点距 B 多少厘米？





① 40 厘米，② 15 厘米。



从 A 到 G 的最短距离就是在展开图上连接 A 与 G 的直线。这必须记牢，中学名校的考试中经常用到。

由于三角形 AFG 是直角三角形，三边之比为 3:4:5，所以 AG 的长度很容易求得。

另外三角形 ABP 是上述三角形的等比例缩小，所以 BP 的长度也不难求出。



A、B 两辆列车从相距 100 千米的两个车站，沿直线轨道同时出发，相向行驶，时速均为 50 千米。

原来停在列车 A 上的蜻蜓也在列车启动的同时以 88 千米的时速飞向列车 B。蜻蜓在即将撞上列车 B 的瞬间掉头飞向列车 A，在即将撞上列车 A 的瞬间又掉头飞向列车 B……

那么，两列车相遇时，蜻蜓飞了多长距离？



88 千米。

这是初级谜题。两列车 1 小时后相遇，蜻蜓 1 小时当然飞行了 88 千米。

有人把问题搞复杂了，先算其与列车 B 相遇时的飞行距离，再算掉头与 A 相遇时的飞行距离……简直累死人！

约翰·冯·诺伊曼是著名数学家，他只经过片刻思考，即给出正确答案，提问者感慨地说：

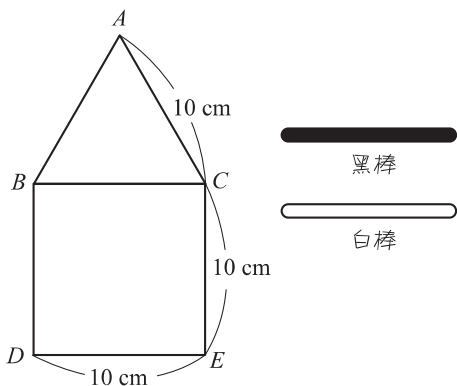
“到底是天才！看穿了谜题的真相。”

“不，我靠心算完成了复杂的计算。”

这个传说表明，他是心算专家，常人难望其项背也。



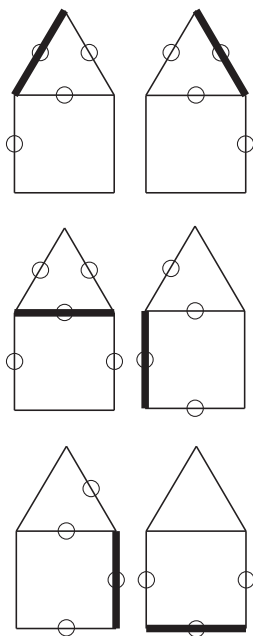
如图所示，有一个边长为 10 厘米的正方形与正三角形连体的图形。现有黑棒和白棒各 1 根，均长 10 厘米，欲将其置于图形各边上，两棒不能隔开，但可以重叠。请问共有多少种摆法？





24 种。

类似这种求总的可能性的问题，穷举法是最基本的，也是最有力的方法。如果总共不过 20 ~ 30 种可能的话，不妨费点劲画出来。本题如图所示。



当把黑棒放到用粗线表示的位置时，可以放白棒的位置用○标出。



对于喜欢数学的人来讲，历史考试中那些死记硬背的题目简直难以忍受。

有一道题是：请按时间先后列出元、宋、清、明、唐各朝代的次序。小明全答错了，得了0分；小安只答对了1个，得了1分。

可是小明觉得很委屈，因为他毕竟列对了“唐、宋、元、明”的相对次序。如果改变一下判分办法，把朝代分为两两一组，只要相对次序正确即得1分，小明和小安将各得多少分？

顺序	正确答案	小明	小安
1	唐	清	清
2	宋	唐	明
3	元	宋	元
4	明	元	唐
5	清	明	宋



小明得 6 分，小安得 1 分。

从 5 个朝代中每次取两个构成一组，共有 10 种可能：

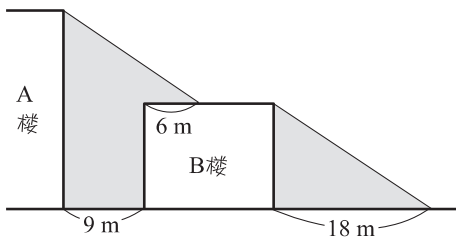
(唐、宋)、(唐、元)、(唐、明)、(唐、清)、(宋、元)、(宋、明)、(宋、清)、(元、明)、(元、清)、(明、清)。按新的判分办法，只要答案的相对次序符合这 10 种情况就可以得 1 分。

小安的答案中，只有(唐、宋)一组符合答案。而小明的答案中仅与清有关的 4 个前后关系是错的，其余 6 个相对关系都是对的。

即使采用这种判分办法，还是要死记硬背……



A、B 两栋楼的影子如图所示，A 楼与 B 楼相距 9 米，A 楼的影子投在 B 楼顶 6 米处，B 楼的影子长 18 米。另外，垂直立于地面的 1 米长木棒的影子长为 1.5 米，求 A、B 两栋楼的高度。





A 楼高 22 米，B 楼高 12 米。

B 楼的高度：

$$18 \div 1.5 = 12 \text{ (m)}$$

A 楼的高度：

$$(9 + 6 + 18) \div 1.5 = 22 \text{ (m)}$$

这是中学入学考试的最标准的考题。

求 B 楼的高度比较简单，如果能想到 A 楼的影子长度是 6 米、9 米和 18 米之和，则 A 楼的高度也不难求出。



以下算式中，四则运算各有一次，请在□中填入适当的数字。

$$(\square \times 1 + 1) \div 1 - 1 = 9$$

$$(\square \times 2 + 2) \div 2 - 2 = 8$$

$$(\square \times 3 + 3) \div 3 - 3 = 7$$

$$(\square \times 4 + 4) \div 4 - 4 = 6$$

$$(\square \times 5 + 5) \div 5 - 5 = 5$$

$$(\square \times 6 + 6) \div 6 - 6 = 4$$

$$(\square \times 7 + 7) \div 7 - 7 = 3$$

$$(\square \times 8 + 8) \div 8 - 8 = 2$$

$$(\square \times 9 + 9) \div 9 - 9 = 1$$



均为 9。

这个谜题称为“9 的魔术”。问题不是太难，而算式的形式很美。

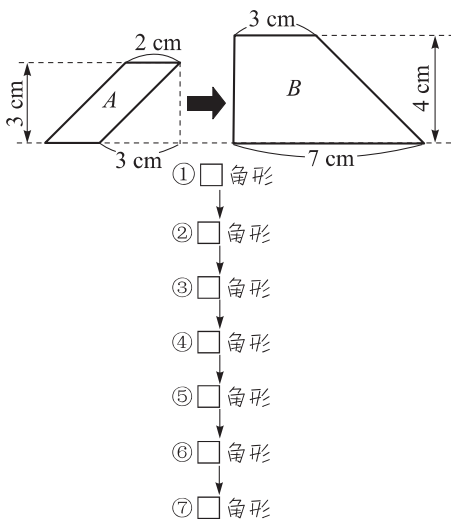
下面这个算式也很美，并且很简单，由于分母相同，先求出分子之和即可求出分母。

$$\frac{1}{\square} + \frac{2}{\square} + \frac{3}{\square} + \frac{4}{\square} + \frac{5}{\square} + \frac{6}{\square} + \frac{7}{\square} + \frac{8}{\square} = 9$$



图形 A 从左边逐渐接近图形 B，继续前进则会与图形 B 重叠，最后通过图形 B。

图形 A 与图形 B 的重叠部分随时变化，请按时间顺序写出重叠部分将变成几角形。





① 3, ② 4, ③ 5, ④ 6, ⑤ 5, ⑥ 4, ⑦ 3。



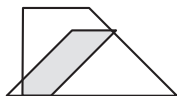
① 三角形



② 四角形



③ 五角形



④ 六角形



⑤ 五角形



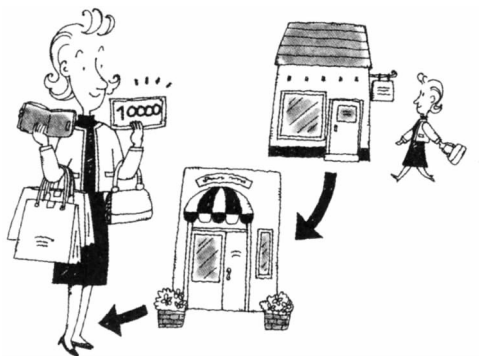
⑥ 四角形



⑦ 三角形



由美子到商店购物，在第一家商店的花销，比所带款项的 $\frac{1}{3}$ 多 2000 日元，在第二家商店的花销比手中余钱的 $\frac{1}{3}$ 多 2000 日元，此时手中刚好余下 1 万日元。请问她最初带了多少钱？





30000 日元。

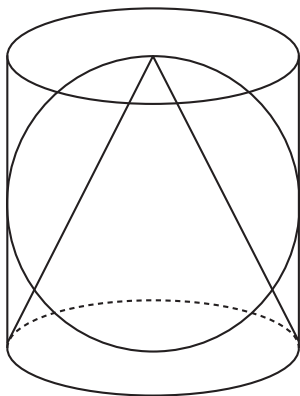
如果最后她手中余 12000 日元，则第二次购物的花销就相当于第一次购物后余钱的 $1/3$ ，因此，第一次购物后她手中还余 18000 日元。

如果第一次购物花了她所带款项的 $1/3$ ，那它就應該余 $18000 + 2000 = 20000$ 日元，因此，她最初帶了 30000 日元。



阿基米德的墓碑上刻着圆柱及其内接的球体。

如图所示的图形中包含圆柱，内接球，以及与圆柱共底等高的圆锥，请求出它们的体积之比。





3:2:1。

设球的半径为 r ，则圆柱的高为 $2r$ ，圆周率为 π ，则按中学习习惯，可以写成以下公式：

$$\text{圆柱的体积} = \pi r^2 h \qquad \text{球的体积} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

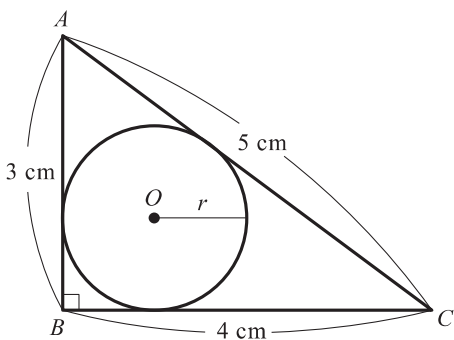
$$\text{圆锥的体积} = \frac{1}{3} \pi r^2 h \quad \text{再代入 } h = 2r。$$

阿基米德（约公元前 287 年 — 公元前 212 年）生于西西里岛的叙拉古，并在那里度过了一生。当罗马军队攻破城池时，他面对着画在地面上的圆形思考问题，罗马士兵践踏了那个图形，阿基米德大怒，并被罗马士兵所杀。据说阿基米德的墓就是由敌军所建，以表示对杀死阿基米德的忏悔。

阿基米德对科学的贡献包括关于浮力的“阿基米德定律”，以及对圆周率的近似计算。

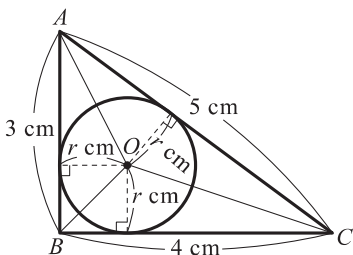


如图所示，点 O 是直角三角形 ABC 内切圆的圆心，试求内切圆半径 r 。这，好像是没学过耶。





1 厘米。



三角形 ABC 的面积是底 $\times$ 高 $\div 2$ ，即 6 平方厘米。

按上图所示，将三个顶点与 O 点连接起来，即将其分割为三个新三角形，并且原来三角形的三个边成为这三个新三角形的底，而新的三角形的高均为 r 。用“底 $\times$ 高 $\div 2$ ”的公式来分别计算三个新的三角形的面积并求其和，应该等于原来三角形的面积，即 6 平方厘米。

由此，即可求出 r 的值。



40 名职员就订购汽车的台数展开比赛。平均每人订购了 4.8 台，细目如表所示。试求订购 4 台和订购 8 台的各有多少人？

订购台数	职员数
0	1
1	3
2	2
3	4
4	
5	5
6	6
7	4
8	
9	2
10	1
平均数 4.8	计 40



4 台 10 人，8 台 2 人。

已知人数： $1 + 3 + 2 + 4 + 5 + 6 + 4 + 2 + 1 = 28$ 人

已知台数： $1 \times 3 + 2 \times 2 + 3 \times 4 + 5 \times 5 + 6 \times 6 + 7 \times 4$
 $+ 9 \times 2 + 10 \times 1 = 136$ 台

订购的总台数： $4.8 \times 40 = 192$ 台

因此，余下的 12 人订购了 56 台。

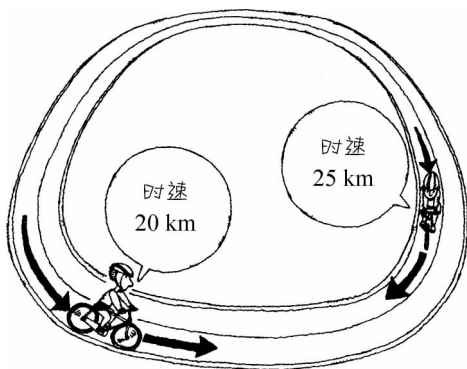
如果余下的 12 人订购数都是 4 台，则总数为 48 台，尚有 8 台没有订购出去，所以，订购 8 台的人数为
 $8 \div (8 - 4) = 2$ 人。

区分订购 4 台的人数与订购 8 台的人数的算法与“龟鹤算”相同。

问
81

“飞毛腿”和贤治在圆形跑道上赛自行车，“飞毛腿”的时速是 25 千米，贤治的时速是 20 千米，“飞毛腿”每 9 分钟超过贤治一次。

如果两个人沿相反方向绕圈，则多少分钟相遇一次？





1 分钟。

这道题比较欺负人的是没有明确给出圆形跑道的长度。当然，这也是可以计算出来的，这里不妨给出结果：跑道长 750 米。

但是，即使不计算跑道长度，这道题也可以解出来。

两个人同向比赛时，速度差为 $25 - 20 = 5$ ，即：以 5 千米时速跑 1 周需要 9 分钟。

两个人沿相反方向绕圈时，时速和为 $25 + 20 = 45$ ，问题变为：以 45 千米时速跑 1 周需要多少分钟？

45 千米时速是 5 千米时速的 9 倍，所以，所需时间则为原来的 $1/9$ ，即 1 分钟。



南柯一梦，如是我闻。

无常鬼青面獠牙，满面狞笑：“啊——哈——哈哈，你的死期到了！”

“此话怎……怎讲？”

“只要我取你的命，你必死无疑。请告诉我现在的时间，如果答对了可以免你一死。可以提示一下：从昨夜12点到现在时间的 $\frac{1}{4}$ ，再加上从现在到今晚12点的时间之半，正好是现在的时刻。”

该死的手表！偏偏这种人命关天的时候看不清了。这可如何是好？





9 时 36 分。

如果不使用方程式，可以用“试算法”来求解。先假设一个时间，然后不断修正，以减少误差（其运算原理与电脑相同）。比如：

假设现在是 6 时，算下来是 10 时 30 分，误差是过了 4 小时 30 分钟。

假设现在是 8 时，算下来是 10 时，误差是过了 2 小时。

假设现在是 10 时，算下来是 9 时 30 分，误差是早了 30 分钟。

因此，就在 8 时至 10 时之间，不断改变假设，反复试算，即可求得答案。



将两位数的十位与个位相乘，对其结果重复同一运算，直到结果变成一位数。

例如：

对于 86

$$8 \times 6 = 48$$



$$4 \times 8 = 32$$



$$3 \times 2 = 6$$

最后结果为 3 的两位数只有 13 和 31 两个。

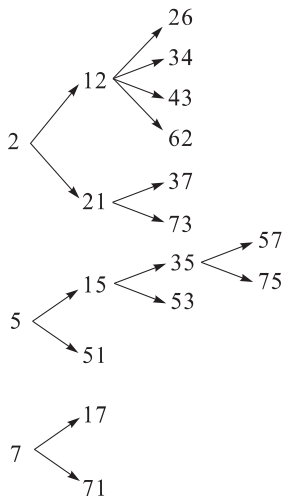
最后结果为 的两位数，也只有 和 两个。



最后结果为 7 的，只有 17 和 71。

这是一个与“质数”有关的问题。质数是仅能被 1 和其本身整除的数字。如果最后得到的一位数不是质数，则能得出这一结果的两位数就至少有 3 个，例如 4，可以是 1×4 ，也可以是 4×1 ，还可以是 2×2 ，即 14、41、22 三个数的最后结果均为 4。

一位数的质数只有 2、3、5、7，按下图反推，即可得出答案。

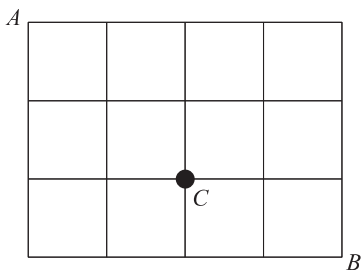




长安①大街若棋盘，最短路径岂一段。

① 试求图中从 A 到 B，不绕远的路径有多少种？

② 如果图中 C 点施工，不可通行，不绕远的路径变为多少种？



① 此指我国古都西安，唐时西安为首都，称长安。长安城以城市规划规整、端正著称，故曰：长安大街若棋盘。



① 35 种，② 17 种。

这是中学招生中经常要考的题目，很多成年人也解不出来。

① 从 A 到 B 要走 3 条纵路和 4 条横路，其次序可以随意，所以，问题变为：在 7 条路中如何排列 3 条纵路。（也可以认为是在 7 条路中如何排列 4 条横路。）

如果你知道，在数学上这就是“从 7 个中选 3 个的组合”，有现成的公式可以利用；如果你想不到这一点，那就费点儿劲数数看。

从 7 个中选 3 个的组合数为：

$$\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

② 先求出从 A 通过 C 到 B 的路径数，再从总路径数中将其减去即可。



现有 300 名俘虏，编号从 1 到 300。凶狠的希斯特将军下令：“编号能被 2 和 3 整除，不能被 5 整除的俘虏留下，其余的通通杀掉！”

请问照此方法，能剩下多少人？



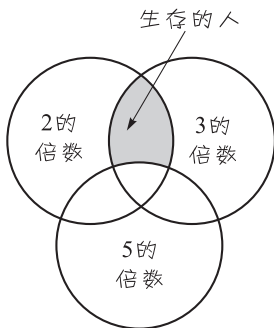


40 人。

既能被 2 整除，又能被 3 整除的数是 6 的倍数，这样的编号共有 50 个。其中又同时能被 5 整除的数，则应该是 30 的倍数，这样的编号共有 10 个。

从 50 人中减去 10，即是本题的答案。

这个问题可以按照集合的思想进行图示，数学的概念间往往都有千丝万缕的联系。





现在 300 名俘虏准备深夜脱逃。

有 A、B、C 三盏探照灯周期性扫过俘虏营的出口，间隔分别为 A 灯 3 秒、B 灯 4 秒、C 灯 5 秒，每个灯都在出口处停留 1 秒时间，并且，每分钟的最后 5 秒钟则是哨兵巡逻出口的时间。

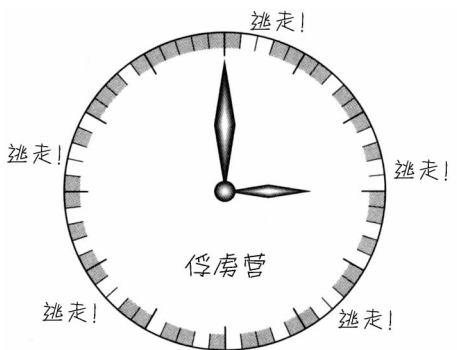
凌晨 3 点，刚好所有探照灯均指向出口，并照亮 1 秒钟，俘虏必须在凌晨 4 点前逃走，平均每个人逃走需要 2 秒钟，总共可以逃出去多少人？



300 人全都可以逃走。

3、4、5 的最小公倍数是 60，因此，不妨以 60 秒即 1 分钟为周期来考虑问题，刚好也与哨兵的巡逻周期一致。

如图所示，在表盘上把不能逃走的时间全部勾销，结果每分钟内共有连续 2 秒的间隙 5 个，因此，60 分钟刚好可以逃出 300 人。





在计算器上先打出 2 位数（比如，47），然后再把它重复两遍（变成 474747）。先用 3 除之，再用 7 除之，最后用 13 除之（结果是 1739）。

现在怎样运算才能使其变为最初输入的两位数呢？

$$\begin{array}{rcl}
 & & 474747 \\
 \text{除以 } 3 & \downarrow & \\
 & & 158249 \\
 \text{除以 } 7 & \downarrow & \\
 & & 22607 \\
 \text{除以 } 13 & \downarrow & \\
 & & 1736
 \end{array}$$



把最后结果除以 37 即可。

把最初的两位数重复三遍，相当于把它乘以 10101

$$474747 = 47 \times 10101$$

而 10101 则是 3、7、13、37 这四个质数的积。

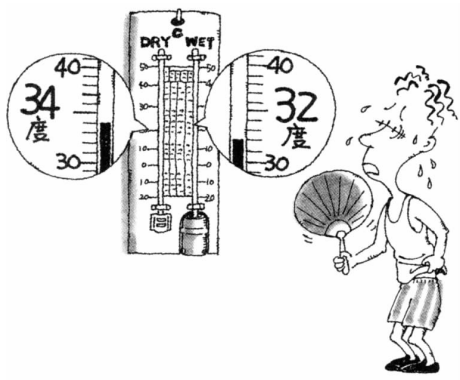
$$10101 = 3 \times 7 \times 13 \times 37$$



“不快指数”是表示闷热程度的指标，它根据干球温度计的干球指示与湿球指示按以下公式求得：

$$\text{不快指数} = (\text{干球温度} + \text{湿球温度}) \times 0.72 + 40.6$$

试求当干球温度为 34 度，湿球温度为 32 度时的不快指数。小数部分四舍五入，保留整数，但不得使用计算器。





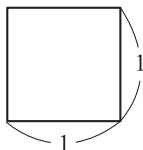
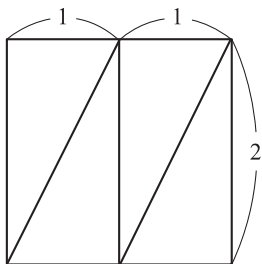
不快指数 88。

通常认为不快指数超过 70，即为不舒服状态；若超过 75，则肯定会有半数以上的人感到不舒服；超过 85，则所有人都会感到不舒服。

但是，由于这个指数没有考虑到风速，所以，它只是一个粗略的指标。

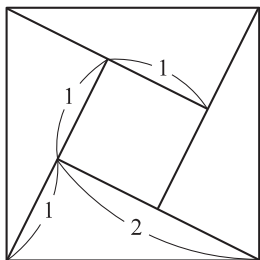


试用图示 4 个三角形和 1 个正方形组成一个正方形，注意：不准重叠，也不准切开。





如图所示。



这道题最需要的就是思路转换。小正方形必须扭一下，等长的边也不能挨在一起。

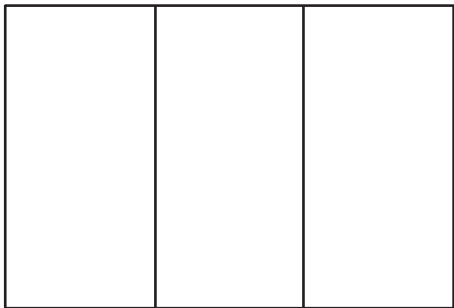
了解平方根的人，可能会理解，其实就是组成一个边长为5的平方根（ $\sqrt{5}$ ）的正方形。这样，问题就简单了，所给定的三角形的斜边刚好是 $\sqrt{5}$ ，以其作为新正方形的一边即可。

找到合理的目标，是解决问题的最有用的思考方式。



现有长方形的旗帜，并如图所示分为三等分，相邻的部分必须使用不同的颜色。

如果可用的颜色共有 6 种，总共可以有多少种旗帜？注意，颜色次序完全颠倒的旗帜视为同一种旗帜（即“蓝、白、红”与“红、白、蓝”视为同一种旗帜）。





90 种。

首先，假设只用 2 种颜色，中间的颜色选用 6 种颜色中的一种，两边则只能从余下的 5 种颜色中选择。共有 $6 \times 5 = 30$ 种。

如果使用 3 种颜色，全部种类应该是 $6 \times 5 \times 4 = 120$ 种组合，但每种都有与之完全颠倒的颜色组合，因此，去除重复以后，只有一半，即 60 种。

所以，本题的答案是 $30 + 60 = 90$ 种。

当然，记住这么多国旗可不是闹着玩儿的，一不小心就勒折裤腰带！



这是一个涉及很大数字的谜题，不妨用计算器做帮手。

某数乘以 29 的结果，相当于在该数的前后各加一位相同的数字，试求这个数。

$$\begin{array}{r}
 \text{A B C D E} \\
 \times \qquad \qquad 29 \\
 \hline
 \text{x A B C D E x}
 \end{array}$$

x 是 1 ~ 9 的整数。

ABCDE 不一定只有 5 位，也许更多位。



请在计算器上输入 52631579，
再乘以 29 试试。

假设原来的数有 N 位，其值为 A 。前后各加一位数 x 以后，其值可以表示为：

$$29 \times A = 10 \times A + (10^{N+1} + 1) \times x$$

化简得：

$$19 \times A = (10^{N+1} + 1) \times x$$

由于 x 是 1 位数，所以， $10^{N+1} + 1$ 是 19 的倍数。

用计算器按 N 值从小到大的次序验算可知：

$$10^9 + 1 = 19 \times 52631579$$



魔方阵问题，请将 1 ~ 9 的数字填入图中，使每行、每列和对角线各数字之和相等。注意：每个数字只能使用一次。这是一个非常古老的谜题。

?	?	?
?	?	?
?	?	?



如图所示。

2	9	4
7	5	3
6	1	8

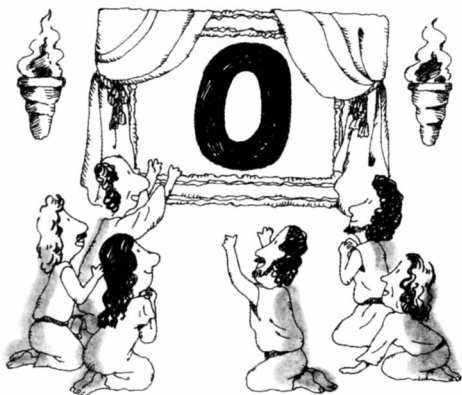
1~9 各个数字加起来，其和为 45。由于它们必须分为 3 行 3 列，所以，各行和各列的和应该是 15。解这道题的诀窍在于确定最中间那个数字是 5，一旦找到这个窍门，其他就简单了。

当然，如果把上图左右对调，或者旋转 90 度，魔方阵都成立。



数字“0”的概念公元前400年左右产生于美索不达米亚，而目前的用法则产生于公元7世纪左右的印度。

如果把所有的三位数都表示出来，需要多少个“0”。





180 个。

从 100 到 999，正好是 900 个三位数。

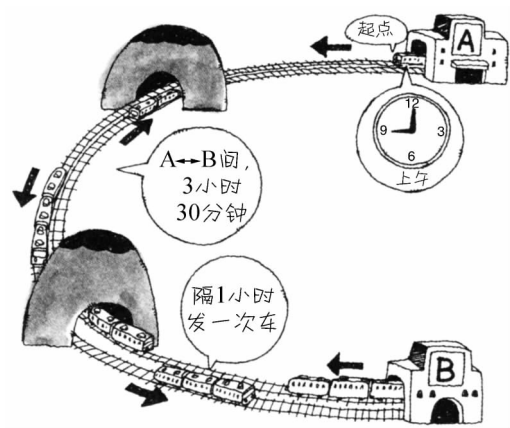
其中个位有 0 的数字刚好是总数的 $1/10$ ，即 90 个。

并且，十位为 0 的数字也是总数的 $1/10$ ，即 90 个。

百位当然不可能有 0 了。

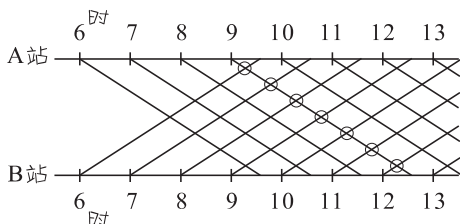


A、B 两站间特快列车需要行驶 3 小时 30 分钟，早 6 时两站同时对发首次列车，以后每隔 1 小时发一次车。那么，上午 9 时从 A 站发出的特快列车将与多少次擦肩而过？





7 次。



这类问题仅心算，往往得不出正确的答案。如果画出列车运行图（如上图）就比较容易了。

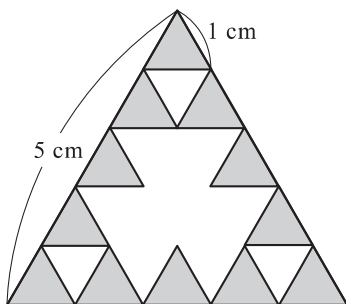
日本刚刚修建铁路的时候，英国铁路技师威廉·F·佩奇躲在住处画运行图，对其方法严格保密。他被人们看作是编制时刻表的妙手，似乎无人能够企及。



我们可以用边长为 1 厘米的正三角形剪纸摆成外形依然为正三角形的图形，附图就是这样摆成的边长为 5 厘米的正三角形。

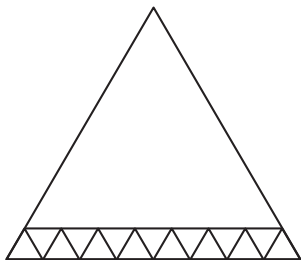
① 如果摆成一个边长为 8 厘米的正三角形，需要多少枚剪纸？

② 如果摆成边长为 8 厘米的正三角形后，想把其中的空白处填满，还需要多少枚剪纸？





① 21 枚，② 43 枚。



① 如果每个边都摆 8 枚，三个顶点就会重复，所以，应该再减去 3 枚。

② 首先把边长 8 厘米的三角形摆成实心的，如上图所示，最底下一排是 15 枚，其上是 13 枚，再上面是 11 枚，即每排减少 2 枚，最上面一排是 1 枚。其总和是 64 枚，再从其中减去①的 21 枚即为答案。

另外，还有一种更简单的办法可以算得总枚数：边长扩大到 8 倍，面积则扩大到 8 的平方，即 64 倍。



在下面的乘法算式中，A、B、C、D 是不同的数字，请把它们找出来。

$$\begin{array}{r}
 \text{A B C A B} \\
 \times \qquad \qquad 9 \\
 \hline
 \text{D D D D D D}
 \end{array}$$



如下所示。

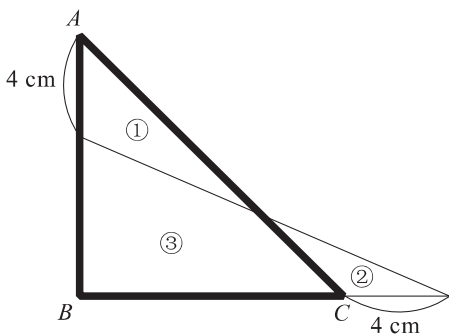
$$\begin{array}{r}
 74074 \\
 \times \quad 9 \\
 \hline
 666666
 \end{array}$$

乘法运算的结果是 9 的倍数。如果一个数是 9 的倍数，则其各个数位上的数字之和能够被 9 整除（知道吗？）。如果 $D \times 6$ 能被 9 整除，则 D 必须能被 3 整除，因此， D 必然是 3、6、9 中的一个，反推即可求出适合的数字是 6，并进而求出其他数字。

还记得吧？如果一个数是 3 的倍数，则其各个数位上的数字之和能够被 3 整除。



三角形 ABC 是等腰直角三角形，其边长未知。如图所示，画一条辅助线，形成两个新的三角形①和②，请问三角形①的面积比三角形②的面积大多少？





8 平方厘米。

设 AB 的长度为 x 厘米，则三角形①与四边形③的面积之和为：

$$x \times x \div 2 = \frac{x^2}{2} (\text{cm}^2)$$

三角形②与四边形③的面积之和为：

$$\begin{aligned} & (x+4) \times (x-4) \div 2 \\ &= (x^2 - 16) \div 2 \\ &= \frac{x^2}{2} - 8 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

所以，三角形①与三角形②的面积差为 8 平方厘米。

只要 AB 的长度大于 4 厘米，多长都没关系。这个问题的答案很简单，但小学生很少有人能解出来。



“质数”的概念还记得吧？质数就是仅能被 1 和其本身整除的正整数。例如，2、3、5、7 就是质数。而 4、6 和 8 由于能被 2 整除，所以不是质数。

如果能证明“有无限个质数”，科学家也会对你另眼相看。



假设“只有有限个质数”，然后按以下方式证明。

如果只有有限个质数，其中必然存在“最大质数”，设其为 p 。

再假设“所有质数的积”为 q 。即 $q = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times \dots \times p$ 。设自然数列中排在 q 后面的整数为 r ，即 $r = q + 1$ 。这是关键的一步。

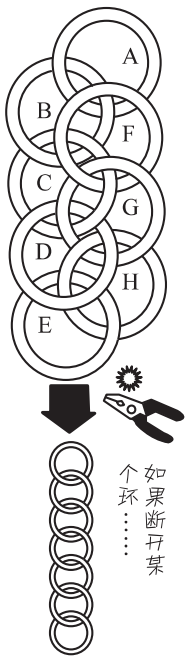
再仔细思考一下， r 除以质数 2、3、5、7、...、 p 都会余 1。因此， r 是质数，并且比 p 大。这就与 p 是最大质数这个前提相矛盾。

这就是“反证法”，古希腊时代发明的证明方法。

有很多数学家也不知道这道题的证明法，试试是不是很有趣？

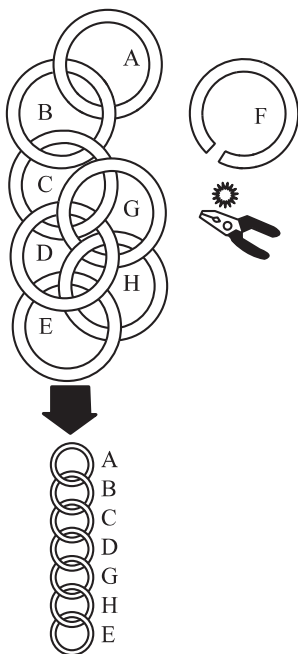


8 个环缠在一起，断开某个环就能让它变成一条链。那么，到底断开哪个好呢？

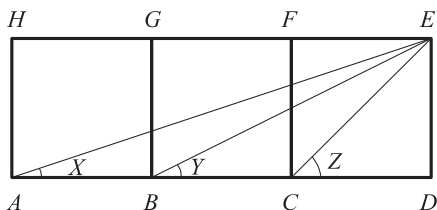




断开 F①。



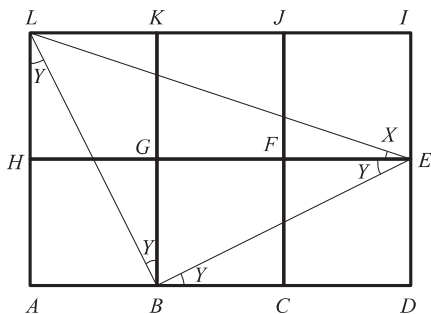
① 原书此处是与日本的一种游戏有关的题目，不适合于我国读者，特请作者更换为此题。——译者注



如图所示，3 个正方形并列排列，试求图中角 X 、 Y 、 Z 的关系。就小学水平来讲，这可是最难的题目了。



$$X + Y = Z$$



一眼即可以看出， Z 是 45° 。 X 、 Y 有点儿难。

如上图所示，角 LBE 的度数与角 GBC 的度数相等，均是直角。并且， LB 的长度与 BE 的长度相等。所以，三角形 LBE 是等腰直角三角形，所以， $X + Y = 45^\circ$ 。

数学能力诊断



你答上了多少道题？把你答上的题的分数相加，即可求得总分。每道题的分数到本书前面“本书用法”中去找。100 道题的满分是 1000 分。

(200 分以下)

你集中力差点儿意思。想不出来吗？

可能不太喜欢揪住问题深入思考吧。

“是啊，数学？我最讨厌了。”

千万不要这样说，请把本书作为参考

书，认真开展“提高创造力”的训练。你所具有的才能肯定能够磨炼出来。



(201 ~ 400 分)

再下点儿工夫，你能得到更高的分数。

你的脑袋好像有点儿生锈，可能已经很

长时间不认真思考问题了吧？



但是你有很好的潜质。以此为契机，认真对待各种事物吧！

目标：先把 10 分题拿下来。



(401 ~ 600 分)

你具有相当程度的“集中力”和“思考力”。已经超过正常人的平均水平，祝贺你！

如果能够进一步突破现在的水平，你就会成为高水平的人。

为此，你还需要一些“创造力”，再回头看看那些12分和15分的题，请继续努力！



(601 ~ 800 分)

真精彩迎 同时具备了伟人所必须的“集中力”和“创造力”，男女老少都会青睐你，因为他们**費** 既尊敬，又羡慕！

从今以后，请在工作、爱**薙** 游戏中再加把劲儿，你所应该做的事就是，充分发挥你的才能！



(801 ~ 1000 分)

你的脑容量已经可与天才相当了，是数学能力的超人！有了你，数学的明天**髮** 美好的。

你今后的发展完全取决于你自己。诺贝尔奖、菲尔兹奖、高官、巨富、天才凭你挑！

不管是叱咤风云，还是独善其身，超人永远都是

超人！