

现代自然科学基础的哲学和数学反思

量子力学形式逻辑 与物质基础探析

上册

Exploration into the formal logic and material foundation
of quantum mechanics

杨本洛 著

上海交通大学出版社

内 容 简 介

全书分为三册,由四个部分组成。上册包括第一、第二部分。作为全部讨论的认识基础,第一部分通过揭示“惯性系”的“循环定义”本质以及重新赋予其“物质内涵”等,指出自然科学必须普遍遵循“物质第一性”和“逻辑自治性”两个基本原则。在第二部分,首先澄清经典“量子力学”从未按照数学意义求解过“第一性原理”的 Schrödinger 波动方程、Schrödinger 表述和 Heisenberg 表述的等价性证明只是“零因子”下的“空”陈述、连续域中的“测不准原理”需代之以离散“量子约束”等基本事实;继而,通过实例揭示和形式地界定量子力学所研究的物质对象;最后,重新构造与“量子跃变”以及与所有“经典理论”保持严格逻辑相容的量子力学基本方程。

中册只包括第三部分,属于“电动力学”范畴的讨论。首先指出,与量子力学不同,内心希望“直接表述相关经验事实”的经典电磁场理论在哲学上是合理的。但是,由于大量基元概念认识不当、若干数学推导的失误以及相关数学基础尚未解决,Maxwell 位移电流、Lorentz 规范或 Coulomb 规范等仍属“独断论”的错误认定,不仅导致 Maxwell 基本方程逻辑失当和无法求解,至今无法区分“电磁场”和“电磁波”两个不同的物理学概念,还导致完全悖谬的“相对论”出现;而且,量子力学建立在“独断论”上的无理状况仍是经典电动力学逻辑紊乱的必然。根据以上认定,较为系统地讨论了相关“定解问题”的恰当构造,重新建立了电磁场和电磁波基本方程,从而为求解诸如“光线弯曲”等物理现象提供了可靠途径。

下册是全书的第四部分,作为自然科学基础的重新认识涉及三个不同领域。首先,仍局限于量子力学范畴之内,指出以背离逻辑的“独断论——第一性原理”为基础而衍生的一系列概念必然逻辑不当。其次,着力讨论现代数学,指出借助“独断论”掩饰、容忍数学基础大量逻辑悖论的存在纯属自欺,使得包括“现代微分几何”的整个现代数学真实处于“自否定”危机之中,必须重新诚实面对和解决“集合论悖论”、“电磁场定解问题”等实实在在的数学命题。最后,大致探讨了西方哲学,指出一系列“认识论”基本命题至今无力解决的根本原因仍然在于认识中的逻辑紊乱。

本书可供从事物理学、数学和哲学研究的基础科学工作者以及相关工程技术人员参考。

谨将此书献给数百年来曾经承受太多磨难和屈辱,为了伟大复兴正在自省和不懈奋斗的中华民族;

献给为现代自然科学体系的理性构建做出开拓性贡献和真诚努力的哥白尼、牛顿、莱布尼茨、麦克斯韦、普朗克、玻尔、海森堡等科学先行者;

献给布鲁诺、马赫、康托尔、布劳威尔等忠诚于科学信仰甚至不惜为此付出生命的科学殉道者、为了维护科学真理的严肃性而勇于科学批判和自我批判的科学斗士。

序

面对无尽的大自然,人类的认识总是在承继性批判和批判性继承的历程中得以逐步深化。由于自然科学的本原在于科学实验,人类的认识水平又必然本质地依赖于探索未知的技术水平和能力。因此,在人类认识的深刻化和持续探索未知的艰难历程中,首先需要可贵的真诚和非凡的勇气,同样还需要对科学研究的严肃性和严谨性。

前些年,在杨本洛教授递交的一份工作报告中,我曾经这样提出:“交大人历来有一种精神,这就是探求真理、维护真理,为真理而献身的精神。”许多年来,在自然科学的许多不同领域,杨本洛教授取得了一系列的独立研究结果。或许,对这些独立研究结果的肯否尚需时日。但是,杨本洛教授在自然科学研究中一再主张“物质第一性”和“逻辑自治性”两个原则,并努力遵循这样的原则进行认真严肃探究的精神值得肯定。为此,对于这种研究提供较为宽松的环境和力所能及的支持,一直被学校领导视为一种义不容辞的责任。

作为我国历史相对最为悠久的高等学府之一的上海交通大学,正在做出切实努力,格外注重培养更多的研究型人才,期望他们在基础科学研究上面投入长期的也更为艰辛的劳动。这样,才可能将上海交通大学逐步建设成为在世界上具有原创性研究特色和影响的大学,为我们祖国的科学技术能够尽早融入世界先进行列做出贡献。

上海交通大学校长

谢绳武

2005 年夏

如果说,作为量子力学体系奠基人之一的 Heisenberg 曾经这样十分确信地指出 利用通常的运动学概念和力学概念来对量子力学做出一种诠释,在任何一种情况下都是不可能的,这个理论体系只能起源于这样一种努力——打破通常的运动学概念,代之以具体的、由实验给出的一些“数”之间的关系 如果说,对于 20 世纪物理学研究具有一定影响力的 Landau 曾经在其《理论物理教程》的《量子力学》卷中诚实地将理论物理中的数学严谨性称之为“自欺欺人”的话,那么,当科学世界无法回避如何为量子力学提供一个真正可信哲学基础的重大科学命题的时候,人们可以断言,完成这一历史性重大课题的根本使命恰恰在于重新做出这样一种努力,再次赋予这个陈述系统与一切科学概念严格保持一致的内涵以及重新遵循科学陈述必须严格遵循的逻辑相容性原则。

在自然科学研究中,人们必须自觉地形成一种理性意识,即与自存和无尽物质世界自身蕴涵的不可分割性一致,人类的自然科学体系同样需要被视为一个互为关联的整体。但是,自然科学体系始终不同于充满差异和复杂性的物质世界,而自然科学体系的整体性意义仅仅在于它拥有包括同一化概念在内的严格逻辑相容性。与其对应,任何一个理论体系只能视为对物质对象所作“理想化认定”的逻辑必然,从而大致刻画客观蕴涵于这种理想化认定之中的抽象同一性。因此,一个从属于科学体系的整体,经过“逻辑自治化”理性重整的量子力学体系,同样只能是一个尽管重要但是依然平凡,条件存在、有限真实的理论体系。并且,当且仅仅当这个理论体系的存在前提能够与人们对于整个被描述物质对象所作理想化认定构造了确定逻辑关联的时候,如何为量子力学构建哲学基础的问题才能得到解决。当然,也正是在这个意义上,人们可以相信量子力学希望表现的一切仍然是自然、可解释和容易接受的,无需依赖于“第一性原理”而存在。

自然科学研究中的“物质第一性原则”和“逻辑自治性原则”看似十分平凡,但是,它们的辩证统一恰恰是解开一切科学疑难的唯一钥匙。

努力遵循物质第一性和逻辑自洽性两个基本原则 重新认识和剖析量子力学

(引言)

一、关于量子力学

在主要由西方学者构建的现代自然科学体系中,量子力学具有十分奇特的结构,当之无愧于引起人们浮思遐想最为丰富,当然认识差异也最为广泛和深刻的一门学科。在当今科学世界对量子力学做出差距如此之大甚至本质上处于彼此相悖的不同评述之中,中国科学技术大学的尹鸿钧先生通过其所著《量子力学》一书所作的论述则显得额外不同凡响和发人深省。此处,不妨首先引用该著述对目前量子力学给出的基本论断:

“量子力学是人类在 20 世纪初的研究领域深入到原子世界的微观领域的成果,是处理空间尺度在 10^{-8} cm 的客体的有力理论工具,从量子力学基本原理出发所给出的许多结论,都和微观领域的实验结果相符合,与相对论一起构成现代物理学的两大基石。但是,从量子力学建立起直至今日,在对量子力学的理论基础及其物理解释上始终存在着争论,特别是在下述一些重要问题上:①量子力学的物理内容、数学体系与观测过程、观测结果的关系问题,包括波粒二象性的理解、波函数的统计诠释、测不准关系、在测量过程中是否存在测量仪器与客体之间的不可控制的作用、量子力学中的因果性与机遇性问题,即量子力学对于独立于认识以外的客观世界究竟给出了什么表述。②在量子力学背后,是否还存在更深刻的新的理论框架、量子力学是否是完备的理论、它描述的是单个粒子的运动规律还是由单粒子体系组成的纯粹系统的规律、量子力学是否建立一个区别于现有量子力学形式的理论、而量子力学只是该理论在一定条件下的近似等问题,即量子力学对于客观世界究竟给出了什么深度的表达。这些争论中的问题涉及到量子力学的物理基础,也是现代物理学的重要问题,还超出物理学的范畴,涉及哲学领域,更需要进一步的实验判定。”^[1]

毋庸置疑,当人们期望探询量子力学得以存在的哲学基础,或者说,希望了解为什么量子力学能够在它研究的许多论题上都获得较好成果原因的时候,以上文字应该成为能够大体反映目前主流意识的一种言简意赅的最好陈述。当然,如何回答此处提出的一系列疑问以及对于这些命题本身是否恰当做出判断,也必然成为笔者书写本书的一个基本目标。

坦率地说,在一些人们以为已经获得共识的基本论断上,例如如何认识“波粒二象性”这个命题的本身,怎样理解量子力学通过“算符”所定义的“力学量”以及它们与量子力学的“态函数”之间是否逻辑相容,乃至对于作为整个量子力学形式基础的“测不准关系”得以存在的物理基础以及相关的形式表述本身是否恰当等一系列基本问题上,笔者以为恰恰需要人们重新认识。并且可以确信,如果这些前提性的认识问题没有解决,为量子力学构建可靠哲学基础的愿望必然成为虚幻的空话。

其实,在较为深入地探讨这些具体的论题以前,仍然不妨从一些不会产生歧义的基本哲学

理念出发,对目前科学主流社会所描述“如何为量子力学构建哲学基础”的命题进行反思。人们可以发现,无论历史上曾经存在怎样的争论,或者某些不同学者之间至今仍然存在怎样的分歧,但是,对于目前的科学主流世界而言有一点认识则是共同的,这就是自量子力学建立至今,这个理论体系的创建者除了让人们确信他们提出的一系列原理必然拥有的某种“真理性”以外,他们乃至他们的承继者几乎从来没有认真探讨过这个理论体系得以存在的“条件、前提和限制”的问题。当然,反过来也可以说,一旦真正理性地意识到这个理论体系得以存在的“条件、前提和限制”的问题,那么,不仅可以认识到这个形式表述系统为什么能够吻合于许多经验事实,而且,对于习惯性陈述中哪些陈述是合理的而哪些是不合理的做出理性的辨析。

作为一个以物质世界为研究对象的自然科学研究者,这样一种认识或许是基本的:面对无尽物质世界,任何一个特定的“形式表述”系统都只能是“有限真实和条件存在”的,永远谈不上对某一个形式系统探讨以“无条件普适真理”为本质内涵的“完备性”问题。在自然科学体系中,一切概念都必须是统一的,使用的语言则是无歧义的,即无需也绝对不允许借助类似于“时空观革命”这样的语言解释物质世界。人类或许永远不能说出比自然本身更多的东西。物质世界的可解释性,并不在于某一个人为构造的“因果关系”。因此,在自然科学中,“可解释性”或者“理性原则”的唯一内涵仅仅寓于“无矛盾性”之中:形式系统和它所描述的理想化物质对象之间,以及不同科学陈述之间必须严格遵循的逻辑一致性。人们没有理由通过概念的改变去解释物质世界,相反,人们需要使用“相同的科学语言和始终贯一的概念”去描述和揭示那个人类期望认识的物质世界。

因此,对于任何真正的科学陈述,实验验证是必需的。但是,对于确立某一个陈述系统的合理性,单纯的实验验证不仅过分简单和远不充分,甚至因为概念自身缺乏严格界定而使得真正意义之上的外部证实并不存在。相反,在如何保证一切科学陈述严格逻辑相容的前提下,揭示经验事实与理想化物质对象之间的逻辑关联,探询“独立于认识以外的客观世界”自身蕴涵的抽象共性特征才具有根本意义。显然,在当今科学世界面临许多基础性科学难题无能为力,却愈益充斥着形形色色的“宗教情结”,乃至公然否定一个“自存”的物质世界独立存在的同时,前面所引用的文字能够极其深刻地提出“独立于认识以外的客观世界”存在的事实,并且,将量子力学的哲学基础本质地界定为探询“量子力学对于独立于认识之外的客观世界究竟给出了‘什么’和‘什么深度’的表述”本身已经具有深刻的指导意义。

毫无疑问,以西方学者为主的科学主流世界对于构建现代自然科学体系,乃至对于整个人类现代物质文明的建设做出了巨大的开拓性贡献。但是,人类知识体系的涵盖十分宽泛,它只能属于生活在地球上的整个人类,而且,目前的自然科学体系远未完善。事实上,在自然科学从 Newton 开创的“质点力学”体系,到 Maxwell 所构建的“电磁场理论”这样一个往往被人们称之为“经典理论”的领域中,给人们遗留下太多没有解决的前提性认识困惑的问题。人们至今不能回答“到底什么是 Newton 力学体系中的惯性系”的问题,人们也不可能真正理性地接受为什么必须借助一个纯粹人为提出的“电位移假设”来构造经典电磁场理论体系,此外,难道人们同样必须接受 Einstein 提出的“Michelson-Morley 实验和相对性原理之间的矛盾”只能属于“不可解释并且也永远不允许解释”的论断,相信那个仅仅依赖于“直觉和顿悟”而杜撰出来几乎到处充满矛盾的“相对论”吗?……可以做出严格证明:在几乎所有人们所了解的至今没有解决的科学难题中都严重地存在着逻辑不自洽的问题。

1925~1926 年,通常被认为是“经典量子力学”诞生和得以确立的年代。Heisenberg 于

1925 年创立了“矩阵力学”,Schrödinger 于 1926 年发表了他的“波动力学”以及论证两种形式表述满足等价性要求的论文。继而,在发表于 1927 年名为“论量子理论的运动学的和力学的直观内容”的著名论文中,Heisenberg 首次对这个陈述系统试图做出一种哲学意义上的诠释,他这样指出:“量子力学的直观诠释迄今仍然是充满着内在矛盾的,这些矛盾出现在关于不连续性理论和连续性理论、颗粒和波动等观点的争论中。人们由此已经可以得到结论说,利用通常的运动学概念和力学概念来对量子力学做出的一种诠释,在任何情况下都是不可能的。事实上,量子力学起源于这样一种努力:打破一切通常的运动学概念而代之以具体的、由实验给出的一些‘数’之间的关系。”^[2]

Heisenberg 对于量子力学最初做出的这样一种诠释,至今一直深刻地影响或者束缚着量子力学乃至整个现代物理学研究。这个诠释不仅完全放弃了科学陈述中作为科学语言系统中基元语汇的“概念”所必须的统一性,而且,与 Einstein 的“相对论”一样,将依赖于不同“观察者”的观测效应直接引入到描述客观物质世界的自然科学陈述之中,使得理论体系明确蜕化为“实验室”的“数”之间的一种关系,并且,进一步将“实验验证”界定为判断科学陈述真伪的唯一判据。当然,这样一种统治整个 20 世纪科学世界的“科学理念”只能根本归咎于 Einstein 的“操控性”影响。并且,人们可以相信,这也是包括 Bohr、Heisenberg 等许多为建立经典量子力学体系做出巨大贡献的创建者们,面对事实上已经被置于“神”的位置之上的 Einstein 针对量子力学提出的不断批判,为什么最终不得不公开“显露一种深刻而永久的意外和失望”的原因。^[3]

其实,Einstein 基于自然科学必须严格遵循的“实体论”朴素思想,对本质上只能依赖“第一性原理”而存在的量子力学所做出的严厉批判应该是深刻和准确的。但是,问题在于:公开将神学思想引入现代自然科学研究的始作俑者恰恰是 Einstein 本人,无怪乎 Bohr 需要向 Einstein 明确指出,他和构建量子力学的整个年轻一代“正是多么密切地沿着您所指给我们的路线继续前进”的基本事实。尽管人们同样可以认为将整个生命都真诚地献身于科学事业的 Einstein 同样是无奈和可叹息的,但是当年的 Einstein 把科学思维的整个理性基础完全寄托在他的“直觉和顿悟”那个时刻开始,Einstein 以及他的整个理论必然像他公开主张的“科学宗教”一样,必须依赖“第一性原理”而存在,并且,几乎不可避免地迈入被许多现代科学史研究者称之为“生命悲剧”的生命历程。当然,这也是不在少数的现代物理学教科书中之所以反复提出必须把“第一性原理”作为整个量子力学存在基础的缘故。

换一个角度讲,当 Bohr 面对 20 世纪初叶科学世界空前出现的认识反常指出“不容置疑,一种疯狂的理论摆在我们面前。问题在于:要成为正确的理论,它是否足够的疯狂”的时候,但是 Einstein 仅仅作为一个“平凡人”以及采用一种“平凡人”的通常意识,针对经典量子力学所作的许多批判是平凡和合理的。或者说,这种“合理性”也同样寓于对诸如“时空观革命”这样一些同样以“篡改概念和语言”为本质内涵的“反常意识”的批判之中。人们必须坚信,任何真正理性的认识必然是自然的、正常的、最终必然容易为人们所接受,无需也不允许通过改变“概念”或者“语言”自身的内涵去“凑合”那个充满复杂性和差异的物质世界。因此,如果说经典量子力学体系的构建者们曾经真诚地告诫人们,需要做出这样一种努力,打破“一切通常运动学概念”的束缚,以构造一种纯粹依赖“实验室”经验事实的“数”的关系的话,那么,在今天重新审视量子力学的时候,恰恰需要做出一种“与其完全相反”的努力,即将量子力学体系“重新”纳入以“同一化概念和无歧义科学语言”而构造出来的自然科学“统一框架”之内,相信绝对不可能

是不同的“真理性表述”决定了所谓“宏观世界”和“微观世界”具有彼此完全不同的运动特征,相反,只能是存在于被描述物质对象自身的本质差异决定了不同陈述系统的不同形式特征。反过来讲,一旦离开了统一的概念和无歧义的科学语言,形式系统自身也不能继续普遍存在。或者说,除非像 Heisenberg 所指出的只能当作“实验给出的数的关系”对雷同的实验事实做出本质上雷同的陈述,无法揭示那些被描述物理实在的本质内涵和抽象同一性,以展现内蕴于“独立于认识以外的客观世界”自身的基本规律。对于一切合理的科学陈述,经验事实的证实永远不可违背,但是经验证实不仅仅无可穷尽,而且正如 Einstein 曾经指出的由于概念的不确定性而使得经验证实失去真实存在意义。相反,任何逻辑悖论的“任何一次”揭示,都能够对于一个伪科学陈述构造具有决定意义的否定性判断。

从表现物质世界的角度考虑,数学仅仅是一种工具,本身没有任何特定内涵。使用数学语言的全部意义仅仅在于保证一切相关陈述以及思维推理的无矛盾性。因此,数学的全部本质内涵在于“逻辑相容性”以及充分提供能够满足“逻辑相容性”要求的推理结构。于是,当现代科学世界“将理论物理称之为数学写就的物理学”的时候,其根本寓意同样不在于形式表述系统的具体数学形式,而在于整个陈述系统与数学本质保持一致的“无矛盾性”基本原则。同样,科学陈述所追求的“理性”原则,绝不表示真的能够说出“物质世界为什么能够存在”的问题,也只能寓于对自存物质世界的所有描述必须处于严格的“无矛盾”之中。矛盾等价于二律背反,意味着处于二律背反之中的二者或者二者之中的起码一方属于“伪”陈述,必须予以抛弃。

当然,在自然科学陈述中,一旦放弃了逻辑自治性原则,本质上也就放弃了科学。因此,当量子力学引入了表面上愈益复杂的数学表述形式的同时,却由于根本放弃了作为数学表述唯一本质内涵的“无矛盾性”原则,容忍 Heisenberg 所述一系列前提性矛盾的存在,反而使得这些表面上复杂的数学形式异化为“掩饰矛盾”以及“将非理性意识合法化”的欺骗手段,根本背离了数学精神。可以说,经典量子力学体系像任何其他的自然科学体系一样,根本远谈不上作为期望中的“微观世界普适真理”是否满足“完备性”问题,而且,由于存在 Heisenberg 所诚实指出的“不连续性理论和连续性理论、颗粒和波动等观点争论,以及打破一切通常的运动学概念努力”之中蕴涵的前提性矛盾,整个陈述系统本质上只能成为蕴涵着许多悖论的矛盾系统。逻辑推理不可能改变逻辑前提自身存在的逻辑悖论,逻辑只能维护推理的合理性,如果明知逻辑前提存在逻辑悖论,这样的逻辑前提只能予以彻底抛弃。正因为此,尽管目前理论物理的其他领域普遍存在这样那样的逻辑推理不严格问题,但是,量子力学存在的数学问题则格外严重和深刻。或者说,这正是 Landau 在其编著《理论物理教程》的“量子力学”卷的序言中,竟然公开地将理论物理中的数学严谨性称之为“自欺欺人”的缘故。其实,放弃了逻辑相容性的科学陈述必然处于自悖之中,充其量只能成为 Heisenberg 所说针对某一个“特定物理实验”的数据系统,并且还是“只能按照特定计算程式所构造的特定实验数据整理系统”的一个限制体系。之所以还需要对这个实验室的数据系统做出后继的补充说明,是因为人们至今没有注意到:整个量子力学其实从来没有一次真正按照“相应数学所规定的一般法则和方式”求解过所谓的 Schrödinger 波动方程。

可以相信,前言开篇之首所引用的论述如果表明的是—种真诚意愿或者对于目前量子力学现状的严肃认识,期待了解和探索为量子力学所描述物理现象中那些“独立于人的认识以外客观存在”的物理实在,从而能够为量子力学构建“一个仅仅反映或者属于物质世界自身”的客观性基础,那么,可能采取的途径只能是以“逻辑自治性原则”作为唯一的判断基准,努力揭示

量子力学经典陈述中“一切昭昭在目的逻辑悖论或者曲折隐晦的细微矛盾”,重新使用“同一化”的科学语言和“无歧义”的统一概念,探询和重新展现那些只能逻辑地隶属于被描述物质对象自身的抽象共性特征。其实,一旦真的打破“一切通常运动学概念”的约束,那么,随着陈述语言失去确定性意义,本质上也就完全失去“作为描述自存物质世界的陈述系统”的存在意义。当然,这才是现代科学主流社会不得不在将科学陈述中的数学严谨性公然称之为自欺欺人的同时,着意渲染“第一性原理”或者“将认识反常界定为人类面对复杂世界时所必需的认识革命”,从而为“人类面对复杂世界暂时出现的许许多多认识紊乱和逻辑悖论”提供一种“纯粹自欺”的法律地位。毫无疑问,正是“对不加任何掩饰的无理性公然强加合法性”这样一种对于人类理性认识史无前例的摧残,成为 20 世纪科学主流社会提倡“最反常、最彻底抛弃旧的世界观”的全部实质内涵。

科学和技术休戚相关,但是两者具有完全不同的涵盖。如果说,人类经历科学文明的最初曙光,但是又重新进入“爱智精神式微与务实精神兴起”的阶段;中世纪西方世界出现的宗教对科学精神和理性意识给以严酷摧残,却在工艺技术方面取得突飞猛进,那么,技术进步使得 19~20 世纪的人类充分享受高度物质文明的同时,面对一个“突然涌现出来”的复杂世界,几乎不可避免地会产生许许多多认识不足、不当乃至错误。所有这一切都属于人类深化认识自然的漫长历程中一种过分平常的现象。但是,公然容忍矛盾、否定逻辑、篡改概念、杜撰语言,倡导“科学宗教”精神,将隐含种种认识困惑和逻辑紊乱的猜测自欺地界定为“第一性原理”,并且将其强置于人类期望认识 and 了解、充满差异和复杂性的无尽物质世界之上,则不能不是人类认识史中理性意识的一次空前大倒退,重新成为对科学信仰和爱智精神的巨大亵渎和背叛,最终也必然阻碍技术得以正常、持续和有效的发展。

事实上,即使暂时不考虑“波粒二象性”、“物质波”、“波包”等许多似是而非、缺乏严格数学表述以及物理内涵的所谓概念以外,仅仅从经典量子力学的形式表述蕴涵的逻辑关联考虑,不难做出严格证明:

量子力学中的“态矢量”通常不属于为 Dirac 形式引入的 Hilbert 空间,作为这个矢量空间得以存在基本前提的“叠加性”原理仅仅是一种条件存在。在大部分情况下,态矢量不满足这种特定的叠加性原理。因此,特地引入这样一种特定的数学表述形式不仅多余,而且必然导致认识混乱。事实上,许多量子力学著述特定指出“叠加原理”具有两种不同形式的时候,它们同属于两种不同的物理实在,相应具有彼此并不相同的物理内涵,需要使用哪一种形式的叠加原理本质上并不依赖于不同研究者的不同意志,而只能逻辑地决定于需要表述的不同物理真实。因此,量子力学不是第一性原理,不能也不允许将其界定为形而上学,仍然需要首先对独立于人们意识以外的被描述物质对象做出前提性的认定。这样,在如何认识和定义“态”、“本征态”、“叠加态”等一系列量子力学的基本概念问题上都需要进行重新界定。

本质上,Schrödinger 方程由于它的时间变量被定义在最终被淘汰的“虚数域”中,并不真正属于“动力学方程”的范畴。因此,这个纯粹杜撰出来的数学式即使真的存在,它可能表现的也仅仅是“量子效应”发生在粒子系统之上的一种“即时”影响。如果说,人们期望这个数学式中的“相位”能够与发生量子效应的“真实历程”形成一种对应的話,那么,任何描述“量子效应真实历程”的愿望实际上超越了经典量子力学的“有限”论域,当然也根本违背作为构造量子力学基础“能量只是一份一份而不能以无限可分的方式传递”的物理真实。或者说,对于这个“有限真实”并且同样仅仅具有“有限表现能力”的特定形式表述系统而言,即使真实地存在属于

“量子效应”的某些“过程细节”特征,但是对于这种物理真实的描述也超越了经典量子力学的有限论域。也正因为此,通过“求解定态 Schrödinger 方程”而得到“某物理量的期待值”在时间域中才可能呈现保持不变的表象特征。反过来讲,这也是经典量子力学中与相位相关的形式量只能也必须以“虚数”形式加以表现的缘故。形式系统之中一个最终必须舍弃的形式量是完全多余的,除了掩饰认识困惑和逻辑紊乱以外没有任何意义。不难证明:也仅仅因为本质上并不属于能够反映时间域上变化特征的“动力学分析”的范畴,经典量子力学中的“时变算子”才可能也必须恒为“幺正”算符,从而使得时变算子对“物理量期待值”始终没有任何影响。与其一致,相当于零乘任意不同的数总能够得到相同的结果,也正因为本质上只能作为“动力学分析”中的两种“空言陈述(Empty word)”系统,动态 Schrödinger 波动方程才可能和 Heisenberg 的矩阵方程保持一致。从经典力学中的 Hamilton 方程出发,仅仅凭借被 Dirac 称之为“有趣游戏”的对应法则而杜撰出来的 Heisenberg 方程,与另一个依赖于“第一性原理”而被同样杜撰出来 Schrödinger 波动方程出发再经过形式变换而得到的矩阵方程,两个“矩阵方程”之间毫无逻辑关联。从动力学分析的角度考虑,经典量子力学涉及的物理现象通常并存着两种不同的时间尺度:一种限定于“量子效应”以内,这个时间尺度以内的物理真实超越了量子力学可能表现的范围,而另一种时间尺度仅仅适用于“量子效应发生之前或者发生以后”的粒子系统之上,它本质地隶属于经典力学的研究范畴。

此外,如果就人们希望描述的“粒子系统”而言,无论这个物理实在是出现在经典力学还是出现在量子力学之中,它们自身蕴涵的物理内涵以及相应出现的运动学特征,绝对不会也不允许因为出现在不同理论体系之中而发生任何真正变化。当然,在本质上,这种认识正是任何一个“理性乃至平凡的科学工作者”几乎总会自然地提出需要探求“独立于认识以外的客观世界”的原因,同时,也是人们不假思索地继续使用经典力学中的运动学量描述出现在量子力学中的粒子系统运动学状况的原因,甚至也是自然科学得以存在所必需的认识基础。相同的粒子系统需要借助不同的理论体系加以描述,只是因为它们需要表现的物理实在不同。出现在量子力学中的粒子系统,相应存在属于这个粒子系统之上的“量子效应”,或者像 Bohr 所说的“量子跳跃”。显然,这样一种“跃变现象”属于一种真实存在,或者是伴随粒子系统的一种物理实在。因此,为了表现这样一种真实存在,可以并且必须像 Lagrangian 分析力学为约束系统构造一个“微分约束”那样,相应构造与“量子跃变”保持一致的“量子约束”方程。除了经典力学之中的约束方程通常允许定义在连续空间之中,而此处的约束方程只能定义在离散空间之中以外,两种形式的约束在物理内涵上没有本质差异。而且,虽然囿于“离散量子跃变”的细节无从知晓,不能对粒子系统经历量子跃变以后的状态做出确定性的描述,但是,根据用以刻画物质世界独立于人们主观意识的“最小作用原理”不难对粒子系统的“大概行为特征”做出“统计学”预测。当然,这种统计学的预测并不影响粒子系统之中“单个粒子”最终结果的确定性意义。这样,使得量子力学能够从默认形形色色前提性矛盾以及完全悖谬的“第一性原理”之中解脱出来,不仅赋予“量子力学统计学表述”以实实在在的“客观性”物质内涵,而且还能够与量子力学需要实际使用的“能量极值原理”保持严格逻辑相容。

当然,此时这个被赋予了实在物理内涵的“量子约束”方程,无论从基本物理理念还是从单纯的形式表述考虑,都根本不同于 Heisenberg 的“测不准原理”或者经典量子力学通常所述的“量子对易”关系。例如,如果首先考虑量子对易关系,它与渊源于真实量子效应的存在需要所构造与经典力学中“微分约束”形成大致对应的“量子约束”完全不同。在经典量子力学中,粒

子系统的状态完全决定于 Hilbert 空间中的一个态矢量,而量子对易关系只是希望为两个对偶 Hilbert 空间提供一种逻辑关联,并没有对粒子系统的广义坐标形成任何约束,或者说,本质表现的恰恰是粒子系统“两种形式的态矢量以及两类广义坐标”之间必需的完全独立性。当然,不可能通过 Dirac 称作“有趣游戏”或者他所说“从对易数学到非对易数学”这样一种纯粹人为的随意认定,就可以经典力学中被赋予确定形式意义的 Poisson 括号变换到量子力学之中的量子对易关系。对于经典量子力学的实际发展历程,或许 Dirac 曾经做出许多具体的贡献,但是不得不指出,Dirac 引入形式表述的方式不仅同样缺乏相关物质基础或者形式逻辑的支撑,而且在他“过分轻松”地将这样一些缺乏任何逻辑关联的不同数学表述形式之间的模仿赋予一种“天然合理性”的时候,在有意无意地掩盖理论体系许许多多公然存在的重大悖论的同时,为完全随意无理认定的反常存在乃至进一步走向荒谬提供了错误导向。事实上,如果注意到 Dirac 一方面根本无视“量子力学”和“经典力学”所描述粒子集合在“客观物理内涵”之上可能存在的真实差异,而纳入纯粹的“意识形态”范畴,片面渲染两种理论体系之间存在着本质差异,因此强调必须对经典概念进行批判的同时,另一方面却频繁使用或者简单模仿经典力学中的形式表述,仅仅凭借他所说“根据对经典力学与量子力学之间的类比的普遍性质的了解”的所谓“经典类别法”作为唯一的根据,没有经过任何“有意义的数学证明乃至物理上的解释”,随心所欲地创造着他所说的那些“我们可能希望得到量子力学中的一些规则和定理”的时候,那个被描述的自存物质世界本质上在自然科学研究之中失去了它得以存在的全部基础。于是,在漠视矛盾、彻底否认逻辑的同时,现代自然科学体系只能重新依赖“宗教情结”而存在。事实上,当某些现代理论物理研究者不乏深刻地将 Dirac 和 Einstein 联系在一起,并且以一种顶礼膜拜的口吻指出“Einstein 和 Dirac 的思考方式与研究风格,是从第一性的原理出发,经过严密的逻辑推理和数学演绎,来获得对物理现象的深入和全新理解”,那么,正是“随心所欲杜撰真理”并且“将荒谬进一步变为形而上学”的时候,任何具有独立思维意识的科学工作者都不应该容忍对“科学、理性和逻辑”的亵渎和恣意摧残。面对无尽大自然,除了保持科学语言和科学概念的“严格无歧义性或者纯洁性”以外,需要形成一种自觉意识——任何一种特定的形式表述永远只可能有限真实和条件存在,并且根本决定于那个被描述的物质对象。

显然,“量子效应”是否存在以及可能产生怎样的影响,只能逻辑地归结于那个被研究的物质对象以及该物质对象是否真实发生能够称之为“量子效应”的物理实在,而根本独立于类似 Einstein 以及 Dirac 这样一些智者或者天才们的主观意志。与此同时,对于任何一个合理的理论体系,如果希望对“仅仅作作为物理真实”的“量子效应”做出一种大体真实和合理的“客观性”描述,那么,对于这个“确定物理实在”的刻画“必然也必须独立于另一个自身不具备确定物理内涵”的独立概念——测量。当然,基于“量子跃变”的物理实在而构造的“量子约束”方程也自然相异于 Heisenberg 所说的“测不准原理”:在两者对应于彼此完全不同的物理内涵的同时,量子约束在形式上构造了一种“离散约束”方程,与“量子跃变”严格对应,而借助于“不等式”则只是想当然地被用来表现与“粒子系统自身客观属性”并不一致的“最小”测量误差,当然,测不准原理只能仍然定义在连续域之中。

原则上,Einstein 基于“朴素实体论”的正常意识对量子力学构造的批判无疑是“合理乃至必需”的,只不过 Einstein 没有运用这样一种朴素的科学观去批判同样只能依赖“约定论”而杜撰的“相对论”罢了。当然,仅仅为了应对 Einstein 针对量子力学的批评,Bohr 曾经承认任何“可观察量”的测量都需要首先包容“观测手段、实验安排、实验仪器”等具体人为操作的认定,

那么,由于所有这一切具体的实验操作永远也不可能具有“可重复”的确定物质意义,总自然地将所有与实验操作相关的陈述排除在一个“客观性”的理论体系以外,才可能对 Einstein 正确指出的“不依赖于感觉和测量的物理实在的要素”形成一种理性描述。于是,如果从“纯粹测量”的一般意义上可以指出:“测不准原理”并不仅仅属于量子力学,任何一种形式的测量都会对被测量的运动中物质对象产生某种影响。

但是,虽然“相对论”和“量子力学”同样只能归结为“第一性原理”而存在,两者仍然具有如下根本差异:量子力学属于自然科学体系中的一门学科,相应存在属于这个陈述系统自身希望描述的确定物理实在,量子力学的问题仅仅在于如何为这些希望描述的物理实在做出前提性界定,进而如何在此基础之上重新构造一个能够与其保持逻辑相容陈述系统的问题;但是,“相对论”则完全不然。“相对论”期望能够为整个物质世界构造一个“没有论域限制”或者“独立于任何特定物质对象”的“泛真理”体系。或者说,“相对论”期望“为充满差异和复杂性的无尽物质世界赋予‘统一与和谐’特征,从而能够仅仅服从某一个人杜撰的简单数学公式”的同时,它的全部本质内涵恰恰在于“对于无歧义科学语言系统所必需的‘统一与和谐’的破坏”。当然,“相对论”出现于 20 世纪,并不仅仅属于 Einstein 个人的问题。而是具有深刻的历史原因和现实背景,它是自 Newton 开创现代自然科学体系以来一系列基元概念上的认识困惑没有真正得到澄清,却突然面对着一个更为复杂的崭新物质世界而必然引起进一步认识不足或者认识困惑的逻辑必然。

事实上,如果从“方法论”的角度考虑,正是 Einstein 首先不恰当地将实验操作引入了他的“相对论”之中,并且,将某一个特定“实验操作”之中的特定“测量结果”乃至某一种特定的“操作程式”固定化。当然,这样的“形而上学”思维模式,使得曾经为 Einstein 特别推崇但是相信 Einstein 从来没有真正读懂其思想的 Mach 采取了一种非常规的公开方式,明确在表示“我不得不断然否认成为相对论的先驱者和不承认今天的相对论”的同时,还指出“相对论越来越变成教条”了。科学实验的不同操作模式原则上无以穷尽。因此,一旦将其中的某一个特定操作模式引入到描述“自存物质世界”的自然科学陈述之中,在相关陈述系统依然满足那个符合特定操作程式所获得的实验结果的同时,最终使得整个自然科学体系陷入深刻的矛盾之中。

应该说,正是意识到需要将“具体的实验操作乃至相关实验技术”与描述物质世界自身的自然科学做出严格区分,大多数理论物理研究者才提出需要将“测不准原理”改称为“不确定原理”。但是,关键问题在于如果仅仅改变“称谓”,它并不能真正改变“原来希望赋予或者可能赋予”形式表述的真实内涵。正因为此,另一些研究者对于“目前量子力学体系”的认识应该更为准确和深刻,能够有勇气一针见血地指出:“测量是量子力学的一个核心概念,测不准是量子力学的精髓,不能回避测量问题,不能把测不准原理改成含糊其辞的不确定”;理性意识到并且诚实地指出“量子力学区分主观与客观的困难或任意性”以及整个经典量子力学本质上只能以“第一性原理”为基础,或者必须完全依赖于某几个智者“直觉和顿悟”的“第一性原理”而建立形式体系的现状^[9]。尽管任何一个在自然科学研究中自觉和理性地接受“辩证唯物主义”和“历史唯物主义”科学观的研究者绝对不可能接受“第一性原理”这样一种本质上否定科学精神和科学本质的神学思想,但是,诚实坦白而不是曲意掩饰,恰恰是铲除认识悖谬与重新探究真理的唯一基础和必要前提。如果说科学史家曾经指出,Newton 对于现代自然科学发展的伟大功绩根本地在于他首次对 Descartes“自然哲学”所主张的“第一性原理”构成了一种否定的话,那么,这样一种否定远不彻底,而且现代科学世界在面临着一系列没有解决的重大科学难

题的时候,一个体现人类理性意识和科学精神的历史使命仍然在于:如何将这样一个并没有得到彻底否定和清算的“第一性原理”,以及任何只能依赖于“直觉和顿悟”而存在的第一性原理之中几乎必然深刻隐含着的种种“逻辑不自洽”现象从整个自然科学陈述中铲除出去。也就是说,主要由西方科学世界做出巨大历史性贡献的现代自然科学体系,再次面临如何捍卫自然科学研究必须严格遵循“物质第一性”和“逻辑自治性”两个基本原则的问题。同样,需要自觉形成一种理性意识,即辩证唯物主义和历史唯物主义并不仅仅是信仰,更不是口号,而是科学。

事实上,如果仍然采用这位信仰“第一性原理”但是不无真诚研究者所做的分析,在目前的经典量子力学研究中,实际上往往会涉及两种本质上完全不同的过程。其中,一种被其称之为“是作为研究对象的客体在不受研究者干扰时的运动”,而另一种则被称为“作为研究者主体的观察对象对观察对象的测量过程”。并且,这位诚实的研究者明确地将这样两种不同过程的存在根本归咎于“量子力学区分主观和客观”的困难,以至于整个量子力学最终只能依赖于为该研究者所认同并且以为需要特别宣扬的“第一性原理”而得以存在^[5]。

在自然科学研究中,任何一个科学工作者都不可能完全拒绝“朴素唯物主义”影响,即使是 Einstein。Einstein 的内心始终潜藏或者涌动着“实体论”的朴素意识,以至于在 20 世纪初“约定论”和“实体论”的重大争论之中,Einstein 公开站在了“实体论”的一边。因此,或许可以相信,对于大部分科学工作者而言,他们不可能真正愿意接受这样一种“形而上学”的划分或者基于“神学意识”的诠释。但是,指出量子力学涉及“客体自身的运动”以及“依赖于测量者主观意志的测量过程以及相关测量结果”这样两种不同物理实在的陈述却是真实的。它告诉人们这样一个基本事实:在经典量子力学中,量子系统的“态”和“力学量”实际上属于“彼此并不构成确定逻辑关联”的两个“独立”概念。只不过局限于目前的经典量子力学,只能凭借该研究者认同的“第一性原理”做出纯粹“主观”意义之上的划分罢了。事实上,也仅仅因为这两个不同独立概念的存在,才可能摆脱 Einstein 针对量子力学中混淆“态”和“力学量”而提出的合理批判。反过来说,正是在这个自然科学基本理念的认识上,Einstein 基于一种“平常的理性意识”,对量子力学做出的严厉的批判是完全合理的。事实上,如果量子力学允许引入一个能够被称之为“态”的物理量,那么,一旦某一个粒子系统的“态”得到确定,属于该粒子系统的所有物理量原则上必须相应得到形式意义上的“唯一”确定,而与人们如何对这些物理量进行具体测量完全无关。至于整个形式表述系统所定义的物理量是否具有“确定性”意义,还是仅仅具有“概率性”意义则属于另一个“完全独立”的命题,并不影响“任何具有完备意义的形式系统”在形式上必须具有的“确定性”要求。于是,立即可以做出断言:经典量子力学中关于“态”和“力学量”这样两个概念的陈述根本不可能保持“逻辑相容”。无论人们面对的物质世界多么复杂,但是,作为一种最朴素的基本常识都可以确信:自然科学之中的一个陈述系统如果能够被认作是恰当或者大概合理的,那么,一定只是因为这个陈述系统大概符合被描述的特定物质对象而已,相反,不同形式表述所显示的差异只可能决定于物质对象自身的差异。因此,无需也不允许现代西方科学世界所做的那样:一方面否定逻辑、公然将理论物理必需的数学严谨性称之为自欺欺人、容忍形形色色矛盾的前提性存在,另一方面却又将那些他们也只能视之为“有趣游戏”的不同数学式推至“第一性原理”的位置之上,一厢情愿地期待自存的物质世界能够并且必须“逻辑地”服从那些只能依赖于“宗教情结”而生存的普适真理,继而再随意杜撰无以穷尽的“反常概念”去解释物质世界中自存的物理真实。难道所有的这一切不才是真正的自欺欺人吗?

在经典力学中,人们将粒子系统那些可以“自由变化”的广义坐标所构造的抽象空间称为

“状态空间”。于是,相容于“状态空间”的定义,当且仅当粒子系统所有独立的广义坐标得以确定时,粒子系统的运动学状态能够也必须得以完全确定。经典力学和量子力学同属于人类为了描述物质世界而构造的两种不同科学陈述体系。因此,经典力学和量子力学所描述的粒子系统正是“独立于人们主观意识以外的客观存在”,并不因为出现了不同人为构造的陈述系统而出现本质差异,粒子系统的真实物理学状态需要也依然能够为状态空间中的独立坐标而得以唯一确定。但是,根本问题在于:除了经典力学和量子力学可能共同面对某一个相同的粒子系统以外,量子力学还需要对与 Planck 最早发现“量子效应”相对应的物理实在以及这种物理实在对粒子系统造成的影响做出描述。这样,对于处于“量子效应”之中的粒子系统而言,状态空间之中那些原来可以独立变换的广义坐标不再独立,需要满足由量子效应决定的“量子约束”补充方程。因此,在量子力学研究中,当且仅仅当存在着量子效应,并且只是当人们需要表现这种量子效应所产生的真实影响时,由于补充“量子约束”方程的存在,粒子系统“状态空间”的自由度相应减少了一半。但是,对于此时的粒子系统,同样需要并且仅仅需要状态空间中的所有“独立广义坐标”得以唯一确定,粒子系统的“运动学状态”以及定义于该粒子系统之上的“所有运动学量”可以也必须相应得以唯一确定。不同形式系统的差异决定且只可能决定于被描述物质对象自身蕴涵的差异。毋庸置疑,此时同样允许人们选择不同的运动学坐标作为描述粒子系统运动学状态的不同的独立坐标,而且,与其针对独立坐标做出的不同独立选择,真实存在的量子效应自然地对应于不同形式“量子约束方程”的存在。也就是说,除了与“量子效应”所对应的“量子约束”方程使得粒子系统的状态空间缩小以外,量子力学和经典力学对于粒子系统的描述在原则上没有也不允许存在任何本质差异。因此,为什么不认真对待和努力寻找两种不同描述中蕴涵于“物质对象”自身的客观性差异,反而放纵随意猜测,甚至不惜杜撰概念、容忍矛盾、放弃逻辑,对于将自然科学体系中的两个能够也必须保持逻辑相容的陈述系统,强行构造一种纯粹形而上学意义上的无理分割呢?

与有限大的“量子效应”在物理上必然蕴涵着许多“未知的过程细节”特征保持一致,相应存在“离散”的“量子约束”方程。而离散约束方程的客观存在,则逻辑地意味着不可能提供在数学上具有确定意义的唯一解。进一步讲,因为离散量子效应蕴涵“未知”的过程细节特征,粒子系统在经历量子效应以后的最终结果只可能是“或然”的,不可能对粒子系统经历量子效应以后的最终结果做出肯定性的预测。显然,也正是在这个意义上,人们几乎可以断言:即使能够对粒子系统量子效应的基本规律做出描述,它也只能表现为一种“统计学”的描述。当然,对量子力学统计特征的推测完全是“物理”或者“物质”的,与最终只能归结为“第一性原理”的纯粹主观臆测根本不同。的确,由于离散“量子效应”本质蕴涵细微特征的不可知性,客观地造成了粒子系统在经历了量子效应以后最终状态的不具确定性。但是,既然量子效应属于客观存在的物理真实,那么,人们总可以理性地确信:对于“自存”的物质世界而言,在其满足基本物理学规律的“可能或者允许”一切运动形式之中,只有那个“最有效形式”的运动才可能是属于物质世界自己的一种“最可几”形式。当然,此处所说的“物理学基本规律”绝对不是西方学者作为“形而上学”而强加于物质世界的“第一性原理”,它们仅仅是蕴涵于“特定理想化物质对象”自身的“抽象同一性”或者“共性”特征。并且,因为这些“共性”特征原则上只可能逻辑地隶属于“理想化”物质对象,而永恒差异于真实存在充满复杂性的物质世界,只属于“相对真理”的范畴,所以形式表述系统之中与最小作用原理一致的结果仍然只能表现为一种“最可几意义”上的预测。进一步讲,此时针对量子力学需要讨论的问题,人们仍然可以借助具有普适意义的能

量极值原理,将粒子系统在经历了量子效应以后的“状态”乃至仅仅属于“该状态”的全部“物理学量”做出具有“确定形式意义”的唯一认定。当然,并不是属于这个特定状态的物理学量无法相应确定,而只是由于通常无法完全确定量子效应的“细节”或者真实历程,导致量子力学最终给出的“状态”仅仅具有“几率”意义,于是相应属于该量子力学状态的所有物理学量也只能具有“几率”的意义。因此,存在于不同形式的“对偶坐标”之间,由真实“量子效应”所决定的“量子约束”同样刻画了一种物理真实。定义于不同对偶坐标之间的量子约束,绝对不能等同于仅仅凭借 Dirac 妄称为“作为一个数学家曾经有过的最杰出的见解之一的,经典力学运动方程的 Hamiltonian 形式的重要性在于容易把它推广以引进非交换性”而杜撰出来的量子力学算符。如果说,存在于经典力学运动方程和量子力学方程之间两种算符系统的对应关系,在需要被用作构造整个经典量子力学的形式基础的时候,这种对应关系的“合理性和存在基础”只能被 Dirac 一句“有趣游戏”而轻描淡写地带过,无疑显得草率和荒谬。事实上,可立即找到许许多多的反例:一种存在于经典力学力学量之间的代数关系,根本不适用于量子力学中的微分算符关系。同样,和 Schrödinger 方程纯粹杜撰出来同出一理,量子力学从来没有真正求解过这个方程。而且,既然 Schrödinger 方程是定义在连续可微空间中的波动方程,如果这个方程的解真的存在,那么这个解也只能是连续函数,而不允许出现量子力学所期待的离散函数。事实上,将借助类似于“离散频谱分析法”中仅仅属于泛定微分方程的离散函数错认作为数学模型的解了。毋庸置疑,这才应该是 Landau 之所以会在其所著《理论物理教程》的“量子力学卷”序言中公然将“理论物理中的数学严谨性称之为自欺欺人”的真实原因。除了根据“第一性原理”规定某种“计算程式”以外,量子力学是根本没有数学的。

对于任何一个物质系统,它的“状态”必须具备一种完整意义:一旦人们确认了某个状态,那么,属于物质系统这个特定状态的所有物理量必然随之唯一确定;反之,如果存在量子力学所述彼此独立的“力学量完备组”,那么,随着“力学量完备组中的所有力学量”得以确定,物质系统的状态也同样得到确定。因此,在没有提供任何严格证明的情况下,量子力学为“力学量”和“力学量算符”构造的逻辑关联,本质上成为与“量子力学基本方程”彼此独立的另一个物理学陈述。这样,在量子力学中同时存在两个“独立”状态,一个是与某“力学量完备组”相对应的“确定”状态,另一个则是需要满足“量子力学基本方程”的“态函数”所决定的另一个“确定”状态。本质上,粒子系统同时存在两种“独立状态”必然构成一种“逻辑自悖”关系。对于任何一个特定的形式表述系统,确定粒子系统特定状态的“独立变量”或者“独立广义坐标”的选择是自由的。但是,一旦独立变量或者独立变量构造的状态空间已经选定,那么,属于同样粒子系统的任何其他“力学量完备组”不再具备独立意义,只能成为上述独立变量的“因变量”而存在。但是,量子力学恰恰混淆或者否定自变量和因变量之间必须服从的“逻辑隶属”关系,使得“Hilbert 空间态函数”和“力学量完备组”对应于对粒子系统的两种独立状态。当然,在经典量子力学的形式体系构造中,这是人们不同于自然科学体系中的其他陈述系统,不得不赋予“测量”以一种独立意义或者特殊地位的原因,最终造成整个经典量子力学体系的逻辑紊乱。于是,在如何认识粒子系统的某一个状态以及属于该特定状态的物理量的逻辑关联上,Einstein 针对量子力学所作的严厉批判是应该完全合理的。

量子力学与自然科学的其他学科如果存在差异,那么,这样的差异只能决定于被描述的物质对象或者需要表现的物理现象有所不同,而不可能归咎于基本科学原则的不同。这意味着,即使在所谓的微观世界研究中,对于被研究物质对象的研究以及做出前提性的形式认定始终

具有基础性的根本意义。与此同时,人们需要形成一种理性意识:为任何形式系统所定义的物质对象都永恒差异于自存的物质世界,因此,只能将形式系统所定义的物质对象称为对于物质对象的一种“理想化”认定。另一方面,对称性逻辑地意味着简单和同一性,而非对称性则对应于复杂和差异性。因此,当人们需要探询那些许多尚未认识或者了解的“微观物理实在”的时候,往往可以借助于形形色色坐标变换中出现的不同形式“守恒量破缺”来推测微观实体内蕴的某种更为复杂的结构特征。在这个意义上,“守恒和对称”只可能条件地存在,而“不守恒和不对称”则更为真实地刻画蕴涵于“充满差异和复杂性的无尽物质世界”之中的普遍真实。或者说,守恒定律仅仅是一种理想化,守恒和对称自身不具有普适意义,不同形式的守恒特征只能逻辑地隶属于不同形式的“理想化”物质对象。因此,不允许将“守恒律或者对称性”形而上学化。

人们熟知,即使十分地崇敬 Einstein,一些诚实的哲学家也曾经公允并且开门见山地指出:“Einstein 的哲学思想却是庞杂、混乱和摇摆的。”事实上,在 20 世纪初西方科学世界曾经发生的关于“实体论”和“约定论”的重大争论之中,Einstein 的确站在了“实体论”一边,天真地以为他“创造”出来的几乎就是物质世界普遍存在的客观现实。当然,Einstein 针对量子力学所进行的严厉批判,同样体现了与这样一种“实体论”朴素意识大体保持一致的思想。但是,在如何对待 Einstein 针对量子力学的持续批判上,作为量子力学创始人之一并且总被人们与 Einstein 相提并论的 Dirac,则似乎扮演了一种十分微妙的角色。Dirac 不仅没有对 Einstein 基于“实体论”意识的批判做出任何回应,而且他所创造的“非对易代数”以及一整套“数学表述方法”恰恰在将量子力学彻底引入“形而上学”的同时,将“约定论”推至另一个登峰造极的地步。应该说,这才是许多研究者提出只能用“第一性原理”看待量子力学,并且将 Dirac 与 Einstein 的基本哲学思想归于本质一致的根本原因。此处,不妨认真阅读和理解年近迟暮的 Dirac 到底是怎样重新审视和诠释量子力学的。在 1975 年题为“量子力学的发展”的讲演中,Dirac 指出量子力学的概念“从根本上违背了 Newton 定律”,另一方面,又一再强调“Heisenberg 新力学的一个重要之点就是,动力学变量服从一个代数,它不遵守乘法交换律”,而“Hamilton 力学的重要性在于容易引进这种非交换性”,使得“我们有可能比较容易地从 Newton 力学的 Hamilton 形式过渡到 Heisenberg 的新力学形式,从而形成了量子力学的新方程”。姑且暂时不论一切真正理性的科学陈述为了符合“无矛盾性”基本原则,必须满足“始终保持概念、语言严格统一或者无歧义”这样一个必须严格遵循的前提性要求。但是,对于任何具有科学常识的人都应该知道这样一个简单而平凡的基本事实:在经典力学中,Newton 表述和 Hamilton 表述除了具体“形式表述”方程有所不同以外,两种形式表述系统本质上没有任何差异,共同表现了粒子系统需要遵循的相同物理学基本规律。因此,作为建立量子力学形式系统的全部基础,在将其与经典力学之中的 Hamilton 表述构造某种确定逻辑关联,并且以任何严肃科学陈述所无法容忍的轻率态度,将这个具有核心意义的逻辑关联仅仅归结为 Dirac 所说“有趣游戏”的时候,人们不能不提出这样的置疑:量子力学在对经典力学的 Newton 表述构成逻辑否定的同时,为什么允许将本质上与 Newton 表述完全保持同一的 Hamilton 表述当作构造量子力学的基础呢?显然,无论从形式逻辑自身还是从形式表述所对应的物理内涵考虑,Dirac 对量子力学的诠释都是彻底悖谬的。Dirac 在他的同一论述中还这样提出:“也许结果最终证明 Einstein 是正确的,因为不应认为量子力学的现在形式是最终形式,量子力学虽然是到目前为止人们能够给出的最好的理论,然而不应当认为它能够永远地存在下去。我认为,很可能在将来

某个时候,我们会得到一个改进了的量子力学,使其回到决定论。”其实,这只能视为搪塞之辞,和他所说的“有趣游戏”一样只能被视为“戏言”或者纯粹主观主义的随意猜测,没有任何严肃的科学意义。事实上,也正因为一种习惯使然的“简单形而上学”意识,在随意构造“形式化变换理论”从而必然掩盖大量“逻辑不相容问题”的同时,Dirac 不可能形成一种理性意识或者具有识别能力,能够认识到“量子力学统计诠释”自身蕴涵的“物质”基础。当然,这个“独立于任何约定论者主观意志而客观存在”的物质基础就是:超越量子力学自身的“有限论域”,无法描述其过程细致性特征然而真实存在的“离散量子效应”的物理实在。可以确信,如果没有理性地意识到蕴涵于物质对象之身的物质基础,那些依赖人为想像而杜撰出来的“隐参量理论”同样也不可能真正获得成功。

自然科学是用以描述那个自存的物质世界的。这样,即使从最简单的逻辑推理考虑,物质世界存在自身才可能成为人类构造自然科学体系的“唯一”基础。或者说,自然科学只可能渊源于经验事实或者人类进行的科学实验。因此,哪儿有什么“第一性原理”,而且还只是那些“允许描述者自身无视矛盾、放弃逻辑,却要求被描述的自存物质世界必须逻辑地服从根据‘约定论’而随意杜撰出来的陈述系统”这样一种完全荒唐无理的“第一性原理”呢?或许应该以“历史唯物主义”的科学观出发,客观地承认在近代科学史上诸如 Einstein 首先强调和予以特别重视的“质能变换”关系对于扩大人类认识物质世界的视野,以及对于现代人类充分享受的丰富物质生活都曾经发挥了巨大影响和推动作用。但是,科学并不简单同一于技术。而且,科学和技术始终在互为依赖和互为促进地发展着。科学的本质在于理性,理性自然为技术繁荣提供基础;宗教则意味着愚昧,愚昧必然阻滞技术的进一步发展。事实上,对于在现代技术和现代生产之中发挥重大意义的“质能变换”关系,它同样只可能属于物质世界自身真实存在的一种“物理实在”而绝对不可能通过某一个理论演绎地推导出来。如果能够仅仅使用一种“逻辑推理”方法,从某一个具有独立意义的物理学陈述推导出另一个具有独立意义的物理学陈述,那么,要么两者本质同一,要么不是逻辑推理。演绎逻辑永远也不可能推导出比逻辑前提更多的独立命题。其实,作为经验事实“直观性”描述的一种形式,质能变换早于年轻的 Einstein 提出“相对论”的许多年以前就已经为实验物理学家所发现,而且,不难做出严格论证: Einstein 自己为“质能变换”构造的证明前后充满矛盾,而不同理论物理著述为其重新构造的不同证明,其中任何一个都隐涵逻辑悖论,此外不同的证明还处于逻辑互悖之中。或许可以说,这同样是 Landau 只能将理论物理中的数学严谨性称之为自欺欺人的缘故,尽管现代科学世界将理论物理定义为数学写就的物理学。因此,需要对自然科学的真实内涵重新做出界定。其实,面对无尽大自然,人类或许永远也不能说出物质世界中物理实在得以存在的真实原因。相反,作为自然科学的根本任务在于也仅仅在于,使用统一的科学语言,将物质世界中的不同真实存在“有限真实但是必须无矛盾”地描述出来。当然,也正是在这个意义上,人们可以确信科学理性的全部内涵就在于“无矛盾性”之中:形式系统与被描述的“理想化物质对象”之间的严格逻辑相容。以及建立在“不同理想化物质对象”之上不同陈述系统之间的严格逻辑相容。等价地说,自然科学之中的不同形式系统就是对自存物质世界某种物理真实理想化认定的逻辑必然。因此,总可以相信:只要存在就应该是合理的,必然也必须具有可解释性。当然,曾经让 19~20 世纪的科学世界所困惑的 Michelson-Morley 实验,以及为什么量子力学只可能表现统计特征等等都是可解释的,并且,它们的可解释性仅仅决定于被描述的物质世界自身。

.....

历史以自己的规律在运行,往往表现出惊人的相似。但是,历史绝对不是简单重复,而永远以新的品质和内涵向人们展现历史自身的共性规律。人类曾经拥有古希腊璀璨科学文明的曙光,但是继而又经历了几乎 1000 年罗马宗教对于理性和科学的禁锢和束缚。然而,这并不是历史的简单倒退,而是古代朴素科学文明在生产技术中的具体应用,并且在这种漫长发展和积淀过程中重新孕育着新的科学文明。与此同时,20 世纪中空前物质繁荣,正是 17~20 世纪构建现代自然科学体系先行者打破中世纪宗教桎梏给人类带来的丰硕果实。当然,同样需要再次摆脱现代神学对人类理性的束缚,将自然科学从“否认逻辑、容忍矛盾的约定论”的形而上学以及“纯粹自欺”之中解脱出来,那么,人类对自然的理性认识将再一次走向深刻化。

二、关于本书的主要结构

本书最初只由三个部分组成,后来曾经扩充为五个部分。其中,名为“经典理论若干基元概念的重新认识”的第一个部分,主要是提出现代自然科学体系中量子力学以前其他经典理论中一系列并没有真正解决的“基元认识”问题,希望通过简单陈述经典理论中若干重新推导得的结果作为进一步讨论量子力学的思考基础。在“经典量子力学反思及形式系统的理性重建”的第二部分,相关讨论集中在“经典量子力学”以内,顺便指出本书所述的“经典量子力学”只是大概指 20 世纪上半叶科学世界已经建立的那个量子力学的基础部分。在这个部分的论述中,首先努力以“逻辑自治性原则”作为唯一判断基准,尽可能寻找和发现量子力学体系可能存在的任何细微矛盾或者悖论;其次试图对量子力学被描述物质对象做出具有确定形式意义的前提性理想化认定,从而能够以这个前提认定作为唯一基础,重新构造一个仅仅属于这个特定物质对象的形式系统;继而力图探讨和揭示经典量子力学“在描述许多希望描述的物理真实方面为什么能够获得成功”的原因,以及考察属于这个形式系统的“逻辑前提、有限论域”这样一些以往科学世界从来没有认真对待的前提性问题,并且,最终对经典量子力学中许多基本概念进行重新澄清。在全书命名为“坚持自然科学研究中的理性原则”的最后一个部分,则希望针对出现于 20 世纪包括“数学”在内整个自然科学体系的哲学基础以及形式逻辑主要特征进行总体意义上的大概探讨和反思。至于现在书中的第三部分,即“经典电磁场理论及经典电动力学的一般反思”的部分是最后才补充进来的,是对笔者前些年完成初稿的 Reflection and reinterpretation on electromagnetic theory——Philosophical and mathematical examination of Maxwell's equations 一书的浓缩、修正和重新整理。之所以最后决定把关于“经典电磁场理论和经典电动力学”的讨论纳入本书,是因为随着讨论的问题不断展开和深化,笔者逐渐形成这样一种判断:出现于 20 世纪科学世界中的认识困惑和认识反常,都根源于 Maxwell 构建的经典电磁场理论体系在基本物理概念以及相关形式逻辑上存在一系列不足、不当乃至错误的问题。因此,如果不能解决经典电磁场理论的基础性问题,“相对论”以及“量子力学”的问题也永远不可能真正得到解决。此外,原来还有“自然科学研究中的承继性和整体性内蕴特征”的第五部分,是笔者在完成包括量子力学以及涉及现代理论物理其他学科在内的一般性思考,并且,还相应重新给出了一系列形式表述以后,觉得需要对这些独立得到的研究结果进行一个大概的归类,以便于自己以及读者对这些重新认识的认识再进行一种整体意义上重新思考和批判。但是,考虑到笔者工作的需要以及根据笔者的提议,这部分内容已经由上海交通大学出版社以《自然科学体系梳理》的名称于 2005 年 1 月出版,故而此次出版本书时不再加入这部分内容。但是,《自然科学体系梳理》一书只反映笔者 2004 年 5 月以前的研究工作,本书包括最后一章

针对“广义相对论”所作论述等在内的其他研究结果都没有能够纳入《梳理》一书之中。

三、关于书写本书的背景说明的大概思想

任何人都不会拒绝这样一个基本事实：四个世纪以来，以西方学者为主体的科学主流世界对于构建庞大的现代自然科学体系，乃至对于整个人类现代物质文明的极大繁荣做出了历史性的巨大贡献。但是，人们同样不应该否认另一个基本事实，这就是：共同生活在地球上的人类其实是一个休戚与共的共同体，当然，源远流长、丰富多彩并且无所终止的自然科学体系也理应属于整个人类。

事实上，目前的自然科学体系远未完善，人们需要切实回答“到底什么是 Newton 力学体系中的惯性系和克服由于无穷多惯性系的存在使得物理学中的所有与运动学状态相关的物理量不具确定性意义”的问题；需要重新思考“Maxwell 的经典电磁场理论中关于‘位移电流’所作的人为假设是否合理以及如果它必须存在则应该对应于什么样的真实物理内涵”的问题；需要认真反思“Michelson-Morley 实验难道的确像 Einstein 所说的那样‘无需也不允许’作出解释，以至于必须以一对‘矛盾事实’作为构造‘相对论’基础”等许许多多属于现代自然科学体系的前提性基本问题。可以做出严格证明：几乎在至今自然科学体系为人们熟知所有没有解决的科学难题中都相应存在数学推导不严格或者逻辑不自洽问题。而且，自 Newton 开创现代自然科学体系的四个世纪以来，西方学者始终没有真正学会如何对被描述的特定物质对象首先作出具有确定形式意义的认定以及理性意识到这样一种前提性确认对于构造形式表述系统所具有的根本意义，相反过分简单地把某些基于局部性经验事实的合理陈述当作形而上学或者普适的绝对真理，使得整个现代自然科学研究在哲学理念上始终处于导向性错误之中。正因为此，如果说西方科学世界曾经在形式逻辑方面做出了许多历史性的贡献，但是，同样恰恰是西方科学世界首先抛弃了以逻辑相容性为本质内涵的理性原则，公然容忍自然科学体系中形形色色矛盾的存在，使得人类的自然科学研究再一次陷入神学构造的愚昧和蛮横无理之中。

顺便指出，在某些著名西方学者书写的科学论著中，常常可以看到这样一种习惯性的认识反常或者偏见：自然科学体系中一旦出现某种逻辑混乱长期无法解决，以至于最终只能采取一种“模糊”方式回避这些矛盾的客观存在的时候，这些西方学者似乎总喜欢提到他们所说的“东方智慧”，从而强加给东方人思维以这样一种内核：东方智慧意味着对于矛盾的容忍乃至最终成为思维理念逻辑混乱的辩护所。其实，目前科学主流世界习惯使用的这样一种思维定式完全失实，也是非常不公正的。如果说东方人的思维习惯与西方的习惯思维之间的确存在着某种差异，那么，这种差异通常主要表现在这样两个方面：首先，在西方人擅长于通过“剖分”获取更多细致知识但是容易将这样的分割不加限制地引向“无穷”并且还特别喜好将其“绝对化”的时候，东方人则往往更侧重于“整体”意义的分析以及强调局部性特征对于整体存在的“依赖”关系；其次，如果说西方人总习惯于使用“基本定律、一般原理或者普遍规则”这样的词汇，而东方人则在提出“知之为知之、不知为不知”以警醒自己从而对知识自觉地作出某种“限制和约束”的同时，自然地蕴涵着某种“整体思考和辩证思维”的朴素意识。

同样值得指出，笔者对于西方学者或者整个西方科学世界并无偏见。如果说西方科学世界中的某些研究者因为他们祖辈曾经为现代自然科学研究做出许多历史性的巨大贡献往往会不自觉地形成一种“天然”的自傲情结，难以掩饰对于东方民族的一种潜藏着的偏见和优越感，那么，这样的情绪尽管不无幼稚和可笑，但是仍然是完全可理解的。虽然对西方习惯思维的过

分简单和形而上学化,以及将这些过分粗糙思维下得到结论的过分夸大乃至过分自得感到不可思议以外,但是恰恰是西方民族的率直、大胆、自信、认真乃至某些善于经营者看来的过分幼稚和天真,使笔者无法遏制发自内心的真诚赞美。反过来,面对国内普遍存在由于缺乏自我意识而长时间形成的尾随主义哲学思潮则不能不感到深切悲哀。真正科学的必然是自然的,一定容易为人们理性地接受。因此,可以相信,在以西方学者为主构建的现代自然科学体系中,每一个晦涩难懂只能依赖于“第一性原理”而存在的地方无不存在着严重的逻辑不相容问题,并且,只要真正采取诚实的态度并不难解决目前自然科学体系中普遍存在的逻辑不相容问题。或者说,为了属于整个人类的科学事业,需要将东西方民族中那些原本属于人类品质中最优秀的部分结合起来,共同应对大自然对于人类的挑战。

面对“充满差异和复杂性”的大自然,人们需要认识的是那个“自存和无尽”的物质世界。或者说,自然科学的本质任务仅仅在于使用“无歧义”的科学语言对蕴涵于自存物质世界中不同“特定”部分的不同“抽象同一性”做出描述。一旦某一个被描述的物质对象符合于此处所说物质世界中的那个“特定”部分,那么,它必须满足与其对应的“抽象同一性”。当然,这才是西方科学世界通常所说“自然规律”的根本内涵。因此,一旦像目前西方科学世界所做的那样,容忍篡改语言、放弃逻辑、崇尚“第一性原理”,已经谈不上自然科学的存在。人类对无尽大自然的认识只可能永远处于逐步深化之中,自然科学需要通过对于认识的重新认识或者批判的再批判之中得以发展。为此,笔者同样真诚期待着读者对于许多年来针对现代自然科学体系所作批判的再次批判,并且重复地指出,作为对量子力学哲学基础所作的初步探讨,仅仅期望表达这样一个基本理念:自然科学中的一切形式表述系统只能是条件存在和有限真实的,根本决定于这个形式系统希望描述的物质对象和发生在这个物质对象之上的物理真实,因此,对于被描述“物质对象”及其需要表现的“物理实在”乃至与该特定物质对象发生作用的“物质环境”作出前提性的理想化认定,将成为重新构造理论体系的唯一基础。

书写与量子力学相关的著述,或者更为准确地说应该是开始认真学习量子力学,对量子力学进行一种真正较为深刻、严肃和系统的思考,实质上开始于2003年的4~5月间。原来,在《湍流及理论流体力学的理性重构》书稿交付出版社以后,只是希望能够将最初写于2001年的Reflection and reinterpretation on electromagnetic theory——Philosophical and mathematical examination of Maxwell's equations一书能尽快定稿出版。该书除了较为系统地讨论了经典电磁场理论中的一系列基本问题,进一步论证Maxwell关于“电位移”所作的“人为”假设既不需要也不允许,可以采用纯粹演绎逻辑的方法推导一个与经典表述并相同的形式表述,指出在经典的Lenz电磁感应定律中由于出现了形式系统“逻辑主体”的错位而出现相差一个符号这样一些属于这个经典理论体系以内的问题。另外还通过相当的篇幅,论述了这个经典理论体系中一些看似没有联系然而彼此本质关联的若干问题。但是,量子力学是整个现代自然科学体系中影响最大,涉及内容也最为广泛的理论体系。特别是,当笔者明确提出“目前的整个自然科学体系尚远未完备,需要在‘物质第一性’和‘逻辑自治性’两个基本原则指导之下,对自Newton开始的整个自然科学体系进行一次‘历史性和全局性梳理’的重大科学命题”以后,笔者已经逐步形成一种意识,无法回避量子力学的问题,甚至不可能在不真正了解量子力学的情境下讨论经典理论以及“相对论”的问题。

然而,笔者发现,要能够真正读懂甚至读进“量子力学”实在太不容易。其实,当笔者还比较年轻的时候,就不止一次地浏览过量子力学,甚至还曾经下过决心要通过对不同著述的认真

比对,努力理解量子力学的基本思想。但是,这样的努力一直没有成功,并且还往往因此而自责。一个始终让内心困惑的问题在于:尽管量子力学中的数学过分“花哨”,其实并不深奥,但是却始终没有真正搞清楚整个理论体系到底希望描述些什么,或者说到底是什么样的“物理实在”才是这个理论体系希望描述的对象。而且,与学习其他领域的知识完全不同,在阅读不同作者或者不同版本的量子理论时,不仅难以让人们从内心产生对几乎任意一门自然科学理论体系以“严密逻辑关联”为基本特征的一种“科学美”的体会或者呼应,相反,则始终需要不断强制自己以“不容思辨和反驳”的方式首先去接受这个理论体系构建者们提出的一系列“反常”认识乃至相关逻辑推理中一系列过分明显的错误。无疑,这对于任何一个已经习惯理性思考的研究者来说不能不是一种十分痛苦的心灵历程。

事实上,也正因为此,特别是随着年龄的增大和精力不断下降,内心逐渐形成这样一种潜在意识和判断:绝对不要輕易碰量子力学,并且曾经考虑彻底放弃对这个陈述体系进行任何深入思考的尝试。但是要感谢上苍,如果再不能获得突破或许将不得不真正彻底放弃的这最后一次努力,并没有白费。其实,读不懂量子力学正是目前量子力学的一种本质内涵,并且,笔者也恍然大悟:这与目前科学世界所公认 Einstein 并不懂得“相对论”异曲同工,量子力学的构建者们和认同者们至今也不知道这个陈述系统是真正描述什么样“物理实在”的问题。于是,量子力学只能被当作微观世界中的“第一性原理”而存在着。当然,反过来讲,目前的量子力学肯定远不完善,甚至无法视为一种真正意义上的科学,同样面临需要重新梳理的问题。另一方面,要重新梳理量子力学,则起码需要首先明白量子力学到底“希望描述”什么,最后才可能对“怎样描述”进行判断。

可以认为,本书最初的编排大体上正反映了这样一种基本思路。或者说,本书是努力按照上述思想的导引,较为完整地反映如何逐步探悉和认识量子力学希望描述的“物理实在”到底是什么,继而逐步理解和深入领会经典量子力学的基本思想与如何在“实际应用”工程之中反映这种思想,以及“为什么”、在“多大程度”上能够与被描述的物理真实相符合,最后再对这些基本思想的“正确性”进行判断和考虑“如何修正”的这样一种大体思维过程。

一般而言,在讨论某一些本质上存在重大认识困惑或者思维反常的理论体系的时候,需要尽可能保持一种“朴素、平凡、简单”的思考意识或者尽可能努力追寻构建者们最初曾经真实经历和思考痕迹。这样的思考方法不仅对准确认识和理解理论体系的基本思想不无裨益或者是必需的,而且正需要通过学习、了解和重新考察构建这个理论体系曾经经历的真实思考历程,才可能对这些思考中可能存在的不足、不当乃至根本的导向性错误形成一种大概合理的判断。否则,如果只需要接受目前量子力学最终给予人们那种“公理化体系意义之上的形式结构”或者仅仅作作为“处理试验数据某种具体计算方案的一种基本约定”,乃至干脆接受目前科学主流社会直截了当提出的基本主张,即“需要或只能将量子力学当作第一性原理对待”,那么,在量子力学被彻底凝固化的同时,人类的自然科学本质上也走到了尽头。因此,如果真的把量子力学当作一门“科学”而不是“与第一性原理保持本质同一”的“神学”那样去认真学习和阅读的时候,需要真正关注的绝对不是那些最终结论或者被认定为“公理化体系”而存在的固定结构,恰恰相反,是对于 Bohr, Heisenberg, Schrödinger 等经典量子力学体系构建者们在他们创建这个理论体系时曾经经历的真实思考。并且,进行这种思考的时候需要切记,必须把他们首先视之为“凡人”,认真考虑他们仅仅作为一个“平常人”曾经进行过“平常思维”的真实思考,以及对于这些平常人曾经进行并且本质上至今也没有真正解决的“所有争论”予以一种特别的敏感和重

视,那么,这样的学习才可谓一种真正科学意义上的学习。

无需掩饰,笔者并不主张甚至相当厌恶学术界的某些人往往总喜欢过分频繁乃至过分轻率地套用“天才、伟大、睿智”这样的词语,将它们置于许许多多曾经对建立人类的自然科学体系做出历史性巨大贡献的开拓者之上。的确,对于前人的过分赞誉毫无风险。但是,赞誉者不仅难免“自恃和自显聪明”乃至某种“功利主义色彩”之嫌,而且往往正是一些习惯于过分赞誉的“学者”并没有真正读懂前人思想的本质或者精髓。以至于这样的赞许如果过当,反而会阻滞人类自然科学的正常和持续发展。从历史唯物主义的科学观考虑,自然科学发展本身被赋予一种历史必然性,它本质地决定于某一个特定历史时代的生产和技术水平,而作为做出某种具体贡献的科学研究者的个人尽管一定不乏许多过人之处,但是历史上的任何大成就者则更需要“诚实、执著乃至献身精神”,当然或许更为幸运的则是历史给了他机遇。

或者笔者不能不坦率地指出,当 Dirac 在几乎不作任何严格证明与理性解释,仅仅将其称之为“有趣游戏”的形式模仿作为他能够“不断创造”新方程的唯一基础时,本质上并没有真正的睿智和科学可言,当然也远谈不上某些学者所称誉的“天才和深厚数学造诣”。如果某些研究者的确具有某种“数学思维”的才智,那么,这种才智首先需要表现在对任何隐涵的细微矛盾或者逻辑悖论的敏感和揭示。如果赋予“逻辑不自洽”以法律地位,只能成为对数学的亵渎。同样,不得不诚实指出,或许正是由于一种“形而上学简单思维”的习惯性思维模式,以及诱因于缺乏“知之为知之、不知为不知”这样一种科学研究所必需的严谨作风和严肃精神,当然,更根本的则是局限于时代的认识能力,从 Newton 开始的四个世纪以来,在面对“只能定义在循环逻辑之上的无穷多惯性系”明显存在的无理性、以及“Maxwell 同样毫无道理地以‘人为假设’的名义将‘位移电流’引入到经典电磁场理论体系”之中、乃至“流体力学家一方面没有搞清楚 Navier-Stokes 方程何以能够存在的逻辑前提,另一方面则没有明白何谓‘湍流’的同时,却仅仅期望单纯依赖对这个所谓基本方程进行‘不讲逻辑严谨性’的‘无穷推理’来研究湍流”这样一种反常事实的长期存在。以西方学者为主的科学世界,过分草率地采取了一种“实用主义”的态度,彻底丢弃了“必须保持概念在内的整个科学语言系统严格统一”这样一种起码的“理性”原则,公然提出“理论物理中的数学严谨性只能被称之为自欺欺人”这样一种真正“自欺欺人”的态度时候,人类的自然科学体系再一次陷入了与“科学精神”根本背离的“现代神学”之中。

科学本质和历史事实都告诉人们:由于自然科学本质上是研究“自存”物质世界的,科学进步必须依赖于技术的进步;反过来,技术进步同样需要科学进步不断提供养料以获得进一步发展;但是,不允许把技术简单等同于科学。如果仍然根据“历史唯物主义”和“辩证唯物主义”这样两个科学观出发,经典量子力学体系构建者们曾经做出的最大历史功绩主要在于:Bohr, Heisenberg 等领袖人物能够排除众议,坚持“量子跳跃”作为一种物理真实必然内蕴的“离散”本质,并且,他们坚持将这样一种“直觉”意义之上的朴素认识以“第一性原理”的“无理方式”最终贯彻到表现这种物理真实的“结果”之中。但是,也正因为局限于那个特定时代的认识水平和认识能力,同时也根本囿因于自 Newton 开始就蕴涵于现代自然科学体系之中的一系列基元认识的困惑,使得他们在面对一个全新的复杂物质世界时,放弃了“矛盾必然意味着理性自毁”这样一个最基本的理性原则,被迫容忍诸如“连续性和离散性”、“粒子与波动”之间前提性矛盾的存在。一旦容忍矛盾公然存在,理性思维自然为荒唐杜撰所彻底替代,甚至在明显是非面前都已经不再具有正常的判断能力。当然,这才是 Bohr 甚至公然提出“要成为一个正确的

理论则需要足够荒唐”的缘故。这样,20 世纪量子力学的开拓者们已经失去了许许多多原本过分平凡的判断能力,他们不可能意识到对于量子跳跃“离散本质”的肯定在逻辑上必然构成对于完全虚妄的“de Broglie 物质波”,以及以这个自身处于逻辑悖论之中的概念为基础而杜撰出来的 Schrödinger 波动方程形成完全逻辑否定。甚至从某一个角度讲,正是这样一种明显存在的逻辑关联,使得严肃和诚实的 Schrödinger 在建立他的波动方程之初曾经以一种愤怒的语言指出“如果必须承认这该死的‘量子跳跃’就悔不该过问什么‘量子理论’了”的根本缘由。在自然科学研究之中,诚实始终远比才智更为重要。笔者同样不想隐瞒:尽管同样面对的是那个时代的不同量子力学开拓者,但是对于 Bohr、Heisenberg、Schrödinger 从内心往往涌动着更多的敬意。怎么能够以如此轻松的口气提出“有趣游戏”这样的话语,并且以其作为论述自然科学基础的严肃论据呢?事实上,人们可以从 Bohr 关于“互补原理”以及 Heisenberg 的许多陈述之中感觉到他们的无奈:只是为了坚持表现“量子跳跃”这样一种“物理实在”的存在,他们才“迫不得已”地放弃了任何一个自然科学研究者内心渴望的概念的统一性。

人们可以并且必须始终坚信:真正科学的必然是自然的,最终一定容易为人们理性地接受,必须也总能够符合于“平常人进行正常思维”的一般思维规则。当然,正是对这样一种理性认识所必需的坚定信念,它能够成为解决一切科学疑难的精神源泉。并且,需要再一次严肃指出:无论量子力学在基本哲学理念以及形式逻辑方面存在怎样的错误,但是量子力学存在属于自己的确定研究对象,它的问题仍然根本不同于只能以“现代神学”而存在,自始至终充满逻辑悖论的两类“相对论”。无论 Einstein 对待科学如何真诚和执著,并且给后人留下许多值得追思的宝贵回忆,但是,Einstein 的两类“相对论”的全部本质内涵在于对“无歧义科学语言”的彻底破坏。事实上,当 Einstein 期待那个被描述“自存、充满差异和复杂性的无尽物质世界”能够呈现出一种“简单、和谐、统一”特征的时候,却放弃了描述物质世界的“科学语言系统及其每一个科学概念”必须满足的“和谐、统一和无歧义性”的基本要求。

许多年前,笔者在撰写《自然哲学基础分析——“相对论”的哲学和数学反思》一书的时候,曾经以“Einstein 的科学道德是给人类留下的另一份珍贵遗产”为题的文字用作全书的最后一节。现在,再一次把这一节文字重复写出如下,以表示对“科学人格”的一种深深怀念。

自然科学是人对自然的一种认识。因此,无法脱离科学研究个体在自然科学研究行为的影响。常常会出现这样的情况,研究自然本身所存在的困难并不那么大,但是,由于并不存在游离于社会以外的一个“神圣的科学殿堂”,恰恰是研究者的非科学手段把这种困难极大地增加了。科学道德、科学理想和科学责任,对于科学世界中的每一个人都是无法回避,需要认真思考的重大问题。

如果说,Einstein 深邃的哲学思辨是给予人类的一个宝贵财富,那么,伟大的 Einstein 在追求真理中所表现的高尚道德,更是给整个人类留下的一份极其珍贵的遗产。今仅仅把 Einstein 在《我的世界观》一文中极少部分段落,为我们每一个人重新抄录如下,让曾经读过的人得以重温,没有读过的人得以了解。

.....

要追究一个人自己或一切生物生存的意义或目的,从客观的观点来看,我总觉得是愚蠢可笑的。可是,每个人都有一定的理想,这种理想决定着他的努力和判断的方向。就在这个意义上,从来不把安逸和享乐看作是生活目的本身——对于这种伦理基础,我叫它猪栏的理想。照亮我的道路,并且不断给我新的勇气去愉快地正视生活的理想,是善、美和真。要是没有志同

道合者之间的亲切感情,要不是全神贯注于客观世界——那个在艺术和科学工作领域里永远达不到的对象,那么,在我看来,生活就是空虚的。人们所努力追求的庸俗目标——财产、虚荣、奢侈的生活——在我觉得是可鄙的。

我对社会正义和社会责任的强烈感觉,同我显然的对别人和对社会直接接触的淡漠,两者总是形成古怪的对照。我实在是一个“孤独的旅客”,我未曾全心全意地属于我的国家,我的家庭,我的朋友,甚至我最接近的亲人;在所有这些关系面前,我总是感觉到有一定距离并且需要保持孤独——而这种感受正与年俱增。人们会清楚地发觉,同别人的相互了解和协调一致是有限度的,但这不足惋惜。这样的人无疑有点失去他的天真无邪和无忧无虑的心境;但另一方面,他却能够在很大程度上不为别人的意见、习惯和判断所左右,并且能够不受诱惑要把他的内心平衡建立在这样一些基础之上。

我的政治理想是民主主义。让每一个人都作为个人而受到尊重,而不让任何人成为崇拜的偶像。我自己受到了人们过分的赞扬和尊敬,这不是由于我的过错,也不是由于我自己的功劳,而实在是一种命运的嘲弄。

.....

我自己只求满足于生命永恒的奥秘,满足于现存世界的神奇结构,窥见它的一鳞半爪,并且以诚挚的努力去领悟自然界中显示出来的那个理性部分,即使只是其极小的一部分,我也心满意足了。

.....

虽然,某些学者曾经对这种“科学人格”的存在公开向我表示怀疑,乃至心存不便坦言的疑惑,一个如此鲜明否定“相对论”者引用这样的话语是否足够真诚?

其实,任何“醉心”于寻求“真理”的人们,或许已经注定一种“悲剧人生”的角色, Einstein 向往的“真、善、美”只能成为他们的唯一情感支撑。任何真诚致力于探求真理的科学人几乎必然开始于对科学先行者一种潜意识的强烈崇拜,继而才可能在经典理论的学习、认识和领悟过程中,逐步获取科学判断必需的“平常心”和“理性”意识,认识到人类认识深化历程必然存在的不足、不当乃至错误。正因为此,不得不在此郑重声明或表达一种歉意:如果说科学批判中的言辞过于激烈、尖刻甚至不无抑制不住的感情用事,也仅仅为了揭示那些“由于无限次重复而被人们理所当然视为真理的谬误”的本来面貌。面对无尽大自然,人类永远不可能说出比大自然更多的东西,科学必须是逻辑自洽的,最终必然为人们理性地接受,存在于 20 世纪科学世界的一切认识紊乱,只可能逻辑地渊源于 Newton 经典力学以及 Maxwell 经典电磁场理论体系遗留给人类那些至今没有解决的认识基础问题。

除第一部分中的四章最初为《世界科学》杂志所作,稍作整理仅仅用作一般思考基础以外,本书开始写于 2003 年仲春,经历 50 年一遇的酷夏初稿成于同年初秋。

杨本洛

于上海交通大学

(初稿于 2003 年秋,复稿于 2004 年初夏,重阅并略作补充于 2004 年岁末)

引言参考文献

- [1] 尹鸿钧. 量子力学. 合肥:中国科学技术大学出版社,1999
- [2] 喀兴林. 高等量子力学. 北京:高等教育出版社,1999
- [3] 尼耳斯·玻尔集,卷6,(量子物理学基础 I),北京:科学出版社,1991
- [4] 尼耳斯·玻尔集,卷7,(量子物理学基础 II),北京:科学出版社,1998
- [5] Landau L. D. and Lifshitz E. M. Quantum mechanics, Beijing World Publishing Corporation, 1999
- [6] P. A. M. Dirac,物理学的方向. 北京:科学出版社,1978
- [7] P. A. M. Dirac,量子力学原理. 北京:科学出版社,1979
- [8] 曾谨言. 量子力学新进展. 北京:北京大学出版社,2000
- [9] 王正行. 量子力学原理. 北京:北京大学出版社,2003
- [10] (日)广重彻. 物理学史. 北京:求实出版社,1988
- [11] 范岱年等编译. 爱因斯坦文集,第二卷. 北京:商务印书馆,1977
- [12] (俄)Б. Г. 库兹涅佐夫. 爱因斯坦传. 刘盛际译. 北京:商务印书馆,1995
- [13] 杨本洛. 自然哲学基础分析——“相对论”的哲学和数学反思. 上海:上海交通大学出版社,2000

主要符号表

拉丁字母符号

A	电磁场矢势
A	一般力学量, 物理量, 表面积
a	加速度, 一般矢量函数, 恒向量
B	磁感应强度
c	真空中光速, 电磁波波速
D	度规张量
E	电场强度, 三阶 Eddington 旋转张量
E	总能量, Poisson 方程基本解
e	基本电荷
F	力学量
f	波动方程源函数, 波动方程行波解函数
f	力
G	群
g	边界向量分布, 度规张量
H	磁场强度
H	Hamilton 量
h	边界向量分布
$h, \hbar$	普朗克常数 ($h = 2\pi\hbar$)
I	二阶单位张量 (恒张量), 相对角动量
i	被感线圈的电流
i'	施感线圈的电流
J	电流密度矢量, 惯性张量
J_ρ	电荷密度电流, 附加电流
J_d	位移电流
J_{total}	总电流
J_f	自由电流分布
J_M	磁化电流密度
J_p	极化电流密度
j	边界电流分布
k	导热系数, 谐振子弹性系数
L	角动量, 拉格朗日量

l	空间尺度, 轨道角动量量子数, 被感线圈的周长
l'	施感线圈的周长
m	磁矩
m	质量, 磁量子数
N	自然数集
n	主量子数
n	曲面的法向单位矢量
P	功率
p	气体压强, 广义动量
Q	热量, 点电荷
Q	向量函数
q	广义坐标
q	热量向量分布
q_{test}	试验电荷
R	质心坐标, 向量函数
R	径向函数, 位移函数
r	相对坐标, 坐标向量
S	系统, 几何空间, 地球坐标系, 被感线圈的面积
S'	施感线圈的面积
s	量子态
T	动能, 热力学温度
t	时间坐标, 时间尺度
U	电磁场能量
U_e	静电场能量
U_m	静磁场能量
u	一般力学量, 一般波函数
u	运动速度, 速度场, 宏观表象速度
V	势能, 体积
v	速度
v_ρ	电荷密度描述的电荷在空间中的运动
V_{ph}	确定物质意义下的表述空间
W	功
w	权系数
w	速度分布
X	向量
x	空间坐标, 空时坐标
Y	向量, 球谐函数
fine	优化
Min	最小值

希腊字母符号

ϕ	电磁标势, 引力势, 标势
φ	态函数
Ψ	态函数, 速度场矢量势
Φ	无旋矢量函数
Γ	仿射联络
ξ	自由降落坐标
λ	波长, 波动方程本征值
τ	时间
χ	旋量波函数, 自旋向量, 介质的极化率
α	电紧张系数, 电动力学势
ρ	流体密度, 电荷密度
ρ'	由变化电流引起的派生电荷
σ	熵产生率, 边界电荷分布
ε	三阶 Eddington 旋转张量
ε_m	感生电动势
ε_0	真空中介电常数
μ_0	真空磁导率
ω	速度场涡量
θ	矢量势的散度
η	一般 Euclid 空间中度规
Σ	二阶张量

下标

add	附加的
back	返回的
e	电子的, 牵连的 (如 f_e 牵连力)
earth	相当于地球的
elec	电的
ex	激发的
field	场的 (如 E_{field})
for	前行的
in	受激的
Init	惯性的 (如 f_{init} 惯性力)
n	法向的 (如 u_n 法向速度)
r	相对的 (如 f_r 相对力)

t	切向的 (如 u_t 切向速度)
Ret	推迟的
test	试验的
total	总的

顶标

—	物理量的时均值, 余集
^	力学量算符 ($\hat{F}$)

数学运算符号

$\equiv$	恒等于, 定义相等
$\cdot$	一次点积算子
$:$	二次点积算子
$\vdots$	三次点积算子
$\times$	叉积算子
∇	Hamilton 算子, 或称空间梯度算子
$\overset{\circ}{\nabla}$	物质梯度算子
$\exists$	存在量词
$\in$	属于
$\notin$	不属于
$\cap$	交集
$\cup$	并集
$\ \ \ $	范数
$\wedge$	相邻性标记
$\bar{\wedge}$	不相邻的标记
<u>def</u>	定义相等
$\subset$	右包含左
$\{\}$	集合符号
det	行列式
$\propto$	正比于
d	全微分算子
D	绝对微分符号
∂	偏微分算子
lim	极限
$\sum$	求和

$\int$	线积分
$\oint$	封闭曲面积分
$\int_V$	体积分
$\langle $	态函数左矢(刁矢)
$ \rangle$	态函数右矢(刃矢)
$\forall$	全称量词
$\exists$	存在量词
$\square$	波动算子

目 录

上 册

第一部分 经典理论若干基元概念的重新认识

第 1 章 质点力学、电磁场理论物理背景的逻辑一致性与超光速现象物质基础	3
1.1 Newton 力学和 Maxwell 电磁场理论的一般反思	3
1.1.1 Newton 力学体系的逻辑不完备性	4
1.1.2 Maxwell 电磁场理论中的哲学和数学不当	7
1.2 “相对论”的认识渊源和 Michelson-Morley 实验的可解释性	9
1.2.1 “相对论”的神学意识和认识渊源	9
1.2.2 物质世界的整体性和场的无形以及 Michelson-Morley 实验的理性诠释	10
1.3 物质世界的多样性和超光速现象存在的物质基础	12
第 2 章 热力学理性重建与最大熵原理和最小熵增率原理的辩证统一	18
2.1 热力学理性重建的历史背景	18
2.2 理论体系的有限表现能力与形式完备性的辩证统一	19
2.3 热力学平衡态以及时间坐标和热力学的重新分类	20
2.4 热静力学中的最大熵原理与热动力学中最小熵增率原理的辩证统一	21
附录 Prigogine“最小熵产生率”原理的否定性证明及若干反思	22
1. 定常热传导变分问题的“现代热力学”陈述	23
2. Prigogine 相关陈述中的逻辑不自洽	24
3. “熵产”和绝热系统熵的极大值原理	26
4. 一般导热方程变分问题的构造及其物理内涵诠释	28
5. 关于现代热力学分类的一个附加分析	30
第 3 章 宏观物质的粒子本质与湍流	32
3.1 湍流研究隐含的循环逻辑问题	32

3.2	湍流研究中数学方程不封闭问题的必然性	32
3.3	从一般到特殊的普遍演绎逻辑原则	33
3.4	宏观物质的粒子本质与流体力学一般方程的构造	34
3.5	物质运动的客观性和流体运动中的“有效性”普遍原则	35
3.6	流体力学理性重构中的一般推理模式	36
附录	理论流体力学理性重构综述——流体力学的一般动力学方程、 表观应力和湍流的物理本质以及恰当定解问题的反思	37
0.	引言	39
1.	流体力学动力学基本方程的重新构造	40
2.	表观应力张量的物理内涵和“动量守恒”问题	52
3.	一般性动力学方程的几种“特殊”推论	57
4.	Reynolds 湍流方程	75
5.	流体力学一般动力学方程和湍流的形式特征	82
6.	关于“动力学边界条件”及其“功率消耗”的补充说明和修正	92
7.	关于压力和速度耦合流场“定解问题”的一般思考	95
8.	关于“压力场预测”研究现状的若干思考	106
9.	流体力学研究的一般哲学反思	109
第4章	物质第一性原则和逻辑自洽性原则的辩证统一	115
4.1	Discards 的理性原则与神学	115
4.2	Einstein 世界图和现代科学宗教	115
4.3	物质第一性原则和逻辑自洽性原则的辩证统一	117
4.4	自然科学研究中的“理性自律”	118
4.5	关于“相对论”两个基本原理的一个附加评述	118

第二部分 经典量子力学陈述系统的理性重构

第5章	经典量子力学“不合理”陈述的初步探究	125
5.1	量子力学叠加原理和 Hilbert 矢量空间悖论	125
5.2	经典 Schrödinger 方程蕴涵的无理性	127
5.2.1	经典表述 Schrödinger 方程的“非动力学”本质	128
5.2.2	经典表述 Schrödinger 方程不同于“数理方程定解问题” 中的泛定方程	130
5.2.3	经典表述 Schrödinger 方程与“叠加定理”之间的自否定结构	133
5.3	两类 Heisenberg 方程的不同物理内涵	133
5.3.1	量子力学两种“动力学”绘景的提出	135
5.3.2	Heisenberg 矩阵力学	136

5.3.3	Heisenberg 运动方程与 Heisenberg 矩阵方程的不等价性	138
5.4	经典力学和量子力学中粒子系统的不同自由度以及经典对应和量子对应矛盾	139
5.4.1	定义域和运动自由度差异	139
5.4.2	Poisson 括号和量子耦合之间的本质差异	141
5.5	量子力学关于力学量基本假定蕴涵的逻辑悖论	143
5.5.1	量子力学中测量准则与量子力学基本方程蕴涵的矛盾	144
5.5.2	量子力学测量准则和力学量完备组的本质内涵	145
5.6	经典量子力学基本概念紊乱的若干补充陈述	146
5.6.1	量子力学态函数内蕴的离散特征和态矢量空间的矛盾	147
5.6.2	量子力学中一个并不真实的 Hilbert 空间	148
5.6.3	“直积空间”悖论	150
5.6.4	伪 Lorentz 群	151
5.6.5	关于“对称性”分析的初步评述	153
5.6.6	关于“物质客体和形式表述”逻辑关联探析以及“宇称守恒”的初步质疑	156
第 6 章	经典量子力学中的两个特例及其思考	161
6.1	一维谐振子	162
6.1.1	一维谐振子的经典解	162
6.1.2	一维谐振子分析	164
6.1.3	关于“量子效应”物理实在的一个初步分析	168
6.2	Stern-Gerlach 实验	169
6.2.1	经典分析	170
6.2.2	关于经典分析的若干思考	176
第 7 章	经典量子力学形式体系理性重建	194
7.1	经典量子力学研究对象的界定	194
7.1.1	量子力学中的粒子系统	196
7.1.2	处于量子作用之中的物质环境	202
7.2	量子效应	206
7.2.1	量子效应的基本特征	206
7.2.2	经典量子力学“有限论域”与量子效应“瞬时特征”的辩证统一	208
7.2.3	经典量子力学中的“虚数”	211
7.2.4	量子力学中的“波”和波的“干涉”现象	213
7.3	经典量子力学形式系统的重新构造	215
7.3.1	量子效应中粒子系统的“自由度”	216
7.3.2	量子约束的形式表述	220
7.3.3	“Heisenberg 不确定原理”与“量子约束”方程的差异及其反思	221

7.3.4	量子力学的一般形式表述	223
7.3.5	关于“最小作用原理”普适性的一个补充性陈述	224
7.4	量子力学中的“态”函数	226
7.4.1	一般性变分原理的基本特点	227
7.4.2	量子力学中“态”函数的引入和定义	228
7.4.3	“态”函数的完备性以及对于一切力学量必须具备的决定意义	231
7.4.4	量子数和简并	236
7.5	关于“态”函数几率特征的重新诠释	238
7.5.1	若干基本物理事实的重新确认	239
7.5.2	态函数的几率内涵以及相关形式表述系统的重新诠释	240
7.5.3	量子力学“特定”形式系统态得以存在的逻辑前提	242
7.6	能量极值原理与定态 Schrödinger 方程	243
7.6.1	广义虚位移空间的引入以及能量极值原理的一般性表述	243
7.6.2	关于能量极值原理的补充说明	245
7.6.3	定态 Schrödinger 方程与能量极值原理粗糙 联系的“说明性”分析	248
7.6.4	关于定态 Schrödinger 方程与能量极值原理一个经典 等价性证明的简单分析	249
7.6.5	定态 Schrödinger 方程和能量极值原理关系的一般辨析	251
7.7	Feynman 路径积分反思及其重新构造	254
7.7.1	路径积分方法的重新认识	254
7.7.2	路径积分的物理基础	256
7.7.3	路径积分的一般构造	258
7.7.4	Feynman 路径积分若干“思维反常”的思考	261
索引		267

\

第一部分

经典理论若干基元概念的重新认识

俄罗斯著名学者 Н. И. Лобачевский 曾经这样中肯地说过：人类的认识历史，就是一部认识错误的历史。自然科学的发展总是承上启下的。经典量子力学中出现的不足，不仅表现了在相关的前提性学科研究中所存在的不足，而且，还表现了整个自然科学研究哲学基础的严重不足。因此，在人们需要重新审视量子力学时，必须首先重新审视、认识和界定整个自然科学基础中的那些以为已经被认识了的基本元概念。

第 1 章 质点力学、电磁场理论物理背景的 逻辑一致性与超光速现象物质基础

2000 年,英国《自然》杂志正式报道了“超光速”现象的实验结果。其后,不同实验室相继报道了一系列“超光速和亚光速”现象的发现。人们知道,恰恰在差不多整整一个世纪以前,即 19 世纪末,由于 Michelson-Morley 实验的发现,当时的物理世界处于一片恐慌之中,从而最终导致“相对论”的出现。但是,似乎与一个多世纪前不同,在当今科学主流社会中并没有出现类似的轰动性反响。不容否定,这一实验事实如果是真实的,它必将重新构成对于“相对论”乃至整个现代物理学存在基础的置疑乃至根本否定。也正因为此,不仅许多关注自然科学的研究者,乃至许多国家的政府,都不能不对于超光速现象的发现及其真伪表现出一种实质性的巨大关注。^[1]

时隔一个世纪,对于两个同样能够对人类认识基础构成巨大冲击的事件,科学主流社会的反应出现如此奇怪的反差,同样发人深省,它真实反映了两个不同时代存在两种完全不同的历史背景。在 19 世纪末,随着 Newton 经典力学得以广泛的应用以及 Maxwell 经典电磁场理论的成功构建,当时的物理世界形成了一种错觉,以为人类对于物质世界的认识体系已经大体完成。因此,一旦出现了与经典认识相悖的经验事实,自然激起当时科学世界的巨大反响。但是,今天的科学世界已经成熟了许多,或者更为准确地说,当今的科学世界,面临着太多为人们熟知的科学难题了。诸如:在何为“湍流”;理性力学家于半个多世纪前就已经提出“经典热力学中大量存在数学推导不严格和物理理念神秘化,从而需要进行热力学的理性重建”;乃至“如何为量子力学构建哲学基础”等一系列基础性的科学疑难方面,长时间没有取得任何实质性的进展。因此,面对这些经验事实的重大挑战时,当代科学主流世界表现出这样一种“遇乱不惊”的态度,恰恰应该是关注自然科学发展的人们完全可以预料到的。

当然,从另一个角度讲,考虑到自然科学体系是一个不可分割的整体,同时,人类深化认识过程中必然蕴涵承继性特征。因此,在一系列基础性的科学问题尚没有能力予以解决的时候,超光速和亚光速现象的发现再次告诫人们:目前的自然科学体系远没有达至完善的程度,相反,人类真实地面临着对自 Newton 开创的现代自然科学体系进行一次历史性和全局性梳理的重大课题。

1.1 Newton 力学和 Maxwell 电磁场理论的一般反思

人类对于物质世界的理性认识总是逐步深化的,本质地依赖于对于物质世界不同存在形式和不同运动形式的逐步揭示。因此,人类认识自然的能力,不仅决定于原有认识体系的完备程度,还更为根本地决定于人们探测物质世界的技术水平。正因为此,当人类对于物质世界存在形式和运动形式的了解愈益广泛和深刻的同时,必须对于不同历史时期逐步形成的“习惯认识”进行理性重整。或者说,人类的认识体系必然存在“时代的”和“历史的”双重烙印。并且,

面对着无尽的大自然时,人类的“理性认识”体系几乎总是滞后于人类对于物质世界一种直觉意义上的认识。因此,除了形式逻辑上可能存在的疏忽以外,人们没有任何理由要求我们前人的认识完美无瑕,同样也根本不可能期待我们的后人不对我们认识中曾经存在的不足、幼稚和错误进行重新认识和批判。这样,遵循“理性原则(保证一切科学陈述的严格无矛盾性)”的指导,在对于认识的“承继性批判和批判性继承”的循环往复过程中,深化和完善人类的认识体系,将成为人类认识无尽大自然过程中的必由之路。^①

1.1.1 Newton 力学体系的逻辑不完备性

理论物理作为自然科学中的一个重要分支,本质上反映了人类在认识和表现物质世界时的一种基本意识和思维基础。因此,理论物理中任何一个基元概念可能存在的混乱,终将导致整个理论体系的逻辑混乱和意识混乱。事实上,从形式逻辑和物理内涵两方面考虑,作为整个现代自然科学基础的 Newton 经典力学体系并不完整,并由此导致了整个现代自然科学体系在哲学理念和形式逻辑两个方面的严重混乱。

近年在美国出版的一本《物理百科全书》中,相关陈述指出:“Newton 并没有意识到,如果‘Newton 运动定律’能够称之为一种‘定律’,那么,由于‘力’自身缺乏定义,这个定律在形式逻辑上存在明显的不足。”事实上,即使允许暂时不考虑这种形式逻辑上的不完备性对于整个理论物理学存在的负面影响,一个更为本质的问题还在于:目前人们对于 Newton 力学形式体系不完备的认识远不充分。当然,正是这种认识上的不充分性存在,不仅使得人们至今无法真正回答 Mach 批判的问题,还使得整个理论物理学前提性地陷入了一种哲学混乱之中。

在许多现代优秀的物理教科书中,人们早已正确指出,Newton 运动定律只能被视为是对于“力”所构造的形式定义。或者说,Newton 对于现代整个人类科学事业的开拓性贡献根本地在于这样一个事实:在整个人类历史中,正是 Newton 通过对于物质世界中“某一类理想化物质对象——质点共同行为特征”的考察,第一个为通常感觉意义存在的“力”构造了一个形式定义:

$$f = ma$$

在这个形式定义式中,考虑到经典理论中“参照系”无法唯一确定的问题,而“暂时”默认加速度 a 为一种“隐讳指称(opaque referring)”,并且,整个定义式只能存在于人们通常称作的“惯性系”之中。至于另一个物理量 m ,作为人们熟知的质量,它的意义是明确的,表示对于物质对象自身“大小程度”的一种“理想化”认定。当然,仅仅因为被界定为“力”的一种定义,所以对于任何能够被视为“理想化质点”的物质对象,该形式表述必然被赋予了一种普适意义。

但是,到底什么是“惯性系”呢?当惯性系只能相对于另一个惯性系而定义,即将相对于惯性系做匀速运动的参考系称之为惯性系的时候,这个定义没有任何本质意义,属于“循环逻辑”的范畴。同时,人们还可以做出进一步推断:由于无穷多惯性系的存在,物理学中任何与运动学状态关联的物理学量都不再具有确定性的意义。等价地说,不仅物体的速度,还有动量、能

^① 在人们愈益意识到物质世界的“复杂性”的时候,是否需要坚持自然科学中的“无矛盾”原则已经成为当代科学社会无法回避的重大问题。或许由于现代理论物理存在大量逻辑悖论,已故俄罗斯科学家 Landau 只能在其《理论物理教程》中公然将理论物理中的数学严谨性称之为自欺欺人。不可否认,如果与曲意掩盖矛盾,乃至凭借所谓“宗教情结”无视矛盾的存在相比,Landau 的话语仍然是十分难得和中肯的。

量乃至为 Einstein 首先提出的“质能关系式”都不再具有确定的物理意义。这样,如何理性解释和准确定义惯性系的问题,构成了著名“Mach 批判”的本质内涵。

可以相信,形式表述的不完备与相关物理内涵缺乏确定的意义永远是一对孪生子。因此,仍然从任何形式表述必需的完备性着手,解决这个经历数个世纪尚没有回答,对于整个自然科学具有前提性重大意义的困惑应该是可行的。事实上,任何一种形式的“力”,只能存在于“不同”的“物质对象”之间。这样,作为这样一种形式认定的自然延伸,同时为了保持逻辑上必需的一致性,为 Newton 运动定律所描述的“力 f ”以及与其相关的“加速度 a ”,只能定义在某一个确定的“施力体”所张的几何空间 S 之中,即

$$f = ma \in S_{\text{body supplying the force}} \subset R^3 \quad (1.1.1)$$

只有这样,即仅仅当表现运动学状态的“参照系”和施加力的另一个“逻辑主体”取得一致的时候,相关的形式表述才可能完备,也才可能为“力”相应提供一种确定的物理意义。并且,自 Newton 开创经典力学,就存在于自然科学体系,使得整个自然科学体系出现前提性混乱,本质上属于主观意识范畴的一个完全虚幻的“惯性系”,可以从此从一切科学陈述中彻底清除出去^①。

而且,一旦像式(1.1.1)那样,对 Newton 力学公式中每一个形式量都赋予完整的物理意义,或者说,为它们构造了确定的“逻辑属体”,那么,仅仅作为一个简单和直接的逻辑推论:经典力学中定义在所谓“非惯性系”中,那个始终在“实际”应用,但是却因为直接给 Newton 力学公式构成一种逻辑否定,从而不得不称之为“虚拟力(fictitious force)”的“惯性力(inertial force)”将同样不再存在,这样,避免了经典力学上一种“明明白白”逻辑悖论的存在。

作为一个简单实例,如果让我们考虑某一位在行进火车中运动的旅客,其加速度通常可以表示为

$$a = a_e + a_r \in S_{\text{earth}} \subset R^3 \quad (1.1.2)$$

其中 a_e 和 a_r 分别为旅客相对于火车的运动加速度以及火车的运动加速度,通常分别将它们称之为“牵连(entrained)”加速度和“相对(relative)”加速度。由于处于加速运动中的火车不满足惯性系的要求,人们无法按照 Newton 力学公式求得火车“直接”给予旅客的那部分力。于是,经典力学提出了关于“惯性力”的假设,令惯性力

$$f_{\text{init}} = -ma_e \quad (\text{A})$$

以表示除了真正作用于该旅客上的“真实力” f 以外,由“非惯性系”的作用所引起的一种附加力。这样,人们指出:在诸如火车这样一些“非惯性系”中,旅客的运动不再满足通常的 Newton 定律,而需要考虑惯性力的影响,即

$$\begin{cases} ma_r \neq f \\ ma_r = f + f_{\text{init}} \end{cases} \notin \text{initial system} \quad (\text{B})$$

如果仍然采用原来关于加速度的表述形式,则对于经典力学所说的“真实力” f 而言,相应存在

$$f = ma_r - f_{\text{init}} = m(a_r + a_e) = ma \quad (\text{C})$$

这样,整个 Newton 力学面临一种让自己十分尴尬的状况:一方面,由于式(B)明显构造了对整个 Newton 力学自身的一直逻辑否定,而且,由于“坐标系”本身并不是一种物质实体,人们无

① 人们还可以看到,通过自身不存在定义的“惯性系”区分两种相对论,或者借助于两种“相对论”定义惯性系,它们同属于循环逻辑的范畴。

法为这个惯性力提供一种可以让人们接受的存在基础,人们不得不将“非惯性系”引起的作用力称之为一种并不真实存在的“虚拟力”;但是,在另一方面,在几乎所有的实际问题中,那个最终导得的计算形式却一直在被人们真实地应用着。

其实,Newton 力学的全部问题在于,也仅仅在于原来 Newton 公式中的物理量缺乏明确物质内涵的缘故,一旦将 Newton 力学公式中的所有形式量都与相关的物质存在构成确定的逻辑关联,那么,几乎作为一种完全自明的事实,存在如下所述的形式表述结构:

$$\begin{cases} f = ma = f_e + f_r \\ a = a_e + a_r \\ f_e = ma_e \\ f_r = ma_r \end{cases} \in S_{\text{earth}} \subset R^3 \quad (1.1.3)$$

这个形式表述明确告诉人们这样一系列的基本事实:对于在地球附近运动的物体,人们总可以合理地认为作用于该物体上的力都源于“地球”集合施加的作用,并且,可以基于“经验”事实,将物体所受地球的力与物体相对于“同一个”地球的相对运动构成了一种“确定”的逻辑关联。于是,人们也可以将式中出现两个分力 f_e 和 f_r 分别“形式地”称之为“牵连力”和“相对力”,以表示火车作为“中间”载体所传递的作用力以及火车“直接”施加的一种力。但是,这些不同的分力本质上都同一地源于“地球”集合。当然,从形式逻辑考虑,所有的形式表述也只能定义在被赋予确定物质内涵,为地球所张的几何空间之中。

仅仅从数学表述形式考虑,Newton 力学极为简单。但是,对于整个的当代自然科学体系而言,Newton 力学的意义远不在于仅仅为计算“质点”以及“质点系”的运动变化规律提供了一种计算方法,而根本地在于:当人类期望了解和认识大自然,并且还期望对物质世界自身存在的规律做出一种合理的描述的时候,作为整个现代自然科学体系的奠基人,Newton 为人们提供了一种怎样的基本哲学理念。一些科学哲学家在探讨整个现代自然科学发展历程时曾经极其深刻地指出:Newton 虽然抛弃了“Descartes 自然哲学”中的“先验原理”思想,指出“经验事实”对于自然科学研究中所具有的前提性意义,然而,Newton 并没有和“神”彻底决裂。正是这些残留着的“神秘化”倾向,极其深刻地影响着至今的整个自然科学体系。

到底什么是 Newton 哲学中一种本质意义上的“神学”倾向呢?对于整个自然科学,这是一个需要人们认真探讨的前提性重大问题。Newton 哲学在提出自然科学研究中必须首先服从“经验事实”的同时,仍然相信的确真实和本源地存在某一种基本原理,能够制约着“物质世界”中的一切。因此,除了寻求普遍真理的方法有所不同以外,人们可以说,在对于“真理内涵”的认识上,Newton 和 Descartes 几乎没有任何本质的差异,同样回归到“自然哲学”蕴涵的神学理念之中。其实,相当一段时间以来,以 Laplace 为代表的科学世界正是这样认识和真诚期待 Newton 力学的。

其实,即使根据 Newton 哲学隐含的“逻辑实证论”,除了需要坚定和严格地保持“陈述语言”必需的统一和无歧义性以外,任何一种合理表述,充其量只能被视为相关经验事实的一种“重言式”表述。经验事实不存在绝对意义的真实性和真理性。任何一种表现经验事实的形式表述,本质上成为对于理想化物质对象抽象同一性的一种刻画,只能“条件”存在和具有“有限”真实性。正因为此,人们依据经验事实描述物质世界时,需要格外重视经验事实存在条件的研究。但是,由于对“普适性”基本原理的普遍期待,自 Newton 以后的自然科学研究逐步形成了一种十分不良的习惯:总不能理解为特定物质对象构造“理想化认定”对于科学陈述所具有的

前提性意义,当然,也不懂得和习惯如何从这种前提性的理想化认定着手,针对“逻辑前提”、“存在条件”和“有限论域”等一系列前提性重大问题认真、严肃和自觉的研究和思考,进而完成相关理论体系的构造。

人们还可以相信,正是在这样一些似乎过分简单,但是却具有前提性意义的问题上,我们的科学世界长期存在着认识困惑或者思维悖论,以至于在一系列人们熟知的重大科学难题上,长时间地处于一种无为的状态。

1.1.2 Maxwell 电磁场理论中的哲学和数学不当

无论是当代的理论物理著述,还是相关物理学史的评述,在叙述或者评价经典电磁场理论时,似乎总给人们留下了这样的印象:一个让人们感觉如此优美的形式系统几乎是不可能存在什么问题的。所以,即使在面临 Michelson-Morley 实验的巨大困惑时,也没有任何人做出认真反思,考虑这个经典理论体系在数学推导和哲学理念方面可能存在问题。

历史上,Maxwell 继承了 Gauss 和 Faraday 关于电磁作用的“媒质”思想,将两个原来独立的学科,“电学”和“磁学”统一了起来,从而在形式上构造了一个统一的“经典电磁场理论”体系。正是这个理论体系的成功构建,为人们发现“电磁波”,乃至为当代人类的整个现代物质文明提供了基础。但是,人们仍然不能忘记这样一个简单的历史事实:在 Maxwell 生活的年代,对于构造电磁场理论一个无可缺省的数学工具,即“张量”和“张量分析”还没有出现。当然,许多人根本不可能意识到:不仅那个时代的人们,甚至对于数学严谨性并不真正关注的现代物理世界,对于作为一种物质形式而存在的“场”的几何特征的认识远未达到深刻和准确的程度。历史告诉人们,Maxwell 完全凭借“猜测”和“拼凑”的方式,并且,还归功于其他研究者在数学上的帮助,才最终在形式上完成了经典电磁场理论的构造。

因此,对于掌握了现代数学工具以及在物理理念上的认识深刻了许多的现代人,不能不对这个形式系统的合理性和严密性有所警觉。如果重新审视这个经典理论体系时,发现相关的哲学理念或者数学推导存在某种不足的话,其实应该被视为人类深化认识过程中一种十分“平常”的现象。相反,如果一种拼凑出来的理论体系真的完美无瑕,倒恰恰是反常的,或者最多只能被视为一种过分奇怪的巧合。已经完成的分析表明:无论是基本哲学理念,还是相关的数学推导,经典电磁场理论确实存在着许多不足或者错误。并且,也正是由于一系列前提性认识缺陷的存在,Maxwell 才提出了一个测量“以太”相对地球速度的错误命题,使得 Michelson-Morley 实验所表现的一个平凡真实难以让人们理性地接受。当然,当今天科学世界重新面临形形色色“超光速”和“亚光速”现象,从而对现存的认识基础再次构成了一种逻辑否定的时候,人们不能再重复历史上这样一种过分简单的疏忽,需要首先对经典电磁场理论体系进行严肃反思和理性重整^①。

此处,仅将经典电磁场理论若干前提性的认识不当和相关结论简单罗列如下:

① 值得指出,在人们尚没有真正认识需要描述的物质对象,从而也不可能对其做出一种“前提性”的理想化认定的时候,一种“猜测”性的研究方法几乎是必然的。不仅不允许否认这种研究方法曾经存在的意义,还可以确信,在人类进一步认知物质世界的进程中,这样的研究方法几乎始终是先行的。但是,一旦对物质对象形成一种本质的认识,人们同样没有理由拒绝或者反对针对“猜测性”理论体系的理性重建。认识的理性重建,在于剔除猜测性构造中必然存在的某些非理性,同时,又需要借助于猜测性的构造不断拓展理性认识的范围。可以说,正是两种不同认识模式循环往复中的认识深化,构造了整个认识史。

作为自然科学研究的一个基本常识,人们总是约定:在演绎推理过程当中,不允许随意添加任何人为假设。因此,电磁现象中的一系列经验定律,成为构造电磁场理论唯一可靠的基础。但是,Maxwell 凭借纯粹主观意念,提出了“电位移”假设,从而违背了这个基本前提,并且最终使其成为缺乏确定物理内涵的“反常”物理量。可以相信,如果“电位移”矢量对于表述电磁场的确是必需的,它自然相应拥有属于它自己的真实物理内涵。也就是说,对于任何一个恰当形式表述体系,人们只能根据相关的经验定律,通过演绎的方式,揭示诸如“电位移矢量”这样一些物理实在必然存在的真实内涵。

通过认真分析,人们可以发现整个经典电磁场理论体系的存在,本质上都依赖于这样一种前提性的人为认定:作为该理论体系中的形式量而存在的电流矢量 J 并不简单地对应于带电粒子的运动 ρu , 即

$$J \neq \rho^+ u \rightarrow J: \rho^+ u \cup \rho^- \quad \rho^+ + \rho^- \equiv 0 \quad (1.1.4a)$$

在经典电磁场理论中,电流分布 J , 只是对于实验室中实际使用的“电流回路”一种“白描”式的认定。在这个电流中,处于存在运动中的带电粒子形成的电流以外,还相应存在与其电量完全相等、静止不动的“反”电荷。正因为此,人们才可能理性地认识到,电磁场理论中的“运动电流”为什么不能激发“电场”的缘故。

并且,人们必须相应注意到,带电粒子的运动速度 u 在形式上并不属于 Maxwell 所构造的那个形式表述系统,即

$$u \notin S_{\text{Maxwell}} \quad (1.1.4b)$$

同样,也仅仅于此,人们才可能明白,并不是经典电磁场理论中的“电荷运动”不能产生“磁场”,而只是因为对于磁场的这部分真实存在的“直接描述(explicit description)”超出了该理论体系的有限表现能力。

当然,一旦真正意识到的电磁场理论自身存在的这样一些局限性,或者针对被描述物质对象所作的某些“特殊”约定,人们就可以相信,Maxwell 提出的“电位移”并不应该被称之为一种纯粹的“人为”假设,而相应存在这个物理实在的物质基础。已经完成的分析表明,存在两种独立的演绎证明方法,但是,它们的推导结果彼此一致,都与经典表述在形式上相差一个“负号”。

其次,经典电磁场理论基本方程组中的另一个方程,即最终为 Lenz 定律所确立,关于 Faraday 电磁感应方程需要相应做出修正。可以证明:仅仅于此,能量方程才可能与其真实表现的“特定”物质对象的能量交换状况保持一致,当然,也保证了一切科学陈述必需的逻辑相容性。

最后,与对于 Newton 所作的修正一致,电磁场理论的整个形式表述还需要定义在一个具有确定物质意义的恰当表述空间 V_{phy} 之中。即,如果仍然采用经典电磁场理论的“习惯表述”形式,整个基本方程组需要作如下所示的修正:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c^2} \left(\frac{\mathbf{J}}{\epsilon_0} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \rho(x) \rightarrow \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \in V_{\text{phy}} \\ \mathbf{J}(x, t) \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{E} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c^2} \left(\frac{\mathbf{J}}{\epsilon_0} - \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \end{array} \right. \in t, V_{\text{phy}} \end{array} \right. \quad (1.1.5)$$

式中的电荷分布密度 ρ , 示意表示作为电磁场“源”项而存在的电荷集合。这样,随着电荷集合

的恰当确定,整个形式表述以及定义于其上的所有物理量,获得了一切物理学陈述必需的唯一性意义^①。

事实上,当人们确信,作为“电磁作用”传递媒质的某一个特定的“场”,只能和激发这种作用的“源”逻辑地关联在一起的时候,那么,人们同样可以确信:任何针对这个场的形式表述不允许随意地与某一个虚拟存在的几何空间相关联,它只能被限定在具有确定物质意义,作为电磁场的“源(source)”而存在的一个特定“电荷集合 ρ ”所拓展的几何空间,即 $V_{\text{phy}} \in \rho$ 之中。当然,也仅仅在此时,曾经为 Einstein 正确提出,由于经典电磁场理论缺乏恰当“参照系”,电荷的“运动学状况”无法得以确定的问题将不复存在^②。

因此,在对电磁场理论基本方程组进行修正时,最具根本意义的改变仍然在于:经过修正的电磁场方程组在获得了必要的物质意义的同时,也获得了形式上必需的确定性和完备性。也仅仅因此,我们可以做出合理的判断:一个重新诠释的 Newton 力学体系与另一个经过修正的电磁场理论体系,在它们需要表现的物理背景和相关形式特征上重新取得自然科学必需的形式一致性。人们还可以看到,正是依赖形式表述必需的准确性和完备性,物理学中一系列基元概念得以澄清。相关的分析表明这样一个事实:对于目前没有解决的重大科学难题,几乎总存在着相关数学推导不严格的问题。因此,当面临许多科学难题尚没有解决的时候,现代的科学主流世界没有任何理由排斥数学严谨性、拒绝以“逻辑自治化”为唯一准绳针对经典理论中大量存在的不足和混乱所进行的严肃批判^③。

1.2 “相对论”的认识渊源和 Michelson-Morley 实验的可解释性

当代科学主流社会一再向人们指出,Einstein 的“相对论”是不可解释的,不可能为“常人”所认识。于是,“宗教情结”重新涌现在现代科学世界之中,人们凭借所谓存在于“物理学与宇宙中离体(in vitro)存在的精神”之间的某种“瓜葛”为相对论提供依据。

事实上,几乎没有人否认相对论中“普遍或者个别”存在的认识悖论。因此,当“超光速”现象对相对论提出严峻挑战,需要人们重新认识相对论的时候,不能不格外重视一个公开言“无可解释”的神学体系为什么能够为人们接受与相关的认识渊源问题。当然,还需要重新面对如何解释 Michelson-Morley 实验这样一个没有完成的历史性课题。

1.2.1 “相对论”的神学意识和认识渊源

毫无疑问,Newton 力学以及 Maxwell 的经典电磁场理论,属于整个自然科学体系的两个极其重要的基础。尽管它们在形式逻辑方面存在某些人们已经注意到或者尚没有注意到的若

① 当电磁场方程必须以这样一种习惯形式表示时,在“自变量”和“因变量”之间,将会出现数目不同的独立变量。另外,关于演绎推导“电位移”表述的第一种方法与相关的初步分析参见文献^[5]。至于推导“电位移”的另一种方法,以及一系列其他较为系统的分析和相关数学证明,则参见待出版的文献^[7]。

② 需要意识到,物理学中的空间与几何学中的空间不能简单混为一谈,两者需要表述的物理真实完全不同。事实上,保证一切陈述中的所有初始概念具有准确内涵和必需的逻辑严谨性,是避免整个自然科学体系陷入混乱的基本前提。值得再次指出,当代数学体系深刻存在着如何使自身保持逻辑自治化的严肃课题^[5]。

③ 人们往往没有充分注意到,科学陈述中的“逻辑自治化”原则必须同时包括两种不同意义的内涵,即形式表述与被“理想化”物质对象之间的严格对应以及不同科学陈述之间的严格无矛盾性。

干不足,但是,为 Einstein 构建的“相对论”根本不可以与它们相提并论。当某一个所谓的“认识体系”不得不与“神学”构成千丝万缕联系的时候,寓于其中的过度荒谬性,不仅对于过分急切地希望了解物质世界的科学世界,而且对于这个认识体系的构造者都同样具有一种难以想像的欺骗性。在近代科学史中,人们常常将以寻求真理为终身使命的 Einstein 的一生称之为一种悲剧。其实,这样一种过分依赖于自己的“直觉和顿悟”必然而生的欺骗性,才是造成这样一个难以想像的历史性悲剧的始作俑者。

事实上,由于 Einstein 将“相对性原理”和“光速不变原理”称为一对“矛盾”真实,并且认定为构造“相对论”的唯一基础,那么,人们可以做出逻辑判断:如果相关形式系统的构造没有任何错误,这个形式系统将始终隐含着矛盾。另外,在 Einstein 在“相对论”中,引入了所谓的“原时(proper time)”和“钢尺(rigid ruler)”,用作量度“时间”和“空间”一对不变基准的时候,它们已经重新构成对“时空观革命”的一种逻辑否定,从而本质地回到被其批判的 Newton 物理世界之中。只要不怀偏见,人们可以发现,“相对论”在物理理念和形式逻辑方面几乎到处充满矛盾和混乱^[5]。

但是,如果说 Einstein 的相对论公开昭示一种神学意识,并且,实际上已经为当今的整个科学世界所接受或者默认的话,人们却没有注意到自 Newton 力学创建以来就深刻影响着整个自然科学研究中的这种神学意识。事实上,正如上面分析已经指出的那样,正是对于某种“无条件”的“普适”真理的期待和追求,使得整个 Newton 力学一方面公开允许不同形式“逻辑悖论”的存在,另一方面,则本质地陷入了神学之中。因此,Einstein 的问题并不仅仅属于 Einstein,而根本渊源于 Newton 经典力学以及经典电磁场理论中一系列前提性概念的理性认识并没有真正形成,以及 Descartes 自然哲学本质蕴涵的“神学”理念从来没有得到彻底的清算。当然,这也是人们在重新认识相对论,不得不重新认识经典力学以及经典电磁场理论的缘由。

1.2.2 物质世界的整体性和场的无形以及 Michelson-Morley 实验的理性诠释

只要某种物理存在是真实的,那么它必然是可解释的。但是,可解释性绝不意味着能够为这种存在提供某种“绝对意义”上的因果关系,可解释性的真实内涵仅仅在于揭示这种存在与其他类似存在之间的严格无矛盾性或者逻辑一致性。

对于 19 世纪末的物理世界,Michelson-Morley 实验的“不可解释性”仅仅在于,这个物理真实似乎违背一个最为简单和朴素的基元理念,即任何物体彼此相对运动时,它们的相对运动速度等于两者运动速度之差。同时,对于那个时代的人们,还存在另一个被认为是“自明”的基本常识,即传输电磁作用的“以太”充满整个宇宙,并且,作为一种独立的物质包围着整个地球。当然,也仅仅于此,Maxwell 在为《大不列颠百科全书》书写“电磁场”条目的时候,才向人们提出一个十分自然的实验命题:如果让“以太”中的电磁波沿着地球旋转方向传播,然后再让其在地球旋转相反的方向上传播,那么,两者之差必然等于以太相当于地球运动速度的两倍。但是,Michelson-Morley 实验却告诉人们,对于“以太”和地球这样两个独立物体,它们之间“恒”不存在任何形式的相对运动。

的确,如果被人们称之为“以太”的地磁场,能够被合理地视为一种独立于地球存在的物质存在形式,那么,Michelson-Morley 的实验结果当然是“反常”的,甚至“可以”接受 Einstein 曾经为英国《泰晤士报》对“相对论”所作的一种诠释:诸如 Michelson-Morley 这样的实验结果,

尽管“逻辑上相互矛盾”,却“得到经验事实强有力的支持”,因此,人们需要将它们视为一种表现“自然过程普遍特征”的“原理”来看待。这样,在人类的整个认识史中,公开承认“矛盾”的存在,并且以其取代必需的“可解释性”似乎首次获得了一种法律地位。

自然科学研究中,一旦出现某一个明显的悖论性推论的时候,总需要重新审视这个推论得以存在的前提或者“逻辑前件”。但是,恰恰就在这样一个简单的基本常识上,整个物理世界出现了一种难以相信的疏忽。事实上,整个问题在于:完全相洽于那个修正过的电磁场基本方程和一个几乎同样简单的常识,电磁场必须形式地定义在一个“确定电荷集合”所张的确定“表述空间”之上。也就是说,相洽于式(1.1.4)的表述,与 Michelson-Morley 实验对应的那个特定的“电磁场”只能定义在“地球”所张的几何空间之中,即

$$f(E, B) \in S_{\text{phy}} \cap S_{\text{phy}}: \text{extension of the earth} \quad (1.2.1)$$

当然,仅仅作为一种逻辑必然,该电磁场中扰动的传播速度 c ,即人们通常所说的光速,本质上作为电磁场的一个重要“物性参数”,同样只能定义在这个完全相同的几何空间之中,

$$c = c(E, B) \in S_{\text{phy}} \cap S_{\text{phy}}: \text{extension of the earth} \quad (1.2.2)$$

因此,人们不难看出:Maxwell 在构造那个“测量‘以太’相对于地球运动速度”实验计划时,将“地磁场和地球”界定为两种独立存在的逻辑前提并不存在,当然,这个实验也成为完全错误的命题。

另外,丰富多彩的物质世界,本质上是一个彼此之间不可分割、互为依存的统一体,不存在任何真正独立于其他物质的孤立系统。因此,在形式上,人们只能对物质世界中两个或者两个以上“彼此作用、互为关联”的部分做出描述。实际上,电磁场正表现了不同状态电荷之间的作用,以及这些作用在空间的传递形式。这样,由于电磁波被定义为某一个“电磁场”上“电磁学扰动”在空间域中的一种传播形式,这个空间域并不是随意的,而被赋予了特定的物质意义,为相关电磁集合延拓而称。于是,人们可以断言:如果某一个电磁集合在包容它的一个更大几何空间中运动的时候,那么由这个电磁集合诱导的“场”,以及定义于该电磁场表现电磁状态扰动传播的电磁波,同样需要随着电磁集合在这个大空间中运动。当然,为 Michelson-Morley 所揭示的一切,恰恰是完全真实和可理解的。这正如火车运动时,对于车厢中声音的传播速度自然独立于火车运动速度,人们从来没有表示过怀疑一样的那么简单。

不过,对于 Michelson-Morley 实验的认识困惑,实际上还源于对于“场”所固有几何特征的一种认识困惑。人们需要认识到,作为物质的一种普遍存在形式,场在几何上是“无形”的,它能够并且必须与某一个人们所关注的几何空间“完全叠合”在一起。或者更为准确地说,一个“无形的场”根本没有真正属于自己的几何。因此,像目前理论物理通常所说的那样,用“连续性”形容“场”的几何特征完全不当。其实,也正因为“场”的无形,人们才产生了一种“直觉”意义上的印象,即整个宇宙都“连续”地充满场。但是,对于整个宇宙,不同局部空间域中存在的场如此不同,根本不能将它们混为一谈。也就是说,地球在宇宙中的运动,与人们相像之中“地球相对于‘以太’的运动”没有任何关联^①。

总之,一旦真正理性地认识到在一个“电磁集合”与依赖于这个电磁集合而存在的电磁场

① 相关陈述再次向人们表明了这样一个事实,除了保持陈述语言的严格同一以外,根本不存在能够适用于整个宇宙的统一关系式。因此,与寻求一个普遍适用的真理性表述的通常愿望恰恰相反,人们必须认真考虑某一个确定物理学陈述得以存在的前提,以及如何自觉地为构造有限论域的问题。

之间,天然存在确定的逻辑关联,那么,Michelson-Morley 实验所表现的只能是一种过分“平凡”的物理真实。或者说,对于跟随火车运动的“声波场”与另一个跟随“地球”运动的“电磁波场”,除了在人们的感知上存在的差异以外,如果从“波”的行为特征考虑,两种波之间没有任何本质差异。当然,也仅仅在这个意义上,Michelson-Morley 实验得到了理性解释。

非 Euclid 几何创始人之一,俄罗斯著名学者 Лобачевский 曾经深刻地告诫人们,人类的认识史就是一部认识错误的历史。或者说,只有在认识批判的再批判之中,才可能逐步深化人类的认识。这样,在人类认识自然的逐步深化历程中,几乎任何一次具有“原创性”意义的认识深化,几乎都不可避免地存在与科学世界的旧秩序构成强烈的冲突。

或许正因为此,当一个旧科学世界面临某种认识困惑时,它甚至宁可接受某一个完全“悖谬”的神学系统,但是,在感情上并不愿意自觉接受对其在“物理概念”以及“形式逻辑”上所作的批判。

从这个意义上,人们可以发现:为 Einstein 的“相对论”,其实并没有构成对旧理论体系任何本质意义的批判。或者更为准确地说,对于当时那个还过分年轻的 Einstein,而且正如他自己说的那样,甚至连中学期间的数学读得也不算太好的情况下,他根本没有真正读懂 Mach 批判,没有理性认识到整个经典力学由于惯性系的存在而引起的逻辑不当,甚至都没有能力注意到经典 Newton 力学在所谓“非惯性系”的相关表述中明显存在的逻辑悖论。当然,Einstein 不可能真正读懂 Maxwell 的经典电磁场理论,也没有能力意识到这个陈述体系在“形式逻辑”与相关“哲学理念”两个方面同时隐含的认识不当。

可以相信,发现经典理论体系在“演绎逻辑”和“物理理念”中可能存在的实际问题,在此基础上继而使用严格科学语言,做出具有严肃科学意义上的批判,比起那个仅仅基于“直觉和顿悟”而杜撰的“时空观革命”要困难多了。

事实上,或许也恰恰因为这种完全虚幻的,本质上几乎到处充满着矛盾的认识革命,并不构成对旧理论体系“任何”具有“科学意义”的批判,因此,对于那个旧科学世界而言,在面对 Michelson—Morley 实验无所适从的时候,他们似乎也更愿意“毫无痛苦”地将认识整个物质世界的全部期望寄托于这个“不需而且也不准”做出任何解释,并且,仅仅需要一种“宗教式”的虔诚,就能够轻易得到的“神学”体系之上。于是,在西方科学世界曾经做出首创新性贡献的现代自然科学史中,实际上出现了一场空前的“造神”运动。而且,正是这场“造神”运动,为人们完全抛弃逻辑,随意修正物理概念必需的“同一化”内涵,仅仅凭借某种纯粹“主观愿望”就可以构造形形色色的“理论体系”(或者被称作形形色色的“几何空间”以进一步表示它们蕴涵的神秘性),乃至被 Dirac 戏称为一种“有趣游戏”的所谓“构造性”研究方法的涌现,打开了方便之门。

正因为此,在现代自然科学体系中,不仅使用数学语言的“物理学”,乃至“数学”本身,都公然允许形形色色逻辑悖论的存在,甚至直接将不同的“矛盾”存在,事先认定为构造某一个理论体系的基本前提。此时,人们只能重新公开提出“第一性原理”,以其作为现代自然科学体系得以存在的唯一依据。

1.3 物质世界的多样性和超光速现象存在的物质基础

人类面临的物质世界本质上是一个彼此关联、不可分割的整体。因此,当人们通过某一个确定的形式表述对于物质世界中的某一个特定部分的行为做出无矛盾的描述的时候,对于物质对象以及对于物质对象产生根本影响的物质环境的认定,从科学哲学和形式逻辑两个方面考虑都必然具有一种前提性的意义。

也仅仅于此,如果能够把“电磁场”视为物质世界中许许多多“物质场”存在形式中的一种,而“电磁波”作为该物质场中“小扰动传播”的一种运动形式,它与包括“声波”在内的其他形式“物质波”没有任何本质差异,那么,通常所说的“光速不变性原理”以及形形色色“超光速”或者

“亚光速”现象的出现都属于一种“过分平凡”的物理实在。对于那个充满差异和复杂性的无尽物质世界,为什么要服从某一个仅仅凭借“直觉和顿悟”杜撰而得,并且自始至终充满逻辑悖论的“相对论”的制约呢?任何一个物理现象只要是真实的,一定相应存在属于自己的物质基础。

人们可以确信,随着人们研究的范围和对象不同,物质世界的存在形式、运动形式、相互作用形式,乃至不同物质存在之间的转化形式(以及与其形成逻辑对应的不同“质能变换关系”的具体表述形式)必然表现出极大的差异。物质世界自身的多样性,决定了不同形式的扰动必然存在不同传播速度,从而成为形形色色“超光速”和“亚光速”得以存在的真实物质基础。相反,要求物质世界仅仅存在一种作用形式,一种传递作用的速度,甚至必须为某一个相同的公式所描述,只能是对于无尽大自然一种过分幼稚的期待,当然,最终也必然使得整个物理学陈述充满存在形形色色的矛盾^①。

结 束 语

人类面临一个自存、彼此之间充满差异、相互关联的物质世界,永远不可能表现其全部的真实。人们甚至可以这样说,对于物质世界某一个确定的部分,随着不同研究者主观意志的不同或者使用实验手段的差异,在它们的存在形式上可能表现出完全不同的特征。乃至,一个通常以为的“有形实体(Tangible entity)”,如果出现在另一个特定的实验中,它可能更多地表现为一种“虚空”,从而可以合理地视为其他“无形场(Intangible field)”的一种“凝聚”状态。因此,特定物质对象的存在形式并不确定。但是,人们不能因此而改变“语言”或者“概念”必须具有的“同一化”内涵。此时,自然科学需要和能够做的只是:在保持所使用语言和概念的严格统一性和无歧义性的同时,针对物质对象所作的某种理想化认定以及相关展现的形式规律,做出一种明确和严格的限定,使相关表述仅仅能够有限真实地存在于某一个特定“论域”之中。

但是,对于当今物理世界,普遍存在这种基本认识上的严重本末倒置。或者更为明确地说,自 Einstein 构造了一种本质上针对“语言”和“概念”所作的革命以来,人们不是对于人们所描述的“物质对象”及其相关“物质环境”在不同特定条件下可能展现的不同特征做出一种严格的前提性认定,而寄希望于改变“场”、“粒子”等一系列“基元概念”自身必须具备的一种不可变更的形式内容,以能够对整个物质世界构造一种普遍的真理性的描述。正因为此,尽管 20 世纪以来的自然科学向人们揭示了物质世界许多具有深刻内涵的真实存在,但是,在基本理念上,却将人们引入了一种史无前例的混乱之中。

因此,在面临形形色色“超光速”和“亚光速”现象,需要为这种真实存在提供一种可靠的物质基础,并且重新认识历史上一系列遗留问题的时候,人类所面临的根本任务并不仅仅在于对某些公式的形式做出某种修正,也并不仅仅在于如何为它们提供相应的物理内涵,更不是否定现代自然科学体系所表现的许多局部真实,一个需要人们认真对待的历史性课题是:严格遵循以“逻辑自洽性”为本质内涵的“理性”原则,对自 Newton 开始的整个自然科学体系进行一次历史性和全局性的梳理,将一系列颠倒了的认识再重新颠倒过来。

^① 包括“波速独立于波源体运动状态”在内的“波速不变”原理属于所有的波动现象。即使对于机械波,波源的运动状态仅仅影响机械波的振幅与波形,与机械波的波速无关。波速是物性参数。

随着超光速现象问题的出现,人们对如何认识“相对论”的问题重新表现了极大热情。在这样一个大讨论中,某些研究者曾经向笔者提出了这样的质疑:你对“相对论”的批判似乎过分空泛了。其实,既然 Einstein 明确地将他所称的一对“矛盾着的真实”作为构造他的陈述体系的唯一前提,那么,实际上已经像人们看到的那样,这个陈述系统“始终”且“到处”充满矛盾。而且,根据证伪学说,仅仅任何“一个”矛盾的存在,都足以对某一个陈述系统构成完全的否定。反之不真。更何况, Einstein 公然提出他的所有一切都只源于他的“直觉与顿悟”,因此,包括他自己在内的所有人“无法且不允许”对他所建立的陈述系统作任何解释。这样,除非将其视为一种神学,这个所谓的陈述系统必然是完全荒谬的。

从另一个角度讲,从科学本身考虑,也就是从科学陈述通常包容的“形式逻辑”和“物理概念”两个方面考虑,对于一个仅仅基于当时数学和物理基础尚远不够扎实的年轻人的“直觉和顿悟”而构造的陈述体系,本质上几乎没有任何值得人们花费力气做出批判的地方。的确,这个陈述系统给包括 Einstein 在内的所有人以一种假象,似乎它真的是以对“经验事实”的前提性承认作为它的唯一依据。但是,由于表述经验事实的“语言”,即 Einstein 所说的时间和空间发生了变化或者赋予了歧义,一个原本真实的“经验事实”其实已经不再存在。并且,这个体系由于前提性地容忍“矛盾”的存在,公然否定以“逻辑相容性”为本质内涵的“可解释性”原则,使得其最终只能成为一种完全“悖谬”的神学体系。

可以相信,正是因为这个陈述系统一种过分的“无理性”,反而容易使得人们能够“过分轻松”地接受这样一种“过分悖谬”的陈述系统。事实上,除了明确或者潜意识地将其归结为一种“神学”系统以外,人们几乎无需进行以“逻辑自治性”为基本原则的严肃思考。当然,这也是目前科学主流世界公然主张以一种纯粹的“宗教情结”,让所有研究者不作任何反思和批判地接受或者膜拜这个神学系统的缘故。或许人们还可以相信,当一个旧科学世界面临认识困惑时,在感情上它似乎宁可接受某一个完全“悖谬”的神学系统,而不愿意自觉接受对其在物理概念以及形式逻辑上具有科学本质意义的批判。其实,人们永远不能说出比大自然更多的东西,一切科学陈述的可解释性,仅仅本质地在于在科学语言的“无歧义”性,以及形式表述与理想化物质对象和不同形式表述系统之间必须严格遵循的“无矛盾”性。当 19 世纪末叶的科学世界面对 Michelson-Morley 实验变得无所适从的时候,并非这个实验所表明的经验事实多么复杂,而是自创建 Newton 力学体系真实蕴涵的一系列前提性认识矛盾没有真正得到解决的逻辑必然。

那个时代的人们,尚无力解决 Mach 批判,即理性地回答“到底什么是惯性系”这样一个涉及整个自然科学体系的前提性问题;没有意识到允许经典力学中“非惯性系”实际使用的力学公式与 Newton 定律之间“二律背反”问题隐含的极大危害,以及由于“无穷多”惯性系存在使得一切运动学量失去了唯一性意义的极大危害^①。而且,他们完全没有懂得: Newton 定律本质上只是一种“单称性”陈述,作为人类通过“加速度”对于“力”首次做出的一种形式定义,当然,对于“彼此作匀速相对运动”无以穷尽的参照系自然表现了一种“独立性”。但是,这种“独立性”仍然属于一种“单称性”的陈述,不具普遍意义。而且,对于不同“参照系”不同“运动速度”所表现的“独立性”,属于一种“物理学”陈述。另一方面,任何合理的科学陈述(物理和几何表述)必须独立于一切“坐标系”人为选择,这样一种基本要求可以“大概”地被称之为科学陈述的一种“必需”的“几何”性质。实际上,以“张量”形式表述的科学陈述对于一切坐标系所表现的独立性,正是这样一种基本属性的表现。两者完全不可同日而语。因此,即使不考虑所谓 Galilean 变换以及 Lorentz 变换自身的不合理性,这样两种变换也表现了完全不同的属性。对于 Galilean 变换,可以存在于以“匀速相对运动”的不同参照系中,但是, Lorentz 变换是一个非线性表述,它只能像现在的理论物理所述,定义于“固定”坐标系的“旋转”变换之间。

同样,对于那个时代的人们,没有意识到公然允许某一个纯粹基于“人为理念”而构造的 Maxwell 位移电流的存在所造成的极大危害,当然,也不可能意识到一个似乎过分“漂亮”的经典电磁场理论中可能大量存在的逻辑不自洽问题。当然,自然科学体系中这样一些前提性的科学理念没有得到真正澄清,那么,在一个完全混乱的前提下进行的任何推理或者猜测只能将人们的认识进一步引入混乱。在 20 世纪初叶,为法国研究

① 惯性系之间可以相差“任意”的恒定运动速度。这样,人们总可以构造一个“惯性系”的完全集合,与这个完全集合中的所有惯性系对应,一切运动学量都可以在“无穷域($-\infty, +\infty$)”中取任何值。当然,我们的物理学陈述将失去意义。

者 Poincare 最先提出,并且至今仍然影响着现代整个自然科学研究的“相对性”原理,则将这样一种混乱置于一种“原理”的地位之上。如果说,由于认识深化的一种逐次递进过程,在构建经典力学体系、经典电磁场理论体系时,我们的前人欠下了许多债务,并且,这些属于科学前提性理念上的债务一直没有真正得到偿还,那么,作为自然科学研究中任何一个严肃的后继者,则必须承担这样一种责任,重新认识和界定那些似乎过分简单的基元认识和基元概念。

使用科学语言、具有严肃科学意义上的批判,比基于“直觉和顿悟”而轻易得到“认识革命”要困难多了。“相对论”曾经控制科学世界几乎近整整一个世纪,而且,这种控制似乎依然还要继续下去。当然,人们自然会感兴趣于其为什么得以产生的问题。但是,人们无法从 Einstein 本人所写的“*How I created the theory of relativity*”中得到任何科学意义上的答案。今天,即使对于当今科学主流世界中那些最保守的研究者,他们也不能否定“相对论”本质蕴涵的神学意识。实际上,当年的 Einstein 根本没有读懂 Maxwell 的经典电磁场理论,不仅没有认识到“位移电流”假设在哲学理念和数学表述方面的不当,不懂得如何解释这个理论体系中的“电流”被界定为运动中的电荷,却为什么不能激发电场的问题。当然,他也根本不可能真正意识到这个陈述体系可能存在的逻辑不当。人们可以发现,除了一种“意识形态”意义上的“认识论”革命以外,在本质上, Einstein 所构建的“相对论”并不构成对整个旧理论体系“任何”具有“科学意义”的批判。这样,对于那个旧科学世界而言,在面对 Michelson-Morley 实验无所适从,而 Einstein 提出一种全新的替代体系的时候,他们并没有受到任何实质意义的批判,因此,他们好像也更愿意“毫无痛苦”地将希望寄托在这样一种纯粹的“神学”革命之上。

于是,正如 Bohr 给 Einstein 最后一封信中所述:20 世纪的整个科学世界正是意识到“Einstein 所描述的‘实在’的那些逻辑前提”,并且完全沿着“Einstein 所指引的路线前进”的那样, Einstein 那个只能以自身的“直觉与顿悟”为全部基础,一种极其荒谬的认识论给整个现代自然科学体系中开创了一个极其危险的先河。

一方面,公开地不断修改“概念”自身必须蕴涵的“无歧义”内涵,并且,寄希望于通过改变概念内涵的方式,回避形形色色认识“矛盾”的存在,甚至公然以对于某些矛盾的存在作为认识前提,仅仅依据个别实验事实的存在,过分随意和轻松地构造某一个如 Heisenberg 所说的“实验室数据系统”之类的形式系统;另一方面,当这些公式的构造仅仅被 Dirac 戏称为一种“有趣游戏”,当“数学严谨性”被 Landau 公然称之为一种“自欺欺人”的同时,人们又心怀一种真诚的愿望,在允许持续不断改变概念内涵的同时,却要求整个物质世界能够无条件地服从某一个“智者”凭借“直觉和顿悟”所构造的某一个特定公式。这样,只要成为被人们公认的“智者”,那么,即使根本不懂得逻辑,他们仍然可以在无视“矛盾”存在的前提下,要求整个科学世界必须“逻辑”地服从他们凭借“上帝”所赋予的才智所“随意”构造的公式。有趣的是,对于“相对论”缔造者的 Einstein,他开始并不懂得其他人为这个陈述体系所构造的一个所谓数学工具。

他们是一种纯粹的推崇实用主义的机会主义者。他们否定逻辑,并不否定实验真实。或者更为准确地说,他们仅仅期望在“构造”能够表现物理真实的普适公式的那个“特定”时刻,能够完全自由地摆脱“逻辑”的束缚。当然,由于他们凭借“修改概念”构造公式,希望成为某些实验数据的直接“模拟”,这些公式自然地容易得到某些相关经验事实的“检验”。并且,使得这种仅仅凭借修正或者不断构造“概念”的方式,在几乎任何人都可以过分轻易构造的陈述系统的同时,却被赋予了一种连“构建者”自身或许也意识不到的欺骗性。

如何维持一个科学陈述系统在整体意义上的逻辑相容性,本质上包含维持一切科学概念与科学语言的严格同一性,以及在此基础上不同科学陈述之间无矛盾性。当然,做到这一点需要对于科学体系的一种整体认识和扎实的数学功底。相反,对于科学陈述需要严格遵循“陈述语言”和一切“科学概念”的严格同一性一旦遭到否定,将自然科学体系建立在以“改变概念”为基础的“直觉和顿悟”之上,本质上已经不存在科学。事实上,年轻的 Einstein 曾经以一种十分“自然”的方式,将一对“原时和钢尺”引入相对论,以用作“时空”量度的必要基准,并且,还构造了一个所谓“校钟”操作系统。其实,即使不考虑这个“异地校钟”系统由于不具独立于不同“特定”操作方式所引起的“矛盾”或者“非唯一性”的问题,一个远为严重的问题是:正如晚年的 Einstein 曾经大概意识到的,当一对“原时和钢尺”被界定为“时空”的量度基准的同时,必然在逻辑上构成对其“时空观”革命的一种根本否定,或者,最多只能将形式表述的“时空变换”视为一种属于物质世界以外的“观察”效

应,不再具有刻画自存物质世界任何“内蕴”特征的本质意义。当然,对于这样一种形式表述体系,充其量也只能是一个 Heisenberg 所说的“实验室数据”系统,由于相关的概念始终处于变化之中,对于整个物质世界没有任何本质意义。

事实上,一旦放弃了逻辑,放弃了科学陈述必须严格遵循的“逻辑相容性”原则,自然科学本质上已经不复存在。为什么要求未知的物质世界服从这些自身充满“矛盾”的陈述呢?正是由于公开放弃了逻辑,对于一个方面自得于局部经验证实、另一方面在意识上陷入了空前混乱,甚至不得不重新借助于“神学”支持的现代科学主流社会而言,他们在严厉拒绝使用严格科学语言,具有真正科学意义上的科学批判的同时,却对于基于修正“科学概念”统一内涵、无所休止的“闲扯”表现了极大的宽容甚至极大的兴趣。

在 Descartes 的“自然哲学”中,他的“第一性原理”表现了人类以一种“理性”或者“逻辑”的方式认识自然的一种真诚渴望。但是,在面对无以穷尽的大自然时,这样一种认识不仅过分朴素和简单,同时还充满着矛盾。人类永远不能穷尽对于大自然的认识,不能说出比大自然本身更多的东西。但是,将人类认识大自然的一个无尽过程寄托在某一个“智者”之上,甚至否认逻辑,不仅是一种“无为”意识的表现,还同样是深深植根于人类潜意识中对于大自然敬畏之情的另一种形式的极端化。如果说,为 Newton 开创的经典力学体系,曾经对“第一性原理”所蕴涵的神学意识构成了一次巨大冲击,那么,对于经历了许多次“神学解放”的人类,真正需要的是再一次摆脱神学,再一次摆脱自然科学研究中的所谓“第一性原理”,摆脱对于某一个研究者个体的盲目崇拜和迷信。如果真的像 Einstein 所说的那样,在面对复杂的物质世界时,人们可以并且应该“默认”某些“矛盾事实”的真实存在,无需也不能对其做出任何解释,并且,以对于这种“矛盾事实”的承认作为唯一的认识前提,进而依赖于某些“智者”的“直觉和顿悟”,通过一种本质上属于“语言革命”的“时空观”革命,以构造一个普适于整个物质世界的“真理陈述”系统,当然,一个能够无视矛盾的前提性存在的陈述系统,能够用以描述整个物质世界,那么,无论对于构建者与接受者而言,几乎不必花费任何艰苦劳动,无需考虑如何遵循“逻辑相容性”的基本原则,甚至无需或者根本不允许做出任何理性的解释,而仅仅需要接受一种纯粹“意识形态”意义上的认识革命,自然成为一种过分“轻松愉悦”的事情。然而,人们总可以相信,在自然科学研究中,一个陈述哪怕曾经存在再多的经验证实,但是,通过改变概念的逻辑内涵以回避矛盾,并且期望实现符合物理真实的一种“同一化”描述的任何企图,最终只能陷入更为深刻的矛盾和谎言之中。

其实,也正因此,Einstein 本人也不自觉地成为这样一种谎言的牺牲者。人们需要理性地意识到,漠视科学体系“整体矛盾”的存在,依据改变概念的统一内涵,试图“拷贝”经验事实的“实验室数据系统”,自然能够为一系列的经验事实所证实。但是,这样一种过分“急功近利”的经验验证,或许是暂时省力的,但是,它不仅对于人类认识整个物质世界没有任何本质意义,而且只能长久地将整个人类引入认识混乱之中。矛盾的真实存在,并不以人们是否承认而有所改变。因此,任何企图通过“回避矛盾”解释物质世界的努力,虽然能够获得某种暂时的、局部意义的成功,最终只能欺骗我们所有的人。

人类的自然科学体系,总是处于“承继性批判和批判性继承”的逐步深化认识过程中。对于自然科学中任何一个前提性的概念,如果容忍相关认识混乱的存在,那么,必然最终导致整个自然科学体系的混乱。因此,人们绝对不能轻信那些无需花费巨大劳动的“直觉和顿悟”,而是切切实实地花费大的力气,凭借经过艰苦劳动所激发的极大智慧,重新认真探讨 Newton 所构建的经典力学由“惯性系”所引起的一切逻辑不当,反思热力学体系中熵函数的“神秘性”之中必然显示“无理性”,认识并且重视 Maxwell 所构建经典电磁场理论中那个仅仅凭借“人为假设”而提出“位移电流”的概念中必然隐含的某种无理性,进而揭示和重新思考一切相关理论体系在基本物理概念中可能存在的任何认识不当,以及相关演绎推导过程中存在的任何逻辑不当或者矛盾。

事实上,没有对经典电磁场理论的理性重整,没有在这种理性重整基础之上对经典电动力学的重新认识与构造,量子力学所面临的许多问题仍然无法得到真正解决。

可以相信,此时人们应该做出的所有一切才真正是实实在在的,容不得半点虚假或者疏忽。也就是说,需要使用“无歧义”的统一科学语言,严格遵循任何科学陈述必须严格遵守的“逻辑自治性”原则,针对不同特定“理想化”物质对象所构造的不同形式系统,对于它们得以存在的逻辑前提、相关有限论域以及有限表现能

力进行深入探讨。事实上,只有这样,人类的自然科学才可能在一条正确的道路上前进,使得人们的认识真正得以逐步深化。

参考文献

- [1] 黄志洵. 超光速研究. 北京:科学出版社,1999
- [2] 杨本洛. 经典热力学中若干基本概念的探讨. 北京:科学出版社,1996
- [3] 杨本洛. 流体运动经典分析. 北京:科学出版社,1996
- [4] 杨本洛. 理论流体力学的逻辑自治化分析. 上海:上海交通大学出版社,1998
- [5] 杨本洛. 自然哲学基础分析——“相对论”的哲学和数学反思. 上海:上海交通大学出版社,2001
- [6] 杨本洛. 湍流及理论流体力学的理性重构. 上海:上海交通大学出版社,2003
- [7] Yang Benluo. Reflection and reinterpretation on electromagnetic theory——Philosophical and mathematical examination of Maxwell's equations(will be published by Shanghai Jiao Tong University Press)

第2章 热力学理性重建与最大熵原理 和最小熵增率原理的辩证统一

如果说 Newton 的经典力学和 Maxwell 的电磁场理论分别表述了物质存在的两种极端形式,即质点和场,那么,热力学所描述的物质对象则是一种较为复杂的复合体——大数粒子构造的物质集合。虽然,在人类认识的历史过程中,经典热力学和电磁场理论的构造,基本上是在同一个时代得以完成的。也正因为这种认识的历史痕迹,人们至今没有形成一种真正理性的意识,如何完全根据被描述的物质对象对理论物理进行一种更为严格和合理的分类。在这个意义上,热力学中存在的问题与自然科学体系其他领域中的问题又是密切相关的。

2.1 热力学理性重建的历史背景

1845 年,英国的实验科学家 Joule 完成了热功当量的较为准确的测量。其后,随着 Kelvin 和 Clausius 在奠定热力学基础方面的逐步进展,人们广泛地确信了这样一种重要的经验事实:尽管物质的存在形式和运动形式不同,但是,当不同物质之间存在相互作用从而能量的形式相应发生相互转换的时候,不同物质的能量总量保持不变。这个经验陈述就是能量转换和守恒定律的实验。随后,Clausius 意识到另外两个重要事实,即“热功转换”和“热量传递”的方向性特征之间可能存在某种一致性,并且,希望通过一种数学形式表现这样两种不同转换之间的“等价性量(equivalent)”的时候,一个以“可逆过程”的认定作为基本前提的“熵”的热力学量,以及整个经典热力学的形式系统便出现了。虽然,直到 1865 年,Clausius 才首次给出熵函数的热力学意义,并且,提出了那个著名的“热寂”学说^[1]。

必须承认,限于那个时代的人们对于物质世界的认识远未达到深刻的程度,将构建整个经典热力学理论的两个最基本的经验事实,即人们熟知的热力学第一定律和第二定律加以“形式化”并不是一件容易的事情。如果从 Clausius 于 1850 年最先提出这个命题开始,继而于 1854 年形式地引入“熵”函数,到最终给予这个热力学量一个相关的解释为止,前后共计经历了 16 个年头。正因为对于被描述对象自身缺乏较为准确的认识,所以当“理性主义(Rationalism)”的现代信仰者十分尖锐地指出,经典热力学中包容了太多的神秘性,或者数学推导中的不严格和物理理念中的混乱,进而提出“热力学理性重建”这样一个重大命题的时候,任何具有独立思考能力的研究者绝对不会感觉到丝毫惊讶^[2]。

但是,一个严肃的问题在于:虽然“理性主义者”指出经典热力学存在一系列逻辑不严格和神秘化问题,但是,人们并不知道这些问题到底出自何处,如何加以纠正。相反,因为他们并没有真正理性地意识到,一个仅仅依赖于人们的思维理念,而不是逻辑地依赖于对于某种“特定”物质对象所作理想化假设而得以构造的“熵函数”正是一切神秘化的根源,所以他们所作的“热力学理性重建”只是将人们引入了另一个更为神秘,同样仅仅依赖于人们的思维理念而得以存在,所谓的热力学“流形(manifold)”之中。当然,这也是一批“理性主义者”花费了大量精力,

几乎延续了半个世纪之久的“热力学理性重建”工作至今无法得以完成的根本原因。

在20世纪的热力学研究中,另一个重大的事件似乎应该归于 Prigogine 所提出的“耗散结构”理论,构建者曾经声言,该理论体系几乎可以无所限制地应用于自然科学乃至社会科学在内的一切场合^[3]。但是,如果仅仅从哲学理念考虑,人们同样可以相信,恰恰由于没有“论域”的限制,该理论体系必然隐含着形形色色的逻辑不自洽问题。不知是否因此,尽管该“理论体系”曾经荣获了 Nobel 奖,但是,一些严肃的物理学著述并没有对这个所谓的理论体系给予任何认真的理会^[4]。事实上,人们不难做出严格的证明,由于没有认识和分析经典热力学体系一系列基元概念自身存在的问题,即使在 Prigogine 的许多初期研究中,也存在许多逻辑不当的问题。

科学发展史一再表明这样一种真实,“历史总是在否定创造它的人们中前进的”^[5]。因此,人们无法回避对于经典热力学中一系列前提性认识中逻辑不当的揭示,当然,也仅仅于此,才可能真正完成“热力学理性重建”这样一个重大的历史性命题^[4~8]。

2.2 理论体系的有限表现能力与形式完备性的辩证统一

在现代自然科学体系中,任何一个形式表述系统必须依赖于针对某种“特定物质对象”的“理想化假设”而得以存在。显然,简单承认这样一个一般性的事实,对于任何一个生活在这个时代的科学研究者并不困难。但是,如果纵观现代自然科学体系的发展历程,人们不难发现这样一种普遍真实,对于某些被描述的物质对象做出一种恰当的理想化认定,进而对相关形式表述体系构造一个同样恰当的“有限论域”并不容易。事实上,对于理想化物质对象的这种形式认定,几乎总滞后于与该物质对象相关的若干事实的直观认识。而且,人们仍然可以相信,在探求未知的物质世界过程中,这样一种存在于“本和末”之间的认识差异或许会永远存在着。

正因为这样一种认识差异的自然存在,以及人们似乎还没有对这种认识差异对于构造自然科学体系必然产生的影响形成一种深刻的认识,人们同样可以发现,在目前的自然科学体系中,对于逻辑前提、存在条件和有限论域等前提性问题的研究是相当不充分的。

事实上,当人们面对一个“无边无际,相互处于作用之中,并且本质上不可分割”的物质世界,任何一个形式表述体系仅仅具有有限的表现能力以及有限的真实性。但是,作为一个纯粹的形式系统,任何理论体系以及该体系中的所有物理量必须具备确定的形式意义。形式系统和形式量自身具备的确定性,与形式系统与其表现的物理真实之间必然存在的差异是两个完全不同的概念,风牛马不相及。

然而,恰恰对于这个似乎过分简单事实的忽视,使得经典热力学的形式化构造中出现了前提性的错误,从而使得一个本来相当简单的理论体系反而变得过分复杂和神秘起来了。经典热力学隶属于“静态分析”的范畴,无论是 Clausius 引入的“可逆过程”还是“不可逆过程”,本质上都不属于经典热力学研究的有限论域。因此,人们无须也不能借助形式系统以外的某种物理真实定义形式系统中的物理量。

换一句话说,对于这个特定的形式系统所可能描述的物理现象,熵函数必须被赋予确定的形式意义。因此,在一个能够被热力学理论体系描述的“热力学态”的“邻域”中,热力学系统的“熵变化”能够也必须通过该热力学系统的吸热量与其温度的“商”加以表现,

$$dS^{\text{def}} = \frac{\delta Q}{T}$$

其实,这个确定性的陈述与经典热力学中另一个形式表述,即热力学系统的体系可以借助该系统的做功量与其压力的“商”

$$dV^{\text{def}} = \frac{\delta W}{p}$$

加以表述,没有任何本质性的差异,只不过对于那个时代的人们,压力、体系与功量都十分直观,而温度、热量与熵函数显得比较抽象罢了。并且,人们仍然可以确信,这样两种对应形式表述与物理真实存在同样的差异,并且,这种差异与形式量必须具有确定的形式意义属于两个完全不同的理念,不可混为一谈。

当然,人们还可以做出严格的证明,那个曾经被人们认为具有普适意义的“热力学第二定律”同样仅仅是一种条件性陈述,它必须以两个彼此之间存在“宏观差异”的热力学系统作为该定律的逻辑前提,否则,它无法成为一个具有“独立意义”的物理学陈述。

2.3 热力学平衡态以及时间坐标和热力学的重新分类

在引入“场”描述这样一种特定的数学形式,能够对物质对象在几何空间中呈现的分布做出形式表述以前,人们只能对物质对象做出一种“均匀化”的假设,或者说,构造一个几何上的“0 维”的数学模型。正因为此,在经典热力学中,借助一组相同的热力学量所描述的物质对象在几何上必须是均匀的。通常,人们把一个能够通过一组热力学量所描述的热力学体系称为一个均匀化的宏观物质系统,相应的认定则称为“平衡态”假设。

显然,对于几乎任意一个与外界发生热力学作用的热力学系统,它们在几何上总是不均匀的。因此,随着人们希望对于宏观物质对象的行为做出更为符合物理真实的描述,能够对空间真实存在的不均匀现象做出描述的“场”方法,被自然地引入到热力学体系之中。但是,受限于“相关表现能力”发展历程中的一种历史真实,并不总能作为划分某个理论体系的一种准则。因此,正是在这样一个前提性的概念上,当现代热力学体系被人们划分为“平衡态热力学”和“非平衡态热力学”,乃至一种纯粹主观理念意义上,没有任何确定形式意义的“近非平衡态热力学”和“远非平衡态热力学”的时候,人们的认识相应出现了不应有的逻辑混乱,从而使得整个形式系统出现了空前的混乱。

人们不难发现,在许多著名的“现代非平衡态热力学”著述中,恰恰对于“平衡态”这样一个前提性概念,缺乏前后一贯的基本认定。事实上,某些著述尽量回避对于“平衡态”做出具有实质性意义的定义,而另一些著述则不能不给出彼此矛盾的形式定义^[9~11]。

因此,只要不考虑数学表述能力上的限制,人们可以确信,如果某一个确定的“宏观物质系统”能够被认为在时间域中保持一种“大致不变”的状态,那么,无论这个特定的物质对象在几何上是否保持均匀,它们的热力学基本特征必然保持一致。恰恰因为此,正如现代宏观力学所显示的那样,对于一个“平衡态假设”下的“有限大”宏观物质系统与“局部平衡态假设”下得以存在的“物质元”,两者在热力学意义上几乎没有任何差异。相反,如果一个宏观物质系统处于“运动和变化”之中,那么,无论这种“变化”在时间域中是否保持一种“恒定”的状态,人们总可以断言,这个时刻处于变化之中的宏观物质对象,必然与以上所说“时间域中不变,而几何上并

不均匀一致”的宏观物质集合存在某种本质性的差异,呈现另一种仅仅属于“动力学”分析范畴的基本特征。

在自然科学中,不同学科呈现的不同形式特征本质地决定于被描述物质对象自身存在的差异,人们没有理由为不同学科构造不同的基本准则。因此,无论被描述物质对象之间存在着怎样的形式差异,人们总可以根据是否引入独立的时间坐标对于同一个形式系统做出一种分割——静力学分析和动力学分析。与此相应,整个热力学体系只能被自然地划分为“静热力学”和“动热力学”两个不同的分支,并且,人们需要揭示两种不同研究对象呈现的基本物理学特征。对于任何一种宏观物质对象,任何时间域中的变化必然对应于几何域中的差异。因此,经典热力学中的时间坐标本质上不具独立意义。其实,也正因为此,人们才可以在经典热力学中随意延长时间坐标,引入“准静态过程”的概念。

2.4 热静力学中的最大熵原理与热动力学中最小熵增率原理的辩证统一

如果不考虑 Clausius 最初引入熵函数的具体方式,而仅仅根据宏观物质作为大数粒子集合的基本前提出发,人们可以自然地接受这样一个一般性的认识:如果热力学系统的温度仅仅发生“微变化”,而系统从环境接受的热量能够形式地表示为

$$\delta Q = \frac{1}{2}(T + T + dT)dA \approx TdA$$

则式中引入的物理量 A 自然等价于经典热力学中的熵函数,即存在熵的形式定义

$$S = A \equiv \frac{\delta Q}{T}$$

并且,如果需要考虑宏观物质集合的温度 T 表示系统粒子“无规运动”平均能量的一种大概量度,那么,熵的物理意义同样是明确的,即熵与这种平均动能相对应的“特征粒子”构成一种对应。于是,在保持温度不变的前提下,系统从外界吸收的热量必然等于熵的增加,即相当于系统中“特征粒子数”的增加^[6]。

显然,如果某一个宏观状态保持不变的宏观物质系统处于“绝热”条件之下,人们可以断言,宏观物质系统的熵取最大值的状态,必然对应于该宏观物质系统的真实存在状态,以满足宏观物质集合中粒子的自均匀化倾向。

相反,对于某一个运动中的宏观物质集合,如果仍然可能处于“绝热”条件之下,考虑到粒子无规运动引起的自均匀化倾向意味着一种“耗散”,那么,可以断言,运动中宏观物质与“最小熵增率(不是 Prigogine 所说的‘最小熵产生率’)”相对应的状态,必然成为宏观物质运动的一种“最可几”状态,以满足物质世界普遍适用的“最小作用原理”^[6~8]。

结 束 语

当对于被描述的物质对象自身尚缺乏一种深刻认识,同时却希望对于相关的经验事实给予某种确定的形式化表述的时候,人们可以相信,这种形式化的构造几乎不可避免地存在某种猜测的成分。但是,一旦能够对于被描述的物质对象真正形成一种本质性的认识,人们往往需

要将那个限于历史原因而存在的形式系统加以重新调整或者修正。仅仅于此,人们才可能真正理解这样一个基本事实——真正科学的,必然是自然的,容易为人们所接受。

参考文献

- [1] 广重彻. 物理学史. 北京:求实出版社,1988
- [2] Serrin J. New perspective in thermodynamics, Springer-Verlag, 1986
- [3] 湛垦华,沈小峰. 普利高津与耗散结构理论. 西安:陕西科学技术出版社,1982
- [4] Parker S P. Encyclopedia of Physics, McGraw- Hill Company, 1983
- [5] 杨本洛. 经典热力学中若干基本概念的探讨. 北京:科学出版社,1996
- [6] 杨本洛. 自然哲学基础分析——“相对论”的哲学和数学反思. 上海:上海交通大学出版社,2001
- [7] 杨本洛. 湍流及理论流体力学的理性重构. 上海:上海交通大学出版社,2003
- [8] 杨本洛. 宏观物质粒子本质和热力学理性重建. 上海:上海交通大学出版社(待出版)
- [9] Prigogine I. Introduction to thermodynamics of irreversible processes, Third Edition, Interscience Publishers, 1967
- [10] Degroot S R and Mazur P. Non-equilibrium thermodynamics, North-Holland Publishing, 1962(中译本,上海科学技术出版社,1981)
- [11] Reichl L E. A Modern course in statistical physics, University of Texas Press, 1980(中译本,北京大学出版社,1983)

附录

Prigogine“最小熵产生率”原理 的否定性证明及若干反思^①

在自然科学中,人们早已认识到变分原理通常蕴涵着更为深刻的内容,是对于物质世界某种普遍事实的一种人为认定。因此,尽管求解由微分方程导得的极值问题,而不直接求解微分方程本身在计算上往往给人们带来某种方便,但是,变分原理自身无需满足连续可微的逻辑前提,通常存在于比微分方程更为宽泛的范围中。这样,变分原理原则上不可能借助某一个微分方程以证明;反之,根据某一个变分原理,却可以根据人们补充的连续可微前提演绎地导得相关微分方程。

针对人们普遍关注的“非平衡态”问题,Prigogine 提出了一个相关的命题,即在“一定条件”,即一个至今没有定义的“近非平衡态”下,处于恒定状态的非平衡态具有“最小熵产生率”。但是,无论从数学推导还是物理理念考虑,这个被其故意模糊了的陈述是一个完全不恰当的

① 该附录大体援引自笔者即将出版的《宏观物质粒子本质和热力学理性重建——宏观力学的哲学和数学反思第二卷》一书中的相关一节。

陈述。

1. 定常热传导变分问题的“现代热力学”陈述

对于 Prigogine 所述“具有最小熵产生率”的恒定状况,其中一个最简单的特例是“热传导”问题。人们不难通过对该问题的重新分析,构造一个对于“最小熵产律”原理的否定性证明。现在首先按照现代非平衡态热力学著述的通常的叙述方式将现代热力学著述中的相关陈述重新列出^①。

考虑一个各向同性系统,在包围该体系的器壁上,具有不随时间变化的不均匀温度分布。根据 Prigogine 提出的“熵产生率(Entropy production)”一般定义

$$\sigma = \mathbf{q} \cdot \nabla \frac{1}{T} = -\frac{1}{T^2} \mathbf{q} \cdot \nabla T \quad (\text{A})$$

式中 T 为系统的温度分布,而热量向量分布 $\mathbf{q}$ 为

$$\mathbf{q} = -\kappa \nabla T = L_{\text{qq}} \nabla \frac{1}{T} \quad (\text{B})$$

式中 κ 为通常的导热系数,而 L_{qq} 为 Prigogine 引入的唯象系数,

$$L_{\text{qq}} = T^2 \kappa$$

并且,总认定该唯象系数只是“系统整体平衡温度”的函数。如果不计系统的热变形,能量方程为

$$\rho = \frac{\partial e}{\partial t} = \rho c_V \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q} \quad (\text{C})$$

其中, c_V 为比定容热容。与此对应

$$P = \int_V \sigma dV = \int_V \mathbf{q} \cdot \nabla \frac{1}{T} dV = \int_V \frac{k}{T^2} \nabla T \cdot \nabla T dV = \int_V L_{\text{qq}} \left(\nabla \frac{1}{T} \right)^2 dV \quad (\text{D})$$

即为系统的总熵产。

此时,作为一种纯粹的人为认定,Prigogine 构造了一个变分问题,限定如下所述系统的总熵产为“极小”值

$$\delta P = \delta \int_V \sigma dV = \delta \int_V L_{\text{qq}} \nabla \frac{1}{T} \cdot \nabla \frac{1}{T} dV = \delta \left[L_{\text{qq}} \int_V \left(\nabla \frac{1}{T} \right)^2 dV \right] = 0 \quad (\text{E})$$

并且指出,对于第一类边值问题,与该变分问题对应的 Euler 方程为

$$\nabla \cdot \nabla \frac{1}{T} = 0 \quad (\text{F})$$

重新利用唯象方程(B),导得

$$\nabla \cdot \mathbf{q} = 0 \quad (\text{G})$$

再根据能量方程(C),存在

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (\text{H})$$

于是完成了 Prigogine 提出“最小熵产生率原理”的一个相关证明:热传导处于恒定状态时,系

^① 参见上述参考文献中的[10]。

统的熵产生率为最小值,

$$\min; P \leftrightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (\text{I})$$

继而, Prigogine 还给出了一个对于局部扰动的“稳定性”证明。考虑到

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial t} &= 2 \int_V L_{qq} \nabla \frac{1}{T} \cdot \nabla \left(\frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{T} \right) dV \\ &= 2 \int_V \mathbf{q} \cdot \nabla \left(\frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{T} \right) dV \\ &= 2 \left[\oint_A \left(\frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{T} \right) \mathbf{q} \cdot d\mathbf{A} - \int_V \left(\frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{T} \right) \nabla \cdot \mathbf{q} dV \right] \end{aligned} \quad (\text{J})$$

另外作为给定的边界条件, 边界上的温度恒定不变, 因此

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -2 \int_V \rho \frac{c_V}{T^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{T} \right)^2 dV \leq 0$$

从而相应导得

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial^2 S_p}{\partial t^2} \leq 0 \quad (\text{K})$$

Prigogine 指出, 由于熵产随时间减小, 这个具有最小熵增率的恒定状态是一种稳定的恒定状态。

2. Prigogine 相关陈述中的逻辑不自洽

恒定热传导问题通常被用作“最小熵产生率”原理的第一个证明。但是, 并不难发现相关陈述中太多的随意性乃至矛盾。

2.1 唯象系数认定中的随意性

不难发现, 在推导式(F)所示的 Euler 方程时, 对于唯象系数的形式认定具有根本意义。其实, 之所以 Prigogine 不得不同时引入另一个被称之为“不具最小熵产生率恒定状态”, 或许已经意识到, 相关证明所必需的关于唯象系数一个并不合理的形式认定

$$L_{ik} = L_{ki} \equiv \text{const}$$

具有前提性的意义。事实上, 由于该唯象系数除了与作为物性参数的导热系数 κ 有关, 还包含空间域中处于变化的温度 T , 将其视为常数的认定通常并不真实。于是, 不仅仅针对唯象系数所提出的纯粹人为假设, 根本破坏了作为一般性原理必须具有的普适意义, 而且, 因为这个假设隐含的逻辑不当, 迫使 Prigogine 提出了一个几乎没有任何特定涵指的“近非平衡态”称谓。

此处, 不妨让我们重新考察这个相对最为简单热传导问题的推理过程中出现的逻辑不当。考虑到仅仅当导热唯象系数为常数时, 即

$$L_{qq} = \text{const}$$

式(E)中的变换

$$\delta \int_V L_{qq} \nabla \frac{1}{T} \cdot \nabla \frac{1}{T} dV = \delta \left[L_{qq} \int_V \left(\nabla \frac{1}{T} \right)^2 dV \right] = 0$$

才可能存在, 当然, 另一个同样“必需”的变换

$$\delta \left[L_{\text{qq}} \int_V \nabla \frac{1}{T} \cdot \nabla \frac{1}{T} dV \right] = L_{\text{qq}} \delta \int_V \left(\nabla \frac{1}{T} \right)^2 dV = 0$$

才可能存在。进而,基于第二个关系的存在(后续讨论中存在另一个类似结论的具体推导过程),才可能存在式(F),

$$\nabla \cdot \nabla \frac{1}{T} = 0$$

最终,导得 Prigogine 希望的第一个结论,即满足式(H)所示,温度场处于“恒定”状况的结论。

但是,根据式(B)中的基本认定

$$q = -\kappa \nabla T = L_{\text{qq}} \nabla \frac{1}{T}$$

正如人们认识到的那样,导热系数 κ 通常可以合理地认定为常数,而此处的唯象系数

$$L_{\text{qq}} = T^2 \kappa$$

极大依赖于温度,不可能被视为独立于函数变分 δT 的常数。因此,即使对于此处最简单热传导问题也不能纳入 Prigogine 所定义的“近非平衡态”范畴之中,从而否定了他的整个相关证明。

另外,即使承认式(F)的结果,由于

$$\nabla \cdot \nabla \frac{1}{T} = \nabla \cdot \left(-\frac{\nabla T}{T^2} \right) = \frac{2 \nabla T \cdot \nabla T - \nabla^2 T}{T^2}$$

并不存在式(G)

$$\nabla \cdot q = -\kappa \nabla^2 T = 0$$

所示的结果。也就是说,任意调和方程的解都足以满足这个无源的导热方程,但是,却不能让原式(F)恒为零的要求在一般意义上得到满足。当然,最终无法导得 Prigogine 期望的,为式(H)所表示的结果。显然,相异于式(G),使式(F)普遍成立的结果为

$$\nabla T = 0$$

并且,我们将发现,也仅仅在这个特定的约束条件下,相关的陈述获得了一定意义。

2.2 极小值认定的逻辑置反和稳定性分析混乱

当然,在 Prigogine 相关证明中,一个最不应该出现的常识性错误在于他颠倒了极值点的基本特征。事实上,如果在极值点存在式(K),即

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial^2 S_p}{\partial t^2} \leq 0 \leftrightarrow \delta^2 \dot{S} \leq 0$$

那么,根据初等微积分的极值判别准则,为式(E)

$$\delta P = \delta \frac{\partial S_p}{\partial t} = \delta \int_V \sigma dV = \delta \int_V L_{\text{qq}} \nabla \frac{1}{T} \cdot \nabla \frac{1}{T} dV = 0$$

所定义的变分只能是一个关于“熵产生”的极大值问题,即需要以

$$\max; P \leftrightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

取代 Prigogine 最初提出的为式(I)所述的极小值问题。

其实,如果边界不存在热流,那么,为 Prigogine 形式引入的“熵产”就是导热体自身的熵增量,即“熵产”相当于附加了一个绝热条件下的熵增量。因此,如果仅仅认定“熵产”为该极大值问题中所构造的极值函数,在物理上等价于绝热条件下的熵极大值原理,人们可以相信,此时处于“热接触”中宏观物质的恒定状态相应呈现一种温度“尽可能”均匀化分布的状态。也仅

仅于此,才可能与经典热力学中的确定宏观状态下的“最大熵原理”保持逻辑相容^①。

显然,以上所作分析实际上已经构造了一个对于 Prigogine“最小熵产生率”原理具有根本否定意义的证明。

3. “熵产”和绝热系统熵的极大值原理

物理学讨论中,往往出现这样的状况,由于纯粹人为地引入某些与基本概念存在不确定关联的称谓,最终可能无意识地掩盖了一个物理学陈述是否具有合理性的问题。显然,无论从形式逻辑还是从物理内涵考虑,熵作为一个特定的热力学量具有完整的物理意义,是不可以作随便分割的。为 Prigogine 提出的“熵流(Entropy flux)”以及“熵产(Entropy production)”恰恰违背了这样一个基本原则,或者说它们是两个仅仅具有形式语言的“数学量”。当然,也因此,在热传导研究中,Prigogine 没有认真思考和发现“最小熵产生率”实际上构造了一个“极大值”的逻辑悖论。

现在依照 Prigogine 在热传导问题中推证“最小熵产生率”的大概思路进行重新探讨。事实上,熵产等于绝热条件下的熵增加。因此,关于熵产的极值问题相当于研究绝热条件下的熵增问题。此时,人们无需也不能提出任何其他的独立假设,而仅仅根据经典热力学中的“熵极大值原理”,为一个能够持续存在绝热系统构造熵的极大值问题。如果不考虑变形功,根据熵方程

$$\frac{dS}{dt} = \frac{-\nabla \cdot \mathbf{q}}{T} = \frac{\kappa \nabla^2 T}{T} \quad (3.1)$$

通常导热系数 κ 可以视为常数,于是,相应存在如下的变分问题:

$$\delta S = \delta \int_V \frac{\nabla^2 T}{T} dV = 0 \quad (3.2)$$

考虑到

$$\nabla \cdot \left(\frac{\nabla T}{T} \right) = \frac{T \nabla^2 T - \nabla T \cdot \nabla T}{T^2}$$

上述变分问题变为

$$\delta S = \delta \int_V \frac{\nabla^2 T}{T} dV = \delta \left[\oint_A \frac{\mathbf{n} \cdot \nabla T}{T} dA + \int_V \frac{\nabla T \cdot \nabla T}{T^2} dV \right]$$

根据最初提出的绝热边界条件,其中的封闭积分恒为零,因此

$$\delta S = \int_V \delta \left(\frac{\nabla T \cdot \nabla T}{T^2} \right) dV \quad (3.3)$$

首先,考虑与待定函数直接相关的变分

$$\delta S_T = \int_V -2 \left(\frac{\nabla T \cdot \nabla T}{T^2} \right) \delta T dV$$

其次,考虑与待定函数梯度相关的变分

$$\delta S_{\nabla T} = \int_V \frac{\delta(\nabla T \cdot \nabla T)}{T^2} dV = 2 \int_V \frac{\nabla T \cdot \delta \nabla T}{T^2} dV$$

① 需要注意,对于与外界存在热交换的导热体,如果温度场处于恒定不变状态之中,则意味着该导热体总内能保持不变。于是,相应于经典热力学所说的“热动平衡”条件,此时的熵为最大值。由于此时的热流场不等于零,或者说,导热体并不存在温度梯度为零的均匀化温度分布。但是,人们仍然可以确信,对于熵为最大值的状态,必然对应于不平衡温度边界条件下一种“最可能”的均匀化状态。

由于

$$\nabla \cdot (\delta T \nabla T) = \delta T \nabla \cdot \nabla T + \nabla T \cdot \delta \nabla T$$

存在

$$\begin{aligned} \delta S_{\nabla T} &= 2 \int_V \frac{\nabla T \cdot \delta \nabla T}{T^2} dV \\ &= 2 \left[\oint_A \frac{\mathbf{n} \cdot \nabla T \delta T}{T^2} dA - \int_V \frac{\nabla \cdot \nabla T}{T^2} \delta T dV \right] \\ &= -2 \int_V \frac{\nabla \cdot \nabla T}{T^2} \delta T dV \end{aligned}$$

推导中再次应用了绝热边界条件。将上述两式合并,得

$$\nabla T \cdot \nabla T + \nabla \cdot \nabla T = 0$$

显然,该式恒为零的唯一可能是

$$\nabla T = 0 \quad (3.4)$$

即处于绝热状态下的固体,得以持续存在的宏观状态只能是温度恒为均匀分布的状态,从而与人们从经典热力学中得到的结论再次保持一致^①。

当然,人们还可以根据式(3.1),以及完全模仿从该式到式(3.3)以及上述式(J)的推导过程,对该极值问题的极性做出判断。

$$\begin{aligned} \frac{d^2 S}{dt^2} &= \int_V \frac{\partial}{\partial t} \left(\kappa \frac{\nabla T \cdot \nabla T}{T^2} \right) dV \\ &= 2 \int_V \kappa \frac{\nabla T \cdot \frac{\nabla \partial T}{\partial t} - \nabla T \cdot \frac{\nabla T \partial T}{\partial t}}{T^2} dV \\ &= 2 \int_V \mathbf{q} \cdot \nabla \left(\frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{T} \right) dV \\ &= 2 \left[\oint_A \left(\frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{T} \right) \mathbf{q} \cdot d\mathbf{A} - \int_V \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{T} \nabla \cdot \mathbf{q} dV \right] \\ &= -2 \int_V \frac{\rho c_V}{T^2} \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)^2 dV \leq 0 \end{aligned}$$

该式再次证明,此处讨论的变分问题的确与判断宏观物质是否处于恒定状态的“熵极大值”原理吻合,而相悖于 Prigogine 仅仅根据一种没有经过认真审视的人为意愿所提出的“熵产生率极小值”问题。而且,人们可以看到,由于在热力学的“闭口系统和开口系统”、“平衡态和恒定状态”以及“静力学分析和动力学分析”等一系列前提性概念的界定上存在太多的随意性,Prigogine 似乎从未认真考虑任何处于恒定状态的宏观物质的热力学参数总处于不变状态之中,与开口系统中具有“恒定不变宏观表象”的宏观物质之间存在的根本差异,将两类完全不同的问题混为一谈。

热流本质上表现为一种粒子行为。任何物质总由于其他物质的作用而得以存在,根本没有真正的孤立

① 参照前面的注释可以推知,只要导热体处于能量保持不变的恒定状态,即使不满足现代非平衡态热力学通常提出的绝热边界条件,边界上存在“不均匀”然而保持“恒定”的热流,使得导热体的温度场处于空间分布不均匀状态之中,即温度场梯度 ∇T 不可能等于零,那么,在恒定边界条件的约束下,恒定温度场的梯度一定取最小值,以实现一种抽象意义上的最小差异状态。

体系。宏观表象恒定不变的宏观物质对象,仍然处于形形色色的热接触之中。因此,热传导分析在形式上应该隶属于“热静力学”的范畴。此时,与热力学第二定律相关的形式陈述只能表现为熵的极大值原理。其实,如果从物理本原考虑,静力学分析中的熵极大值原理之所以得以存在,仍然依靠宏观物质粒子无序热运动所形成的一种平均化作用。

4. 一般导热方程变分问题的构造及其物理内涵诠释

最后,再重新讨论 Prigogine 在其“最小熵产生率”原理中所提出第一类边界条件下热传导的逆命题,即如何构造一个相关变分的问题。

根据能量守恒定理,无热源、定常导热方程为

$$\nabla^2 T = 0$$

相应变分问题为

$$\delta\varphi = \int_V \nabla^2 T \delta T dV \quad (3.5)$$

利用等价关系

$$\nabla \cdot (\delta T \nabla T) = \delta T \nabla \cdot \nabla T + \nabla T \cdot \delta \nabla T$$

变分为

$$\delta\varphi = \oint_A \delta T \nabla T \cdot dA - \int_V \nabla T \cdot \delta \nabla T dV$$

对于第一类边界条件,封闭积分等于零,故

$$\delta\varphi = - \int_V \nabla T \cdot \delta \nabla T dV = - \frac{1}{2} \delta \int_V \nabla T \cdot \nabla T dV$$

此时,可以利用前面针对 2 阶导数进行分析的结果,但是几乎立即可以从物理上断定,与第一类边界条件下稳定导热所对应的变分问题应该是如下的极小值问题:

$$\nabla^2 T = 0 \leftrightarrow \min: \int_V \nabla T \cdot \nabla T dV \quad (3.6)$$

注意到标量场的梯度是对其不均匀化一种最有效的刻画,因此,由于外部不均匀温度分布的限制,得以持续存在的温度分布必然与其最小差异状态相对应。

当然,一般情况下,具有最小差异的状态并不意味着存在恒为零的热流分布,

$$\min: \int_V \nabla T \cdot \nabla T dV \leftrightarrow q = -\kappa \nabla T \neq 0$$

也就是说,现代非平衡态热力学所提“绝热”边界条件的要求其实是多余的,也不满足“恒定”导热体仍然存在恒定热流场的普遍真实。此时,某种恒定的热流仍然能够持续地存在于温度不均匀的边界之上^①。

或者说,恒定温度场只可能相应导致一个同样“恒定”存在的热流场。因此,虽然整个导热体上存在不恒等于零的热流,但是边界上的“总热流”必须为零,否则不能存在稳定不变的宏观状态,即

① 此处没有述及其他类型的边界条件,对于第二、第三类边界条件还应该相应构造边界约束泛函。但是,对于处于恒定状态中的导热体,边界上的“总热流”必须满足恒为零的条件,否则温度场会发生变化。因此,整个空间域中温度差异尽量小的极值条件仍然成为恒定温度场需要满足的必要条件。

$$\oint_A \mathbf{q} \cdot d\mathbf{A} = 0 \cap \mathbf{q}(x) \neq 0, \quad x \in A$$

这样,导热体上的整个温度场仍然逻辑相容于宏观物质的能量极值状态,即

$$\nabla^2 T = 0 \leftrightarrow \min: \int_V \rho e dV$$

不然,处于较高能量状态的宏观物质不可能持续存在,要通过热接触中的边界向外界释放能量。与此同时,相应于经典热力学中为人们熟知的关于“热动平衡”的平衡判据,即宏观物质集合在能量处于恒定不变状况时,“平衡态(当然,应该重新修正为一个能够持续存在的恒定状态)”的熵为极大值。

于是,对于处于恒定状况的导热体而言,必然存在如下的相容性表述:

$$\nabla^2 T = 0 \leftrightarrow \min: \nabla T \leftrightarrow \begin{cases} \min: E = \int_V \rho e dV \\ \max: S = \int_V \rho s dV \end{cases} \quad (3.7)$$

也就是说,处于恒定状态的导热体对应于温度梯度为最小值状态同时显示这样两种物理内涵:从能量极值原理考虑,它对应于能量的最小状态;而从熵的极值原理考虑,则处于最大值状态,以与宏观物质的自均匀化趋势保持一致。无疑,在自然科学中,一切有意义的陈述必须严格逻辑相容,尽管它们都永恒地相差于被它们所描述的物质对象,仅仅条件存在和只具备有限真实性。

但是,逻辑相容的科学陈述并不总可能成为不可缺少的独立陈述。事实上,如果不存在宏观意义的间断,上述变分原理仅仅是导热微分方程的一个重言式,或者可能为人们提供一个较为方便的计算手段。进一步讲,此时对于如何唯一确定温度场的初始问题,原导热微分方程所构造的定解问题已经属于一个完备的自封闭陈述,而变分原理在原则上成为一个多余的陈述。

当然,也正因为此,自然科学中的变分原理比微分方程拥有丰富得多的物理内涵,是不可能由条件远为苛刻的微分方程演绎推导出来的。例如,对于边界上较大不平衡温度差异驱使下的热流场,导热体相应呈现较为剧烈的温度分布,并且,此时的导热体还存在某种临界温度,在临界温度的两侧相应表现不同的导热特征的话,那么,该导热体就出现了宏观意义的间断。显然,随着宏观间断面处于不同的空间位置,理论上允许出现无以穷尽的解共同满足导热微分方程。这样,根据最小能量原理,或者与其对应,宏观物质总是尽可能呈现均匀化状态的理性判断,存在上述变分原理,即

$$\begin{cases} \min: E = \int_V \rho e dV \\ \max: S = \int_V \rho s dV \end{cases}$$

并且,仅仅在满足“连续可微”逻辑前提的“局部域”中仍然与导热微分方程逻辑相容,即

$$\left. \begin{array}{l} \min: E = \int_V \rho e dV \\ \max: S = \int_V \rho s dV \end{array} \right\} \leftrightarrow \nabla^2 T = 0 \leftrightarrow \min: \nabla T \quad (3.8)$$

因此,不可能由条件存在的微分方程推导一个具有更为宽泛物理内涵的变分原理。

在这种时候,即使存在某种宏观间断,以及由此而引起的解的不确定性问题,根据经典热

力学可知,运用熵函数构造一个相关的极值问题仍然是不当的。不过,虽然边界上的热流不等于零,但是边界上的总热流必须为零,否则不能存在稳定不变的宏观状态,即

$$\oint_A \mathbf{q} \cdot d\mathbf{A} = 0 \cap \mathbf{q}(x) \neq 0 \quad x \in A$$

于是,我们仍然可以理性地断定,只要在其内部存在某种宏观间断面,一个最可几的状态应该对应于宏观物质的最小能量状态

$$\nabla^2 T = 0 \leftrightarrow \min: \int_V \rho e dV \quad (3.9)$$

这样一种简单而自然的判断恰恰同一于经典热力学理论中关于功势函数的相关论述。无疑,在自然科学中,一切有意义的陈述必须严格逻辑相容,尽管仅仅条件存在并且只具备有限真实性。

因此,不可能也无需由条件存在并且只定义于温度上的微分方程出发,演绎地推导另一个被赋予更为宽泛物理内涵,由熵函数表述的变分原理,尽管它们彼此逻辑相容。

综上所述,在热力学中,熵函数抽象地刻画了宏观物质的一种均匀化程度。因此,对于一个确定存在的热力学态,与无序热运动中相互作用粒子的自均匀化趋势一致,满足最大熵原理的状态自然成为一个最可几存在的状态,从而被赋予了比导热微分方程更广泛和深刻的内涵。但是,类似于任何一个形式量得以存在必需的不同前提,通过熵函数构造的变分原理同样受到不同的约束。因此,与热力学态函数的条件存在不同,对于一个内部处于相互作用中的物质对象总存在一种“自均匀化”的趋势的认定具有更大的普适意义。同样,理论物理中“最小作用原理”包容了对物质世界以一种最有效形式实现属于自己运动的“客观性”规律的认定,从而与“最小能量定理”一起被赋予了更大的普适性。

5. 关于现代热力学分类的一个附加分析

应该说,对于 Prigogine 所提出的“最小熵产生率”原理,由于“熵产”和“熵流”这样一些前提性概念的错误,这个原理必然在形式逻辑以及相关物理内涵方面都不可能避免出现形形色色的错误。但是,恰恰考虑到 Prigogine 一贯的“人文化”思维习惯,不妨做出一种合理推测: Prigogine 或许的确源于某种“直觉”和“顿悟”,潜意识地认识到热力学“动力学”过程分析中“最小熵增率”原理与热力学“静力学”分析中“最大熵原理”能够彼此逻辑相容,被同样赋予了一种普遍意义。

如果这种推测不完全是纯粹的虚构,那么,可以同样相信:在现代的非平衡态热力学论著中,在为导热微分方程构造变分极值问题时之所以将极大值误认为极小值,并不仅仅是一个过分简单数学推导过程中出现了一种不可理喻的疏忽;而应该说,对于如何恰当对待热力学的“静力学”和“动力学”分析这个前提性问题,这种疏忽本质上正反映了某种深刻存在的认识困惑。

事实上,对于“导热”问题,无论待定的温度场属于“恒定”状态还是处于“变化”中的场,作为形式系统陈述对象的逻辑主体同样是一个具有确定物质意义的宏观物质集合。或者说,物质对象的任何“物质元”都被赋予了确定的物质意义。因此,对于只存在“热量传递”现象的这个宏观物质集合而言,它同样只对应于“粒子意义(相当于通常习惯使用的‘微观意义’称谓)”的作用,而没有宏观物质宏观运动过程中几乎总会出现的“能量形式”的转换。此外,如果能够

真正抛弃经典热力学隐含于“孤立系统”中一种“简单、僵化、绝对”的思维习惯,理性意识到物质世界中任何一个特定物质集合都不可能完全独立于其他物质集合而存在,而永恒地处于相互依赖相互作用之中,那么,对于宏观物质对象而言,微观意义上始终存在的热流量并不影响其宏观表象所具有的确定的宏观意义。

当然,正是在这个意义上,人们可以断言:无论是恒定热传导问题,还是变化中的热传导问题,从热力学的角度考虑,它们同样隶属于“静力学”的分析范畴,只要在相关的表述角度内热力学量能够存在,那么,由其构造的热力学描述就属于宏观物质某一个确定“热力学态”的描述。根据宏观物质的粒子本质,运动中粒子赋予宏观物质的“自均匀化”倾向使得该宏观物质与热力学态的“最大熵原理”构成逻辑关联。

但是,对于处于“对流”这样宏观形式运动的宏观物质集合,宏观物质在整体意义上的宏观运动与无规粒子的热运动不断处于能量形式的变化之中。此时,宏观整体运动总可以等量地转化为微观粒子的运动,但是,无序粒子并不能自发转化为粒子集合整体的运动学行为。或者说,仅仅在一种宏观意义“不平衡趋势”的驱使下,粒子集合才可能相应呈现宏观整体意义的运动。因此,与“动力学”过程所对应的只能是“最小能量原理”,以表示任何物质集合总会自发地以一种“最有效方式”实现属于自己运动的客观性准则。

此时,只要热力学描述依然有效,那么,功量耗损逻辑地对应于熵函数的增加。当然,与其对应,动力学过程中真实运动对应于“熵增率”最小的运动。并且,还可以做出逻辑的判断,与该过程对应,由于消耗的功量最小,终态宏观物质运动蕴涵的“不平衡”势最小,仍然与确定热力学态的“最大熵原理”逻辑相容。

第3章 宏观物质的粒子本质与湍流

在现代自然科学研究中,“湍流疑难”长时间地受到整个科学世界的关注,并且被赋予了一种十分奇特的地位。人们指出:“虽然包括许多伟大学者在内的长达 100 多年的顽强努力,而湍流的基本机理至今仍未弄清,这在整个自然科学史上也是不多见的”;而且,作为一个“跨世纪的科学难题”,湍流构成了对“理论和实验的挑战”,乃至成为对于“人类智慧的一次最严峻考验”^[1~3]。

因此,在重新探讨自然科学中的理性原则时,无法回避对于湍流研究习惯性思考中隐含的一系列哲学思考不当进行严肃的反思,虽然在原则上,这种反思与对于经典热力学的反思几乎是并行不悖的。

3.1 湍流研究隐含的循环逻辑问题

人们不难发现这样一种普遍现象,许许多多重大的科学疑难几乎总隐含着某种“循环逻辑”的问题,相反,循环逻辑的存在自身构成了许多科学疑难的本质内涵。

仅仅基于形式逻辑,当人们习惯于将湍流称为一种“无规则”流动,同时又期待着研究这种流动所展现的普遍规律时,这种研究不可避免地陷入了循环逻辑所构造的悖论之中:

Research on the law of a flow without laws $\in$ Vicious circle (3.1.1)

也就是说,一旦完成对于湍流“规律”的研究,那么,恰恰成为对于湍流作为“无规则流”这样一个逻辑前提的直接否定。

事实上,如果期望使用一组“宏观物理量”的分布表现流动的运动学特征,人们必须接受一个基本的前提性认识,即宏观物理量仅仅是一种条件存在表述,与此对应,一切流体力学中的形式表述同样只能被称为一种条件存在。当然,也正是在这个意义上可以断言,当人们期待使用“若干个”宏观物理量的分布表现本质上由“ 10^{23} 量级的粒子”构成的宏观物质的运动学行为时,这个大数粒子构造的物质系统必然是无规律的;相反,表现这个大数粒子集合运动学行为的运动学方程必然是条件存在和有限真实的,永远无法达到流体运动的全部真实。因此,在人们几乎总以为必须以 Navier-Stokes 方程作为研究流体运动规律的唯一基础的时候,人们需要认真探讨整个理论体系的“存在条件”以及“有限论域”等这样一些前提性的问题,仅仅于此,才可能摆脱目前研究中通常存在的循环逻辑的问题。

3.2 湍流研究中数学方程不封闭问题的必然性

研究流体运动规律时,人们往往感叹:“湍流理论的最大困难是方程组的不封闭性”^[4]。其实,一个重要的认识前提恰恰在于,人们需要自觉意识到这种不封闭性所蕴涵的普遍真实性。

或者说,作为大数粒子集合的流体的运动,如果从一种绝对意义上讲,它的确是没有任何规律的。除非将流体视为一种理想化粒子集合,并且,对该粒子集合中“每一个”粒子的行为做

出描述。这样,相应存在如下所述的状态空间:

$$s: \{q_i, p_j\} \in (S_{\text{phy}}, t) \quad i, j \in (1, \dots, 3n) \quad (3.2.1)$$

式中的 q_i 和 p_j 分别表示不同粒子的位置和动量的不同分量,该状态空间具有 6^n 自由度,这样,整个形式表述系统将仍然本质地回归到经典力学所描述的粒子系统之中。显然,这是不可能的。反之,当人们期待仅仅对这些真实存在的粒子集合的“平均行为”做出一种大概真实的描述的时候,根本不可能回避如何“构造”模型的问题。并且,在此基础上,需要仅仅自然科学的“一般性”原理,考虑如何构造相应的形式系统问题,

$$\text{Mod}(q_i, p_j) \in (S_{\text{phy}}, t) \rightarrow f(x, t) \quad (3.2.2)$$

在这个“形式系统” $f(x, t)$ 的理想化构造过程中,必然存在许许多多不同的参数,

$$\{c_i\} \in f(x, t) \quad (3.2.3a)$$

显然,这些“参数”所构造的集合只能根据不同的经验事实而加以确定,并且,通常只依赖于不同特定的物质对象,

$$\{c_i\} = \{c_i\}_{\text{material}} : \text{independent of } (x, t) \quad (3.2.3b)$$

因此,可以将它们称为“物性”参数。但是,至此所说的这种“模型”仅仅属于一种一般意义上的陈述,在原则上可以适用于整个自然科学体系,并不是湍流研究通常特指的那一类模型。

同样仅仅依据经验事实,人们还发现,对于许多较为“复杂”的流动现象,即使对于相同的流体,这些参数集合不仅仅依赖于不同的流体种类,还会因出现于流场中不同点 x , 以及在同一点处不同方向 n 上而表现出不同影响,即

$$\{c_i\} \neq \{c_i\}_{\text{material}} \rightarrow \{c_i\} : \text{dependent of } [\text{material} \cap (x, n)] \quad (3.2.4a)$$

也就是说,对于流场中待定的速度分布 $u(x, t)$ 而言,参数集合同样处于变化之中,即反过来也依赖于流场的速度分布。

对于此处所说的这种“复杂”流动,如果人们依然“可能”寻找一种规律,将这些流动参数定义为速度分布的范函,即

$$\{c_i\} \equiv \{c_i[u(x, t)]\} \quad (3.2.4b)$$

事实上,这些定义于“速度分布”之上,关于流动参数的不同“范函”形式,本质上就是人们通常所说的“湍流”模型。

因此,湍流研究中若干得到实际验证的不同“湍流模型”,同样对于流体不同实际运动状况所作的一种“理想化”的规范,它们永远不可能借助纯粹演绎的方式,由某一个普适方程导得。但是,人们需要也能够从流体自身的“粒子本质”出发,为湍流模型的合理构造提供一种统一、吻合于物理真实的“思维”基础。此处所说的这个思维基础,就是自身并不封闭,并且仍然仅仅作为条件存在的流体力学“一般性”动力学方程。

3.3 从一般到特殊的普遍演绎逻辑原则

稍微了解流体力学历史的人都知道,流体力学基本方程并不是按照先构造“物质模型”,再依据物理学的一般原则逻辑地推导出来的。在经典流体力学中,那个被称为流体力学基本方程的 Navier-Stokes 方程是纯粹采取一种“形式仿照”的方式,从固体力学的一般方程“类推”出来的。当然,也正因为完全忽略了如何将形式系统与其描述对象之间构造逻辑关联的前提性问题,对于下面所述经典流体力学在构造所谓“复杂流动”方程的推理过程中出现了逻辑倒置,

也就容易理解和接受了。

任何人也不否定湍流是一种更为复杂的流动形式。但是,在目前流体力学研究中,人们不难发现思维推理上一种“逻辑倒置”现象的普遍存在:在人们几乎从来没有认真考虑目前流体力学的基本方程——Navier-Stokes 方程必需的逻辑前提和存在条件,将其绝对化的同时,却希望从这个只能描述“简单”流动现象的方程出发,采用一种“纯粹演绎”的方式推导用以描述更为“复杂”流动现象的“湍流方程”,从而违背了“演绎逻辑”必须遵循“从一般到特殊”这样一个普遍法则。

也就是说,对于经典流体力学中的 Navier-Stokes 方程

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = \mathbf{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v}$$

尽管被人们称为整个理论体系的唯一“基本”方程,但是,人们总“默认”该方程只能用以描述较为简单的流动现象。或者正如美国出版的《物理百科全书》所述的那样,对于类似于“湍流”这样一些更为复杂的流动,人们必须代之以一个被称为“湍流方程”的 Reynolds 方程

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = \mathbf{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} - \nabla \cdot (\mathbf{w}\mathbf{w})$$

对流场中流体运动的行为加以描述。但是,问题在于,如何能够从一个相对只能描述简单运动的方程出发,仅仅借助形式逻辑的方法,导得一个可以用于复杂运动的形式表述呢?

任何人都清楚,“简单”相对于“复杂”而言。在某一个能够表现相对更为“复杂”现象的“一般性陈述(universal-statement)”中,必然包容那些能够用于描述相对简单运动现象的不同“单称性(single-statement)”。因此,从一般逻辑考虑,人们只能通过某一个特定的“约束性”条件,通过纯粹演绎的方式将一般性的形式表述“映射”成为某一个特殊方程。反之不真,必然隐含着某种逻辑不自洽的问题。

其实,对于这样一种过分简单和自然的推理结构,几乎不会有任何人提出公开的反对意见。从另一个角度考虑,这种特定的推理结构同样成为理论体系“构造性”特征的基础。因此,即使不使用严格的数学语言,人们也可以做出一种纯粹的理性判断:那个仅仅根据 Navier-Stokes 方程,由 Reynolds 通过演绎推理而得,一直被人们称为“湍流方程”的形式表述起码在哲学上是不当的,需要被另一个必须表现“构造性”特征,包容了更多物理内涵,并且必然存在某些数学差异的“一般性流体力学方程”所取代^[4]。

3.4 宏观物质的粒子本质与流体力学一般方程的构造

对于人类逐步认识物质世界,以及学会如何合理表现这种认识的重大课题,任何人都无法否定这种认识必然存在一个迂回深化的历程。在历史上,是 Euler 通过一种“形式化”的方式,将 Newton 运动方程扩展到刚体、变形体乃至流体这样一些更为广阔的应用范围之中,从而逐步确立了 Newton 力学在自然科学研究中的一种核心地位^[5]。

但是,人们思维意识中真实存在“从简单到复杂”这样一种自然的“拓展”过程,往往掩盖了构造形式系统时必须遵循“从一般到特殊”这样一种“构造性”特征。对于生活在差不多 250 年前的现代自然科学体系的开拓者而言,他们根本不可能理解如何将一个“特定”的形式系统与其描述的“理想化物质对象”形成严格的逻辑对应问题。人们切切不可忘记这样一种历史真

实,即包括 Navier-Stokes 方程在内的许多基本方程其实都是采用一种“模拟”的方式,纯粹依赖于人们的智慧“拼凑”出来的,几乎不可能对于这些方程的存在条件、有限论域等一系列前提性的问题进行深入探讨。

事实上,在人们尚没有能力对被描述的物质对象做出较为准确的刻画以前,这种“猜测性”的构造方式又几乎是必然的,并且,这种方法将仍然被应用到对于其他未知世界的进一步探究之中。但是,这种曾经必需的历史真实,并不意味着人们无需对于一系列经典方程进行必要的理性重构。其实,一旦真正意识到宏观物质的粒子本质,同时,仅仅依据这样一种前提性的基本认定,人们不难重新构造一个具有一般性意义的动力学方程,并且,仅仅根据演绎逻辑中“从一般到特殊”的普遍原则,人们可以重新导得流体力学中许多正在实际应用中的基本方程,还可以演绎地导得一些原来没有的基本方程^[4]。

也仅仅基于这样一种基本理念,当人们构造了一个属于一般流体,并且,吻合于流体粒子本质的物质模型,即

$$\{\rho, p, T, u(x, t)\} \quad v(x) \subset V \subset R^3 \quad (3.4.1a)$$

式中的 4 个具有宏观意义的物理量分别为密度 ρ 、压力 p 、温度 T 和速度 u , 并且,直接宏观表象速度直接定义为以粒子质量为权的粒子平均速度,即

$$u(x, t) = \frac{1}{\sum m_i} \sum (m_i, v_i) \quad i \in n, n \leftrightarrow v(x) \quad x \in V \quad (3.4.1b)$$

那么,仅仅作为这个理想化物质模型的逻辑必然,可以相应演绎地导得

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = \rho f - \nabla p + \nabla \cdot \Sigma \quad (3.4.2a)$$

其中形式量 Σ 存在如下形式定义:

$$\Sigma(x, t) \stackrel{\text{def}}{=} \rho w u \quad (3.4.2b)$$

它直接刻画粒子真实运动所诱导的对于宏观动量的影响。

显然,该方程可以称为流体力学的一般性动力学方程,并且可以用于取代那个不真实的 Reynolds 湍流方程。但是,人们必须形成一种自觉的认识:这个一般性方程仍然有限真实、条件存在;而前面所构造的理想化物质模型正是在一般意义上,能够为其构造了任何形式表述体系都必须存在的“逻辑前提”和“有限论域”。

可以相信,正是在这样一些理性重构的过程中,自然科学体系中一系列重大的科学疑难可能最终得到真正解决。

3.5 物质运动的客观性和流体运动中的“有效性”普遍原则

对于无垠的大自然,人们没有理由也不可能要求物质世界按照某一个所谓“智者”的主观意愿运动。另一方面,面对无以穷尽的物质世界,人类可能做出的仅仅是使用一种“无歧义”的科学语言,对于寓于物质世界中不同特定物质对象自身的“抽象同一性”做出一种无矛盾的描述。如果人们对于物质世界的描述违背了物质世界自身蕴涵的真实性,那么,这种描述没有任何意义。相反,如果人们接受某一种所谓的“先验存在”的原理,那么,同样正如现代科学哲学断言的那样:“如果要追寻这些先验原理的确实性和真理性的根据,归根结底不外乎要乞怜于某种‘绝对者’,即‘神’作为他们的保证。”^[5]

因此,仅仅从哲学理念考虑,理论物理学中普遍存在的“最小作用原理”正是物质世界自身“客观性”的逻辑必然。人们可以相信,对于某种特定物质环境的作用,在物质对象“可能”进行的一切运动形式之中,它必然独立于人们的主观意志,以一种“最有效”的运动形式作为自己的“最可几”运动方式。其实,宏观力学中形形色色使用着的“变分原理”,同样正是这样一种合理认定的逻辑必然。

于是,仅仅基于这样一种基本理念,人们还可以针对流体运动中某些更为复杂的运动现象,做出一种大概真实然而符合合理性的描述

$$\left\{ \begin{array}{l} \min : \dot{w} \\ \dot{w} = \dot{w}_v + \dot{w}_s \\ \dot{w}_v = \int_V \boldsymbol{\Sigma} : \nabla u dV \\ \dot{w}_s = \int_S \boldsymbol{t} \cdot s dA \end{array} \right. \quad (3.5.1)$$

它在一般意义上告诉人们:复杂流动的流场可能存在彼此相差如此之大的不同局部域,以至于存在适用于不同局部域中的不同流体力学方程组。但是,尽管如此,人们依然相信,在一切不违背基本物理规律的形形色色可能“流动形式”中,那个消耗最小的流动形式必然是最接近流体运动真实运动的形式。

3.6 流体力学理性重构中的一般推理模式

在经典流体力学中,人们总是把对 Navier-Stokes 方程的无条件认定作为构造形式系统的唯一基础。而且,人们从来没有认真探讨过如何为该方程所描述的流体做出形式界定的问题。当然,对于出现在不同特定流动形式中的流体是否存在某种具有本质内涵的抽象差异等这样一系列的前提性问题,也从来没有考虑过。

与经典陈述体系完全不同,在进行理论流体力学理性重构时,作为逻辑推理的基础是,也仅仅是对流动中流体所作的理想化认定。与其对应,只存在这样一种由对物质对象做出前提性认定为基本推理模式:

$$\begin{array}{l} \text{Material Model} \rightarrow \text{General Equation} \\ \xrightarrow{\text{Special restriction on the model}} \text{Special Equation} \\ \xrightarrow{\text{Once more special restriction}} \text{Super-special Equation} \\ \dots\dots\dots \\ \rightarrow \dots \end{array} \quad (3.6.1)$$

显然,只是根据这样一种推理模式,形式系统不仅能够与其描述的理想化物质对象构成一种真正意义上的逻辑对应,并且,对于整个形式系统而言,也才可能真正被称为严格演绎和合乎逻辑的。

结 束 语

自然科学既然被界定为对于物质世界所作的一种描述,因此,即使仅仅从形式逻辑的角度

考虑,对于被描述物质对象所作的“理想化”认定还具有前提性的根本意义。仅仅于此,使用统一的形式语言,针对不同特定物质对象所构造的自然科学体系才可能成为一个“彼此无矛盾、统一、协调”的陈述体系。

参考文献

- [1] 是勋刚. 湍流. 天津:天津大学出版社,1994
- [2] 赵松年. 非线性科学. 北京:科学出版社,1994
- [3] 胡非. 湍流、间隙性与大气边界层. 北京:科学出版社,1995
- [4] 杨本洛. 湍流及理论流体力学的理性重构. 上海:上海交通大学出版社,2003
- [5] 广重彻. 物理学史. 北京:求实出版社,1988

附录

理论流体力学理性重构综述

——流体力学的一般动力学方程,表观应力和湍流的物理本质以及恰当定解问题的反思

Summary over the rationally reinstitution of theoretical fluid dynamics

— study on the general dynamic equation of fluid dynamics, the physical essential of apparent stress and tubulence, and reexamination on the construction of a proper mathematical model

简要说明

此处,之所以以附录方式引入这篇文献,最初只是考虑将笔者在《湍流及理论流体力学的理性重构》一书最后用英文所写的“综述”重新以中文发表出来。事实上,该书第10章针对“压力场”所作的分析,与前面关于压力的认定并不逻辑相容。或者说,在构造一般性动力学方程时,因为仍然采用了对于压力一种缺乏确定物理内涵的习惯性认定,所以需要一般性动力学方程的构造过程中存在的不当进行修正。

当然,在出版《湍流及理论流体力学的理性重构》时,为什么不是对前面的不当论述直接做出修正,而是采取“自修正”的方式将“认识错误和对错误认识的重新认识”有意识地保留下来呢?出版该书时曾经指出,这样做只在于表现一种基本信念:如果自然科学研究中的某一个难题长时间不能得到解决,那么,方法论上较为深入的思考与某一个具体问题的简单解决相比,前者应该更为重要和根本。总可以相信,一旦在基本研究方法上取得某种突破,许多彼此相关的问题自然会得到解决。

在面对现代自然科学之中实际存在的大量逻辑悖论,以至于现代主流科学社会不得不公然抛弃逻辑,将自然科学重新引入宗教的时候,整个人类真实面对对整个现代自然科学体系进行历史性和全局性梳理的重大命题。与此同时,笔者一直力图期望表现这样一种符合客观历史的真实:任何一个研究者个体的能力总十分有限,不仅仅本质地决定于某一个特定历史时代人类的认识水平,而且一个正确理论模型的建立仍然根本依赖于相关“实验方案和计算方案”的重新构建以及一系列经验事实的启发和支撑。因此,需要许许多多研究者重树以捍卫“无矛盾性”为本质内涵的理性原则和坚定信念,共同拿起科学批判的武器,对人类深化认识历史进程之中几乎不可避免的某些思维不当乃至错误进行科学意义上的严肃批判。

被人们称之为世纪性科学难题的“湍流”困惑,一直得到整个科学世界的普遍关注,并被赋予更多哲学内涵方面的思考。如果说,在《湍流及理论流体力学的理性重构》一书中,曾经将“综述”用英文书写出来,其目的也只是为了方便研究者能够以较短时间对相关论述形成一种大概的了解和稳定判断,以及习惯于使用“批评性思维”这样一种探讨问题的方式进行基础性的研究,但是,在那个时候乃至此次将其重新写出中文的开始,笔者并没有形成一种理性意识,恰恰因为对压力场前提判断中存在的疏忽或者认识不当,涉及流场中一系列重大物理实在的描述并不真实。或者更明确地说,对自然科学体系中不同独立命题以及一系列相关研究结果重新进行整理的时候,笔者只是觉得如果缺少这个综述的中文表述,会给人们在“整体理解”理论流体力学的理性重构方面带来许多认识不便。当然,流体力学的问题也不仅仅局限于“湍流”困惑的哲学层面之上。

认识,只能在认识的历程中逐步深化。事实上,随着考虑如何将新理论体系应用于实际问题中,新问题的出现以及与其相伴的进一步反思,可以发现在涉及流场中“压力分布”的分析,怎样刻画压力场对流体运动的影响,如何为“速度场和压力场耦合”的流场构建相关“恰当定解问题”的问题不仅仅没有完成,而且甚至没有理性意识到这个理论上至今没有解决重大基础问题的真实存在。换一句话说,即使只针对流场中不存在“局部域”有序结构的所谓“简单”流动,如何求解“压力场和速度场互为耦合”的问题,原则上只能属于经典流体力学中一个被遗忘了的“空白”区域。或者说,虽然已经有许多现代文献论及如何“求解流场压力分布”的问题,但是,由于经典流体力学关于如何对“物质模型”做出前提性认定的基础问题没有解决,所有的讨论相应只能归结为某一个形式系统“之内”进行“无穷演绎”的范畴,不仅仅在形式逻辑上隐含大量逻辑不当,而且根本不可能对根据“无穷演绎”而得的形式系统赋予任何实在的物理内涵。当然,正是在这个意义上可以说,如何为“速度场和压力场耦合”的流场构造数学上恰当、物理上具有独立内涵的“数学模型”的问题,长期属于理论分析中的空白点,成为需要人们认真对待的重大基础性理论问题。

这样,此处给出的附录已经不再只具有仅仅作为“综述”所期待的那种意义,除了纠正最初论述个别命题中的一系列认识不足、不当乃至错误以外,关于如何为“压力场和速度场耦合流场”构造恰当数学模型的问题,针对这个重大理论命题上进行的初步思考,以及最终得到相关的研究结果都已经超出了希望讨论的范围。

摘 要

无论从物理内涵还是形式逻辑考虑,连续介质和粒子集合属于在本质意义的取向上完全相反的抽象模型。一切宏观物质只可能是“粒子”的,正是任何一个粒子集合自身抽象蕴涵的“离散特征”客观地决定了湍流的本质意义,并且,能够相应赋予“表现应力”以确切的物理内涵。

事实上,对于一个一般意义的流场,单个流体粒子的真实运动通常总差别于形式系统所定义的速度场。这样,流体粒子“无规”运动的真实存在,使得物质导数不再满足必须定义在“确定”物质微元上的基本逻辑前提。也正因为此,以物质描述为基础的流体力学基本方程,即经典表述的 Navier-Stokes 方程只不过是一个矛盾方程;在被描述的物质对象必须具有的“可跟踪性”作为“物质导数”得以存在的必要前提与现代流体力学所宣称“表现应力”的“动量输运”机制之间,恰恰构造了一对处于“自否定”的逻辑悖论。这样,经典流体力学不仅缺乏可信的逻辑基础,而且,也因此无法较为真实地揭示蕴涵于复杂流动中流体的许多客观存在的信息。因此,空间描述成为描述一般流场的唯一可能使用的“普遍”方法,需要以此作为基本分析工具重建流体力学的一般性动力学方程,相应揭示理论体系中所有形式量真实蕴涵的物理内涵,并且,重新探讨理论体系“存在条件、逻辑前提、有限论域、有限真实性”等这样一些长期为西方科学世界所忽略,但是却真实存在着的

重大基础性问题。

根据“物质第一性”和“逻辑自治性”两个基本原则,对于自然科学中的任何一个“合理”的陈述系统,它只可能成为针对“特定”物质对象所作“理想化前提认定”的逻辑必然。基于完全同样的理由,可以并且必须以“一般性”动力学方程作为逻辑推理的唯一基础,根据不同流动现象可能真实蕴涵的抽象特征,相应构造不同的“约束”映射,借助于纯粹的演绎逻辑推导出不同的特定方程。实际上,经典流体力学中的 Euler 方程,经过修正和相应被赋予不同内涵的两种 Navier-Stokes 方程,以及与目前所使用 Reynoldz 方程大致对应,但彼此却是完全不同的“湍流”方程,都是一般性动力学方程在不同特定条件下的逻辑推论。可以相信,永远不可能从简单方程“演绎”地推导出可能表现复杂现象的“一般性”方程。当然,所谓的 Reynoldz 湍流方程几乎必然隐含数学上的根本错误,而且囿于此,不可能用以揭示湍流的物理本质。相反,努力在逻辑上保持严格、却始终自省地意识到只可能“条件存在”的数学表述,能够为诸如 $\delta-\omega$ 模型这样的湍流模型提供进行“大概理性思考”的物理基础。

从形式逻辑的角度考虑,定义于整个空间域中的“泛定方程”用以表现理想化物质对象必须普遍遵循的某种“共性”特征。但是,只有偏微分方程与恰当“定解条件”配合,才可能相应构造出一个“完整”的数学模型,从而完成对具体流场的不同“个性”特征的恰当描述。然而,经典流体力学不仅仅在“流场边界”的“黏附性条件”的习惯认定上存在“物理失真”的问题,而且,由于缺失与“压力”相关的恰当定解条件,一个数学上完整的“定解问题”还没有建立。当然,或者可以更为准确地说,由于没有理性意识到经典流体力学中相关数学模型“欠定”问题的真实存在,属于整个流体力学的这个重要基础性问题从来没有得到认真的对待。

在这个综述性的论述中,仅仅以“理想气体”为对象,试图对任何流场都必然存在“速度场与压力场”实际上处于相互作用之中的问题,以及如何为这个“耦合”问题构造完整数学模型的问题进行初步探讨,从而为相关的数值模拟以及如何进一步深入到实用性研究的层面提供必要的思考基础。

0. 引言

任何宏观物质都是粒子的。被赋予宏观意义的流体物质元,只不过是均匀流场中用以表现“覆盖”流场中某一任意空间点处流体粒子集合的“统计平均”行为的代表。这个被赋予确定物质内涵的“粒子集合”的整体,被定义为任何“物质描述”系统的逻辑主体。但是,对于绝大多数的流动场合,当一个流体物质元实现宏观运动的同时,几乎总会与它的“外界”进行粒子交换。在经典流体力学研究中,对于真实存在于不同物质元之间,这种“随机”意义上粒子交换往往被称之为流体粒子的“无序”运动。尽管经典流体力学通常所说的这种“无序运动”被视为一种普遍存在的物理实在。但是,这个物理实在对于构造形式系统的影响却几乎被完全忽略了。事实上,粒子的“无序运动”和“无规运动”属于两个并不相同的前提性概念。即使暂时不考虑两种概念实际蕴涵的某种本质差异,单个粒子“无序运动”的存在,仍然逻辑地意味着必须被赋予“确定”物质意义的“物质元”通常并不真实存在。与此一致,同样必须以被描述物质对象的“确定存在”作为自身存在的必要逻辑前提,一个经典流体力学中称之为“物质导数”的概念相应失去了得以存在的基础。

也仅仅在这个意义上,并不难做出逻辑推断,一个长期存在于经典流体力学中的“前提性悖论”被严重忽视了:作为构建整个经典流体力学最基本概念的“物质导数”得以存在的必要逻辑前提,与经典流体力学通常所说“表观应力动量输运机制”被赋予的本质内涵之间,实际上处于“自否定”的严重冲突之中。于是,如果严格遵循形式逻辑以及保证相关物理理念的准确性,那么,经典流体力学的 Navier-Stokes 方程不仅存在一系列基本概念并不严格以及相应缺乏明确“物质基础(或者物理基础)”的问题,而且,本质上还只是一个“矛盾性”方程。当然,这才是

一个多世纪来科学世界陷入“湍流”认识困惑之中难以解脱的根本原因。因此,人们必须从被描述物质对象的“物理真实”出发,对被描述的物质对象做出前提性的“理想化”认定,以此作为“逻辑推理”的唯一基础,考虑重建流体力学的“一般性”动力学方程的基本命题。这样,为形式表述提供可靠物质基础的同时,也相应拥有仅仅依赖于物质对象自身的更为丰富的基本信息。

基于相同的原因,经典流体力学中作为特定物质对象确定标志的 Lagrange 坐标并不总能够存在。或者说,必须被赋予确定物质意义,即物质元不允许出现任何物质变化为逻辑前提的 Lagrange 描述方法,只能应用于流体运动的某些特定场合,不再具备一般性意义。事实上,由于 Euler 的空间描述方法已经在相当广泛的范围内被界定为一种“独立和有效”的表现宏观物质运动的方法,那种以为必须将“形式量”所描述的对象限制在某一个特定“物质集合”之上,将实际上隐含逻辑悖论的“物质描述方法”视之为构造用以表现流动流体集合状态变化的唯一方式的习惯理念,其实是一个可以被完全抛弃的过分陈旧和迂腐的经典认识,尽管在若干“特定”情况下,物质描述的方法与空间描述方法能够逻辑相容。同样,虽然任何物理量只可能本质地从属于特定的物质集合,但是考虑到一般流场之中“物质元”的不可跟踪性,在只是揭示某一个“充满”流动流体的空间域中某些抽象存在的普遍特征时,不仅允许,而且必须着眼于运动流体的“空间”表象,根本无需在意不同时刻,覆盖不同空间点的空间元中出现物质内涵的真实变化。

必须始终牢记,自然科学只是用以描述“自存”物质世界的。因此,构建形式系统的物质模型如果出现失真,最终必然导致形式系统自身的失真,并掩饰形式系统形形色色逻辑悖论和认识不当的真实存在。相反,只要形式系统的物质模型能够与被描述的物质对象在本质上保持抽象同一,那么,这个理论体系的“有限论域、表现能力”必然逻辑地受限于确定的物质模型的同时,却可能因此而成为进一步理性分析的可信认识前提和确定物质基础。

1. 流体力学动力学基本方程的重新构造

流体力学基本方程组包括连续方程、动量方程、能量方程乃至一个通常所说的熵方程。但是,如果从形式逻辑或者方法论的角度考虑,如何构造这些不同的方程并不存在任何本质意义上的差异,因此,仅仅局限于动量方程的讨论仍然具有一般性意义^①。

1.1 流体的粒子本质和流动流体的宏观表象

即使在直觉的意义上,人们也能够充分理性地意识到这样一种基本客观真实:虽然是运动中不同的流体粒子共同构造了一个属于特定流体集合,可能加以形式表述的宏观运动,但是,同时存在于运动中流体集合中不同流体粒子通常并不具有相同的力学机制。于是,仅仅在被我们称之为“广义层流”这样一种特殊和过分简单的流动场合,对于运动中流体集合的所有不同的“离散”流体粒子,而不仅仅是这些粒子的“宏观统计”表象才可能具有“平权性”特征,从而

^① 对照“热力学”的相关分析,即本书的第2章以及即将出版的《宏观物质粒子本质和热力学理性重建——宏观力学的哲学和数学反思第二卷》中的陈述,可以逻辑地推知这样一个基本事实:如果没有“宏观表象间断”以及由此而引起求解宏观表象场面对的“耦合”问题,即无需考虑由于“宏观间断”无从确定,导致“耦合中微分方程”的解不可能得以“唯一”确定的时候,宏观力学通常所说的“熵方程”没有任何独立意义。而且,即使某种宏观表象的“间断”的确真实存在,虽然“熵方程”可以相应视为一个“独立”的物理学陈述,并且能够本质地逻辑相容于“最小作用原理”,但是,“熵方程”自身得以存在的条件仍然要苛刻得多,不如“最小作用原理”那样具有普遍意义。

在“单个粒子”意义上被“同一地”赋予某种完全相同的力学机制。

当然,也仅仅在这样一种特定的情况下,人们能够构造一个相关的形式系统,在这个形式系统中,单个的粒子作为直接描述的对象。此时,作为一种自然的推论,离散粒子的“真实运动”与形式系统所可能表现的“运动规律”之间的差异自动消失了,或者作为这种差异等价表述的“无规运动(misruled movement)”将不复存在,形式系统直接对应于流体粒子的真实行为。事实上,仅仅在这样一个特定场合,每一个特定的粒子能够成为形式系统的特定逻辑主体,也仅仅在这样一种特定意义之上,一个物质导数算子与被经典流体力学赋予了特定物质意义的 Navier-Stokes 方程才可能合理地存在。当然,这种特定情况过分难得,也过分简单,不具备基本的普适意义,于是,一个必需的动力学约束方程需要通过其他的形式加以构造。

1.1.1 宏观物理量的建立

在大多数情况下,人们只可能采用统计平均的方法,对呈现在一个给定流场的“宏观表象”做出一种大概真实然而必须逻辑相容的描述。考虑某一个确定的空间域 V ,如果人们能够认为流经该空间的流体集合总能够呈现具有确定意义的宏观表象,即对应于该空间域中覆盖任意一几何点 x 的单位体积元 $v(x)$ 以及每一个任意给定的时刻 t ,都相应存在一组确定物理量

$$\{\rho, p, T, u(x, t)\} \quad x \in v(x) \subset V \subset R^3 \quad (1.1)$$

显然,式中的这些物理量具有确定物理意义,在经典理论中它们分别被称之为密度、压力、温度和速度。

然而,人们需要注意到,一个与经典理论存在重大差异的地方在于:仅仅通过一个在数学被赋予特定内涵的“覆盖映射(cover mapping)”,定义在某一个特定空间点 x 上的宏观表象,才可能与“覆盖该点”,并且“真实存在”与具有“确定大小几何尺度(绝不是宏观无穷小)”的单位体积元 $v(x)$ 之间构造一种具有确定意义的逻辑关联。于是,在这个特定意义上,任何宏观表象只能够与一个“宏观上无穷小、微观上充分大”的物质元或体积元构造一种对应关系的习惯认识,只不过成为一种自欺欺人的托词,因为流体力学乃至一般物理学中几何测量的“测度”必须被赋予“统一”意义,“微观上无穷大”和“宏观上无穷小”同样成为完全虚妄的概念,相悖于一切真实的物理测量。其实,完全相异于一种纯粹人为意念上的主观随意想象,一个具有“有限尺度、真实存在”的体积元不仅在理论上为仅仅包容“有限多粒子”的物质元提供了确定的物理内涵,而且还为整个宏观理论的宏观表象与相关测量提供了可信的基础。这样,需要形成一种理性意识,具有确定内涵、允许“覆盖”于整个流场之上的宏观表象的确成为一个具有真实意义的存在。另一方面,尽管在经典宏观理论体系中,一切宏观物质场总能够无条件地呈现“连续可微”的宏观表象似乎已经成为一种理所当然并且不容违背的基本假设。但是,恰恰与这样一种并不真实的习惯性人为认定完全相反,作为一个可信的宏观描述得以存在的必要前提之一则是:覆盖流场所有空间点的“有限大”几何元 $v(x)$,需要也仅仅存在“有限而相当多”的流体粒子,从而能够相应呈现具有“确定形式意义”但是只可能“有限真实”的宏观表象。宏观物质拥有“充分多”粒子和包含“无穷多”粒子,原则上属于两个完全不同的概念,而且,也不允许将“充分多”粒子的集体行为“想当然”地定义于某一个“空间点”上。自然科学中的实验研究是构造一切合理陈述的唯一基础。因此,更为明确地说,仅仅对应于特定的几何与时间测量精度,宏观物理量才可能具有特定的物理意义。总之,对于宏观物理量必然存在的“有限真实性”

及其得以存在的“逻辑前提”问题,都被整个宏观力学的经典陈述完全忽视了^①。

此处假设,式(1.1)中的前三个物理量,即密度 ρ 、压力 p 和温度 T 的热力学意义是自明的。那么,我们只需要为空间任意一点 x 点处的宏观表象速度 u 构造一个相关的形式定义,这就是:覆盖该点的有限大单位体积元中粒子速度 v_i 的统计平均

$$u(x, t) = \frac{1}{\sum m_i} \sum (m_i v_i) \quad i \in n \quad n \leftrightarrow v(x) \quad x \in V \quad (1.2)$$

式中 n 为覆盖 x 点的有限大体积元 $v(x)$ 中的粒子的数目,第 i 个粒子所具有的质量 m_i 可以被视为该统计平均中的权函数。继而根据一个在此处通常能够被接受的人为假设,粒子的动量被视为一种“可加量(additional quantity)”,于是

$$u(x, t) \sum m_i = \sum (m_i v_i) \quad i \in n \quad n \leftrightarrow v(x) \quad x \in V \quad (1.3)$$

等价地说,当某一个定义在体积元 $v(x)$ 上的宏观物质子集合被赋予了一个“整体意义”上的宏观表象速度 u 时,该宏观物质元的“宏观动量”恰恰等于该物质元中所有粒子的动量之和。作为一个似乎显然的逻辑推论:一方面,该表述完全吻合于人们通常期盼的“动量守恒”定律;另一方面,也仅仅因为这个特定的形式定义,人们通常所说的“表观粘性应力的动量输运机制”才可能得以存在。这样,只要稍作仔细推敲就不难发现,在经典理论的“动量守恒”和“粘性耗散”之间出现了一种严重的逻辑不一致现象。当然,正如在后续讨论中将要看到的那样,必须对这种明显的不一致做出合乎理性的解释^②。

至此,如果与相关的经典论述认真比对,可以发现此处的所有陈述实际隐含着许多认识不一致的问题。但是,在这些认识不同中,一个最为根本的差异或许在于对体积元 $v(x)$ 的不同诠释。在经典理论中,人们总以为,体积元在宏观意义上必须无穷小,从而才可能与每一个空间点形成一种对应;同时,在微观上必须充分大,包容足够多的粒子,以可能呈现确定的宏观表象。但是,此处引入的体积元作为一种“实实在在”的具体存在,它的几何尺度必须真实地对应于表现或者测量宏观物理量的相关几何精度。可以相信,理论物理习惯使用“宏观”和“微观”的习惯认识,其实往往只体现一种“意念”中的人为想像,缺乏确定的物理内涵,或者说,把某一个特定的形式系统与其相关的测量体系完全割裂开来,在物理上将没有任何意义。

也就是说,与确定宏观表象相对应的体积元,绝不允许仅仅被视为物理学陈述中一种完全“虚拟存在”的托词,它应该是一个被赋予实在内涵的真实物理存在。因此,宏观物理量的存在,起码需要两个最基本的前提:

- ① 任意时刻 t 和任意给定空间点 x 处的宏观表象,逻辑地对应于该特定时刻 t ,以及“覆盖”该给定点 x 一个“有限大”体积元,即 $v(x): x \in v(x)$ 中“有限多”粒子的统计平均行为。除此以外,还相应存在另一种本质上与其保持一致的等价性表述:给定时刻 t 和给定空间点 x 处的宏观表象,同样对应于“覆盖” t 时刻的某一个恰当“时间段”,即 $\delta t: t \in \delta t$ 中, x 点处所有粒子行为的统计平均。考虑到几何点的“抽象”特征,前一种关于宏观表象的形式定义在逻辑上较为严格,而后一种形式定义则较多符合极大部分实验操作的真实。对于需要定义于某一个“有限大”体积域中粒子集合的“宏观表象”重新折算到“个别”粒子在“有限长”时间域的“统计平均”方法,往往被“经典热力学”称之为“各态历经定理(Ergodic principle)”,尽管相关表述只能大体归属于“直觉”认定的范畴,相应缺乏完整的形式表述。
- ② 没有人会怀疑,如果将定义在不同物质对象之上的“速度”直接相加以构造一个单独物理量,几乎显然存在的“无理性”。因此,依赖于“粒子的动量和”引入宏观表象速度几乎是必需的。但是,在原则上,一个物体的动量其实仍然是表现该物体确定运动学行为的“状态”量。不同物体的状态无法相加,于是,不同物体的动量在逻辑上同样并不真的具备可加性。动量不同于能量。能量的可加性基础,仅仅在于经验表述的“能量转换”定律。因此,即使对于仅仅条件存在的动量守恒定律,最多也只具有“形式”意义。

$$\begin{cases} \forall x: \exists v(x) & x \in v(x) \\ v(x) \leftrightarrow \text{a finite volume element} \neq 0 \end{cases}$$

作为第一个前提,它在形式上表示,存在于定义域 V 中的“所有”空间点 x 必须拥有一个覆盖该点的体积元 $v(x)$,否则,人们永远无法构造一个定义于“整个”空间域中的宏观表象分布。至于第二个条件则表明,覆盖每一个空间点的体积元应该具有有限大的几何尺度,从而能够真实地包容相当多的粒子,相应满足宏观物理量得以存在的基本前提。总之,出现在任何理性陈述中的物理量必须是一种“真实”的存在,尽管对于人们希望表现的物质对象而言,这些物理量总是有限真实的。

显然,在分割一个给定系统成为不同子系统的集合时,一个过分简单而直观的,一直被经典宏观力学理论所使用的,在数学上被称为“划分(partition)”的方法是不允许的。作为这种用以“分割集合”特定方法的必要前提,借助于“划分”所构造的不同子集,彼此之间不允许叠合,即

$$v(x_i) \cap v(x_j) = 0; x_i \in v(x_i) \subset V \quad x_j \in v(x_j) \subset V \quad x_i \neq x_j \quad (1.4)$$

如果意识到“无穷集合的任意真子集仍然是无穷集合”这样一种基本理念,那么不难想象,无论这种分割是多么致密,但是,任何针对实数空间通过“划分”而成子集所构造的集合,永远不可能与最初定义在连续统上的“空间点集”真正构成一种严格意义上的一一对应关系,当然更不要说此处被人们划分的集合自身仅仅是一个相当“稀疏”的粒子系统了。因此,永远不可能借助划分,构造一个能够定义于整个空间上的宏观表象分布,不论这种分布是离散或者是连续的。

与“划分”操作相反,为了构造定义于整个空间域的“宏观”表象,分割系统的唯一恰当选择只能是“覆盖”。对于在数学上被定义为一种独立分割系统的方法的“覆盖”分割中,定义于不同空间点上的不同子集,在几何上允许彼此跨越和叠合。因此,为整个空间构造“宏观表象”的必要前提与“覆盖分割”的基本特征,能够恰当地彼此逻辑相容,即

$$\begin{cases} \forall x: \exists v(x) & x \in v(x) \\ v(x) \leftrightarrow \text{a finite volume element} \neq 0 \\ v(x_i) \cap v(x_j) \neq 0 & x_i \neq x_j \end{cases} \quad (1.5)$$

于是,为了仅仅从某一个离散的粒子系统出发,构造一个能够满足式(1.1)提出的必要条件的宏观表象分布,式中所示成为相应的三个基本要素。

限定在这个特定意义上,并且通过相关表述精度的恰当选择,此处引入的有限大体积元 v ,在不失一般性的意义下能够被重新定义为适用于整个形式系统的“单位”体积元。于是,质量密度作为一个最简单的宏观物理量能够被重新定义为

$$\rho(x, t) = \sum m_i \quad m_i \in v(x) \quad x \in V \quad (1.6a)$$

此时,体积元 $v(x)$ 不仅真实地具有有限大尺度,而且可以通过恰当“单位制”的选择,形式地对应于“单位”体积。这样,许多情况下,我们可以不再“显式”表述这个被赋予了特定物理意义的单位体积元。

与此对应,定义在相同体积元中的宏观表象速度,可以借助质量密度进一步等价地表示为

$$u(x, t) = \frac{1}{\rho} \sum (m_i v_i) \quad i \in n \quad x \in V \quad (1.6b)$$

如果和“实数系”对比,任何粒子系统本质上都必然表现得过分“稀疏”。但是,借助于“覆盖”而

构造的质量密度 ρ 以及通过该方程定义的宏观表象速度 u , 它们的分布都可能与实数空间无以穷尽的实数点同等稠密。显然, 对于一个以微分方程组表示的形式系统, 自变量需要被严格定义在实数域之中, 成为一个不可缺省的基本条件。当然, 我们可以相信, 这样一种基于物理真实而自然形成的形式表述, 对于构造一个一般性的动力学方程应该是可信和必需的。

然而, 即使在这种特定情况下, 仍然需要理性地知道, 宏观物理量必然形成一种“连续可微”分布的推断并不真实。原则上, 任何源于“离散系统”的物理真实永远被赋予了“离散”本质。或者说, 对于任何一个真正可靠的数学变换, 它永远不可能改变最初数学表述逻辑蕴涵的物理真实。因此, 需要牢牢记住的是: 并不是粒子系统覆盖于整个几何空间宏观表象的“离散本质”的失真, 恰恰相反, 那些凭借某一组“微分方程组”所描述的“连续”宏观表象, 必然在与人们根据“特定物质对象及其相关经验事实”最初引入的基本定义之间存在着永恒的差异。

1.1.2 粒子的无规运动

在构造一个一般性的动力学方程以前, 我们需要引入一个几乎所有经典理论中从未出现过的新概念, 宏观物质系统中粒子所完成的“无规(misruled)”运动。毫无疑问, 粒子系统在一点处的宏观表象, 表现的是覆盖该空间点“有限大”体积元中“有限多”粒子的统计平均行为, 绝不会简单地同于“个别”粒子的行为, 虽然, 不同粒子实行的真实运动将不可避免地以某种方式影响着属于整个粒子系统的宏观表象。其实, 只要我们真的对离散粒子的个别行为有兴趣, 那么在“形式”上, 总可以通过对定义于离散粒子上的“离散”速度分布构造一种“解析延拓(analytic continuation)”, 相应形成一个能够定义于“整个”流场中的“连续”速度分布

$$v(x_i, t) \rightarrow v(x, t) : x_i \rightarrow x \quad x_i, x \in V \quad (1.7a)$$

并且, 通过如下所示的“逆”映射, 即数学上通常所说的“条件约束”映射, 重新将人为引入的“连续速度分布”变化为最初定义于粒子集合上的“离散”速度分布

$$v(x, t) \rightarrow v(x_i, t) : x \rightarrow x_i \quad x, x_i \in V \quad (1.7b)$$

只要粒子所占据的空间位置 x 是已知的, 仍然可以了解第 i 粒子的真实运动速度。

于是, 对于占据空间点 x 的离散粒子所作真实速度 $v(x_i)$ 与同样定义于该点上的宏观表象速度 $u(x_i)$ 之间, 出现了一种偏离, 即

$$w(x_i, t) = v_i - u(x_i, t) \quad (1.8a)$$

进而仍然借助于对该“离散分布”构造的解析延拓, 还可以得到定义于“整个”流场上的分布

$$w(x, t) = v - u \quad (1.8b)$$

这样, 由该式引入的速度分布 w 可以被称之为真实粒子所作的“无规(misruled)”运动速度分布, 而此处所说“规(rule)”只不过对应于某一个形式系统所确定的一种“规则”。事实上, 在这个特定的形式系统中, 只能取宏观表象速度 u 作为它的基本形式量或者一个“允许”的因变量, 而速度分布 v 和 w 本质上都超越了该形式系统可能表述的范围。因此, 此处所述的“无规”运动, 只不过是用以粒子所作的“真实运动”与特定形式系统所构造“运动规律”之间的偏差, 相应隐含了某种“人为意志”在内。

但是, 尽管这样一种针对“规则”或者“形式量”的理解必然包容了“人为意志”的某种事先认定, 将其完全视之为纯粹主观意志的随意驱使仍然不当。需要形成一种理性意识, 选择宏观表象速度 u 而不是粒子的真实速度 v 作为形式系统的因变量, 并不真正决定于人们的“主观”意志, 而蕴涵某种必然的“客观性”基础。事实上, 只是定义在覆盖空间任意一点处的有限大体

积元上的宏观表象速度 u , 而并非定义在“个别”的乃至“不可数”的离散粒子上的真实运动速度 v , 才能够与实际测量相关的经验事实构成一种真实的逻辑关联, 而且, 跟踪“无以计数”流体粒子的“细致性”描述几乎永远不可能实现。对于以物质世界作为描述对象的自然科学而言, 不仅包括现代量子力学, 还包括所有合理的物理陈述在内, 都需要将形式系统与相关的物理测量构成一种彼此相容的逻辑关联。

也仅仅在这个特定意义上, 才可能大概合理地将某一个人构造的形式系统视为一种人为设定的“规则”, 反过来, 将粒子自身“客观”存在的真实运动与这种“人为规则”的偏离定义为“无规”运动。当然, 如果改变考虑问题的角度, 可以更为本质地指出: 对于人类希望描述的“自存”物质世界而言, 它必然以某种“最有效”的方式, 并且完全“独立于人们的意志”而真实地运动着; 相反, 对于任何形式表述系统以及该形式系统希望描述的基本规律, 永远只可能具有“有限”真实性。

A.1 关于“无序”和“无规”不同内涵的补充说明^①

从形式逻辑和物理内涵考虑, 一个重要的问题还在于: 此处所说的“无规运动”, 并不等价于经典理论中通常所说“无序运动(disordered motion)”的习惯称谓。“序”和“规律”本质上表现两种完全不同的基本理念, 前者属于纯粹“客观存在”的范畴, 也就是说, “序”希望表现的只是“物质对象”某种特定结构的物理实在; 而后者则表现客观实际与某种“人为规律”的偏离, 本质上只可能隶属于某种“主观认定”的范畴。需要形成一种稳定的理性意识: 对于“充满差异和复杂性”的大自然而言, 本质上其实没有任何“规律”可言; 相反, 在面对“无以穷尽”的物质世界的时候, 人们可能做的只是如何保证“科学语言”的严格同一, 以及如何保证不同“科学陈述”处于严格逻辑相容的问题, 需要对本质上只可能渊源于“经验事实”的科学陈述“自觉”做出限制。十分遗憾的是, 正如本书最后一章将要讨论的那样, 西方科学世界在涉及“知识论”的这个最基本命题的认识上出现了认识的颠倒。

同样, 在几乎所有经典和现代的宏观理论中, 对于“序”和“规”这样两个完全不同的概念一直被人们混淆了。当然, 这种基元概念上的认识紊乱, 同样是人们长期以来无法认识湍流的重要原因之一。事实上, 一个只能以并不真实的连续介质模型作为基础的连续介质力学, 既不可能理性地认识湍流, 也不可能对宏观物质的两种基本运动, 变形和流动, 做出具有任何形式意义的区分。

如果人们总可以合理地相信乃至由此而保持一份必要的自省, 任何一个形式系统希望表述的“规律”难免隐含某种人为的意志, 相应存在“有限”真实性。但是, 出现于某一个粒子系统中的“序”则不然。序的存在是“客观”的, 它真实地反映了在粒子系统中可以做出严格定义的某种“相继(sequential)性”关系, 从而真实地制约着“粒子集合”的运动规律。显然, 作为数学上的“序关系”能够在粒子系统中得以存在的必要逻辑前提, 是在这个有序系统中的所有粒子之间必须具有一个保持“不变(invariant)”的“相邻(neighbor)性”关系, 否则无法为粒子系统中的不同粒子构造“序”或者具有“不变性”意义的记号, 即

$$\left\{ \begin{array}{l} p_i \wedge p_j \xrightarrow{\text{all time}} p_i \wedge p_j \\ p_i \overline{\wedge} p_j \xrightarrow{\text{all time}} p_i \overline{\wedge} p_j \end{array} \right. \in \text{System}_{\text{ordered}} : \{p_i\}$$

该式表示: 在一个有序系统中, 任意的两个曾经相邻的粒子 $p_i \wedge p_j$ 必须永远保持相邻, 相反, 任意两个不相邻的粒子也永远不得相邻。其实, 对于熟悉连续统力学的读者不难推知, 只要将“相邻性”条件改为“连续性(continuity)”条件, 那么, 此处的陈述则成为经典连续介质力学中作为存在前提的连续性公理。相邻性条件还表明, 尽管彼此相邻的粒子之间的距离可以变化, 但是, 一个有序的粒子系统中不允许出现任何形式的“错

^① 为了论述自身必需的封闭性, 需要在某些不同的地方补充一些相关的评注。

位(dislocation)”。一旦粒子系统中的粒子出现了错位,则赋予该粒子系统的“序”关系必然将遭受破坏,相应失去“物质描述”的基础。因此,对于一个粒子系统,有序结构必然对应于一个不变的相邻性结构。

原则上,对于有序结构的一个恰当认识,能够为人们如何形式地分辨“固体”和“流体”,以及分辨“变形”和“流动”提供一个具有确定意义的判别标准。众所周知,如果在变形体中出现了“局部流动(local flowing)”,即变形体必需的相邻性结构遭受了局部性的破坏,那么,可以将这种局部域的运动称之为塑性流动,而将变形体的整个变形称之为“复杂变形(complex deformation)”。与此对应,不再保持粒子之间的相邻性关系成为“流动”的本质特征。但是,如果因为某种原因,在流场的某些局部域同样可能出现“局部(local)相邻性”结构得以保持的状况,那么,同样有理由将流动中粒子集合中“不同局部域粒子之间的相互关联结构不再同一”的流动称之为“复杂流动(complex flow)”。在理论上,一个理想意义上的流体,总是被定义为自身不具“构型(configuration)”的宏观物质。因此,仅仅根据普适的“最小作用原理(least action principal)”,并且严格限制在“局部”意义上,可以做出一种理性判断:被赋予了“有序结构”的流动,只要它能够存在,那么,属于该“局部域”中的有序结构必然成为一种“最有效”的运动形式。事实上,如果考虑几乎所有的教科书都要提到,但是至今和湍流一样没有任何形式定义的“涡(vortex)”时,人们会自然地认识到,涡无非是流场中的“局部有序”结构,而正是一切物质为了更为有效地实现属于自身运动的本能,使得流场的任何地方总存在形成这种“局部有序结构——涡”的一种自然趋势。当然,如果对于此处所述的所有问题形成了一种真正理性,即符合客观真实而不是仅仅屈从某些人为主观意念的合理判断,那么,所谓的湍流疑难将不复存在。

其实,在自然科学中,任何一种“可信”的解释,必须本原地决定于那些被描述的物质对象自身。自然科学中所谓“理性陈述”的全部意义,无非是使用一种“统一和无歧义”的形式语言,并且“无矛盾”地去揭示那些蕴涵于不同特定理想化物质对象自身的抽象同一性。与其一致,自然科学中的任何一个特定公式,只可能条件存在和具有有限真实性。当然,长期以来存在于流体力学研究中的这样一种真实,不仅仅从未充分重视推导 Navier-Stokes 方程过程中存在许多显然的认识悖论,而且几乎从来没有认真考虑这个形式表述得以存在的逻辑前提问题,相反,在无视内蕴于物质对象自身种种复杂性,并不顾及必需的逻辑严谨性的同时,却期望仅仅从这个特定的形式表述出发进行“无穷推理(infinite inferring)”,用以表述一切流动现象,从而形成自然科学研究中一种最严重的“逻辑错位(logic inverse)”。当然,这种前提性认识的逻辑倒置,并不仅仅属于流体力学,而普遍存在于现代自然科学体系之中,是许许多多重大科学难题无法得到解决的根本原因。

换言之,出现在经典宏观力学或者现代连续统力学中一个难以容忍的疏忽与认识不当是:人们几乎没有做出努力去认真区分宏观物质被赋予了完全不同抽象内涵的两种独立存在形式和两种独立运动形式,即变形体和流体,以及变形和流动,相反,却轻信了一个完全失真的“连续统”模型。如果由大数粒子构造的宏观物质集合真的能够像“现代连续介质力学”所说的那样,处于“变形和流动”中的宏观物质能够被定义为一种“无差异”的物质模型,那么,真实展现在宏观物质运动过程中形形色色的差异或者复杂性将不复存在。从物理本质和数学形式两方面考虑,连续和离散表现了两种完全相异的抽象特征:连续统永远不可能“分割”成为离散的粒子系统,无论这种分割多么致密,相反,无论一个粒子系统拥有多少粒子,它也永远不可能“拼凑”成为一个连续统。

可以永远确信,任何真正“合理”的物理学陈述必然与一个在数学上“精致”的相关陈述互为依赖地关联着。一个建立在错误物质模型之上的理论体系,将永远不可能解释那些源于物质模型自身“复杂蕴涵”所引起的复杂性。这样一种和自然科学研究必须严格遵循的“物质第一性原则”保持严格逻辑相容的基本信念,对于解决整个现代理论物理中的所有重大难题同样是恰当和必要的。在物理学中,对于形形色色逻辑不自洽的过分容忍乃至公开声言“物理学中的数学严谨性只不过是自欺欺人”的反常存在,只可能归结为研究者自身的无能,恰恰成为一种真正意义上的自欺欺人。

1.2 粒子系统的“动量守恒”和宏观动量的变化^①

经典流体力学早已“恰当”地指出,存在于形形色色流动现象中的表观应力,本质地源于粒子无规运动所引起宏观动量的交换。但是,这种看似合理的认识只属于“直觉认识”的范畴,隐含于这个应力机制中的真实物理内涵,以及如何形式地表现这种特定的物理内涵的问题并没有真正解决。

首先,作为一种一般性的推测,当人们仅仅着眼于流场中的一个任意点 x , 以及覆盖该点的一个有限大单位体积元时,粒子真实运动速度 v 对于宏观动量 ρu 的影响,似乎可以直观地表示为

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} &= - \lim_{v \rightarrow 0} \frac{1}{v} \oint_{\partial v} \rho u v \cdot dA \\ &= - \nabla \cdot (\rho v u)\end{aligned}\quad (A)$$

这个形式表述希望表达的物理意义应该是明了的,它表示:当不存在其他“外场力”的时候,单位体积元中“宏观动量”的变化,仅仅源于该体积元边界上真实粒子所携带的宏观动量以及它们所产生的净效益。然而,进一步的分析说明,这样一种几乎可以视为对经典理论相关论述一种直接“拷贝”的陈述其实并不准确,只属于一种“直觉意义”上的人为认定,仍然需要“从、并且仅仅从”对物质对象所作理想化认定的“唯一”前提出发,进行一种纯粹“理性意义”的思考^②。

等价地说,任何针对宏观物质的恰当表述,都必须吻合于宏观物质的粒子本质。或者说,定义在一个特定空间点上的宏观表象,在逻辑上只能依赖于覆盖该点的单位体积元中真实存在的粒子集合的行为。因此,能够也必须从宏观速度的原始定义式(1.2)出发,对这样一个人认为的合理性重新做出判断。

首先假设,粒子系统由“自由粒子”构造而成,并且,粒子上不存在其他形式力的作用。于是,根据 Newton 力学,存在于一个给定空间域 V 中所有粒子的动量和的变化,等于越过该体积域边界粒子所携带动量的代数和

$$\frac{\partial(\sum_V m_i v_i)}{\partial t} = - \sum_{v \cdot A \sim \frac{\partial V}{\partial t}} m_j v_j \quad A \sim \partial V \quad (1.9)$$

此处 A 对应于给定域 V 的封闭边界,式右出现的负号仅仅源于一个习惯的认定,人们总把边界的外法线方向定义为边界的正方向。另外,人们需要注意,与粒子系统的“离散”分布对应,任何针对属于粒子的物理量的“加法”运算,只可能定义在某一个“空间域”中,而无法定义于某一个“曲面”上。也就是说,只能针对某一个“体积域”中的“粒子”以及定义在这些粒子上的“可加物理量”进行求和运算。因此,在上式的左侧,只需要直接对体积域 V 中的所有粒子求和;但是对应于该式的右侧,如何构造边界上某一个“恰当体积域”的问题则显得复杂一些。首先,如果只考虑与 δt 时间间隔相对应的体积域 δV ,必然存在如下所示的一种“大致”对应:

$$\delta V \simeq \oint_{\partial V} \delta t v \cdot dA$$

① 值得反复指出,理想化质点的动量只是一个“状态”量。因此,从物理学基本理念考虑,属于不同物质对象的状态量无法相加,谈论以“可加性”为存在前提的“动量守恒”定律没有任何意义。粒子系统的“动量守恒”仅仅具有形式意义,只是“Newton 第三定律”的逻辑必然。当然,这也是讨论粒子系统“动量守恒”时特地加了一个“引号”的原因。

② 在《湍流及理论流体力学理性重构》一书相关问题的最初分析中,所反映的思想正吻合于这样一种习惯性的认识。

进而,如果考虑某一个特定的时刻 t ,那么,相应地有

$$\frac{\delta V}{\delta t} \simeq \oint_{\partial v} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A}$$

于是,式(1.9)右侧的“和式运算”表示:针对折算到“厚度”与粒子的速度 $\mathbf{v}$ 对应,为整个封闭表面 A 所张,借助于 $\mathbf{v} \cdot A$ 示意表述的一个曲空间,对其中粒子的“动量输运”效果进行求和。当然,还可以这样大概地说:式左表示一个“确定”体积域 V 中粒子动量之和的变化率,而式右却表示对一个“变化中”体积域 $\mathbf{v} \cdot A \simeq \frac{\delta V}{\delta t}$ 中的粒子动量求和。当然,也正是在这个特定意义上,方程两侧的“量纲”能够保持一致。

值得指出,在为覆盖空间域某一任意点体积元中的粒子集合构造动量方程时,曾经几乎不假思索地采用了如下所示的形式:

$$\frac{\partial (\sum_V m_i \mathbf{v}_i)}{\partial t} = - \sum_A m_j \mathbf{v}_j (\mathbf{v}_j \cdot \mathbf{n}_A) \quad A \simeq \partial V$$

但是,不难做出简单验证,这个形式表述两侧存在量纲不一致的问题^①。

必须注意,式右那个决定于粒子速度,并且处于变化中的体积域 $\mathbf{v} \cdot A$,与式左的确定体积域 V 不对应,因此,需要考虑如何将它们折算到相同的体积域中。另一方面,在宏观力学中,仅仅是宏观物理量才成为人们真正感兴趣的物理量,或者成为能够与相关的经验测量构成逻辑关联的量。因此,人们必须考察定义在任意“空间点”上的宏观物理量的变化规律,并且,需要意识到形式系统中有待构建的“微分方程”也只能在这种意义上加以定义。这样,当人们考虑覆盖一个任意空间点 x 之上的单位体积元 $v(x)$,式(1.9)所示的那个最初的“守恒关系式”需要重新写成

$$\frac{1}{v} \frac{\partial (\sum m_i \mathbf{v}_i)}{\partial t} = - \frac{1}{v} \sum m_j \mathbf{v}_j (\mathbf{v}_j \cdot \delta A) \quad x \in v(x) \quad (1.10)$$

带入宏观意义“质量密度”的定义,该方程左侧则为

$$\frac{1}{v} \sum (m_i \mathbf{v}_i) = \rho \mathbf{u} \quad x \in v(x)_{\text{unit}}$$

但是,如果运用关于质量密度的定义式,同样将原方程的右侧简单写成如下所述的形式,则并不合理

$$\frac{1}{v} \sum m_j \mathbf{v}_j (\mathbf{v}_j \cdot \delta A) = - \rho \mathbf{u} (\mathbf{v}_j \cdot \delta A) \quad x \in A = \partial v(x)_{\text{unit}}$$

其原因仅仅在于:由“ $\mathbf{v} \cdot A$ ”示意表述的“边界几何域”并不等于封闭表面 A 所包围的原体积元 v ,边界几何域之中粒子的动量和相应不等于单位体积中粒子的动量和,当然,也不可能等于定义在该单位体积元之上的宏观动量。于是,当人们可以合理地采用解析延拓的方法,构造一个定义于整个空间的速度分布 $\mathbf{v}$ 取代最初的离散速度分布 $\mathbf{v}_i$,并且,进而利用宏观意义的质量密度 ρ ,大概表示粒子系统的体积平均质量时,动量方程(1.10)的右侧则应该改写为

$$\frac{1}{v} \sum m_j \mathbf{v}_j (\mathbf{v}_j \cdot \delta A) \approx - \frac{1}{v} \oint_A \rho \mathbf{v} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA = - \frac{1}{v} \oint_A \rho \mathbf{v} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} \quad x \in A = \partial v(x)_{\text{unit}}$$

① 引入“离散”分布的概念以后,使得“曲面”上的求和运算以及许多习惯理念失去了存在意义。关于《湍流及理论流体力学的理性重构》一书中原始表述中存在的量纲不一致问题,是由我的工作助手覃新川副教授最先发现和向我提出的。

注意到,在这些表述中,体积元 $v(x)$ 实际上已经事先被默认为单位体积元。

因此,当针对覆盖一个空间任意点 x 的单位体积元 $v(x)$ 时,相应存在一个具有“一般意义”的关系式,用以表示该体积元中粒子动量和的变化

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} = - \frac{1}{v} \oint_{\partial v} \rho \mathbf{v} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} \approx - \lim_{v \rightarrow 0} - \frac{1}{v} \oint_{\partial v} \rho \mathbf{v} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A}$$

显然,与“覆盖式”覆盖构造宏观表象的基本思想一致,并且,作为一个纯粹人为意义上的认定,将式中的第二个方程严格限定在此处所述的任意空间点 x 之上。继而,再根据 Gauss 定律,则存在一个相关的形式表述

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} = - \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) \quad (1.11)$$

如果将此式与式(A)所示的那个最初的猜测性认定比较,即

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} = - \lim_{v \rightarrow 0} \frac{1}{v} \oint_{\partial v} \rho \mathbf{u} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} = - \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{v})$$

我们可以发现,最初出现在方程右侧的宏观表象速度 u 被粒子的实际速度分布 v 所取代了,另一方面,方程左侧仍然表示单位体积元中粒子动量和的变化。

更为明确地说,除了根据覆盖空间任意一点处的宏观表象定义式,用质量密度 ρ 和宏观表象速度 u 表示单位体积元中粒子的动量和,以及采用解析延拓的方法取代直接定义在粒子上的离散速度分布 w 以外,如果将微分表述的方程(1.11)与方程(1.10)相比,两者没有任何本质差异。事实上,在统计力学的不同著述中,此处所述的这些方法通常在不加以解释的情况下往往都直接加以使用了,当然,这也是统计力学出现所使用方法其实并不统一的缘故。因此,针对定义在一个任意空间点上的宏观表述,仍然与粒子系统的 Newton 力学本质上严格保持一致。也就是说,即使这样一个形式表述将用于表示“宏观动量”的“耗散效应”,但是,它的真正物理基础仍然是粒子系统在经典意义上的“动量守恒”方程。

因此,考虑到属于离散粒子上的速度分布 v 并不属于宏观理论体系,只要能够被某些宏观意义的物理量所恰当取代,那么,式(1.11)所示的基本方程,即

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} = - \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v})$$

可以视为被赋予了一种“条件存在”的“普适”意义。当然,也正因为此,能够将这个一般性表述合理地视为推导流体力学“一般动力学方程”的形式基础。

1.3 一般动力学方程

总之,在一个仅仅着眼于宏观表象的形式系统中,无力也不允许直接描述“个别”粒子的运动学行为。或者更为明确地讲,诸如 v 和 w 这样一些需要定义在“粒子”上的物理量并不属于宏观表述系统。考虑到

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} + \mathbf{w}$$

那个针对单位体积元中的粒子系统的最初表述,即式(1.11)可以进一步变换为

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} &= - \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) \\ &= - \nabla \cdot [\rho(\mathbf{u} + \mathbf{w})(\mathbf{u} + \mathbf{w})] \\ &= - \nabla \cdot [\rho \mathbf{u} \mathbf{u} + \mathbf{u} \mathbf{w} + \mathbf{w} \mathbf{u} + \mathbf{w} \mathbf{w}] \end{aligned}$$

$$= -\nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) - \nabla \cdot [\rho(\mathbf{u} \mathbf{w} + \mathbf{w} \mathbf{u})] - \nabla \cdot (\rho \mathbf{w} \mathbf{w}) \quad (1.12)$$

在这个表述中,可以对方程的左侧和右侧中的第一项加以归并,进行整理

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) \\ &= \frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \mathbf{u} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) \\ &= \mathbf{u} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \mathbf{u} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) \\ &= \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) + \mathbf{u} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) \right] \end{aligned} \quad (B)$$

假如经典理论中的“连续性方程”能够被认作是一种“合理存在”的话,即

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1.13a)$$

当然,通过对比式(1.11)和式(A)之间的差异,可以立即推知:如果着眼于“离散”的粒子系统,关于“连续性方程”的一个“恰当”表述只能是

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (1.13b)$$

于是,动量方程相应存在两种形式表述

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla \cdot [\rho(\mathbf{u} \mathbf{w} + \mathbf{w} \mathbf{u})] - \nabla \cdot (\rho \mathbf{w} \mathbf{w}) \\ & \Downarrow \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \right] \\ & \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla \cdot [\rho(\mathbf{u} \mathbf{w} + \mathbf{w} \mathbf{u})] - \nabla \cdot (\rho \mathbf{w} \mathbf{w}) \end{aligned} \quad (1.14)$$

如果仅仅从方程的左侧考虑,后一个方程与经典理论通常使用的形式表述更为接近;而第一个方程则往往被直接用于流场数值计算的“守恒”格式中。但是,需要注意,并没有理由将方程左侧直接称之为宏观表象速度的物质导数,尽管它在形式上的确与物质导数的经典定义保持一致。此外,后续分析将表明,正如式(1.11)不允许写为式(A)那样,一旦论及“离散”的粒子系统,式(1.13a)所示的“连续性方程”其实已经不再严格成立。当然,这也是在式(1.14)中同时写出两种不同形式表述的动量方程原因^①。

需要注意,用以表现流体粒子真实行为的“无规速度” $\mathbf{w}$ 尽管真实存在,但是并不属于宏观表述系统。因此,只能引入两个宏观意义的物理量。其中,第一个宏观物理量为

$$p\mathbf{I} = \rho \mathbf{w} \mathbf{w} \quad (1.15)$$

而第二个宏观物理量为

$$\boldsymbol{\Sigma} = -[\rho(\mathbf{u} \mathbf{w} + \mathbf{w} \mathbf{u})] \quad (1.16)$$

目前,让我们暂时不加解释地将标量 p 和二阶张量 $\boldsymbol{\Sigma}$ 分别称之为通常称作的表现“压力”以及表现“粘性应力”张量。如果真实存在质量力 $\mathbf{f}$ 作用于该粒子系统,则式(1.14)所示的动力学

① 最初没有对“连续性方程”作重新推导。关于这个方程的经典表述其实并不真正“严格存在”的问题,只是在重新思考流场“恰当数学模型”问题时才发现。事实上,一旦引入宏观物质的“粒子”模型,建立在“连续介质”假设下的连续性方程在逻辑上已经成为完全“多余”的表述,仅仅需要在流场的固壁处满足法向速度分量恒为零的条件就能够自动满足质量守恒条件。这样,在关于如何为流场恰当构造“定解问题”的后续讨论中,将对这个问题作进一步分析。

方程可以形式地改写为

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\Sigma} \quad (1.17a)$$

当然,还可以引入另一种形式的应力张量

$$\boldsymbol{\Pi} = -p\mathbf{I} + \boldsymbol{\Sigma} = -[\rho(\mathbf{w}\mathbf{w} + \mathbf{u}\mathbf{w} + \mathbf{w}\mathbf{u})] \quad (1.18)$$

于是,动力学方程(1.16a)可以进一步改写成

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \rho \mathbf{f} - \nabla \cdot \boldsymbol{\Pi} \quad (1.17b)$$

或者一个相对更为原始的形式

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} = \rho \mathbf{f} - \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) \quad (1.17c)$$

如果仅仅从表现形式考虑,动力学方程的前两种形式,即方程(1.17a)和(1.17b),不但与经典理论中那个“实际使用或被修正过的 Navier-Stokes 方程”在形式上几乎完全保持一致,而且,一个更为根本的问题还在于:虽然式(1.17c)更吻合于物理本质,但是,这个形式表述中的“真实运动速度” $\mathbf{v}$ 通常超越了“宏观表述系统”的允许的表述范围,从而使得这个形式表述失去了存在的逻辑前提。也就是说,需要形成一种“理性”意识:只是表观压力 p 和表观应力张量 $\boldsymbol{\Sigma}$,这两个同作为依赖于“经验事实”而存在的“宏观”物理量,才可能被合理地包容于此处所说的“宏观表述”系统之中。当然,任何一个本质上用以描述“大数粒子系统宏观表象”的形式系统,永远不可能仅仅凭借“纯粹逻辑”的方法被“演绎”地推导出来^①。

事实上,正如前述分析已经指出的那样,经典表述和这些重新整理的表述之间存在许多根本的差别。

首先,重新整理的形式表述的基础,并不是经典理论中着眼于“宏观物质集合”整体的 Newton 运动定律。直接使用 Newton 定律的基本前提,必须是被描述的物质对象的“物质内涵”保持恒定不变。但是,由于流动流体不同“物质元”之间总处于相互交混之中,无法满足这一基本前提。但是,对于此处重新导得到一般性动量方程,它仅仅是“自由粒子系统粒子动量守恒定律”的一种等价性表述。或者说,在所有经典的宏观理论中,必须以如下“条件存在的物质导数”作为建立整个理论体系的基本逻辑前提

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} \stackrel{\text{Qualifiedly}}{=} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$$

但是,这样一种与流动真实并不吻合的习惯性前提认定,对于重新构造的形式表述系统并不必要。而且,更为重要的是,只要流场中真实存在不为零的“无规运动”速度 $\mathbf{w}$,由于被描述的宏观物质对象自身处于变化之中,物质导数得以存在的必要逻辑前提无法得到满足。

其次,尽管两个人为引入的二阶张量,即 $\boldsymbol{\Sigma}$ 和 $\boldsymbol{\Pi}$ 被定义为表面力,但是,它们只是一种具有“形式意义”的习惯称谓,无需也不可能具有与“表面力”形成严格对应的确定物理内涵。在数学上,完全谈不上任何真正隶属于粒子系统的“边界曲面(boundary surface)”,当然,在物理上,也根本谈不上逻辑地从属于粒子系统的表面力。事实上,那个仅仅在“名义上”存在的表面

① 因此,理论流体力学的理性重构,绝不意味着能够为人们提供某一个“一劳永逸”的普适性表述。事实上,除了澄清一系列基本概念,相应提供更为吻合物理实在的基本信息以外,整个形式系统的合理性恰恰在于刻画流体力学的合理表述得以存在的“逻辑前提、有限论域以及有限真实性”等这样一些前提性的基本命题,以免陷入逻辑紊乱引起的认识不当或者错误之中。

应力张量,只不过是—般性动力学方程(1.11)中左侧中的一个部分

$$\Pi = -p\mathbf{I} + \Sigma = -[\rho(\mathbf{w}\mathbf{w} + \mathbf{u}\mathbf{w} + \mathbf{w}\mathbf{u})] \subset -\rho\mathbf{v}\mathbf{v}$$

与此同时,正如与式(B)相关的分析已经指出的那样,动量方程(1.16)的左侧仍然隐含了源于“粒子真实”的影响,即

$$\frac{\partial(\rho\mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{u}\mathbf{u}) \sim \rho\left(\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla\mathbf{u}\right) \cap \rho\mathbf{u}\mathbf{u} \subset \rho\mathbf{v}\mathbf{v}$$

也就是说,如果从物理本质考虑,出现在这些动力学方程中的不同形式量不允许被人为地强行分割出来,再进而依赖于人为想像赋予这些不同的形式量以不同的物理内涵。所有的形式量都属于“整体性”描述中本质上不可分割的“单个”组元。但是,从粒子系统宏观表象的“统计平均”的本质内涵考虑,当人们以覆盖空间某一点处宏观物质集合的“整体”作为研究对象,这些形式上引入的“应力张量”才可能作为一种人为想象,与作用在“体积元”边界上的“表面力”形成逻辑对应。但是,即使这样,依然需要形成一种稳定的理性判断:宏观物质本质上只能是粒子的,因此,只可能作用在粒子上的“有心力(central force)”才可能真正具有本质意义。与此同时,作为“形式量”而存在应力张量,则本质地对应于粒子的动量输运机制。

最后,这些被赋予了特定物理内涵的陈述必须以这样一个通常的认定作为前提,即此处所提到的宏观物质集合是一个“自由粒子”构造的系统,该系统中的所有粒子能够在包裹该宏观物质集合的固体边界以内作“任意自由”的运动。在物理上,这样一种粒子系统被称之为理想气体。于是,当人们研究其他形式流体的时候,这些形式量自然还需要被赋予新的其他物理内涵。当然,也仅仅于此,我们才可以合理地讲:虽然诸如 v, w 这样一些物理量已经超越了“宏观表述系统”可能表述的范畴,从“形式逻辑”考虑只允许使用类似于式(1.17)的形式,即

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{u}\mathbf{u}) &= \rho\mathbf{f} - \nabla p + \nabla \cdot \Sigma \\ &\simeq \\ \rho\left(\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla\mathbf{u}\right) &= \rho\mathbf{f} + \nabla \cdot \Pi \end{aligned} \quad (1.19a)$$

作为动量方程的恰当形式表述,但是,从宏观物质实际蕴涵的“粒子本质”考虑,包含粒子运动速度的方程(1.11)或者作为它等价表述的方程(1.14)更为本质。例如,增加了“体积力”以后的一般性形式表述

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\mathbf{u})}{\partial t} &= \rho\mathbf{f} - \nabla \cdot (\rho\mathbf{v}\mathbf{v}) \\ &\simeq \\ \frac{\partial(\rho\mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{u}\mathbf{u}) &= \rho\mathbf{f} - \nabla \cdot [\rho(\mathbf{u}\mathbf{w} + \mathbf{w}\mathbf{u})] - \nabla \cdot (\rho\mathbf{w}\mathbf{w}) \end{aligned} \quad (1.19b)$$

虽然,这些实际上已经超越“有限论域”的形式表述并不能直接予以直接运用,但是,一旦面对形形色色较为“复杂”的流动现象时,这些形式表述能够为我们提供较为可靠的“理性思维”基础。

2. 表观应力张量的物理内涵和“动量守恒”问题

任何借助于粒子“真实速度”所表达的动力学方程,本质上已经超越宏观力学的“有限”论

域。因此,从形式逻辑的角度考虑,引入称之为“应力张量”的宏观物理量是必须的,而且,这些宏观物理量的确定最终只可能依赖于相关经验事实。另一方面,作为构造上述一般性动力学方程基础的“自由粒子系统”假设,并不符合一般流体的一般物理真实。这样,需要进一步揭示应力张量可能蕴涵的其他物理内涵。

2.1 流场中的压力

作为一个重要的专题,让我们重新考察通过定义式(1.15)

$$-\rho \mathbf{I} = -\rho \mathbf{w} \mathbf{w}$$

所引入宏观形式量 p ,即通常所说热力学压力真实蕴涵的物理意义。本质上,经典热力学仅仅感兴趣于宏观物质集合的“内状态(internal or intrinsic state)”。或者说,热力学没有能力也无兴趣,考虑怎样能够形式地表现一个宏观物质集合在包裹它的大空间中的整体运动状况。因此,如果局限在经典热力学的研究范畴内,相合于某一个特定观察者的参照系,总是直接建立在宏观物质集合自身之上。这一事实表明,如果式(1.15)中的 p 定义为热力学压力,那么,自由粒子的无规运动速度 w 本质上等于“分子运动论”中自由粒子自身的运动速度 v ,即

$$-\rho \mathbf{I} = -\rho \mathbf{w} \mathbf{w} \xrightarrow{\text{Within the inside of macroscopic system}} -\rho \mathbf{v} \mathbf{v} \quad (2.1)$$

换言之,出现在这个形式表述中的 v 恰恰对应于经典热力学理论中所说的“热扰动(thermal agitation)”速度。因此,在统计平均意义上,不同粒子作用在边界上的相反方向的切向作用互相抵消了,只剩下法线方向上的净作用。这样,流体力学分析所引入的压力 p ,仍然与分子运动论所定义、实际上只严格适用于“理想气体”的压力保持一致。

相反,我们可以等价地说,如果将式(2.1)视为压力的基本定义,那么,这个定义得以存在的“前提”则是:所论的宏观物质系统,必须是由那些能够在为相关边界包裹的整个空间中“自由运动”的粒子所构成的系统。仅仅在这个特定的场合下,流场中流体压力才可能被视为由“粒子无规运动”所激发的一种影响。与被认作为“自由粒子集合”所构造“理想气体”这样一种纯粹的“理想化假定”不同,作为流体集合的另一个“极端”状况,液体不具真正属于自身的构型,但是,却拥有真正属于自己的体积。也就是说,出现在液体流场中的表观压力,并不仅仅源于液体粒子的无规运动,还自然地表现了液体集合自身对于任何体积变化的反抗。于是,当重新考虑此处所讨论流场中一般流体的表观压力 p 的时候,它本质上应该由物理内涵不同的两个不同部分组成

$$p \mathbf{I} \xrightarrow{\text{essential}} \rho \mathbf{w} \mathbf{w} + p' \mathbf{I} \quad (2.2a)$$

或者说,该形式表述希望告诉人们这样一个基本事实:着眼于宏观物质的物理本质,考虑如下所示的流体力学一般性动量方程

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \nabla \cdot \Sigma$$

其中,对于通常称之为压力的形式量 p 而言,除了由“自由粒子系统”的动量方程直接导出,由 $-\rho \mathbf{w} \mathbf{w}$ 所表示“粒子无规运动碰撞效果”的影响以外,标量 p' 则自然地对应于“一般流体”反抗“体积变化”的一种能力。显然,对于液体的流动,这个反抗体积变化的附加压力 p' 对于整个表观压力 p 分布的影响,大大超过源于粒子无规运动产生的影响。因此,相合于整个“热力学”理论并且仍然与式(2.2a)保持逻辑相容,关于热力学压力 p 的另一个更为恰当的形式表

述只可能是

$$pI: f(p, \rho, T) = 0 \quad (2.2b)$$

其中,涉及“运动中流体”的状态方程

$$f(p, \rho, T) = 0 : \text{empirical statement}$$

本质上属于“经验事实陈述”的范畴,不可能仅仅根据“理论”模型,继而采取纯粹“演绎逻辑”的方法推导而得。对处于“复杂运动”状态中的宏观物质,建立恰当状态方程的基础本质上只可能是相关的基本物理实验。或者说,需要以“动态”的“场分析”为基础,重新对状态方程的形形色色模型进行实验验证。但是,由于缺乏对流场中“表观压力分布”一种整体意义的实质性分析,许多相关的基础性研究尚没有真正展开。

2.2 表观粘性应力

同样,人们可以合理地认为,对于式(1.16)所示,通常被经典流体力学称之为“表观粘性应力”的二阶张量

$$\Sigma = -[\rho(uw + wu)]$$

能够大概真实地揭示了该形式量实际蕴涵的本质内涵。但是,基于和表观压力分析完全相同的道理,人们仍然需要认识到,这样一个习惯称谓其实仅仅具有“形式”意义,并且,这个所谓的粘性应力张量只是如下所示的一个有机“复合体”中的一个部分:

$$\Sigma \subset -\rho v v = -[\rho(uu + uw + wu + ww)]$$

此外,还需要形成一种理性判断,如果将式(1.16)视为表观粘性应力张量的定义式,那么,该形式定义必须存在一个基本的前提条件,这就是那个被描述的宏观物质系统只是一个由“自由粒子”构造的系统。当然,也仅仅限于这种特定情况,被人们习惯称作的“表观粘性应力张量”才可能完全源于这些“自由粒子”所作的“无规运动”,而现代流体力学所主张“应力张量的宏观动量输运机制”才可能真正存在。

无论从物理本质还是从直观想象考虑,通常所说“粘性”刻画了物理上的一种真实存在,或者毫无疑问地意味着这样一种特定的能力:反抗物体之间发生的“相对”运动,促使那些彼此相邻的粒子继续维系一种不变的“相邻”状态。也就是说,在物理上,流体力学中的“Newton 粘性应力”真实地与相对运动中固体之间“摩擦力”相对应,并且,粘性实际拥有的物理意义恰恰完全相悖于“自由粒子”进行“无规运动”的那种自发倾向。于是,作为一个十分自然的推论:对于流动中同样存在粒子“无规”运动,但是无法被继续视之为“自由粒子”所构造粒子集合的“一般流体”、特别是“液体”流场而言,运动中流体的表观粘性应力并不仅仅归结为粒子无规运动的动量输运效应,而必然同时拥有两种“完全独立”的应力机制,即

$$\Sigma = -[\rho(uw + wu)] + \mu_{\text{Newton}} \nabla u \quad (2.3a)$$

事实上,这个形式表述中两个不同的部分,本质上显示了对于宏观运动两种“完全相反”的影响。其中,前者仍然源于粒子的“无规”运动,相应显示一种“动态”意义的“变化”效应;而后一项则相合于为 Newton 最初直观提出的“粘性”摩擦机制,大致对应于一种“静态”意义的“维系秩序”能力。无疑,这两种不同物理机制的存在不仅同样真实,而且它们的实际影响还根本决定于不同真实流体以及不同流场的物理自身。但是,作为两种不同应力机制一种“形式意义”上的“共性”特征,运动中流体“表观粘性应力”的存在,都共同表现为对流场中“速度差异”的反抗。因此,考虑到速度场梯度 ∇u 作为对速度场差异的“抽象”表述,并且与以上针对表观压力

p 的分析一致,相应存在一种纯粹“形式意义”的“经验”表述

$$\Sigma : \Sigma \xrightarrow{\text{formal}} \mu \nabla u : \mu = \mu(u) \quad (2.3b)$$

式中的“表观”粘性系数 μ 本质上属于速度场 u 的泛函,也就是说,它不仅仅决定于流场中不同流体的物理属性,还决定于流场自身的运动学状况。

这样,作为与“自由粒子系统”取意完全相反的另一种“极端”情况,在考虑液体流场时,还可以做出这样一种大致合理的推测:液体集合如果在能够在某种“局部域整体”意义上保持一种“有序运动”的状况,例如严格意义上的“分层流”流动,一方面在同一流层之中,流体粒子能够始终保持一种确定的“相邻性”结构;另一方面在相邻流层之间,流体粒子则处于“相对滑移”之中。那么,作为一个几乎完全自明的基本事实,上述关于整个应力张量 Π 的形式表述可以退化为如下所示的简单形式:

$$\begin{cases} \Pi = -p\mathbf{I} + \Sigma \\ p\mathbf{I} = \rho w w + p'\mathbf{I} \approx p'\mathbf{I} \\ \Sigma = -[\rho(uw + wu)] + \mu_{\text{Newton}}^{\text{liquid}} \nabla u \approx \mu_{\text{Newton}}^{\text{liquid}} \nabla u \end{cases} \quad (2.4)$$

并且,可以推断,在一些不太复杂的液体流动场合下,此处给出的形式表述应该是大致可信的。

对于气体和液体流场中的表观粘性应力可能显示不同物理机制的分析,再次告诉人们这样一个似乎过分简单以至于长期不予重视的基本事实:不仅仅需要对“固体和流体”以及“变形和流动”本质蕴涵的抽象差异形成准确的理性判断,而且还需要充分重视气体和液体在运动中实际蕴涵的本质差异。本质上以“大数粒子系统”为研究对象的“宏观表述”体系,永远不可能穷尽物质对象的真实。因此,经验事实成为构建恰当形式表述的唯一依据。

2.3 粒子系统“动量守恒”和宏观动量耗散之间的逻辑相容性

虽然包括流体力学在内,一切本质上以“大数粒子系统”为研究对象的宏观理论体系只可能隶属于“应用科学”的研究范畴,但是,任何合理的科学陈述总期望避免出现认识悖论,以保持整个陈述的逻辑相容性。针对以上陈述,任何一个细心的研究者都不免会提出如下置疑:在粒子系统允许遵循的“动量守恒(即使仅仅局限于形式意义)”定律与同一粒子系统宏观表象所展现的“耗散效应”之间,似乎出现了毋庸置疑的“自否定”现象,即逻辑悖论的问题。此处,针对这一命题,并且重新将相关讨论纳入“自由粒子系统”的框架内,进行补充分析。

在现代物理学的“场分析”中,如果一个任意的物理学量能够被定义为一个守恒量 f ,无论这个物理量是 0 阶,1 阶或者 2 阶张量,那么,总相应存在如下所示的守恒关系式:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J}_f = 0 : \mathbf{J}_f = f\mathbf{u}$$

其中, $\mathbf{J}_f$ 是携带该物理量 f 的一种广义的“流(flux)”函数。

显然,对于式(1.11)所示,作为“一般性”动力学方程基础的形式表述

$$\frac{\partial(\rho\mathbf{u})}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho\mathbf{v}\mathbf{v})$$

以及这个一般性方程的“原始(antecedent)”表述

$$\frac{\partial(\rho\mathbf{u})}{\partial t} = -\frac{1}{V} \oint_{\partial V} \rho\mathbf{v}\mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} \approx -\lim_{V \rightarrow 0} \frac{1}{V} \oint_{\partial V} \rho\mathbf{v}\mathbf{v} \cdot d\mathbf{A}$$

只要注意到式(1.2a),即关于宏观表象速度

$$u(x, t) = \frac{1}{\sum m_i} \sum (m_i v_i) \quad i \in n \quad n \leftrightarrow v(x) \quad x \in V$$

所作的最初假定,以及关于质量密度 ρ 的定义,不难作简单验证:一旦离散粒子系统中物理量能够被“直接”延拓为覆盖整个几何空间的一种“分布”的话,那么,立即可以推得

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho v v) \sim \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho v v) \quad (2.5)$$

也就是说,该粒子系统的动量仍然能够吻合于现代物理学关于“守恒量”做出的这样一个通常认定。

对于“宏观物质”以及作为体现宏观物质本质内涵的“大数粒子系统”似乎只是两种不同“称谓”而已,它们真实对应的仍然是“完全同一”的某一个特定物质对象。然而,需要密切注意的一个重要问题恰恰在于:在这样一个习惯性的“合理”认定或式(2.5)所构造的“形式表述”中,为人们真正关注的并不是“许许多多”粒子共同表现的某种“统计平均”行为,它实际描述的仍然只是宏观物质系统中“个别粒子”的个别行为。如果更为准确地说,整个形式表述的“逻辑主体”本质上仍然是“个别”的流体粒子,而不是这些“离散粒子”的集体行为。这样,在不考虑“非弹性碰撞”的时候,定义于“单位体积元”中粒子的动量和,即 $\sum (m_i v_i)$ 仍然可以被视为一种守恒量。但是,注意到不同粒子之间的“动量”作为属于不同物质对象的不同“状态量”,原则上并不满足“可加性”原则,因此,这种守恒特征仅仅具有“形式”意义。

但是,一旦将“若干粒子”的整体定义为“形式体系”的真正逻辑主体,着眼于覆盖空间任意一点 x 处“有限大”体积元中许多流体粒子“共同”构造的宏观表象速度,那么,直接引用前面导得的式(1.12)或作为式(2.5)一个直接的逻辑推论

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u u) = -\nabla \cdot [\rho(uw + wu + ww)]: \begin{cases} = 0 : u = v \\ \neq 0 : u \neq v \end{cases} \quad (2.6)$$

可以发现,对于“相同”的粒子系统,但是属于“宏观意义”的动量已经不再守恒,除非流场中的无规运动速度 w 恒为零,或者直接以粒子的真实运动速度 v 取代宏观表象速度 u ,重新构造形式表述系统。当然,此处所说的“守恒”情况,又重新回到前面着意表述的基本认定之中,即形式系统所描述的物质对象本质上仍然只是那些“独立”运动的流体粒子。

这样,在自由粒子系统的“动量守恒”与该粒子系统宏观表象显示的“耗散效应”之间,能够严格保持逻辑相容。并且,不仅仅“动量守恒”只可能“条件”存在,随意渲染“守恒律”的“普适”意义违背了基本物理真实,最终必然导致逻辑紊乱;而且,作为一种习惯使用的基本物理概念,“耗散”之中实际上已经隐含某种“人为”理念在内。仅仅相对于某一个“人为”构建的特定目标,才可能谈及“耗散”的问题。对于“自存”物质世界而言,既无所谓“守恒”也谈不上“耗散”,它只是独立于人类的意志,始终选择一种“最有效”的方式实现属于物质世界自己的运动。

A.2 关于统计力学中表观应力不一致表述的补充说明

如果一个理论体系自称为不存在任何论域的限制,那么,人们几乎可以肯定地说,这个理论体系必然存在形形色色的逻辑悖论。事实上,理论物理中通常所说的统计力学就属于这样一种理论体系。特别在著名的 Liouville 方程和 Boltzmann 方程的前提性逻辑悖论没有真正获得解决以前,这个理论体系中的许多论断需要人们进行重新考察。

事实上,涉及到此处所讨论应力张量实际隐含物理内涵问题的守恒,对于熟悉统计力学并且进行过较为

认真思考的人们,一定熟知存在一对彼此冲突的应力表述形式,即

$$P_{i,j} : \langle \rho v_i w_j \rangle$$

和

$$P_{i,j} : \langle \rho w_i w_j \rangle$$

式中, P_{ij} 是应力张量分量表述形式, v_i 和 w_j 分别是粒子系统中粒子所作的真实运动速度以及相关的无规运动速度。按照统计力学的通常分析,如果能量和动量能够被分别视为两个不同的守恒量,那么,直接从 Maxwell 输运方程出发,可以相应导得应力张量的上述两种表述形式。

其中,后者的物理基础是动量守恒,并且,同一于 Reynolds 湍流方程中的相应表述形式。但是,如果注意到这个形式表述中甚至没有出现宏观表象速度 u 或者粒子的真实运动速度 v ,那么,如何让人们相信这个表述可以反映粒子无规运动对于宏观运动产生的真实影响呢?

3. 一般性动力学方程的几种“特殊”推论

只要覆盖于“整个”流场之上,渊源于“离散”粒子集合,因而本质上仍然蕴涵“离散本质”的宏观表象存在,并且能够大致真实和大概合理地为一组以“连续可微”条件为基本前提的“微分方程组”所描述,那么,在这样一种特定意义上,前面推导所得的“一般性动力学方程”可以视为一种“普适性”的表述,成为使用演绎逻辑方法,进一步推导其他“特殊形式表述”的唯一基础。

从另一个思维角度考虑,由于一般性动力学方程逻辑地隶属于处于运动之中的“自由粒子”系统,推导相关形式表述的整个过程并没有添加任何其他的人为认定,相应成为关于“粒子系统”最初假设的必然结果或者逻辑推论。因此,根据“粒子系统”自身可能真实蕴涵的不同“结构”特征,对粒子系统的最初基本假设相应做出不同形式的限制,那么,所有不同的限制相当于对一般性动力学方程构造了不同的“约束映射(constraint mapping)”,当然,这些不同约束映射作用于一般性动力学方程的“像”,自然成为流体力学动力学方程的不同特殊形式。

此时,所有的一切都是严格演绎的。或者说,从“一般性”方程出发,借助于“约束映射”推导不同特殊方程的方法,恰恰完全吻合于演绎逻辑必需的“内禀(intrinsic)”特征。至于那些最终出现的不同形式表述,只不过是针对物质对象所作不同“理想化认定”的逻辑必然。也正因为此,包括所谓“一般性方程”在内的任何一个“特定”形式表述,都仅仅存在于某一个与其相应的特定“有限论域”之中。针对物质对象所作的“理想化”前提认定是构造形式表述的唯一基础,因此,所有的形式表述都只可能具有“有限真实性”或者“有限表现能力”。这样,与现代流体力学目前存在这样一种“认识反常”完全相反:一方面人们并不确切知道 Navier-Stokes 方程所描述的物质对象到底是什么,应该如何使用形式语言加以明确认定的基本前提;另一方面,在无视这个方程实际隐含的许多认识悖论的同时,却将其视为“无条件”存在的“普适性”方程。

同样因为此,在构造不同“特殊方程”以前值得再次提醒人们注意:关于粒子动量的“可加性假设”以及满足“守恒性原则”的基本前提仅仅具有形式意义;一般性动力学方程本质上仍然依赖于一个纯粹人为的认定,即粒子系统中的粒子必须是理想化的“刚性”粒子;并且,任何涉及如何为“表观压力”和“表观粘性应力”构造恰当表述的问题,实际上都已经超越了纯粹“理论分析”的范畴,只可能根据“经验事实和恰当模型的对比研究”做出某种大概合理的认定。

3.1 局部“自组织”和“耗散”现象的理性诠释与 Euler 方程重新构造

与普适的“最小作用原理”一致,在较强不平衡势驱动下,任何运动中的宏观物质几乎总本

能地存在着一种“自发”趋势,构造某种“有序的联合体(ordered assembly)”,尽可能地避免相邻粒子间滑移造成的损耗,以实现属于宏观物质自己的一种“最有效”运动。从物理本质考虑,此处所说的局部的有序结构,完全雷同于现代物理学家往往乐于称道的“自组织(self-organization)”现象,或者几乎没有任何一本现代流体力学著述不提及,但是至今没有定义或不知其抽象内涵的“涡(vortex)”。

3.1.1 运动流体“自组织”现象的客观存在

其实,限制在某一个特定的“局部域”之中,当该局部域中的粒子系统实行某种“有序运动”的时候,那么,因为该粒子系统不存在粒子之间的“串动(对应于现代理性力学通常所说的错位)”现象,每一个流体粒子都允许被赋予“可跟踪性(加以分辨和标识)”,所以相应允许将形式系统中原来仅仅作为宏观表象速度的形式量 u 直接定义在该粒子系统的所有“单个”粒子之上,从而直接与粒子所作的真实“宏观位移”速度 v 吻合。此时,相应形成一种针对运动粒子所作的“细致性”描述。也就是说,对于流场中存在“有序结构”的局部域 v_{ordered} ,总允许建立这样一种形式表述系统,相应满足如下所示的基本条件:

$$u(x, t) = v(x, t) \in v_{\text{ordered}} \subset V \quad (3.1)$$

此处之所以强调粒子的“宏观位移”速度,只是为了与另一个经典宏观力学通常提及,但是对于需要讨论的“自组织”现象没有任何意义的“热扰动速度”加以区分。当然,此时的“无规运动速度”恒为零

$$w(x, t) = v - u = 0 \in v_{\text{ordered}} \subset V \quad (3.2)$$

于是,对于流场“局部域”中“客观存在”的自组织结构,以及这样一种有序结构中粒子真实完成的“有序”运动,可以被视为该“局部域”中流体粒子可能实现的一种“最有效”运动。当然,反之不然:局部域中粒子系统“自组织”结构的存在,逻辑地意味着允许构造某一个形式系统,使得其中粒子的“无规运动”恒为零;但是,反过来却不能因为形式系统所定义的“无规运动”恒为零,就断言该形式系统所描述的运动自然成为一种“最有效”的运动。也就是说,正如以上讨论“无序(disordered)”和“无规(misruled)”运动时曾经说明的那样:无序必无规,有规却不一定有序。粒子系统的“有规运动”只能隶属于“形式表述系统”的范畴,包容某种“主观认定”在内;而粒子系统的“有序结构”相应刻画的则是一种“客观存在”的事实。因此,与两个完全不同概念对应,最终将逻辑地导得彼此不同的形式表述。

显然,对于人们所说的宏观运动,任何一种形式的“无序——必导致无规”运动总可以大概等价地被视之为一种“耗散(dissipation)”效应。因此,恰恰与 Prigogine 所构造“耗散结构理论”的主观取意完全相反,对于物质世界中普遍真实存在的“自组织”现象,其本质蕴涵的物理内涵,绝对不是那个缺乏任何确定形式定义,仅仅凭借纯粹“主观想象”而随意杜撰出来的“耗散结构(dissipation structure)”理论。任何存在只要是真实的,那么,这种“客观”存在就必然是“合理”的,相应能够得到“吻合于逻辑——理性”的解释。

事实上,运动中流体在大的“不平衡势”驱使下,之所以总自发出现局部域的“自组织”现象,只是因为它只能逻辑地对应于通过“有序粒子联合体”中“确定相邻性关系”而在严格意义上加以形式定义、一个局部“有效结构(effective structure)”的真实存在。必须坚信,对于任何一种符合理性的推测,其得以存在的基础只可能渊源于那个被研究物质对象的自身。因此,贯穿于自然科学研究的始终,对被研究物质对象首先做出一种“基本符合”客观实际的揭示,同时

努力使用“无歧义”的形式语言,赋予这种大致真实的揭示以确定的“形式定义”,而不是满足于仅仅凭借“创造概念”而加以曲意掩饰明显存在的形形色色认识悖论,始终具有前提性的根本意义。事实上,远不仅仅止于“耗散结构”,那些被现代科学世界鼓噪一时的“孤立子”、“黑洞”、“反质量”等等称谓,本质上同属于“主观臆测”中必然存在的认识紊乱。仅仅凭借缺乏逻辑的主观想象,将某些一成不变的简单关系式强加于无尽的大自然之上属于认识论的本末倒置。当然,这样一种认识的颠倒需要重新颠倒过来^①。

曾经指出,粒子系统所遵循的动量守恒定律,只不过是“理想化粒子系统”不同粒子之间“作用力和反作用力互等原理”的简单推论,并不具有本质意义。与其一致,涉及“耗散”概念的一个更为准确的说法或许应该是:耗散同样只能逻辑地隶属于某一个特定的形式系统,并且,即使针对一个完全相同的现象,对于耗散的理解以及相关的形式定义,也需要随着考虑问题的角度不同,或者形式系统逻辑主体的改变而相应发生变化。更为本质地讲,对于时刻处于运动之中,并且,运动的方式以及相关的运动幅度都处于变化之中,对一个自存的物质世界而言,此处所说的“耗散”概念根本无从谈起。在“耗散”概念之中,自然地包容某种“人为理念”在内,或者只是从“人”的角度出发,对物质世界某种“客观运动”相应造成“利害得失”做出的一种“主观”评价。

事实上,限定在一个此处所述的特定形式系统之中,针对粒子系统形式定义的宏观表象速度 $u(x, t)$ 可以视为一种“为人们感兴趣,并且相应可能做出描述”的物理量。另一方面,考虑到宏观物质的粒子本质,流体的宏观运动本质上仍然渊源于流体粒子的运动。于是,宏观速度 u 就可以被视之为一种衡量“粒子真实运动 v ”一种确定的“标准(standard)”,与此同时,形式系统所定义的宏观表象速度 u 还可以称之为流体运动“理应”遵循的一种“规律(rule)”。因此,当人们仅仅着眼于流场中某一个特定的“局部域”的时候,那个不存在任何无规运动的“有序”结构,必然相应成为该“局部域”中一种最有效的运动结构。但是,一旦人们将考虑问题的视角,从流场中某一个“单独”存在的“局部”有序结构,扩大到可能包容许许多多局部有序化结构的一个更为广阔的视角,考虑相关的“整个”流场的时候,那么,对于不同“局部有序结构”彼此并存从而呈现更为“复杂性结构”的流场,如果与仅仅具有某种相同流动结构“简单流场”相比,由于不同局部域有序结构之间往往存在更大的差异和紊乱,则几乎必然存在远大得多的耗散。

但是,即使在这种情况下,人们仍然可以理性地相信:限定在某一个特定的“外部”条件下,任何由强烈不平衡势驱使的“复杂”流动,必然始终真实地对应于“仅仅逻辑地属于运动中流体

① 许多迹象都表明,对于严厉掌控“科学真理判断”话语权,但实际上应更恰如其分地视之为某种“利益共同体”代表的现代“主流科学社会”而言,他们似乎已经形成一种共识:决定彻底抛弃 Prigogine 那个完全杜撰出来称之为“耗散结构”的伪科学体系。尽管不妨将这种共识看作一种人类认识的进步,但是人们仍然并不真的了解这个陈述系统“到底错于何处”的基本问题。当然,根本困扰着整个现代自然科学研究一种“机制上的障碍”并没有真正得到解决。或者说,由于至今没有真正形成如何使用严格的“科学语言”、进行严肃的“科学判断”这样一种合理、健康和公正的论证机制,类似于 Prigogine 随意践踏逻辑和理性的问题,依然极其严重地存在于主要由西方学者所构建的现代自然科学体系之中。甚至不妨更为中肯和尖锐地指出,由于在西方认识体系中关于“主体和客体”逻辑关联中一种前提性的认识颠倒,公开或者含蓄地抛弃逻辑和理性,形形色色认识悖谬的普遍存在,恰恰应该成为一种不可逆转的逻辑必然。也正因为此,人们还需要公正地讲,Prigogine 能够从经验事实出发,首先指出和重视“自组织现象客观存在”的重要事实,对于人类如何“逐步深化对大自然理性认识”的本身仍然具有某种“客观”价值。任何“绝对化”的判断,都逻辑地意味着思维的过分简单、粗糙和偏颇。

自己”的一种“最有效”的流动形式。事实上,对于一个“自存”的物质世界而言,它为什么必须满足人类的某种简单意志,服从某一个简单的基本方程,而不选择一种“最有效”的方式来实现属于物质世界自己的运动呢?无疑,根本决定于宏观物质的“粒子”本质,在一个复杂流场之中始终存在两种完全不同的倾向:一种“局部域”存在的“自组织化”倾向,努力建立“局部”意义上存在的秩序;以及和另一种“整体”意义上的“自均匀化”倾向,反对任何“局部化秩序”的建立。事实上,这样两种“相反相成”的倾向同样都表现为一种物理真实,并且,相合于物质世界普遍适用的“最小作用原理”和完全独立于人们的主观意志的方式,自动控制着一个复杂流场的基本流动结构^①。

3.1.2 Euler 方程的“客观性”基础

此处,首先考虑流场中某一个“局部域”中真实存在的“有序结构”问题,并且,为这个局部域中存在有序结构的流场构造相应的动力学方程。仍然从如下重新写出的一般性动力学方程(1.17)出发

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = \rho f - \nabla \cdot (\rho v v)$$

利用式(3.1)所示,局部域有序结构必然遵循的逻辑推论

$$v = u \quad w \equiv 0$$

演绎地导得一个可以被用于局部有序结构的动力学方程

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = \rho f - \nabla \cdot (\rho u u)$$

考虑到式(2.2a)关于压力所作的进一步解释,即

$$pI = \rho w w + p'I \xrightarrow{w=0} p'I$$

于是,该动力学方程又可以改写为另一种更为一般的形式

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \rho f - \nabla p - \nabla \cdot (\rho u u) \quad (3.3)$$

当然,在这个形式表述中,压力 p 就等于 p' ,后者被定义为一种纯粹反抗流体集合体积变化的效应。进一步讲,无规运动 w 以及通常表现流体热扰动碰撞效应的热力学压力都一并消失了,形式表述中那个遗留下来的表观压力 p ,仅仅真实地表现为“有序粒子系统”对其自身所拥有体积可能发生变化的一种反抗。

继而,通过对动量传输项的重新整理

$$\nabla \cdot (\rho u u) = \rho u \nabla \cdot u + u \cdot \nabla (\rho u)$$

动力学方程成为

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \rho u \nabla \cdot u + u \cdot \nabla (\rho u) = \rho f - \nabla p$$

如果进一步整理左侧的三项

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \rho u \nabla \cdot u + u \cdot \nabla (\rho u)$$

^① 对于熟悉现代固体力学的研究者可以发现,此处所说的一切同样逻辑地相合于“复杂变形”分析。宏观物质自身蕴涵的“粒子”本质,决定了宏观物质自身可能存在的不同运动形式。

$$= \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) + \mathbf{u} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} \right)$$

再考虑式(1.13)所示的连续性方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} \equiv 0$$

有

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right)$$

在直接使用 Euler 的“空间描述”方法构造流体力学方程,并且希望与经典理论中的“物质描述”方法在形式上保持更多一些一致性的时候,这是一个重要的关系式。事实上,在构造式(1.12)和(1.14)所示一般性动力学方程两种不同形式表述之间的联系时,以对“连续性方程”的无条件认定为前提,这个关系式已经被我们应用过^①。

这样,将此关系式带入原方程,最终得

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p \in \mathcal{V}_{\text{ordered}} \subset V \quad (3.4)$$

显然,如果仅仅从“形式表述”的角度考虑,该方程完全相同于经典理论中只能用于“理想流体”的 Euler 方程。但是,从以上分析可知,该式是用于“局部域有序流动”一个真实存在的动力学方程。或者说,对于流动中宏观物质中的某一个“子集合”而言,如果该集合中的所有粒子始终存在一种确定的“相邻性”结构,那么,此处重新导得的这个形式表述,将成为比经典流体力学中 Navier-Stokes 方程更为真实或更为恰当的动力学方程。

众所周知,在至今的经典理论中,Euler 方程一直被人们视为一个相当粗糙或者不真实的动力学方程。因此,Euler 方程只能应用在一个“不可能真实存在”的“非粘性”流体之中。无疑,这样一种过分陈旧的认识并不真实。事实上,在像 Batechelor 所著《流体力学引论》这样一些在当代具有相当影响的流体力学著述中,不得不花费大量篇幅去陈述这个古老方程以及在某些“剧烈”流动场合的一系列实际应用时,将所有的一切仅仅归结为某种纯粹的“人为主观”认定肯定是不合理甚至是完全“自欺”的。如果说,整个经典流体力学除了只是将“本质上隐含种种逻辑悖论的 Navier-Stokes 方程”视为一种不容侵犯的“形而上学”的时候,那么,现代流体力学理论中一个致命的问题同样在于:并没有理性地意识到被称之为 Euler 方程的数学表述真实隐含的本质内涵,或者这个需要实际使用的形式表述得以存在的物理基础。

事实上,蕴涵于 Euler 方程的客观性,根本不可能归结为关于不同流体具有不同特定“物性参数”这样一种纯粹“主观意识”上的不同认定。必须使用 Euler 方程描述流场中的某些局部域的事实,仍然本质地决定于被描述物质对象自身的物理内涵:局部域中流体集合真实存在的“有序粒子”结构,那些伴随于流体运动过程之中,粒子之间“相邻性”结构得以保持的那“部分”流体集合。根据严格的形式逻辑,在“局部和全体”之间,只存在“被包容和包容”的关系,无需对“局部域”的大小做出额外限制。同样,此处所说的“局部性(locality)”概念仍然被赋予一种“一般性”的意义:任何小于整体的部分都可以称之为一种局部。因此,无论是对于人们通常所说的“碎涡(slight eddy vortex)”,还是复杂运动中几乎总会出现、具有相当大几何尺度的

^① 但是,在考虑如何构造恰当“定解问题”时的进一步分析将表明,除了诸如此处所述不存在“无规运动”的特定情况,习惯认定的“连续性方程”其实并不真的严格符合逻辑。

“主流区(mainstream region)”,只要是在它们的内部的粒子系统都相应存在“不变相邻性”结构,那么,流场中这些局部域中真实存在的“有序结构”恰恰完全“本质”同一,而几何尺度的巨大差异仅仅具有纯粹的“表观”意义。当然,正是在“抽象本质”和“表观直觉”两种完全不同“认识层次”的判断之上,整个经典理论长期存在认识的根本倒置。当然,这才是一个多世纪的湍流研究陷入前提性认识悖论而无法自拔的本质原因。

如果说,对于西方科学世界所崇尚的“形而上学”,不妨大致地视为对“逻辑和理性”一种发自内心的尊重和推崇。但是,正是简单“形而上学”之中必然蕴涵的“思维片面、绝对和僵化”,使得现代西方科学世界最终不得不在客观上彻底抛弃了逻辑。其实,任何一个具有起码独立思维意识、不愿意轻易盲从的研究者,几乎立即可以做出一种“自然、素朴和简单”的理性质疑:对于那个“自存”的物质世界而言,它为什么真的需要满足个别研究者一种“过分简单和幼稚”的意志,必须以 Navier-Stokes 方程规定的那种特定方式,遵循通过一个“扩散项”所表现的那种“自均匀化”倾向,在不断“耗散”着自己运动能力的同时再向它的前方流动呢?

无疑,这样一种认识基础的完全颠倒,并不仅仅属于经典流体力学,而普遍存在于包括西方哲学、数学基础和基础数学,以及量子力学等自然科学的所有不同学科之中。当然,这也是在讨论“量子力学形式逻辑和物质基础”的重大命题时,仍然值得人们关注和重新探讨流体力学一系列没有解决问题的缘故。

A.3 Lagrangian 陈述的补充说明

在经典的宏观力学中,并存两种不同的描述方法,即所谓空间描述和物质描述,相应无条件地存在一对空间坐标和物质坐标, x 和 X 。相应存在两种不同的描述方法,通常分别被称为 Eulerian 和 Lagrangian 描述。而且,其中的 Lagrangian 方法又被赋予了“基础”意义,Euler 描述只不过是 Lagrangian 描述的逻辑推论。但是,这样一种习惯认识并不准确,其实 Lagrangian 只不过是 Euler 描述的某种条件推论,只可能在某些特定场合之中得以应用。正因为基元概念中隐含的认识不当和逻辑紊乱,最终导致整个认识体系陷入彻底紊乱之中。当然,这才是人们至今无力定义“湍流”的原因。

宏观物质本质上是粒子的。并且,仅仅因为宏观物质之中大量空隙的存在,逻辑上宏观物质才可能在 3 维几何空间之中进行完全随意的运动。如果宏观物质真的是连续介质,正如现代理性力学家已经“大致意识”到的那样,为一个“非线性”方程所描述的一般性宏观运动根本不可能出现在人类真实面对的 3 维几何空间之中。因此,只能根据“粒子”模型,重新建立宏观力学体系。如果运动中的宏观物质能够被视为一种“有序”的粒子集合,那么,粒子系统相应具有一种物质意义上的“可识别性(identifiability)”,或者,定义在任意一个时刻的物质元被自然地赋予了一种“可跟踪性(traceability)”特征。于是,在宏观物质的运动过程中,这个始终具有“不变物质内涵”的物质元,能够被自然地定义为某一个形式系统的“逻辑主体”。也就是说,仅仅在这样一个特定情况下,Lagrangian 坐标才可能存在,并且与 Eulerian 坐标之间才可能存在确定的逻辑关联

$$x(X, t) \leftrightarrow X(x, t) \quad (3.5)$$

此处,Lagrangian 坐标 X 本质地对应于一个具有宏观意义和保持不变物质内涵的物质元。并且,这个宏观意义上的物质元,正是某一个形式系统希望直接描述的对象,相应存在属于该特定物质对象的物理量。与此同时,Eulerian 坐标 x 则本质地蜕化为因变量,表示该物质元在不同特定时刻所占据的空间位置。

需要注意,一个被赋予确定“物质意义”的物质元绝对不允许成为一个“空词(empty word)”,物质元需要逻辑地对应于这个物质元必须具有“不变的粒子”内涵。仅仅因为确定物质元粒子内涵的不变性,才可能定义属于该不变物质对象之上的物理量,相应构造“物质性”描述。因此,只有当流动中的流体集合作一种“有序”运动,或者说,对于运动中的该流体集合中的所有粒子,人们都可以构造一种不随时间变化的“序”关系的

时候,定义在任何一个时刻的物质元由于在其运动过程中将始终拥有“不变”的流体粒子,该物质元以及建立在物质元之上的 Lagrangian 描述才具有存在意义。当然,在这样一种特定的情况下,尽管将证明这种特定情况并非一种必要条件,而仅仅作作为一种充分条件,人们将能够构造一种具有确定物质意义的物质描述方法,即存在如下所述,定义于 Eulerian 场中的物质导数算子:

$$\frac{D}{Dt} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial}{\partial t} \bigg|_{X(x,t)} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \quad (3.6)$$

从形式逻辑考虑,物质导数算子无非是某一个多元函数的条件导数。当然,根据初等微积分学,那个用作制约微分运算的条件函数,即此处的物质坐标 $X(x, t)$ 自身的连续存在,将成为该条件导数一个不可缺省的前提性条件。

然而,在通常情况下,流场中出现的是形形色色的无序运动,而任何一种形式的无序运动都不可避免破坏人们原来构造的某一个确定序结构,当然,为式(3.5)所示, Eulerian 和 Lagrangian 坐标之间的一一对应关系也将不复存在。因此,现代“理性力学”无条件地承认 Lagrangian 物质描述方法的合理存在,并且,以这样一种通常并不真实的认定作为构造整个理论体系的必要基础恰恰完全不符合理性。相反,需要形成一种“理性”意识:宏观物质只可能是一个“过分稀疏”的粒子系统,而建立在连续统之上的物质元依然对应于连续统,因此,离散的粒子集合与连续介质模型之间根本不具可比性。事实上,这也是这个陈述系统至今无法“形式地”区分变形和流动,同时无法“形式地”区分有序和无序,当然,也不可能本质认识湍流的根本原因。

当然,也仅仅在满足这个必要的基本前提的时候,用于描述“局部有序”运动的 Euler 方程才可能直接从 Newton 力学公式出发,被等价地写为物质描述形式

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \mathbf{f}_v = \rho \mathbf{f} - \nabla p \quad (3.7)$$

从一般哲学理念和形式逻辑的角度考虑,一个具有确定“物质内涵”的动力学方程得以存在的基础,仅仅在于这个方程所描述的物质对象具有“确定”的物质意义。如果具有不变物质内涵的物质对象自身不存在,那么,表现这个特定物质对象的物质描述也不存在。

在经典流体力学中, Navier-Stokes 方程,习惯上总被人们认作是流体力学中的一个普适表述。这个方程在形式上始终存在一个“粘性应力张量”项,无论该粘性力源于流体粒子“无规运动”所引起的“表观”粘性应力,还是因为“真实”地反抗相邻粒子滑移而实际存在的粘性力。但是,当作为宏观物质的粒子系统作“有序”运动时,这个所谓普适方程中的这些粘性应力恰恰是不真实的。因此,当现代流体力学正确指出诸如“边界层主流区”中的流体需要使用 Euler 方程的时候,绝不允许被视为 Navier-Stokes 方程一种仅仅依赖于某种“主观意志”的人为简化;相反,人们可以确信:主流区中的流体集合必然对应于一种“有序”粒子结构,以尽可能以一种“最有效”的形式实现属于流体自己的运动,此时, Navier-Stokes 方程恰恰变为一个完全失真的动力学方程,而 Euler 方程自然成为刻画流体有序运动规律的“唯一”合适形式表述。并且,在这个时候,定义在某一个特定物质对象之上的 Euler 方程,可以视为 Newton 运动定律一种直接的等价表述。但是,在流体运动的“一般”场合或对“整个”流场而言,几乎不可能处处呈现“局部有序”的状况。事实上,这是构造一般性动力学方程时只可能使用 Eulerian 描述方法的根本原因。

在自然科学研究中,任何一个形式表述都需要不同的逻辑前提作为其得以存在的基础。无一例外,流体力学中的“物质导数”以及被赋予确定“物质内涵”的经典 Navier-Stokes 方程,同样对应于某种特定的逻辑前提。但是,正是这个必须严格遵循的逻辑前提完全背离了流体运动的普遍真实,使得以无条件承认 Navier-Stokes 方程作为全部基础的经典流体力学陷入前提性的认识悖论之中,以至于长期面对“湍流”的困惑一衷莫是。当然,4个世纪以来,曾经由西方学者作出主要贡献的现代自然科学体系,几乎总忽视甚至力图回避“存在条件、逻辑前提、有限论域”等一系列前提性命题的严肃探讨,以实现构造出某种“普适真理”这样一种过分幼稚的简单愿望,恰恰使得现代科学世界最终不得不彻底放弃了逻辑。

为了进一步表现相关的物理内涵,此处不妨引入另一种推导 Euler 方程的途径。根据方程(3.2)

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} = \rho \mathbf{f} - \nabla p - \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u})$$

进而有

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla(\rho \mathbf{u}) + \rho \mathbf{u} \nabla \cdot \mathbf{u} = \rho \mathbf{f} - \nabla p$$

只要物质导数算子存在,那么,考虑到这个算子的一般性定义

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla(\rho \mathbf{u}) = \frac{D(\rho \mathbf{u})}{Dt} = \rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} + \mathbf{u} \frac{D\rho}{Dt}$$

以及另一种形式的连续方程

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

我们可以得到

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \rho \mathbf{f} - \nabla p$$

全同于方程(3.7)中的结论。

以上结果逻辑地告诉人们:直接建立在空间域之中的 Eulerian 描述方法更具“普适”意义,而对于以确定物质元为存在基础的 Lagrangian 描述方法仅仅“条件”地存在,可以视为某一个特定“约束映射”作用于 Eulerian 描述方法后的“像”函数。当然,此处所说的“约束方程”就是借助于式(3.1)所表现物质元的“可跟踪性”条件。因此,严格吻合于演绎逻辑,永远不可能从“条件”存在的 Lagrangian 方法推导出“一般性”的 Eulerian 描述方法。仍然由于基元概念上的认识倒置,导致经典流体力学陷入前提性认识悖论之中。

此外,在宏观力学中,Lagrangian 方法总可以用于描述粒子系统的有序结构,但是,粒子有序结构的存在,并不成为构造物质导数或者物质描述方式一种“不可缺省”的逻辑前提。事实上,就“单个”流体粒子而言,总是可跟踪的。因此,尽管流场中的流体粒子处于“完全无序——没有确定相邻性条件的制约”的运动状况之中,但是只要流动中“所有”流体粒子能够共同满足某一个“同一化”的力学机制,那么,这些“本质上无差异”的不同粒子就可能为某一个“相同形式系统”所描述,相应成为这个形式系统的逻辑主体。当然,也正是在所有流体粒子本质上无差异的特定情况下,物质导数以及建立在不变物质对象的物质描述方法同样成为一种合理的存在。

事实上,对于此处所说“运动中流体粒子完全无序却处于完全抽象同一”的这种特定状况,正属于下面即将讨论的“广义层流”或“粒子流动”的情况。而且,特别需要指出的是:所有的相关陈述并不真正源于任何研究者的“主观”意志,而仅仅决定于被描述流体集合自身“客观”蕴涵的抽象特征。

3.2 层流和被赋予确定物质内涵的“特殊”Navier-Stokes 方程

直观地看,“层流”似乎是一个简单的概念。其实不然,与至今无法定义“湍流”一致,现代流体力学著述或者缺乏关于层流的严格形式定义,或者不同定义彼此处于逻辑相悖之中^[3, 4, 9]。

需要从两个不同的认识层面上重新考虑层流。一种是严格意义上的层流,严格层流相当于经典流体力学通常指出,并且容易为人们直观想象和接受的“层状”流动。可以合理地推测,整个流场中的流体各自沿着不同流线运动,流线之间不允许任何流体窜动现象发生的条件过于苛刻。或者说,对于任何一个真实的流场,几乎不可能“完全”处于一种严格意义上的层流状况之中。但是,如果并不介意“层状”流动在具体流动图案上呈现的“表观”特征,而仅仅关注这种流动图案中实际蕴涵的“本质”内涵,那么,还存在与“严格层流”保持“抽象同一”的另一种层流,这就是“广义层流(generally laminar flowing)”,一个在经典流体力学中从来没有出现过的概念。广义层流同样应该被视之为一般流动现象中某种真实的存在。但是,这种着意于“物理内涵”的特定流动方式,并没有被人们自觉意识到它的真实存在。当然,由于至今没有对流体力学所描述物质对象做出前提性的恰当“理想化”认定,也不可能形成一种真正的理性意识:对

于那个被赋予确定“物质内涵”从而吻合于最初“经典意义(形式上仍然需要修正)”的 Navier-Stokes 方程,它希望描述的正是这样一种特定的流动形式。

3.2.1 严格层流

其实,当使用一组恰当的微分方程描述运动中流体需要遵循的“基本规律”的时候,流动的“表现图案”无以穷尽。当然,也正因为此,一个恰当的形式系统才可能用以刻画隐含于形形色色流动图案中的抽象逻辑关联。也就是说,在构造某一个“形式系统”的时候,并不介意也无力对具体流动图案做出描述。具体流动图案只对应于恰当数学模型的解。

因此,在经典流体力学中,一个严格意义上的层流,向人们展现的只不过是一个“直观可视(perceptive-visible)”意义上的“有序”结构:整个流场充满了被赋予确定物质意义的不同“流层”或“流线”。更明确地说,任何流体质点只能沿着属于它自己的流层或流线运动,在彼此始终处于相对“滑移(slip)”的相邻“流层”或“流线”之间,不允许流体粒子进行任何形式的窜动与交混。但是,除了这种“可视”意义的直观陈述以外,并不知道形形色色严格层流共同蕴涵的抽象特征。当然,这才是整个现代流体力学缺乏对层流严格形式定义的根本原因。反过来,以特定几何图案为研究基础,努力揭示层流流动的本质内涵,成为重新讨论层流的根本目的。

需要注意,即使对于这样一种严格意义上的层流,能够定义在整个流场的所有流体粒子之间的“确定性相邻关系(definite neighbor relation)”也不存在。也就是说,严格层流完全不同于建立在“流体粒子之间无滑移相应存在有序结构”之上的 Euler 流动。于是,曾经示于式(3.5),一个为经典宏观力学所认同,能够定义于整个流场,表现空间坐标和物质坐标之间的一一对应映射

$$x(X, t) \leftrightarrow X(x, t) \in V$$

并不真实存在。但是,一般而言,人们并不介意也无力表现同一流层中不同流体粒子的真实差异。因此,所以对于一个充满层流运动形式的流场,只要流场中的所有不同流线处于“抽象同一”的状态之中,那么,可以为不同“流层”乃至不同“流线”构造不同的标识,并且,其中的任意一个流线上流体运动的规律,同样适用于整个层流流场。事实上,如何为层流流动建立基本方程的问题,必须在这样一种理性认识基础上加以展开。

但是,人们还需要意识到,定义于某一个“流体微元”上,为式(3.6)所示的物质导数是一个条件定义式,因此,必须考虑某一个流线上流体微元或者流体粒子的可跟踪性问题。根据严格层流的定义,当人们仅仅跟踪某一个“特定流层”中的流体粒子时,同一流层中不同的流体粒子始终处于一种“序贯(sequentially)”运动状态。于是,人们可能为该流层中不同的粒子构造一种不随时间变化的“标识”。也就是说,限制在任何一根确定的流线上,总可能存在如下所示的确定关联:

$$x(X, t) \leftrightarrow X(x, t) \in \text{streamline}$$

该式表明,严格层流中的流体粒子是可跟踪的。于是,对于层流流场中的任何一根流线,人们总可以定义属于该流线之上物质导数

$$\frac{D}{Dt} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{x} \in \text{streamline}$$

事实上,此处所描述的一切,恰恰吻合于 Euler 最初构建理论流体力学时的原始思想:表现确定流体物质元上物理学量变化状态的物质导数,必须依赖一个没有任何“物质变化”的流线的

真实存在^①。

于是,人们可以合理地提出,对应于层流流场的所有不同流线,相应存在形式上相同的物理机制,存在能够定义于“整个”流场的动力学方程

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = f_v \in V \quad (3.8a)$$

在这个方程中,除了需要赋予每一个物理量以一种确定的宏观物质属性,以及形式地定义在几何空间的“单位”体积元中,一切都是直观和容易接受的。

进而考虑为 Newton 提出的摩擦应力理论,不难将作用于相邻流线之间的“表面”摩擦力直接折算到“单位体积元”上,这样层流运动中“相邻流体之间”的作用力可以形式地表示为

$$f_v = \nabla \cdot \Pi = -\nabla p + \mu \nabla^2 u$$

其中, f_v 表示相邻流体之间作用力在折算到“单位体积元”以后的一种“净”作用,而 μ 为 Newton 摩擦系数。并且,除了需要引入一个称之为“应力张量”的二阶张量 Π 形式地表现相邻流体之间的作用力以外,从物理内涵考虑,与处于相对滑移中固体间的摩擦力没有任何本质差异。

于是,直接从 Newton 运动定律出发,即某物体质量和加速度的积等于该物体所承受的净作用力,可以立即导得一个可以用于严格层流的动力学方程

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = \rho f - \nabla p + \mu \nabla^2 u \quad (3.8b)$$

显然,用于严格层流的动力学方程,仅仅是 Newton 运动定理和作用在确定物质元上的 Newton 粘性摩擦定理的一个简单推论,并且,所有的一切,仍然需要以流线上具有“不变物质内涵”物质元的存在作为基本前提。

3.2.2 Newton 粘性理论和“广义”层流

以上分析表明,一个容易直观认识但是几乎难以真实存在的严格层流,正是 Newton 所构造,希望能够用于描述所有流动现象的“粘性应力”机制的基础。并且,正如前面已经指出的那样,无论从物理内涵还是从形式表述考虑,将 Newton 粘性应力机制与存在于两个彼此相对运动的固状物体之间的摩擦力比较,两者没有任何本质差异。当然,也正因为此,容易为人们所接受。但是,以某种确定流动图案为基础的严格层流,并不是 Newton 摩擦应力机制得以存在的“必要”前提。在关于运动中流体的“Newton 粘性应力”理论中,对相邻流体粒子之间一切“滑移”运动的反抗具有本质意义。因此,可以或需要将 Newton 应力机制进一步推广至“与其保持抽象同一”的更一般流动场合。

为了便于想象,首先让我们先考虑一个平面流场。此时,沿着某一流线,物质导数存在如下所示的特定关系:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial k} \right) = p_k - \mu \frac{\partial u}{\partial n} \quad n \perp k$$

此处, n 和 k , 作为定义在由流线所构造曲线坐标系上的两个自然坐标,它们分别平行和垂直于

① 历史上是 Euler 第一个提出“流线”的直观概念,并且由此进一步提出了“物质导数”的概念,从而为流体力学形式系统的建立开创了基础。从形式逻辑考虑,只要流线存在,那么流线上流体的可跟踪性自然为“物质导数”的建立提供了可靠的基础。因此,物质导数是否存在,与“理想流体”的“无粘假设”没有任何关系。

给定的流线,而 μ 为 Newton 粘性系数。显然,方程的左侧,恰恰吻合于 Euler 所引入物质导数的基本定义。也就是说,在一般的 3 维流场和此处的流线之间,相应存在如下所示的“约束映射”关系:

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \xrightarrow{\text{a streamline}} \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial k}$$

在方程的右侧, p_k 为压力的切向分量,而 $\frac{\partial u}{\partial n}$ 表示单位法线方向上速度的变化率。与此同时,进一步考虑 3 维流场中“表面力的一般性”表述与“流线上表面力”表述之间的关系。显然存在

$$t_{n,l} = k \cdot t = -k \cdot (n \cdot \Sigma)$$

$\leftrightarrow$

$$\mu k \cdot \left\{ n \cdot \left[n \frac{\partial}{\partial n} (nv + ku) + k \frac{\partial}{\partial l} (nv + ku) \right] \right\} \xrightarrow{v=0, \frac{\partial u}{\partial k}=0} \mu \frac{\partial u}{\partial n}$$

此处, k 和 n 分别为切向和法向单位矢量,而二阶张量 Σ 为通常定义的应力张量。

继而,如果不必局限在某一个特定的流线上,而考察一般流场中与所有相邻流体粒子都处于“相对滑移”之中的一个“特定”流体质点。那么,作为上述思想一种自然和简单的拓展,相应存在一个定义于 3 维空间中,关于 Newton 应力张量的一般性表述

$$\Sigma(x, t) = \mu \nabla u \quad (3.9a)$$

并且,作用于单位体积流体上的净作用力为

$$f_v = \rho f - \nabla p + \nabla \cdot \Sigma \quad (3.9b)$$

相应存在

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = \rho f - \nabla p + \mu \nabla^2 u$$

无疑,对式(3.8)所示,用于严格层流的动力学方程,此处的分析可以被视为另一个等价证明。并且,从形式逻辑考虑,能够将用于严格层流的概念加以拓展的必要前提是:出现在同一个流场中的所有流体粒子在物理本质上是“无差异”的,或者说,流场中所有流体粒子都在处于彼此之间无差异的“相对滑移”之中。当然,在揭示上述形式表述“本质内涵”的同时,需要理性地意识到:要求流动中所有流体粒子都无一例外地处于“相对滑移”之中,不允许任何“局部域有序结构”的出现,同样属于一种“过分苛刻”的条件。自存物质世界绝对不可能仅仅为了迎合人的“主观”意志,而放弃某一种“最有效”的方式实现属于自己的运动。

但是问题在于:在自然科学研究中,逻辑地认识到某一个形式系统得以存在的真实“物质”基础,或者自觉意识到形式表述所描述物质对象被实际赋予的特定“理想化”内涵,是防止出现思维紊乱的重要前提。事实上,如果一个流场不存在任何“局部”的有序结构,流场中的“所有”流体粒子都能够同样为式(3.9)所示的 Newton 摩擦定律所描述,那么,可以做出一个明确的理性判断:这个流场中的所有流体粒子,在物理上处于完全“平权(isocracy)”状态之中。于是,仅仅在这个特定情况下,可以构造一个形式系统,使得这个形式系统的“逻辑主体”能够直接对应于这些彼此之间没有任何差异的“单个”流体粒子。也就是说,只是在这个特定的形式系统中,那个形式引入的速度向量 u 并非仅仅是粒子集合真实运动速度 v 的某种统计平均,而真实对应于粒子的实际运动速度。也就是说,对于形式系统中的速度分布 u ,就是从粒子运动速度的离散分布 $v(x_i)$ 出发,相应一个从粒子所占据的离散空间点 $\{x_i\}$ 到整个实数空间 V 构造的一

种解析延拓,即

$$u(x) : u(x) = v(x) \quad x_i \rightarrow x \cap u(x) \neq \frac{1}{n} \sum v(x_i) \quad x_i \in v(x) \quad (3.10a)$$

在这个解析延拓中,时间作为一个参量并不“显式”地出现。

进一步说,对于一个本质上作为“粒子集合”所对应的流场而言,如果某一个人构造形式系统中形式表述的速度向量 u 能够被认定为一种规律,或者被人为地视为评价流体粒子实际运动速度 v 的一种标准,那么,在此处所说的这种特定情况下,流体粒子的无规运动速度恒为零

$$w(x, t) = v - u \equiv 0 \quad (3.10b)$$

流体粒子的真实运动速度 v , 实际上就是形式系统直接描述的对象。当然,也正是在这个特定意义上,任何能够满足上述动力学方程的流动,都可以被人们合理地称为“纯粹的粒子流(pure particle flow)”。重复地说,粒子流得以存在的必要前提是:式(3.9)所示的 Newton 粘性应力理论对于流动中的“所有流体粒子”都是普适的,也就是说,这些本质上没有任何差异的流体粒子能够为某一个形式系统做出一种“同一化”的描述。

因此,在流动中“所有”流体粒子在力学机制上实际上处于一种“平权”状态的情况下,每一个流体粒子本质上能够成为某一个形式系统的逻辑主体,而流体粒子作为一个“不变物质实体”总是可跟踪的。从而在这个形式系统中,具有经典物质意义的物质导数可以在严格意义上得以定义

$$\frac{D}{Dt} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \in \text{particle flow}$$

于是,相应存在一个可以用于“纯粹粒子流”的动力学方程

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \rho f - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (3.11)$$

除了增加一个附加的 Newton 粘性应力,并且,该应力形式地表现对于流体粒子之间任何形式的相对滑移所作的一种阻抗以外,这个动力学方程与用于“局部有序结构”的 Euler 方程几乎没有任何本质差异。而且,作为这两个方程得以存在的一个共同条件,都必须以形式表述的逻辑主体具有确定意义或者可跟踪性为基本前提,相应构造一种“物质意义”的描述。

作为一种自然推论或者一个自明的物理真实,出现在这些形式表述中的压力 p 只能逻辑地对应于式(2.2)所定义的“静态”压力,即

$$p : p\mathbf{I} = \rho w w + p' \mathbf{I} \stackrel{w=0}{\approx} p' \mathbf{I}$$

事实上,宏观物质集合中真实粒子所作的运动,已经直接被定义为形式系统中的形式量。因此,既不存在由“无规运动”引起的动力学压力,也相应无需考虑由粒子“热扰动”引起的表现压力。作为形式量而存在的表现压力 p 原则上仅仅属于热力学讨论的范畴。

3.2.3 Newton 粘性应力的独立性和特殊 Navier-Stokes 方程

对于一般性动力学方程(1.16a)

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \rho f - \nabla p - \nabla \cdot \boldsymbol{\Sigma}$$

其中,表现应力张量定义为

$$\Sigma(x, t) = -\rho(uw + wu)$$

它表示流体粒子“无规运动”所引起的一种“宏观动量”输运机制。当然,如果表观应力张量 Σ 不为零,粒子的无规运动速度 w 也必须不为零,否则没有动量输运机制得以存在的物理基础。

对于极大多数的流动状况,流场中总存在粒子的“无规”运动,以及相应由这种无规运动所引起对于流体集合“宏观整体”运动的反抗,相应显示运动中粒子集合一种“自发的自均匀化”趋势。但是,恰恰与这种“一般化”流动状况相反,对于“严格层流”或“纯粹粒子流”的情况,其中出现的 Newton 粘性应力机制

$$\Sigma(x, t) = \mu \nabla u$$

仍然可以在一定程度上被视为一种“秩序”,即所有流动中的流体粒子都无一例外地处于彼此相对滑移之中。而且,人们还可以进一步说,这些为某一种相同应力机制所控制的流体粒子就是形式系统直接描述的逻辑主体,相应不存在与形式表述系统形成偏差,属于个别粒子的“无规”运动。因此,Newton 的粘性应力机制和宏观动量输运机制实际上作为两种“独立”的应力形式,几乎必然会“并存”于一般流动现象之中。

从物理内涵和形式逻辑两方面考虑,人们永远不能忘记,任何宏观运动现象的物质主体,只能是一些离散粒子所构造的集合。这样,对于宏观物质中的粒子所作的真实运动与某一个形式系统所描述的运动相比,当且仅仅当它们之间的差异“足够”小,即

$$w = v - u \approx 0$$

那个纯粹用以表现反抗相邻粒子间滑移运动的 Newton 粘性应力机制,才可能成为运动中流体表观应力的“唯一”形式。当然,此时,人们可以合理地引入具有经典意义的物质导数

$$\frac{D}{Dt} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial}{\partial t} + u \cdot \nabla$$

相应合理地出现一种特定的动力学方程

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = \rho f - \nabla p + \mu \nabla^2 u$$

于是,人们可以肯定,仅仅在这个特定情况下,动力学方程才可能真正具备经典理论通常无条件赋予的确定“物质”意义。

因此,能够用于严格层流和纯粹粒子流,并且具有确定物质意义的经典动力学方程,只不过是一般性动力学方程的一种特例,该方程得以存在的一个不可缺省的必要条件是:粒子的无规运动恒等于零。也正是在这样一种确定意义上,人们可以将“严格层流”和“纯粹粒子流”共同称为一种此处所说的“广义层流”。对于和“严格层流”保持抽象同一的“广义层流”,最为本质的物理内涵在于:广义层流的物质主体就是运动中“单个”运动的流体粒子,并且,所有不同的流体粒子能够“同一”地为 Newton 粘性应力机制所描述;正因为此,运动中单个流体粒子总是“可跟踪”的,相应存在具有确定物质意义的物质导数。于是,如果与经典理论着意的“物质描述”思想对比,人们也可以在这样一种意义上,将此处重新导得的动力学方程称为一种“特殊”Navier-Stokes 方程。

不难理解,期望对展现在形形色色流动现象中无以穷尽的“表观”特征做出描述,既不可能也没有任何意义。相反,如何揭示流动现象中可能共同蕴涵的某种“内在”联系,才可能是真正本质的,成为构造恰当形式表述系统的“客观性”基础。显然,整个流场都出现严格意义上的层流,属于一种几乎不可能“真实”存在并且也过分“平凡”的现象。或许也正因为此,在某些“权

威性”的论述中,人们通常默认了这样一种本质上完全不恰当的理念:能够为直接 Navier-Stokes 方程所描述的流动称之为层流;而将无法为这个方程所描述,必须借助于 Reynolds 方程所描述的流动称之为湍流^[4]。

A.4 关于原始 Navier-Stokes 方程的补充说明

自然科学研究中,一旦存在类似于“湍流”这样一种跨越世纪的认识困惑,任何严肃的研究者必须进行一种追根溯源式的研究,努力寻找和揭示经典理论体系创建者们往往几乎难以避免的认识不足、不当乃至错误。

事实上,关于“连续统”概念一个的较为准确的认知只是 20 世纪初的事情,而关于“宏观物质”的“连续介质”模型,却是 Euler 那个时代的科学先行者对“表观上似乎已经充分稠密,但是本质上几乎到处充满空隙”的“离散粒子集合”一种过分朴素、直观,乃至在抽象内涵上完全失真的人为猜测。而且,流体力学基本方程,即通常被称之为 Navier-Stokes 方程的方程,在历史上则是完全凭借对固体力学一种纯粹的“形式模仿”而得到的。其实,最初为 Stokes 构造的动力学方程,并不同于现在为人们实际使用的那个 Navier-Stokes 方程,这个方程的最初形式是

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}\right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} + \mu \nabla^2 \mathbf{u}$$

式中的 λ 和 μ 分别被称为第一和第二 Lamé 系数。根据 Stokes,如果忽略了一个他所称作“体粘效应(volume viscous effect)”,相关的一个简化表述形式为

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}\right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \frac{1}{3} \mu \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} + \mu \nabla^2 \mathbf{u}$$

进而,如果流体不可压,该方程才简化为实际使用的动力学方程形式

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}\right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u}$$

毋庸置疑,即使能够不考虑相关数学推导和物理理念中的一系列不当,人们仍然可以确信:在无法对希望描述物质对象能够做出某种合理的“理想化”认定前提下,一种单纯的模仿必然是失当和不可信的。当然,这同样是现代宏观力学甚至不能对“变形体和流体”以及“变形和流动”做出明确形式区分的缘故。忽视物质基础进行简单的形式模仿,普遍存在于主要由西方科学世界所构造的现代自然科学体系之中,最终使得现代科学世界不得不以公开或者隐蔽的方式完全放弃了逻辑。

任何抽象同一的物质存在,必然逻辑地对应于某种形式一致性。于是,在自然科学研究中,对于特定物质对象的明确认定必然具有前提性的意义。无视蕴涵于不同物质对象自身的不同基本特征,仅仅凭借形而上学的模仿,只能将自然科学引入紊乱和反常。

3.3 “均混流(Homogenous-mixed flow)”和“一般”意义的 Navier-Stokes 方程

对于一个一般性的流场,希望流体集合中所有“单独”流动着的粒子都能够以一种“无差异”的方式承受其他粒子的作用,或者希望所有“单个”流动的流体粒子能够为某一个“相同”的力学机制所描述,无疑是一种过分严格乃至完全无理的要求。绝大部分情况下,同一个流场的不同局部域中,流体粒子几乎不可避免地出现不同形式的粒子结构,或者内蕴完全不同的“相邻性”关系。因此,呈现宏观表象的“物质主体”总处于变化之中,不具有表现确定物质意义描述所必须的“可跟踪性”特征,只可能直接以“空间描述”为基础建立相关的形式系统。与此同时,那些“实际运动”中的流体粒子往往表现出与“形式系统”所确定运动状态的一种偏离,而这种偏离正是此处所说的“无规”运动。当然,如果从“形式系统”实际蕴涵的“物理内涵”考虑,则是因为于运动中流体集合可能拥有完全不同的粒子结构,相应承受彼此不再同一的应力机制。

当然,流体集合中不同粒子的运动学特征,通常不可能由某一个完全相同的形式系统所描述。

因此,一般情况下,企图“追踪”某一个特定流体集合或者某一个流体粒子的运动学行为,既无可能也没有本质意义。此时,形式系统所定义的速度分布 $u(x, t)$,只能是曾经示于式(1.2)的粒子速度的统计平均

$$u(x, t) = \frac{1}{\sum m_i} \sum (m_i v_i) \quad i \in n \quad n \leftrightarrow v(x) \quad x \in V$$

式中,体积元 $v(x)$ 为覆盖给定空间 V 中任意空间点 x 之上的“有限大”体积。或者说,该体积元并非诸如“宏观上无穷小、微观上无穷大”这样的纯粹人为假设,该体积元的几何尺度被赋予了一种“实在性”意义,与相关的恰当“测量精度”自然构成某种逻辑对应关系。

于是,相应存在粒子的“无规运动”速度 w ,定义为粒子真实运动速度 v 与宏观表象速度 u 的差

$$w(x, t) = v - u$$

并且,正如推导式(1.17)所表明的那样,如果不考虑经典连续性方程并不“真正严格”的问题,相应存在一个“一般性”动力学方程

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = \rho f - \nabla p - \nabla \cdot [\rho(uw + wu)] \quad (3.12a)$$

该方程得以存在的基础是“理想化自由粒子”系统的“动量守恒”定律。进而,如果引入一个被称为表观应力张量的二阶张量

$$\Pi(x, t) = -pI - \rho(uw + wu)$$

或者表观粘性应力张量

$$\Sigma(x, t) = -\rho(uw + wu)$$

那么,一般性动力学方程能够被等价地写为

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = \rho f - \nabla p + \nabla \cdot \Sigma \quad (3.12b)$$

显然,此时除了一个不允许存在的物质导数表述

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) \neq \rho \frac{Du}{Dt}$$

与经典流体力学“实际”使用的 Navier-Stokes 方程相比,这个“一般性”动力学方程具有与其完全相同的形式^①。

但是,流体粒子所作的“无规”运动,在形式上已经超越了相关形式表述系统“允许表述”的范围。于是,为了构造一个在逻辑上必须保持“自封闭”的形式体系,如何大概真实地刻画粒子“无规”运动速度造成的影响,或者相应提出关于“表观应力张量”一个大概合理的形式表述,自然地成为建立整个理论体系的关键。

经典流体力学中,实际隐含着形形色色关于粒子“无规运动”补充做出的人为假设,尽管一些“纯粹”的理论工作者往往没有真正形成一种“理性”意识,或者根本不愿意“自觉”地承认这样一种与“理性力学”初衷相悖的基本事实。在所有这些必须补充的人为认定中,最为简单的

① 注意到此处所有的数学表述都是“演绎推导”而得,或者说只是针对物质对象所作“理想化”前提认定的逻辑必然。因此,对于经典流体力学中“实际”使用的 Navier-Stokes 方程与其“最初”构造形式表述之间所存在“差异”的问题,需要予以足够重视。

则应该是关于运动流体的所谓“均混流(homogeneous-mixed flow)”假设,这个人为假设告诉人们:对于所有运动着的流体粒子,虽然它们的真实运动都与形式表述的宏观表象速度存在着形形色色的偏离,但是造成这些偏离的物理机制却是完全“相同”的;或者更为形象地说,则是运动中流体粒子在“充分无序(enough disordered)”以及“完全均匀化”的;当然,还可以等价地说,当流动中流体集合中的流体粒子做“无规”运动时,作为宏观表象逻辑主体的流体“子集合”之间保持一种“绝对平权(equal-right)”的意义。这样,对于形式系统所描述“宏观表象”的物质主体而言,在流场不同“局部域”之间不存在任何差异,它们能够为某一个“同一化”的“物理机制”所描述。

因此,在不考虑运动中流体存在“有序结构”能够为 Euler 方程所描述;以及运动中所有“流体粒子”处于严格“同一化”状态之中,从而使得“个别”流体粒子本质上能够直接成为形式系统的逻辑主体,相应为被赋予“物质意义”的 Navier-Stokes 方程所直接描述这样两种“特别”情况以外,此处所说的“均混流”显然成为“一般流动”中一种最简单的特例。根据对“均混流”做出的人为约定,除了宏观表象速度 u 作为一种统计平均量,大概地包容了某种“整体”意义的运动特征以外,所有的流体粒子同时被赋予了一种能够“充分自由”运动的能力,从而使得这些“充分自由”的流体粒子同样具有反抗“流体集合”进行任何一种“宏观有序”运动的趋势。于是,对于此处所说道均混流,不仅沿着空间某一个“特定点”的所有“不同”方向,而且对于整个流场的所有不同空间点,流场中流体粒子在各自进行“无规”运动的时候,相应显示了一种完全相同的能力或物理机制。

于是,与宏观表象在“时间”和“空间”两个恰当标尺相对应,人们仍然可以,也只能继续使用“统计平均”的方法,相应构造一个形式上完全相同的形式表述系统,以同一地表述这些“无规粒子”所作“无规”运动时“共同”遵循的基本规律。当然,这种统计平均的描述只可能是相当简单和粗糙的。也就是说,尽管“均混流”中的每一个流体粒子所作的运动是完全“无规”的,但是这些“无规运动”的全体却能够大致合理地满足某一个“共同”的基本规律。基于这样一种基本理念,并且,针对某些“并不特别复杂”的流场,人们可以相信:整个流场处处呈现一种“处处完全均匀”以及“没有任何方向性差异”的同一化流动结构,形式地对应于某一个完全相同的“表观应力”机制。当然,此处所说的一切,在能够较为准确和本质地揭示“均混流”最为本质的内涵的同时,还逻辑地告诉人们:任何比“均混流”更为复杂的流动现象,形式上必然成为对流场“均匀性”和“各向同性”特征的逻辑否定。

根据“宏观热力学”中一个通常为人们接受的“合理”假设或者一种“唯象”的经验总结,对于宏观表象场中出现的一种“宏观不均匀性(macroscopic inhomogeneity)”分布,都可以形式地被视为一种“广义势(generalized potential)”;并且,任何广义势的存在必然相应激发出与其对应的“广义流(generalized flux)”;而广义流则成为对宏观不均匀性构成的反抗。显然,作为宏观物理量而引入的表观粘性应力张量 Σ ,即

$$\Sigma(x, t) = -\rho(uw + wu)$$

像经典流体力学通常所说的那样,对应于粒子无规运动 w 所引起宏观动量的一种“输运”效应,同样可以形式地被视为一种广义流,相应成为对借助于宏观动量梯度 $\nabla(\rho u)$ 所表示宏观动量分布的“不均匀性”的反抗。于是,利用“唯象理论”中通常使用的线性假设,均混流流场中粒子无规运动所引起的宏观动量输运效应可以形式地表示为

$$\Sigma(x, t) \stackrel{\text{def}}{=} \rho(uw + wu)$$

homogeneous mixed flow
→

$$\Sigma(x, t) \approx -\nu \nabla(\rho u) \quad (3.13a)$$

显然,此处关于“表观粘性应力张量” Σ 所作的这种形式认定,完全吻合于“唯象理论”中著名的 Richards 反抗三原则。并且,该二阶张量的负散度

$$-\nabla \cdot \Sigma(x, t) = \nu \nabla^2(\rho u) \approx \mu \nabla^2 u \quad (3.13b)$$

相应表现了该“广义流”对于单位体积元中流体粒子的一种“净”效应。

不难推算,关于“表观粘性应力张量”的线性唯象系数 ν 具有 m^2/s 的量纲,并且,根据均混流的假设,该系数可以被视为一个“不变常量”运用于“整个”流场之中。但是,一个重要的问题在于:此处提出的表观应力系数,根本相异于出现在 Newton 粘性应力理论中,那个通常被经典流体力学视之为“物性参数(material property parameter)”的粘性系数。进一步讲,作为物性参数而存在的粘性系数只允许相应存在于一种“类静态”分析之中。一旦无法回避流场中流体粒子“无规运动”的真实存在,承认表观粘性应力的“动量输运”机制,相应表现对任何宏观整体运动的一种反抗,那么,该表观粘性系数 ν 同样只可能相应表现一种“动态”效应。或者更为准确地说,即使只考虑简单的“均混流”流动,作为形式量出现的表观粘性系数 ν ,在本质上需要被视为“宏观速度 u 分布”的一个泛函^①。

因此,用于均混流的基本动力学方程,在形式上能够进一步改写成

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = \rho f - \nabla p + \nu \nabla^2(\rho u) \quad (3.14a)$$

当然,如果意识到运动中流体真实地存在着两种“独立”的应力机制,一个更为准确的形式表述,还可以显式地表示为

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = \rho f - \nabla p + (\nu_{\text{misrule}} + \nu_{\text{viscous}}) \nabla^2(\rho u) \quad (3.14b)$$

式中,两种应力系数对应于两种不同的物理内涵,相应具备彼此不同的形式特征。

表面上看,只要最初推导动力学方程的 Stokes 形式中相应存在的一系列逻辑不当能够不予考虑,似乎又重新回到了经典表述的 Navier-Stokes 方程。但是,两者仍然存在本质意义上的差异。根据前述讨论,当流场属于“纯粹粒子流”或者“广义层流”的时候,该流场相应存在一个被称之为“特殊 Navier-Stokes 方程”的动力学方程

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = \rho f - \nabla p + \mu \nabla^2 u$$

如果将用于均混流的动力学方程与这个方程比较,两种动力学方程之间基本差异为:

A. 对于重新构建的动力学方程(3.14),相应不存在物质导数。或者说,该动力学方程的左侧,不允许写为如下所述的物质导数形式:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \neq \frac{Du}{Dt}$$

B. 本质上,出现在动力学方程(3.14)中的表观粘性系数,并不简单等价于通常所说作为物性参数的粘性系数,而只是逻辑地包容了这个物性参数,即

$$\nu \neq \nu_{\text{viscous}} \cap \nu \supset \nu_{\text{viscous}}$$

^① 需要重视这一事实的重要性,它逻辑地意味着流体力学的“数据系统”需要被重新建立在“动态”分析的框架之中。

C. 在形式上,可以用于“纯粹粒子流”或者“广义层流”,并且被赋予了确定物质意义的“特殊”Navier-Stokes 方程,只不过是动力学方程(3.14)的一个特例,即相应存在如下所示的“约束”映射

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \nu \nabla^2 (\rho \mathbf{u})$$

Each particle; subject of formal system $\longrightarrow$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u}$$

也正是在这个意义上,对于此处为人们重新建立的动力学方程(3.14),能够被合理地称之为“广义”Navier-Stokes 方程。并且,由此看到,借助决定于被描述“物质对象”自身而构造的不同“约束”映射,将理论体系中的不同形式表述逻辑地联系在一起,不仅仅吻合于一切合理科学陈述必须满足的“逻辑相容性”特征,而且也因此能够相应揭示不同形式表述蕴涵的物理本质。

D. 通常,人们总是自觉与不自觉地将 Navier-Stokes 方程视为一个“无条件”存在的形式表述;或者起码可以说,经典流体力学不仅无力面对 Navier-Stokes 方程一系列几乎显然存在的逻辑悖论,而且,几乎从来没有认真研究过这个方程得以存在的“逻辑前提、有限论域”等重大命题。而且,即使在这种情况下,也完全相异于通常将这个“形式表述(已修正)”视之为流体力学“唯一基础”的习惯认定。事实上,与自然科学体系中“任何”形式表述只可能“条件存在”的普遍规律一致,不仅仅对于式(1.17)所示的“一般性”动力学方程

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p - \nabla \cdot [\rho(\mathbf{u}\mathbf{w} + \mathbf{w}\mathbf{u})]$$

需要首先满足其得以存在的前提性条件,其中最基本的则首先是整个流场必须“存在”能够与实际“测量精度”保持大致一致的宏观表象。但是,这个看起来并不算严格的前提条件其实也往往是难以真正实现。至于此处重新构造的“广义”Navier-Stokes 方程

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \nu \nabla^2 (\rho \mathbf{u})$$

作为“一般性”动力学方程的一种特例。它得以存在另一个必要条件是:整个流场必须满足“处处均匀、各向同性”的人为假设条件。如果更为明确地讲,在需要运用广义 Navier-Stokes 方程描述某一个流场时,该流场不得存在任何“局部意义上、彼此不同”的流动结构。显然,即使从统计平均的角度考虑,这个要求仍然过分苛刻,与流动中流体同时存在“滑移”运动和尽可能实现“有序”运动的倾向相悖。

于是,对于这样一个形式表述(注意,并不同于经典表述的 Navier-Stokes 方程),根本不能称为必须以“是否严格吻合演绎逻辑”作为“唯一”评判基准的“理论”方程,而只能被视为因为“与理想化前提认定并不真正逻辑相容”,所以只是一个相对过分粗糙的“经验”方程。也正因为此,提出“Navier-Stokes 方程是否严格有解问题”的本身,其实已经自然地成为一个完全不当的命题,当然,这也是这个延续了一个多世纪的命题始终不可能解决的根本原因。需要注意,理性意识到这个实际使用基本方程只是一个“近似”方程的基本判断,对于合理构造流场的“数学模型”以及如何进行有效“数值计算”的实际问题都具有前提性意义。

E. 作为一个自然的逻辑推论,如果流场中任一时刻的宏观表象与此处所说“处处均匀、各向同性”这样两个必须满足的“前提条件”相差太大,以至于不可能继续“大概”地直接使用这个

称之为“广义 Navier-Stokes 方程”的形式表述^①

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}\right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \nu \nabla^2(\rho \mathbf{u})$$

的时候,那么,对于这样一些“客观”存在的流场,从研究者的“主观”角度考虑,相应呈现人们通常所说的“反常(anomaly)”现象。当然,在《McGraw-Hill 物理百科全书》中,将那些无法为“并不严格吻合于经典表述”的 Navier-Stokes 方程所描述的流场形式地称之为“湍流(turbulence)”流场,仍然可以被认为是一种大概合理的“形式”定义。

但是,对于科学世界所面对超越一个世纪的“湍流”困惑而言,和困扰整个西方科学世界的“所有”科学难题一样,其根本问题在于“形而上学”的简单思维,或者这种简单思维中必然蕴涵“认识根本逻辑倒置”的问题,本质上作为“粒子系统”的流体集合在运动中自然存在形形色色“局部域”结构,只是一种“过分平凡”的普遍真实,正是这种“客观实在”相应成为“湍流”的物质基础;相反,即使不考虑 Navier-Stokes 方程经典表述中大量存在逻辑悖论的问题,充其量也不过只是一个“过分粗糙”的近似表述。那么,要求“自存”的物质世界无条件地服从某一个“人为”构造形式表述,难道不显得过于荒唐和幼稚吗?

总之,从以上分析不难看到,自然科学中的任何一种形式表述即使是“合理”的,也永远只能属于“条件”存在。任何形式表述的合理性,本质上只可能逻辑地蕴涵于形式表述得以存在的前提条件之中。在主要由西方学者构造的现代自然科学体系中,除了相关数学推导中大量存在的逻辑不当乃至完全失误的问题,如果从“方法论”的角度考虑,对于决定于被描述“物质对象”的“存在条件、逻辑前提、有限论域”的普遍忽视,是造成包括现代数学在内的整个现代自然科学中一系列重大难题长时间不能得到解决,最终不得不公然放弃逻辑的根本原因。因此,人们不得不从“历史和整体”的视角出发,以“逻辑自洽性分析”为唯一武器,重新严肃和认真地审视整个现代自然科学体系。

4. Reynolds 湍流方程^②

理性地说,与其将湍流称为反常,不如将人们对于湍流的一种习惯认识称为认识的反常更为准确和恰当。在至今自然科学研究中,似乎无论对于最初的构建者还是后继的认同者,他们都不习惯或者根本不乐意认真考虑任何一个命题得以存在的“条件”问题,特别喜好从某一个特定的形式表述出发,进行无视逻辑前提和完全不讲究逻辑严谨性,因而必然变得过分简单的“无穷推理(infinite inference)”,希望借此表现“充满差异和复杂性”的物质世界需要普遍遵循的一般规律。这样,不仅仅完全不在意本质蕴涵于不同物质对象之中的差异,甚至不在乎随意篡改“概念”的物理内涵,也根本不考虑如何保持科学陈述必需的“无矛盾性”问题。当然,对于

① 值得指出,流场中“局部域结构”的客观存在,是导致流体运动蕴含“复杂性”的物质基础,相应“处处均匀、各向同性”构成逻辑否定。因此,经典流体力学关于“湍流”所作“处处均匀、各向同性”的习惯认定,仅仅从属于由于缺乏物理内涵和相关形式表述而陷入纯粹“主观臆测”范畴的不当判断。相关问题进一步分析将在后续章节作简单讨论。

② 随着流体力学“一般方程”得以重新构造,此处关于 Reynolds“湍流理论”的讨论实际上已经成为一种纯粹多余的论述。但是,如果从“方法论”的角度出发,对这个曾经影响湍流研究逾一个世纪的理论体系重新作大概探讨,不仅仅对认识经典流体力学自身存在的问题,而且引起对整个现代自然科学在哲学基础上普遍存在认识悖论的反思仍然具有启示意义。

这样一种“纯粹无理或完全无知”的荒唐判断,莫过于当年 Einstein 对整个“理论物理”曾经做出的诠释,以及这个诠释中所表达的那种理解和向往了:寻找某一个“优秀”公式,能够由此“演绎”地推导出所有有用的公式来。殊不知,逻辑永远也不可能告诉任何“超越逻辑前提”的独立事实。

事实上,当人们可以同样理性地指出,在经典与现代理论物理研究领域中的科学难题或认识困惑,往往本质地渊源于对被描述物质对象“缺乏必需和恰当的理想化前提认定”的时候,出现于 19 世纪末的 Reynolds 方程,一个长期被经典流体力学称之为“湍流方程”的方程,同样被这样一种完全不可思议的“认识倒置”将“湍流研究”从其一开始就被引入了歧途。一个令人困惑不解的认识悖论是,当人们为湍流所困惑,并且,将希望完全寄托于这个湍流方程时,怎么会从来没有一个“具有影响的研究者”提出这样一个简单和自然的问题:用以描述复杂现象的 Reynolds 湍流方程,怎么可能从另一个只能描述相对简单现象的 Navier-Stokes 方程出发,仅仅通过纯粹演绎的方式推导出来呢?

首先,让我们和以上重新做出的分析作一个一般性的比较。在经典流体力学中,基于关于经典不可压缩流的假设,Reynolds 湍流方程的形式表述为

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = \mathbf{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} - \nabla \cdot (\mathbf{w} \mathbf{w})$$

或者一个相关的近似表述

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p - \nabla \cdot (\rho \mathbf{w} \mathbf{w})$$

仅仅为了分析的方便,在这个简化表述式中,那个通常被称为应力线性分量,但是相应需要为其提供“恰当物理内涵”的应力 $\nu \nabla^2 \mathbf{u}$ 被有意识地忽略了。当然,只是为了便于理论分析,这种并不真正合理的忽略在原则上仍然可以认为是可接受的。

显然,从形式表述与物理内涵两方面考虑,如果将 Reynolds 方程与本文提出的一般性动力学方程

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p - \nabla \cdot [\rho (\mathbf{u} \mathbf{w} + \mathbf{w} \mathbf{u})]$$

乃至这个方程与一个同样“不严格”的“简化”形式相比,即

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) \approx \rho \mathbf{f} - \nabla p - \nabla \cdot (\rho \mathbf{w} \mathbf{u})$$

可以立即发现,涉及两种不同表述中一个至关重要的项,即相关表述中的最后一项相应出现了差异:对于 Reynolds 湍流方程中的最后一项, $\nabla \cdot (\rho \mathbf{w} \mathbf{w})$ 中没有流体宏观速度 $\mathbf{u}$ 存在。因此,该表述充其量只不过表示流体粒子“无规运动 $\mathbf{w}$ ”对“无规运动动量 $\rho \mathbf{w}$ 分布”自身产生的一种“自激发(self-excitation)”效应。但是,人们对流体“无规运动 $\mathbf{w}$ ”本身并不真正感兴趣,或者说,流体的“无规运动 $\mathbf{w}$ ”实际上已经超越了宏观陈述系统的可能描述的范畴。与经典理论完全不同,对于重新构造的一般性动力学方程,其中的最后一项 $\nabla \cdot (\rho \mathbf{w} \mathbf{u})$ 相应构造了一个“期待”中的形式表述:它表现流体粒子的无规运动 $\mathbf{w}$ 对于流体集合宏观动量 $\rho \mathbf{u}$ 分布可能产生的影响。显然,形式表述的差异深刻蕴涵物理内涵的本质差异。

在相关的分析中曾经指出,对于一般性动力学方程的最初形式,它允许被不太严格地简化为一个相对较为简单的形式,即

$$\Sigma = \rho (\mathbf{u} \mathbf{w} + \mathbf{w} \mathbf{u}) \rightarrow \Sigma \approx \rho \mathbf{w} \mathbf{u}$$

其实,能够做出这种简化的理由也仅仅在于这样一个基本事实,即所有包容无规运动速度 w 的表述,本质上已经超越了形式系统可能描述的范围,而这些借助于无规运动速度 w 构造的形式表述,无非希望表现这样一种基本认识——揭示允许定义于该宏观表述系统中形式量 Σ 与其物理内涵间的一种大概关联。于是,正如曾经指出的那样,表观应力张量可以形式地定义为宏观动量的泛函

$$\Sigma = \rho(uw + wu) \stackrel{\text{def}}{=} \Sigma(\rho u)$$

并且,这个泛函的形式,本质地依赖于相关的经验事实,以及对于形式系统中独立变量一种前提性的认定。事实上,这些独立变量直接表现了对于表观应力可能造成的主要影响。

当然,可以断言:由于宏观速度分布 u 甚至不出现在表观应力泛函的形式表述中,经典陈述的 Reynolds 湍流方程必然属于一个完全不当的形式表述。

4.1 经典 Reynolds 方程的构造

只是为了构造一个可靠的分析,重新列出推导 Reynolds 湍流方程的过程,并且,相应补充某些简单的注释。

依据 Reynolds,一个缺乏确定物质基础的 Navier-Stokes 方程,必须被视为一种无条件成立的普遍性陈述,从而可以用于描述所有复杂的流动现象。当然,也仅仅于此,该方程自然成为构造湍流方程的唯一基础。基于 Reynolds 做出的这种基本认定,Navier-Stokes 方程已经不再针对仅仅具有统计平均意义的“宏观”表象,相应做出一种“大概合理和有限真实”的描述,相反,为 Navier-Stokes 方程所形式描述的速度必须是绝对真实的,该方程相应成为表现流体运动规律的一种“本原性的真理”描述。

于是,流体运动的真实运动速度 v ,可以通过它在“时间域”中的统计平均值 u 以及相关的脉动速度 w 表示,即存在

$$\begin{aligned} v(x, t) &= v + v' \\ &= u + w \end{aligned} \quad (4.1a)$$

注意到,正如某些现代的流体力学著述特地指出的那样,并不是作为统计平均量的宏观表象速度 u ,而是流体集合实际速度分布 v ,形式地成为 Navier-Stokes 方程直接描述的对象。根据这个认定前提,考虑到与前面所使用形式实际蕴涵的物理内涵完全不同,Navier-Stokes 方程必须被重新写的另一个形式:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \nabla v = f - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 v \quad (4.2)$$

也就是说,为了明确表示这样一种基本理念上的根本差异,局限在 Reynolds 的湍流理论体系中,那个通常被定义在宏观表象速度 u 之上,并且,仅仅具有统计意义的 Navier-Stokes 方程,需要重新被定义在流体粒子的真实运动速度 v 之上。

虽然至今似乎没有任何人对 Reynolds 方程的合理性明确提出质疑,但是,出现了一个本质上无法回避的认识歧义,从而需要做出一种前提性的判断:Navier-Stokes 方程到底是作为一种无条件存在的表述,能够被用来描述流体集合所作的真实运动;还是仅仅相反,同样只不过作为一种“条件存在”的陈述系统,对流体粒子的统计平均行为做出一种大概真实的描述。显然,在 Reynolds 的理论体系中,与一个基本常识,即必须为任何形式体系自觉构造某一个确定限制条件的“基本认识”完全相悖,只是为了将相关流体运动实验中尚未形成“理性意识”的

主观猜测,完全“想当然”地强加于流体的“客观”运动之中。或者说,根本没有认识到运动中流体的真实运动速度 v 和作为形式系统中形式量的速度分布 u 之间必然存在的差异,相反,以一种纯粹“形而上学”的思维方式过分简单地模仿湍流实验中“无规则性流动”的存在,将物理真实与形式系统之间必然存在的差异被一厢情愿地“人为限制”在形式系统之内。当然,对于 Reynolds 所说的脉动速度 w ,或者被他“反常地”称为流动运动速度“反常”分量,即所谓的“湍流”分量,本质上没有任何具有独立意义的物理内涵,所有的一切只不过成为他“思维紊乱”相应构造的“紊乱思维”表象而已,从而使得从“湍流”概念提出之始就已经陷入了“前提性认识悖论”之中。

仍然基于 Reynolds 的思想,对于出现在 Navier-Stokes 方程,另一个被赋予确定物理意义的热力学压力 p ,相应存在一个类似的形式分解

$$p(x, t) = \bar{p} + p' \quad (4.1b)$$

式右的两项,分别被称为压力的“时均”分量和“脉动”分量。但是,当人们做出这样一种仅仅具有形式意义的分解的时候,在物理理念上,一种尚没有意识的认识疏忽却在于:如果没有某一个“扰动源”的独立存在,那么,对于仅仅作“统计量”并且自身就对应于“热扰动”的热力学压力而言,如何赋予它们不同的“物理内涵”以及如何为它们构造恰当的“形式定义”呢?

继而,根据 Reynolds 关于“脉动值”构造的人为认定,任何脉动量在一个恰当时间间隔中的时均值,应该恒等于零,即存在

$$\begin{cases} \bar{w} = 0 \\ \bar{p} = 0 \end{cases} \quad (4.1c)$$

总之,对于(4.1)各式所表示,针对不同“真实”物理量所构造一种纯粹“形式意义”上的分解,以及为借助式(4.2),被 Reynolds 直接定义于流体“真实”运动速度上,并且相应无需“存在条件”的 Navier-Stokes 方程,共同构造了 Reynolds 用以表现一个被其称为“湍流”的复杂流动现象的完整思想基础。同样,在 Reynolds 构造他的湍流方程时,所有的这些基本方程也自然成为相关数学推导的全部形式基础。

于是,仍然严格限制在 Reynolds 的这种理解上,将式(4.1)所示的不同形式分解,带入那个“完全真实”的 Navier-Stokes 方程之中,存在

$$\frac{\partial(u+w)}{\partial t} + (u+w) \cdot \nabla(u+w) = f - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2(u+w)$$

再对式中所有的物理量作时间域中的平均,分别有

$$\frac{\partial(u+w)}{\partial t} : \frac{\partial(u+w)}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t}$$

和

$$(u+w) \cdot \nabla(u+w) : u \cdot \nabla u + \overline{w \cdot \nabla w}$$

以及

$$\frac{1}{\rho} \nabla p : \frac{1}{\rho} \nabla \bar{p}$$

和

$$\nu \nabla^2(u+w) : \nu \nabla^2 u$$

如果将这些时间域中平均量的表示带入最初的动力学方程,一个同样仅仅在时间平均意义上存在的 Navier-Stokes 方程为

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \overline{\mathbf{w} \cdot \nabla \mathbf{w}} = \mathbf{f} - \frac{1}{\rho} \nabla \bar{p} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (4.3a)$$

进而假设,此处的流体为经典意义中的“不可压缩”流体,一个相关的连续性方程为

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (4.4)$$

再考虑时域平均,可以得到

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{w}) &= 0 \\ \rightarrow \\ \nabla \cdot (\mathbf{u}) + \nabla \cdot \mathbf{w} &= 0 \\ \rightarrow \\ \begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{w} = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

将这些时域平均结果带入方程(4.3a),并且,将与“湍流”分量相关的项写成如下形式:

$$\overline{\mathbf{w} \cdot \nabla \mathbf{w}} = \overline{\mathbf{w} \cdot \nabla \mathbf{w}} + \overline{\mathbf{w} \nabla \cdot \mathbf{w}} = \nabla \cdot (\mathbf{w} \mathbf{w})$$

这样,一个相关的形式表述为

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = \mathbf{f} - \frac{1}{\rho} \nabla \bar{p} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} - \nabla \cdot (\mathbf{w} \mathbf{w}) \quad (4.3b)$$

进而,Reynolds 提出“时均意义”应该是自明的,因此,时均运算算子无需“显式”地出现在方程中,时均意义上的 Navier-Stokes 方程最终为

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = \mathbf{f} - \frac{1}{\rho} \nabla \bar{p} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} - \nabla \cdot (\mathbf{w} \mathbf{w})$$

该方程正是著名的 Reynolds 湍流方程。

4.2 Reynolds 湍流方程隐含的大量逻辑不当

历史上,是 Reynolds 第一个产生了这样一种意识,流体运动中不仅存在一种纯粹依赖于“想象”的“真实”运动,还同时存在另一个同样只能依赖于“想象”而存在的统计平均表象,以及在这样两种不同人为想象中可能真实存在的差异,并且,将想象中的“时均化”理念形式地引入了流体力学研究之中。人们应该以一种“历史唯物主义”的思维方式逐步深化对流体运动规律的理性地认识,这样一种反思具有某种“启发”意义。正因为此,Reynolds 方程一直被用作形式表述一切复杂流动现象的某种思维基础,并且,还被某些具有影响的物理百科全书视为形式区分层流和湍流的判断标准。

以上分析表明,对于 Reynolds 所构造的湍流方程乃至为现代科学社会所接受的整个湍流理论体系而言,其中蕴涵的一种本质思想是:Navier-stokes 方程需要被无条件地认定为一种绝对意义上的“理性”陈述,以至于无需认真探讨该方程所描述物质对象的问题,却需要将这个特定的形式表述界定为研究一切流动现象的唯一合理的思维基础。

但是,一个同样最为根本的前提性问题,并不在于推导这个方程过程中真实存在的许多数学不严谨的问题,而恰恰在于对于这个基本前提的认定的重新认定。可以相信,无论从哲学、物理以及形式逻辑各个方面考虑,至今仍然主宰整个现代湍流研究的这个前提性认定都是严重不当的。事实上,任何一个特定方程只可能仅仅条件存在。然而,现代湍流理论却告诉人们:就能够从一个只能描述某些相对简单现象的简单方程出发,仅仅凭借一种“纯粹演绎”的方法,可以推导出另一个被赋予了比原方程广泛得多物理内涵的形式表述,并且,还能继而凭借

这个演绎推导而得的形式表述描述那些比原方程可能描述的现象要复杂得多的流动现象。但是,人们为什么如此诚实地轻信这样一种神话呢?当然,这样一种期待注定不可能成功,相关的湍流理论只能被置于形形色色的“逻辑不自洽”之中。

4.2.1 Navier-Stokes 方程的“真实性”问题

当然,在重新认识 Reynolds 湍流方程时,一个需要澄清的前提性概念在于,如何恰当理解如下所示的 Navier-Stokes 方程可能具有的绝对真实性问题:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = \mathbf{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v}$$

以及如何认识方程(4.1a)

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) &= \bar{\mathbf{v}} + \mathbf{v}' \\ &= \mathbf{u} + \mathbf{w} \end{aligned}$$

中出现所谓的真实速度 $\mathbf{v}$ 的问题。或者说,在 Navier-Stokes 方程中,隐含于流体真实运动速度 $\mathbf{v}$ 中的本质内涵到底是什么呢?

一切宏观物质总是粒子的。首先,如果的确像某些现代统计力学所说的那样,出现在 Navier-Stokes 方程中的表象速度 $\mathbf{v}$,恰恰等于流体粒子的真实运动速度,那么,将如何证明被赋予了这种特定物理意义的速度必须符合如下所述的特定方程呢

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = \mathbf{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v} \quad \mathbf{v} = \bar{\mathbf{v}} + \mathbf{v}'$$

其次,如果只能局限于 Reynolds 最初提出的基本理念,那么,出现在这个方程中的其他形式量又应该具有怎样的物理内涵呢?显然,如果形式表述的速度分布,必须定义成为离散流体粒子的真实运动速度,可以相信,整个现代流体力学的基础将不复存在。

相反,如果仍然遵循现代流体力学的通常认识,Navier-Stokes 方程只不过是对于粒子系统仅仅具有统计平均意义的宏观表象的一种描述,那么,在 Reynolds 构造他所谓的湍流方程时,最初的基本方程需要改写为

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = \mathbf{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad \mathbf{u} = \bar{\mathbf{v}}$$

也就是说,根据通常的唯象理论,定义于某一特定时刻、表现覆盖空间某一个确定点“有限大体积分元”中粒子统计平均的宏观表象,一般总能够相应折算为空间同一点处粒子行为在“有限时间域”上的某种统计平均,那么,基本方程中形式表述的速度分布 $\mathbf{u}$,恰恰为空间一点处粒子真实运动速度在时间域中的一种平均。当然,只要统计平均的时间尺度保持不变,一个平均量的统计平均,依然等于那个平均量自身

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{v} = \mathbf{u}$$

从而不可能推导出其他形式的形式表述。在自然科学研究中,如果仅仅凭借一种纯粹的数学运算,原则上不可能为人们提供任何具有“独立”意义的信息,当然,更不要说构造那个被赋予了比原方程丰富得多物理内涵的 Reynolds 湍流方程了。事实上,根据演绎逻辑可以推知,对于一个可信的逻辑推理,它的任何一个“逻辑后件(consequence)”所可能包含的内容,永远不可能超越“逻辑前件(antecedence)”最初蕴涵的本质内涵^[1]。

4.2.2 层流和湍流的不同“物质”基础

当某些研究者将 Reynolds 的研究结果称为现代湍流研究的全部基础时,曾经十分诚实也十分准确地指出:

“Reynolds 首先认为,流体的运动在从层流状态过渡到湍流状态后,流体的物理和力学性质都没有变化。粘性流体反抗内部剪力的能力,即粘性系数没有改变,在湍流运动中仍然保持原来的数值。其次认为从层流过渡到湍流以后,流体的连续性没有受到破坏。换句话说,尽管湍流内部机构复杂,但仍可以视为连续介质。因此,Reynolds 认为,描写粘性流体运动的 Navier-Stokes 方程对于湍流仍然是适用的。这个方程仍能描写湍流的运动规律。上述假定虽然至今没有得到严格证明,但是,80 年来研究湍流的实践却表明,这些假定并没有与实际情况发生矛盾。”^[2]

必须指出,以上分析是中肯的,完全吻合于 Reynolds 本人的真实思想。或者说,这些分析还揭示了整个现代湍流研究得以存在的全部基础。但是,如果从物理本质考虑,所有的这些话语仅仅告诉人们这样一种基本认识:对于通常所说“层流和湍流”得以存在“客观基础”并没有任何本质差异,或者展现层流和湍流的“物质背景”其实是完全相同的。因此,还可以更为明显和准确地指出,出现在两种不同流动形式中的差异其实属于纯粹“主观认定”的范畴,仅仅决定于不同研究者的不同“人为”意志,即如果“乐意”考察流体运动不同瞬时的细节,运动中流体只需要服从较为简单的 Navier-Stokes 方程;但是,如果“希望”刻画运动流体的某些统计平均行为,反而需要服从较为复杂的 Reynolds 方程。当然,这一切同样逻辑地向人们展示了只要人们希望描述一个流动中流体集合的平均行为,而不是不同特定时刻的不同真实表象,流场中的湍流也就自然地涌现了。于是,在这样一个理论体系中,附加湍流应力的出现,同样只不过是人为意志的某种结果;与此相应,Navier-Stokes 方程则无所不能,它被赋予研究流体运动现象希望拥有的一切物理内涵。

也就是说,对于重复写于下面的这个形式表述,它所展现的一切都是绝对真实的:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u = f - \frac{1}{\rho} \nabla p - \mu \nabla^2 u$$

式中,速度分布 u 应该是真实流体所作的真实运动速度,当然,所谓的真实流体自然等同于那些流动中的流体粒子。另一方面,Newton 粘性系数 μ 没有任何变化,它可以作为流体的一种物性参数用以描述一切流动现象中流体粒子之间的相互作用。

当然,正因为此,整个流体力学不仅仅无法定义湍流,也同样无力形式地定义层流,揭示两种不同流动形式拥有的不同“物质”基础。事实上,假如允许人们回避另一个同样具有本质意义的问题,即暂时不考虑“连续可微”的宏观表象是否能够普遍地出现在流场之上的前提条件,但是,当面对的是这样一个复杂的物质世界时,为什么会如此轻率乃至欣然地接受这样一种无异于纯粹自欺的过分简单和幼稚的人为认定,并且,竟然敢于以这个一成不变的形式表述作为唯一思考基础去描述如此复杂多变的流动现象呢?^①

① 自然科学研究的研究对象是“自存”的物质世界。因此,对于被描述物质对象作一种严格意义上的形式认定具有前提性意义。数学上,连续(continuity)和离散(discreteness)对应于两个完全独立或者相反的几何概念。可以演绎地证明,任何连续介质仅仅能够存在于并不真实存在的流形之上,并且,如果基于这个并不真实的物质模型,人们永远不可能推导出具有经典物质意义上的 Navier-Stokes 方程。

4.2.3 形式逻辑倒置

在 Reynolds 推导他的湍流方程时,指导其研究的全部思想基础并不是如何努力认识相关物理实在的本质内涵,从而对希望描述的物质对象做出大致符合物理实在的一种“理想化”认定。相反,Reynolds 研究湍流时的哲学思想基础,属于纯粹“教条主义”或简单“形而上学”的范畴:湍流方程仅仅源于 Navier-Stokes 方程——一个充其量只可能条件存在、有限真实的独立方程。因此,从形式逻辑考虑,即使经典 Navier-Stokes 方程自身不存在一系列的逻辑不当,并且还能够用以描述所有的流动现象,与此同时,Reynolds 方程的整个推导也没有任何不当,但是,Reynolds 湍流方程最多只能是 Navier-Stokes 方程的一个“重言式(tautology)”,它不可能告诉人们比原方程任何更多的本质内容。

事实上,如果和以下再次写出的一般性动力学方程比较,并且注意所谓的“一般性”方程仍然需要以“连续可微”宏观表象的存在作为方程自身得以存在的前提,

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}\right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p - \nabla \cdot [\rho(\mathbf{u}\mathbf{u} + \mathbf{w}\mathbf{u})]$$

那个“实际使用”中的 Navier-Stokes 方程

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}\right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p - \mu \nabla^2 \mathbf{u}$$

仍然只是作用于一般性动力学方程之上,一个确定“约束映射”所构造的“象(image)”。而这个约束映射只能存在于一个特定定义域中,相应依赖一个相当严格的理想化假设前提而存在,即整个流场必须处处满足“处处均匀”和“各向同性”的基本假设。更何况,正如已经证明的那样,被赋予确定“物质意义”的经典 Navier-Stokes 方程,只能应用于“广义层流”或“纯粹粒子流”这样一些实际上难以真实存在的流体运动之中。

个性寓于共性之中。于是从形式逻辑考虑,总存在这样一种可能,允许从某一个“全称性(universal)”的陈述出发,借助决定于物质对象自身的不同“约束映射”演绎地推导出不同“单称性(singular)”陈述。反之不然。永远不可能仅仅凭借纯粹演绎的方法,从某一个相对简单的陈述推导出另一个复杂性陈述。逻辑永远不可能告诉人们比逻辑前提任何一点点更多的东西。正因为此,与“一般性陈述到单称性陈述”必然吻合于演绎逻辑,从而需要满足“逻辑相容性”要求的情况相反,任何希望用于描述较为复杂现象的形式系统只可能隶属于“构造性(constructive)”研究的范畴,相应成为针对经验事实所作“理想化”认定的逻辑必然。当然,在 Reynolds 构造他的湍流方程过程中,不仅仅使用了“不可压缩流”的经典认定,破坏了作为“一般性陈述”应该具有的“普适性”要求以外,还由于完全违背了“演绎推理”的基本原则,使得这个理论体系除了只能进一步引起人们的认识紊乱以外,本质上已经完全失去了存在意义。

5. 流体力学一般动力学方程和湍流的形式特征

在推导一般性的动力学方程时,考虑到宏观物质的粒子本质,除了提出整个流场必须呈现“连续可微”的宏观表象这样一个任何借助“微分方程”所表述形式系统必须满足的逻辑前提,以及暂时将其定义在“自由粒子”系统的基本假设以外,没有再提出任何其他的人为假设。于是,在这样一些“前提性条件”限制之下不妨指出,对于以上所说的“一般性”动力学方程

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}\right) = \rho \mathbf{f} - \nabla \cdot [\rho(\mathbf{u}\mathbf{w} + \mathbf{w}\mathbf{u} + \mathbf{w}\mathbf{w})]$$

能够被大概地赋予了某种“普适性”意义,相应成为探讨流体运动一般规律一种“形式意义”上的基础。

正因为这个数学关系式在“形式上”被赋予了“一般性”意义,所以格外需要对这个数学关系式实际蕴涵的物理内涵以及相关的形式特征作进一步的分析。与此同时,考虑到该形式表述实际上替代了 Reynolds 湍流方程,因此值得考虑如何由此方程出发,反思经典流体力学关于“湍流”已经做出的许多习惯认定。

5.1 一般动力学方程的“恒不封闭性”本质

面对无尽大自然,人类永远不可能说出比大自然本身更多的东西。因此,正是在这个意义上可以相信:不仅仅一切合理的科学陈述只可能本质地渊源于物质世界,还可以进一步视为针对物质世界某一个“特定”部分所作“理想化”认定的逻辑必然,自然地相应存在“逻辑前提、有限论域和有限真实性”等一系列基本问题。

但是,对于此处所说流体力学一般性动力学方程的“恒不封闭性”问题,则完全超出以上所说的范畴。事实上,尽管人们意识到宏观物质的“粒子”本质,并且,在此理性意识的基础上,能够相应为粒子系统构造出一个吻合于演绎逻辑的形式表述系统。但是,根本问题在于:描述一个大致被认为与 10^{23} 粒子数相当的粒子系统中“所有粒子”的行为,已经完全超出了人类可能拥有的“表述能力”;当然,与此同时,对于这样一种“细致性”的描述,人们也完全不感兴趣。因此,在无论“自觉还仅仅是无意识”地“默许”与被描述的物理实在存在着“差异”的情况下,需要引入被称之为“宏观物理量”的形式量,对大数粒子集合的“平均统计”行为做出一种“大概真实和大概合理”的描述。

也就是说,对于一个只能以形形色色宏观物理量作为形式量的特定形式系统,必须形成一种前提性的“自觉”意识:唯一可能被形式描述的速度分布始终“差异”于物质对象的真实运动,只能是仅仅具有“统计平均”意义的宏观表象速度

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sum m_i} \sum (m_i \mathbf{v}_i) \quad i \in n \quad n \leftrightarrow v(\mathbf{x}) \quad \mathbf{x} \in V \quad t \in \bar{t}$$

在这个“约定性”形式表述中,单位体积元 $v(\mathbf{x})$ 对应于一个“真实”存在的“有限大”体积元,并且同样“真实和直接”地与某一个相关的“测量精度”构成逻辑关联。或者说,如果整个流场能够与某一个确定的“特征速度”构成一种大概的对应,那么,该体积元也同样能够“间接”地与某一个实际的“取样时间间隔(sample-drawing time interval)”形成一种必要的逻辑对应。总之,一方面需要自觉地承认形式系统只具有“有限”真实性,另一方面却需要赋予所有形式量以“真实”的物理内涵,努力避免一方面想当然地将形式系统真的视为某种“真理”体系,另一方面却由于仅仅存在于“意念”之中而缺乏“实实在在”的物理内涵。

与简单“形而上学”思考必然存在的“粗糙、偏颇和肤浅”根本不同,任何“合理”的科学陈述必须遵循的“无矛盾性”要求,仅仅依赖于研究者能够“自觉”做出“前提性限制”这样一种吻合于“辩证逻辑”的思维观。因此,对于此处所说本质上受限于“人类自身表述能力”的宏观表述系统,粒子系统中粒子的运动速度 $\mathbf{v}$ 尽管属于一种“真实”存在,但是,该物理量及其与形式系统所定义速度分布 $\mathbf{u}$ 之间的差异 $\mathbf{w}$ 并不属于形式系统,即

$$\{v, w\} \notin f(u, \wedge) : w(x, t) = v - u$$

于是,也正是在这种意义上,需要形成一种“自觉”意识,借助定义于个别流体粒子之上的“真实物理量”而构造的“一般性”动力学方程

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = \rho f - \nabla \cdot [\rho(uw + wu + ww)]$$

同样超出了“人类的有限表述能力”,相应恒定存在理论上“不封闭”的本质问题。

5.2 一般 Navier-Stokes 方程的“恒不可解”特征

在论述“Navier-Stokes 方程理论是否可解”这样自其诞生就出现、延续一个多世纪的古典命题的时候,汤川秀树曾经这样极其深刻地指出:“大自然本身就是一个解”。这样,在 20 世纪的自然科学研究中到处充斥着“约定论”的时候,极其不容易地向人们吹来一缕显示“唯物主义者朴素意识”的清风。但是,人类并不总具有“能力”,能够对大自然中的物理实在做出描述。因此,由此作为论证 Navier-Stokes 方程必然有解的判据并不恰当。

事实上,正如上面陈述所表述的那样,如果限于讨论一个所谓的“特殊”Navier-Stokes 方程,那么,它不过是由一般动力学方程推得的一种简单形式,用于“纯粹”粒子流之中。在这个特定情况下,每一个“单独”的流体粒子自然地成为形式系统的逻辑主体,形式系统中的形式量不具是仅仅具有“统计平均”意义的物理量,而重新蜕化为本质上能够定义在“单个”流体粒子上的物理量。当然,对于“粒子流”的特定情况,相应存在这样一种“条件性”的等价关联

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = \rho f - \nabla \cdot [\rho(uw + wu + ww)]$$

$$\begin{array}{c} u \simeq v \\ \leftrightarrow \end{array}$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = \rho f - \nabla \cdot (\rho uu)$$

这样,局限于“粒子流”的特定情况,同时吻合于汤川秀树曾经做出的基本判断,由于该形式表述能够“直接”对应于希望描述物质对象的基本真实,可以推测这个数学方程应该是可解的。

另一方面,注意到这个粒子系统往往还真实地存在“仅仅用于反抗粒子相对滑移运动”的粘性应力

$$\Sigma = \mu \nabla u \neq \nabla \cdot [\rho(uw + wu)]$$

继而考虑到“粒子流”中流体粒子总是可跟踪的。这样,尽管依然限定在某一个粒子系统中,但是经典的“物质导数”却可能得到合理的定义

$$\frac{Du}{Dt} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u$$

于是,“粒子流”的动力学方程一般原则上可以认为是“可解”的,即相应存在

$$\exists u : \rho \frac{Du}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = \rho f - \mu \nabla^2 u \quad (5.1)$$

$$|u| \ll \text{a small number}$$

式中, $|u|$ 示意表示速度场的大小。

但是,对应于“非粒子流”的“一般”流动流场,根据原始定义,流场中总可能相应存在不“恒为零”的无规速度

$$\exists w(x, t) : w = v - u \neq 0 \quad (5.2a)$$

因此,在人们合理地认定直接定义于粒子之上,一个本质上只能作为“离散分布”的动量守恒方程,即式(1.9)有解,即

$$\exists v: \frac{\partial(\sum m_i v_i)}{\partial t} = - \sum_{v \cdot A \sim \frac{\partial V}{\partial t}} m_j v_j \quad A \sim \partial V \quad (5.2b)$$

那么,对于式(3.12)所定义的“均混流”的状况,也就是“一般”或“广义”Navier-Stokes 方程必然没有严格解,即

$$\bar{\exists} u: \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = \rho f - \nabla p + \nabla \cdot \Sigma \quad (5.2c)$$

不然,与前两式中的任意一个构成逻辑悖论。

更明确地说,即使整个流场能够严格满足“处处均匀、各向同性”的基本逻辑前提,但是,一般意义上的 Navier-Stokes 方程仍然没有解。因此,为了使用这个“经验表述”大致刻画流场中的“宏观”速度分布 u 的时候,一个相关的形式表述原则上只允许是

$$\text{fine } u(x, t) \quad \text{min} \delta: \delta = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) - (\rho f - \nabla p + \nabla \cdot \Sigma) \quad (5.3)$$

这样,把严格求解“偏微分方程”的问题,重新转化为寻求某一个速度分布,使得相关“误差最小”的另一个命题。需要注意,它们对应于两个完全不同的“独立”命题,当然,同样需要考虑速度场 u 如何能够满足“唯一性”条件,也就是说依然需要考虑如何构造“恰当定解问题”的问题,从而使相关“最小化”计算能够得以真实存在。

此外,值得重复指出,广义 Navier-Stokes 方程得以成立的基础,还在于人们对整个流场所作的一个“均混流(homogeneous-mixed flow)”的假设

$$\Sigma(x, t) \xrightarrow{\text{def}} \rho(uw + wu) \xrightarrow{\text{homogeneous mixed flow}} \Sigma = -\mu \nabla u \approx -\nu \nabla(\rho u)$$

十分明显,出现在这个形式表述中的“表观粘性”系数,根本不能被视为刻画流体自身物理属性的物性参数。这个仅仅具有形式意义的表观粘性系数,只能被大概合理地定义为宏观动量分布的泛函。因此,对于本文引入的特殊和广义 Navier-Stokes 方程,尽管它们在形式上似乎没有差别,但是,却具有完全不同的物理内涵以及彼此相异的逻辑前提。

值得顺便指出,作为广义 Navier-Stokes 方程一个不可缺省的存在条件,“均匀性”假设中所蕴涵的本质内涵为:

一方面,流动中流体集合的不同流体粒子,彼此之间处于一种“非平权(non-isocracy)”的状况。也就是说,不同流体粒子呈现的形形色色无规运动,使得这些各别粒子的运动状况无法为某一个相同的形式表述所描述。当然,呈现这样彼此不一致状态的原因,绝非源于某种人为的意志,而仍然根本决定于相关的物质真实或者物理真实。可以相信,要求流动中的所有流体粒子必须“彼此无差异”地处于一种相互滑落的状态,从而使得这些不同的流体粒子能够为某一个“完全相同”的力学机制所描述,自然是一种十分严格或者不切实际的要求。极大部分情况下,正如人们通常看到或者可以合理想像到的那样,在几乎每一个真实的流场中,都可能呈现完全不同的局部流动结构,并且,这些彼此不同的局部流动结构还始终处于不间断的变化之中。当然,由于离散的流体粒子以及不同的局部流动结构同时呈现在一个流场之中,任何一个特定的流体粒子都不可能定义为形式系统所表现的逻辑主体,并且,为所有流动中的流体粒子构造一种统一的力学机制。

另一方面,如果某一个被描述的流动现象不十分复杂,或者,与宏观表象一个确定的表述精度相比,如果流场局部域中出现有序结构的几何尺度如此之小,以至这些局部流动结构的真实几何构形,以及不同流动结

构之间差异的影响能够忽略不计的话,人们仍然可以合理地说:尽管流体粒子的各自运动是完全无规的,但是,控制这些无规运动的力学机制,却能够在“空间和时间的平均”意义上,显示一种基本一致的规律。或者更为准确地讲,定义在一个特定空间点之上的表观应力张量是各向同性的,而流场不同空间点处呈现的物理学特征则是彼此无差异的。仅仅于此,一个流场才可能被称之为均混流场。当然,人们可以看到,如果将此处所作的说明,与人们针对“各向同性湍流”以及“均匀湍流”所作的习惯解释相比,两者并不严格同一。

可以相信,任何真实存在的湍流,几乎总隐含着“各向异性”以及“非均匀性”的不同影响。人们甚至可以这样理性地说:对于任何复杂流动现象的研究,本质上恰恰在于如何能够尽可能客观地揭示“各向异性”和“非均匀性”的存在,以及如何能够在形式上恰当表现这种存在影响的问题。事实上,既然能够被称之为一种“结构”,那么,即使仅仅从形式逻辑考虑,流场中这些被赋予了不同几何特征,本质上属于流体粒子的局部有序化组织,自然在“方向性”与“均匀性”方面显示着不同内蕴特征。

5.3 作为速度场“泛函”的表观粘性应力和“湍流模型”的存在基础

原则上,无论是流体粒子的真实运动速度 v , 还是表现与宏观表象速度分布 u 偏离的无规运动速度 w 都不能形式地纳入一个宏观表述系统之中。但是,求解流场时,人们无法忽视粒子无规运动的真实存在,以及对于宏观表象速度分布的影响。事实上,如果的确能够以这些“离散”流体粒子以及它们的速度分布作为形式系统直接描述的对象,那么,粒子系统能够满足动量守恒定律,相应不可能出现经典流体力学所说与“宏观动量输运”保持一致的那种“表观应力”机制。因此,对于任何复杂流动现象的研究,最终将归结为如何构造一个宏观速度场的恰当泛函,以能够较为合理地表述流体粒子无规运动对于流体集合宏观表象速度的影响,即需要考虑如何构造如下所示“表观应力泛函”形式定义的问题:

$$\Sigma(x, t) \stackrel{\text{def}}{=} \rho(uw + wu) \xrightarrow{\text{How assume?}} f(\rho u)$$

如果以上分析能够使人们相信,其中第一个等式的得到基本上属于“纯粹演绎”的范畴,仅仅源于一个“自由粒子”系统粒子动量的统计平均,

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{v} \frac{\partial(\sum m_i v_i)}{\partial t} \frac{1}{v} \sum m_i v_i (v_i \cdot n_A), \quad x \in v(x)$$

那么,允许出现于宏观表象的形式系统之中,所谓表观粘性应力张量 Σ 的形式定义

$$\Sigma \xrightarrow{\text{How assume?}} f(\rho u) \quad (5.4)$$

必然明显地依赖研究者的某种“主观”意志,或者隶属于“约定论”范畴的陈述。在这个意义上,人们可以说,永远不可能穷尽对于无以记数的“流动结构”以及同样无以记数的“泛函形式”的描述。反过来说,正是对于泛函形式的不同人为认定,相应构造了形形色色“湍流模型”的存在基础。当然,这些人为认定如果真的能够“大致基本”符合物理真实,甚至仅仅在某一个希望表现的“特定层面”吻合于流体运动中“局部域结构”的存在,那么,相关的湍流模型可以被认为是“大概恰当”的,反之不然。

但是,除了诸如边界层理论通常提及“主流区”这样的“有序”结构能够在“时间域”中得以持续存在,从而相应被某一个特定方程即前述的 Euler 方程所描述以外,一切“局部域”有序结构的出现都是“随机变化”的,因此,任何一种特定“湍流”模型都相应显得过于简单,谈不上真正合理的问题,最多只能相应为求解复杂流场提供更多一点与流动真实相关的信息而已。

5.4 流场“各向异性、非均匀性”的重新认定和 $\omega\varepsilon$ 湍流模型

在至今几乎极大多数关于湍流的论著中,各向同性和均匀性特征似乎仅仅属于一种纯粹主观随意认定的范畴,从而被人们赋予任何一种流动场合甚至需要探讨的极大部分湍流模型之中。其实,这样一种习惯性的认定并不准确,违背了湍流必然对应于“局部域结构”的基本物理真实^①。

事实上,需要合理地指出,无论是不同空间点之间是否具有“均匀性”特征,还是同一点处流场的行为是否满足“各向同性”要求,本质上仍然应该具有一个“客观”的标准,相应决定于相关宏观物理量实际对应的“表述”精度:一方面,在“地域或方向”上任何真实存在的差异,都可能随着“统计平均”范围或者“粗糙”程度的加大而趋于平缓;另一方面,对于一个流场,任何形式“局部域有序结构”的出现,必然逻辑地预示着“各向同性与均匀性”特征在某种不容忽视的程度上遭到了破坏。换一句话说,只要论及“湍流”模型,自然意味着通常认定的“均匀性和各向同性”特征在物理上已经不复存在。

显然,除了以下“多区模型”所构造的“耦合”系统,能够对复杂流动中个别“局部域流场结构”做出一种“大概合理”的描述以外,几乎不可能对流场中许许多多真实存在的、其形式无以穷尽的、并且往往转瞬即逝的“局部域有序结构——涡”做出描述。但是,作为一种可以理解的人为愿望,对流场中这些物理实在及其对流动产生实际影响的问题,人们仍然希望能够在“统计平均”意义上做出一种甚至只能称之为“纯粹猜测”的大概描述。

此处,不妨首先重新审视流场中“涡——流场局部域有序结构”这样一种普遍存在及其影响的问题。人所周知,流体力学中的“涡量(vorticity)”和“涡(vortex)”属于两个完全不同的基本概念,尽管至今的流体力学并不知道“涡”的真实物理内涵。当然,也正因为此,除了如下所示,涡量 ω 只不过是“旋度”算子作用在速度场 u 上所构造的一个象函数以外,

$$\omega(x, t) = \nabla \times u$$

经典流体力学至今无力对“涡”做出具有确定意义的形式定义,而只是在一种纯粹“直观”意义上,将只可能逻辑地隶属于某一个“有序集合”所完成的“旋转运动”与“涡量”构成逻辑关联。需要提请人们注意,经典力学通常所说的“旋转角速度 w ”如果需要被视为一个具有“独立”意义的运动学量,那么,它只可能逻辑地隶属于某一个“理想化”的刚体,即相应存在

$$u(x) = u_0 + w \times x$$

式中, u_0 为刚体任意参照点的平移速度。并且不难作简单验算,仅仅在这个“特定”情况下,刚体速度 u 分布的旋度 ω 和属于“整个”刚体的旋转角速度 w 之间相应存在如下所示的特定关系:

$$w = \frac{1}{2}\omega; \omega = \nabla \times u$$

显然,此处所说的两个形式量相应存在并不完全相同的物理内涵:旋转角速度 w 是一个“独

① 从形式逻辑考虑,如果两个同阶张量之间存在某一种映射,那么,仅仅是对于自变量所有分量具有“相同”影响,相应出现纯粹“放大(amplification)”或“压缩(contraction)”效应的时候,才可能将其真正称之为“各向同性”映射。相反,如果联系两个张量的某一个线性映射不具均匀性,即与 Cartesian 坐标系对应的不同分量具有不同大小的时候,该线性映射对原象在不同特定方向上的影响当然不同,没有各向同性可言。因此,对于“各向同性”变换的定义和形式认定,相关经典理论都存在逻辑不当。关于如何定义二阶张量间各向同性映射较为详细的论述,参见文献[1]中的相关讨论。

立”运动学量,相应只可能逻辑地隶属于某一个被称之为“刚体”的整体;而旋度或涡量 ω 作为某种特定“数学运算”的结果,则允许为任意一个给定速度分布 u 所拥有^[1, 7]。

但是,从另一方面考虑,流场中任意空间点 x 处的旋度 ω 如果相对比较大,那么,人们的确可以做出一种大致合理的推测:此时出现“局部域有序结构——涡”的机会也相应比较大。因此,经典流体力学将“涡量”和“涡”关联起来尽管只是一种“直觉”意识,但是能够基本符合于客观真实。当然,正因为此,这种“直觉意识”才能够长期存在于流体力学之中,为研究者普遍接受。

于是,如果仅仅局限在流场一点处一个“相对较小”的邻域,同时,对应于某一个确定的时间表述间隔,出现于该空间点的任何一个有限大有序结构不能在时间域上持续存在,并且,相继出现的不同有序结构的变化如此之快,以至于在流场的这个空间点处,不再实际显示任何“方向性”的特征。一个相关的数学表述,可以大致表示为

$$\begin{aligned} \text{statistical isotropy : } (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n) : \omega_i \neq \omega_j \\ \in \text{ a given time Int } n > \text{Cri} \end{aligned} \quad (5.5)$$

根据以上所说,式中出现的 ω_i 对应于该空间点处的涡(vortex),而下标 n 用以表示在一个恰当的时间间隔中,出现不同局部域有序结构的次数。这样,当 n 超过某一个大概合理的判断基准 Cri 时,该空间点处的流场可以在“统计”意义上被认为是各向同性的。事实上,对于“均混流”乃至经典流体力学通常所说“细涡(Eddy vortex)”场合的广义 Navier-Stokes 方程,其得以存在的基础正是此处所说的这样一种统计意义上的“各向同性”假设。

许多情况下,流场甚至无法满足上述统计意义上的“各向同性”假设。也就是说,如果流场一点处存在“较大”的涡量 ω ,以至于与其大致对应的“有序结构——涡”必然造成“各向异性”的影响无法继续被忽略。此时,考虑到这个局部域有序结构对于运动的影响可以与涡量 ω 形成大致对应,式(5.4)所示“表观粘性应力张量”的形式定义,可以从最初关于“均混流”所作的一个过分简单假设

$$\Sigma(x, t) = \rho(uw + wu) \stackrel{\text{def}}{=} \mu \nabla u : \mu = \text{const}$$

相应变化为较为复杂的形式,借助于“涡量 ω ”乃至诸如与人们通常所说“耗散函数 ϵ ”这样一些流场“特征量”构造表观应力张量,即

$$\Sigma(x, t) = \rho(uw + wu) \stackrel{\text{def}}{=} \mu \nabla u : \mu = \mu(\omega, \epsilon) \quad (5.6)$$

显然,这个关于表观应力张量 Σ 在形式上要复杂得多的定义,包含了更多的信息或者物理内涵,可以相对更为真实地刻画流场的实际影响。

在最初将表观应力张量 Σ 这个特定“形式量”引入到形式系统的时候,曾经借助于式(2.3),即

$$\Sigma(x, t) : \Sigma \stackrel{\text{formal}}{=} \mu \nabla u : \mu = \mu(u)$$

明确表示:本质上,需要把表观粘性应力张量系数 μ 视为速度场的一种“泛函”。显然,如果与这个最初的界定比较,此处重新构造的形式定义则“相对”更为合理,能够大致刻画由于流场不同处不同“局部有序结构”的存在,相应造成流场在表观特征上出现“各向异性和非均匀性”的影响。与此同时,需要认真考虑如何重新建立流场“数据库”的问题,首先要根据恰当数学模型与经验数据进行“动态流场”的反计算。

5.5 湍流的“粒子本质”和流体运动“复杂性”的两种不同内涵

由于物质模型在“物理内涵”和“形式逻辑”两方面并存的前提性认识不当,所谓的“湍流困惑”持续存在了一个多世纪,长期困扰着整个现代科学世界。但是,现在已经允许理性地指出:“湍流困惑”本质上已经不再存在。那个曾经仅仅存在于人们“意念”之中,既不了解其“物理内涵”也无力予以“形式定义”的湍流,其实不过是决定于“流体自身”一种普遍存在的物理真实。湍流渊源于一切宏观物质的“粒子”本质,或者说,湍流实际表现出来的“不可知性”根本决定于流体粒子本质,以及由此而必然出现于流场中不同“局部域”的流动结构。

仍然根本决定于流体的粒子本质,一旦流场出现彼此不同的流动结构,流场中不同流体粒子不可能继续遵循某一个“彼此同一”的力学机制;也就是说,流场中的流体集合无法为某一个“同一化”的形式系统所共同描述,将成为上述物理实在一种过分“简单和自然”的逻辑推论。相反,在经典理论体系中,对于一个由于缺乏恰当物质基础而必然隐含着形形色色逻辑悖论的 Navier-Stokes 方程,却长期被界定为“形而上学”意义上的一种“无条件”存在,则真实地刻画了研究者的认识反常。

因此,湍流困惑并不说明“客观存在”的湍流的反常,不过反映研究者“主观认识”的反常。当然,现代科学世界借助于对一个缺乏实际内涵的“复杂性”称谓作过分渲染,以掩饰对于湍流认识的无知,其实只可能再次暴露研究者自身意识中的认识反常。从基本哲学理念考虑,面对“充满差异和复杂性”的物质世界,现代科学世界所说的那种“复杂性”只属于“形而上学”的范畴,相应反映主观意识中若干暂时存在的认识不足。因此,对于流场中许许多多真实存在的“复杂”现象,需要切实考虑如何赋予它们自身“客观存在”的物质内涵。或者说,正如前面分析已经指出的那样,如果在流体运动过程中,各别“离散”流体粒子所作的“无规运动”以及它们对于宏观动量所产生的影响,无法满足某一个统一的、并且与“各向同性”和“均匀性”假设相一致的力学机制的时候,一种通常被通常称之为“湍流”的“复杂流动”现象就自然地出现了。然而,除了这样一种仅仅具有“局部意义”的复杂性以外,另一种相应呈现“整体意义”的复杂性,同样会不可避免地出现在流体的形形色色宏观运动中。并且,呈现不同形式复杂性的本质原因,仍然只可能渊源于一切宏观物质自身蕴涵的粒子本质。

5.5.1 宏观物质“变形”中的复杂运动

对于一个处于运动中的宏观物质系统,如果在它的所有粒子之间都能够存在一个确定不变的“相邻性”结构,也就是说,任意两个曾经相邻的粒子在整个运动过程能够持续保持相邻,那么,这样一种特定的宏观运动形式则可以称为变形。当然,如果不是“不具确定性相邻结构”的流体集合,而是属于严格限制在“变形”范围之内的宏观物质,本质上尽管仍然是粒子集合,但是,此时此刻物质运动的问题相对变得简单得多,相应存在经典宏观力学习惯使用“物质坐标”的这样一种“细致化描述”方法。其原因无非因为变形体中的粒子是可标记的,能够被直接定义为某一个形式系统的逻辑主体。等价地说,如果宏观物质仅仅作纯粹的变形运动,相应不存在属于粒子的“无规”运动。

但是,众所周知,在较大“不平衡势”的强制作用下,任何变形体仍然可能出现“局部域”中的流动现象。也就是说,在变形体某一个呈现局部“塑性流动”现象从而被称之为“间断面 (Interruption)”的有限大体积域 V_{plastic} 中,出现了原来曾经相邻粒子不再继续相邻的情况,即

$$\text{Interruption}_{\text{deformation}} \subset V$$

$$\rightarrow$$

$$\exists: p_i \wedge p_j \rightarrow p_i \wedge p_j \in v_{\text{plastic}} \subset V \quad (5.7)$$

对于这样一个在变形体中同时存在“局部塑性流动”的变形现象,通常被固体力学称为“复杂”变形。

显然,复杂变形中间断面两侧的变形体,仍然需要满足原来的固体力学方程。但是,如果不能对宏观间断面的确切位置做出判断,那么,仅仅凭借通常的力学方程已经不足以“唯一地”求解某一个复杂变形场。或者说,仅仅根据最初的固体力学方程,宏观间断面在原则上允许出现于变形体的任何地方,相应出现无以穷尽变形场的反常结果。于是,一个应该怎样合理确定宏观间断面空间位置的前提性问题,自然地出现在人们的面前。或者说,除了固体力学的基本方程以外,还需要补充其他“具有独立意义”的物理学陈述,以能够确定宏观间断面的位置,从而唯一地求解变形场。

事实上,人们总可以理性地相信:自存物质世界的运动必然独立于人们的意志,在满足形形色色“特定约定条件——基本方程”中的所有“可能运动”形式中,只可能选择某一种“最有效”的形式去实现本质上仅仅属于物质对象自己的运动。因此,存在一个如下所述具有普遍意义的变分原理:

$$\exists \text{ an interruption: } \text{Min}\{\Phi_{\text{possible}}\}$$

$$\rightarrow$$

$$\text{the interruption is most probable} \quad (5.8)$$

该式就是理论物理中的最小作用原理。在这个形式表述中,标量函数 Φ 通常定义为某一个恰当功率函数,与变形体在变形过程中需要消耗的功率直接关联。

值得提醒人们注意,最小作用原理必然蕴涵的“普适性”意义,绝对不依赖于任何智者的“主观”意志而存在,相反,这个“一般性陈述”正是人类对“自存、自为物质世界”努力做出符合“客观性”描述的逻辑必然。与此同时,对于前面所提及的“可能运动”或作为物质“允许运动”的“特定”约束条件而存在的“基本”方程,它们同样不是经典流体力学中诸如 Navier-Stokes 方程这样一些缺乏特定物质基础,因而本质上仅仅作某种人为“主观认定”而存在的形式表述。人们永远需要形成一种理性意识:自然科学中任何一个能够称之为“合理陈述”的基本方程,之所以具有“不容违背”的判断性特征,仍然在于这些合理陈述需要蕴涵的“客观性”物质基础。或者说,任何合理的科学陈述只不过是“理想化同一”物质对象自身蕴涵“抽象同一性”做出界定,当然,不允许为与其保持“本质同一”的任何理想化物质对象所违背。

但是,十分遗憾的是,这样一个本来只需要被视为“自然、素朴和简单”的理性认识被长期颠倒了。事实上,作为一个“科学共同体”而实际存在的极大部分西方科学工作者,往往以一种过分幼稚的期待,希望将那些有悖逻辑相容性原则的主观意志强加于无尽物质世界之上,甚至不惜随意破坏科学语言必需的“无歧义性”前提,使得整个现代自然科学在日益趋于实用主义的同时,陷入了以彻底放弃逻辑为本质内涵的史无前例认识紊乱之中。

5.5.2 宏观物质“流动”现象中的整体复杂性

归根结底于一切宏观物质“共同”拥有的“粒子”本质,对于宏观物质“变形运动”可能呈现

的“复杂性”特征,同样会以某种方式相应出现于宏观物质的“流动”过程之中。

虽然前述分析已经指出,长期被称之为“湍流”但是人们并不知道其物理内涵的“复杂”流动,根本渊源于流体的“粒子本质”以及实现“最有效”运动的自发趋势,流场不同“局部域”几乎必然出现不同流动结构。当然,流场不同流动结构的真实存在,在逻辑上则意味着流场中的流体不可能服从某一个相同的形式表述。因此,期望穷尽流场的物理真实永远不可能。但是,量变往往导致质变。随着流动剧烈程度的加大,一个原来只允许存在于流场不同“细小”体积域之中的“局部有序”结构却可能互相联通,最终形成流场中对流体“宏观运动”产生主要影响的一个“彼此贯通”的整体。当理性地意识到经典 Navier-Stokes 方程即使不存在一系列逻辑悖论需要予以修正,但仍然只可能“条件存在”的时候,以上陈述恰恰是自然的和容易接受的。为什么要求流动中流体不采取一种最最有效的方式实现属于自己的运动呢?

事实上,20 世纪初叶曾经作为工程师的 L. Prandtl 所提出的“边界层”理论,正是由于他在“客观上”无意识地摆脱了本质上其实过分简单的“形而上学”思维的束缚,完全从相关的经验事实出发,提出流场中“速度间断面”真实存在这样一个有悖于经典理论,但是至今并没有真正引起科学世界重视的“理性”判断,相应成为对流体运动中一种“整体复杂性存在”的第一次揭示。当然,因为整个宏观力学在物质模型认定上存在的前提性错误,所以 Prandtl 乃至整个现代科学世界对边界层的理解仍然只可能始终限制在“直观表象”的认识层次之上,不可能形成一种理性判断:边界层理论所说的“主流区”如果从物理内涵考虑,就是经典流体力学中同样只可能停留在“直觉”意识上,以至于至今尚缺乏确定形式定义的“涡(Vortex)”。

当然,根本决定于无力揭示“涡”以及与其本质一致的“主流区”实际蕴涵物理内涵的现状,尽管关于边界层的论述连篇累牍,但是所有的这些论述都不可能真正超越“直观、细碎、表象意义陈述”这样一种本质上过分肤浅的认识层次。与此同时,人们并不懂得主流区中的流体为什么必须使用 Euler 方程加以描述的原因,而只是自欺地视为对 Navier-Stokes 方程做出的一种“合理”近似,岂不知如果使用更为“精致”的 Navier-Stokes 方程却最终导致失真的道理,当然,也不可能对主流区的几何结构做出大致合理和大致真实的描述。

毋庸置疑,逻辑相容于以上所有的陈述,一个建立在大数粒子系统宏观表象之上的形式系统,无需也不能对边界层的流动细节做出描述。但是,对经典流体力学所说 Re 数充分大场合,从而相应出现“边界层与主流区”的复杂流动的时候,抛弃追求具体“流动细节”的不当理念,但是,需要对流场中与流场自身尺度大致相仿,具有不同“流动结构”的局部域几何特征,或者 Prandtl 曾经指出“速度间断面”的空间位置做出某种大致合理的判断,从而能够对表现为“整体复杂性”流场的“宏观表象”特征相应做出大致合理的描述仍然是有意义的。

于是,对于边界层理论中实际对应的那种“复杂流动”现象,必然与式(5.7)曾经定义的“复杂变形”现象存在形式上的对应。此时,流场隐含着速度间断面,在这个间断面一侧存在一个称之为主流区 $V_{\text{main stream}}$ 的局部域,而流场中极大部分流体都在这个区域以自发组成一种“有序结构”的方式流过,即

$$\begin{aligned} & \exists \text{ velocity interruption} \subset V \\ & \cap \\ & \exists V_{\text{main stream}} : p_i \wedge p_j \rightarrow p_i \wedge p_j \end{aligned} \quad (5.9)$$

显然,之所以出现这个整体意义的复杂流动,根本渊源于运动中流体为了实现属于自己的一种“最有效”运动,因此,仍然与式(5.5)的变分原理一致,相应存在

$$\exists \text{ an interruption; } \text{Min}\{\Phi_{\text{possible}}\}$$

→

$$\text{the interruption is most probable} \quad (5.10)$$

也就是说,当流场流体可能需要的功率耗散 Φ 对应于某一个极小值的时候,那么,相应出现的速度间断面是最可几的。

5.5.3 变形体“细观力学”对于“湍流研究”的若干启示

流体和变形体都属于“大数粒子系统”构造的宏观物质集合。在两种“类型”宏观物质的“存在形式”和“运动形式”之间,本质差异只在于粒子集合中的粒子是否能保持“相邻性”条件。因此,正如相关分析已经指出的那样,在原则上只要将大数粒子系统粒子之间的“相邻性”条件作为“约束映射”中的限制方程,同时为变形中宏观物质“应力应变”关系提供合适的经验方程,那么,由一般的流体力学方程出发可以进一步推导出固体力学的基本方程。这样,整个“宏观力学”进一步处于严格逻辑相容之中。

显然,只有严格遵循逻辑,才可能保证相关物理学陈述的合理性,以免科学研究走弯路。但是,在另一方面,同样需要形成一种理性意识:单纯的“形式逻辑”永远也不可能告诉人们任何“独立”的物理真实。因此,湍流研究需要切实防止“纯粹逻辑演绎”的“空分析”倾向。就“湍流模型”研究“湍流模型”永远不可能成功。当然,一种无视逻辑严谨性的无穷推理更没有任何意义。

十分有意思的是,如果说“固体力学研究”能够大致归属于“宏观力学”中相对较为简单的范畴,以至于在习惯上几乎不必对目前宏观力学的“连续介质物质模型”提出反思的时候,但是,近些年来在变形体力学研究出现的“细观力学”,恰恰首先将更符合宏观物质本质的“粒子模型”或者“晶格模型”重新引入了宏观力学研究之中。事实上,关于宏观物质这样一种“迂回曲折”的认识反复,本质上仍然是人类深化理性认识的历史必然^[12]。

一般而言,作为流场中呈现复杂流动现象的“湍流”,其本质内涵在于流动大背景下存在某些“局部域变形”运动。因此,能否从揭示这些“局部细微变形体”自身的蕴涵的力学特征的某种“统计平均”出发,并且按照“自存物质世界总会自觉地以某种最有效形式实现属于自身运动”的基本哲学理念作为指导,进一步研究复杂流场中“不同特定流动结构展现的某种统计规律”呢?应该说,这样的分析方法在原则上对于复杂流动的研究同样具有某种启示意义。

6. 关于“动力学边界条件”及其“功率消耗”的补充说明和修正

文献^[11]重新提出了 Stokes 于 19 世纪在其建立现代流体力学体系时曾经提出的“动力学边界条件”的命题。对于流场中运动的“流体”以及流场边界域以外的“固体”,它们可以合理地视为彼此处于“相互作用”之中两个不同的物质集合。因此,从一般物理学理念考虑,在边界上流体与固体之间,它们的相互作用力十分自然地需要满足 Newton 所说的“作用力与反作用力互等原理”。实际上,这就是重新提出流体力学“动力学边界条件”的全部本质内涵^①。

① 此处的陈述,实际上可以视为对笔者所著《湍流及理论流体力学的理性重构》一书第 5 章中的相关陈述所作的局部性修正。

仍然假设整个流场存在某种“同一化的表观应力”机制,因此,对于式(1.17)所定义的应力张量

$$\Pi(x, t) = -p\mathbf{I} + \Sigma = -[\rho(w\mathbf{w} + \mathbf{u}\mathbf{w} + \mathbf{w}\mathbf{u})]$$

可以写为目前流体力学一般使用的形式

$$\Pi(x, t) = -p\mathbf{I} + \mu\nabla\mathbf{u}; \quad -p\mathbf{I} = -\rho\mathbf{w}\mathbf{w} \cap \mu\nabla\mathbf{u} = -\rho(\mathbf{u}\mathbf{w} + \mathbf{w}\mathbf{u})$$

考虑到流场“固壁边界”上的任意一点

$$\mathbf{n} \cdot \Pi = \mathbf{t}(x, t) \quad x \in b$$

式中 $\mathbf{n}$ 为 x 点处边界的单位外法线矢量,而 $\mathbf{t}$ 为单位面积边界承受的力矢量。于是,根据不同物体之间“作用力”必须遵守的连续性条件,相应存在

$$\mu \frac{\partial \mathbf{u}(x, t)}{\partial n} = \mathbf{t} + p\mathbf{n} \quad x \in b \quad (6.1a)$$

通常该约束条件仅仅对应于边界的切线方向,即

$$\mu \frac{\partial u_t(x, t)}{\partial n} = t_t \quad x \in b \quad (6.1b)$$

此外,根据固壁边界上流体必须严格遵守的“无渗透”条件,还需要满足法线方向上的约束条件

$$u_n(x, t) = \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \equiv 0 \quad x \in b \quad (6.2)$$

于是,对于待求的速度场 $\mathbf{u}$ 而言,根据力的连续性要求所构造的约束关系则相应成为人们通常所说的“第二类”边界条件。也就是说,只要“测定”流场边界上力的真实分布,那么在上述“同一化表观应力”的前提认定下,速度场得以全部确定。

另一方面,针对某一个具有特定“表面物理特征”的固壁而言,根据 Stokes 最初提出的动力学边界条件假设,切向边界条件还可以表示为

$$\mu \frac{\partial u_t(x, t)}{\partial n} = t_t = -\beta u_t \quad x \in b \quad (6.1c)$$

此时,该边界条件与通常所说的“第三类”边界条件的形式相对应。当然,式中出现的“经验常数 β ”不仅仅与流体的特性相关,而且还决定于固壁表面的物理、几何性质。

如果仅仅从“流场计算”的角度考虑,经典流体力学中边界上的“无滑移条件”属于“第一类”边界条件,其限制无疑过分强烈,当然代之以其他两类边界条件原则上会容易求解得多。从边界条件实际反映的物理内涵考虑,不仅仅因为流场中流体速度实际蕴涵的只是“统计平均”意义,所以边界上流体的切向速度不可能等于零,而且要求边界上承受相当大切向力的流体不允许出现切向位移同样是不真实的。此外,由于要求边界上流体的切向速度恒为零,以至于流场的固壁边界与流动中流体之间不允许存在“功率消耗”或者“功率传递”同样不符合一般的物理真实。实际上,一旦数学模型中蕴涵了太多“不真实”的人为强加约束,那么这个数学模型必然难以求解。原则上,这与汤川秀树所说“大自然本身就是一个解”的基本理念保持一致。

根据这个更为符合物理真实的动力学边界条件出发,并且在仅仅从流场中某一个“绕流体”与其所处流场中“流体”之间“能量传输”的角度考虑,绕流体边界上的流体在承受固壁所施加切向力的同时发生切向位移的时候必然需要消耗功,而这个特定“部分”的功率为

$$\tau_w = \oint_b \mathbf{u} \cdot \mathbf{t} dA = \oint_b \mathbf{u}_t \cdot \mathbf{t}_t dA \quad (6.3)$$

显然,对于处于相互滑移之中的两个物体而言,摩擦力所消耗的功量通常总可以被合理地视为一种耗散。

因此,与上述基本分析一致,对于流场中某一个需要设计的“绕流体”而言,在其满足一系列动力学要求,例如升力、运行速度等等的同时,对于不同外形的绕流体,如果上面所述的功率消耗能够满足最小功率消耗的要求,那么,可以自然地将以这样的绕流体称之为相应具有“最佳型线”的绕流体。于是,如下所述的变分问题

$$\min: \omega = \oint_b \mathbf{u}_t \cdot \mathbf{t}_t dA \quad (6.4)$$

成为求解绕流体最佳型线的基本途径。

显然,如果可以忽略绕流体自身温度的升高即绕流体内能的变化,或者仅仅考虑绕流体自身处于某种“恒定”状况的特例,那么,绕流体通过其边界所消耗的这部分能量全部转化为流场中运动流体的内能。于是,当整个流场仍然满足“同一化应力机制”这个前提性约定前提的时候,相应存在

$$\omega_b = \oint_b \mathbf{u}_t \cdot \mathbf{t}_t dA \subset \omega_{\text{dissipation}} = \int_V \mu \nabla \mathbf{u} : \nabla \mathbf{u} dV \quad (6.5)$$

它表明通过绕流体固壁边界上摩擦力所消耗的功率,仅仅是流场中流体整个功率耗散中的一个部分。或者说,当人们把流场中运动的“绕流体”界定为一个特定的物质对象,而将其所处流场中的“流体集合”视为与绕流体处于“相互作用”之中的理想化物质环境,并且还假设绕流体自身处于“恒定不变”状态的时候,那么,该绕流体的全部功率消耗都转移到这个特定的理想化物质环境之中。当然也可以反过来着眼于流场中的流体,此时流场中流体所表现的整个功率耗散不仅仅渊源于绕流体边界上的摩擦力,以不同形式出现的“动力推进器”对于流场的“扰动”同样表现为一种耗散^①。

与以上陈述对比,文献[5]中关于流场功率耗散的那个最初表述

$$\omega_{\text{dissipation}} = \oint_b \mathbf{u}_t \cdot \mathbf{t}_t dA + \int_V \mu \nabla \mathbf{u} : \nabla \mathbf{u} dV$$

显然是不恰当的,属于一个完全错误的数学表达式,在此予以纠正。

当然,由此还可以进一步推知,经典流体力学之中的无滑移边界条件,以及由其必然引起边界上相关功率消耗恒为零的结果

$$u(x, t) \equiv 0 \quad x \in b \quad \rightarrow \quad \omega = \oint_b \mathbf{u}_t \cdot \mathbf{t}_t dA \equiv 0$$

本质上仍然属于一个无法反映“物理真实”的不当结论。进一步说,在经典流体力学中,通常使用的“无滑移”边界条件似乎已经得到了“Poiseuille 流”的实验验证,但是,并不能由此就确认一个本质上“有悖物理学常理”的论断自身的正确性。相反,它仅仅是“广义粒子流”基本认定基础之上,与固壁上摩擦力损耗相当下,以至于表面处流体的滑移速度的确可以认为是“充分小”的一种特例。

与其对应,对于线性表述的 Stokes 动力学边界条件

$$\mu \frac{\partial \mathbf{u}_t(x, t)}{\partial n} = \mathbf{t}_t = -\beta \mathbf{u}_t \quad x \in b$$

① 在自然科学任何涉及“有形体”运动状态及其功率消耗的研究之中,一旦将某一个特定的“有形体”界定为理想化的物质对象,那么,相关的形式表述都只能逻辑地隶属于这个特定的物质对象。与该物质对象相异的其他物质存在,只能被纳入“理想化物质环境”的范畴之中,人们无需也无法对这个特定理想化物质环境的行为做出任何“细致化”的描述。并且,物质对象与理想化物质环境之间的全部作用或者全部影响仅仅存在于“有形体”的边界之上。因此,在针对有形体所构造的形式系统中,有形体的“边界”本质上构成对“理想化物质环境”的一种等价性的“抽象”描述。

同样只能被视为一种“大概合理”和“有限真实”的基本认定。当流场边界上的滑移速度相当小,以至于相关功率消耗也相当小的情况,并不真的表示绕流体边界的摩擦力损耗绝对等于零。作为 Stokes 动力学边界条件的基础,是关于速度分布的“线性”假设。在这种情况下,如果需要了解真实存在的边界摩擦力功率消耗,则需要重新构造动力学边界条件的表达式,对 Stokes 边界条件中曾经被忽略“高阶小项”的影响重新予以考虑。

以上补充分析完成于准备构造相应的数值分析,重新阅读原有的相关陈述之际。其实,对于任何一个研究者个体而言,他的能力其实总十分有限。正因为此,笔者从来回避或者掩饰曾经出现的认识不当或者错误。并且,始终保持一种真诚,期待尽快形成一个科学研究的群体,能够将这样一些本质上更多渊源于“特定历史机遇”而得到的独立研究结果加以深刻化和完备化。

此外,如果从哲学理念考虑,这些思维不当与错误的出现或许仍然存在若干值得人们进一步反思的东西。首先,尽管确认“逻辑自治性原则”作为对整个现代自然科学进行梳理的唯一判断基准。但是,在面对许多“已经得到实验验证”的经典陈述的时候,总会“自觉与不自觉”地希望能够在重新构建的新理论框架以内,仍然赋予它们以某种“合理存在”的地位。这样,对于这样一些陈述虽然已经认识到它们在原则上已经与基本物理理念相悖,往往会出现思维不够稳定的情况,忽略了不当概念之所以存在可能蕴涵的不同“局部性”特定条件。

事实上,以上事实也再一次证明:已经得到科学世界普遍承认的“经验证实本身不具任何确定性意义”的基本论断所蕴涵的深刻意义。相反,对于某一个物理学陈述,尽管能够得到经验事实的证明,但是只要它违背了物理学的基本理性原则,那么这个陈述就必然是无理的。相关的“经验证实”仅仅说明人们尚没有发现这个物理学陈述为什么能够得到基本实验验证所蕴涵的某种特定条件罢了。

同时,正如重新确立 Stokes 提出的“动力学边界条件”一样,对于任何一个重新构造的新理论体系,它们仍然只可能是“条件存在、有限真实”的陈述,不可能成为一成不变的普遍真理。

7. 关于压力和速度耦合流场“定解问题”的一般思考

人们早已正确指出,经典“热力学”只可能建立在经验事实之上。与其一致,构造宏观力学的基础同样只可能是相关的经验事实。或者说,任何“宏观表述”系统总不足以对本质上作为粒子系统的宏观物质运动做出“细致性”描述,永远差异于希望描述的物理真实。因此,从形式逻辑的角度考虑,如果仅仅依赖对物质对象所作“理想化”认定作为唯一的前提,希望采取纯粹“演绎逻辑”的方法构造关于宏观表象的形式系统,必然成为构造理论体系的一种错误导向;相反,需要自觉地形成一种理性意识:必须纳入若干具有“独立意义”的经验事实表述,相应构造一个“数学上恰当而物理上大致合理”的形式系统。

逻辑始终不能告诉比逻辑前提任何更多的内容。事实上,至今的流体力学在考虑运动中流体“压力场和速度场耦合”问题时,一方面尚没有完全形成一个“恰当定解问题”的数学模型;另一方面,相应缺乏能够赋予压力场以“独立物理内涵——经验事实”的形式表述。无疑,如何为流场重新构造恰当数学模型的问题,成为需要流体力学认真对待的基本命题。

7.1 经典流体力学中的“定解问题”及其反思

众所周知,在不考虑温度场 T 以及体积力 f 影响的时候,经典流体力学求解流场问题的数学模型为

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \\ \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \\ \mathbf{u}(x) = \mathbf{u}_0 \quad x \in \partial V \\ f(\rho, p) = 0 \end{cases} \quad (7.1)$$

式中略去了定义于时间域中的“初始”条件。事实上,如果考虑到流体力学描述的物质对象不同于固体力学,不可能形成与物质对象(粒子系统)形成一种严格对应的“细致性”描述,形式系统本质上只可能在“统计平均”意义下存在,因此,将流体力学明确限制在“定常描述”中其实应该是大概合理的。

但是,对于任何稍熟悉数理方程的研究者,如果重新认真审视经典流体力学所构造的这个数学模型,几乎可以立即发现它不足以构造一个恰当的“定解问题”。或者说,人们不可能从上述表述出发,唯一地求解流场中的速度分布、密度分布以及与其等价的压力分布。

首先,从泛定方程的角度考虑。流场具有两个独立物理量,速度 $\mathbf{u}$ 和压力 p (或作为后者等价表述的密度 ρ),对应于 4 个独立标量性质的分量。虽然该定解问题相应存在 4 个标量性质的泛定方程,但是,其中的连续性方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0$$

属于一阶微分方程,在一般的 3 维空间域中,不能相应构造恰当的定解问题。当然,也正是在这个意义上,一些文献在讨论压力场时,正确地提出了需要考虑如何为压力场重新构造控制方程的问题。但是,由于难以真正摆脱“形而上学”习惯思维的束缚,这种合理思考也仅仅停留在“形式意义”上,无法赋予压力方程以“独立”的物理内涵。

另一方面,即使不考虑经典流体力学中通常使用的黏附性条件

$$\mathbf{u}(x) = \mathbf{u} \quad x \in \partial V$$

是否恰当的问题,但是,从定解问题的角度考虑,还缺少一个与应力(或密度)相关的边界条件。或者说,经典流体力学所构造的定解问题在数学上是“欠定”的,而在物理上缺乏与其形成逻辑关联的“独立”内涵^①。

A.5 关于“定解问题物理内涵”的附加评述

此处值得指出,从物理内涵考虑,对于任何一个由偏微分方程所构造的定解问题,泛定的控制方程本质上对应于被描述对象必须满足的一种“抽象共性”特征。但是,能够仅仅满足“共性”特征的“理想化对象”原则上无以穷尽,需要进一步提供属于某一个特定物理实在的“个性”特征,才可能对这个“特定”理想化对象在“唯一意义”上得以认定。当然,定解问题中的边界条件(以及动态命题中的初始条件)相应成为“个性”特征的描述。当然,作为上述基本认定的自然推论,边界条件必须被赋予某种“独立”的物理意义。如果边界条件不具“独立”物理内涵,仅仅被视为泛定方程的某一个逻辑推论,那么,一个即使能够在数学上被称之为适定的边值问题仍然不可能用以揭示相关的物理现象。

为了确定压力分布,某些文献已经正确指出必须相应提供与压力相关边界条件的问题。但是,这些不乏后

① 由于缺乏关于压力分布具有独立物理内涵的陈述,即使不考虑压力方程自身是否恰当的问题,局限于目前的流体力学框架内,流场的压力分布充其量也只能被视为一种调整量。其实,文献[13]在讨论边界层压力影响时早已极不容易地明确指出“压力梯度是被动的力,起调节作用”的基本事实。

性的工作由于没有真正意识到边界条件必须具有“独立”物理内涵的逻辑前提,提出了“边界条件需要与泛定方程逻辑相容”这样一种并不恰当的理解。正因为此,在这些相关的论述中,仍然只是以一种“形而上学”的思维对待经典的 Navier-Stokes 方程,使得重新构造的压力边界条件不过属于一种纯粹的主观想象,充其量成为原方程的某种“重言式”表述,不具必需的独立物理内涵。例如,根据一个实际使用的 Navier-Stokes 方程

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}$$

提出压力分布的 Neumann 边界条件

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \mathbf{n} \cdot \nabla p = \nu \nabla^2 u_n - \left(\frac{\partial u_n}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla u_n \right) \quad x \in \partial V \quad (7.2a)$$

以及相对于边界上的某一个曲线坐标 τ 存在的约束方程

$$\frac{\partial p}{\partial \tau} = \mathbf{e}_\tau \cdot \nabla p = \nu \nabla^2 u_\tau - \left(\frac{\partial u_\tau}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla u_\tau \right) \quad x \in \partial V \quad (7.2b)$$

进而对其在整个边界域积分而构造出来的所谓 Dirichlet 边界条件^[14]。

显然,即使不考虑这样构造出来的边界条件是否能够用于实际计算压力场的问题,同时也不考虑相关构造过程中几乎明显存在的“循环逻辑”的问题,由于所有的分析只不过是对泛定方程人为想象中一种重复认定,并不包含边界上任何真实的压力场信息,当然,这样一种边值问题同样不可能真实地刻画压力场的实际信息。事实上,如果需要把宏观压力 p 分布视为一种独立存在的物理量,那么,除了需要构造真正属于压力场的“泛定”微分方程以表示宏观压力场的“共性”特征以外,还需要根据相关物理现象的物理内涵本身,对压力场边界条件的恰当形式做出认定。

总之,如果希望求解流场中的压力分布,那么,相关边界条件的确定不可能属于演绎逻辑的范畴而只可能是物理的。在数学上需要考虑的问题,仅仅在于被赋予独立物理内涵的边界条件能否与泛定方程保持逻辑相容的问题。

7.2 关于流场“泛定方程”内涵“构造性”特征的进一步认定

与现代理论物理中的量子力学乃至电磁场理论等相比,流体力学的研究历史都要悠久得多。但是,无论从形式逻辑还是从物理内涵考虑,流体力学需要面对的问题都远为复杂,根本原因在于:

建立在“连续统”上的形式系统与“离散”物质对象之间的矛盾;

形式系统中仅仅作“统计平均”结果的宏观表象与物质对象本质蕴涵“粒子运动”真实之间的矛盾;

粒子对象在不满足“可跟踪性”前提条件时,习惯性的“物质描述”思维与逻辑上只允许“空间描述”方法之间的矛盾;

粒子系统实际运动过程之中真实存在的“不同”流动结构与形式系统“单一化”描述之间的根本差异。

因此,在研究流体运动基本规律的时候,必须始终自觉地形成一种理性意识:一方面,流体力学的形式表述绝对不可能仅仅采取演绎逻辑的方法,以针对物质对象所做理想化认定作为唯一基础推导出来,流体力学的形式系统只可能属于“构造性”范畴,而相关的经验事实成为构造形式系统的真实基础;另一方面,宏观物质本质上是粒子的,为了保证科学陈述必需的逻辑相容性,基于粒子系统构造的基本方程又成为指导构造恰当形式表述的思维基础。这样,在流体力学研究中,如何能够较为准确地把握渊源于经验事实的“构造性”特征与指导理性思维的“无矛盾性”原则,成为较为合理认识和在一定程度之上解决许多一系列困难的基本武器。当然,面对如何大概合理地求解压力场这个长期没有解决的难题时,同样需要这样一种“辩证”思

维的指导^①。

7.2.1 Navier-Stokes 方程的“恒不可解性”和数学模型“完备性”辩证关联

在 5.2 的相关分析中,已经指出流体力学中的 Navier-Stokes 方程实际上属于一个“恒不可解”的形式表述。事实上,如果注意到宏观物质的“粒子”本质,无论不同粒子集合实际蕴涵的“物理内涵”或者“力学机制”有何差别,但是,从粒子系统的动量方程出发,总相应存在如式(1.17)所示,本质上以粒子真实运动速度 v 为待定物理量的一般动力学方程,即

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} = \rho \mathbf{f} - \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) + \text{Add} \quad (\text{A})$$

式中的 Add,只是用来示意地表示实际流体与“自由粒子系统”存在某种差异的一个“附加”项。与此同时,逻辑上渊源于上式,但是仅仅属于流体力学,建立在宏观速度 u 之上的相关形式表述为

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \text{Add} \quad (\text{B})$$

正如以前分析已经指出的那样,这样两个形式表述本质上成为矛盾方程,逻辑上不允许同时存在。考虑到式(A)属于关于粒子系统的“真实性”描述,那么,只要附加项 Add 可以被认为是一种“客观”实在,相应存在与其对应的“真实”解。当然,Navier-Stokes 方程相应不可能存在严格意义上的解。于是,与式(5.3)保持本质一致,一个相关的恰当表述充其量只可能是

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) - \rho \mathbf{f} + \nabla p - \mu \nabla^2 \mathbf{u} \leq \delta : \delta \neq 0 \quad (7.3a)$$

只要式中“恒不为零”的数 δ 能够与某一个“相当小的数”形成大致对应,就可以认为满足上述不等式要求的 u 相应成为对宏观表象速度一种大概合理的描述。正因为此,还可以写成与其本质同一的等价形式

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} : |\delta \mathbf{u}| \leq \delta \neq 0 \quad (7.3b)$$

它进一步指出,对于这个实际上已经包含了“人为认定”在内的形式表述,要求得到“严格解”既不可能也没有必要。

但是,无论是为了计算 δ ,还是求解该方程,都需要考虑如何“唯一”地求得式(7.3)中的速度分布 u 的问题。但是,要做到这一点仅仅依靠“泛定”的微分方程是不行的,仍然需要“恰当”的边界条件才可能构造一个可以计算的数学模型。也就是说,从形式逻辑乃至纯粹计算的角度考虑,都需要考虑与偏微分方程组相关的“适定性”问题。当然,在能够将压力 p 以及表现粘性系数 μ 同时被视为一种“已知”参量,仅仅以速度分布 u 作为唯一待定量的时候,无论是继

① 从 1996 年出版《流体运动经典分析》一书之始,后续与流体力学相关的几本论著都提到了压力场的问题。但是,笔者重新反思曾经做过的思考,可以发现不仅仅远没有达到可以用以解决实际问题的程度,而且此处关于压力场基本方程的讨论分析仍然只可能属于“试探性”分析的范围。事实上,困难仍然在于如何恰当把握基于经验事实的“构造性”特征与逻辑推理的“理性”要求方面。或者说,面对这样一个内涵本质困难的复杂问题,将一个大致符合理性的初始思考最终应用于工程实际必然存在逐步深化认识的漫长过程,相应需要相关经验事实(实验和计算)的足够积累和逻辑推理中的严格理性思考。但是,正如笔者多次表明的那样,对于一个研究者个体而言同时做到这两点并不容易甚至不可能。反过来,并不能因此而放弃努力进行符合逻辑的理性思考,相反,这种理性思考以及使用科学语言的严肃科学批判将始终成为解决科学难题的基本原则和重要武器。

续使用经典流体力学所说的“黏附性”边界条件,还是接受重新构造的“动力学”边界条件,即

$$\begin{cases} \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \\ \mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}_b \quad \mathbf{x} \in \partial V_1 \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}) = 0 \quad \mu \frac{\partial \mathbf{u}_t(\mathbf{x})}{\partial n} = -\beta \mathbf{u}_t \quad \mathbf{x} \in \partial V_2 \end{cases} \quad (7.4)$$

它们都相应成为“可计算”的数学模型。当然,对比至今所做的流场计算可知,此处所构造的边界问题正是计算速度分布的主要基础。

至于在目前的流体力学相关分析中,那个根据“不可压缩流”假设而提出,一个往往被用于“实际计算”的形式表述

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\ \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \\ \mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}_b \quad \mathbf{x} \in \partial V \end{cases} \quad (7.5a)$$

如果暂时不考虑速度场散度 $\nabla \cdot \mathbf{u}$ 等于零所引起“奇异性(singular)”,这样一个本质上只隶属于“数值计算”范畴的问题,这个数学表述所表现的“可计算性”特征仅仅在于:式中压力 p 已经退化为仅具有“形式意义”的量,或者已经被相应限制为由“人为附加约束方程”决定的“可调整”量,即

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \leftrightarrow ? = p \quad (7.5b)$$

当然,这个形式表述中的压力 p 已经完全蜕化为一种纯粹的习惯称谓,相应失去了作为“独立”物理量的存在意义。于是,在这种特定情况下,逻辑上已经不允许再提出需要被赋予独立“物理内涵”关于压力场边界条件的问题,并且相应成为导致“不可压缩流”压力场计算失真的根本原因^①。

7.2.2 Navier-Stokes 方程本质蕴涵的两个“独立”宏观物理量

对于至今的流体力学研究,如同现代自然科学的整体现状,人们往往会不自觉地相关形式表述视为“理论”方程,成为运动中流体必须严格服从的基本规律,而不愿意自觉承认相关陈述的“有限”真实性,更不要说理性意识到一切人为假设中必然蕴涵着某种“无理性——背离物理真实”的基本事实。如果与 Euler 的最初工作相比,能够通过上述数学模型计算出一些复杂的流动图像已经十分不易。但是,人所共知,工程应用中的许多重要流场参数仍然需要凭借“风洞”吹出来。并且,一方面这种依赖于“经验事实”的情况将始终继续存在下去,另一方面,仍然希望通过对“形式系统或理论分析”更为准确的认识,以揭示某些于物理实在更为一致的复杂现象。因此,对于流体力学基本方程实际蕴涵的物理内涵需要作进一步分析。

首先,根据宏观物质大“粒子”本质以及由此重新构造“一般性”动力学方程的过程可知,作为刻画流场中流体运动规律的形式基础是式(A)所示的基本方程

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} = \rho \mathbf{f} - \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) + \text{Add} \quad (7.6a)$$

或者它的等价表述形式

^① 参照本书第 96 页注释^①中的陈述。

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u u) = \rho f - \nabla \cdot [\rho(w w + u w + w u)] + \text{Add} \quad (7.6b)$$

以及利用式(1.13)曾经指出一个本来应该写为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho v)$$

但是却“近似”代之以经典表述的“连续性”方程,即在“无规速度 w 不恒为零”时无需也无法满足的形式表述

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho u)$$

还存在关于一般动力学方程的再一个与“习惯认定”更为接近的表述

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) \approx \rho f - \nabla \cdot [\rho(w w + u w + w u)] + \text{Add} \quad (7.6c)$$

其中,Add 仍然被示意地用来表示形形色色真实存在的流体集合与关于“自由粒子系统”所作最初约定之间的偏差。

但是,无论是流体粒子的“真实”运动速度 v ,还是粒子真实运动速度与形式系统所定义宏观表象速度 u 之间偏差的“无规”运动速度 w ,它们都超越了宏观表述形式系统可能描述的范围。因此,正如式(1.17)曾经指出的那样,一个属于形式系统之内的动量方程只可能是

$$\begin{cases} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = \rho f - \nabla p + \nabla \cdot \Sigma + \text{Add} \\ -p\mathbf{I} = \rho w w \quad \Sigma = \rho(u w + w u) \end{cases} \quad (7.7a)$$

或者正如式(2.2)以及(2.3)所述的那样,对于一个通常可以称之为“均混流”的流场,相关形式表述还可以表示为

$$\begin{cases} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = \rho f - \nabla p + \mu \nabla^2 u \\ -p\mathbf{I} = \rho w w - p'\mathbf{I} \\ \Sigma = \Sigma_{\text{Newton}} + \rho(u w + w u) \stackrel{\text{def}}{=} \mu \nabla u \end{cases} \quad (7.7b)$$

与前一表述的差别在于:在流场能够满足“各向同性”和“均匀性”假设的前提下,这个表述进一步给出附加项 Add 可能具有的物理内涵。其中,表观粘性应力张量 Σ 能够借助于一个称之为表观粘性系数 μ 的参数加以表现,而且,除了相应表现粒子无规运动造成的“宏观动量输运”效果,还包含 Newton 所说的那种直观意义上的“粘性效应”在内;此外,此处作为宏观物理量引入的压力 p ,同样包含了“热力学”实际赋予“压力”的物理内涵。这样,整个形式表述被纳入“宏观表述”体系的同时,与宏观物理学必须的实验基础取得进一步的统一。

与此同时,如果注意到以上所说“连续性方程”并不严格存在的问题,那么,一个相对较为恰当的替代表述应该为

$$\begin{cases} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u u) = \rho f - \nabla p + \mu \nabla^2 u \\ -p\mathbf{I} = \rho w w - p'\mathbf{I} \\ \Sigma = \Sigma_{\text{Newton}} + \rho(u w + w u) \stackrel{\text{def}}{=} \mu \nabla u \end{cases} \quad (7.7c)$$

流场现代数值计算的实践大都表明,采取与这个表述保持一致的“守恒”格式往往更容易收敛。显然,此处做出的分析相应为其提供了一种大致合理的依据。本质上作为“粒子系统”的宏观

物质充满空隙,无需服从“连续介质力学”中的“连续性公理”严格不允许存在的“叠合”或者“空隙”现象。至于宏观物质的“质量守恒”要求,仅仅为固壁上的“无渗透”条件所保证^①。

从以上分析出发,不难对需要研究命题的真实物理内涵,做出一种大概合理的基本分析:

(1) 与上述“动量方程”保持一致,当其左侧表示“动量变化率”的时候,右侧各个形式量都应该与“力”形成一种逻辑关联;

(2) 依循 Newton 力学的基本思想,一旦物质对象所承受的力是已知的,那么,它们运动学状态的变化是确定的;

(3) 根据前面推得的“一般性”动量方程,表观粘性系数 μ 原则上决定于粒子系统的“真实”运动状况。但是,局限于“宏观表述”系统,无力对粒子系统的真实运动做出描述,该宏观表象系数 μ 需要被视为宏观速度场 u 的泛函,从而形式地构造了一个“隐函数”的问题。或者正如前面分析一再强调的那样,需要根据“动态流场”测得的参数和相关“泛函”的数学模型(乃至对应于湍流模型),首先解决反算表观粘性系数 μ 的问题;

(4) 但是,如果能够确信某一个依据经验事实给出的表观粘性系数 μ 是可信的,那么,此处所说的“粘性应力 Σ ”本质上相应得到确定,尽管只是“隐式”的;

(5) 如上所述,在流体力学中通常总是借助于经验常数 μ 构造一个“显式”的形式表述,直接表示“粘性应力张量 Σ ”及其对流动的影响。如果说人们同样可以为形式量 p 预先构造某一个恰当的形式表述,那么,整个动量方程的右侧都成为“已知”量,相应只剩下如何求解速度场的问题;

(6) 但是,人们提出除了希望求得速度场 u 的分布,流场中的压力分布 p 作为一种真实存在的宏观物理量同样是未知的,并且,希望对这个“物理实在”做出大概合理的描述;

这样,对如何同时“求解速度场 u 和压力场 p ”命题实际蕴涵的主要内容,以上分析已经能够做出大致回答。针对求解压力场的问题,需要进而指出:

(7) 既然,热力学压力 p 作为宏观物质所受作用力的一个部分,仍然需要满足上述的动量方程。并且,需要以动量方程为基础,构造能够用以刻画流场中压力分布“共性”特征的“泛定”微分方程;

(8) 此外,本质上与表观粘性系数 μ 需要根据动态流场的“实验数据”以及相关“数学模型”求得一样,刻画热力学压力 p 宏观特征仍然只可能是相关的“经验”事实,仅仅根据动量方程和纯粹的逻辑推理,不可能对流场中的作为真实物理存在的“压力分布”做出任何有意义的描述;

(9) 当然,正如以上分析指出的那样,与压力场相关的边界条件不可能仅仅凭借演绎逻辑推导而得,需要表现特定流场在边界上真实存在的“个性”特征。

显然,对于“速度场和压力场彼此耦合流场”的问题,以上分析为如何重新构造恰当“定解

① 任何合理的陈述“必须”也“自然”在逻辑上保持严格一致。事实上,当“现代理论力学”根据“现代微分几何”一种“独断论”意义上的人为想象提出:连续介质的运动本质上只可能发生在“3 维流形”之中,从而在人类真实存在的 3 维 Euclid 空间之中几乎不可能进行“一般”运动的时候,正因为作为粒子集合的宏观物质相应必然存在大量空隙,此时不仅仅谈不上“连续介质”的问题,甚至不可能被抽象地视为一个“充分稠密”的无穷集合,所以才可能在几何上允许任意表观意义上的宏观运动。当然,经典宏观力学通常所说的“连续性方程”根本不可能存在,相应成为一个完全多余的陈述。

问题”提供了一种思维基础^①。

7.3 压力场和速度场耦合流场恰当“定解问题”的试探性构造

此处只局限于满足“各向同性和均匀性”假设的“均混流”流场,针对流场中“压力分布和速度分布耦合”的问题进行讨论;并且,对于“整个”流场都能够在形式上满足同一方程的“均混流”,其存在条件其实仍然是相当苛刻的。

正如前面分析所述,如果从纯粹“数值计算”的角度考虑,当仅仅将速度场 u 作为因变量的时候,式(7.4)所构造的边值问题

$$\begin{cases} \rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u\right) = \rho f - \nabla p + \mu \nabla^2 u \\ u(x) = u_b \quad x \in \partial V_1 \\ n \cdot u(x) = 0 \quad \mu \frac{\partial u_t(x)}{\partial n} = -\beta u_t \quad x \in \partial V_2 \end{cases}$$

应该是“可计算”的。于是,问题集中在如何为压力场 p 构造可计算模型,或者需要寻找压力场必须满足什么样“泛定方程”的问题。

7.3.1 压力场“泛定方程”的构造

先单纯从“形式表述”的角度考虑问题。本质上用来刻画均混流“共性”特征的微分方程只有一个,仍然只是那个通常称作的 Navier-Stokes 方程

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u\right) = \rho f - \nabla p + \mu \nabla^2 u$$

并且,该形式表述实际上根本渊源于粒子系统的“动量”方程,而仅仅作为宏观物理量而人为引入的压力

$$pI = -(\rho w w) + p'I$$

原则上仍然需要满足最初的动量方程。但是,在这个形式表述中,压力 p 只是以梯度的形式出现,不可能在一般的 3 维空间相应构造关于 p 的恰当边值问题。因此,为了对压力的空间分布 $p(x)$ 能做出符合“唯一性”要求的预测,需要对原来的动量方程在形式上加以改变。当然,这就是像目前许多文献所作的那样,对最初的动量方程作求散运算,从而构造出关于压力场 p 的一个 2 阶偏微分方程^②。

于是,假如定义其散度场分布为

$$\theta(x) = \nabla \cdot u$$

① 从物理内涵考虑,流体力学的本质困难在于形式系统所描述宏观表象与其本质蕴涵粒子真实运动之间的差异;而从形式逻辑的角度考虑,处理流体力学问题的困难则在于作为分析基础的基本方程并不总真实存在,无法简单使用纯粹的演绎逻辑分析问题。因此,如何辩证地把握“形式逻辑”和“经验事实”这样两个完全不同的理性思维基准,成为有效处理实际流动问题的关键。这样,与经典电磁场理论体系中 Maxwell 方程不可解直接源于若干数学命题没有解决的问题相比,流体力学的问题显然要复杂得多。

② 能否从能量方程出发,为压力场构造一个恰当的泛定方程呢?答案是否定的。从物理内涵考虑,宏观力学中能量方程的独立意义在于温度作为另一个独立物理量的前提存在,或者对应于不同能量形式之间的变换为基础,否则将重新蜕化为作为动量方程重言式的“动能守恒”方程。从形式表述的角度考虑,也无法从能量方程构造出关于压力场的 2 阶微分方程。考虑到压力 p 作为一个独立形式量的引入仍然渊源于动量方程,因此,要求压力场满足动量方程的附加约束可以认为是大致合理的。

相应存在

$$\nabla^2 p = -\nabla \cdot \left[\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) \right] + \nabla \cdot (\rho \mathbf{f}) + \mu \nabla^2 \theta \quad (7.8a)$$

或者与动量方程的“守恒”格式一致,进而在能够与“统计平均”表述保持大概一致的“定常条件”假设下,另一个相关的等价表述为

$$\nabla^2 p = -\nabla \nabla : (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{f}) + \mu \nabla^2 \theta \quad (7.8b)$$

此时,式中右侧的所有形式量都可以被视为参量。这样,该形式表述成为关于压力场 p 的一个 Poisson 方程,从而为描述流场中的压力分布提供了可能。

但是,以上讨论曾经反复指出:以“均混流”假设为逻辑前提的流体力学动量方程本质上只具有“形式”意义。其中,粘性系数 μ 只能视为宏观表象速度场 $\mathbf{u}$ 的一个泛函

$$\mu(x) \stackrel{\text{def}}{=} \mu[\mathbf{u}(x)] \in \text{emperical parameter} \quad (7.9a)$$

本质上成为依赖于对“运动中流场”的实际测量,一个需要经过“反计算”才可能得到的经验参数。或者说,绝对不是仅仅凭借形式逻辑而只能根据相关的经验事实,为形式系统中的宏观物理量 μ 提供与经验事实一致的实际物理内涵。当然,上述关于压力场所构造的泛定方程同样只可能具有形式意义,不过是为了与最初引入该宏观物理量的动量方程在形式上保持逻辑相容,一个必须满足的“约束”方程。这样,与建立在经验事实基础之上的“热力学理论”对宏观压力的诠释保持一致,在不计温度变化影响时,流场中的压力分布 p 原则上仍然是速度场 $\mathbf{u}$ 乃至速度场散度 θ 的泛函,即

$$p(x) \stackrel{\text{def}}{=} p[\mathbf{u}(x)] \approx p(\rho, \theta) \in \text{emperical parameter} \quad (7.9b)$$

并且,与“静热力学”中的状态方程

$$f(p, \rho, T) = 0$$

本质上对应,压力 p 与流体密度 ρ 以及速度场散度 θ 之间的关系同样可以被合理地称之为流场中流体的“动态”状态方程,而且,这种关系的确定只可能依赖于相关的“经验”事实,无法仅仅凭借“演绎逻辑”推导而得。

综上所述,对于式(7.8)所定义的泛定方程,如果能够视为对流场中压力分布 p “共性”特征的一种刻画,那么,这个泛定方程实际上只具有“形式”意义,以保证整个形式表述彼此逻辑相容。但是,与式(7.8)所示微分方程本质上只具形式意义不同,由式(7.9)所定义,只可能溯源于相关“经验事实”的两个宏观物理量,即表观粘性系数 μ 和压力 p 被赋予只可能决定于经验事实的某种物理内涵,相应对运动中流体实际蕴涵的“共性”特征构成一种更具本质意义的描述。而且,如果说式(7.9a)所描述表观粘性系数 μ 作为速度场 $\mathbf{u}$ 的泛函,其形式定义实际上直接决定于不同“湍流模型”的人为认定,那么,对于式(7.9b)所说的“动态”状态方程,同样需要考虑不同特定场合可能对应于彼此不同的恰当形式表述的问题。例如,在无法回避“重力场”影响时,还需要考虑流体密度随“高度”的变化或者流场的“自由边界”问题。此外,如果考虑到液体的可压缩性太小以及宏观速度场 $\mathbf{u}$ 自身的粗糙性,以至于相应太小的速度场散度 $\nabla \cdot \mathbf{u}$ 往往不一定能有效刻画压力场 p 实际变化的时候,甚至不妨构造如下所示另一种形式的“经验”表述:

$$p(x) \stackrel{\text{def}}{=} p[\mathbf{u}(x)] \approx p(\rho, \theta) \Rightarrow p(x) = p(\rho, \omega) : \omega = |\nabla \times \mathbf{u}| \\ \in \text{emperical parameter}$$

当然,如果局限于一般“理性”认识,液体对压缩性的强烈反抗属于真实存在的物理实在,人们无法回避如何通过“动态实验”研究努力刻画这样一种物理真实的问题。因此,将压力场 p 的变化仅仅与速度场旋度 $\nabla \cdot u$ 构成逻辑关联明显不合理。但是,从另一个角度考虑,在尚不能获取流动中液体“动态状态方程”以及“流动运动状态”较为可靠信息,以及注意到压力场 p 的变化属于“有限大小量”的时候,如果能够将其与速度场中某一个具有“特征”意义的有限大小物理量构成逻辑关联,那么,这样一种“间接”的经验表述或许仍然值得作尝试性研究。

这样,在均混流假设的逻辑前提下,形式表述的“逻辑相容性”和宏观表述系统的“经验事实”基础在一种“辩证”意义上取得了一定程度的统一,相应成为相关流动现象本质蕴涵“抽象同一性”一种大概合理的描述^①。

7.3.2 压力场“边界条件”的重新确认

自然科学中的所有陈述系统,本质上只是用以描述“客观”存在的物质世界的。对于偏微分方程所构造的定解问题,偏微分方程所刻画的实际上是“特定”物质对象蕴涵的一种“共性”特征,必须为所有“理想同一化”物质对象共同遵守。但是,即使是同一化的物质对象仍然可能展现彼此完全不同的具体行为特征。与其对应,边界条件则相应刻画同一化物质对象可能展现的不同“个性”特征,并且,如果边界条件与泛定方程能够保持严格逻辑相容,或者共同构造了一个“恰当”的定解问题,该数学模型能够对特定物质对象的特定行为做出符合“唯一性”要求的描述。当然,恰当边界条件的“具体”内容,不可能如式(7.2)所示的那样,仅仅凭借主观意志做出人为认定,而只可能依据需要描述物理现象的物理真实。

无论考虑“内流”还是“外流”流场,对于由 Poisson 方程所描述的压力场,相关边界条件一般分为两类。第一种为通常称作的 Dirichlet 条件。例如,对管内流“进口和出口”处或者绕流体流场“无穷远”处,其压力分布通常是已知的,即

$$p(x) = p_b \quad x \in \partial V_1 \quad (7.10a)$$

并且,这一类边界条件为“唯一”确定压力场提供一种“计算”基准。第二种边界条件则对应于 Neumann 条件。例如,对于管内流和绕流体的“固壁”处,除了直接进行检测,或者只是为了合理构造此处所述计算模型而必须先进行“反计算”的时候,人们并不知道固壁处的真实压力分布。当然,重新构造速度场“动力学边界条件”时曾经指出:流体力学中的经典黏附性边界条件过分苛刻,但是,Newton 所说“作用力和反作用力互等”这样一个一般性的判断却需要得到普遍遵守。基于完全相同的理由,此时自然地存在

$$\frac{\partial p(x)}{\partial n} = n \cdot \nabla p(x) = 0 \quad x \in \partial V_2 \quad (7.10b)$$

两类不同的边界条件与泛定方程一起,共同构造了关于压力场的恰当边值问题。

7.3.3 均混流压力场和速度场耦合流场的定解问题

于是,对于以满足“各向同性和均匀性”假设的“均混流”流场,采用以保证“力的连续性特

① 如果认真阅读相关文献,不难发现正是在这样一个基本“哲学理念”或“形式逻辑”的思考上出现了认识偏差。人们往往总期望仅仅根据纯粹的形式逻辑,演绎地推导出最初形式表述并不包含的某些独立物理内涵。其实,逻辑不可能告诉人们任何比逻辑前提更多的东西,相反,任何超越逻辑前提的逻辑推理几乎必然蕴涵形形色色的逻辑悖论。

征”为本质内涵的动力学边界条件,限制于描述“定常”运动,本质上无需考虑经典流体力学“连续性方程”独立构造的约束条件,并且能够与目前流场计算中的“守恒格式”直接对应的时候,一个恰当“定解问题”的完整表述相应成为

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu \nabla^2 \mathbf{u} = \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) - \rho \mathbf{f} + \nabla p \\ \mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}_\infty \quad \mathbf{x} \in \partial V_1 \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}) = 0 \quad \mu \frac{\partial u_i(\mathbf{x})}{\partial n} = -\beta u_i \quad \mathbf{x} \in \partial V_2 \\ \nabla^2 p = -\nabla \nabla : (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{f}) + \mu \nabla^2 \theta \\ p(\mathbf{x}) = p_\infty \quad \mathbf{x} \in \partial V_1 \\ \frac{\partial p(\mathbf{x})}{\partial n} = 0 \quad \mathbf{x} \in \partial V_2 \end{array} \right. \quad (7.11)$$

此外,还需要补充交待如下:

(1) 标记为 ∂V_1 的边界,对应于流场中的“自由”边界,如管内流的进出口处,或者外流的无穷远处。此时,无论是边界上的速度分布 $\mathbf{u}_\infty$ 还是压力分布 p_∞ 都应该是已知的,对应于通常所说的第一类边界条件;

(2) 至于标记为 ∂V_2 的边界,则对应于流场中的固壁,相应需要满足以刻画“力的连续性要求”为本质内涵的动力学边界条件;

(3) 从相关物理内涵考虑,以上计算模型并不属于“理论方程”的范畴。无论是表观粘性系数 μ 还是前面所说的“动态”状态方程 $p(\rho, \theta)$,它们只可能决定于相关的经验事实。或者说,需要从基本数学模型出发,根据流场测得的经验数据反算出其中包含的不同经验参数;

(4) 以上计算模型,必须以整个流场满足“各向同性和均匀性”前提性条件,即仅仅对于整个流场能够被视为“均混流”的场合才可能使用。但是,除了大部分“液体”流场,这个被经典流体力学认为可以“无条件”使用的条件其实相当苛刻,往往并不总真的存在。

(5) 在气体流场中,除了绕流体附近的流体需要形式地服从 Navier-Stokes 方程,在流场的极大部分空间域中都呈现“局部域有序结构”的形式。也就是说,整个流场不是流体力学边界层理论通常指出的那种“主流”区,就是彼此被分割开来的不同“涡(vortex)”结构。事实上,这才是在现代气动力学中能够参照相关属于结果,直接使用“Euler 方程”或者“涡”方法,大致预测绕流体主要气动参数的原因。

事实上,或许更需要形成这样一种自觉的认识:与流体力学基本动力学方程仅仅属于“经验方程”的范畴,相应不存在“严格解”的基本判断一致,此处给出的形式表述与其说是一个恰当的“数学模型”,还不如更为准确地说只是提供了形式上大体以“椭圆型”微分方程为基础,一个在数学上“可计算”的基本模式。并且,式(7.9)所示两个建立在“动态”流场测量之上所建立的“经验方程”始终具有本质的前提意义。

综上所述,从物理内涵和形式逻辑两方面考虑,以上关于如何求解“压力场和速度场耦合”流场的一般性讨论,在自觉意识到宏观物质的“粒子本质”内涵的同时,努力遵循相关逻辑推理的合理性。因此,这些讨论能够为若干特定流场问题的研究提供了进一步思考的基础。此外,对于解决诸如“绕流体最佳型线”这样的实际问题,此处的讨论仍然具有某种前提性意义。

8. 关于“压力场预测”研究现状的若干思考

从流场“压力分布”的研究现状看,目前为人们关注的问题似乎主要集中在“液体”流场由于“不可压缩流”假设所导致“奇异性”疑难之上。也就是说,相关问题的全部思考基础仍然是式(7.5)所构造的基本模型,即

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\ \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \\ \mathbf{u}(x) = \mathbf{u}_b, \quad x \in \partial V \end{cases}$$

这样,当密度 ρ 可以被合理地认定为常数,并且与式(7.2a)所示这样一种纯粹“人为设定”的边界条件一致,在如下所示重新为压力场 p 构造的定解问题模型中:

$$\begin{cases} \nabla^2 p = -\nabla \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) + \nu \nabla^2 \theta \\ (\theta = \nabla \cdot \mathbf{u} = 0) \\ \frac{\partial p(x)}{\partial n} = \nu \nabla^2 u_n - \mathbf{u} \cdot \nabla u_n, \quad x \in \partial V \end{cases}$$

压力 p 并没有任何“独立”的物理内涵,只不过是速度场散度 $\nabla \cdot \mathbf{u}$ 恒等于零成为速度场 $\mathbf{u}$ 的一个附加“约束”条件时,必须相应添加的“可调整”量^[14]。

当然,在这种情况下即使能够在数值计算过程之中能构造一个“非奇异”的计算系统,对于表现压力场的物理真实本质上没有任何意义。但是,在流体密度 ρ 变化很小,以至于速度场散度 $\nabla \cdot \mathbf{u}$ 相应很小的时候,一个合理的表述只能是:

$$\rho \approx \text{const} \leftrightarrow \theta(x) = \nabla \cdot \mathbf{u} = \delta; \delta \rightarrow 0 \cap \delta \neq 0$$

也就是说,相当小的散度绝不逻辑地意味着散度必须等于零,乃至一个充分小散度造成的影响并不存在的反常事实。事实上,液体对于体积任何微小变化强烈反抗造成的“非线性”特征,属于该特定物质对象自身内蕴的物理本质。因此,对于一个“恰当”的形式表述体系而言,恰恰需要努力对这种物理实在做出一种大致合理的刻画。当然,考虑到许多工程实际问题,还需要考虑压力场与液体流场和空气相接触的“自由表面”问题。人们可以相信:随着对物质世界描述要求的不断提高,人们不得不面对更多如何求解“耦合问题”的问题。

然而,人们可以发现:如果说在求解“液体压力场”问题的时候,已经意识到往往需要面临“奇异性”的困难,那么,从有限资料看,在气动力学的“气动特性”研究中,实际上似乎大多停留在参照实验结果,进而依据 Euler 方程以及用于整个流场的“动量守恒和动量矩守恒”定理,相应做出一种“总体性——总力和总力矩”的分析层次之上,尚没有真正进入到如何实际处理和计算“压力场”的问题^[15, 16]。

因此,不仅仅需要对以上经验方法为什么能够长期使用的“理性基础”加以分析,还需要努力探索如何为气动力学中的“压力场”初步构造理论模型的问题。首先,在实际工程计算中不是使用人们往往以为更为准确的 Navier-Stokes 方程,而允许直接使用 Euler 方程乃至“涡”方法大致推测诸如航天器这样一些绕流体的“气动”参数,并不真正因为一个“更为准确的 Navier-Stokes 方程”在数值计算方面难以处理,而恰恰在于该形式表述根本差异于气动流场中流体自身蕴涵的基本物理真实。前面讨论一再指出:不能以一种过分简单的思维方式,把 Navi-

er-Stokes 方程固化为一种形而上学,当需要经典流体力学中这个被称之为基本方程的形式表述,即

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u}$$

用于描述某一个特定流动现象时,其实该形式表述得以存在的条件是相当苛刻的,这就是:整个流场之中的流体必须以一种“同一化”的“彼此处于完全交混”着的方式运动着,处于“彼此交混”中流体的运动学行为逻辑地对应于 Laplace 算子 ∇^2 所刻画的“扩散”效应。但是,问题在于对于“气体(理想气体逻辑地对应于自由粒子系统)”这样一种彼此之间往往并不严格关联着的粒子系统,在宏观“不平衡势”的驱使下,为什么不能形成一种“自组织”结构,采用一种“最有效”方式实现属于自己的运动呢?事实上,正是属于运动中流体以“最有效”方式运动的自发趋势,使得气体流场中的流体集合几乎总尽可能以“有序结构——包括主流区在内,相应存在确切形式定义的涡”的方式运动。当然,这才是能够或者也必须使用 Euler 方程取代 Navier-Stokes 方程,大致预测“气动参数”的根本原因。

此外,笔者曾经多次指出,粒子系统本质上不存在具有“独立”意义的“动量矩”方程。但是,流场中的流体集合一旦以一种“彼此处于具有确定相邻性结构”的“整体”方式运动时,那么,相应存在刻画“整体旋转运动”并且具有某种“独立”意义的动量矩,可以凭借动量矩定理大致估算“绕流体”实际承受的“总”力矩,为“涡”方法的使用提供了基础。事实上,针对“刚体”所作的“总体性”描述,与建立在刚体上的“场”描述逻辑上保持严格相容^[1, 8, 11]。

工程实际分析表明,一旦绕流体的形状比较复杂,除了“主流区”以外,气动流场往往会同时出现不同“独立”存在的“局部涡”。当然,在这种情况下,原则上无法回避考虑流场中“多区模型”的问题,或者说需要进一步考虑流场之中不同“局部域”流动结构“相互耦合”的问题,以达到逐步改变“人为”分割“统一”存在的流场,再将这些人为分割出来的局部域流场影响作简单叠加这种过分粗糙的处理方法。

但是,本质上由于经典流体力学至今没有能够提供具有确定物理内涵的“动力学”边界条件,即使允许使用 Euler 方程估算流场中的气动参数,计算气体流场中绕流体边界“压力分布”的问题实际上仍然属于一个从未讨论的基本命题。此处,只是作为一种“试探性”的初步分析,依据与目前工程分析基本保持一致的若干人为假设,或者对于通常所说“边界层无脱体”的这种最简单情况,针对如何预测气动流场中绕流体边界上的“压力分布”而不仅仅只是计算“总力”或“总力矩”的问题,考虑怎样构造一个可用于实际计算的恰当数学模型。

首先,重新考察式(7.11)为“均混流”所构造的定解问题,即

$$\begin{cases} \mu \nabla^2 \mathbf{u} = \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) - \rho \mathbf{f} + \nabla p \\ \mathbf{u}(x) = \mathbf{u}_\infty & x \in \partial V_1 \\ n \cdot \mathbf{u}(x) = 0 & \mu \frac{\partial u_t(x)}{\partial n} = -\beta u_t & x \in \partial V_2 \\ \nabla^2 p = -\nabla \nabla : (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{f}) + \mu \nabla^2 \theta \\ p(x) = p_\infty & x \in \partial V_1 \\ \frac{\partial p(x)}{\partial n} = 0 & x \in \partial V_2 \end{cases}$$

以此作为考察气体流场问题的基础。

作为一种“极端”的理想化状况,考虑到“非脱体边界层”流动中的边界层厚度非常薄,以至

于整个流场完全被“主流区——本质上相当于纵贯流场的大涡”所淹没,需要使用 Euler 方程取代 Navier-Stokes 方程表现流体运动的基本规律。并且,根据以前针对流动中“有序结构”所作的分析,允许物质导数作为一个恰当概念存在,经典表述的“连续性方程”同样成为一种合理的描述,从而不仅仅在 Euler 方程的守恒格式与另一个习惯表述之间形成严格对应,而且原则上还可以描述“动态变化”的动力学过程,即

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u u) = \rho f - \nabla p \Leftrightarrow \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = \rho f - \nabla p$$

当然,由于此时不存在仅仅属于流体粒子的“无规运动”速度 w ,对于式(2.2)所示,关于流动中宏观物质压力 p 所作的一般诠释,自动地蜕化为一种简单形式

$$\begin{aligned} pI &= -\rho w w + p'I \\ &\xrightarrow{w=0} \\ pI &= p'I \end{aligned}$$

该式明确地表示:此时流场中流体的压力 p 本质上仅仅对应于反抗流体体积变化的“静热力学”压力 p' 。与其对应,为式(2.3)所描述,关于表观粘性应力张量 Σ 的“一般性”定义,也必然相应蜕化为一种简单形式

$$\begin{aligned} \Sigma &= -[\rho(uw + wu)] + \mu_{\text{Newton}} \nabla u \\ &\xrightarrow{w=0} \\ \Sigma &= \mu \nabla u : \mu = \mu_{\text{Newton}} \end{aligned}$$

它同样明确地告诉人们:流体粒子无规运动 w 所引起“动量输运”问题不再存在,流体的粘性系数 μ 重新变成曾经为 Newton 所指出的那种“反抗滑移”的粘性应力机制,或者重新成为“物性”参数。并且,这样的粘性力只可能现于相应存在“滑移”的固壁上。

此外,考虑到曾经为“均混流”所构造定解问题的边界条件表述中,并没有提出任何属于人为理念的假设,本质上只是对流场边界“力必须遵循的连续性条件”所构造的形式表述。因此,除了需要对数学模型中泛定方程的形式做出改变,以及相关系数实际蕴涵的物理内涵已经相应发生了某种变化以外,整个数学模型在形式上并没有其他改变。于是,将以上所述的全部结果带入最初的形式表述之中,相应有

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = -\rho f + \nabla p \\ u(x) = u_{\infty} \quad x \in \partial V_1 \\ n \cdot u(x) = 0 \quad \mu \frac{\partial u_i(x)}{\partial n} = -\beta p u_i \quad x \in \partial V_2 \\ \nabla^2 p = -\nabla \cdot \left[\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) \right] + \nabla \cdot (\rho f) \\ p(x) = p_{\infty} \quad x \in \partial V_1 \\ \frac{\partial p(x)}{\partial n} = 0 \quad x \in \partial V_2 \end{array} \right. \quad (8.1)$$

其中,边界上的摩擦系数 β 同样可以视为一种“物性参数”常数,但是,它已经不仅仅决定于运动中气体的性质,还本质地决定于固壁自身的物理状况。此外,对于该计算模型中与速度场分布相关的动力学边界条件

$$\mu \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{x})}{\partial t} = -\beta p \mathbf{u} \quad \mathbf{x} \in \partial V_2$$

已经蕴涵“边界层”假设在内,否则该方程左侧的表述在物理上无法合理存在。并且,参照处于相对运动中的物体间摩擦力的一般经验表述,这个涉及滑移摩擦力的动力学边界条件与边界上的压力分布 p 处于耦合之中。

作为上述定解问题的一种进一步简化,考虑到此处所说边界层充分小的特定情况,还可以根据一般流体力学著述所说,考虑将处于“恒温状态”下的能量方程,或 Bernoulli 积分表述

$$\frac{1}{2} u^2 + \frac{p}{\rho} \approx \text{const}$$

直接用于固壁之上。这样,上述定解问题被简化为

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\rho \mathbf{f} + \nabla p \\ \mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}_\infty \quad \mathbf{x} \in \partial V_1 \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}) = 0 \quad \mu \frac{\partial \mathbf{u}_t(\mathbf{x})}{\partial n} = -\beta p \mathbf{u}_t \quad \mathbf{x} \in \partial V_2 \\ \nabla^2 p = -\nabla \cdot \left[\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) \right] + \nabla \cdot (\rho \mathbf{f}) \\ p(\mathbf{x}) \approx p_\infty - \frac{1}{2} \rho u^2 \quad \mathbf{x} \in \partial V \end{array} \right. \quad (8.2)$$

从而以一种简单而直接的“耦合”方式,将边界上的滑移速度分布 $\mathbf{u}$ 与边界上的法向力或者压力 p 分布构成了确定的逻辑关联。显然,如果将思维始终禁锢于违背起码物理真实的经典“黏附性”边界条件之中,任何与固壁上真实力分布相关的形式表述都不可能得到。

毫无疑问,作为一个“非专业”的流体力学研究者,缺乏对许许多多第一手实验资料以及计算资料的了解。因此,以上关于实际工程应用中如何求解速度场和压力场耦合问题的分析,大体只能纳入初步思考的范畴。但是,努力揭示认识中的矛盾,任何力求遵循“物质第一性”和“逻辑自洽性”原则的思考,是人们深化认识进行理性思考的必由之路。

9. 流体力学研究的一般哲学反思

由于几乎涵盖对整个经典流体力学的重新认识,仍然值得对相关思考作一种整体意义的回顾。可以相信,进行自然科学研究时,如何为所有相关的概念提供具有确定意义的形式定义,始终具有前提性的意义。也就是说,对于被描述的物质对象而言,尽管概念永远只可能大概合理和有限真实,但是任何概念在形式上必须是确定的。

本质上,任何宏观物质都是粒子的。但是,在极大部分流动现象中,对于一个运动中流体集合的所有流体粒子,它们并不具备“平权性(isocracy)”特征。等价地说,不可能要求存在某一个特定的形式系统,能够对作用在所有流体粒子上的“力”做出一种“同一化”的描述。此时,只能将存在远不止若干粒子构造的“宏观物质元”,定义为形式系统的逻辑主体,借助于统计平均的方法,对运动中流体的宏观表象做出一种大概真实的描述。许多情况下,流体集合进行整体意义上宏观运动的同时,运动中的流体粒子几乎不可避免地存在彼此相互交混的现象。也就是说,流动中的宏观物质元在时间域中通常是不可跟踪的。与此对应,不可能存在具有确定

“物质意义”的动力学描述。这样,为 Euler 首创,仅仅着眼定义于几何空间中宏观表象分布,而不在意这些宏观表象可能对应于不同物质内涵的“空间描述”方法,必然成为描述流体运动一般现象的唯一恰当的方法。当然,直接与 Newton 力学对应,曾经为人们普遍接受的 Lagrangian 描述方法,以及这种描述方法所必需的“物质导数”的核心概念,仅仅成为一种条件存在的“导出”概念,只允许应用于“粒子流”这样一些简单流动现象之中。事实上,正如这个简单流动名称所表现的那样,粒子流的本质意义在于:对于流动中所有流体粒子,它们的力学状况都能够为一种统一的力学机制所描述。当然,经典宏观力学忽视构造宏观物质粒子系统本质蕴涵的“离散”特征,无视物质描述必须存在的逻辑前提,是整个形式系统蕴涵形形色色逻辑歧义与数学推导不当,乃至无法较为准确揭示相关形式表述物理内涵的根本原因。

假设整个流场的所有空间点都“覆盖”宏观表象,或者说,与某一个恰当的“几何和时间表述精度”对应,在覆盖流场任何几何点的“有限大”体积元中都存在足够多的流体粒子,从而能够相应呈现具有确定意义的宏观表象的时候,那么,仅仅根据“粒子系统”的“动量守恒”定律,可以直接给出联系“宏观表象”动量变化率 $\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}$ 与“流体粒子”真实动量输运效果 $\nabla \cdot (\rho v v)$ 之间的关系式

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = \rho f - \nabla p' - \nabla \cdot (\rho v v)$$

其中,除了质量力 f 以外,形式量 p' 对应于粒子系统反抗体积变化的附加压力。如果引入称之为“无规速度”的形式量

$$w(x) = v - u$$

还存在等价表述形式

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u u) = \rho f - \nabla p - \nabla \cdot [\rho(uw + wu)]$$

其中,压力 p 包括两个“独立”存在的物理真实

$$p\mathbf{I} = p'\mathbf{I} - \rho(w w)$$

如果再引入“宏观表象”意义的应力张量

$$\Sigma = \mu_{\text{Newton}} \nabla u - \nabla \cdot [\rho(uw + wu)]$$

其中, $\nabla \cdot [\rho(uw + wu)]$ 直接对应于“自由粒子系统”中粒子无规运动 w 所引起宏观动量的一种输运效果。但是,补充或者继续保留 Newton 最初提出的粘性系数 μ_{Newton} , 无非在于说明维系粒子之间相邻性关系的“粘性力”同样属于一种普遍存在的物理真实。这样,一个能够定义于宏观表述系统之中的形式表述为

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u u) = \rho f - \nabla p - \nabla \cdot \Sigma$$

显然,除了对宏观物质做出“粒子系统”这样一个符合物理实在的“前提”认定以及一系列“客观存在”的物理事实以外,这个形式表述没有提出任何其他的人为假设,从而能够较为准确地揭示流体力学动力学方程实际蕴涵的物理内涵,并且相应成为构造形式表述系统一个合理的思维基础。

事实上,如果真的允许仅仅着眼于一个宏观物质系统中数不清的粒子,以及这些离散粒子的个别行为,那么,这个粒子系统仍然能够满足通常的动量守恒定律。也仅仅于此,才能够保证物理学中不同陈述之间的逻辑相容。当然,对于任何一个可信的自然科学体系,逻辑相容性

都是必须的。然而,对一个大数粒子系统中“个别粒子”的行为人们不可能真正感兴趣,同时,也无力对如此多粒子的个别行为做出任何有意义的描述。人们唯一可能和允许做的事情,只能是对所有离散粒子共同构造的某种“整体”行为做出描述。于是,单个粒子真实运动对于这种整体行为任何形式的“偏离”都允许被视为一种耗散;与此同时,任何直接以单个粒子作为陈述对象的形式系统,“耗散”的概念根本无从谈起。脱离特定的有限论域,概念的特定意义也不再存在。也正是在这个意义上,人们可以说:源于粒子无规运动,对于宏观整体运动构成阻抗的表观粘性应力是客观的,但是又同时包容了研究者的一种主观意志。在自然科学中,一切合理陈述只可能渊源于相关的经验事实。考虑到经验事实自身的局限性,不能将科学陈述视为一成不变的。其实,测量基准直接影响宏观表象的形式表述,而这种基准的选择完全是主观的。因此,正是本质蕴涵于物质对象自身的“客观性”基础,以及任何形式表述不可避免蕴涵的某种“主观”意志,辩证统一地存在于一个虽然合理但是仅仅有限真实的形式系统之中。换言之,仅仅基于这样一种辩证统一的认识,一个恰当的形式表述体系,以及该形式系统所有形式量需要表达的物理内涵,才可能具有确定的形式意义和必要的物质基础。

基于同样的道理,流场中不同流动结构的存在,仍然客观地决定于一切宏观物质拥有的粒子本质以及最有效实现属于自己运动的自发趋势。对于某一个流动中的流体集合,如果受到相当强烈不平衡势的驱动,此时仍然要求流体集合中的所有流体粒子都能够保持彼此同一而且恒定不变的相邻性结构,则显然是没有道理的。当某些粒子相对于与它们相邻的粒子进行滑移运动时,另外一些粒子可能组成其他形式的局部有序结构,以完成一种最有效的运动。事实上,流场局部域存在的“有序”结构,正是人们早已注意到,但是却一直无法为它们提供确定物理内涵以及相关形式定义的“涡”。对应于某一个确定的外部环境,一切物质总自发地寻找一种最有效的运动形式,实现那个本质上属于自己的运动。这种自发趋势正是理论物理中具有普适意义的最小作用原理的本质内涵,相应恰当表现为物质世界自己所具有,独立于人们意志的一种客观性。其实,自然科学世界所面临的本质任务同样在于:如何揭示存在于物质世界自身的这种客观性,以及相应的一系列基本规律。

进而假设,尽管任何一种形式表述都不可能完全真实地表现那些运动中的流体粒子,但是,如果存在足够理由乃至不妨更为恰当地视为一种无奈,让人们相信激发粒子无规运动的力学机制没有任何形式差异,或者,使人们接受某一个流场的确是各向同性与充分均匀的,那么,在忽略与粒子本质逻辑相悖的“连续性方程”必然蕴涵某种“粗糙性”的同时,一般性动力学方程可以简化为

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p - \mu \nabla^2 \mathbf{u}$$

在这个形式表述中,人们借助于经验系数 μ ,取代了那个原来并不属于形式系统以内的无规运动速度 w ,从而构造了经典理论中那个被“实际”应用的 Navier-Stokes 方程。

在物理上,该方程告诉人们:尽管个别流体粒子所作的无规运动彼此不同,但是,限定在空间和时间的某一个统计平均意义上,激发流体粒子无规运动的力学机制,在流场的不同空间点以及覆盖同一空间点的不同方向上可以被认为是完全相同或者无差异的。于是,利用一个通常的线性假设,人们可以形式地引入一个常数 μ ,对存在于整个流场的这种力学机制做出一种完全同一化的描述。显然,基于严格各项同性和均匀性假设而得以存在的这种动力学方程,相异于最初建立在粒子本质上所给出的形式表述以及相关形式量需要表达的实际物质内涵。一

湍流场真实与各向同性以及均匀性假设之间出现了较大的偏离,形形色色的湍流模型出现了,它们被用来表现流场中不同局部域结构产生的影响。原则上,任何湍流模型必然对应于流场结构本质蕴涵的各向异性和非均匀性特征。

至于 Reynolds 湍流方程,它完全破坏了演绎逻辑必须遵守的一个最基本原则,即逻辑推理只能从一般到特殊的原则。因此,这个方程虽然曾经客观地给人们带来了许多有益的思考,但是,由于从形式逻辑和物理内涵两个方面考虑都是一个完全错误的形式表述,它的危害格外严重,将理论流体力学引入纯粹“形而上学”的歧途。可以相信,如果总是习惯于从某一个本质上仅仅条件存在的物理学陈述出发,进行并不讲究逻辑严谨性和无视逻辑前提的无穷推理,那么,包容湍流在内的一系列世纪性科学疑难永远也不可能真正得到解决。

从另一个角度考虑,湍流困惑之所以长时间存在,它的原因可以说是体系的或具有深刻的哲学基础的。其实,至今的自然科学研究,从来没有真正摆脱 17 世纪现代自然科学体系诞生之时的“Descartes 自然哲学”的影响。根据 Descartes 的理念,仅仅一种能够称得上“思维明晰、直观上能够清楚把握”的基本原理才可能具有“绝对”的可靠性。并且,仍然根据 Descartes 的基本思想和期待,人们只能也允许从这些“先验”的基本原理出发,运用纯粹演绎的方法,经过严密的论证,接二连三地导出不同的命题,进而可以对整个宇宙中的一切现象做出“符合理性”的解释。毋庸置疑,对于某个“先验原理”的无条件认同乃至对发现或创造先验原理某个“个人”的崇拜,数百年来一直深刻影响着科学工作者的理性判断,深刻影响着现代自然科学体系的理性构建。

事实上,许多哲学家早已严肃指出,如果需要追寻 Descartes 哲学中“先验原理”的确实性和真理性的依据,归根结底不外乎要乞灵于某种“绝对者”或者“神”作为它们的保证。进一步说,当 Descartes 必须以“神”的不变性和完美性作为自然哲学唯一基础的时候,其实“神”不过是个别“智者”的代称,于是仍然是研究物质世界的“人”被反常地置于被研究的物质世界之上:智者们的意志主宰着自存的物质世界。正因为此,一些西方哲学家曾经中肯地指出:Newton 力学的历史意义和哲学意义,首先在于否定了这样一种“先验原理”的存在,将逻辑地属于物质世界自身的“经验事实”界定为发现“原理”的唯一基础。

与此同时,西方的科学哲学家还客观地意识到,Newton 哲学其实并没有能够和“神”完全决裂。但是,一个至今影响整个现代自然科学体系理性构建的认识困惑在于:这些哲学家没有认识到出现这种状况的本质原因是 Newton 并没有理性地意识到本质上并不存在某一个特定的“原理”或者具有普适意义的“公式”,约束着那个“无边无际、充满差异和复杂性并且自存”的物质世界;当然,也不可能形成一种理性意识,逻辑永远不可能告诉比逻辑前提任何更多的独立事实。

可以始终坚信,不同物质对象表现的不同规律,仅仅逻辑地隶属于那个被描述的“理想化物质对象”自身。等价地说,是不同“理想化”物质对象自身蕴涵的“抽象同一性”构造了整个自然科学,物质世界的研究者在原则上不能说出比自然本身更多的东西。因此,对于被研究物质对象作出仍然只可能本质依赖于物质对象自身的“前提性理想化”界定,在自然科学研究中始终具有根本的意义。充满差异的物质世界本质上是一个“不可分割”的整体,任何形式系统必然差异于人们期望描述的物质对象。因此,形式系统的构造必然蕴涵研究者的某种“主观”意志,这是需要把形式系统形式定义的物质对象称之为一种“理想化”认定的缘故。但是,任何“理想化”认定得以合理存在的基础仍然只可能是“自存”的物质对象,或者说,任何理想化认定

必需的“合理性”只可能逻辑地蕴涵于“客观存在”物理真实之中。因此,针对特定物质对象必须作出“理想化”认定的前提,与现代科学世界以一种“绝对唯心主义”方式所倡导的“独断论(dogmatism)”主张完全不同。反过来讲,任何“独断论”意义上的“形而上学”论述必然违背逻辑。当然,这才是现代自然科学体系在缺乏理想化物质对象限制的同时,必然陷入形形色色逻辑悖论之中的根本原因。

物质世界无以穷尽。因此,对于以探索物质世界为本质内涵的自然科学而言,它的根本使命同样只可能在于:对物质世界中不同的“独立存在”形式以及相关的不同“独立运动”进行探索,并且,努力使用“统一”的科学语言,对物质世界中无以穷尽的“独立存在”逐步做出“有限真实”但是必须彼此“逻辑相容”的描述,也就是揭示不同物质对象具有本质意义的抽象内涵。显然,随着人们描述的对象以及希望表现范畴的不同,对于彼此关联、复杂、无尽的大自然,根本谈不上和谐、统一的问题。但是,当人们需要无矛盾地表现大自然时,语言必须统一,必须使用没有任何歧义的基本概念,为人们构建的自然科学体系则必须是和谐统一的。要求无尽物质世界无条件地服从某一个人为构造的特定形式表述,属于认识体系的根本逻辑倒置。自然科学体系所必需的无矛盾性,只能依赖于科学语言自身的统一,以及不同科学陈述必需的逻辑前提而得以存在。期望借助于改变语言自身的内涵,形而上学地模仿大自然中的不同真实存在,只能将科学引向紊乱。

正因为此,在自然科学研究中,对于逻辑前提、存在条件、有限论域以及有限表现能力等一系列问题的研究,具有前提性的根本意义。当然,同样可以相信,只要人们真正意识到这个前提性的问题,不仅湍流,形形色色超光速和亚光速现象的存在,以及包括量子力学哲学疑难这样一些自然科学体系中的重大难题,都可望真正得到解决。

参 考 文 献

- [1] 杨本洛,理论流体力学的逻辑自洽化分析——源于湍流的哲学和数学思考. 上海:上海交通大学出版社,1998
- [2] 窦国仁. 紊流(上册). 北京:人民教育出版社,1981
- [3] Lamb H. Hydrodynamics. Sixth Edition, Cambridge Press, 1932
- [4] Parker S P. Encyclopedia of Physics. McGraw-Hill Comp. 1983
- [5] 陈省身,陈维桓. 微分几何讲义. 北京:北京大学出版社,1983
- [6] Landau L D. and Lifshitz E M. Course of theoretical physics. Vol. 1, Oxford Boston, 1997
- [7] 杨本洛. 流体运动经典分析. 北京:科学出版社,1996
- [8] 杨本洛. 自然哲学基础分析——“相对论”的哲学和数学反思. 上海:上海交通大学出版社,2001
- [9] Batchelor G K. An introduction to fluid dynamics. Cambridge Univ. Press, 1994
- [10] Reichl L E. A modern course in statistical mechanics. University of Texas Press, 1980
- [11] 杨本洛. 宏观物理学的哲学和数学反思. 第一卷,湍流及理论流体力学的理性重构. 上海:上海交通大学出版社,2003
- [12] 王自强,段祝平. 塑性细观力学. 北京:科学出版社,1995
- [13] 吴望一. 流体力学(下册). 北京:北京大学出版社,1983
- [14] Gresho P M. and Sani R L. On pressure boundary for the incompressible Navier-Stokes equations, Int. J. Numer. Methods Fluids, 7, 1987

- [15] 黄志澄. 航天空气动力学. 北京: 宇航出版社, 1994
- [16] 纪楚群. 导弹空前动力学. 北京: 宇航出版社, 1996

第 4 章 物质第一性原则和逻辑 自治性原则的辩证统一

仅仅局限在自然科学的研究范畴,或者从一个纯粹自然科学研究者的角度考虑,需要重新审视自然科学研究到底需要不需要遵循“理性原则”,以及怎样对“理性原则”做出恰当界定这样一个具有前提意义的基本命题^①。

4.1 Discards 的理性原则与神学

“理性(Rationality)”为哲学家赋予了不同的内涵。作为 Descartes, Spinoza 等大师在 17、18 世纪发展起来的一个哲学传统,“理性主义”,或者被人们称为“Descartes 的自然哲学”则大体表明了这样一种基本信念:

“思维能够一举把握明晰、清楚的基本原理。由于这样得到的原理对思维而言是明晰而清楚的,所以原理具有绝对的可靠性。从这一原理出发,运用纯粹的演绎法,经过严密论证的环节,接二连三导出命题,于是便可以对整个宇宙的所有现象做出正确的解释。”

显然,人们进而指出:“在 Descartes 从‘先验原理’出发的自然哲学中,如果要追寻原理的确实性和真理性的根据,归根结底不外乎要乞灵于某种‘绝对者’,或者‘神’作为它们的保障。实际上,Descartes 只能以神的完美性和不变性作为自然哲学的普遍原理。”

但是,“至少在物理学方面,18 世纪的科学家已把科学看成是一种遵循自身存在的、独创的方法的学科,力求使科学摆脱宗教和神学。”^②

于是,我们不难得到一种具有一般意义的推论:必须以某种“先验原理”作为前提的理性主义,最终必然地与“神学”相关联,从而最终违背了最基本的科学原则。

4.2 Einstein 世界图和现代科学宗教

科学史家们曾经正确地指出:“历史总是在否定创造它的人们中前进的。”但是,人们同样

① 按照 F. Bacon, 哲学是科学之母(Mother of other sciences)。与此同时,由于不能对形形色色的自然科学难题直接做出回答,或者对于自然科学研究者得到的研究命题真正做出肯定、否定的判断,哲学在客观上几乎总滞后于自然科学研究本身。而且,随着对于自然科学体系一次历史性和全局性梳理的势在必行,可以相信,主要由西方哲学家构建的科学哲学体系同样面临着一次历史性的重新梳理。此文不是哲学意义上的论述,而只是从一个自然科学研究者的角色出发,考虑自然科学研究中一个无法回避的前提性问题。事实上,笔者无力,也无意进行一种纯粹哲学意义上针对“理性主义”的讨论。无疑,笔者坚决反对非理性主义者所持“否定经验、否定逻辑”的“无政府主义”科学观。但是,对于非理性主义者正视“真理、诚实、合理性和科学”之间普遍存在的矛盾,并且在他们不能对于现代自然科学体系自身做出任何实质性批判,从而“以为”需要为现代自然科学体系构建一种“非理性主义”基础的诚实态度,笔者不能不表达一种由衷的赞赏^[1]。

② 除针对“理性主义”所作的定义,以上叙述转摘自广重彻所著《物理学史》一书“理性时代”一章中的相关论述^[2]。

可以看到这样一种历史真实,在人类暂时面临某些认识困难的时候,那些曾经被否定了的认识谬误往往会以新的形式出现在人们的面前。

可以相信,任何一个生活在 20 世纪的人们,对于上述关于“Descartes 自然哲学”的陈述绝对不会感到陌生,因为曾经极大影响人类科学生活的 Einstein 同样说过许多类似的话语。例如,在著名的《论理论物理的原理》一文中,Einstein 指出:

“理论家的方法,在于应用那些作为基础的普遍假设或者‘原理’,从而得结论。科学家必须在庞杂的经验事实中间抓住某些可用精密公式来表示的普遍特征,由此探求自然界的普遍原理。

这种公式一旦胜利完成以后,推理就一个接着一个,它们往往显示出一些预料不到的关系,远远超出这些原理所依据的实在的范围。在没有揭示出那些作为演绎推理基础的原理之前,理论家在经验研究的个别结果面前总是无能为力的。”^[3]

寻求某一种“先验原理”,从而能够为“整个宇宙”构造一种“普适的(universal)”和“无条件的(unqualified)”真理体系的愿望,充分表现在那个“独立于任何特定物质对象”的“世界图(World picture)”之中

$$\begin{array}{c} \text{world point } x \leftrightarrow \text{event}_{\text{independent of any special material object}}, x \in R^4 \\ \xrightarrow{\text{universally and unqualifidely used in all the nature}} \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{trans}(x_i) \in \text{Mink.}^4 \leftrightarrow x \in \text{inertial reference system} \\ \text{trans}(x_i) \in \text{Riem.}^4 \leftrightarrow x \in \text{non-inertial reference system} \end{array} \right. \end{array} \quad (4.2.1)$$

在这个世界图中,事件(event)作为与任何特定物质对象无关的一种“普适性陈述”被命名为“世界点(World point)”,可以描述自然界中所有可能出现的现象。但是,关于这样一种“先验原理”的具体表述形式,却完全不可思议地决定于人们对于“参照系”是否成为“惯性系”这样一个纯粹人文主义的选择。

正如人们批判 Descartes“自然哲学”时所说的那样,对于这样一个“普适真理”体系,其“确实性”和“真理性”的根据同样只能“乞灵”于“神”的保证。当然,这也正是现代的科学主流社会不断渲染所谓的“科学宗教情结”,一再提出“直觉和顿悟”在自然科学研究中的前提性地位,从而几乎没有任何人(包括 Einstein 本人)为“相对论”做出理性解释提供依据的原因。

在最近出版的《湍流及理论流体力学的理性重构》一书的序言中,笔者说了一段与之相关的话,现转摘如下:

“与杨振宁先生同时荣获 Nobel 奖的李政道先生,近年来曾经多次向人们提出‘物质世界中非对称性与物理世界对称性之间矛盾’的问题,并且,将这样一种真实存在称为‘21 世纪的第一科学难题’。因此,起码像人们已经看到的那样,对于‘无尽物质世界’本身,是根本无简单的‘秩序’和‘和谐’可言的。更为恰当地说,物质世界真实展现的复杂性,恰恰是物质世界自身多样性的逻辑必然。因此,在这个意义上,对于某些自称为 Einstein 承继者的当代智者,提出用一个‘12 维的壳(流形)’取代 Einstein 最初的 4 维 Riemann 空间,那么,从纯粹宗教的角度考虑,这种取代仍然无异于一种‘背叛’,而从科学研究的哲学理念考虑,两种数学表述之间没有任何本质差异。显然,对于那个无尽物质世界,这个 12 维的壳仍然显得过分简单。因此,除了‘神’的意志,大自然没有必要服从这样一个过分简单和单调的形式表述。而且,如果日后又出现另一位更为聪慧的智者,他提出需要用更高维数的抽象空间取代这个 12 维的

壳,我们的后人又将如何处置呢?’^[4]

一种宗教意义上的背叛得以容忍的原因仅仅在于它们同样需要宗教的支撑。事实上,如果把“逻辑”视为一种必然的联系,当 Einstein 以两个“矛盾着”的“真实”存在作为构建他的相对论的基础,那么,即使其后的推理不存在任何新的错误,他的整个理论体系也必然始终充满矛盾^[5]。更何况,形形色色“光速不确定性”的经验证实,使得“相对论”得以存在的简单基础也不复存在。

4.3 物质第一性原则和逻辑自治性原则的辩证统一

与“世界图”的取意完全相反,本质上存在描述物质世界的另一种“普遍模式”,即

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} \text{material object} \\ \text{in a certain surround} \end{array} \right. \in \text{the real material world} \\ & \xrightarrow{\text{formal definition on both the material object and environment}} \\ & \left\{ \begin{array}{l} f(T) \xrightarrow{T: \text{ tensor independent of reference system}} 0 \\ T \in S_{\text{ph}} \subset R^3 \end{array} \right. \in \text{the idealized material} \end{aligned}$$

显然,在这个一般性的描述模式中,对处于“确定物质环境(certain surround)”中的“理想化物质对象(idealized material object)”的形式认定具有前提性的根本意义,并且,一个以“张量形式(tensor)”出现的形式表述,完全独立于人们对于一切“参照系(reference system)”的选择。

如果将这个一般性表述与 Einstein 的“世界图”相比较,人们不难发现,在几乎所有的哲学理念方面,两者存在根本的差异:

首先,与“世界图”中的“普适性表述”完全独立于任何特定的物质对象不同,在这个一般性表述中,一切形式系统不仅决定于被描述的理想化物质对象,还根本决定于与该物质对象发生主要作用的“物质环境”。因此,与“相对论”从来不研究“存在条件,有限论域”不同,对于依赖“物质对象和物质环境”的“存在条件、有限论域与相关限制”的研究,始终具有前提性的地位。因此,一切合理的形式表述总是“条件存在和有限真实”的,甚至可以视为“确定物质环境中理想化物质对象”的一种重言式表述;

在这个一般性的形式表述中,不仅需要“理想化物质对象”构造一种形式认定,而且还要把这种理想化物质对象与“确定物质环境”构造一种必要的逻辑关联,以试图表现“物质世界”的“整体性”和依赖于自身而存在的“客观性”。事实上,物质世界是一个彼此作用和关联的整体。因此,当人们期望表现物质世界的某一个部分时,人们必须根据经验事实,将那个对于物质对象发生主要作用的部分,即“物质环境”同时加以形式认定。也正因为此,表现“物质对象”运动学行为的形式表述,总必须形式地定义在“特定物质环境”所主张的几何空间之中,从而与“世界图”依赖“参照系是否是惯性系”这样一种人为选择不同,不仅完全独立于“参照系”的人为选择,还必须借助一个“自身独立于参照系选择”而存在的“张量形式”加以表述。总之,如果说“世界图”将人类对于物质世界的认识完全寄托于某些智者对于“先验原理”的“直觉和顿悟”,那么,与之完全不同,人类自身的认知或者一切主观意志,除了表现在对于“理想化物质对象”的构造,必须在这个一般性的形式表述中被彻底摒除出去,以表现“物质世界”自存的规律;

当然,与“世界图”试图表现整个“物质世界”必须“同一地”服从某一个特定的形式表述(为

什么?完全不同,在这个一般性的形式表述中,任何特定的形式表述都不具普适意义。形式表述的差异,根本决定于被描述物质对象的差异。但是,描述物质世界的“语言”必须是严格“统一”和“无歧义”的,正如 Einstein 本人引入一对“原时和钢尺”作为时空量度的“同一化”基准一样,不允许对于形式语言的逻辑内涵做出任何形式的革命。并且,在这个意义上,一切形式表述与其被称为一种“规律”,需要某些特定的物质对象服从,不如更为恰当地将这些形式表述称为这些不同特定物质对象自身蕴涵的“抽象同一性”。于是,只要满足相同的认定前提,不同的物质对象仍然同一地满足形式上完全相同的形式表述。也正因为此,一切合理的形式表述总必须是“逻辑相容”的。

事实上,将一般性形式表述中的基本特征加以综合,则成为自然科学研究中必须严格遵循的“物质第一性”和“逻辑自治性”两个最基本原则。并且,这样两个不同的原则互为依赖地共存于自然科学研究之中。

4.4 自然科学研究中的“理性自律”

鼓励科学研究中的创新思维,绝对不是简单等价于鼓励思维的大胆或者随意,当然更不允许像 Einstein 所主张的那样,能够将严肃的科学思考过分草率和幼稚地寄托于“直觉和顿悟”之上。一旦科学工作者没有对科学研究工作进行严格的理性自律,最终将成为对科学的最大亵渎。如果仍然采用广重彻在其《物理学史》中的相关论述,自然科学研究中的“理性自律”并不是像 Descartes 认为的那样,可以先验地把握“绝对原理”,而仅仅是指物理学陈述中必须具备的“统一性”或者数学方法所蕴涵的“无矛盾性”。

现代哲学家指出:“在另一种意义上,说某物是有理性的或合理的是指,它与普遍的规则、规律和公认的目标相一致,而且它也坚持思维的某些性质,诸如一致性、连贯性、完整性等等。在此意义上,有理性意味着恰当的、有道理的、可理解等等。”^[7]因此,尽管“无矛盾性”并不能完全涵盖“理性”的全部内容,但是,理性得以存在的前提必须严格满足“无矛盾”的起码要求。

值得指出,作为 20 世纪著名的物理学家,Landau 在其著名的《理论物理教程》中曾经公开将理论物理中的“数学严谨性”称为“自欺欺人”。或许可以说,在这一点上,Landau 与作为“非理性主义者”的 Feyerabend 同样是诚实的,当然,这或许也是后者将人文主义中的“诚实”与“科学”加以关联的原因。任何一个诚实的人,无法否认现代理论物理中大量存在的“逻辑不自洽”问题。而且,作为一种显然的事实,绝对不会像年轻时的 Einstein 曾经以为(以及似乎作为一种科学研究方法所提出的那样),可以因为不承认或者漠视矛盾的存在而使矛盾不再存在。事实上,是否需要遵守以“严格遵循逻辑自治性”为基本内涵的“理性自律”,重新成为自然科学研究中一个不可回避的前提性问题。

4.5 关于“相对论”两个基本原理的一个附加评述

现代物理学这样指出,Einstein 的“相对论”通常包括了两个基本原理,即“相对性原理”和“光速不变原理”。

相对而言,在相对论的两个基本原理中,光速不变原理要简单得多。在《中国大百科全书—物理学》中,关于“光速不变原理”的陈述如下:

光在真空中总是以确定的速度 c 传播,这个速度的大小与光源的运动状态无关。更详细地说光速不变原理包含着下面这样一些内容:在真空的各个方向上,光信号传播速度(即单向光速)的大小均相同(即光速各向同性);光速同频率无关;光速同光源的运动状态无关;光速同观察者所处的惯性系无关。

其实,如果的确仅仅如同以上所述,那么,除了任何合理的物理学陈述本质上不允许引入那个完全虚幻,并且至今也无法定义的“惯性系”以外;与此同时,一旦真正理性意识到,一切以揭示“自存”于物质世界抽象同一性为根本目的的物理学陈述,必然需要独立于不同观察者,从而避免引起不同观察效应这样一种“唯物主义”的基本常识以外,Einstein 所说的光速不变原理,充其量只能被视为一种“过分平凡”的陈述,没有告诉人们光速与任何形式的“波动速度”有任何不同。事实上,作为一种“物性参数”,任何一种物质集合的“波动传播速度”都无一例外地拥有以上所述的不变性。

但是,如果关于光速不变原理的理解,实际上超出了以上陈述,还蕴涵着任何其他形式的波速都不得大于光速 c 的论断,则完全不当或者是完全荒谬的。物质世界的存在形式无以穷尽。如果说,电磁场被界定为一种传播“电磁作用”的一种特定物质存在形式,而光速被界定为这种特定物质存在形式的一种物性参数,那么,为什么不允许其他形式的作用以及相应传播这种作用的其他形式的“场”存在,从而呈现小于或者大于上述光速的波动速度呢?事实上,在随意篡改科学语言,或者对科学基本概念做出随意修改的同时,却赋予某一个特定“速度大小”在整个自然科学体系中以一种“前提性”的地位,甚至超越“语言和概念”不得存在“歧义”这样一种自然认识的本身,不仅仅反映 Einstein 将严肃的科学置于他一再渲染的所谓“直觉和顿悟”之上,揭示他的“主观唯心主义”,同时也暴露了当年的 Einstein 对于“逻辑”缺乏起码的判断力。

另外,即使仅仅考虑电磁作用,那么,随着电磁场自身状态的不同,例如存在电介质时,电磁波的传播速度可能不再相同。电磁场是一种独立的物质存在形式。因此,正如某些电磁场理论的著述正确指出的那样,处于电磁场中电介质所激发的极化电荷或者极化电流本质上应该归于电磁场的“源”,也就是说,除了自身的电磁学状态不同以外,不能对真空中的电磁场与介质中的电磁场做出有意义的区分。当然,也仅仅于此,才可能将波速视为物性参数。

一旦彻底放弃逻辑,从局部经验事实出发,借助改变概念获取局部经验事实的验证,当然,一切不仅会变得格外容易和轻松,而且,也自然地将概念杜撰者置身于“神”的位置之上。可以发现,特别在暂时面临某些认识困惑时,越是荒诞和神奇,也越是容易让人们在同样无需花费艰苦劳动的情况下得到一种心灵上的满足。此时,正如现代科学主流社会虔诚地反复告诫人们的那样,认识现代自然科学体系其实十分容易,需要的仅仅是对科学宗教的一种虔诚。当然,也正因为此,一些现代量子力学著述才会如此轻松地坦言:只要一开始就当作一种简单而自然的思考方式来接受,量子力学里面没有什么要弄明白的;或者更为甚者,量子力学将成为我们的孩子和孩子们的孩子们的一种常识。

关于相对论中的第二个基本原理,即“相对性原理”,由于这个原理涉及自 Newton 开创经典力学来的整个自然科学体系中一系列没有解决的基本概念,相对而言具有更大欺骗性。仍然采用现代物理学的一般陈述,相对性原理通常是指:

所有惯性系都是等价的,物理规律对于所有惯性系都可以表示为相同形式。并且,不论通过力学现象,还是电磁现象,或者其他现象,都无法确定物质对象的“绝对运动”。

首先需要认识到,由于惯性系无法定义,任何以惯性系为存在前提的陈述本质上没有任何意义,而且,如果否定物质对象存在属于自身的“运动状态”,恰恰反映了无以穷尽惯性系存在的无理性,随着速度可以在覆盖“从负无穷大到正无穷大的整个实数轴”上任意取值,一切与运动学状态相关的物理量,例如动量、能量乃至质能变换都不再具有任何意义,从而对整个自然科学构成了逻辑否定。

至于上面关于相对性原理解释中,指出物理规律在不同“惯性系”中需要保持形式上的不变性,似乎向人们显示了现代自然科学体系蕴涵的一种“客观性”品质。其实,这同样是在混淆视听,成为对客观性的歪曲。事实上,不仅仅由于惯性系无法定义,使得整个陈述变得没有任何实际意义,本质上只能被视为一种“空泛”陈述以外,更为重要的是在于:对于一切合理的物理学陈述,人们必须努力摆脱“观察者”的存在,从而避免观察者必然引起的不同观察效应的影响。因此,远不是不同参照系是否等价的问题,而是不允许将人为选择的参照系引入自然科学陈述之中的问题。

进一步讲,除了对于所描述物质对象的选择,或者对特定论题中对物质对象所作的“理想化”前提认定必然包含了人的主观意志以外,物理学陈述客观性原则的全部内涵在于:任何抽象同一的物质对象,必须服从形式上完全同一的物理学陈述,完全独立于一切参照系的人为选择。与其保持严格逻辑对应的是,随着某一个特定论题中的物质对象得以真正确认,那么,该物质对象的运动学必然也必须得以唯一确定,与那个和物质对象自身毫无关联的观察者没有任何关系。

结 束 语

一旦能够对被研究的物质对象做出一种基本符合真实的理想化认定,那么,蕴涵于这个特定物质对象自身的抽象同一性就成为这些理想化物质对象必须共同遵循的基本规律。但是,准确把握被描述的物质对象及其所处的物质环境,并且对它们做出合理的形式认定往往不是一件十分容易的事情。或者说,人们需要意识到,通常仅仅是在对某些物质对象的“行为规律”做出反复的认证和研究以后,人们才可能对特定物质对象的本质属性形成一种真正客观的认识。正因为此,纵览整个科学发展史,到处充满了人们“猜测”的思维痕迹。并且,当人类需要进一步了解大自然中许许多多的“未知”现象时,这样一种猜测式的研究方式仍然会继续下去。但是,这种由于对于物质对象缺乏切实认识而不得已采取的猜测式研究,并不妨碍人们对于现有的自然科学体系按照“理性自律”的基本原则进行重新梳理。事实上,如果科学的主流社会公开容忍形形色色“数学不严谨性”的存在,但是,为什么不能允许人们对现代自然科学体系进行一次历史性和全局性的梳理呢?

参考文献

- [1] Feyeraabend P. 自由社会中的科学. 上海:上海译文出版社,1990
- [2] 广重彻. 物理学史. 北京:求实出版社,1988
- [3] 许良英, 范岱年. 爱因斯坦文集(第一卷). 北京:商务出版社,1976
- [4] 杨本洛. 湍流及理论流体力学的理性重构. 上海:上海交通大学出版社,2003

- [5] 杨本洛. 自然哲学基础分析——“相对论”的哲学和数学反思. 上海:上海交通大学出版社, 2001
- [6] Yang Benluo, Reflection and reinterpretation on electromagnetic theory-Philosophical and mathematical examination of Maxwell's equations(待出版)
- [7] Nicholas Bunnin, 余纪元. 西方哲学英汉对照辞典. 北京:人民教育出版社, 2001
- [8] Landau L. D. and Lifshitz E. M. Quantum mechanics, Beijing World Publishing Corporation, 1999

第二部分

经典量子力学陈述系统的理性重构

彻底抛弃乃至鄙视自然科学研究中形形色色的“第一性原理”,相反,努力寻找隐含于形式表述背后那个为人们期待描述的物质对象本体,同时,努力发现形式表述系统与被描述物质对象之间,以及所有相关不同陈述之间任何可能存在的细小矛盾,以保持一切科学陈述必需的逻辑自治性,将成为检讨自然科学理论的一种基本方法。

第5章 经典量子力学“不合理” 陈述的初步探究

当面对某一个长期以来不能解决的重大科学难题的时候,努力寻找所有相关陈述中一切可能存在的“矛盾”或者任何细微的“逻辑不自洽”现象,成为必须共同遵循的基本研究方法。或者说,之所以采取这样一种在科学主流社会看来近乎于“吹毛求疵、洗垢求瘢”的大不敬方法,并且将其视为探索科学难题的一种“必由”之路,思考和解决一切重大科学难题的开端,其实完全源于“任何难题”的本质内涵无非是认识中仍然存在某种“认识矛盾”这样一个简单事实的缘故。

可以相信,如果依然接受或者信仰“一切矛盾陈述自然地意味着自否定或者逻辑自悖”这样一个简单、朴素乃至完全自明,然而却招致现代科学世界怀疑乃至完全否定的“理性”原则,那么,通过“寻求一切矛盾以最终解决矛盾”的研究方法同样是“客观”的,它并不决定于任何一个研究者的“好恶”与“主观”意志。

5.1 量子力学叠加原理和 Hilbert 矢量空间悖论

首先考虑量子力学中具有核心地位的叠加原理问题。汤川秀树曾经这样指出:对于兼有粒子性和波动性的量子力学对象,其波动性的本质仅仅寓于量子力学状态的“叠加原理”之中;另一方面,作为表现量子力学状态的“波函数”,则存在于人们通常所说的“Hilbert 空间”之中,定义为两个或者数个彼此“耦合”的矢量空间的一个矢量。但是,恰恰在经典量子力学这样两个最基本的前提认定之间,蕴涵着对于整个经典量子力学造成的逻辑悖论。

大部分研究者对于这个潜藏某种重大危机的前提性问题忽视了,或者由于量子力学建立在概念的“修正和不断创造”之上,几乎无处不存在矛盾,人们有意识地将这个问题回避了。也正因为此,一些量子力学研究者即使仅仅以某种隐讳的方式,或者本质上与本文完全不同的理解,能够指出这个问题的存在仍然具有特别意义。此处,除非为了保持叙述的连贯性稍作文字上的增删以外,不做任何解释地援引相关文献中针对叠加原理所作的陈述^①。

“状态的叠加大致可以分为两类。一类可以说是数学上的叠加。既然描述微观系统状态的是矢量,那么, Hilbert 空间任何两个矢量都可以相加得出一个确定的矢量;相应地,系统的任何两个状态都可以叠加成

^① 对于原来几乎完全不了解量子力学或者没有进行任何深刻思考的笔者而言,在学习、认识和逐步领会这个陈述系统希望表述的“物理内涵”以及相关“形式基础”的过程中,一些量子力学著述中经过了深刻思考的独立论述极具启发性。科学研究中,是揭示与正视任何可能矛盾的存在,还是掩饰矛盾和简单附会现成的理论体系,乃至最终归结为所谓的“第一性原理”,表现了两种截然相反的治学态度。当然,如果面对的是一些长时间没有解决的重大科学命题,那么,对于矛盾的揭示和思考往往并不就意味着问题得到立即解决。但是,能够诚实地指出问题存在的本身始终具有根本意义。虽然并不能简单认同汤川秀树先生、喀兴林先生、尹鸿钧先生以及其他一些量子力学研究者针对许多重大基础科学问题所作的论述,但是对于每一个同样希望进行独立思考,不愿意轻易接受“第一性原理”的读者,这些著述能够努力将某些存在的问题真实地展示出来必然具有重大启示意义。

一个新的状态。这两个态不需要处于相同的外部环境之中,也不需要具有相同的边界条件。一个单粒子束缚态按平面波展开就是一个例子,

$$|\Psi\rangle = \sum_i |p_i\rangle c_i$$

有的文献强调这件事是状态叠加原理,即强调物理量的两个本征态的叠加的性质。

状态的另一类叠加可以说是物理上的叠加。系统在相同的外界环境下的两个状态叠加成一个状态,

$$|\Psi\rangle = |\Psi_1\rangle c_1 + |\Psi_2\rangle c_2$$

不同文献对于这种叠加有两种态度,一是强调这件事是状态叠加原理,因此, Schrödinger 方程必须是线性的;另一种态度认为这是 Schrödinger 方程的线性性质的推论,亦即把 Schrödinger 方程的线性性质放在原理的地位。

其实,通常所强调的微观粒子的运动不同于宏观质点的主要一点正在这里,即状态的叠加不是概率的叠加;或者对位置表象的波函数来说,状态的叠加是先相加后平方而不是先平方后相加。这正是微观粒子波动性的关键所在。本书虽未将状态叠加原理放在基本原理的地位,但是倾向于将后一类叠加称为状态叠加原理。”^[2]

事实上,由于量子力学本身并不是一个真正逻辑相容的形式系统,人们永远不可能真正为其中的不同形式表述自圆其说。但是,明确指出在量子力学的叠加原理中,存在“先相加后平方”和“先平方后相加”两种完全不同的形式,相应表现了两种完全不一样物理内涵的叠加原则本身,对于量子力学可能存在的无理性仍然具有某种警示意义。

其实,如果像经典量子力学通常所说的那样,表现微观系统状态的波函数必须定义在某一个 Hilbert 空间之中,相反,对于该空间中满足量子力学基本方程,即所谓 Schrödinger 方程的任意,它们的矢量和依然满足量子力学基本方程而自然成为一个态矢量,即

$$\begin{aligned} \forall |\Psi_i\rangle : i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi_i\rangle &= \hat{H} |\Psi_i\rangle \\ \rightarrow \\ \exists |\Psi\rangle = \sum_i c_i |\Psi_i\rangle : i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi\rangle &= \hat{H} |\Psi\rangle \end{aligned} \quad (5.1.1a)$$

式中出现的约束方程即 Schrödinger 方程。显然,据此所作的叠加只能属于“先相加后平方”的形式。但是,在量子力学关于“态”所举“几率”意义的经典陈述中,同时又需要人们接受“先平方后相加”的叠加形式

$$1 = \sum_i c_i^2 \quad (5.1.1b)$$

式中的 1 由几率解释的“归一化”原则所确定。这样,对于上述两个基本形式表述,即在数学上必须予以满足、属于矢量空间的叠加原理与物理上期望表现“几率”特征的叠加原理之间,必然存在一种蕴涵“自否定结构”的逻辑悖论^①。

量子力学的进一步陈述将说明,作为量子力学“统计陈述”得以存在的形式基础恰恰在于, Schrödinger 波动方程并不真实同于数学上“偏微分方程所构造定解问题”中的“泛定方程”。所有“仅仅”满足“泛定方程”的

① 本书以一个原先不熟悉量子力学的学习者的身份,从基元概念开始进行逐一思考。当然,熟悉量子力学的研究者都知道,其实这正是量子力学为什么需要引入“纯态”和“混合态”两种不同人为定义的“态”函数,乃至往往进一步将两种不同“态”的存在再归结为与量子力学所研究物质对象自身无关“测量”操作的原因。但是问题同样在于,对于“习惯成自然”的研究者,没有意识到这样一种处理方法则逻辑地意味着量子力学中的“态”不具“确定性”意义,或者不属于具有“不变内涵”的基本概念。

波函数在大部分情况下都是不可叠加的。事实上,在量子力学中,人们几乎从来没有一次像处理数学上的“定解问题”那样,由泛定方程通解出发,再根据相应边界条件相应求得唯一解的问题。那些仅仅满足“泛定方程”的每一个“通解”根据不同的需要,被人们“随心所欲”地赋予完全不同的物理意义。在许多具体算例中,一个“单独”的通解通常直接对应于量子力学中的一个“态”函数,并由此构造相关的“几率”表述。

在汤川秀树的《量子力学》中,曾经花费较大篇幅特地指出,那个用以表现粒子“波动性”特征的叠加形式为

$$P_{ab} \propto |\Psi_a + \Psi_b|^2 = |\Psi_a|^2 + |\Psi_b|^2 + 2\text{Re}(\Psi_a^* \Psi_b)$$

其中, Ψ_a 和 Ψ_b 表示两个独立的“态”函数,分别为“定态”Schrödinger 方程所描述。显然,这个形式表述得以存在的前提是:不能将 Ψ_a 和 Ψ_b 简单地视为 Hilbert 向量空间中两个具有可加性的矢量,直接由它们的矢量和定义 Hilbert 空间中另一个待定的矢量,即

$$\Psi_a + \Psi_b \neq \Psi_{ab}$$

而且,量子力学中的幅角定义于“虚数”域中,对“几率”的大小没有任何“实际”影响,上述形式表述希望表现的“干涉项”并不真实存在。当然,在数学上这正是量子力学中“演化算符”恒为“么正算符”的根本原因。需要注意,这与量子力学中另一个相关的形式表述

$$|\langle a_i | \Psi \rangle|^2 = |c_1 \langle a_i | \Psi_1 \rangle + c_2 \langle a_i | \Psi_2 \rangle|^2$$

$$: |\Psi\rangle = c_1 |\Psi_1\rangle + c_2 |\Psi_2\rangle, \quad \hat{A} |\Psi\rangle = a_i |a_i\rangle$$

并不相同,其中 $|a_i\rangle$ 为与力学量 A 对应的本征函数,实际上用来表示“测量”以后与最初的 $|\Psi\rangle$ 完全不同的另一个“独立”态。

显然,从物理内涵考虑,建立在连续性假设上的 Schrödinger 波动方程根本不能用来描述量子力学期望刻画的“离散”物理本质。从形式逻辑考虑,Schrödinger 方程不同于数学上的偏微分方程,无法构造具有唯一解的定解问题。或者说,对于仅仅服从泛定方程的通解所构造的向量空间完全不同于量子力学中的 Hilbert 向量空间,通解集合中的不同函数不同于被量子力学赋予特定物理内涵的波函数。

5.2 经典 Schrödinger 方程蕴涵的无理性

任何大概了解 20 世纪物理学史的人都知道,首先存在 de Broglie 提出的物质波概念以及关于物质波的相关形式表述,继而才由 Schrödinger“构造”了一个数学表述,使上述物质波能够满足于这个创造出来的数学表述。这个数学表述就是被称为“量子力学基本方程”的 Schrödinger 波动方程。

但是,Schrödinger 本人在构建这个数学表述之初就一再强调波动方程的连续本质,严词拒绝将其与不连续的量子效应关联,甚至指出,假如必须承认该死的量子跳跃,就悔不该过问什么量子理论了。事实上,即使勉强引入“波群”这样一种并不具有确定形式表述与物理内涵的概念,依然无法把 3 维空间中的一个“个别粒子”的真实行为与另一个几乎完全不相关的 2 维平面中的波构成逻辑关联。正因为此,在许多现代量子力学著述中,已经抛弃或者试图努力回避关于物质波的概念,仅仅将 Schrödinger 方程作为一种不可证明的“基本约定”或者“公理化假设”引入量子力学体系之中。

但是,无论直接视为一种纯粹的“公理化假设”或者为许多量子力学研究者称作的“第一性原理”,还是尊重历史事实,仍然被看作是 de Broglie 物质波的某种推论,经典陈述的 Schrödinger 波动方程建立在连续空间之上,与量子力学期望描述的“离散实在”存在本质差异则是不争的事实。因此,量子力学中这个所谓的基本方程必然蕴涵着一系列的基本认识不当。

此处,首先从经典意义的三个不同侧面出发,说明 Schrödinger 波动方程存在的不合理性。

5.2.1 经典表述 Schrödinger 方程的“非动力学”本质

在经典量子力学中,当人们考察某一个量子系统中的任意可观察力学量 F 时,虽然根据量子力学的“几率”解释,这个力学量的取值并不确定,处于变化之中,但是,对应于由波函数所表述的一个特定的量子力学态 Ψ ,作为量子系统这个特定力学量的“平均值”却具有确定的意义,即

$$\langle F \rangle = \langle \Psi | \hat{F} | \Psi \rangle \quad (5.2.1)$$

式右出现的 $\hat{F}$ 表示与原力学量对应的算子。

一般情况下,量子系统处于时间域的动态变化之中。因此,对于力学量平均值的上述形式定义,态函数通常还被认定为时间的函数,即 $\Psi(x, t)$ 。这样,对于量子系统中的任何力学量,它的变化规律可以通过波函数在时间域中的变化规律加以表征。经典量子力学指出,态函数的变化应该服从量子力学的基本方程

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t) = \hat{H} \Psi(x, t) \quad (5.2.2)$$

该方程即同时定义于时间域和空间域之中的 Schrödinger 波动方程,而出现在方程右侧作用于待定波函数的算子,为与粒子系统 Hamiltonian 对应的算子。

直接利用 Schrödinger 方程,不难立即推得力学量平均值的时间变化率为

$$\frac{d}{dt} \langle F \rangle = \frac{\partial}{\partial t} \hat{F} + \frac{1}{i\hbar} [\hat{F}, \hat{H}] \quad (5.2.3)$$

与之对应, Schrödinger 方程理所当然地被视为量子系统的“动力学”方程,可以用以表现量子系统中一切物理量的动态变化规律。

另一方面,作为与以上基本陈述无关的另一个独立假设,如果量子系统的 Hamiltonian 不显含时间 t ,则待求的态函数存在如下所示的形式分解:

$$| \Psi(x, t) \rangle = | \varphi(x) \rangle f(t) \quad (5.2.4a)$$

基于此可作分离变量,即原始 Schrödinger 方程相应存在等价表述:

$$\begin{cases} \hat{H} | \varphi \rangle = E | \varphi \rangle \\ i\hbar \frac{\partial}{\partial t} f(t) = E f(t) \end{cases} \quad (5.2.4b)$$

这样,一般 Schrödinger 方程进而转化为一个“定态 Schrödinger 方程”以及另一个独立“时变方程”的复合。根据定态 Schrödinger 方程的线性特征,待定常数 E 对应于某一个基础解系。或者说,待定常数 E 构造了一个人们通常所说的本征值系,与本征值对应波矢量称为本征函数。当然,能否进行这种形式变换,仅仅决定于不同量子系统自身蕴涵的不同特征,与普适的 Schrödinger 方程无关。

但是,在几乎任何一本量子力学的经典著述中都无一例外地做出证明:如果某一个量子系统符合最初“定态”假设,那么,只要力学量自身不“显含”时间因子,并且还满足与体系 Hamiltonian 算符的对易条件,即

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial t} = 0 \\ [\hat{F}, \hat{H}] = 0 \end{cases}$$

则由式(5.2.1)所定义的力学量期待值“恒”保持不变,即存在

$$\frac{d}{dt}\langle F \rangle = \langle \Psi | \frac{d}{dt} \hat{F} | \Psi \rangle \stackrel{\frac{dF}{dt}=0}{=} 0 \quad (5.2.5)$$

通常,这个力学量被称为粒子系统的守恒量。从形式逻辑考虑,此式表明,尽管某一个为 Schrödinger 方程所描述量子系统处于“动态”变化之中,但是,只要满足上述的分离变量条件或最初的“定态”假设,那么,属于粒子系统任何一个“守恒量”的平均值处于恒定不变状态之中。

众所周知,如果依照现代理论物理的基本理念,粒子系统的“动量”几乎总可以被视为守恒量,也就是说守恒量本身并无过分的特殊性。于是,量子力学的经典陈述给人们展示了这样一种十分反常的“奇异”情况:量子力学中的粒子系统即使真正处于时间域的“动态”变化过程之中,当然属于这个系统,包括守恒量在内的力学量必然同样处于动态变化之中;但是,在量子力学中,能够并且也必须借助 Schrödinger 方程所描述(守恒)力学量平均值,却在本质上始终处于一种“静态”的恒定不变状态之中。因此,从刻画粒子系统力学量“动态”变化的这个特定目的考虑, Schrödinger 方程并不真的属于“动力学方程”的范畴,无法用以反映物理量的动态变化特征。尽管此处似乎存在“守恒量”或者“平均值”的限制,表现为某种非一般的特殊情况,但是,根据形式逻辑,对于任何“特例”的否定,足以构造对于整个命题的“完全性”否定。

相对而言,以上针对 Schrödinger 方程不具“动力学方程”基本功能的否定性证明,更多依赖于纯粹的逻辑推理。但是,无论是 Heisenberg 指出量子力学存在的前提性矛盾,或者 Dirac 只不过将量子力学中数学形式的变换视为“有趣游戏”,以及 Landau 直接将数学严谨性称为自欺欺人,量子力学是完全不在乎逻辑的。正因为这个缘故,对于上述的 Schrödinger 方程“非动力学方程”特征,量子力学根本不可能予以认真的关注。

事实上,对于经典量子力学基本方程本质蕴涵的“非动力学”特征,应该说早已成为量子力学中的真实存在,尽管并没有为许多研究者形成明确的认识。人们可以发现,量子力学的经典陈述从来没有按照动力学方程的意义,同时在时间域和空间域求解过“非定态”的 Schrödinger 方程。而且,对于只能将量子力学中的时间视为“参数”的所谓 Pauli 定理,或者为某些著述所指出两次“独立测量”之间为 Schrödinger 方程所描述的“态矢量”必然满足的“时间平移”不变性,乃至时变算符恒为“么正算子”的这一系列事实,它们都同时揭示量子系统的力学量(即使仅仅从统计平均意义考虑)其实是“不变”的。这样在本质上,量子力学中的动力学基本方程其实是“非动力学”的。

其实,整个量子力学全部要害问题恰恰在于尹鸿钧先生所说的,人们至今对“量子力学对于认识以外的客观世界究竟给出了‘什么’以及‘什么深度’的表述”这一基本问题的完全无知之上。当整个量子力学只能依赖“第一性原理”而存在时,由于根本不知道整个陈述系统所描述的“物质对象”是什么,也不知道应该如何“形式”地表现 Bohr 所说那个真实存在的“量子跃迁”,或者由于对于经典量子力学得以存在的物理基础,以及这个同样只具“有限表述”能力的陈述体系的“有限论域”,量子力学中所有的陈述只能成为“形而上学”和“随意推测”的奇异结合体。量子力学几乎总是从一个“形式逻辑上并不准确、物理上没有任何理论依据或者物质基础”的人为认定出发,再随意使用“仅仅存在于‘局部域’的演绎逻辑”,来“推导”另一个同样不具准确内涵的推论。当然,这才是 Dirac 将量子力学中的数学演算戏称为“有趣游戏”,Landau 将数学严谨性视为自欺欺人的真实内涵。

事实上,经典表述的量子力学在有意识和无意识地将形式表述变得过分复杂化的同时,几乎处处存在逻

辑推理上的悖论,根本没有形式逻辑可言。

5.2.2 经典表述 Schrödinger 方程不同于“数理方程定解问题”中的泛定方程

必须理性地接受:除了用以保证相关推理的有效、合理或者逻辑相容,数学不可能说出比前提更多的东西。因此,即使不考虑数学自身是否严格遵守的“无矛盾性”准则的问题,一个与物理真实完全无关,纯粹人为杜撰的形式表述在自然科学中其实并无什么实际意义,或者充其量只能像 Dirac 所说的那样被视为一种“游戏”而已。不难发现,在任何一个具有实际意义、由偏微分方程所构造的定解问题中,其中的泛定方程本质上可以视为对被描述“特定物质对象或者物理实在”的一种形式定义,或者对于这些“理想化”存在所蕴涵“共性”特征的一种形式表述。当然也正因此,一旦通过“边界条件与初始条件”将该理想化存在的某种“个性”特征加以确定,那么,需要描述的物理现象就能够得以唯一确定。

但是,与量子力学以前的理论物理中几乎所有的理论方程总源于某种“物理真实”,相应表现物质对象自蕴的某种抽象特征不同,Schrödinger 波动方程则是纯粹人为“创造”出来的。其实,也仅仅因为此,一个为 Schrödinger 没有预料到的重要事实是,除非仅仅视为一种游戏,这个数学表述根本不属于一个有意义的偏微分方程,或者说,它根本不可能成为一个被赋予确定物理内涵“数学物理模型”中的泛定方程。

当然,最初将 Schrödinger 方程定义为物质波的一般性表述,作为一个动力学方程被引入到量子力学体系中的时候,可以相信 Schrödinger 本人绝没有意识到这个方程和一般形式的数理方程可能存在任何差异。甚至可以这样推测,Schrödinger 在考虑如何构造这个方程的时候,几乎可以视为今天求解线性微分方程通常使用“频谱分析法”的一种逆向思考过程,将待求的波函数在形式上可以定义为 de Broglie 平面波所构造“驻波”的线性叠加。当然,也正因为此,Schrödinger 才会愤怒地拒绝任何将他的理论与“量子跳跃”相联系的企图^①。

事实果真像 Schrödinger 所期待的那样,能够将 Schrödinger 波动方程视为一般意义上的数理方程吗?或者说,不妨让我们重新审视一个最简单,然而也最为基础的问题:如果量子力学基本方程的确像 Schrödinger 本人理解的那样,能够成为纯粹表现波动特征的数理方程,那么,这个方程的一般数学特征应该怎样呢?

此处,考虑单粒子在势场 V 中运动的一般性问题,相关的 Schrödinger 方程为

$$\left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\nabla^2}{2m} - V \right) \Psi = 0$$

根据数理方程的一般知识,相关的定解条件为

$$\begin{cases} a\Psi + \frac{b\partial\Psi}{\partial n} = c & x \in \partial V \\ \Psi(x, t) = \Psi_0 & t = 0 \end{cases} \quad (5.2.6a)$$

① 在《尼尔斯·玻尔集》中,人们记述了构造量子力学的历史过程。此处不妨援引关于这个历史过程中的一段生动描述:“Schrödinger 不但试图将定态诠释成‘驻物质波’,而且,企图将这种定态之间的跳跃描绘成一种连续过程,一种振动将慢慢消逝而另一种振动则慢慢地形成。但是,Bohr 指出,没有不连续的跃迁,甚至连 Planck 辐射公式都不存在。Bohr 的坚持使 Schrödinger 陷入了绝望,他解释说,假如必须承认该死的量子跳跃,他就悔不该过问量子理论了。继而 Bohr 答道,但是,我们大家感谢你曾经问过,波动力学的表述形式代表大大迈进的一步。”^[5]

其中边界条件定义在所论论域 V 的边界之上。由于这个单粒子的量子系统符合上述的“定态”假设,相关定解问题的解最终可以表述为形形色色“驻波”的叠加,即

$$\Psi(x, t) = \sum c_i \Psi_i \quad i \in (1, 2, \dots) \quad (5.2.6b)$$

式中的 Ψ_i 对应于不同形式的驻波,而驻波的具体形式决定于边界条件,叠加系数则由初始条件所决定。

人们熟知,量子力学无论在哪一个特定问题的研究中,从来没有提供任何符合物理真实的初始条件。或者说,与式(5.2.5)

$$\frac{d}{dt} \langle F \rangle = \langle \Psi | \frac{d\hat{F}}{dt} | \Psi \rangle \stackrel{dF/dt=0}{=} 0$$

一致,如果用单位张量算子取代此处的力学量算子,则始终存在

$$\frac{d}{dt} \langle \Psi | \Psi \rangle \equiv 0 : \hat{H} | \Psi \rangle = E | \Psi \rangle$$

因此,在本质上无需也无可能关注某一个初始量所构造的所谓“初始条件”问题。当然,也正因为此,在经典量子力学的所有陈述中,人们可能关注的仅仅是“定态”Schrödinger 方程的本征值问题

$$\begin{cases} (\hat{H} - E_i) | \Psi_i \rangle = 0 \\ a | \Psi \rangle + \frac{b \partial}{\partial n} | \Psi \rangle = c \end{cases} \quad (5.2.7a)$$

这样,进一步论证了前述 Schrödinger 方程不具有动力学特征的论断。但是,仅此尚不足以说明 Schrödinger 方程在数学性态上的完全反常。事实上,即使能够把不同离散本征方程所定义的本征函数视为 de Broglie 所说的驻波,但是因为根本不存在具有任何确定“物理内涵”的定解条件,所以无法按照式(5.2.6b)所示的叠加原理,构造形形色色“驻波”的线性叠加,以表示数理方程“定解问题”需要满足“唯一性”要求的那个确定解。当然,正因为此,量子力学在求解 Schrödinger 波动方程所定义的态函数时,从来没有按照数理方程定解问题的一般求解途径,使用过上述的叠加原理^①。

恰恰与“数理方程恰当定解问题”中单个“通解”不具确定意义,只能借助“叠加”的方式以求得吻合于定解条件“唯一解”的途径完全相反,量子力学将“每一个”本征函数都视为一种具有确定物理内涵的“独立”存在,并且,根据纯粹的“人为”约定,或者量子力学必须普遍遵守的“几率”诠释,构造了具有普适意义的归一性条件

$$\langle C_i \Psi_i | C_i \Psi_i \rangle \equiv 1 : \text{every single } i \quad (5.2.7b)$$

由此求解属于“每一个”本征函数的归一化系数。并且,由此进一步构造人为定义

$$\text{Prob}(| \Psi_i \rangle) = | C_i |^2 < 1 : \text{every single } i \quad (5.2.7c)$$

用以表示本征值问题中任意一个本征函数所对应的几率^②。

显然,对于此处最初所说的波动方程而言,即

① 此外,在量子力学的经典陈述中,也不存在表现“个性”特征和具有“独立”意义的边界条件。量子力学那个通常使用的边界条件,只属于“统计描述”的一般性特征,并且,仍然形式地源于泛定方程。

② 此处关于本征函数几率的定义,本质上仍然属于一种人为的认定。但是,以后的分析表明,这种认定在物理意义上应该是大体合理的。并且,此时不同的本征函数应该视为不同的“独立”存在,人们无需也不能再为不同“归一化”系数构造其他形式的约束,如系数平方和为1的通常认定,否则引起超定。仅仅对于式(5.2.6)所示的数理方程定解问题,才需要和能够考虑某一个特定状态,如给定的初态,在不同本征函数上展开以及由此而引起的不同展开系数之间的关联问题。

$$\left(\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar^2\nabla^2}{2m} - V\right)\Psi = 0$$

如果说式(5.2.6)完整定义了一个数学上的恰当“数学物理”问题,那么,对于量子力学中为式(5.2.7)所表示的只是某一个特定“运算”规则。等价地说,Schrödinger 波动方程根本不同于数学上所述“数理方程定解问题”中的那个泛定的偏微分方程,充其量只能被视为一种不具普适意义的“数学符号”,或者建立在“第一性原理”意义上的纯粹人为认定。

5.2A 关于“数理方程”形式特征及其哲学思考的附加陈述^①

从求解物理问题的角度考虑,人们通常需要了解某一个“特定”理想化物质对象,在某种“特定”条件下展现的某一种“具体”行为。这个命题本身就构造了数学上通常所述的“数理方程”的定解问题。

仅仅从形式逻辑考虑,对于数学物理方程所构造的一个完整“定解”问题,必须首先包括定义于某给定域 D (通常包括空间域以及时间域) 中的泛定的偏微分方程

$$Lu = \mu_0 \in D$$

以及定义该给定域边界 b_i 之上的定解条件

$$L_i u = \mu_i \in b_i$$

除了个别简单情况,边界上的定解条件能够直接为某一个“数量”分布所定义以外,在大部分情况下,定解条件仍然表现为某一种特定“物理作用”。作为“作用式”的一种最简单的表述形式,最少对应于某一个一阶的“线性”关系式。于是,与其对应的泛定方程,起码为一个二阶的微分方程。当然,这正是经典电磁场方程组只有变化为二阶形式才可能处理具体问题的原因。

而从哲学理念考虑,对于以某种确定物质对象为研究对象,被赋予特定物理内涵的数理方程定解问题而言,泛定方程所表现的则是属于该特定“理想化”物质对象的一种“共性”特征。或者说,泛定方程所表现的是物质对象自身蕴涵的一种“物质”属性。对于任何抽象同一的理想化物质对象,都应该满足相应的泛定方程。但是,定解条件则不然,它刻画的是“同一化”物质对象在不同特定情况下展现的“个性”特征。因此,仅仅借助反映“个性特征”的定解条件,属于某一个特定物质对象的特定运动才可能得以形式确定。

此外,如果数理方程属于线性方程,那么,总可以通过“频谱”分析的方法,构造属于泛定方程的一个完备的“本征函数”空间,进而利用线性方程共同满足的“线性叠加”原理,根据定解条件确定与其对应的唯一解。以上属于数理方程的一般形式特征及其相关“哲学”解释。

但是,出现在量子力学中的数学表述则完全不同于一般数理方程的一般特征。不仅 Schrödinger 仅仅源于纯粹人为构造的“思维实验”,而且,现代量子力学通常所述的边界条件同样不具备特定的物理内涵,而只是“几率”分布必须具备的“共性”特征,根本不可能用来作为定解条件。

事实上,对于任何一种“第一性原理”的陈述,除了像杨振宁先生所说“触及灵魂的震动”以外,本质上是存在逻辑的。此时,逻辑仅仅从属于“第一性原理”,需之则取,违之则弃。当然,这也是本书不断重复 Dirac 将量子力学作为存在基础的“形式变换”仅仅称为“有趣游戏”,反复引用 Landau 在其《量子力学》著述中将理论物理中的数学严谨性公然称为“自欺欺人”的缘故。事实上,当面对更多或者更为复杂的事实,需要重新理性地认识与考察“量子力学”、“相对论”乃至 Hilbert 以“公理化假设”的称谓回避数学基础逻辑悖论等一系列陈述系统真伪性时,正是这些“平白、坦率而透彻”的话语可以成为形成理性判断的思维基础。事实上,即使允许放弃“概念”的统一内涵、不在乎形形色色前提性“矛盾”的存在,能够根据“第一性原理”暂时成功地构造一个像 Heisenberg 曾经诚实指出的“实验室的‘数’的系统”,但是问题在于,一旦需要考虑更为复杂的物理现

^① 近日与个别量子力学研究者交流过程中发现,似乎对“Schrödinger 方程从来没有当作真正的数学物理方程使用过”的论断觉得难以理解。因此,从一般“哲学理念”以及相关“形式逻辑”两个方面出发大致分析数理方程的基本特征,对于重新认识量子力学应该是有益的。

象时,这样的数据系统由于概念的不统一和形式矛盾的存在而不再具有意义。

显然,对于相同的波动方程,式(5.2.6)和式(5.2.7)分别构造了两种不同的运算规则,相应表述完全不同的物理内涵。也正因为此,在以上表述中,有意识地将根据“归一化”认定所构造的系数 C_i 和依据“初始条件”构造的展开系数 c_i 做出明确的区分。

人们不难发现,在第一种模型,即把 Schrödinger 方程视为“数理方程”的一种“数学”意义的理解中,即使能够提供某一个具有确定物理意义的定解条件,它“期望”以及“可能”表达的也只是“平面波”的某种线性叠加,最终在“3 维空间以及 1 维时间域”所形成的“唯一”结果。但是,与数学上的这种通常理解完全不同,量子力学所关注的仅仅是“定态”问题所构造的关于本征值问题“基础解”系中的某一个“单独”的解,而不是整个“基础解系”某种形式的叠加。在没有任何其他约束条件时,它的每一个本征函数都可以视为一种独立存在,并且,被赋予了独立的物理意义。

因此,对于相同的 Schrödinger 方程,在一般数理方程理论和量子力学中,所对应数学特征和相应希望表达的实际内涵方面都完全不同。当然,如果“定态 Schrödinger 方程”的确像许多量子力学著述所指出的,能够“本质(即使仅仅在一种‘大概’意义上)”地对应于“能量极值”定理,那么,对于量子力学研究中为什么只是实际使用第二种运算规则,仍然可以认为在原则上是可接受的。在后续分析 Schrödinger 方程与能量极值原理逻辑关联时作进一步的讨论。

但是,如果没有对两种完全不同的“运算规则”加以明确区分,不能揭示量子力学运算规则中离散形式的“通解”可能蕴涵着“能量极值原理”这样的物理内涵,那么,Schrödinger 本人自然不愿意接受一种完全“无理”的论述,即将“量子跳跃”和“几率诠释”强行置入一个必须以“连续性”假设为基本前提的波动方程所构造的定解问题之中。其实,往往限制于认识的“时代”局限性,对于某一个特定问题的认识往往处于有待“深刻化”的历史进程之中。但是,承认问题的存在、不掩饰矛盾则始终是科学研究者需要具备的基本素质。

5.2.3 经典表述 Schrödinger 方程与“叠加定理”之间的自否定结构

作为以上分析的一种重复性陈述,如果仍然将 Schrödinger 方程视为一个可以相应构造定解问题的偏微分方程,并且,从一般的数学处理方法考虑,则对于满足本征方程的一切本征函数,它们的任意线性叠加仍然满足本征方程。当然,由定解条件构造的唯一解也满足本征方程以及那个最初给出的动态波动方程,相应存在如下的蕴涵关系:

$$\Psi = \sum c_i \Psi_i : (\hat{H} - E) \Psi_i = 0 \rightarrow (\hat{H} - E) \Psi = 0$$

此式表示,本征函数的线性叠加仍然是原本征值问题的解,而且,本征函数族构成了一个“无穷”集合,对于该无穷集合中的某一个“单独”存在的本征函数而言,不具有确定的物理意义。因此,在这种情况下,无论是“先叠加后平方”这样的“数学叠加”原理,或者是“先平方后叠加”的“物理叠加”原理,原则上都不存在。

5.3 两类 Heisenberg 方程的不同物理内涵

集中了 20 世纪初叶许许多多西方科学家的共同努力,创造出了一个如此复杂的经典量子力学体系。尽管由于这个陈述系统将基础建立在“承认矛盾”之上而必然蕴涵着形形色色认识悖谬,但是可以被视为人类自然科学发展历程中的一个重大事件。起码可以这样说,20 世纪科学世界曾经做出的种种努力,在极大丰富了现代人类物质生活的同时,对于如何探索物质世界做出了一种“试探性”贡献。

但是,不能回避或者更需要深刻反思的是,当西方学者期望使用纯粹的“形式语言”,并且,

运用比东方民族曾经做出更多贡献的“逻辑推理”方法,试图构造用以描述“整个”物质世界的自然科学体系,提出形形色色的大胆设想的时候,一个十分致命的问题在于:目标虽然十分宏大,提出所有不同设想时也表现得十分果敢,但是,思维并不缜密,甚至远谈不上严肃,以至于最终不得不放弃了一切有意义陈述必需的“无矛盾性”原则。其实,对于任何一个仅仅接受过一般教育的普通人,都能懂得这样一个十分浅显的道理,当某一个前提性的问题尚没有很好解决的时候,在其基础上进行的推理几乎没有任何意义。因此,在缺乏坚实基础的前提之上,过分急切地进行“不讲究逻辑严密性”和“不加条件限制”的无穷推理同样没有意义。事实上,正是这种极其不良的思维习惯,在“何为惯性系”、“如何定义以及解释湍流”、“为什么允许 Maxwell 提出‘位移电流’这样一个纯粹的人为假设,它的物理内涵到底是什么”、“为什么不需要甚至不允许对 Michelson-Morley 实验做出理性解释”、“何以会出现理解‘熵’的神秘性”等一系列自然科学体系的基础概念之上,一直处于严重的前提性认识困惑之中。

其实,恰恰源于许多前提性的问题没有解决,现代自然科学体系在“过分简单”地追求形式,或者“过分形而上学”地追求一种“表观”意义上过分复杂化形式的同时,不仅深刻蕴涵着一系列明显存在的认识悖论,而且将人们的认识进一步引入紊乱。

也正因为此,当 20 世纪前半叶的 Bohr,或者 20 世纪后期的 Prigogine 往往喜好盛赞“东方智慧”的时候,不仅只能将这种称赞视为现代科学世界掩饰逻辑推理中存在重大缺陷的一种遁词,而且,在某种意义上,这样一种称赞甚至与 Einstein 曾经公开表示东方民族缺乏逻辑思维能力的轻蔑并没有太多的本质差异。无论是对东方思维的赞誉还是蔑视,或许同样表现了西方民族具备一种特别坦诚的优秀品质。但是,对于对东方民族不擅形式逻辑的一种根深蒂固意识,似乎成为某些西方学者一种难以掩饰的共同思维定式。当然,任何一个诚实的人都不应该否定西方民族曾经在形式逻辑上做出了巨大的历史性贡献。但是,对于仍然以西方研究者为主的现代科学世界,在源于他们祖先曾经做出的巨大成就而表现得过分自信或者自负的时候,却公然容忍矛盾的存在,蔑视自然科学陈述中的数学严谨性,以至否定曾经为每一个具有理性思维能力者共同信奉的“矛盾意味着对理性自弃”这样一种极其自然基本原则的时候,对于属于“整个人类”的自然科学事业而言,迫切需要的正是捍卫曾经为西方学者做出巨大贡献的形式逻辑,以及形式逻辑所捍卫的“无矛盾性”原则,彻底批判当今科学主流世界及包括“数学”在内的整个自然科学体系中对以“逻辑相容性”为本质内涵的“科学精神”一种令人难以容忍的践踏。

科学根本不同于技术。一方面,与当今科学主流社会极力推崇的“第一性原理”完全相反,人类永远不能说出比“大自然”本身更多的东西,一切科学陈述只能本质地渊源于经验事实,并且必然“条件”地和“有限真实”地吻合于相关经验事实;另一方面,经验事实无以穷尽,因此,任何实验验证对于科学陈述永远不具肯定意义。原则上,科学的本质精神仅仅寓于一切科学陈述必需的无矛盾性之中——与理想化物质对象的严格逻辑对应,不同陈述系统的严格无矛盾性。事实上,根据最简单的逻辑推理,只要不满足“逻辑相容性”原则,那么,相关陈述必然“无以穷尽”地存在与经验事实不相符合的矛盾。无视矛盾,才是真正的自欺。

当然,正如本质地源于一个无法为现代科学世界否定,量子力学至今缺乏“可靠哲学基础”问题的存在,或者更为准确地说是由于根本不知道“量子力学到底描述什么”这样一个过分反常的逻辑错乱,量子力学在将形式逻辑仅仅视为“有趣游戏”的同时,却将整个形式表述变得过分“繁杂”化和过分简单的“形而上学”化的同时,必然到处充满矛盾。此处,让我们继续重新考

察表现量子系统“时间演变”的两种“绘景”问题。

5.3.1 量子力学两种“动力学”绘景的提出

根据经典量子力学基本假设,如式(5.2.1)所示,对于粒子系统任何一个力学量 F , 它的平均值允许和只能通过波函数 $|\Psi\rangle$ 表示为

$$\langle F \rangle = \langle \Psi | \hat{F} | \Psi \rangle$$

并且,相应存在如式(5.2.3)所示的时间变化率

$$\frac{d}{dt} \langle F \rangle = \frac{\partial}{\partial t} \hat{F} + \frac{1}{i\hbar} [\hat{F}, \hat{H}]$$

另一方面,经典量子力学又同时指出,虽然波函数还是时间 t 的函数,但是总可以将其表示为“定态”波函数与某个时变算子的叠合,即

$$|\Psi(t)\rangle = \hat{U} |\Psi_0\rangle : (\hat{H} - E) |\Psi_0\rangle = 0$$

于是,力学量的平均值表述为

$$\langle F \rangle = \langle \Psi | \hat{F} | \Psi \rangle = \langle \Psi_0 \hat{U}^\dagger | \hat{F} | \hat{U} \Psi_0 \rangle : (\hat{H} - E) |\Psi_0\rangle = 0 \quad (5.3.1)$$

如果将其视为一种形式定义,那么,由该表述式所形式定义的“时变算子”仍然服从最初的波动方程,即

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{U}(t, t_0) = \hat{H} \hat{U}(t, t_0) \quad (5.3.2a)$$

进而,不难证明时变算子恒满足

$$\hat{U}^\dagger \hat{U} \equiv 1 \quad (5.3.2b)$$

即时变算子恒为么正算符。其实,无须像一些量子力学著述通常所作的那样,为其构造“繁琐其实并不严密”的证明。时变算子恒为么正算子的结果几乎是一目了然的自然推论。事实上,因为 Schrödinger 方程中的时变算子被完全限制在“虚数”域中,这样不仅在“名义”上而且在“实质”意义上,时间坐标 t 都相应成为一种完全“虚假”的存在,最终对任何借助实数表达的物理实在没有丝毫影响。当然,这也是前面分析所指出的, Schrödinger 方程充其量只能被视为“静态方程”的缘故^①。

在量子力学的经典陈述中,人们进一步指出,如果量子系统的时变过程需要借助式(5.3.1)的方式描述,即通过波函数的变化表示相关力学量变化,则将这样一种特定的描述方式称为 Schrödinger 绘景,相关的主管方程仍然为 Schrödinger 波动方程。

当然,仅仅作为一种纯粹的形式变换,对于式(5.3.1)所示的力学量

$$\langle F \rangle = \langle \Psi | \hat{F} | \Psi \rangle = \langle \Psi_0 \hat{U}^\dagger | \hat{F} | \hat{U} \Psi_0 \rangle : (\hat{H} - E) |\Psi_0\rangle = 0$$

还可以将其中的“时变算子”直接作用在力学量算符之上,即

$$\langle F \rangle = \langle \Psi | \hat{F} | \Psi \rangle = \langle \Psi_0 | \hat{U}^\dagger \hat{F} \hat{U} | \Psi_0 \rangle = \langle \Psi_0 | \hat{F}(t) | \Psi_0 \rangle \quad (5.3.3)$$

与前述的 Schrödinger 绘景不同,在这个为力学量平均值重新构造的等价表述中,波函数在形

① 同样,在回避数学基础存在的一系列逻辑悖论的同时,却借助“虚数”掩饰相关数学或者物理学陈述蕴涵的无理性或者大量逻辑不当,开创了 20 世纪自然科学研究中一个极为恶劣的先例。事实上,当所谓的 Minkowski 空间被称为“伪 Euclidian 空间”的同时,已经破坏了向量空间自身必须具有的前提性内涵。

式上保持不变,但是力学量算符却被同时定义在时间域中,成为一个自身蕴涵“动态变化”特征的算子。于是,在量子力学的经典陈述中,将这样一种构造“时变力学量算符”以表示量子系统力学量变化的表述形式称为 Heisenberg 绘景。

考虑到时变算子恒为么正算子的基本特性,对这个 Heisenberg 绘景中的力学量平均值表述在时间域内求导,可以立即求得

$$\frac{d}{dt}\langle F \rangle = \frac{\partial}{\partial t}\hat{F} + \frac{1}{i\hbar}[\hat{F}, \hat{H}] \quad (5.3.4)$$

人们指出,这个定义于“时变力学算符”之上的数学表述,正是 Heisenberg 所构造“矩阵力学”所求得的基本方程。于是,量子力学通常将这个“动力学”方程称为 Heisenberg 运动方程。

注意到,Heisenberg 绘景和 Schrödinger 绘景中两个运动方程在形式上完全一致。因此,量子力学的经典陈述指出:根据这个最初由 Schrödinger 所构造的“等价性”证明,量子力学中分别由 Heisenberg 和 Schrödinger 前后独立提出的“矩阵力学”以及“波动方程”,尽管表述形式完全不同,但是它们在本质上恰恰完全一致。并且,似乎由此成为量子力学中的一种“约定俗成”;尽管从来没有直接使用“矩阵力学”求解量子系统,甚至依然使用那种求解 Schrödinger 波动方程时所采取的完全“随意”的方式,但是,仿照矩阵力学而提出的“经典力学量和量子力学算子模拟”的理论,却能并行不悖地为人们创造形形色色的形式系统提供基础。

5.3.2 Heisenberg 矩阵力学

其实,量子力学中关于 Schrödinger 绘景和 Heisenberg 绘景具有等价意义的习惯性认识并不准确,Heisenberg 绘景中的运动学方程根本不同于“矩阵力学”中的基本方程。事实上,除了使用的“数学符号”在形式上保持一致以外,Heisenberg 绘景和 Heisenberg 矩阵力学中运动方程的两种表述,或者进一步说是两种表述所使用的数学符号对应于彼此完全不同的物理内涵。

因此,需要首先了解早于 Schrödinger 提出波动力学一年,Heisenberg 于 1925 年提出的矩阵力学。为了不至于占用较多篇幅,此处不妨大体援引经典量子力学体系另一位重要创建人,Dirac 于 1975 年在澳洲讲述量子力学发展历史时,谈及与 Heisenberg 矩阵力学相关的一些陈述,以能够大概然而较为准确地了解构造这个陈述系统的基本思想。

“1925 年,Heisenberg 取得了巨大进展,采取了一个非常大胆的步骤,提出这样的思想:物理理论应当集中在与观测量有密切关系的那些量上。既然观测量与 Bohr 轨道的关系是非常间接的,所以 Bohr 轨道并不十分重要。观测量全都与两个 Bohr 轨道有关,而不只是和一个 Bohr 轨道相关。这里特别重要的是‘两个’轨道,而不是‘一个’轨道。现在要问:这样会有什么结果呢?”

假定考虑具有某种性质、与两个轨道相联系的量的全体,并且要把这些量写出来。要写出一组量,其中每一个量都和两个元素有关,通常的方法是将行和列把一组量排列起来,使得行与其中的一个态联系,列与另一个态联系。这样的量的集合称为矩阵。

因此,Heisenberg 认为人们应当研究这样一组量,并且应当把这组量的整个集合看成对应于 Newton 理论的一个动力学变量,并且,每个这样的量都应该用一个矩阵代替。导致 Heisenberg 这样考虑的基本思想是应当根据可测量来建立理论,并且,这些可观测量就是矩阵的元素,每个元素都与两个轨道联系。

如果把动力学变量看作矩阵,这就意味着动力学变量应当满足称之为“非对易代数”的乘法交换律。实际上,Heisenberg 新力学的一个最重要点就是,动力学变量服从一个代数,它不遵守乘法交换律。

于是,我们所面临的问题就是如何改变 Newton 方程,使其适合 ab 不等于 ba 的代数。乍看起来,这似乎相当困难。但是,利用 Hamilton 一百多年以前做的工作,使得这个问题的解决变得容易多了。力学方程 Hamilton 形式的重要性在于容易引进 Poisson 括号所表述的非交换性,其重要性在一百年以后,也就是在他逝世以后很久才为人们所认识。”

其实,Heisenberg 首先提出“两个态”的存在,以及这“两个态”对于刻画量子效应所具有的前提性意义应该具有重大启示价值。但是,Heisenberg 却把这样一个本来简单的物理实在过分复杂化了。并且,在构造形式表述的过程中不断夹杂着的“人为理念”违背了演绎逻辑必须遵循的基本规则,与矩阵构造一种纯粹“理念”上而“非逻辑”的牵强附会联系,最终只能使矩阵力学以“第一性原理”的形式而存在^①。

基于这种人为构造的理念,并且,按照被 Dirac 只能将其称为一种“有趣的游戏”的方式,将经典力学中的 Poisson 括号

$$[a, b] = ab - ba$$

转换为量子力学的基本公式

$$[a, b] \rightarrow \frac{ab - ba}{i\hbar}$$

于是,可以进而从 Newton 力学的 Hamilton 形式

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + [u, H] \quad (5.3.5)$$

过渡到量子力学中

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{uH - Hu}{i\hbar}$$

其中,在经典力学中, H 为保守力学系 Hamiltonian 正则方程

$$\begin{cases} \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q_a} \\ \dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p_a} \end{cases}$$

中的 Hamiltonian 函数

$$H = \sum_{a=1}^s p_a \dot{q}_a(q, p, t) - \bar{L}$$

式中的 s 为独立广义坐标数。如果仍然采用量子力学通常使用的算符表述形式,并且,用量子力学中的算符代替经典力学中的力学量,即

$$\frac{d}{dt}\langle F \rangle = \frac{\partial}{\partial t}\hat{F} + \frac{1}{i\hbar}[\hat{F}, \hat{H}] \quad (5.3.6)$$

这样,在形式上,此式与上述表现量子系统时变过程的 Heisenberg 绘景中,为式(5.3.4)所示的动力学方程完全一致。

① 值得在此指出,如果对照本书重新构造的量子力学陈述系统,那么可以发现意识到“两个”轨道而不是“一个”轨道的确具有根本意义。但是,问题在于 Heisenberg 的矩阵力学并没有能够真正把这种其实过分简单的物理实在以一种严格的数学语言表现出来。事实上,只是本书后续分析中提出的“量子约束”方程,而绝对不是所谓的 Heisenberg 不确定性关系,才可能构造“两种态逻辑关联”的恰当数学表述。

5.3.3 Heisenberg 运动方程与 Heisenberg 矩阵方程的不等价性

姑且不论 Dirac 所说的这个“游戏”是否有趣,也暂且不考虑这种“是否允许改变经典力学”以及“改变经典力学这种方式”是否合理。但是,有一点则是可以肯定的,那就是,如果式(5.3.6)所示 Heisenberg 方程的确源于经典力学中的 Hamilton 方程,那么,这个方程的确应该归属于“动力学方程”的范畴,通常用以描述粒子系统力学量 F 的一个“不可能恒为零”的变化。事实上,仅仅根据此处提出的“对应原则”,由于在经典力学中,式(5.3.5)所构造的“动力学方程”必然不会恒为零,即

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + [u, H] \neq 0$$

于是,在量子力学中相应存在不恒为零的结论,即

$$\frac{d}{dt}\langle F \rangle = \frac{\partial}{\partial t}\hat{F} + \frac{1}{i\hbar}[\hat{F}, \hat{H}] \neq 0$$

从而与 Schrödinger 波动力学所给出的一般结果

$$\frac{d}{dt}\langle F \rangle \equiv 0$$

构造了逻辑悖论。

其实,正如前面分析已经指出的那样,量子力学中纯粹“想象”出来的 Schrödinger 方程根本不具“动力学方程”的意义,不能用以描述物理量在时间域中发生的真实变化。因此,对于量子力学所说的两种绘景,即根据 Schrödinger 波动方程导得的“Schrödinger 绘景”以及仍然由这个波动方程所构造的“Heisenberg 绘景”,它们之间所存在等价性的基础恰恰是“力学量变化恒为零”这样一个对于刻画动力学变化过程而言没有任何能力的“空言”陈述。当然,这种等价性在形式地源于“时变算符”恒为么正算符的同时,也进一步反过来说明量子力学中的“时变算符”为什么恒为零的本质内涵。

因此,经典量子力学在构造两种绘景的同一性证明时,已经在不经意之间被人们无意识地偷换了概念,歪曲了 Heisenberg 原来期望表达的基本物理内涵。至于能否像 Dirac 所说的那样,Heisenberg 新力学的最重要之点仅仅在于动力学变量必须为一个不遵守交换律的代数呢?答案仍然应该是完全否定的。可以说,对于一个本来并不复杂的“物理真实”在掺入了太多“人为理念”而变得过分复杂化的同时,人们的思维完全紊乱了,以至于 Dirac 也只能将这样一种没有任何理性支撑的“形式变换”称为一种游戏。

事实上,当面临某些暂时不能认识的复杂现象时,人们需要认真思考的只能是出现这些现象的物理基础,即考虑作为展现这些特定物理现象的“物质主体”自身蕴涵的某些本质特性,以及该特定物质对象与确定“物质环境”之间可能存在的某种关联。如果像 Einstein 热切期待的那样:一方面无视“矛盾”的真实存在,根本不在乎“逻辑严谨性”,另一方面仅仅凭借“直觉和顿悟”希望能够“凭空创造”出某一个具有“普适意义”的数学公式,从而可以“一劳永逸”地用于描述整个物质世界,这不仅过分幼稚也完全自欺。彻底放弃逻辑的同时,却过分推崇和依赖没有任何理性可言的“形式”模仿,成为整个 20 世纪科学研究中一种重大的导向性失误。

在 1927 年一篇名为《论量子理论的运动学的和力学的直观内容》的论文中,Heisenberg 向人们充分展现了量子力学研究中的哲学观。他说:“量子力学的直观诠释迄今仍然是充满矛盾的,这些矛盾存在于不连续

性理论和连续性理论、颗粒和波动等观点的争论中。人们由此已经可以得到结论,利用通常的运动学概念和力学概念来对量子力学做出一种诠释,在任何情况下都是不可能的。事实上,量子力学恰恰起源于这样一种努力:打破通常的运动学概念,代之以具体的、由实验给出的一些数之间的关系。”熟悉 20 世纪科学史的人们不难发现,Heisenberg 的所有陈述和 Einstein 关于“相对论”的解释完全一致。当然,这也是对于 Einstein 挑起的关于量子力学的世纪性大争论,Bohr 和他的同事们始终愤愤不平的原因。在《Bohr 全集》中,编者曾经做出这样生动的描绘:“由 Bohr 提出的最后一次答辩,尽管措词委婉而有礼貌,却深刻显露了一种深刻而永久的失望和意外。其失望和意外之处在于:恰恰是 Einstein 本人不能赏识 Bohr 和年轻一代正多么密切地‘沿着您所指给我们的路线继续前进’。”^[4, 5]

其实,严格保持科学概念的始终如一和科学语言的统一,恰恰是一切科学陈述必须遵守的起码原则。进一步的分析表明,量子力学所描述的一切物理真实,都可以使用无歧义的科学语言和无矛盾的物理概念加以表现。人们不难发现,在 Dirac 关于量子力学所作的陈述中存在许多重大的逻辑不当。

5.4 经典力学和量子力学中粒子系统的不同自由度以及经典对应和量子对应矛盾

众所周知,经典力学的 Hamilton 系统本质上只是 Newton 力学系统的一种等价表述。因此,在这个意义上或许可以说,在希望描述一个量子系统所谓的“时变过程”时,Schrödinger 绘景与 Heisenberg 绘景除了形式表述上存在差异,它们可能表达的物理内涵没有任何不同。但是在另一方面,如果果真像 Dirac 在他 1975 年回顾量子力学发展历程时所述,“量子力学的概念与 Newton 力学的概念完全不同,Bohr 提出的‘量子条件’从根本上违背了 Newton 定律,需要改变 Newton 方程……”,那么,自然可以断言:整个量子力学应该构成对包括 Hamilton 体系在内的经典力学的否定,而不论经典力学具体采用的形式表述有什么差异。

但是,一个不可理喻的问题是:当量子力学的形式表述必须依赖模仿经典力学中的 Hamilton 表述而存在时,对于量子力学和经典力学的 Hamilton 表述之间真实存在的本质差异,却一直没有引起人们起码的关注。事实上,即使考虑某一个完全相同的粒子系统,但是当其分别出现于量子力学和经典力学中的时候,这个粒子系统的“自由度”已经不再相同。因此,根本不仅仅是被 Dirac 并称为“最杰出贡献和有趣游戏”的形式模仿是否合理,而是这个形式模仿自身随着物质对象“自由度”完全不同而根本不再存在的问题。

当然,正如我们一再声言的那样,一切科学陈述必须严格逻辑相容,而逻辑相容的必要基础之一则是概念的严格统一。自然科学研究中,无需也不允许存在内涵不一致和彼此相悖的概念,无需也不允许存在不同的陈述语言和不同的基本原理。自然科学中不同形式表述之间的差异,只能本质地源于被描述“物质对象”之间的差异。

5.4.1 定义域和运动自由度差异

根据最朴素的思维逻辑或者几乎完全自明的简单事实,如果在量子力学体系与经典力学中的 Hamilton 陈述形式之间的确存在一种纯粹的“比拟”关系,并且,人们可以仅仅由此认识和接受 Heisenberg 方程的话,那么,由于经典力学中的 Hamilton 方程需要定义于粒子系统的“广义坐标”和“广义动量”所张的空间之中,量子力学的相关形式表述也只能定义在由同样“坐标”和“动量”所共同构造的广义空间之中,

$$\frac{d}{dt}\langle F \rangle = \frac{\partial}{\partial t}\hat{F} + \frac{1}{i\hbar}[\hat{F}, \hat{H}] \neq 0 \quad \in \{x_i, p_i\} \quad i = 1, 2, \dots, 3n$$

式中 n 为粒子系统中的粒子数目。也就是说,对于 n 粒子所构造的粒子系统,与经典力学 Hamilton 系统构成逻辑关联的量子力学基本方程,必须相应存在于 $6n$ 自由度的状态空间之中。但是,人们熟知,在量子力学的经典陈述系统中,无论是通常所说的“位置表象”或者“动量表象”,相关的形式表述只能定义在 $3n$ 自由度的状态空间之中,即

$$\frac{d}{dt}\langle F \rangle = \frac{\partial}{\partial t}\hat{F} + \frac{1}{i\hbar}[\hat{F}, \hat{H}] \neq 0 \quad \in \{x_i\} \quad i = 1, 2, \dots, 3n$$

或者

$$\frac{d}{dt}\langle F \rangle = \frac{\partial}{\partial t}\hat{F} + \frac{1}{i\hbar}[\hat{F}, \hat{H}] \neq 0 \quad \in \{p_i\} \quad i = 1, 2, \dots, 3n$$

这样,对于由经典力学 Hamilton 系统比拟得到的运动方程以及量子力学中直接定义在位置空间或者动量空间中的运动方程,它们尽管表面上似乎完全一致,但是,由于定义域或者自变量集合完全不同,所有表现一致的形式量实际上完全不同,乃至不具可比性。因此,在经典力学的 Hamilton 方程和量子力学中的 Heisenberg 方程之间,完全谈不上那个通常以为的一种过分简单的形式比拟。或者说,即使可以按 Dirac 所述,将量子力学作为“基本法则”而应用的形式比拟仅仅视为一种“有趣游戏”,但是,这个“游戏”实际上也无法可做。

当然,此处针对粒子系统具有完全不同“定义域”的分析,也进一步论证了前面分析所述 Schrödinger 绘景完全不同于 Heisenberg 绘景的否定性结论。事实上,对于式(5.3.5)所述,Newton 力学的 Hamilton 形式

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + [u, H]$$

定义在 $6n$ 自由度的状态空间之间,因此,根据纯粹的“形式模拟”而得到的 Heisenberg 矩阵方程

$$\frac{d}{dt}\langle F \rangle = \frac{\partial}{\partial t}\hat{F} + \frac{1}{i\hbar}[\hat{F}, \hat{H}]$$

自然需要同样定义在 $6n$ 自由度的状态空间之中。这样,这个“Heisenberg 运动方程”本质上完全相异于一个仅仅在“字符”上给人一种“表现一致”的假象,却定义在 $3n$ 自由度这样一个完全不同状态空间中的 Schrödinger 运动方程。两者不具可比性。

在自然科学研究中,将某一个形式表述系统明确定义在某一个确定的“定义域”之中,属于一种前提性的认定方式。正是这样一种尽管简单,却具有基础意义的认识长时间为人们所疏忽,造成整个推理的完全悖谬,乃至最终甘心重新接受“第一性原理”之上的、无视逻辑的神学系统。一旦两个形式表述的定义域不同,或者“自变量集合”都不同,两个表述系统在形式上自然不具可比性。尽管人们采用了完全系统的字符,但是,这些相同的字符(更不要说那些微分算子了)具有完全不同的抽象内涵。

虽然相关的具体内涵不尽相同,但是,仍然基于基本的逻辑思维,无论是 Newton 力学公式还是 Maxwell 的电磁场方程都必须逻辑地定义于某一个“确定”的物质环境之中。这样,将自然地摆脱无穷多人为构造的“惯性系”干扰。总之努力让自然科学陈述与被描述的物质对象构成具有“完备意义”的逻辑关联成为解决形形色色矛盾的前提。

可以相信,尽管 Landau 在其《量子力学》著述中,诚实地将理论物理中的数学严谨性称为自欺欺人,但是,几乎任何一个非职业的科学工作者或许都能够确信,借助“改变概念的内涵而回避那个真实存在着的矛

盾”的“鸵鸟”式的思维方法才是真正的自欺。

5.4.2 Poisson 括号和量子耦合之间的本质差异

在经典量子力学形式系统的构造过程中, Dirac 引入了许多符号。其实, 与其说像人们通常指出的那样, 这些符号为量子力学中不同公式之间的推导带来了极大方便, 不如说这些似是而非的符号为人们几乎“完全随意”地“构造”量子力学, 最终为整个量子力学完全建立在“第一性原理”的“合法”存在提供了颇具“诱惑力”的基础。

可以相信正因为对“符号”怀有一种特别的感情, Dirac 在向人们展示经典量子力学发展历程以及经典力学 Hamilton 体系对于量子力学所具有的重大影响时, 完全没有谈及经典力学的 Hamilton 表述通常与“极值原理”关联所蕴涵的本质意义, 而始终限制在“符号”这个特定的角度, 对 Hamilton 引入 Poisson 括号, 从而对整个自然科学的发展所具有的历史意义做出了高度评价。此处, 不妨首先让我们作一个简单的回顾, 看一看经典力学是如何引入 Poisson 括号的^①。

在 Hamilton 力学中, 粒子系统的运动状态是借助广义坐标和广义动量描述的。因此, 任何力学量的变化率总可以表示为

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + \sum \left(\frac{\partial\phi}{\partial q_a} \dot{q}_a + \frac{\partial\phi}{\partial p_a} \dot{p}_a \right) \quad (5.4.1)$$

考虑到保守力学系中的正则方程

$$\begin{cases} \dot{p}_a = -\frac{\partial H}{\partial q_a} \\ \dot{q}_a = \frac{\partial H}{\partial p_a} \end{cases} \quad (5.4.2a)$$

式中的 H 为系统的 Hamiltonian, 如果系统满足稳定约束和恒质量条件, 则退化为系统的能量。于是

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + \sum \left(\frac{\partial\phi}{\partial q_a} \frac{\partial H}{\partial p_a} - \frac{\partial\phi}{\partial p_a} \frac{\partial H}{\partial q_a} \right) \quad (5.4.2b)$$

另一方面, 对于任意两个不同的力学量, 如果引入一种纯粹人为的形式表述

$$[\phi, \varphi] = \sum \left(\frac{\partial\phi}{\partial q_a} \frac{\partial\varphi}{\partial p_a} - \frac{\partial\phi}{\partial p_a} \frac{\partial\varphi}{\partial q_a} \right) \quad (5.4.3)$$

该符号即为人们熟知的 Poisson 括号。这样, 相应存在另一种等价表述

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + [\phi, H] \quad (5.4.2c)$$

在经典力学中, 以上几种表现力学量变化的方程都等价地称为正则方程。

如果用广义坐标和广义动量取代 Poisson 括号中的两个独立函数, 则可以导出如下所示

① 如果说像 Heisenberg 那样, “接受矛盾事实”仅仅出于认识深化过程中的一种无奈, 那么, 对无视矛盾的随意杜撰表现得如此心安理得乃至大加赞颂则需另当别论。值得让人们再次重温 Dirac 在名为《量子力学的发展》的讲演中, 在指出量子力学违背 Newton 力学的同时, 对 Hamilton 引入不具乘法交换律的 Poisson 括号给予富有感情的特别评价, 我们所面临的任務就是要改变 Newton 方程, 使它适合于 ab 不等于 ba 的一个代数。乍看起来, 这似乎相当困难。但是, 利用 Hamilton 一百多年前做的一些工作, 就这个问题的解决变得容易多了。看来 Hamilton 对什么东西是重要的有一种卓越的见解, 是一个数学家曾经有过的最杰出的见解之一, 其重要性在一百年以后才为人们所认识。无疑, 这是借赞赏他人之名而行赞颂自己对符号的特别洞察力之实罢了。

的基本关系:

$$[q_\alpha, q_\beta] = 0, \quad [p_\alpha, p_\beta] = 0, \quad [q_\alpha, p_\beta] = \delta_{\alpha,\beta} \quad (5.4.4)$$

显然,这些关系得以成立的唯一前提是不同坐标之间必须保持完全独立,其中包括

$$\frac{\partial q_\alpha}{\partial q_\beta} = 0, \quad \frac{\partial p_\alpha}{\partial p_\beta} = 0 \quad (\alpha \neq \beta) \quad \frac{\partial q_\alpha}{\partial p_\beta} \equiv 0 \quad \frac{\partial p_\alpha}{\partial q_\beta} \equiv 0$$

这样一些基本关系。反之,经典力学中存在于广义坐标和广义动量之间的这种约束关系,也仅仅表现任何形式系统中自变量必须遵循的独立性。只有这样,关于粒子系统所有运动学量的描述才是恰当的。

但是,对于作为构造整个量子力学形式体系的基础,仅仅被 Dirac 轻松地称作为一种“游戏”的量子对应是

$$[x_i, x_j] = 0, \quad [p_i, p_j] = 0, \quad [x_i, p_j] = i\hbar\delta_{i,j} \quad (5.4.5)$$

注意到,除了其中的第一和第二个关系,依然表述不同位置坐标以及不同动量坐标必须具备的独立性以外,由于

$$\begin{aligned} [x_i, p_j] &= \sum_\alpha \left(\frac{\partial x_i}{\partial x_\alpha} \frac{\partial p_j}{\partial p_\alpha} - \frac{\partial x_i}{\partial p_\alpha} \frac{\partial p_j}{\partial x_\alpha} \right) = \delta_{i,j} - \sum \frac{\partial x_i}{\partial p_\alpha} \frac{\partial p_j}{\partial x_\alpha} \neq \delta_{i,j} \\ &\rightarrow \\ \frac{\partial x_i}{\partial p_j} &\neq 0, \quad \frac{\partial p_i}{\partial x_j} \neq 0 \quad (i = j) \end{aligned}$$

于是,量子力学中的位置坐标和动量坐标之间不再满足通常的全独立性条件。

也就是说,量子力学必需的基本对偶关系,恰恰对经典力学 Hamilton 体系自变量的独立性构成一种根本否定。这样,如果仍然把位置坐标和动量坐标视为两种独立的自变量,用以共同刻画某一个粒子系统的运动学行为,则两种形式系统不能逻辑相容。其实,以后的分析将表明,正因为这种差异的存在,整个量子力学是完全可理解的,能够也必须吻合于物理学中的一切基本概念。事实上,量子力学不但不可能像 Dirac 所说的那样,成为对 Newton 力学的一种否定,而且,正是由于自然科学中这样两个独立分支之间保持严格的逻辑相容,它们才可能互为补充地描述了为“量子力学”期待描述的那些复杂物理真实。

可以相信,如果必须像 Heisenberg 所说的那样,人们只能采用一种完全“实用主义”的方式,通过赋予“概念”以不同的内涵,将量子力学理解为“实验给出的一种数的关系”,那么,在原则上,整个量子力学理论体系只能退化成为一种“测量”技术以及一个相关的数据整理系统。尽管针对某些特殊构造的测量系统,对于这种“数”的关系的存在,人们无可非议,但是,恰恰因为概念和语言的不统一,人们必须将这种“数”的关系极其严格地限制在个别实验之中。相反,如果人们坚信这些“数”的关系包容了某种真理性,并且,人们可以进一步将这些“数”的关系中蕴涵的真理性特征用于其他更为复杂的场合,那么,在任何符合理性的“推理延拓”之中,一切概念必须保持严格的同一性。事实上,自然科学永远不能真正说出比物质世界自身更多的对象,自然科学的理性特征完全蕴涵于一切陈述的无矛盾性之中。如果离开了概念的严格同一性,放弃科学语言的无歧义性,无视一切科学陈述之间必须保持逻辑相容这样一个最起码的要求,也就根本谈不上科学。

其实,在量子力学中有一个人所共知的事实,即 Heisenberg 所构建的矩阵力学通常只能当作“形式推导”之用,而在任何实际计算中几乎从来没有真正使用过。但是,人们并没有充分

考虑这样一种情况的存在所具有的一种必然性。这就是, Heisenberg 的矩阵力学本质上是无理的, 它既不同于 Schrödinger 提出的波动方程, 也与经典力学中的 Hamilton 表述没有任何本质关联, 只不过是一个本身并不具有确切内涵的“算子”掩盖了这样一种无理性。当然, Heisenberg 的矩阵力学除了为人们形形色色的不同想象提供了一种思维空间, 它不可能真正获得应用。

因此, 正如许多研究者正确强调的那样: “在自然界中, 微观世界无时无刻不在运动变化, 尽管没有人去测量它们。微观世界的运动变化接受量子力学的支配。量子力学刻画的是微观世界的一个基本规律, 决不仅仅是预言测量结果的工具。”事实上, 物理实验与相关的测量存在于任何一门独立的学科之中, 而且, 任何形式的测量都可能对物质对象的真实运动状态造成某种影响, 人们无需也不可能为量子力学中的测量加以特别的定义。可以相信, 为 Heisenberg 针对测量所提出的“测不准原理”, 应该具有远比“测量”本身深刻得多的物理内涵^[2]。

5.5 量子力学关于力学量基本假定蕴涵的逻辑悖论

作为一种平凡意识或者基本常识, 对于任何一个特定的物质对象, 一旦人们指出该物质系统处于某一个确定状态, 那么, 作为这种认定的本质内涵只能是定义于该物质系统之上的“所有”物理量必须自然随之而定, 否则无“状态”可言。

但是, 建立在“反常思维”基础之上的量子力学, 一切都必然地始终处于“反常意识”而引起的深刻矛盾之中。经典量子力学针对“力学量”所作的基本假定就是一例: 尽管粒子系统的“状态”得以确定, 但是, 处于这个特定状态的物理量并不能因状态的确定而确定, 在形式上还需要依赖由该物理学量算子所构造的另一个具有“独立”意义的方程, 继而, 再将这种几乎明显存在的“无理性”归结为与物质对象自身完全无关而由“人”所执行的“测量”操作。

可以相信, 对于任何具有一般科学常识和独立思维的研究者, 自然知道“测量”完全独立于物质对象自身, 测量概念中蕴涵了太多依赖于人们主观意志的随意性, 因而不允许将“测量”纳入表现“理想化物质对象”的自身内蕴规律的形式系统之中。但是, 或许并没有为这个陈述系统构建者以及大部分研究者所注意, 另一个关于量子力学“力学量”所作认定“完全无理”的表现还在于: 正如这个认定提出本身的“充分随意”一样, 这个认定是否需要使用同样是“完全随意”的, 其实它从来没有真正地应用于量子力学分析的“所有”场合^①。

然而, 最为根本和致命的问题仍然是, 对于任何自然科学研究中的一个陈述系统, 一旦公开提出只能以“无视基本矛盾存在”为认识基础, 需要通过“不断修正与制造概念”作为主要分析手段, 甚至只能借助纯粹自欺欺人的“第一性原理”作为掩饰由于无视矛盾而引起的内心不安, 那么, 这个陈述系统尽管可能在某些“个别”场合能够像 Heisenberg 曾经善良期待的那样, 构造出一种纯粹意义上“实验室的‘数’的系统”, 但是它始终无法回避前提中蕴涵的矛盾。正因为此, 由于量子力学缺乏物理学概念必需的统一性以及根本不考虑相关陈述是否逻辑自治

① 以后的分析将进一步指出, 尽管“位置算符”和“动量算符”作为量子力学中的两个最基本的算子并不满足对易条件, 但是, 在诸如“谐振子”等的运动分析中, 人们总是直接从“位置表象”中的状态直接获知关于动量的信息, 而从来没有单独求解动量算符所构造的本征方程。事实上, 经典量子力学中的这一系列“彼此独立”的方程, 本质地构造了“矛盾”方程组。

的问题,人们只能在其构造过程中不断添加不同的人为认定,使得一个变得愈益“人为复杂化”的形式表述尽管能够“掩盖”矛盾,但是却不能“否定或者取消”形形色色逻辑悖论的真实存在^①。

5.5.1 量子力学中测量准则与量子力学基本方程蕴涵的矛盾

为了表现量子系统中物理量可能出现的不同几率,经典量子力学提出了一个独立的“力学量规范化”原则,它包括以下几个方面的内容:

- (1) 量子系统的力学量对应于 Hilbert 空间中的一个 Hermite 算符;
- (2) 力学量的取值只对应于力学量算符的本征值;
- (3) 力学量取各本征值的概率等于态函数按力学量算符归一化本征矢量展开系数的平方。

也就是说,对应于量子系统中的某一个力学量,同样需要构造一个如下所示,满足归一化条件的本征方程:

$$\hat{A} | a_i \rangle = a_i | a_i \rangle, \langle a_i | a_j \rangle = \delta_{i,j} \quad (5.5.1a)$$

在此基础上,将任意某一个确定的态展开

$$| \Psi \rangle = \sum c_i | a_i \rangle, c_i = \langle a_i | \Psi \rangle \quad (5.5.1b)$$

此时,力学量的平均值为

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \langle \Psi | \hat{A} | \Psi \rangle = (\langle a_i | c_i) \hat{A} (c_i | a_i) = \sum c_i^2 \langle a_i | \hat{A} | a_i \rangle \\ &= \sum a_i c_i^2 \end{aligned} \quad (5.5.1c)$$

于是,吻合于上述的“力学量规范化”原则,力学量 A 取值 a_i 的几率等于系数 c_i 的平方。

另一方面,量子系统的态矢量需要满足 Schrödinger 方程,并且假设系统仍然符合定态条件,即

$$(\hat{H} - E)\Psi = 0$$

如果人们仍然能够将 Schrödinger 波动方程视为具有一般数学意义的数理方程,即存在符合式(5.2.6b)所述的“数学叠加”方式并且满足定解条件的唯一解

$$\Psi = \sum_{\text{Sch}} c_{\text{Sch}} \Psi_{\text{Sch}} : (\hat{H} - E_{\text{sch}}) \Psi_{\text{Sch}} = 0$$

显然,此时为式(5.5.1a)

$$\hat{A} | a_i \rangle = a_i | a_i \rangle$$

所定义,即由力学量算符所构造的本征方程在表征力学量的几率特征方面才具有决定性意义,那么,即使暂时从直觉意义考察,任何物质系统的“状态”都必须也能够通过属于该状态的全部物理学量加以表述,但是,如果力学量算符构造的本征方程具有独立意义,则对“状态”本身构造了一种逻辑否定。或者说,从表现某一个特定物理量的角度考虑,力学量算符构造的本征值

^① 其实,正如 Bohr 等一批学者所不解乃至愤懑的是,如果这一切基于“平常意识”的责难的确是合理和必需的,那么,真正的始作俑者只能是对量子力学做出严厉批判的 Einstein。当然,可能为许多人没有充分意识,另一个为这种“革命思维”做出首创性贡献的,还有那个同样以“无视矛盾”为前提而创造“公理化体系思想”体系的数学家 Hilbert。

方程已经在事实上取代了波动方程的地位。因此,即使能够像某些量子力学著述所述,能够将波动方程与系统的能量极值定理构造逻辑关联,但是,力学量算符所构造本征值方程蕴涵的物理意义是什么,并且,这个方程为什么能够实际地取代量子力学基本方程的地位呢?

5.5.2 量子力学测量准则和力学量完备组的本质内涵

与上述分析对应,在经典量子力学关于测量准则和力学量完备组的相关陈述中,同样存在着深刻的矛盾。

在量子力学的经典陈述中,往往这样指出:对于一个任意的量子系统,如果存在由彼此之间保持“独立”的力学量所构成的力学量组 $\{A_i\}$, 并且,当属于这个物质系统的任意一个物理量 A 都可以借助这个力学量组 $\{A_i\}$ 加以表述,即存在

$$\exists \{A_i\} \in \text{Sys} : \forall A \in \text{Sys} = A(\{A_i\}) \quad (5.5.2a)$$

那么,这个给定的力学量组是完备的,该力学量完备组中独立变量的数目即为相关物质系统的运动学自由度。显然,量子力学关于力学量完备组的陈述属于一种“平凡”的正常认识,或者可以视为对物理学中“状态公理”的一种等价表述。

作为上述定义的一种自然推论,量子系统的 Hamiltonian 算子同样可以表示成力学量完备组的函数

$$\hat{H} = \hat{H}(\{A_i\}) \in \text{Sys} \quad (5.5.2b)$$

并且,仅仅在此时,由该 Hamiltonian 算符所决定的态函数,对于表现这个量子系统的状态以及该状态下属于这个量子系统的“任何”物理量相应具有决定性的意义。如若不然,人们只能认为构造 Hamiltonian 算子的力学量并不完备,由自身不具完备意义的 Hamiltonian 算子构造的任何形式表述都不具意义。

因此,如果 Schrödinger 方程能够视为决定量子系统“状态”的量子力学基本方程,并且能够按照量子力学通常陈述,对于由一个被赋予“完备”意义的 Hamiltonian 算子所构造的定态 Schrödinger 方程,由其决定并且还同时满足一切几率表述必须满足“归一化”要求的“本征函数”及其几率

$$\text{Prob}(|\Psi_{\text{Sch}}\rangle) = C_{\text{Sch}}^2 : \begin{cases} (\hat{H} - E_{\text{Sch}}) |\Psi_{\text{Sch}}\rangle = 0 \\ \langle c_{\text{Sch}} \Psi_{\text{Sch}} | c_{\text{Sch}} \Psi_{\text{Sch}} \rangle \equiv 1 \end{cases} \quad (5.5.3a)$$

成为对粒子系统状态的一种“完备性”的描述,那么,对于属于该“状态”,这个量子系统的“所有”力学量自然同样具有决定性意义。否则,给定的力学量组 $\{A_i\}$ 不完备,由其定义的 Hamiltonian 算子乃至 Schrödinger 方程不再满足“完备性”的逻辑前提。

也就是说,只要一个量子系统的“力学量组”是完备的, Schrödinger 本征方程以及其中的 Hamiltonian 算子相应被真实地赋予了“完整”力学意义,那么,对于这个量子系统的任何一个力学量 A 而言,它的真实状态同样只能形式地决定于量子力学基本方程的不同本征函数。或者说,如果仍然根据量子力学中“态矢量”的一般定义,该力学量由其中任何一个本征函数所确定的实际值为

$$a_i = \langle \Psi_{\text{Sch}} | \hat{A} | \Psi_{\text{Sch}} \rangle \quad (5.5.3b)$$

相应存在

$$\text{Prob}(A = a_i) = C_{\text{Sch}}^2 \quad (5.5.3c)$$

这样,对于一个由“完备力学量组”所构造并且相应赋予了完备意义的量子力学基本方程,这个方程所定义的量子力学状态在整个物理意义上同样是完备的,属于该状态的任何一个力学量都可以在几率意义上得以唯一确定。

作为上述分析的自然推论,不允许再存在具有“独立”意义的力学量测量准则,否则将对力学量组需要具备的完备性,以及定义于这个完备力学量组之上整个形式表述完备性的逻辑否定。

其实,在量子力学许多实例的具体处理中,例如势阱问题、谐振子问题、Stern-Gerlach 实验,都“大致”地使用此处所述的方式,直接构建“位置表象”,直接计算不同“动量”的几率分布。当然,之所以使用“大致”这样的修饰词,只是因为量子力学中的所有一切都没有“定规”,到处充满随意性,依照人们的意志时刻处于变化之中。

事实上,如果某一个“特定”的数学表述,当然绝对不会是那个仅仅依赖“思维”的实验,本质上与物质对象无关甚至至今不知道被描述物质对象到底是什么,这样一个纯粹人为杜撰的 Schrödinger 波动方程,能够真的被称为量子力学基本方程,那么,这个方程必须具有“完整”的物理内涵。也就是说,尽管由于“量子效应”的不确定而出现“最终状态”的不确定,乃至相应出现属于该量子系统“物理量”的不确定问题,但是,如果接受“几率”方式的形式表述系统,那么,这个量子系统的状态以及属于这个特定状态的所有物理量,必须在“几率”意义下得以“唯一”确定。否则,这个所谓的形式表述系统根本没有存在的意义。

也就是说,针对某一个确定的量子力学状态,量子系统的所有力学量都同样被赋予了确定性意义,关于力学量的规范化准成为一个多余的陈述。在这个意义上,微观理论和宏观理论的几率表述之间没有也不允许任何差异。人们始终需要明白这样一个简单事实:存在于所谓“微观世界”和“宏观世界”的差异,只能根本决定于“被描述物质对象”之间存在的客观差异,或者在不同学科“期待和可能”表现物理内涵的不同。因此,人们可以始终坚信,在描述那个“自存”的物质世界时,无需也不允许构造任何彼此相悖的基本原则。

如果真的彻底放弃科学陈述的无矛盾性原则,将理论物理中的数学严谨性称为自欺欺人或者仅仅视为儿戏,根本不在乎陈述前提中存在的矛盾,无视理论体系中大量存在的逻辑不自洽现象,那么,又何以谈及“Einstein 神话”中的统一、和谐呢?

5.6 经典量子力学基本概念紊乱的若干补充陈述

为了更为准确地表现复杂的物质世界,人们不得不使用愈益精致的数学语言。在这个意义上,科学陈述中数学语言的复杂化不仅具有一种必然性,而且,还具有某种“客观”存在的物质基础。

但是,如果将形式语言自身的丰富仅仅归结为一种纯粹的“主观”意志,甚至仅仅因为冠以“公理化假设”这样一种纯粹人为构造的称谓,就可以无视数学基础中真实存在一系列逻辑悖论,以至于可以公然提倡“可以将桌子、椅子、啤酒瓶完全‘自由’地视为几何学中的点、线、面”,那么所有这些人为杜撰的形式语言没有任何意义,而且,由于没有根本改变矛盾存在的现实成为一种纯粹的自欺。事实上,人们即使退化至 Heisenberg 所说“打破一切运动学概念而代之以具体的、由实验室给出的一些数之间关系”这样一种纯粹“实用主义”的角度考虑问题,但是,仍然需要充分重视形式语言与其描述抽象对象之间严格遵循逻辑对应的问题。对于一个因无视矛盾而必然蕴涵矛盾的形式语言系统,以由此构造的形式表述系统,由于可能时时出现“逻辑自悖”而变得最不实用。

人类面临一个过分复杂的物质世界。当现代科学主流世界过分天真地期待着能够用某一个“一成不变”的形式体系对整个物质世界做出“同一化”的描述,与此同时却无视逻辑严谨性,甚至不惜篡改形式语言自身必需的统一内涵,以能够“不加解释”地去“拼凑”出符合经验事实的某种“数”的关系的时候,人们应该意识到:物质世界“复杂性”最为本质的内涵就在于那些相合于物质的不同“层次”而真实存在的形形色色的“间断”,以及由此引起对于那些“同一化”描述必然出现的根本背离。现代科学史研究者指出,20 世纪的整个科学发展进程向人们显示了一条“将物理学和几何学相集合”的道路。但是,“流形”的存在,必须以高度“连续性”作为基本前提,因此,人们怎么能够使用这种“过分严格”的抽象形式,去描述那个几乎到处存在“间断”和“离散”的真实物质世界呢?

当 Landau 十分诚实地将现存“理论物理”中的“数学严谨性”称为“自欺欺人”的时候,他没有意识到恰恰是“逻辑自治化”准则,能够成为解决一系列重大科学难题的唯一武器。当然,他也根本不可能意识到,正是公然放弃一切科学陈述必需的“逻辑自治性”本身,无视与整个物质世界完全相悖却为当代科学世界孜孜以求的“几何化”目标,以及在诸如“何为惯性系”、“如何解释 Michelson-Morley 实验”、“怎样认识那些并不仅仅属于‘物质对象’自身却必须依赖其他独立‘观察者’而存在的‘相对运动’”,以及由此被称为普遍真理的“相对性原理”等这样一些重大的前提性问题上没有得到真正解决,而急于进行“无穷推理”的不良习惯,才真正称得上是一种“自欺欺人”。

不得不指出,目前自然科学中的这种极其严重的普遍存在,根本源于 Einstein 以其对于所谓“矛盾着的真实”不加解释的承认所杜撰的“相对论”。但是,在并没有进行认真反思的情况下,一些数学研究者所进行的许多同样并不严格的数学论证,不仅迎合了这个完全荒谬、根本违背以“无矛盾性”为最基本内涵的科学原则,还在这个存在导向性错误的道路上起了推波助澜的作用。数学自身同样深刻存在如何使自身逻辑自治化的根本课题。

5.6.1 量子力学态函数内蕴的离散特征和态矢量空间的矛盾

对于任意一种集合,如果被赋予了某些特定运算规则,那么这些集合可以被称为一个特定的代数结构。通常,当人们提及定义于某一个数域 K 之上的向量空间 S ,一个特殊的代数结构时,总对应于一个具有两种“基本”运算规则的无穷集合:

$$\begin{cases} S \times S \rightarrow S : x + y = z, x, y, z \in S \\ K \times S \rightarrow S : c \times x = cx, c \in K, x, cx \in S \end{cases}$$

显然,此处所说的两种运算规则,类同于一般“线性叠加原理”中的“加法”运算和“数乘”运算。一个重要的事实在于,对于这样两种基本运算规则,必须为任意一个能够称为“向量空间”的无穷集合所遵守,否则,不能把这个集合称为向量空间。

但是,对于“量子力学”这门学科而言,它需要本质刻画的应该是一种“不连续”的量子效应

$$\delta x \cdot \delta p_x = \lambda \hbar \quad \lambda = 1, 2, \dots$$

以及这种效应对于某一个“量子粒子系统”运动学状况造成的影响。当然,这个特定“离散约束”逻辑地意味着上述向量空间必须遵循的“线性叠加原则”并不存在。或者说,对于某一个刻画了某种量子效应的位置变量 x ,它与任意实数 c 的积或者与其他任意变量的和并不总能满足原来的量子意识,即

$$\forall x \in S_{\text{discrete}} \cap \forall c \in R \exists \begin{cases} cx \in S_{\text{discrete}} \\ x + cx \in S_{\text{discrete}} \end{cases}$$

于是,用以表现任意“量子效应”最终结果的“状态”集合,不可能构成一个定义于实数域中的向量空间。

事实上,以上基本事实正相合于 Bohr 特别予以维护的“量子跃变”观念。因此,对于经典

量子力学陈述定义于“向量空间”中的任意“态矢量”,并不总能够与某一个反映“离散”量子效应影响的真实“状态”形成一一对应关系。当然,即使在“几率”意义上,经典量子力学中的态矢量也不可能对“量子系统”实际表现的离散状态做出合理描述。当然,从另一个角度考虑, Schrödinger 之所以严词拒绝可以用他的波动方程去描述“量子跃变”,不仅仅完全合理,并且还是十分严肃和诚实的。

另一方面,如果根据经典量子力学的“几率”诠释以及“实际”处理 Schrödinger 波动方程的方式,并且,假设态函数仅仅对应于本征方程所决定的“离散”本征函数,即

$$|\Psi\rangle \leftrightarrow (c_i | \Psi_i \rangle : \langle \Psi_i | c_i c_i | \Psi_i \rangle = 1 \quad (5.6.1)$$

式中的系数 c_i 由一切“几率表述”必须遵循的“归一化”原则所确定。当然,在这种情况下,定义于“离散”函数集合中的这些态矢量,同样根本不存在“矢量空间”通常所说的叠加原理,即

$$|\Psi\rangle \neq \sum_i c_i | \Psi_i \rangle$$

显然,仅仅于此,离散的归一化系数所构造的集合,才可能形成对于不同可能“离散”状态的一种几率描述。

当然,如果本征函数族本身就属于一个“连续”函数空间,或者按照一般线性微分方程理论通常使用的方法,根据“离散本征函数族”所必需的“完备”性以及通过“叠加”原理求解波动方程满足确定“定解条件”的某一个“连续”函数的话,那么,此时求得的解肯定不满足 Bohr 一再合理坚持的“量子跳跃”条件,不是人们期待能够用以刻画“量子跃变”物理真实的解。

此处,人们不妨注意经典量子力学在实际处理问题时一种普遍存在的研究方法。在针对量子力学任何一个特定问题的讨论中,一旦本征值出现了“简并”的情况,那么,人们总能够做出一种判断:一定存在,并且必须寻找某些尚未虑及的力学量,最终使人们实际关注的本征值问题仅仅与离散的本征值形成一种对应,从而在此基础上对于量子系统可能出现不同状况的几率做出一种肯定性的描述。其实,能够做出这种判断的“唯一”基础就是,量子效应必然是“离散”的,量子力学需要研究的问题,正是这些不同离散效应对于“本质上仍然没有任何差异的粒子系统”进一步运动学行为造成的影响。

当然,也完全因为这个缘故,在量子力学研究中,人们从来没有认真地将 Schrödinger 方程视为某一个数理方程所构造的定解问题对待,也仅仅讨论与本质上“希望”能够与“能量极值”原理对应的“本征值”问题。在这个意义上,人们可以相信,其实正是真正符合合理性的陈述才可能处处逻辑相容,并不需要处处做出彼此矛盾的补充解释。

但是,整个经典量子力学的问题也正正在于此:一切都仅仅属于“直觉”认识的层次,而没有考虑“逻辑相容”规范和相应纳入“理性意识”的深度,当然,必然缺乏前后贯一的统一处理方法,本质上处于自否定的矛盾结构之中。因此,即使能够像 Heisenberg 期待的那样,仅仅构造一种纯粹的“实验室的数之间的关系”,但是,由于概念的不统一,建立在概念之上的形式系统不可能用于与其存在本质差异的其他稍复杂的物理真实之中。

5.6.2 量子力学中一个并不真实的 Hilbert 空间

在一些现代量子力学著述中,人们似乎总喜欢将 Hilbert 空间直接称为构造整个量子力学的一种形式基础。其实,这种习惯认识并不准确。事实上,数学上所赋予 Hilbert 空间的确定形式意义,根本相异于量子力学需要表述的基本物理内涵。因此,除了故弄玄虚,特别让一些不怎么熟悉数学词汇研究者望而生畏以外,恰恰掩盖了建立在“第一性原理”之上整个经典量子力学本质蕴涵的无理性。

如果直接引用《数学百科全书》给出的相关定义,一个所谓的 Hilbert 空间 H ,无非就是带有定义在 $H \times H$ 之上称为“内积”函数 (x, y) 的向量空间,并且具有以下性质:

- (1) $(x, x) = 0 \rightarrow x = 0$;
- (2) $\forall x \in H, \exists (x, x) \geq 0$;
- (3) $(x + y, z) = (x, z) + (y, z), x, y, z \in H$;
- (4) $(\alpha x, y) = \alpha(x, y), \alpha \in R \cup \alpha \in C, x, y \in H$;
- (5) $(x, y) = (y, x)^*, x, y \in H$;
- (6) $x_n \in H, n = 1, 2, \dots \cap \lim_{m, n \rightarrow \infty} (x_n - x_m, x_n - x_m) = 0$
 $\rightarrow \exists x \in H, \lim_{n \rightarrow \infty} (x - x_n, x - x_n) = 0$;
- (7) $\dim(H) = \infty$

此外,对于两个具有相同“维数”的向量空间 V 和 V^* ,当人们将内积定义为其中某一个空间上的线性泛函的时候,则将它们称为一对“对偶”空间。

其实,在量子力学的经典陈述中,为 Dirac 引入的“刃矢 $|\phi\rangle$ ”与“刁矢 $\langle\phi|$ ”,正是按照这样的模式来定义的,即

$$\langle\phi|\phi\rangle:\int\phi^*\phi dv = C$$

一般情况下,该确定的数应该是一个复数,除非此时的两个矢量就是一对自共轭矢量。

但是,在经典量子力学中,态矢量需要定义在 Hilbert 空间之中,并且本质上对应于量子系统的一个确定状态。于是,对照 Hilbert 空间的基本定义,作为量子力学态矢量得以存在的必要前提是,对于量子系统的任意“两个”状态,当它们分别定义在对偶空间之中时,人们可以按照上述方式定义它们的“内积”。汤川秀树指出:此时的内积应该理解为量子系统同时实现两种不同量子力学状态的几率。注意到,如果的确能够接受这样的解释,并且依照量子力学的通常陈述,当两种不同的量子力学状态的几率分别可以表示为 c_1^2 与 c_2^2 时,那么,根据“一般”几率解释的意义,系统同时实现两种状态的几率则为 $(c_1 c_2)^2$,而不可能与上面所定义内积吻合。此外,一个无法回避的问题还在于,如果将 Hilbert 空间中的两个“不同”矢量定义为两个不同的状态,又如何在物理上理解量子系统两个“不同状态”的同时存在呢?于是,人们不得不再次指出,以“第一性原理”为基础的量子力学只能是“构造性”的,需要服从一系列“构造性”的认定。

当然,更为根本的问题仍然在于:建立在“线性叠加”原理之上的 Hilbert 空间所必须满足的“连续性”前提,与量子力学为了表现“量子效应”而自然蕴涵“离散”本质之间所存在的矛盾。事实上,如果说 Dirac 曾经正确指出 Heisenberg 在其构造“矩阵力学”中获得巨大进展主要是提出了这样的思想:“量子力学需要表现的物理实在应该与‘两个’Bohr 轨道,而不仅仅‘一个’Bohr 轨道有关”,那么,这在形式上明确告诉人们,正如 Bohr 所一再强调的那样,量子力学本质内涵在于如何表现与“量子效应”对应的一种“变化”特征,即服从 Planck 最初揭示“离散”量子效应

$$\delta x \cdot \delta p = \lambda \hbar \quad \lambda = 1, 2, \dots$$

求解定义于满足“连续性”要求的“状态空间”中的某一个粒子系统,在经历了这个“有限大小”的离散量子作用以后的变化,或者它的“最终”状态。

因此,对于一个“任意给定初态”的粒子系统,在经历了某一个未知的“量子效应”作用以

后,其最终状态绝对不可能为上述 Hilbert 空间所定义。其实,根本无需相信或者寄托于个别研究者仅仅凭借“直觉和顿悟”,以一种过分随意方式所杜撰的与“宗教”意识没有任何本质差异的“第一性原理”,而恰恰需要坚持一种似乎过分“简单、朴素和平凡”的“理性”意识:除了需要表现或者吻合那个为 Planck 所揭示基本物理事实以外,人们没有理由为量子力学构造单独的概念或者原理。相反,如果经典力学的陈述的确是科学的,那么,它可以适用于一切粒子系统,并不因为某一个粒子系统承受离散“量子效应”的物理真实而失去它的真理性。

因此,根据且仅仅根据经典力学,如果运动中的粒子系统的确承受量子作用所述的“离散”力学效应,那么,相当于该粒子系统在相应的运动过程中真实存在着一个“未知”的“微分约束”而已,即

$$(x, p, \dots)_{\text{initial}} \rightarrow (x, p, \dots)_{\text{final}} : \delta x \cdot \delta p = \lambda \hbar \quad \lambda = 1, 2, \dots$$

这样,对于由 n 个粒子所组成的量子系统而言,它的运动学自由度相应减少了一半。也仅仅于此,人们才可能像经典量子力学所作的那样,将量子力学的“态”仅仅定义在粒子的位置矢量空间之中,或者定义在粒子的动量矢量空间之中。因此,无论从形式逻辑考虑,还是从相关的物理内涵考虑,量子力学并不存在属于量子力学态函数的“矢量空间”及其“对偶空间”的问题。同样,建立在“第一性原理”之上的量子力学,一方面否定经典力学的基本概念、基本原理和基本思想;另一方面,却在两个“自由度相差一倍,相互之间根本没有形式对应可言”的状态空间之中,仅仅依赖纯粹想当然的“对应规则”自欺地杜撰一切。必须认识到,将量子力学中的“态”函数仅仅定义在单独的“位置坐标”空间,或者等价地定义在“动量坐标”空间之中,并不依赖研究者的某一种意志或者喜好,而根本决定于需要描述“量子效应”的物理真实。

当然,一个“至今并不知道所描述的究竟是什么”的陈述系统,必然处处充满物理理念与形式逻辑的紊乱,并且只能彻底放弃逻辑,将自己置于“第一性原理”之上。

5.6.3 “直积空间”悖论

应该说,人们早已认识到量子力学所引入的“直积空间”和数学上“直积空间”之间存在的差异,以及由此可能蕴涵的逻辑歧义问题。因此,许多量子力学著述都对这个概念做出了特别的说明。这样,似乎继续讨论这样一个论题,除了重复人们提出的许多说明以外,已经没有任何意义。但是,在自然科学的基础理论研究中,一个往往被人们忽视,然而值得人们警醒的问题恰恰在于:尽管某些基元概念并不复杂,但是,一旦忽视了对于这些前提性概念本质内涵的准确把握,一个相关陈述体系可能永远处于蕴涵着某种深刻矛盾的困惑之中。事实上,在对于“何为惯性系”、“为什么热力学中的‘熵’概念会存在人们通常所感觉到的神秘性”、“如何认识 Maxwell 作为人为假设所提‘位移电流’的物理内涵以及如何认识 Michelson-Morley 实验”等一系列为人们没有解决的前提性科学疑难问题上,几乎无一不存在这种概念认定不准确的问题。

因此,可以并且必须坚信:在被现代科学世界称为“数学写就”的“理论物理”之中,数学严谨性绝对不是“自欺欺人”,而是必须贯彻始终的基本原则以及解决科学困惑的重要武器。无视矛盾前提存在的陈述,将始终蕴涵着矛盾。

人们熟知,“直积”属于一种基本的数学构造方法,它的思想源于 Descartes,故往往也称之为 Cartesian 积。如果存在两个向量空间 X 和 Y ,那么,它们所构造的直积空间 $X \times Y$ 由下式所定义的一切有序对所组成:

$$X \times Y = \{(x, y) : x \in X, y \in Y\}$$

显然,作为“向量空间”必须满足的线性叠加原理,同样必须在这个重新构造的“直积空间”中得以满足,否则,不能将其称为向量空间。

但是,对于量子力学所引入的“直积空间”则不然。人们指出,由于新的自由度被发现了,例如存在于电子的旋量, Hilbert 空间往往必须予以扩大。总的波函数被定义为某一个特定波函数 $\Psi(x, y, z)$ 与旋量波函数 $\chi(\sigma)$ 的直积,

$$|\Psi\rangle = \Psi(x, y, z)\chi(\sigma)$$

当然,对于旋量波函数中的自变量 σ 只存在两个不同的离散值,旋量波函数 χ 不可能满足向量空间中的线性叠加原理,因此,整个直积空间也不可能满足一般向量空间必须满足的线性叠加原理。

值得注意的是,对于这样一种陈述最终希望表达的物理真实性,没有人会提出异议。但是,当人们努力使用形式语言,使某一个理论体系愈益精致和准确的同时,必须保证一切陈述必需的无歧义前提。因此,如果仅仅从形式逻辑考虑,人们已经没有必要继续将波函数所存在的“解空间”称为一种“向量空间”。但是,问题还不止于此。一个定义在离散变量上的函数固然不可能构造某一个连续函数空间,但是,对于即使定义在连续变量之上的连续函数,也并不总能构造一个连续的函数空间。其实,如果能够将“量子系统”真实存在的“量子效应”视为一种定义在位置坐标空间或者动量坐标空间中的映射,那么,一个远为本质的事实恰恰在于:固然定义在两种“量子态”上的旋量波函数 $\chi(\sigma)$ 本身只能是离散函数,而且,定义在“连续”位置坐标空间中的两个“相邻”波函数 $\Psi(x, y, z)$ 不可能彼此无穷逼近,以吻合“量子效应”蕴涵的离散本质。只有“本征值”出现“简并”情况,与其对应子空间中的本征函数才可能构造存在于局部域中的连续函数空间。但是,从经典量子力学可知,也恰恰在本征值问题出现简并的时候,一定蕴涵着某一种真实的“量子效应”被人们有意识或者无意识地忽视了。也正因为此,正如以上讨论曾经指出的那样,对于表现量子效应的波函数根本谈不上存在于所谓 Hilbert 空间的问题,也谈不上这个空间中必须满足的“数学叠加原理”。

事实上,如果人们能够相信科学的“理性”仅仅蕴涵于一切相关陈述必需的“无矛盾性”之中,那么,人们同样可以确信,一旦一个理论体系中的所有陈述如果能够真正保持彼此逻辑相容,那么,在这些逻辑相容的陈述中,会自然地涌现那些让整个理论体系得以存在的形式基础和物理基础。人们永远不可能说出比自然本身更多的东西。

5.6.4 伪 Lorentz 群

群同样属于一种特定的数学基元结构。群的本质内涵在于被赋予了一种特定运算法则的集合在这个运算下所表现的“自封闭性”。当然,如果不满足“自封闭性”这个最起码的逻辑前提,则根本无“群”可言。但是,恰恰在经典量子力学陈述频繁使用“Lorentz 群”这样一个习惯性称谓,并且,期待以其为基础构造更为复杂的形式表述系统时,一个致命的问题是,这个被称为“Lorentz 群”的群根本不存在。

在数学上,群被定义为在某一种运算规则下能够保持封闭性要求的集合。也就是说,如果存在一个群 G ,那么,对于其中的任意两个元素,在如下所示某种确定运算“ $\cdot$ ”之下必须存在:

$$c = a \cdot b : a, b \in G \rightarrow c \in G$$

事实上,人们即使不考虑一个代数系统可能存在的具体运算规则,但是对于“自封闭性”的要求

则始终是基本的,如果这个基本要求也不能满足,则不可能构造一个具有确定意义的集合。

显然,如果不考虑相关的物理意义,对于人们通常所说的 Galilean 变换,它可以在形式上构成一个变换群。事实上,如果分别让坐标系实施两种不同的独立运动 u_1 和 u_2 ,只要这两种独立的运动在时间域中保持恒定,那么,由此构造的变换都属于 Galilean 变换,

$$(u_1, u_2) \in \text{Galilean} : u_1 = c, u_2 = c \quad (5.6.2a)$$

另一方面,如果让坐标系相继实施这样两种独立运动,并且,将两次运动的效果视为一个独立的坐标变换,那么,由于两次叠加而形成的运动依然在时间域中保持不变,新的独立变换仍然是 Galilean 变换,即

$$u_3 \in \text{Galilean} : u_3 = u_1 + u_2 = c \quad (5.6.2b)$$

因此,人们可以做出论断:坐标系的所有“平移运动”变换构成一个群,称为 Galilean 变换群。注意,此处有意识地使用“平移运动”而不是“平移”的称谓,以明确表示 Galilean 变换并不是指坐标系在空间实施的某一次“位置”的移动,而是针对在空间中一个“持续”进行着的平移运动。

但是,当人们用 Lorentz 变换取代 Galilean 变换时,不难做出验证:由于 Lorentz 变换中存在非线性项,连续两次平移运动的叠合不再是 Lorentz 变换。事实上,如果坐标系 (x', t') 相对坐标系 (x, t) 以速度 v 相对运动时,则按照 Lorentz 变换,有

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} t' \\ x' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{v}{c^2} \\ -v & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix} \\ y' = y \\ z' = z \end{cases} \quad (5.6.3a)$$

式中的 c 为光速。继而,让坐标系 (x'', t'') 以速度 u 相对于坐标系 (x', t') 运动,如果令

$$w = u + v$$

则存在

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} t'' \\ x'' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{u}{c^2} \\ -u & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t' \\ x' \end{pmatrix} \\ = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{u}{c^2} \\ -u & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{v}{c^2} \\ -v & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix} \\ \neq \frac{1}{\sqrt{1-\frac{w^2}{c^2}}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{w}{c^2} \\ -w & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix} \\ y' = y \\ z' = z \end{cases} \quad (5.6.3b)$$

因此,作为一个十分明显的事实,Lorentz 变换根本不可能构造一个数学上的群。

那么,在现代物理学中,人们通常又是怎样定义 Lorentz 群的呢?此处仍然不妨让我们大概引用汤川秀树所作的相关叙述:

作为 Lorentz 变换的典型例子,从固定坐标系到沿 x^3 轴正向以速度 v 运动的坐标系的变

换是:

$$\Lambda(v) = \begin{bmatrix} \cosh \chi & 0 & 0 & -\sinh \chi \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sinh \chi & 0 & 0 & \cosh \chi \end{bmatrix} \quad (5.6.4)$$

式中出现的双曲函数则由下式定义:

$$\tanh \chi = \frac{v}{c}$$

另外,如果同一个坐标系还绕 x^2 轴旋转 β 角,或者绕 x^3 轴旋转 γ 角,则与它们相关的变换矩阵分别为

$$\Lambda(\beta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (5.6.5a)$$

与

$$\Lambda(\gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.6.5b)$$

人们还可以引入空间的反射变换,以及时间的反演变换等。这样,如果把 Lorentz 变换定义为式(5.6.4)与式(5.6.5)所示两种变换的叠加,那么,Lorentz 变换构成群。

除了个别字句的变动,以上关于 Lorentz 群的陈述完全符合于目前整个理论物理的相关陈述。但是,只要稍加比较,人们不难发现,此处构造 Lorentz 的方法,根本相异于前面构造 Galilean 变换群的方法。如果仍然遵循构造 Galilean 变换群的方法,那么,只能像式(5.6.3)所显示的那样,Lorentz 变换永远不可能构成一个保持自封闭的群。借助一个与 Lorentz 变换毫无关联的“坐标系旋转”变换构造群,从形式逻辑和物理理念两个方面考虑,都无异于一种“偷梁换柱”。或者说,对于现代物理学中实际使用的 Lorentz 群,充其量只能被称为“伪群”。

5.6.5 关于“对称性”分析的初步评述

在整个量子力学中,对于“对称性”的研究被人们赋予了一种特别重要的地位。汤川秀树在谈及对称性问题时,曾经这样大概地指出:力学系的状态可以通过一个完整可观测量组的本征矢表示。反之,当人们面对一个未知的力学系时,如何找出属于这个系统,与完整可观测量组构成逻辑对应的守恒量呢?此时,可以借助一些“对称”操作使 Hamiltonian 算符保持不变,从而寻求这个可观测量完备组。

可以认为,汤川秀树关于“对称性”所作的上述陈述,大体反映了目前科学世界的一般意识。但是,这样的认识是否足够准确呢?

首先,从一般哲学理念考虑,独立于“坐标系”选择不同形式的守恒量之所以能够存在,仍然根本渊源于被描述物质对象自身的“客观”性。因此,当人们使用不同的坐标系去定量地表现物质对象的运动学行为时,内蕴于物质对象自身的物理量不应该发生变化,或者说,当需要

借助“坐标系”去表现某一个较为复杂的“几何实在或者物理实在”整体的一种“数”的特征时,那么,随着坐标系的选择不同,这些“客观实在”相应呈现彼此不同的“分量表述集合”的具体形式,但是,不同坐标系中出现的不同“分量表述”之间必然存在某种确定的关联,以表现所有这些“实在”自身存在的客观性。其实,从另一个角度考虑,自然科学研究的本质使命同样正在于:如何摆脱形形色色“第一性原理”中不同“主观”意识的约束,从那些蕴涵了不同“观察者”不同意志的不同“观察性”陈述之中,发掘和寻找那些能够真正属于物质对象自身的东西,或者“理想化”物质对象的“自身”蕴涵的抽象同一性。

显然,一个“理想化”物质系统能够存在“多少”以及怎样“形式”的“守恒量”或“对称性”特征,只能本源地决定于物质对象自身。当然,也可以这样等价地看,正是这样一些“具有独立意义守恒量”的整体,相应为某种理想化物质对象构造了一种完整的抽象定义。因此,从形式逻辑考虑,绝对不是像目前理论物理通常形而上学地以为的那样,将“守恒量”或者与其对应的“对称性原理”作为物理学陈述的基本前提而“无条件”地存在。相反,不同形式的守恒量或者对称性原理属于一种“条件”存在,或者说,它们仅仅逻辑地“隶属于”那些“具有这种对称性特征或者为这种对称性特征所形式定义”的“理想化”物质对象。因此,理想化物质对象的前提存在,是守恒量得以存在的逻辑前提,绝对不允许将这种特定的逻辑关联颠倒过来。

事实上,对于一个理想化的物质粒子而言,由于粒子不存在“独立”的旋转运动,当然相应不可能存在具有独立意义的动量矩定理。等价地说,对于一个纯粹的“粒子”系统,动量矩定理只不过是动量定理的一种“重言式”表述,或者成为一个能够与动量定理保持一切科学陈述所必需的逻辑相容,但是自身没有任何“独立”意义的陈述。唯一的例外是,在某一个特定的物理现象中,已经不能忽略粒子自身旋转运动以及这种独立运动造成的影响。当然,此时的粒子系统只是一种习惯性的称谓,而不再具有人们最初赋予“抽象粒子”的本质内涵^①。

与此同时,在一切于“对称性”相关的分析中,还需要注意与上述“逻辑隶属”特征密切关联的另一个理性判断,即对称性本质上仅仅属于“人为理念”的范畴,逻辑地对应于“简单性”,或者意味着对于复杂物质世界的一种“理想化”的偏离。事实上,一个纯粹的理想化粒子,属于对“有形物质对象”所作的一种最简单的理想化物质模型。对于一个纯粹的理想化粒子,因为不存在真正属于自己的“独立”位形,所以只要满足“动量定理”的约束,则总可以“自动”满足“动量矩定理”的约束。也就是说,对于真正的粒子集合,动量矩方程不成为具有独立意义的约束方程。

因此,如果认真考察此处做出的陈述,那么,不难发现:汤川秀树在论及“如何探求未知物质对象力学量完备组”时提出“可以借助一些‘对称’操作使 Hamiltonian 算符保持不变,从而寻求这个可观测量完备组”的陈述中,实际上蕴涵着某种“认识不当”或者认识中的某种“逻辑倒置”现象。事实上,由于对称性自身的客观性,只能逻辑地隶属于特定的理想化物质对象,因此,当人们面对一个“未知”的物质系统,希望找出属于这个系统,与完整可观测量组构成逻辑对应的守恒量时,不是像汤川秀树所说可以借助一些“对称”操作以寻求这个未知物质系统的力学量完备组。逻辑上恰恰与其相反,通过某一些人构造的试探性的“对称”操作,探索那些为该物质对象无法“自动满足”的对称性特征,从而逻辑地意味着需要为这个特定物质对象保

① 除了数学推导中存在着许多不严格的问题,恰恰由于在这个过分简单的逻辑前提的认定上存在疏忽,宏观力学中 Cauchy 应力定理实际上是一个完全不当的陈述^[14]。

持与其对应,当然也更为复杂的“状态”参量,以能够在一个更大也更复杂的“状态空间”之中,形式地表现这个“较复杂”但是仍然属于“理想化认定”而存在的物质对象的一个“较为完整”状态。实际上,20世纪的物理学,本质上正是完全按照这种逐步“拓展状态空间”的方式,将人类对于“自存物质世界”的认识“逐步达致”深刻化。

对于自存的无尽物质世界而言,充满着差异和不对称,以及由这些差异和不对称所导致的复杂性。于是,当人们希望用某一个形式表述描述不同的物质对象时,为形式表述所形式定义的物质对象必然永恒地差异于那个真实存在的物质对象。正因为此,在自然科学的任何一个形式系统中,为形式系统所描述的物质对象只能属于一种“理想化”存在,永远不可能无穷逼近那个真实存在物质世界。但是,此处着重指出的“理想化”理念,根本不同于 Einstein 所述的那种仅仅依赖“直觉和顿悟”,而且还公然无视逻辑的一种纯粹“主观”理念。建立对物质对象所作“理想化”认定基础之上的形式系统是否具有实际意义,根本决定于这种理想化认定与被描述物质对象的吻合程度。

因此,守恒原理永远是条件存在、有限真实的,仅仅逻辑地决定于人们对于物质对象所作的理想化认定,人们无需也不能将守恒定理绝对化。当人们探索“未知”的物质世界时,对称性分析作为探索“复杂性”的根据具有重要的意义,可以根据对不同形式“守恒条件”的破坏,逐步扩大对物质世界的认识范围。

5.6.4A 关于“坐标系”和“参照系”的一个附加评述

值得指出,以上所谈及与对称性相关的形式变换,都是针对“坐标系(coordinate system)”而言的,它与物理学中通常所说“运动学参照系(kinematical reference system)”并不相同。坐标系和参照系属于两个完全不同的概念,相应具有完全不同的内涵。

此处所述理想化物质对象的对称性,属于物质对象自身的一种“内蕴”特征,相应表现这个物质对象的“复杂”程度。原则上,物质对象的对称性属于一种“几何”特征,当然,也相应决定了该物质对象可能进行“运动”的形式。但是,对称性分析独立于理想化物质对象可能所作的“具体”运动。或者说,对称性分析尽管可能反映物质对象的运动形式,但是独立于运动进行的具体状况(如大小、方向等)具有的运动学特征。

事实上,仅仅为了逻辑地表现任何特定物质对象自身的“几何”特征以及相应可能进行运动的“运动形式”特征,在表现这些“几何特征或者运动特征”变换基础的所有“对称性”操作中,坐标系被界定为一种仅仅表示“位置和方向”的几何基础。也就是说,不同坐标系之间允许存在“距离”上的差异或者“空间方位”的不同,但是,这些不同的坐标系属于纯粹的“几何学”概念,相互之间不存在同时定义于时间域中的运动,必须严格保持相对固定。

对于物理学中通常所述的“参照系”则不然,往往还被同时赋予了一种“观察者”的等价意义。正因为此,在目前的物理学陈述中,参照系不具“确定”意义,并且,对于某一个确定的物质对象而言,由于相应存在无数个不同参照系,物质对象的运动同样不具确定的客观性意义。或者更“形象”地说,由于现代物理学中的“参照系”本质上等价于另一个独立存在的“观察者”,那么,定义于这个参照系中的运动学陈述不再仅仅属于被描述的物质对象,而逻辑地包含了观察者自身完成的独立运动在内。显然,如果“物质对象”和“观察者”真的属于两种具有“确定意义”的客观存在,那么,将一个原则上仅仅属于“观察者”所完成的“独立”运动,引入对于另一个特定物质对象所作“独立”运动的描述之中,在哲学意义的直观理解上无疑是完全“无理”的,而在形式逻辑上必然蕴涵着某种尚未为人们认识到的推理错乱。实际上,如何恰当回答这个自 Newton 开创整个现代自然科学之始就存在的前提性问题,同样本质地构造了如何恰当回答“Mach 批评”的全部内容。

实际上,如果被描述的物质对象是确定的,那么从一般哲学原则和形式逻辑出发总可以相信:一定真实地存在着某一种“可能”途径,完全摆脱“观察者”必然蕴涵独立于“物质对象”自身不同“主观意志”的影响,构

造一个“完全”隶属于物质对象自身的形式表述。换一句话说,正因为物质对象自身的“客观”性,那么,针对这个特定物质对象,由无穷多观察者所构造的无穷多运动学表象并不真正独立,在这些不同运动学表象中肯定“蕴涵”某种逻辑关联,而这种逻辑关联正本质地依赖物质对象自身的运动。因此,从无以穷尽的运动学“相对表象”之中寻找那个“仅仅属于物质对象自身”的客观运动,自然应该成为自然科学研究中需要人们继续努力探索的方向。

其实,人们可以做出严格的论证:如果局限于纯粹“运动学”的范围,只要能够对某种运动表象的“逻辑属体或者物质主体”真正做出明确的界定,那么,属于这个物质对象的“运动”同样具有确定的“客观性”意义,独立于任何其他观察者。继而,考虑“动力学”的研究范畴,由于“力”必然逻辑地涉及不同的物质对象,因此,并且基于同样的理念,一旦能够对“力”所涉及的一对逻辑属体,即“受力体和施力体”同时做出明确的界定,那么,相关的动力学表述同样存在一个不存在任何歧义,完全独立于“与物质对象无关,本质上决定于研究者‘主观意志’的参照系”的一种“客观性”描述。正是在自然科学这样一系列的“基元概念”认识上存在的认识不当,使得整个经典力学源于“无穷多惯性系”而引起的认识困惑无法解决,并且,导致建立量子力学过程中出现一系列基础认识的完全错乱。

可以相信,任何一种“认识”紊乱,必然相伴于“逻辑”紊乱。同时,也可以相信,逻辑永远不能说出物质世界的真实,但是,逻辑能够保证对于物质世界真实的描述彼此逻辑相容。因此,放弃逻辑、容忍矛盾,本质上不再存在科学。

5.6.6 关于“物质客体和形式表述”逻辑关联探析以及“宇称守恒”的初步质疑

在现代自然科学研究中,随着人们无奈地放弃逻辑,公然将认识世界的途径寄托于形形色色“第一性原理”之上的时候,一个值得人们严重关切的前提性认识不当在于:从科学认识论的“整体”考虑,彻底颠倒了被形式系统所描述的“自存物质世界”和用以描述物质世界的“形式系统”之间显然存在“逻辑从属”关系;而局限于某一个特定的陈述系统之中,则同样彻底颠倒了对于被描述物质对象所作的“前提性理想化认定”与仅仅条件地隶属于这个特定理想化物质对象的某种“形式表述”之间显然存在“逻辑从属”关系。正因为前提性逻辑关联的彻底紊乱,现代自然科学体系必然处于深刻的逻辑紊乱之中,并且,不得不最终放弃逻辑,求助于无理性可言的“神学”意识。

当整个现代量子力学只能依赖于“第一性原理”而存在,无法否认这个陈述系统面对一系列前提性矛盾而无可奈何,甚至在 Dirac 只能诚实地将量子力学算符的构造戏称为一种“游戏”,而 Landau 干脆将数学严谨性称为自欺欺人的时候,对于任何一个心存理性期待的研究者而言,肯定不会轻易甘心放弃对于以“无矛盾性”为全部内涵的“理性原则”的追求。实际上,正是这样一种不甘心放弃理性的期待,构造了几乎伴随这个陈述体系诞生之始就持续探讨“量子力学哲学基础”的一种“人文化”基础。但是,从现代的某些量子力学著述的论述中,可以发现由于没有对整个现代自然科学体系,即从 Newton 经典力学、以及 Maxwell 经典电磁场理论中存在的一系列基元概念认识不当进行系统的清理,这样的努力注定不可能成功,进一步陷入认识悖论的循环往复之中。

其中,一个最容易进一步引入认识紊乱,但是恰恰在紊乱认识中又往往能够给人们提供某种心理安慰的错误观念就在于:否定存在“物质对象”的客观性意义,提出“到底何为物质”这样一个貌似公允的疑难^[10]。

对于这个“到底何为物质”的质疑,不妨从以下几个不同然而彼此关联的层面加以解释:

(1) 首先,物质世界以及物质世界中的任何一个人人们希望描述的特定物质对象,必然独立于人们的主观意志而存在,即使整个人类最终消亡也能依然继续存在。因此,物质世界的存在是客观的、独立的和真实的。

(2) 另一方面,与无尽物质世界相比,生活在物质世界某一个“角落”里的人类,无论从时间还是空间考虑都显得过分短暂和渺小。而且,无尽物质世界本质上是一个“彼此关联、相互作用”的整体,充满因“差异”而存在的复杂性,以及因为“变化和运动”而存在的不确定性。人类不仅不可能穷尽物质世界的真实,而且,也不可能穷尽物质世界某一个细微局部的真实。因此,人类只能对其所面对物质世界的某一个“局部存在”做出“理想化”的认定。

(3) 作为上述认定的逻辑推论,在人类所构造自然科学系统中,任何一个为不同形式系统所描述或者定义的物质对象,永恒差异于其希望描述的那个物质真实。或者正是在这个意义上,人们可以大概指出,自然科学陈述中的物质存在,必然蕴涵着某种主观意识在内。当然,也正因为此,必须把这种形式认定的物质对象称为“理想化”物质对象。并且,作为物质对象的“理想化”认定,逻辑蕴涵的恰恰是某种性质的“同一性”,与物质世界充满“差异”的现实,无论这种差异如何细微,始终存在“矛盾”或者“差距”。

(4) 但是,理想化物质对象尽管与真实的物质世界存在永恒差距,但是,那个借助形式语言所定义的理想化物质对象,以及这种理想化定义中所蕴涵的抽象同一性,仍然本原地属于人们希望描述的物质对象自身,相应显示那个隶属于物质对象自身的主要特征。因此,存在差异,并不能否定蕴涵于物质对象自身的客观性。否则,如果形式表述完全不同于被描述的物质对象,那么,这种描述变得没有任何意义。

(5) 显然,人们不仅不可能穷尽物质世界的真实,而且,随着人们所研究与处理的问题不同,在某一个为人们感兴趣的“同一”空间域中,甚至会在不同场合“重复”呈现彼此完全不同的理想化物质对象,而显示对于物质对象所作“理想化”确认时一种纯粹人为的“主观”意志。但是,理想化确认得以存在的前提仍然是那个自存物质世界所内蕴的基本特征,因此,它的存在基础仍然是“客观”的。其实,正是“主观意志”和“客观基础”在对于“物质世界独立于人类主观意识而存在”这样一种认识前提下的辩证统一,自然地贯串于任何一个真正“理性”的自然科学研究之中。

(6) 当然,也正因为此,必须始终自觉认识到,任何一种有意义的科学陈述必仅仅属于某一个理想化物质对象,只可能条件存在、有限真实。反过来讲,针对物质对象所作的“理想化”认定必自然成为形式表述系统得以存在的逻辑前提。

因此,在自然科学陈述中,理想化假设中必然蕴涵的某种“主观认定”以及由此而引起“有限真实性”与“有限论域”的存在,以及渊源于确定物质对象之中的“客观基础”之间的辩证统一,构成整个自然科学得以存在的基础。但是,正是在这样一个基础逻辑关联的认识上,整个现代自然科学体系出现了根本的认识倒置,一方面肆意扩大某一个条件存在形式表述的作用,甚至将某一个研究者个体神学话,另一方面却公然否定形式表述的物质基础,以及一切形式表述必需的无矛盾原则。

在现代理论物理研究中,没有意识到对称性作为一种形式特征仍然逻辑地隶属于某一个特定的理想化物质对象,仅仅条件存在、有限真实,相反却过分简单地将其置于一种“无条件”的前提性位置之上,这样,在“自存、有限真实、同时体现了人们某种主观意志”的理想化物质对象与只能“条件存在”于这些理想化客体的“形式表述”之间,出现了认识的逻辑倒置问题。或

者说,通过不同形式的不变性关系表现某一个物质对象的客观属性,同样可以视为人类认识深化过程中的某种标志。特别在对某些物质对象的真实内涵尚不被充分了解,需要加以探求的时候,对称性分析更是一种不可缺省的基本研究手段。但是,必须严格确认某种形式表述的“特定属性”与拥有这种属性“理想化物质客体”之间存在的“蕴涵”关系。仅仅由于物质对象的前提存在,当人们使用“形式”上不同但是在“本质内涵”上没有差异的“对称性”工具去表现物质对象的基本属性时,才可能表现出一种独立于人为意志,蕴涵物质对象自身的客观性。

例如,不能将动量矩守恒视为一种无条件存在,并且,由此考察一个纯粹粒子系统与旋转变换对应的不变量。事实上,任何理想化的粒子没有真正属于自身的旋转运动,又何以谈到“动量矩”以及“动量矩守恒”呢?但是,平动则不然。任何粒子具有真正“属于”自身的某种平移运动状态。因此,对于两个任意的坐标系,尽管它们的坐标原点之间可能存在某一个确定的差异 r_0 ,但是,人们仍然可以相信质点的运动独立于坐标系的任意选择,在这样两个不同坐标系中,粒子的运动以及运动学状态,即如下所示“位移矢量”和“速度矢量”始终保持同一:

$$\Delta r_1 = \Delta r_2 \quad u = \frac{dr_1}{dt} = \frac{dr_2}{dt} \quad r_2 - r_1 = r_0 = \text{const}$$

显然,这样一种“平移不变性”仅仅是针对两个“坐标系”相对平移一个“确定位置”而言的。

并且,借助坐标系所表现的平移不变性,与“Galileo 定律”所说在两个彼此处于相对运动状态中“参照系”所表现的不变性完全不同。事实上,即使参照系之间的相对运动速度 u_0 保持恒定,但是,出现于两个不同参照系中甚至包括“位移”在内的运动学状态都不再相同,

$$\Delta r_1 \neq \Delta r_2 \quad u_1 \neq u_2 \quad u_2 - u_1 = u_0$$

表现粒子两种完全不同的运动状态。或者说,此时的参照系已经不能再视为表现物质对象“自身”运动学状况一个恰当基准,相对于不同参照系所构造的不同运动学表象,除了决定于粒子自身的真实运动以外,还逻辑地包容了隶属于“参照系”自身的所作的独立运动在内。当然,在这种情况下,关于物质客体的一切运动学陈述本质上都不再具有“客观性”意义,原则上运动学速度可以从 $-\infty$ 随意变化到 $+\infty$ 。显然,这样一种明显存在的无理性,正是自 Newton 开创他的经典力学之始,那个至今没有定义的惯性系留给整个自然科学一个至今没有解决的困惑。

当然,正由于前提性概念中存在的认识紊乱,对于“动量守恒”和“动量定理”、“动量矩守恒”和“动量矩定理”这样一些在现代物理学几乎可以随意套用的不同称谓,人们需要加以严格区分,极其重视它们深刻蕴涵的本质差异。随着物质对象的需要研究的内涵愈益复杂,例如从理想化的粒子变化到理想化刚体,相应存在更多的独立变量,同样相应需要更多的独立物理学定理给予它们以限制。这样,随着物质对象自身的复杂化,可能需要构造诸如“动量定理”、“动量矩定理”等独立物理学陈述的约束。至于物理学中通常所述的“动量守恒”、“动量矩守恒”仅仅是某些“特定”条件下存在的“个性”特征,与表现几何体自身内蕴几何特征所具有的“不变性”完全不同。

此外,可以通过坐标系经历不同确定“位移或者角度”的变化,再根据该过程中可能存在不同的“不变性”特征,以揭示或者表现不同物质对象内蕴的不同几何特征。但是,用以表现“宇称”守恒特征,对坐标系所构造的“反射”变换,原则上不应该属于此处所述“不变性”分析的范畴。事实上,坐标系仅仅是用以表现几何体几何特征的一种“工具”。因此,当人们将坐标系置于不同的“原点”,或者设置成不同的“方位”的时候,如果物质对象的几何特征属于一种独立于研究者主观意志的客观性属性,那么,在这样一些“人为”构置差异中必然存在某种“不变性”,

相应表现物质客体自身蕴涵的某种“客观”属性。但是,坐标系的“反射”变换则不然。坐标系的反射变换意味着定义于坐标系之上的“计算”法则发生了变化,或者说,人们使用的“量度”工具已经不再相同,发生了一种实质性的变化。如果更为明确当然也较为抽象地说,就是“内蕴”于坐标系自身,用以表现不同坐标之间“置换关系”的 Eddington 张量的“形式定义”或者“抽象内涵”发生了实际变化。人们总可以合理地相信,在表现某一个“物质客体”以及定义于其上的物理量的时候,作为一种最起码的逻辑前提,那个为人们使用的“量度”工具必须保持严格统一。仅仅于此,由相同量度工具测量所得的“表观量”才具有相互可比较的意义。对于使用不同测量工具得到的结果进行比较当然属于一种“无意义”操作。

因此,从这个意义上考虑,任何关于“宇称”守恒的讨论,在原则上并不隶属于此处所说“不变量”的讨论范畴。人们甚至可以这样指出,与对于 20 世纪上半叶科学世界对于“宇称守恒”的一种过分简单的期待恰恰相反,“宇称不守恒”不仅普遍存在,属于一种过分平凡物理真实,而且,还由于实质性地改变了所使用的“量度”工具,从而成为一种不具深刻物理内涵的“平凡性”陈述。

此处不妨考察一个为大部分研究者熟知,四面体体积计算公式中出现的某种“反常”情况。人们曾经正确地指出,某一个确定的“物质构形”必然对应于一个具有“不变”意义的“体积”标量。由于标量仅仅与一个单纯的“数”对应,它既无需借助坐标系表现,当然也根本谈不上“数”在坐标系进行反射变换时具有怎样特殊性态的问题。但是,当人们使用“矢量三重标量积”这样一种特定的“描述方式”表现这样一个物理真实时,这个形式表述的物理量却只能被称为“伪标量”,因为“矢量三重积”不能在坐标系的“反射变换”中保持不变。但是,绝对不能由此产生一个逻辑推论:几何构形的“体积”不具有客观意义的不变量;可能出现的正确推断只能是,体积的“矢量三重积”表述只属于一个“条件存在”的恰当表述,需要定义在一个与 Eddington 置换张量保持逻辑相容的坐标系之中。当然,人们还可以等价地说,一个恰当的坐标系中的“坐标顺序”必须与相应的 Eddington 置换张量保持一致,否则坐标系自身的抽象内涵蕴涵了“前提性”的矛盾。

当然,也正是在这个意义上,人们甚至可以说,由于“宇称是否守恒”根本不属于某一个几何体或者理想化物质客体的内蕴特征,提出或者简单讨论宇称守恒问题本身其实就属于一个并不恰当的命题。但是,量子力学的经验事实告诉人们,不同特定物质对象的确真实地存在“宇称守恒”和“宇称不守恒”两种表象特征,因此,否定“宇称守恒”这样一种过分简单的“人文化”主观意识,注意到两种不同现象的真实存在仍然具有根本意义。只不过,还需要从这种“表象”差异之中进一步挖掘产生这种差异的本质内涵,仅仅于此,才可能真正将认识达致深刻和准确。不容否认,对于某一种在“后人”看来似乎过分简单的事实,但是,最初能够首先意识到它的存在并不容易。

其实,思维过程中这样一种“从复杂到简单”,继而再考虑“从简单到复杂”事实的周而复始,正深刻描述了人类“渐进式”深化认识的一种真实历程。

参考文献

- [1] 汤川秀树. 量子力学. 北京:科学出版社,1991
- [2] 喀兴林. 高等量子力学. 北京:高等教育出版社,1999

- [3] 余寿绵. 高等量子力学. 济南: 山东科学技术出版社, 1985
- [4] 尹鸿钧. 量子力学. 北京: 中国科学技术大学出版社, 1999
- [5] 曾谨言. 量子力学. 北京: 科学出版社, 1985
- [6] Dirac P A M. 物理学的方向. 北京: 科学出版社, 1978
- [7] 尼耳斯·玻尔集, 卷 6, (量子物理学基础 I). 北京: 科学出版社, 1991
- [8] 尼耳斯·玻尔集, 卷 7, (量子物理学基础 II). 北京: 科学出版社, 1998
- [9] Landau L D. and Lifshitz E M. Quantum mechanics, Beijing World Publishing Corporation, 1999
- [10] Greiner W. Quantum mechanics, an introduction, Third Edi. Springer, 1994
- [11] Parker S P. 物理百科全书. 北京: 科学出版社, 1998

第6章 经典量子力学中的两个特例及其思考

经典量子力学体系“过分庞大”,哲学理念的“过分怪异”,以及相关形式表述“过分复杂”乃至形形色色的“过分无理性”几乎到处明显存在。但是,与所有这些奇异性特征成为强烈对照的则是:人们指出,量子力学已经得到了许许多多的经验事实的证实。于是,这样一种严重存在的反差,成为人们能够理性认识这个陈述系统的重大障碍,同时也是现代科学世界不得不将量子力学完全置于“第一性原理”之上,甚至公然舍弃以“无矛盾性”为本质内涵的“数学严谨性”的根本原因。

在前一章陈述中,完全以“逻辑相容性”原则为考虑问题的出发点,努力揭示量子力学经典陈述在基本理念和形式逻辑方面可能存在的一切矛盾。当然,或许在现代科学主流社会看来,所有这些都显得过分“苛求责难”以至于难以容忍的话,那么,除了需要继续贯彻这样一种“挑剔”式研究问题的方式,现在还需要关注或者重新考察可能为某些研究者“不足挂齿”的一个“过分具体”或“过分细碎”的问题:仅仅着眼量子力学中“个别”具体实例的分析,努力探究在处理某些具体物理问题时,量子力学“到底告诉了人们什么”或者“以怎样一种方式表达这些结果”的问题。

当然,也可以这样大概地说,姑且不论量子力学整体结构可能存在的形式逻辑问题,或者暂时不去体会形形色色“第一性原理”可能蕴涵的不同意义,而只是希望做出一种切实的努力,或者做出一种尽可能较为准确的揣度:在一些具体物理问题的处理中,量子力学到底表达或者期望表达了什么样的“物理实在”?事实上,这种探究仍然回归到本书开篇之首曾经引用:“量子力学对于独立于认识以外的客观世界究竟给出了什么表述?”以及“量子力学对于客观世界究竟给出了什么深度的表达?”这样一些需要人们予以认真考虑,整个量子力学为何需要存在和应该怎样存在的根本问题。可以相信,即使按照现代科学主流社会的期待,需要人们最终接受某一个“神学”意义上的“第一性原理”,但是,如果这个原理没有特定的“逻辑主体”或者“物质对象”作为陈述的确定对象,只能成为没有任何确切内涵的“空言”陈述,它的存在依然没有意义^①。

^① 对于量子力学而言,笔者属于初学者。因此,正如多处坦诚指出的那样,本书的书写程式大体反映了笔者在阅读和学习量子力学过程中的实际思考或者反思过程。其实,对于任何真正愿意从事自然科学研究的研究者个体,或许首先需要这样一种具有根本意义的“平和”心态:坚信绝对不可能存在像 Einstein 这样仅仅凭借“直觉和顿悟”,甚至都不怎么懂得自己所使用数学工具就能够轻易获得真理的“先知”,当然,也不会存在什么“第一性原理”。任何真正的科学陈述“必然也必须”逻辑相容,当然也必定是自然的,最终容易为人们理性地接受。因此,努力保持一种“平常心”,首先认真探究量子力学所研究或者希望研究的物质对象到底是什么的问题,不仅对于像笔者的初学者成为需要首先予以关注的前提性命题,而且对于量子力学方面的所有专家而言,同样成为需要予以认真补课的前提性重大命题。当然,正因为此,尹鸿钧先生在其《量子力学》著述中就量子力学哲学基础提出的两个基本命题,自然成为重新认识量子力学以及重建量子力学的一种正确指导。

6.1 一维谐振子

在原则上,任何性质较为优良的函数,都可以通过 Fourier 变换表述为三角级数的等价形式。因此,在量子力学研究中,对于谐振子的讨论始终被置于一种前提性的位置之上。

假设粒子的质量为 m ,在某一个一维势场中运动,该势场的势函数为

$$V(x) = \frac{1}{2}Kx^2 \quad -\infty < x < \infty \quad (6.1.1a)$$

相应存在 Schrödinger 方程

$$\left[-i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2}Kx^2 \right] \Psi_E(x) = 0 \quad -\infty < x < \infty \quad (6.1.1b)$$

通常,这个运动中的粒子系统称为一维谐振子。

6.1.1 一维谐振子的经典解

此处的所有陈述都属于经典量子力学中的内容。但是,只是为了讨论问题的需要,仍然将这个为人们熟悉的推导过程罗列如下:一维谐振子系统的定态 Schrödinger 方程为

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2}Kx^2 \right] \Psi_E(x) = E\Psi_E(x) \quad -\infty < x < \infty \quad (6.1.2)$$

引入经典力学中谐振子的频率

$$\omega = \left(\frac{K}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6.1.3a)$$

继而作变量变换

$$\xi = \left(\frac{m\omega}{\hbar} \right)^{\frac{1}{2}} x \quad \lambda = \frac{2E}{\hbar\omega} \quad (6.1.3b)$$

于是, Schrödinger 方程可以表述成如下的等价形式:

$$\frac{d^2 \Psi(\xi)}{d\xi^2} + (\lambda - \xi^2) \Psi(\xi) = 0 \quad -\infty < \xi < \infty \quad (6.1.4)$$

在无穷远处有

$$\frac{d^2 \Psi(\xi)}{d\xi^2} - \xi^2 \Psi(\xi) = 0 \quad \xi \rightarrow \pm \infty \quad (6.1.5a)$$

作为该方程的渐近形式解为

$$\Psi(\xi) \sim \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) \quad (6.1.5b)$$

考虑到在物理上合理的有限大边界条件,式中已经舍去另一个解。这样,待求的波函数可以形式地表示为

$$\Psi(\xi) = H(\xi) \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) \quad (6.1.6a)$$

将其代入原方程,得

$$\frac{d^2 H(\xi)}{d\xi^2} + 2\xi \frac{dH(\xi)}{d\xi} + (\lambda + 1)H(\xi) = 0 \quad -\infty < \xi < \infty \quad (6.1.6b)$$

该方程为待定系数需要满足的方程。

进而将待定系数展开成幂级数

$$H(\xi) = \sum a_v \xi^v \quad (6.1.7a)$$

不难导得

$$H_n(\xi) = (-1)^n \exp(\xi^2) \frac{d^n}{d\xi^n} \exp(-\xi^2) \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (6.1.7b)$$

与其对应,

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (6.1.7c)$$

该式表示定态 Schrödinger 方程的本征值,人们将其称为一维谐振子的定态能谱。

与以上结果对应,定态 Schrödinger 方程的本征函数为

$$\Psi_n(x) = N_n H(\xi) \exp\left(-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}\right) \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (6.1.8a)$$

注意,式中的 N_n 是人为引入的一个待定系数。事实上,作为一种独立的人为假设,任何形式的几率描述都应该满足“归一化”的假定。也就是说,对于任何本征函数,都必须满足如下所示的约束条件:

$$1 \equiv \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi_n(x)|^2 dx$$

从而得到

$$N_n = \left[\frac{\left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\pi} 2^n n!} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.1.8b)$$

该系数即为人们通常称作的归一化系数。

最后,再简略讨论如何应用以上导得结果的问题。如果只考虑基态,即与最低本征值对应的能量状态,根据式(6.1.7),此时的能量为

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega \quad (6.1.9a)$$

另外,根据式(6.1.8),基态时谐振子的分布几率为

$$|\Psi_0(x)|^2 = \frac{\left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{m\omega x^2}{\hbar}\right) \quad (6.1.9b)$$

当然,在坐标原点 $x=0$ 处,出现谐振子的几率最大。

在经典力学中,任何运动中系统的动能恒不得小于零,等价地说,势能不得小于整个系统的能量。由此,相应存在一个经典意义的约束条件

$$V(x) = \frac{1}{2} K x^2 \leq E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega$$

$\leftrightarrow$

$$\xi^2 = \frac{m\omega x^2}{\hbar} \leq 1$$

但是,根据以上导得的量子力学结果,对于经典力学不允许存在的区域,却存在并不等于零的几率,即

$$\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\xi^2) dx}{\int_0^{\infty} \exp(-\xi^2) dx} \approx 0.16 \neq 0 \quad (6.1.9c)$$

对于这样一种与经典力学之间存在的差异,人们通常将其称为量子效应。

6.1.2 一维谐振子分析

需要指出,以上求解一维谐振子的全部运算结果都是属于经典量子力学的。在作进一步分析以前,人们不妨进行若干直观的考察,注意以上运算过程与人们求解一般微分方程所表现的不同特征:

首先,在谐振子的量子力学分析中,Schrödinger 方程本质上并不是作为一种“动力学方程”的形式出现的。或者说,它不仅相异于通常意义上的微分方程定解问题,而且,正如人们已经做出证明的那样,由于时变算子恒为幺正算子,即时间域上的影响恒等于零,

$$\frac{d}{dt} \langle U^+(t) | U(t) \rangle \equiv 0$$

因此,即使将定态 Schrödinger 方程导得的解重新代入最初的动态 Schrödinger 方程之中,在本质意义上仍然无力描述量子系统量子状态的真实变化。

此外,与第 5 章曾经做出的分析完全一致,人们可以发现在整个推导过程中,根本没有考虑微分方程理论使用“频谱法”求解定解问题必须考虑的“线性叠加”原则以及通过对“本征函数族”全体在“待定序数”所构造的叠加中求得那个能够与定解条件保持一致的“唯一解”问题。恰恰相反,在量子力学所构造的求解过程中,人们关注的仅仅是若干“分立”的本征函数,并且,正如式(6.1.9)针对处于基态谐振子所作分析时显示的那样,每一个本征函数本质上的确都可以作为一种独立意义的存在,向人们展示了独立的物理内涵。当然,无需也不能将这些分立的本征函数与 Hilbert 空间构成逻辑关联。

以上针对谐振子量子力学研究所作的两点补充陈述,其真实性应该毋庸置疑。而且,作为量子力学基本方程的 Schrödinger 方程,并不具有“动力学方程”应该具有的“动力学”特征,以及这个方程与数学物理方程理论中通常赋予“偏微分方程”一般特征之间存在的本质差异的事实实际上具有一种启示意义。但是,在量子力学被置于“第一性原理”之上,并且希望由其表现微观世界的全部物质实在时,对于这样一些明显存在的无理性和被人们“不知道是有意识还是无意识”地完全忽略了。事实上,在量子力学的几乎所有不同著述中,几乎都以一种“自明”方式,在不加任何证明地直接引用或者表达以上表述蕴涵的“反常”内涵,并且,为量子力学研究中“将不同本征函数视为具有确定意义物理实在”这样一种纯粹的“主观愿望”提供了一种没有“合理性”的依据。

但是,也恰恰因为此,经典量子力学研究中,所关注的只是如何从某一个具体数学表述出发进行“无穷”推理,而从来不考虑“这种推理是否符合逻辑”乃至是否能够将其视为“推理”的问题。特别是在 Dirac 引入了算子符号以后,在寄希望于应用这个符号系统更为方便地进行推理,从而将量子力学的表现范畴不断加以扩大的时候,不仅没有任何逻辑性可言,而且,也几乎从来不考虑相关形式表述的真实物理内涵。其实,在进行这种过分自由和无视逻辑性的无穷推理的时候,人们忘记了这样一种关于逻辑推理的基本原则:根据且根据“推理逻辑”,任何合理的逻辑推论都不可能超越“逻辑推理前提”最初蕴涵的物理内涵,除非是那些不讲究逻辑

的“无理性”臆断。当然,如果“遵循逻辑”并且仅仅“依靠逻辑”,是永远不可能因为把 Schrödinger 方程人为定义为一种“公理化”假设,就可以由这个数学表述推得描述微观世界的所有其他公式的。

此处,如果将式(6.1.8)所示的本征函数再重新写出

$$\psi_n(x) = N_n H(\xi) \exp\left(-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}\right) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

继而,仅仅根据量子力学自己所设定也没有做出任何说明的处理原则,将与这些不同的本征函数所对应的不同本征值

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

视为量子系统的不同本征态能量,并且界定为量子系统真实存在的不同“个性”特征。显然,这些不同的本征函数所构造的“离散”集合,根本不同于 Hilbert 向量空间,只是“离散”集合中完全多个函数的和才可能与某一个连续函数对应。另一方面,从以上表述中还看到所有不同的本征函数都包含如下所示的指数函数:

$$\exp\left(-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}\right) \in \psi_n \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (6.1.10a)$$

这似乎向人们展示所有本征函数共同具备的某种“共性”特征。事实上,经典量子力学所叙述的具体求解谐振子过程告诉我们,存在于所有本征函数中的指数函数,本质上源于无穷远点处为式(6.1.5)所描述的渐近方程

$$\frac{d^2 \psi(\xi)}{d\xi^2} - \xi^2 \psi(\xi) = 0 \quad \xi \rightarrow \pm \infty \quad (6.1.10b)$$

以及该方程相应存在渐近形式的解

$$\psi(\xi) \sim \exp\left(\pm \frac{\xi^2}{2}\right)$$

也就是说,关于指数函数的两种不同表述形式,即最终表述以及相关微分方程共同刻画量子效应的某种本质内涵。

另一方面,如果再考虑构造渐近方程的最初形式

$$\frac{d^2 \psi(\xi)}{d\xi^2} + (\lambda - \xi^2) \psi(\xi) = 0 \quad -\infty < \xi < \infty$$

那么,也只是因为任何系统的能量 E 只能取有限值,所以在无穷远处总存在一个基本的不等式关系

$$\lambda = \frac{2E}{\hbar\omega} \ll \xi^2$$

于是,人们同样可以做出一种大体判断:渐近方程“独立”于任何特定量子系统可能存在的不同能量状态,因此,作为一种共性特征,这个方程和作为它的解的指数函数在表现量子系统的量子效应方面必然具有某种本质意义。

这样,我们可以进入谐振子“实际”分析中某些让人们真正感兴趣的地方——揭示渐近方程以及它的指数函数解可能蕴涵的本质内涵。

(1) 渐近方程蕴涵的共性特征

首先,考虑到谐振子的 Schrödinger 方程

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} Kx^2 \right] \psi_E(x) = E \psi_E(x) \quad -\infty < x < \infty$$

以及通过式(6.1.3)所示变量变换改写而成的等价形式

$$\frac{d^2 \psi(\xi)}{d\xi^2} - \xi^2 \psi(\xi) = \lambda \psi(\xi) \quad -\infty < \xi < \infty$$

并且,将它们与渐近方程

$$\frac{d^2 \psi(\xi)}{d\xi^2} - \xi^2 \psi(\xi) = 0 \quad -\infty < \xi < \infty$$

比较可知,渐近方程与原方程的差异仅仅在于略去了与能量有关的项,从而使得渐近方程成为一切“谐振子”系统共同具有“内蕴”特征的形式表述,独立于某一个谐振子系统的特定运动学状态。

(2) 几率分布与“波”之间的本质差异

谈及任何形式的“波”,几乎必然蕴涵着某种重复出现的简谐运动。在经典力学中,描述“简谐振动”的运动学方程为

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

如果将其与量子力学谐振子运动的渐近方程相比,不难发现,两个方程在形式上显得十分相近。但是,在“零阶项”出现的符号的差异却具有一种“特征”意义,使得两个方程表现了完全不同的“物理内涵”或者“运动学特征”。事实上,如果不考虑初始相位,简谐振动的解函数为

$$x \approx \exp(i\omega t) = \cos(\omega t)$$

它直接表示了运动粒子的一种往复振动,或者与“波”类似的一种的运动形式。但是,与量子力学的渐近方程对应的解不是表现“震荡”的简谐函数,而是一个随着自变量的改变迅速变化的指数函数

$$\psi(\xi) \approx \exp(-\xi^2)$$

其实,也正因为这种根本差异的存在,才可能像式(6.1.9c)所显示的那样,随着粒子所处的空间位置与“平衡点”的逐渐偏离,在这个空间位置之上出现谐振子的几率在迅速降低。因此,即使从这样一种“数学上的直观意义”出发进行分析也不难发现,仅仅基于 de Broglie 一种纯粹依赖于“思维实验”而提出的“物质波”的概念,将求解谐振子“实际”过程中用以刻画“量子效应”共性特征的指数函数与以谐振运动为基础的“波运动”构造某种逻辑关联并不恰当。或者说,对于量子力学谐振子分析中最终求得的解,无论从数学表述还是相关物理内涵考虑将其称为“几率波”都是不恰当的。

(3) 指数函数隐含的某种物理实在

在以上分析中,在形式上大概揭示了谐振子量子力学分析中“渐近方程”以及它的指数函数形式的解所蕴涵的“共性”特征,继而,指出作为量子效应“几率分布”规律的指数函数与“简谐函数”之间的本质差异。但是,一个需要人们继续做出大概思考的问题是,对于本质上作为一种“几率”表述的指数函数

$$\Psi(\xi) \approx \exp(-\xi^2) = \exp\left(-\frac{m\omega x^2}{\hbar}\right)$$

为什么随着 x 的加大几率会呈指数规律下降,或者说,如何对这种规律中可能蕴涵的物理内涵做出一种大概合理的解释呢?

此处,仅仅作作为纯粹人为提出的假设,重新构造一种新的思考途径:摆脱“波函数”这样一些纯粹人为杜撰理念的影响,努力将量子力学期望表现的“量子效应”实实在在地视为某种真实存在的“物理效应”,继而在此基础上考察这种“物理实在”对于“经典描述谐振子”可能造成的偏离^①。

显然,根据“量子跃变”的物理真实,出现在指数函数中的“无量纲自变量”可以借助“变分”的形式加以表示,即

$$\xi^2 \approx \frac{m\omega x^2}{\hbar} \approx \frac{m\delta x \delta x}{\hbar} \approx \frac{\delta \tau}{\hbar} \approx \frac{\delta \mathbf{p} \cdot \delta \mathbf{x}}{\hbar} \quad (6.1.11)$$

显然,如果依据这样的认定前提,此处引入的无量纲量 ξ^2 则被自然地赋予了一种确定的物理意义。它向人们显示这样一种基本物理表象:

对于一个任意的粒子系统,当其按照属于这个系统的基本方程所表现的规律进行运动的同时,却随时可能与其所处的物质环境发生与“量子跃变”对应的量子作用。在许多情况下,与粒子系统自身具有的动量、能量相比,粒子系统承受的量子效应的影响很小,不可能对粒子系统的表观运动状态造成影响。但是,量子效应的影响是真实的,并且,在若干特定条件下,由于离散量子效应的存在,使得粒子系统的“表观运动”状态出现了离散的“分叉”现象。

另一方面,任何粒子与其物质环境,即一种“场”之间发生的量子效应必须吻合于 Planck 的基本量子假设

$$\delta x \delta p \approx n\hbar$$

也就是说,物质世界真实存在着形形色色的场,以及相关的量子效应,但是,任何一种量子效应都只能以“一份一份”的方式发生着。因此,如果人们需要对于某一种“未知”的量子效应,或者说,需要对这种效应对于粒子系统运动表象所产生的影响做出一种大概“评价”的话,那么,式(6.1.11)以 Planck 常数 $\hbar$ 为基准所定义的无量纲量 ξ^2 应该成为一种恰当的表述。与其对应,在这个表述中的变分 $\delta p \delta x$ 则共同刻画了由于量子效应造成影响的程度。

显然,一旦完成了这样一种完全基于物理真实的认识,人们将不再需要仅仅依赖于形形色色“人为概念”的不断杜撰,进行“无逻辑一致性”可言的逻辑推理。人们可以推断,对于某一个处于运动之中,也就是说包括自身的动量、动能都处于“有限大离散量”变化之中的粒子,如果存在一个真实但是“不知相关细节”的量子效应的自由,并且,当人们用粒子的“位移变分” δx 和“动量变分” δp 表现这种作用对于该粒子运动产生的影响,或者对于不存在量子效应时“原”运动状况的一种“可能偏离”的话,那么,对于这些不同的“离散”分布,如果以一种“指数分布”函数

$$\Psi(\xi) \approx \exp(-\xi^2) \approx \exp\left(-\frac{\delta \mathbf{p} \cdot \delta \mathbf{x}}{\hbar}\right) \quad (6.1.12)$$

共同描述它们随着“可能偏离”的加大而迅速衰减的规律可以认为是合理的,能够为人们理性地予以接受。

人们必须形成这样一种理性意识,任何对于量子效应的细节做出真实描述的期待,本质上都超越了量子力学同样必须存在的“有限”论域。其实,也正因为此,量子力学的表述应该是离

^① 当然,未来的进一步分析将指出,对于“量子效应”真实存在的认定是完全合理的,而且,一旦将针对这种物理实在的认定在形式上确定下来,那么,在此基础上重新构造的量子力学形式表述恰恰能够与整个经典力学保持严格逻辑相容。

散的,并且,相对应于一种“几率”形式的表述。这样,在原则上人们只能使用“变分”描述那些“真实存在但是无细节可言”的量子效应所造成“不具确定意义”的偏离。

6.1.3 关于“量子效应”物理实在的一个初步分析

可以相信,在完成对某一个陈述系统完整的理性分析以前,即使仅仅作为伴随于科学研究过程一种自然存在中的“好奇心”,人们总希望做出这样一种努力:探求一个“几乎完全明显荒悖”的经典论述系统,为什么能够在某些“具体算例”中展示一种大体符合人们愿望,或者基本吻合于所期望表现物理真实的解答呢?

事实上,如果认识到需要使用“量子约束方程”以表现“量子作用”过程普遍存在的物理真实,取代那个仍然属于“人为猜测”而得的 Heisenberg 不确定关系式,并且最终以一种“拒绝矛盾、拒绝不断修改概念,必须与经典力学完全逻辑相容”的方式重新完成对量子力学体系的理性重建工作,那么,以上针对量子力学谐振子所作的分析仍然显得过分直观,不能相应构造一种具有一般意义的形式表述系统。但是,一旦彻底抛弃诸如 Schrödinger 波动方程、物质波等等纯粹“人为杜撰”的概念,努力在经典力学所描述粒子运动的基础上,考虑如何“叠加”作为物理真实的“量子效应”产生的真实影响,以表现相关的物理真实仍然是合理的。事实上,此处所述正大体表现了这样一种展现量子效应的思考方法,虽然尚不能视为一种完整和系统的分析,但是从哲学基础和思维结构考虑,这种处理和表现“量子效应”作为一种“物理真实”真实存在方法,与本书后续讨论所构造的“量子力学一般性形式表述系统”严格保持本质同一。

进一步讲,与 Dirac 过分反常强调经典力学中 Newton 表述与 Hamilton 表述之间的“表现形式”差异所具根本意义的思想完全相反,与整个经典理论明确界定经典力学中两种特定“表述形式”具有的本质一致性同时,人们同样需要形成一种理性意识,即量子力学与经典力学的不同,并不决定于经典量子力学中形形色色人为杜撰的“第一性原理”,而根本渊源于被描述物质对象的不同。因此,与经典力学存在两种不同的形式表述系统完全一致,量子力学同样会自然地存在两种彼此严格“逻辑相容”,但是具体表述形式不同的两种形式系统。

事实上,Bohr 最初针对“氢原子”所作的分析并无任何不当。或者说,对于那个被建立在形形色色人为杜撰的“完全荒悖”理念基础上的“量子力学”所取代,由 Bohr 最初创建的“量子论”本质上与此处针对谐振子的分析在基本思想上保持大体一致,恰恰是一个以“物理实在”为基础的恰当科学陈述体系。问题在于,引起人们认识紊乱的是经典电动力学一系列相关结论的严重错误。事实上,不仅仅经典电动力学关于运动电子激发电磁场的一系列经典结论存在大量数学推导和物理理念的严重失当,而且,那个一直被人们以为在经典理论框架内几乎成为一种“完备性陈述系统”典范的 Maxwell 经典电磁场理论体系,恰恰在“数学表述”和“物理理念”两个方面同时存在严重的不足和错误。

而且,从一种朴素的“直观意识”角度考虑问题,如果一个物理学陈述是真正合理的,那么,这个陈述即使在一种“直观”意义上也应该具有最起码存在的基本合理性。正因为此,一些量子力学著述早已诚实地指出,通过 de Broglie 的“物质波”假设,将 3 维空间中自由粒子的运动与另一个与其毫无关联的属于某一个“整个 2 维空间”之上平面波“驻波”构成一种逻辑关联,违背了基本的物理常识。事实上,也正是这种几乎明显的无理性,de Broglie 本人在横贯他整个生命历程的不同时刻都曾经以不同的方式表明了自己的态度,他并不同意这个强加于他作为发明人的物质波的观点。

人们甚至可以相信,我们的后人如果还能够读到 20 世纪初叶构造量子力学过程中的这一段历史真实,他们或许会觉得完全的不可思议:自然科学研究者怎么可能接受这样一种几乎完全自明,根本毫无理性可言的胡乱猜测呢?然而,这就是历史,人类深化认识历程中一段曾经真实发生过的历史。并且,还可以相信,如果没有这样一些看起来毫无理性的猜测和思考,也就不可能存在后人对于理性的一种简单而自然的重新认识。当然,由此也可以在人们脑海中形成这样一种体会:一种认识上过分反常的存在,或许恰恰成为人类深化认识物质世界迂回曲折过程中一种过分艰辛历程的写照。但是,更为准确地说应该是,自然科学总是“承继性”发展的,因此,如果经典力学中的“惯性系”认识困惑、什么是经典电磁场理论中“位移电流”的真实物理内涵等一系列的前提性概念问题并没有真正解决,那么,在不当认识前提下进行推理的结果只能走向紊乱,甚至彻底荒谬。

不得不重复指出,对于 20 世纪科学体系的构建者们,存在一种过分奇怪的思维悖论:一方面,不得不像 Heisenberg 诚实指出的需要“打破一切通常运动学概念”的约束,另一方面,又不断“无所羁绊”地随意杜撰着新的“概念”,并且,仅仅依赖他们杜撰的新概念进行着新的“推理”;一方面,Einstein 公然提出作为构建整个“相对论”基础的两个“矛盾”着的“物理真实”,无需也无可解释,另一方面,却要求整个物质世界必须“无条件”和“逻辑”地服从一种“语言陈述系统”的革命;一方面,面对量子力学中的种种矛盾,Landau 不得不将“理论物理中的数学严谨性”称为“自欺欺人”,另一方面又要求人们必须按照一种“逻辑”的方法构建整个现代自然科学体系,并且,期待整个物质世界能够“逻辑”地服从这些无视逻辑的形式体系。

其实,这些充满矛盾的陈述能够长时间得以存在的原因,仅仅在于 Heisenberg 同样诚实指出的,让一切服从“由实验给出的‘数’的关系”。正是这样一种过分“实用主义”和简单“形而上学”伴生的奇怪原则,使得整个现代科学世界始终处于一种隐含着深刻矛盾的“非理性”危机之中,尽管从人类历史长河中一个短暂时期考虑,这些实用主义的处理方法的确是十分实用的。

此外,也正因为形形色色的实用主义或者科学研究者仍然作为“社会人”难以避免的功利主义,一个或许让科学世界以外旁观者觉得格外不可理喻,然而往往正是作为普遍真实的另一种存在则是:几乎在人类认识深化的历史进程中的任何一个时代,那些自认为处于权威地位的科学主流世界,尽管无力解决所面临许许多多没有解决的重大前提性科学难题,却总以一种强硬甚至蛮横的态度拒绝批判,拒绝以“无矛盾性”为全部本质内涵的“理性”原则。历史正是这样地重复着。当然,同样可以相信,当今科学主流世界的这样一种傲慢和粗鲁,也根本违背了 20 世纪初叶所涌现一大批科学研究者的初衷,当然,也不可能真正读懂他们的书。正如某些现代科学史研究者指出的,自 20 世纪后半叶以后,理论物理几乎没有实质性的进展,或许道理也仅在于此。

6.2 Stern-Gerlach 实验

不同量子力学著述通常都会提及 Stern-Gerlach 实验。在这个实验中,具有确定磁矩的原子在经过不均匀磁场后分裂成不同的原子束。据此人们提出,可以通过对不同原子束中不同原子数目的测量和记数,探求原子内部包括磁矩在内的基本属性。

下面让我们重新考察 Stern-Gerlach 实验以及相关的具体分析过程,看一看经典量子力学

究竟是怎样得到人们期待得到的结果,或者是如何对经验事实做出解释的。

6.2.1 经典分析

仍然采取以上进行讨论的模式,首先了解经典量子力学中进行相关分析的内容。^①

假设被测量的碱金属原子由一个价电子和原子实组成,并且,不考虑它们的自旋和自旋磁矩。如果用 r, p, m 和 e 分别表示粒子的位置矢量、动量、质量和电荷,下标 1 和 2 分别用来表示电子和原子实,那么,在由矢势 A 所描述的磁场中,整个原子系统的 Hamiltonian 为

$$H = \sum \frac{1}{2m_i} (p_i - e_i A_i)^2 + V(r_1 - r_2) \quad (6.2.1a)$$

式中,向量函数 $A_i(r_i)$ 与第 i 个粒子的矢势相对应,而标量函数 $V(r_1 - r_2)$ 则表示两个粒子之间存在的静电 Coulomb 势。

为了运算方便,如果引入系统的质心坐标 $R(X, Y, Z)$ 以及粒子相对于质心的相对坐标 $r(x, y, z)$,作为算符,与它们对应的质心动量和相对动量则可以分别表示为

$$\begin{cases} P = -\frac{i\hbar\partial}{\partial R} \\ p = -\frac{i\hbar\partial}{\partial r} \end{cases}$$

此外,引入量子力学中通常使用的“缓变磁场”假设,认为在原子的线度范围之内,磁场强度 B 几乎没有变化,可以仅仅表示为质心坐标 R 的函数,即

$$\begin{aligned} B(R) &= \nabla_r \times A = \text{const} \\ &\rightarrow \\ A &= -\frac{1}{2} r \times B \end{aligned}$$

式中 r 为相对坐标,相应存在

$$p \cdot A = -\frac{1}{2} p \cdot (r \times B) = \frac{1}{2} B \cdot (r \times p) = \frac{1}{2} B \cdot l$$

其中, l 称为相对角动量。于是,原子系统的 Hamiltonian 可以近似地表示为

$$H = \frac{1}{2M} P^2 + \frac{1}{2\mu} p^2 + V(r) - B(R) \cdot m \quad (6.2.1b)$$

式中,

$$M = m_1 + m_2$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$m = -\frac{e}{2M} \left(\frac{m_2}{m_1} - \frac{m_1}{m_2} \right) I \approx -\frac{e}{2m_1} I$$

分别称为原子系统的总质量、折合质量和磁矩。

这样,对于整个原子系统的波函数 $\Psi(R, r, t)$ 需要满足 Schrödinger 方程,可以互为耦合地定义在质心坐标和相对坐标空间之中

① 相关经典叙述基本按照文献[3]所采用的方式加以陈述。在该著述中,将对于这个实验的分析用作全书的开篇之首,其实这样一种以某种实验事实为讨论基础的独特处理方法是十分有意义的。

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t) = \left[\frac{1}{2M} \mathbf{P}^2 + \frac{1}{2\mu} \mathbf{p}^2 + V(\mathbf{r}) - \mathbf{B}(\mathbf{R}) \cdot \mathbf{m} \right] \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t) \quad (6.2.2)$$

显然,表现磁矩影响的 $\mathbf{B} \cdot \mathbf{m}$ 直接表现了这种耦合作用,其中,磁场强度 $\mathbf{B}$ 和原子系统的磁矩 $\mathbf{m}$ 作为质心坐标和相对坐标的函数分别定义在两个不同的坐标空间之中。继而,人们再按照两种不同情况分析该量子系统的运动。

(1) 进入磁场前的原子系统

在原子系统进入设定的磁场前, Schrödinger 方程可以退化为

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t) = \left[\frac{1}{2M} \mathbf{P}^2 + \frac{1}{2\mu} \mathbf{p}^2 + V(\mathbf{r}) \right] \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t) \quad (6.2.3)$$

由于在这个方程中不存在两种不同坐标彼此耦合反映磁矩影响的项 $\mathbf{B} \cdot \mathbf{m}$, 人们假设能够对波函数进行如下所示的分离变量:

$$\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t) = u(\mathbf{R}, t) \phi(\mathbf{r}) \quad (6.2.4)$$

并且,定义于两个不同坐标空间中的函数需要分别满足两个不同的方程,即

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{r}}^2 + V(\mathbf{r}) \right] \phi(\mathbf{r}) = E \phi(\mathbf{r}) \quad (6.2.5a)$$

以及

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} u(\mathbf{R}, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2M} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + E \right] u(\mathbf{R}, t) \quad (6.2.5b)$$

这样,对于原来定义在质心坐标和相对坐标的一个较为复杂的波动方程,被转化为定义在质心坐标空间中的动力学方程和仅仅定义在相对坐标空间中的定态方程,以及在恰当定解条件下对它们耦合求解的本征值问题。

首先,考虑定态方程

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{r}}^2 + V(\mathbf{r}) \right] \phi(\mathbf{r}) = E \phi(\mathbf{r})$$

显然,该方程定义在相对坐标空间中,直接表示原子系统内部的相对运动状况。根据经典量子力学,定态方程中的本征值 E 为系统的能量,当使用 n, l 和 m 分别表示该原子系统中的主量子数、轨道角动量量子数和磁量子数的时候,本征函数为可以表示为 $\phi_{nlm}(\mathbf{r})$, 另一方面,能量 E 与磁量子数 m 无关,存在 $2l+1$ 度的简并,因此,与某一个确定的能级状态 E_{nl} 相对应,本征函数为

$$\phi_{nl}(\mathbf{r}) = \sum_m c_m \phi_{nlm}(\mathbf{r}), \quad (\hat{H} - E_{nl}) \phi(\mathbf{r}) = 0 \quad (6.2.6a)$$

或者为了简单计,直接记为

$$\phi(\mathbf{r}) = \sum_m c_m \phi_m(\mathbf{r}) \quad (6.2.6b)$$

式中,以离散形式出现的本征函数 $\phi_m(\mathbf{r})$, 需要借助与磁量子数 m 直接关联的力学量的本征值加以确定,当然

$$\sum |c_m|^2 = 1 \quad (6.2.6c)$$

即必须满足一切几率表述必需的归一化条件。

继而,再考虑定义在质心坐标空间中的动力学方程

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} u(\mathbf{R}, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2M} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + E \right] u(\mathbf{R}, t)$$

显然,除了用一个常数 E 表示一个势函数以外,这个定义在质心坐标空间中的动力学方程在形式上与 Schrödinger 方程相比几乎没有任何差异。因此,在原则上似乎仍然需要采取分离变量的方法,通过构造这个动力学方程的形式解,进而根据定解条件求解属于这个方程的唯一解。但是,量子力学基本方程的求解,本质上不属于数理方程的定解问题,人们无法求得某一个满足初始条件的解,去表述量子系统在“时间域”中的真实变化历程。

事实上,正如前面分析多次提到的那样,几乎所有的经典量子力学著述,都已经通过不同方式向人们表明这样一个基本事实:任何满足上述基本方程的解,必然存在这样的基本特征

$$\frac{d}{dt}\langle u | u \rangle \approx \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{\infty} u^* u dR = 0$$

也就是说,当 Schrödinger 方程满足“定态”的假设前提时,波函数所表述的“几率”必然在时间域中始终保持不变。当然,在作为“几率”表述的量子力学中,这个方程也自然失去了动力学方程的本来意义。于是,经典量子力学只能回避 Schrödinger 方程作为一种动力学方程本质蕴涵的数学物理问题,仅仅向人们提供一个如下所述的形式解:

$$u(R, t) = c \exp \left[\frac{i}{\hbar} \left(Et + \mathbf{P} \cdot \mathbf{R} - \frac{P^2}{2M} t \right) \right] \quad (6.2.7a)$$

式中的常数 c 为待定的归一化系数。当然,通过对该函数分别在时间域和空间域中求导,人们不难做出验证,这个函数满足上述定义于质心坐标空间中的动力学方程。

此外,在经典量子力学的陈述中,还不加任何证明地希望人们接受这样一系列的基本理念:此处所引入与原子系统质心的动量 P 对应的函数就是 de Broglie 所说的平面波,另一方面,式中的动量 P 是任意的,因此,作为该平面波的一种线性叠加

$$u(R, t) = \exp \left(i \frac{Et}{\hbar} \right) \cdot \int c \exp \left[\frac{i}{\hbar} \left(\mathbf{P} \cdot \mathbf{R} - \frac{P^2}{2M} t \right) \right] dP \quad (6.2.7b)$$

即人们通常所说的“波包”,则可以用以表示入射原子质心的运动状况。

综合式(6.2.6)和式(6.2.7)所示的结果,进入磁场以前原子系统的波函数为

$$\begin{aligned} \Psi(R, r, t) &= u(R, t) \sum c_m \phi_m \\ &= \exp \left(i \frac{Et}{\hbar} \right) \cdot \int c \exp \left[\frac{i}{\hbar} \left(\mathbf{P} \cdot \mathbf{R} - \frac{P^2}{2M} t \right) \right] dP \cdot \sum c_m \phi_m \end{aligned} \quad (6.2.8)$$

该式即为量子力学通常所述的一个经典结果。

6.2.1A 关于“物质波”以及波动方程中“虚数”的一个附加评述

由于经典理论中太多基元概念没有真正得到澄清,量子力学作为“经典理论体系”的集大成者自然到处充满认识的紊乱,给人们的理性思考带来困难。因此,在进一步考察原子进入磁场以及离开磁场的行为以前,不妨对经典量子力学在“无外场作用”的一般分析中若干被视为“约定俗成”的研究方法先作若干简单反思。

首先,人们不难发现,在量子力学的经典陈述中,除了 Schrödinger 在构造他的波动方程或者试图让人们较为容易地接受这个方程的时候以外,几乎所有与“波”相关的陈述都是完全无意义的。或者说,在实际问题的处理中,从来没有将那个基于“思维实验”所得的 de Broglie 物质波真的当作一回事。

事实上,对于一切性质较为优良的函数,总可以通过 Fourier 积分将它们形式地表示为“简谐函数”的线性叠加。但是,作为一种完全自明的逻辑推论,绝对不可能因这样一种线性叠加形式的存在,就可以将所有形式的运动统称为波或者波的叠加。波被定义为物质运动的一种特定形式,相应具有特定的物理内涵和形

式特征。任何形式的“波”原则上只能逻辑地“属于”整个空间,表示空间中“一切”几何点上不同“物理学状态”真实存在的一种相互影响。也可以说,波表示“物质场”不同空间点处出现“扰动”时的一种“传递”状况。而且,定义整个空间域的“波”本质上没有真正属于自身的几何,因此,波与“有形粒子”独立进行的“位移”运动之间没有任何可比较性^①。

但是,一个让人们觉得“不可思议”然而却“符合理性”的真实存在又在于:量子力学中所有与“波”相关陈述必然具有的荒谬性,恰恰被出现在波动力学方程中那个定义于时间导数算子中的“虚数 i ”完全掩盖了。事实上,正如前面进行谐振子量子力学分析中所指出的那样,式(6.1.5)所示的渐近方程

$$\frac{d^2 \Psi(\xi)}{d\xi^2} - \xi^2 \Psi(\xi) = 0, \quad \xi \rightarrow \pm\infty$$

对于表现“量子效应”才具有一种本质意义。而作为这种量子效应形式表述的解

$$\Psi(\xi) \sim \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right)$$

是一个与“简谐运动”毫无关联的指数函数,相应具有完全不同形式特征,只能用以表现完全不同的物理内涵。至于量子力学源于“思维实验”之中所有不同形式的“波”,其实都完全想当然地来自那个被人们“称”为“波动方程”中的“波动算子 $\square$ ”,

$$\square: i \frac{\partial}{\partial t} - \hat{H}$$

以及一种仍然处于“想象”之中与该波动算子对应的解

$$\Psi(\xi) \sim \exp[i f(x, p, E, t)]$$

而所有让“想象”赖以存在的基础就是那个人为杜撰波动算子中的“虚数 i ”。因为是虚数,所以正如看到的那样,对于量子力学中所有“实实在在”的东西,这个纯粹虚拟存在的数没有什么实际影响。当然,这不仅是量子力学波动方程不可能成为数学物理意义上的波动方程,给出与“简谐振动”完全无关的指数函数形式的解,而且也是“时变算子”为什么恒为“么正算子”的本质原因。并且,尽管像 Dirac、Landau 所实际主张的那样可以彻底放弃逻辑,但是,逻辑仍然始终纠缠着人们。虚的始终是“虚”的,永远变不了“实在”。量子力学中的虚数,除了仅仅能够与虚幻“思维实验”中虚幻存在的“波”形成一种对应,或者更为准确地说,只是给予人们一种纯粹心理意义上的满足感以外,它什么也没有告诉人们。其实,这仍然是“逻辑自治性”的逻辑必然,不以形形色色“第一性原理”的人为意志转移,显示了“逻辑”自身的客观存在。

当然,与量子力学波动方程中的虚数以及这个方程的完全“虚幻”不同,对于现代量子力学研究者往往喜好述及的“相干”或者“纠缠”现象,则属于微观世界中形形色色的物理实在,显然,同样需要相应将它们重新定义在非虚幻的“实数”域之中,才可能真正表现这样一种物理真实。局限于一个完全虚幻的 Schrödinger 方程之内,作不讲数学严谨性的无穷推理,永远不可能反映这种物理真实。

6.2.1B 关于引入“非量子数”的一个附加评述

同样作为建立在“第一性原理”之上的一种约定俗成,甚至被视为对 Schrödinger 波动方程有效性的一种

^① 存在于某一个空间域中的波,必须与其所存在空间域中的“一切”几何点构造逻辑关联。或者说,波在其存在的空间域中必然向这个空间域的“所有方向”传递。显然,蕴涵于“波”运动中这样一种“不具方向性”的基本特征,必须以“物质场”的前提存在为逻辑前提,并且对于波作为物质运动一种“特定”形式的确认具有本质意义。因此,正如本书后续讨论中将要明确提出的,19世纪科学世界将“光”界定为电磁波,尽管从“能量变换”的角度考虑具有一定的真实性,但是,从物质运动的运动形式考虑,将具有严格方向性的光传播和无方向性的波混为一谈则完全不当。光,乃至以一份一份形式出现的光子,与电磁波属于两种完全不同的概念。考虑到微观世界的离散本质,离散光子的存在更为本原,而理想化电磁波出现的条件要苛刻得多,无需也不能将光子视为电磁场的某种激发态。概念是科学语言系统中的基元语汇。因此,赋予概念以准确的内涵,并且在自然科学研究中保持概念自身的准确和严格的无歧义性,特别是在人类将面对愈益复杂的物质世界时必然具有前提性的重要意义。

证明是:从极坐标系中的 Schrödinger 方程出发,可以推出诸如“轨道角量子数”、“磁量子数”等这样一些为整个微观物理学证明的物理真实。

从形式逻辑考虑,如果 Schrödinger 方程能够真的被视为必须客观规律性的数学表述,那么,必须独立于坐标系形式的选择,并不因为使用的是极坐标系,就会出现对应于特定物理内涵的“轨道量子数”,而在直角坐标系中,这些物理真实就不存在了。事实上,那个被描述的物理实在才具有第一性的意义。当并且仅仅当量子力学中的粒子自身存在某种“结构”,不能继续视为纯粹的“理想化粒子”,而需要考虑这种渊源于结构自身的存在而出现的“旋转”运动,以至于“方位坐标”被赋予了一种“独立”意义时,与离散的“量子效应”构成逻辑对应,才自然地出现“轨道量子数”、“磁量子数”等物理量。

其实,一切正如 18 世纪哲学家 Kant 曾经睿智指出的那样,“逻辑学不是发现真理的普遍艺术或者工具。”更何况一个放弃了逻辑的推导又有什么意义呢?

(2) 磁场中的原子系统

原子进入磁场以后, Schrödinger 方程只能采用式(6.2.2)所示的一般形式

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t) = \left[\frac{1}{2M} \mathbf{P}^2 + \frac{1}{2\mu} \mathbf{P}^2 + V(\mathbf{r}) - \mathbf{B}(\mathbf{R}) \cdot \mathbf{m} \right] \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t)$$

此时,由于表现磁矩影响的 $\mathbf{B} \cdot \mathbf{m}$ 同时定义在质心坐标和相对坐标空间之中,式(6.2.4)

$$\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t) = u(\mathbf{R}, t) \phi(\mathbf{r})$$

所示的分离变量形式不再适用,需要代之以

$$\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t) = u(\mathbf{R}, t) \phi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \quad (6.2.9)$$

该式表示,即使定态波函数 $\phi(\mathbf{R}, \mathbf{r})$ 还是被视为对于原子“内部运动”状态的一种描述,但是,由于存在定义在“外空间”中外磁场 $\mathbf{B}$ 的作用,人们需要将这个定态波函数同时定义在质心坐标和相对坐标空间之中。

另一方面,如果外磁场 $\mathbf{B}$ 沿外空间变化的影响很小,以至于几乎可以被忽略的时候,经典量子力学进一步做出假定:

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{R}} \phi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = 0 \rightarrow \nabla_{\mathbf{R}} = 0 \quad (6.2.10)$$

另外,假设 z 坐标系轴与磁场的方向保持一致,定态 Schrödinger 方程可以表示为

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{r}}^2 + V(\mathbf{r}) + \frac{e}{2m_1} \mathbf{B}(\mathbf{R}) l_z \right] \phi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = E(\mathbf{R}) \phi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \quad (6.2.11a)$$

与其对应,时变方程为

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} u(\mathbf{R}, t) = \left[\frac{\hbar^2}{2M} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + E(\mathbf{R}) \right] u(\mathbf{R}, t) \quad (6.2.11b)$$

这样,对于进入磁场后的原子系统,仍然转化为上述两个方程的耦合问题。

仍然首先考虑定态 Schrödinger 方程。在经典量子力学研究中,通常人们还特地指出,考虑到算子之间的对易关系

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{r}}^2 + V(\mathbf{r}) + \frac{e}{2m_1} \mathbf{B}(\mathbf{R}) l_z \right] = 0 \quad (6.2.12)$$

因此,对于原子系统进入磁场以前与进入磁场之中两种不同情形,它们应该具有相同的本征函数,相差的只是能量本征值的不同。也就是说,如果与进入磁场以前原子系统由式(6.2.6)通过主量子数 n 和轨道角量子数 l 所表述的能量,即

$$\phi(\mathbf{r}) \approx \phi_{nl}(\mathbf{r}) = \sum_m c_m \phi_{nlm}(\mathbf{r}), \quad (\hat{H} - E_{nl}) \phi(\mathbf{r}) = 0$$

相比,处于磁场中原子系统的能量需要增加原子系统磁矩和磁场之间响应的部分,即

$$E_m(\mathbf{R}) \approx E_{nlm}(\mathbf{R}) = E_{nl} + \frac{e\hbar}{2m_l} \mathbf{B}(\mathbf{R})m \quad (6.2.13)$$

那么,人们指出,此时原子系统的能量本征值不再存在简并的问题,它不仅决定于主量子数 n 和角量子数 l ,还与磁量子数 m 构成了关联。

其次,考虑时变方程的问题。将本征值代入式(6.2.11b)所示定义在时间域中的动力学方程,得

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} u(\mathbf{R}, t) = \left[\frac{\hbar^2}{2M} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + E_m(\mathbf{R}) \right] u(\mathbf{R}, t) \quad (6.2.14)$$

从而使得这个动力学方程同样与磁量子数 m 也构造了某种关联。

当然,解析求解这个定义在时间和空间域中的动力学方程同样十分困难,于是,经典量子力学仍然依据“物质波”的假设,做出这样一种推断,即从能量本征值 $E_m(\mathbf{R})$ 在该方程中的地位来看,它相当于一个有势场 $V(\mathbf{R})$,因此,原子系统质心的运动可以视为质量为 M 的粒子在这个等效势场中的运动。另一方面,由于这个等效势场是一个缓变势场,而处于实际测量中的原子的动量又很大,相应的 de Broglie 波长很小,等效势场的变化可以忽略不计。也就是说,此时原子系统的粒子特征比较显著,该时变方程可以用半经典方法求解。于是,时变方程中的波函数 $u(\mathbf{R}, t)$ 代表一个如下经典力学方程所表述的运动:

$$u(\mathbf{R}, t) \leftrightarrow \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{R} = -\nabla_{\mathbf{R}} E_m(\mathbf{R}) \quad (6.2.15)$$

该运动即量子力学通常所说的“波包”,用以表示量子系统的轨道运动。

如果继续较为严格地引用经典量子力学所作的相关陈述,人们对于原子系统因为进入磁场而发生变化,还进一步做出描述:在入射的原子束中,考虑某一个单独的原子,则其波函数的变化为

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t) &= u(\mathbf{R}, t) \phi_m(\mathbf{r}) \\ &\rightarrow \\ \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t) &= u_m(\mathbf{R}, t) \phi_m(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \end{aligned} \quad (6.2.16a)$$

其中

$$u_m(\mathbf{R}, t) \neq u(\mathbf{R}, t)$$

于是,对于整个原子束而言,相应存在

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t) &= u(\mathbf{R}, t) \sum_m c_m \phi_m(\mathbf{r}) \\ &\rightarrow \\ \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t) &= \sum_m c_m u_m(\mathbf{R}, t) \phi_m(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \end{aligned} \quad (6.2.16b)$$

表示整个原子系统由于进入磁场所引起的波函数变化。

(3) 离开磁场的原子系统

一旦原子系统离开了磁场,原子的内运动不再受到磁场的影响,因此,内运动的波函数仍然“恢复”为原来的波函数 $\phi_m(\mathbf{r})$,质心运动重新成为自由波包运动。但是,与该波函数对应,表现质心运动的自由波包 $u_m(\mathbf{R}, t)$ 则发生了变化,它的运动方向还与磁量子数 m 有关,磁量子数 m 不同,质心运动的方向不同。另外,考虑到与某一个特定的角量子数 l 相对应,处于分

裂值的磁量子数数目为 $2l+1$, 因此, 一束入射原子经过磁场的不均匀作用以后, 将分成 $2l+1$ 束沿不同方向运动的原子束, 出射原子系统的波函数为

$$\Psi(R, r, t) = \sum_m c_m u_m(R, t) \phi_m(R, r) \quad (6.2.17)$$

随着时间 t 的推移, $2l+1$ 束原子在空间完全分离, 对于不同的磁量子数 m , 与其对应的波函数 $u_m(R, t)$ 在空间的分布没有重叠的部分。

(4) 相关的统计诠释

最后, 经典量子力学的分析指出, 根据波函数的统计诠释, 对于为式(6.2.17)所描述的波函数, 必然存在如下所示的归一化条件:

$$\begin{aligned} 1 &= \int d^3 R \int d^3 r |\Psi(R, r, t)|^2 \\ &= \sum_{m', m''} c_{m'}^* c_{m''} \int u_{m'}^*(R, t) u_{m''}(R, t) d^3 R \cdot \int \phi_{m'}^*(r) \phi_{m''}(r) d^3 r \\ &= \sum |c_m|^2 \end{aligned} \quad (6.2.18a)$$

因此, 与任意一个磁量子数相对应的量子状态的几率为

$$\text{Prob}(m) = |c_m|^2 \quad (6.2.18b)$$

并且, 对于与磁量子数为 m 的量子态所对应的原子束, 这个几率表述与该原子束中的原子数目构成一种对应。

6.2.2 关于经典分析的若干思考

在以较大的篇幅尽可能较为详尽介绍经典量子力学关于 Stern-Gerlach 实验分析过程的时候, 可以大概推测, 为本书所援引的原著将对于这个实验的介绍和分析置于整个著述之首的基本思想主要在于: 希望让学习者首先产生一种印象, 量子力学体系到底在研究什么问题, 又是通过怎样的方式来“实现和表达”这些希望研究的问题的。

在学习和认识某一个理论体系时, 首先将被研究的物质对象置于一种前提性的位置之上, 即使仅仅从“形式逻辑”的角度考虑也具有基本意义。它不仅告诉人们这个理论体系的研究对象到底是什么, 还相应为这个理论体系的存在自然地构造了“有限论域”或者“存在条件”。显然, 这种处理问题的方法, 与对某一个陈述系统在形式上首先做出无条件确认存在根本差异。当然, 也正因为从对“被描述物质对象”做出前提性“确认”出发, 并且作为思考问题的全部出发点, 人们才可能摆脱“第一性原理”, 以一种隶属于物质对象的“客观”基准, 寻找、发现陈述系统与其希望描述物质对象之间可能存在的差异, 以及整个陈述系统可能存在的其他矛盾。

当然, 也正因为此, 人们才可能在这样一种揭示矛盾的过程中, 真正回答“量子力学到底研究什么以及到底给予怎样深度描述”的问题, 揭示和舍弃经典量子力学中某些不尽合理的成分, 发掘和展现经典量子力学中那些真正理性或者希望理性表述的东西。为了尽可能保持论述的清晰, 以下将分成不同的论题进行讨论。

6.2.2.1 对易算子的逻辑前提问题

根据上述经典论述, 当人们断言原子系统在进入磁场以前与进入磁场以后都具有相同的本征函数时, 往往总需要特别提出如式(6.2.12)所示, 原 Hamilton 算子与外磁场 B 所构造算

子之间的对易条件,即

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_r + V(r), \frac{e}{2m_1} \mathbf{B}(\mathbf{R}) l_2 \right] = 0$$

作为上述论断得以存在的前提性条件。其实,以此作为前提在逻辑上是多余的,而且,最终会引起物理理念的紊乱。

首先,即使努力在量子力学经典陈述的框架下考虑问题,对于一个确定的原子系统,它的磁矩应该属于一种客观的物理真实,并不会因外磁场的是否存在而不同。并且,正是基于这样一种事实,人们才可能将存在“简并”的,仅仅由主量子数 n 和轨道角量子数 l 所决定的本征态,再依据磁量子数的不同作进一步的划分,最终形成与一切“离散”量子效应相对应的“分裂”状态构成一种对应。换句话说,不存在外磁场,并不意味着原子内部的磁矩不存在,只不过在这个较为简单的特定情况下,人们无需考虑不同“分立”磁矩的实际影响,从而无需将仅仅由主量子数和轨道角量子数所决定的本征能量作进一步的划分,而只需要将许许多多源于不同磁矩的“不同状态”视为一种“简并”意义的整体。

从另外一个角度考虑,虽然随着运动形式的不同而出现不同形式的“量子效应”,但是它们需要共同遵循这样一种共性特征,

$$\begin{cases} \Delta x \cdot \Delta p = \lambda \hbar \\ \Delta \phi \cdot \Delta L = \lambda \hbar \\ \Delta t \cdot \Delta E = \lambda \hbar \end{cases} \quad \lambda \in N$$

即“量子效应”只能以“一份一份”作用的形式存在着。同时,考虑到原子中“磁矩”以分立形式存在这样一种基本事实,因此,在某一个特定的轨道角量子数 l 下,对应于不同“分立”磁矩的不同影响,不同原子表现为相同“空间方位”上与磁量子数 m 形成对应的不同几率。正因为如此,才可能使得表观上没有差异的“不同”原子在相同的磁场作用下,因为原子内“磁矩”的不同分立状况而呈现不同方向的运动。当然,也才可能根据不同原子束出现在接受屏不同位置上的原子计数率,对于原子自身的某种“内蕴特征”做出判断。

需要形成一种理性意识:对于经典力学中某一种特定物质的粒子,如果在出现在“量子力学”或者量子力学的不同特定“研究场合”时,正如此处所讨论 Stern-Gerlach 实验进入外磁场的前后,如果仅仅从“物质对象”自身物质结构的角度考虑,其实并没有任何本质差异。但是,问题在于任何一种物质集合都不可能孤立存在,而必然置身于不同的特定物质环境之中,承受不同物质环境可能出现的不同影响。于是,一个自身结构并没有发生变化的特定物质对象,却由于物质环境的不同而可能展现完全不同的性态特征。并且,随着物质环境的不同或者复杂化,需要对作为物质对象等价定义的“状态空间”做出拓展。

另外,在人们研究某一个特定的量子系统时,如果确信存在某一个仅仅决定于量子系统自身的“力学量完备组”,那么在原则上,这些力学量之间所对应的算符必须彼此相容,或者彼此对易,并且,由它们构造该物质对象状态的一种完整表述。否则,人们只能说,这些物理量并不属于这个特定的量子系统,当然,它们不可能成为一个量子力学所说的力学量完备组。因此,只要为人们所感兴趣的物理量真正属于某一个量子系统,那么,对于这些物理量而言,根本不存在所谓的不对易问题。如果说,在经典量子力学研究中,真实地存在着在某些物理学的算符不对易的问题,那么,人们可以确信,并不是这样一个与一般物理常识吻合的基本原则出现了问题,而是人们为某些物理量所构造的量子力学算符本身并不合理。事实上,即使在目前的量

子力学中,人们提出了构造力学量算符的不同规则。显然,在量子力学研究中,应该如何合理构造力学算符的问题具有根本的意义,这个问题在后续讨论中还会作进一步的探讨。

其实,正如“6.2.1A2 关于引入‘非量子数’的一个附加评述”曾经指出的那样,角量子数的引入绝对不可能因为人们使用了不同坐标系的缘故,而是对应于不同物质环境或者需要探讨物理真实的物理内涵不同,相应需要将“旋转”运动视为粒子的一种“独立”运动形式,相应存在具有独立意义“动量矩方程”约束的时候,角量子数乃至自旋量子数将成为不可忽略的物理真实。

对于至今的理论物理,一直没有真正懂得如何将“某种特定物质对象以及该物质对象所处的确定物质环境”视为一种“互为依存、辩证统一”的整体,却总习惯于在“否定逻辑、轻信形形色色‘第一性原理’所构造的形而上学”的同时,进行过分“简单、孤立和绝对化”的思考,并且还期望将这种简单思考推至无限真理。

任何特定的物质对象都不可能真正孤立地存在,而只能处于某种特定的物质环境之中。在物理量研究中,人们讨论的几乎总是不同物质环境对于不同特定物质对象所产生的不同影响。当然,在这个基本论题上,量子力学不可能与物理学的其他学科有任何不同。因此,正如许多研究者正确指出的那样,最初构建经典量子力学体系的研究者过分强调“测量”对于量子系统的影响没有任何意义,同时也是没有道理的。

6.2.2.2 伪“时变方程”与“质心经典运动”的独立性

仍然局限于经典量子力学的基本思想框架继续我们的讨论。从以上引用的经典分析可知,对于进入磁场以前的原子系统,它的 Schrödinger 方程在分离变量后,出现在时间域和质心坐标空间中的动力学方程为

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} u(\mathbf{R}, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2M} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + E \right] u(\mathbf{R}, t)$$

而在原子系统进入磁场后,这个动力学方程转化为

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} u(\mathbf{R}, t) = \left[\frac{\hbar^2}{2M} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + E_m(\mathbf{R}) \right] u(\mathbf{R}, t)$$

除了能量本征值存在差异以外,两种表现量子系统时变特征的方程基本没有任何不同。

在经典的量子力学分析中, Schrödinger 波动方程被置于基础地位上,人们总期望利用这个反映时间域中变化的动力学方程,对粒子系统在几何空间的“实际运动”做出一般性的描述。但是,根据量子力学的概率诠释,波动方程的解仅仅对应于某一个特定状态时的几率,即

$$\text{Prob}(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t) \leftrightarrow \langle \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t) | \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t) \rangle = \langle u(\mathbf{R}, t) \phi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) | u(\mathbf{R}, t) \phi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \rangle$$

因此,从形式表述的这个特定属性考虑,波函数最多只能表现粒子系统的某一个“最终”的运动结果,不可能将原子系统质心在几何空间中的“实际运动”过程与波函数的“时变”部分构成逻辑关联^①。

正因为此,对于那个仅仅存在于“思维实验”之中,原子系统在几何空间中被赋予确定意义的“宏观”位移运动和式(6.2.7)所示“波包”,即

$$u(\mathbf{R}, t) = \exp\left(i \frac{Et}{\hbar}\right) \cdot \int c \exp\left[\frac{i}{\hbar} \left(\mathbf{P} \cdot \mathbf{R} - \frac{P^2}{2M} t\right)\right] d\mathbf{P}$$

所构造的逻辑关联,自然成为无稽之谈。事实上,波包如果作为一个物理学概念不仅缺乏严格

^① 值得再次回顾和比较 Dirac 评价 Heisenberg 首创性工作时曾经指出的物理真实:所有与观测量有密切关系的量,全部与两个 Bohr 轨道而不是一个 Bohr 轨道相关。其实,一旦摆脱一切“第一性原理”的自欺和桎梏,努力将概念与概念期望表达的物理实在构成实实在在的关联,思维自然会慢慢清晰起来。

准确的定义,而且,即使在此处所构造的所谓“波包”的形式表述中,隐含着由无以记数“不同动量”所构造的“平面”波,不可能与3维空间域中的某一个真实存在的宏观运动构成关联。此外,按照经典量子力学的内积定义,由于恒存在

$$\frac{d}{dt}\langle u | u \rangle \approx \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{\infty} u^* u dR \equiv 0$$

波函数甚至不可能用来表述某一个物理量在时间域上的变化。事实上,也正因为量子力学构造了这样一个有悖物理真实的人为认定,经典量子力学所定义的“时变算子”只能成为恒定的“么正算子”,不能表现时间域中任何状态的真实变化。因此,从动力学方程必须具有“时变”意义考虑,Schrödinger 方程只能被视为一种“伪”方程。

事实上,假如人们仍然接受这样一种“平凡而朴素”的判断:一切真正理性的陈述必须严格遵循“无矛盾”的原则,任何存在矛盾的存在都自然地意味着自否定,使得陈述本身不再存在,那么,在刻画此处所研究的原子系统的“真实(宏观)”运动状态时,对粒子在任何“定常有势场”中进行运动时必须遵循的一般规则为

$$\frac{d^2}{dt^2}R = -\nabla_R E_m(R) \quad (6.2.19)$$

人们没有理由提出任何怀疑。本质上,这个形式表述就是任何粒子必须遵循 Newton 运动定理的一种无量纲方程,并不因粒子系统出现在人类所构造的“量子力学”之中就可以得以违背。当然,对于这个动力学方程中的 E_m ,它的全部物理意义仍然在于它是一个定常的势函数。至于如何求解这个势函数,则属于另一个论域中的命题,但是,这个命题的存在并不能对 Newton 运动定理构成任何否定。在这个意义上,对于与经典力学所描述运动严格保持一致的基本特征,可以视之为“质心经典运动”的一种独立性。而且,人们可以发现,此时也仅仅在此时,正如量子力学关于这个实验的整个表述所显示的那样,量子力学通常所说的离散“量子效应”并不存在。

因此,对于经典量子力学所构造的一个纯粹“形而上学”的陈述系统,由于需要将一切推理或者结果都完全归结为那个完全虚幻的 Schrödinger 方程,迫使人们不得不像上面引用经典陈述所做的那样,首先从式(6.2.14)所示,一个根本不存在的 Schrödinger“时变”方程出发,即

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} u(R, t) = \left[\frac{\hbar^2}{2M} \nabla_R^2 + E_m(R) \right] u(R, t)$$

继而再采用一种在数学上“完全无理”的拼凑式推理的方式,甚至在这个已经没有任何逻辑可言的推理过程中,再借助一个同样根本不存在,并且与逻辑前提之间没有任何关联的“波包”的概念,“创造”出一个符合于人们期待的最终数学表述,即式(6.2.15)

$$u(R, t) \leftrightarrow \frac{d^2}{dt^2}R = -\nabla_R E_m(R)$$

从而能够与相关的物理真实保持一致的结果。

于是,在整个经典量子力学求解 Stern-Gerlach 实验的过程中,出现了“逻辑推理被彻底颠倒”的完全无理状况:一方面否认以“物理实在”为基础,同时保持一切合理科学陈述必须遵循“逻辑相容性”原则的 Newton 力学方程,即式(6.2.19)

$$\frac{d^2}{dt^2}R = -\nabla_R E_m(R)$$

在“原子物理”研究中的合法性;另一方面,却迫使人们从一个完全虚幻和杜撰,充满矛盾的所

谓 Schrödinger 方程

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} u(\mathbf{R}, t) = \left[\frac{\hbar^2}{2M} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + E_m(\mathbf{R}) \right] u(\mathbf{R}, t)$$

出发,经历“没有任何数学可言”的推理过程,再重新导回 Newton 力学方程,以表达 Newton 力学方程所表达的物理真实。

显然,无论从物理理念还是形式逻辑考虑,在量子力学针对 Stern-Gerlach 实验所构造的经典分析过程中,作为逻辑前提的 Schrödinger 方程与最终结果的 Newton 力学方程之间,没有任何相通之处。可以相信,这或许就是 Landau 尽管能够完全无视整个理论物理几乎所有分支中大量真实存在的逻辑不自洽问题,但是,在他所著《理论物理教程》的《经典量子力学》卷中,对于量子力学中许许多多诸如此类“过分无理”的“逻辑推理”不能继续漠然视之,只能诚实地告诫人们,理论物理中的数学严谨性只能被视为“自欺欺人”。

6.2.2.2A 关于物质波与 Bohr 量子论的附加评述

这样,针对 Stern-Gerlach 实验所作的具体计算,再次验证了前一章曾经做出的论断:Schrödinger 方程本质上不可能成为一个定义在时间域上的动力学方程。根据“定态”假设前提,借助“虚数”所构造的“时变方程”也仍然是“虚幻”的,不能用来表述任何物理量在时间域中的真实变化。

与此对应,作为构造这个方程思维基础的“de Broglie 物质波”,将定义在某一个 2 维空间的平面波和 3 维空间中的一般位移运动构造一种完全虚幻的关联时,它不仅破坏了一切物理学概念必需的物质基础,同时也破坏了任何概念必须具有“统一和确定内涵”的必要前提。而且,即使能够接受这个完全虚幻的理念,上述分析也逻辑地表明它也根本不能用以描述一个真实粒子在几何空间实行的运动——平面波及其叠加与粒子的位移运动之间不存在任何形式意义上的逻辑关联。

事实上,之所以出现“物质波”的虚幻概念,是面对较为复杂的物理真实以及一系列前提性概念没有得到充分澄清的双重情况下,交织而生的高度思维紊乱。当然,这也是 de Broglie 本人多次拒绝继续充当这个过分虚妄和无理概念首创者的缘故。但是,由于“量子力学到底研究什么物理实在,理论物理基元概念中蕴涵的大量矛盾”同样属于不依赖于主观意志的真实存在,de Broglie 的所有补充解释仍然依赖于虚幻的“思维实验”,没有任何实在意义。当然,对于 de Broglie 做出的种种申辩和解释,科学的主流社会只能“充耳不闻,视而不见”了,将量子力学完全置于“第一性原理”之上,以完全回避乃至彻底解决“如何构造理性解释”的问题。

此外,需要形成一种以“物质存在”为前提的理性意识,即离散的“量子效应”属于一种物理实在,仅仅发生在 Dirac 所说的两个不同 Bohr 轨道之间。因此,在将整个量子力学置于“第一性原理”之上的同时,一方面至今无法真正理性地表现“量子效应”的“离散”物理真实,将对于这种物理真实的表述寄托于只能建立在“连续统”之上,并且完全“虚构”且充满逻辑紊乱的 Schrödinger 方程之上;另一方面,却将“量子效应”过分简单的“形而上学”化,将其不真实地视为一种“无条件”的普遍存在。对于“第一性原理”幼稚的过分轻信,几乎必然与逻辑上的严重紊乱伴存。

其实,当人们意指“有形粒子”进行以“位移”为唯一特征的运动时,在所谓的“宏观运动”与“微观运动”之间没有任何本质差异,并且,人们无需也不能为物质对象真实客观存在的运动构造不同的基本准则。在本书的不同陈述中,之所以仍然时而沿用“宏观”和“微观”的两种不同称谓,只是希望表示这样一个基本内涵,虽然是一个相同的物质对象,它的运动学状态同样为相同的运动学量所描述,但是,当人们考虑问题的范畴不同,或者在不同特定场合下,需要考虑始终“客观”存在的“量子效应”可能产生的不同“客观”影响时,仅仅为了相关陈述的方便,暂时做出一种形式上的区分。或许可以相信,随着量子力学理性基础的真正建立,随着整个物理学词汇的进一步系统化和严谨化,这样的称谓将不再必要或者不再成为一种方便的辅助语汇。

值得注意,既然像 Heisenberg 曾经诚实指出的那样,量子力学得以存在的基础只能是“承认矛盾前提,依赖概念和认识革命”,那么,这个陈述体系只能像人们所看到的那样,成为一种“形而上学和充满荒诞”的奇怪

集合体。现代科学世界在评价 20 世纪初量子力学发展历程时,如果从哲学层次考虑,往往会这样指出,为 Bohr 最初构造的“量子论”之所以被包括他本人在内的科学世界所淘汰,是由于这个陈旧的理论体系“过分朴素、因循经典力学的科学理念的习惯思维方式,缺乏‘革命性’思维,仍然将物理学陈述置于‘与经典理论同一化概念’所描述的物理实在之上”这样一些平凡意识之上的缘故。

对于认真阅读以上重新思考的人们,或许能够做出一种推测:恰恰因为 Bohr 量子论所蕴涵的这样一种过分“简单和朴素”的“平常”意识,这个曾经遭到否定的理论体系为什么不会重新成为对微观世界运动学行为一种“合理而朴素”的描述呢?至于 Bohr 的朴素“量子论”与经典电动力学相关结论逻辑相悖的问题,则源于经典电动力学自身在数学推导和物理理念中存在的一系列错误。而且,人们难道不以为,不正是这样一些本质上以“逻辑自治性”为根本内涵的“简单、朴素、自然”,才能够成为对 Einstein 所“真心向往”但是实际上却遭受其“严重摧残”的“统一、和谐”一种最好和为最准确的诠释吗?

以无视“物质对象”和放弃“逻辑相容性”原则为前提,建立在毫无可信性而言的“直觉和顿悟”之上的形形色色“第一性原理”才是真正的自欺。

6.2.2.3 外磁场中原子折向运动客观性物质基础的重新分析

仍然以经典量子力学针对 Stern-Gerlach 实验所做的分析为基础,继续进行我们以“量子力学到底表述什么以及如何实现这种表述”为目标的讨论。

在自然科学研究中,人们需要学会逐步接受这样一个前提性的基本认识:理性的真正意义绝对不在于某一个人为构造的“第一性原理”给出了物理实在得以存在的原因,理性的全部内涵仅仅蕴涵于一切物理学陈述必须严格遵守的无矛盾性之中——形式表述与其描述的理想化物质对象之间的严格逻辑对应,以及形形色色定义于不同理想化物质对象之上的不同形式表述体系逻辑相容性。本质上,人们永远不能真正回答物质世界“为什么”会以这样方式存在的问题。人们所能做的仅仅在于如何使用无歧义的统一化语言,严格遵循包括概念在内的所有语词自身内蕴的不变性语意以及这些不同语词之间需要满足的确定逻辑关联,从而能够逻辑相容地刻画那些 Heisenberg 所指出不同实验结果所显示的“数”的关联,揭示一切抽象同一的物质对象共同蕴涵的某种抽象同一性。

因此,人们必须确信,自然科学研究中一切形式表述只能是条件存在、有限真实的,而大自然中那些被描述的无以穷尽的物理实在则始终处于前提性的地位。同样,尽管可以说经典量子力学针对 Stern-Gerlach 实验所作分析的最终结果能够刻画一种基本物理真实,但是,这种真实性仍然只源于被描述物质对象自身蕴涵的基本物理特征,而绝不是一个几乎随时需要改变“概念”的内涵,因而到处隐含着逻辑紊乱的某一个“计算系统”本质地决定这种物理真实的存在。正因为此,需要对出现外磁场中原子为什么会折向运行的物理机制重新做出解释。

首先,如果承认粒子系统只具有与“量子效应”保持逻辑相容的“离散”状态,并且是仅仅属于所研究物质对象自身的一种普遍物理真实,那么,在我们进行针对原子系统的运动进行分析时,粒子系统只能处于“离散”状态空间之中,同样成为一种独立于研究者主观意志的物理真实^①。当然,也仅仅于此,在经典量子力学分析中,人们才会自然地想到,如何将电子在原子中运动与定态 Schrödinger 方程所决定的“离散”本征函数

^① 正如前面分析曾经指出的那样,与离散“量子约束”构成逻辑对应的“状态量”集合不可能满足定义域实数域中向量空间必须满足的线性叠加原理。因此,严格讲来,不能将这个离散的状态集合称为“状态空间”。此处只是沿袭一种习惯称谓罢了。

$$\phi_{nlm}(\mathbf{r}) \approx R_n(r)Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad n = l(l+1), \quad l = 0, 1, 2, \dots, \\ m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l \quad (6.2.20a)$$

构造一种确定的关联。此时,出现在这个形式表述中的径向函数 $R_n(r)$ 和角向量函数 $Y_{lm}(\theta, \varphi)$, 成为对定态波函数离散特征的一种具体描述。

从另一角度考虑,无论原子系统是否进入“外磁场”的影响域,但是,原子中的电子只能处于一种真实的“离散”状况之中。并且,对应于不同人为选择的坐标系,相应存在不同形式的“量子数”表述,同时,这些不同的具体形式表述,必须以一种本质上逻辑相容的方式共同刻画原子中电子处于“离散”状况的物理真实。在这个意义上,人们可以做出一种合理推断:如果相信粒子系统的“量子数”所刻画的是一种独立于主观意志的客观属性,并且,如果粒子系统只存在与“位移”运动相对应的唯一能量交换形式的时候,那么,并不会因为根据某种“人为”意志,仅仅使用了极坐标系取代最初使用的直角坐标系,就需要在能量“主量子数”以外,再引入其他形式的量子数。倘若的确像量子力学经典陈述所留下的那种“大概”印象,似乎“角量子数”仅仅存在于极坐标系之中,甚至因为使用极坐标系而存在“角量子数”,那么,量子数的存在失去了自身的物理基础。

显然,即使承认“第一性原理”,一个因为坐标系人为选择的不同而相应出现完全不同物理学陈述的形式表述系统,同样难以为人们接受。事实上,整个问题在于,出现在式(6.2.1)之中的原子磁矩

$$m_m = -m\hbar \frac{e}{2\mu} \mathbf{I} \quad \mathbf{I} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} \quad m = 0, \pm 1, \dots, \pm l \quad (6.2.20b)$$

是一个不依赖于研究者主观意志,隶属于原子自身的“客观”物理量,它逻辑地告诉人们:随着对于物质世界“研究层次”的深入,一个原来以为“无结构”的粒子实际上仍然存在与“结构”对应的某种影响。并且,局限于此处的“特定”研究层次,可以仅仅与粒子的自旋量子数构成一种确定意义的逻辑关联。

于是,在不存在外磁场作用时,粒子尽管仍然存在属于自身的旋转运动,但是,由于此时粒子的这种“自旋”运动并不相应出现“能量”的交换。然而,一旦处于外磁场之中,不同的“自旋”量子数将对应于不同的能量交换状况。因此,对于以“能量交换”构造某种约束的“量子效应”而言,需要将这种“自蕴”于微观粒子自身的不同物理特征加以形式地表现出来。或者说,尽管原子的能量与某一个确定的能量本征值对应,但是,在这个特定“能量本征值”之下还需要作出进一步的“划分”,以展现随着磁量子数的不同以及相应存在的不同磁矩,该原子在外磁场可能表现的不同运动学方位特征。

事实上,正如以上分析多次指出的那样,经典量子力学中必须借助“虚数”而存在的那个“时变方程”

$$\left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - E \right) u(t) = 0$$

虽然不至于对 Heisenberg 所说的那种“量子力学真正关注的实验室数据”的计算或者预测产生“不良”结果,但是,这个完全虚假的方程同样也不可能告诉人们量子系统在时间域中任何真实发生着的“变化”特征。至于前面援引的经典分析中,与表现某种期待表现的物理真实而出现的式(6.2.15)

$$u(\mathbf{R}, t) \leftrightarrow \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{R} = -\nabla_{\mathbf{R}} E_m(\mathbf{R})$$

则是完全拼凑出来的,在相关分析的“前提”和“推论”之间不存在任何逻辑关联。但是,人们一旦意识到为式(6.2.20)所表述的量子态 ϕ_{nlm} 以及相关的磁矩 m 都是一种真实的物理实在,并且,当外磁场 B 可以视为一种在空间域中分布均匀的场,那么,人们的确可以将 $B \cdot m$ 在形式上视为一种“附加”的势函数,使得进入外磁场中的个别原子产生不同的附加运动,

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{R}_{\text{add}} = -\nabla_{\mathbf{R}} E_{\text{mag}}(\mathbf{R}) = -\nabla_{\mathbf{R}} (B \cdot m) \quad (6.2.21)$$

当然,正如式(6.2.20)所显示的那样,随着磁量子数 m 可能取值的不同,原子系统中不同原子的磁矩 m 表现出彼此不同的空间方位特征,因此,原来以相同运动学状态运动的原子系统,在这个附加力的作用之下出现了“折向”运动,最终被分割成不同的原子束。

6.2.2.4 相关几率解释隐含的逻辑悖论

可以相信,除了指出“空间量子数”独立于“极坐标系”的人为选择,从而蕴涵一种决定于微观粒子自身的物质基础以外,对于以上针对原子束在磁场中分离成不同原子束所作的解释,应该说与量子力学经典表述期望表现的物理真实基本保持一致。

但是,事情到此并没有结束。问题仍然出现于如何理解那个定义在 Hilbert 空间中的叠加原理上面。根据经典量子力学,需要通过式(6.2.17)所示的叠加原理,即

$$\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t) = \sum_m c_m u_m(\mathbf{R}, t) \phi_m(\mathbf{R}, \mathbf{r})$$

表现整个原子束的运动学状态,或者表现分裂的原子束在几何空间中的一种几率分布。考虑到定态波函数

$$\phi_{nlm}(\mathbf{r}) \approx R_n(r) Y_{lm}(\vartheta, \varphi), \quad n = l(l+1), \quad l = 0, 1, 2, \dots, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$$

实际上用以表现包括原子中以“分立”形式出现的“磁矩”在内的整个运动学状态,以及与这些状态所对应的分布规律。那么,问题在于怎样将这些离散的本征函数与原子束在几何空间运动的分布规律构成一种逻辑关联呢?从所援引的经典量子力学陈述看,人们根本没有考虑如何求解叠加表述中任何一个“分立”本征函数的问题,当然,一个唯一合理的推测只能是,原子束的空间分布规律与量子力学基本方程所构造本征值问题中的本征函数并没有任何关联。

这个推测的确是真实的。事实上,相关的经典分析在式(6.2.17)所示的叠加原理的基础上,还通过式(6.2.18a)构造了一个关于不同磁量子数不同几率的一个“归一化”约束方程,即

$$\begin{aligned} 1 &= \int d^3 R \int d^3 r |\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t)|^2 \\ &= \sum_{m', m''} c_m^* c_m \int u_m^*(\mathbf{R}, t) u_m(\mathbf{R}, t) d^3 R \cdot \int \phi_m^*(\mathbf{r}) \phi_m(\mathbf{r}) d^3 r \\ &= \sum |c_m|^2 \end{aligned}$$

而且,正如经典分析特定指出的那样,这个约束方程其实还包含了关于波函数 ϕ_m 的正交归一条件

$$\int \phi_m^*(\mathbf{r}) \phi_{m'}(\mathbf{r}) d\tau = \delta_{m, m'}$$

以及不同波函数 u_m 之间的“互不重叠”条件,或者一个实质上的正交归一条件

$$\int u_m^*(\mathbf{R}, t) u_{m'}(\mathbf{R}, t) d^3 R = \delta_{m' m} \delta_{m'' m} (= \delta_{m' m''})$$

于是,它向人们真切地表明,与量子力学谐振子、势垒等问题中依赖不同特定“本征函数”求解相应分布规律的情况完全不同,在关于 Stern-Gerlach 实验的相关分析中,离散原子束在几何空间中的分布规律完全独立于原子系统依照 Schrödinger 方程求得的本征函数。也可以说,关于不同磁量子数分布所构造的约束方程,只能被视为形形色色独立“量子数”关于“正交归一”条件的一个过分“平凡”的表述形式,相应表达了一切“几率表述”必须共同遵守的一种“共性”规律。这种规律本质上与 Schrödinger 方程,以及与这个方程所定义的本征函数即原子系统不同“量子态”没有任何实际关联。

当然,人们还可以作进一步的判断,由于“正交归一”条件所具有的“平凡”意义,在 Stern-Gerlach 实验的经典分析中,仅仅由上述“叠加原理”和相关“约束方程”所决定的几率表述

$$\text{Prob}(m) = |c_m|^2$$

同样不可能向人们提供任何与特定运动学状况相关的具有“独立意义”的信息,也无法揭示不同分立原子束中原子数目差异与反映原子内部运动学状态的“波函数”之间可能存在的任何逻辑关联。进一步说,关于 Stern-Gerlach 实验经典分析的最终结果其实与 Schrödinger 方程并无实质关联。

事实上,在我们的讨论严格地限制在此处所援引经典分析的特定范围内的前提下,如果以磁量子数 m 作为指标量,那么将出现在不同原子束中的原子数目 n_m 与“归一化”分布中的分布系数 c_m 构造一种如下所示的逻辑对应:

$$n_{\text{total}} = \sum_m n_m \leftrightarrow 1 = \sum_m |c_m|^2 \quad (6.2.22)$$

左侧直接表示原子自身不同结构特征的一种分类,而右侧则只与此处所定义“不同折向”几率对应。显然,由以上分析可以推知,任何与这种分布相关的运动学信息都是未知的,除非针对这个分布再补充做出某一个独立的人为认定。等价地说,在此处所援引的经典分析中,除了式 (6.2.21) 所示的动力学方程能够隐约地向人们提供原子束在几何空间中可能出现“转角”的信息,即

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{R}_{\text{add}} = -\nabla_{\mathbf{R}} E_{\text{mag}}(\mathbf{R}) = -\nabla_{\mathbf{R}} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{m}) \leftrightarrow \delta\theta \quad (6.2.23)$$

建立在“正交归一”平凡认定基础之上所构造的约束方程,不可能提供任何与粒子运动相关的实际信息。

6.2.2.4A 关于谐振子分析和 Stern-Gerlach 实验分析差异的附加评述

为了加深认识此处针对经典“几率”诠释的质疑,不妨重新回顾在“谐振子”分析中是如何构造“归一化”约束条件的。虽然仍然属于经典分析,但是,正如式 (6.1.8a) 所表述那样,人们一旦求得以离散形式存在的本征函数

$$\Psi_n(x) = N_n H(\xi) \exp\left(-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}\right) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

根本没有考虑如何应用那个并不真实 Hilbert 空间中普遍存在的叠加原理,而针对每一个独立存在的本征函数,构造同样具有独立意义的“归一化”约束条件

$$1 = \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi_n(x)|^2 dx$$

并且,正是这些与不同能量本征值对应,具有独立意义的本征函数,能够“确定性”地展现了谐振子在不同运动学状态下呈现的“几率”分布规律。

当然,一旦与谐振子的运动分析进行了对比,人们自然地面临着另外一个同样需要认真考虑的问题:在研究原子束的扩散问题时,是否也必须采取与谐振子分析完全类似的方式,研究与不同能量本征值对应的本征函数的具体表述形式,并且,需要借此来表述不同原子束在空中的分布规律呢?此外,如果这种类似的分析并不需要,或者根本不允许,那么,为什么在量子力学研究中会存在如此基本的差异呢?

事实上,如果将“量子力学”暂时限定在仅仅用以反映“量子效应”这样一种特定意义上的理论体系考虑,几率表述的量子力学所必须满足的归一化条件,在原则上应该定义在任何一个具有独立意义的“本征函数”之上。在经典量子力学的实际研究中,人们真实关注的只是“定态”Schrödinger 方程,以及由包括“能量本征值”在内的任意一个“力学量完备组”所构造的本征值问题。事实上,当量子力学中的“力学量完备组”被定义为量子系统具有“独立”意义物理量的最大集合时,这个“完备组”中力学量的数目不仅在本质上完全相合于 Newton 经典力学中的运动学自由度,而且,它还逻辑地决定了刻画“量子效应”中可能存在不同独立形式“量子作用”的数目。当然,也仅仅在这种情况下,每一个与“所有”离散“量子数”构成逻辑对应的本征函数,都可能成为“量子力学”所定义的一种“独立”状态,为量子系统在“通常”意义上可能存在的不同运动学行为构造具有完整意义的“几率”表述提供基础。

另一方面,当粒子系统承受一个“特定(对应于给定 Planck 关系式中的‘常数 λ' ’)”的量子效应,从某一个给定初态变化到另一个待求的终态,即为 Dirac 正确指出的与“两个 Bohr 轨道”相关联的时候,由于量子效应的“离散”特征,无法知道量子效应的“细节”或者真实的“连续”变化过程,因此,随着量子效应真实过程存在的差异,相应出现不同的终态,人们只能对所有可能终态所出现的“几率”做出描述。本质上,如果在求解“谐振子”或者“势垒”等问题时,若定态 Schrödinger 方程真的像某些量子力学著述所指出的能够与“能量极值原理”构成一种“大概”对应的話,那么,与平均值偏离的解成为几率最大的解,相反,与平均值的偏离越大,相应出现的几率越小。这正是相关具体分析“大体”表述的一种物理真实。

但是,如果人们面临的是诸如 Stern-Gerlach 实验所对应的一个“多粒子系统”,并且,需要像式(6.2.22)所示的那样

$$n_{\text{total}} = \sum_m n_m \leftrightarrow 1 = \sum_m |c_m|^2$$

为其构造另外一种具有独立意义的分布规律时,那么,这种分布规律在原则上不属于承受某种离散“量子效应”时相应需要表现的物理内涵。此时,仅仅因为原子“自身”真实存在着不同的“离散”状态,或者按照 Dirac 的形象化语汇,在这种情况下只对应于一个“唯一的 Bohr 轨道”,所以在“相同”外磁场作用下运动时才相应显示不同的“折向”特征。显然,与在“量子效应”激发下呈现不同最终状态完全不同。

总之,运动学行为的差异,本质地决定于实行这些运动的物质对象自身以及所承受的实际物理作用,当然,相应存在具有不同特征的形式表述。物质存在形式的千差万别和相关物质环境的差异导致物质运动形式的不同,它们永远不可能服从某一个简单的数学表述,更何况一个纯粹杜撰出来的方程。但是,科学概念必须严格同一,这是整个科学研究乃至进行科学交流的语言基础。

6.2.2.5 运动学行为主体的若干思考和 Schrödinger 方程“物理期待”的初步探讨

在能够对量子力学体系所研究的特定物质对象做出明确界定,或者对量子力学的“有限论域、存在条件”等基本问题进行较为深刻讨论,继而如何为其重新构造仅仅以“特定物质对象”为唯一基础的相关形式表述以前,不妨再花费一些时间,认真审查 Stern-Gerlach 实验经典分析中“运动学行为”或者整个“形式表述”,能否与其所表述的逻辑主体严格保持一致的问题。可以说,在目前的自然科学研究中,许多为人们熟知的重大科学难题之所以如此长时间的存在,正是由于人们忽视这样一些看起来并不复杂,因而通常很少为人们注意,但是在保持形式表述的合理性以及逻辑一致性方面却具有根本意义的前提性问题。

自 Newton 开创现代自然科学体系以来,在如何认识和对待科学陈述中“客体和主体”或者“物质和精神”之间逻辑关联这样一个最基本的问题上面,一直存在着两种完全不同的科学哲学观,以及由此而产生的两种截然不同的研究方法。虽然,在历史上是 Newton 最早对 Descartes 的“自然哲学观”发起挑战,一定程度地否定了“先验哲学”长期以来占据的绝对统治地位,首次将“经验事实”界定为构造科学真理唯一正确的基础。但是,Newton 的这样一种认识变化,对于如何客观表现物质世界所需要的基本认识变化远不彻底。正是前提性的哲学理念并没有真正得到解决,才一直存在“惯性系”这样虚幻的概念,并且,使得整个现代自然科学体系的理性构造潜伏着一种深刻的认识危机。

事实上,如果仅仅从形式逻辑考虑,在不能首先对被描述的“理想化物质对象”首先做出前提性确认的情况下,将某一个需要借助“形式表述”而表达的“经验事实”绝对化,不仅由于作为形式表述最基本“语言词汇”的“概念”往往因为物质对象的不确定而缺乏确定的逻辑主体,相应地在物理内涵上必然趋于空泛,而且还会导致形式表述与形式表述所表现的逻辑主体之间出现完全背离的错误导向。任何经验事实的存在同样需要条件,或者说,某种经验事实只能逻辑地定义于某种理想化物质对象之上。尽管经验事实的“条件”存在以及针对物质对象所作的“理想化”认定,同样蕴涵着“有限真理”的意义,但是,到底对其中的“哪一个”首先做出前提性确认的问题,远不仅仅表现为“哲学理念”的不同,对于自然科学陈述而言,它直接关系到对两种完全不同“逻辑关系”的明确区分。在逻辑上,性质仅仅“条件”地“从属”于拥有该性质的逻辑主体,并且,往往因为逻辑主体的前提性存在才可能使这种性质自身的存在而具有真实意义或者确定物理内涵;相反,作为这种性质的逻辑主体则“无条件”地“拥有”这种属性,随着逻辑主体的认定,而自然拥有这种属性。显然,“从属”和“拥有”属于具有不同逻辑内涵的两种不同谓词,绝对不可混为一谈。

因此,将某种“经验事实”的存在绝对化,或者没有对人们所说经验事实必然存在的某种限制加以前提性的认定,相反,进一步将经验事实无条件化以及将表述这些经验事实的“形式系统”绝对化,想象成一种能够独立于某种“理想化物质对象”而无条件存在的绝对真理体系,显然是一种过分简单幼稚的推理。但是,它却真实地存在于现代整个自然科学体系之中。正因为此,对于 Newton 以及差不多延续了整整 2 个世纪的科学世界而言,都曾经以为基于“经验事实”的 Newton 力学就是一个普遍真理。其实,Newton 定理所具有的“普适”意义,仅仅在于正如《McGraw-Hill 物理百科全书》曾经正确指出的该定理本质上作为“力”的形式定义,即一个科学“概念”所必须具备的普适性。而且,即使因为是“力定义”而成为一种普遍适用的基本定理,Newton 力学公式所必需的“同一性”仍然只是条件存在、有限真实的,随着对相关“理想化物质环境——逻辑上等价于‘力’的施力体”人为选择的不同,相应存在的不同形式表述之间存在细微的差异。

当然,即使能够将 Schrödinger 方程视为“合理”的科学陈述,但是,它仍然存在“逻辑前提、有限论域”这样一些属于每一个形式表述共同存在的问题。因此,对于形式表述所描述物质对象的探究,始终具有前提性的根本意义。

为了考虑经典量子力学中可能存在的不同逻辑主体,或者这个陈述系统实际描述的物质对象到底有何不同,让我们再重新审视针对 Stern-Gerlach 实验所作经典分析的一些主要思维脉络。首先,人们总是首先引出 Schrödinger 方程

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(R, r, t) = \left[\frac{1}{2M} P^2 + \frac{1}{2\mu} p^2 + V(r) - B(R) \cdot m \right] \Psi(R, r, t) \quad (A)$$

之所以这样做,是因为整个经典量子力学“无条件”地将 Schrödinger 方程视为整个理论体系的共同基础。当然,同样不需要做出任何解释和分析,这个方程应该“无条件”地定义在此处所希望描述的整个原子系统之上,被视为进行所有相关分析的唯一基础。继而,人们又几乎“无条件”地构造了一个关于波函数的“一般意义”上的分离变量形式

$$\Psi(R, r, t) = u(R, t) \phi(R, r) \quad (B)$$

将 Schrödinger 基本方程分解为“定态”方程

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla_r + V(\mathbf{r}) + \frac{e}{2m_1}\mathbf{B}(\mathbf{R})l_z\right]\phi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = E(\mathbf{R})\phi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \quad (\text{C}_1)$$

以及“时变”方程

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}u(\mathbf{R}, t) = \left[\frac{\hbar^2}{2M}\nabla_{\mathbf{R}}^2 + E(\mathbf{R})\right]u(\mathbf{R}, t) \quad (\text{C}_2)$$

这样两个不同方程的耦合。

在以上形式变换的基础上,人们进而指出,由“力学量完备组”中的力学量所构造的算子,相互之间必然存在彼此互为对易的关系,因此,存在如下所示,定义在原子核内部两个数学表述之间的形式对应:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla_r + V(\mathbf{r}) + \frac{e}{2m_1}\mathbf{B}(\mathbf{R})l_z \leftrightarrow -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla_r + V(\mathbf{r}) \quad (\text{D}_1)$$

并且,以此作为求解定态 Schrödinger 方程的基础。此外,再借助“由平面波叠加成波包”这样一个“纯粹人为构造”的理念,将一个称为“半经典”的分析方法“自由(不加证明)”地引入量子力学分析之中,从而使上面同时定义于空间域和时间域中的“量子力学时变方程”与经典力学的 Newton 力学方程构成逻辑对应,

$$\left[i\hbar \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2M}\nabla_{\mathbf{R}} + E_m(\mathbf{R})\right]u(\mathbf{R}, t) \leftrightarrow \frac{d^2}{dt^2}\mathbf{R} = -\nabla_{\mathbf{R}}E_m(\mathbf{R}) \quad (\text{D}_2)$$

这样,正是这两个完全依赖于“人为理念”的不断补充而得到的两个对应关系,共同构成了量子力学针对 Stern-Gerlach 实验所作经典分析最终几率表述的基础。

除了前面已经提及的一系列存在于形式逻辑和物理理念上的问题以外,一个需要人们重新考虑的问题还在于,在整个“推理”过程中,人们几乎从来没有考虑过不同“形式表述”并不总存在完全相同“逻辑属体”这样一个前提性的重要问题。或者说,在经典分析中,不仅存在没有“数学严谨性”可言的一种过分随意的纯粹拼凑问题,而且,不同形式表述所描述的物质对象或者形式表述的逻辑主体并不始终保持同一,因此还存在着“推理”过程中不同形式表述之间实际上不可“比较”和“转化”的问题。

当然,正如以上分析已经指出的那样,所有的这一切应该归结为 Schrödinger 方程自身的不真实,以及诸如借助虚数所表述的“时变”特征不具任何本质意义的前提性问题。但是,即使从一般逻辑推理的角度考虑,整个分析过程仍然几乎到处充满“无理可循”的状况。首先,对于式(D₁)所示的两个不同的 Hamilton 算子,

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla_r + V(\mathbf{r}) + \frac{e}{2m_1}\mathbf{B}(\mathbf{R})l_z \leftrightarrow -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla_r + V(\mathbf{r})$$

一个直接而明显的推论是:两个不同算子根本不可能存在完全相同的本征函数,否则,仅仅根据方程的线性特征就可以推定外磁场 B 恒等于零的结果,这样仍然回到无外磁场的最初状况。至于对于式(D₂)所构造的另一个对应关系

$$\left[i\hbar \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2M}\nabla_{\mathbf{R}}^2 + E_m(\mathbf{R})\right]u(\mathbf{R}, t) \leftrightarrow \frac{d^2}{dt^2}\mathbf{R} = -\nabla_{\mathbf{R}}E_m(\mathbf{R})$$

不仅仅从一般思维原则考虑,“由平面波叠加成波包”这样一个纯粹人为构造的理念过分虚妄,根本不足以作为逻辑推理的基础,而且,这个对应关联两侧的数学表述存在的差异还要大得多,空间导数和时间导数算子都完全不同,两者之间根本不具可比性。当然,如果按照 Dirac 所述,量子力学本质上构造了对经典力学 Newton 表述形式的逻辑否定,那么,又为何不加任

何证明地将 Newton 表述重新用于量子力学分析之中呢?事实上,如果 Schrödinger 波动方程是一个合理的数学表述,那么,由其构造的形式分解,即如式(C)所示,方程的“定态”部分

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla_r^2 + V(r) + \frac{e}{2m_1}B(R)l_z\right]\phi(R, r) = E(R)\phi(R, r)$$

及“时变”部分

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}u(R, t) = \left[\frac{\hbar^2}{2M}\nabla_R^2 + E(R)\right]u(R, t)$$

是一个不可分割的整体,它们只能在一个由本征函数所构造“完备空间”的线性叠加意义上才能够得以存在。因此,经典量子力学关于 Stern-Gerlach 实验所作的具体推导过程,在逻辑上与 Schrödinger 方程几乎没有任何关联,只不过对照实际得到的实验结果,再依据人们在“不断创造”着的许许多多理念,或者 20 世纪科学世界喜好使用的“思维实验”重新将它们拼凑在一起。或者说,量子力学中一个从来没有按照微分方程内涵真正使用过的 Schrödinger 方程,只不过是人们进行自由思维的一种精神“寄托”罢了。

但是,在自然科学研究中,如果切实放弃“必须以对于某一个形式表述,如此处所说 Schrödinger 方程首先做出无条件认定”这样一种过分形而上学的习惯性思维方式,相反,代之以另一种全新的理念——一切从“怎样保持形式表述与其被描述对象或者物理真实之间必须严格保持逻辑相容”的角度出发考虑问题,人们将会发现,这样一种将形式表述置于从属性地位,而重新将被描述物理实在置于前提性位置之上的思考和处理问题方法,不仅合理、简单和自然,也会给人们在重新整体考虑量子力学时带来许多有益的启发。

事实上,在 Stern-Gerlach 实验的分析中,本质上存在两种不同类型的作用和相应两种不同的运动学描述方式,以及与它们形成逻辑对应并且被赋予不同物质内涵的两种不同逻辑主体。首先,考虑作为量子力学体系本质内涵的“量子”效应。显然,此处讨论的量子效应属于一种物理实在,它真实地存在于原子实和原子的电子之间。或者等价地说,由于原子实与电子之间处于“离散”的量子作用范畴之中,电子在原子中所处的“相对”位置同样只能是“离散”的。特别,随着微观粒子自身存在独立的旋转运动,相应使动量矩方程成为独立的约束方程的同时,表现微观粒子运动学状况的“状态空间”相应扩张了,或者说相应需要更多具有独立意义的“量子数”,以能够表述原子内部的具有“离散”特征的运动学状况。本质上,对于微观粒子自身运动学特征的揭示只能根本依赖于物理学实验。或者说,从纯粹的形式逻辑考虑,不可能从定义于某一个特定“状态空间”中的形式表述出发,仅仅依靠形式逻辑就能够演绎地“推导”出另一个包容更多独立物理学变量的更大“状态空间”。至于像目前经典量子力学通常所做的那样,以为仅仅凭借 Schrödinger 方程就能够“演绎地推导”出更多的“量子数”则属于纯粹的自欺。当然,这也是在目前量子力学中的所有推导,只不过是“人为认定”的不断叠加和补充,根本没有演绎逻辑可言的缘由。

但是,此时如果仍然将我们的思想“局限”于经典量子力学的范畴之中,或者说,仍然相信 Schrödinger 方程恰恰与 Schrödinger 本人所坚持的理念完全相反,能够成为对“离散”量子效应一种有效的描述的话,那么,对照量子力学的实际应用可知,也只是“定态 Schrödinger 方程”所刻画的“离散”本征函数才具有确定的物理意义。也就是说,仅仅是 Schrödinger 方程所构造的“本征值问题”才能够用以描述期待的“离散”物理真实,相应存在的一系列“离散”本征函数方程

$$(\hat{H} - E_{nl})\phi_{nlm} = 0 \quad \in S_{\text{kernel}} \quad (6.2.24a)$$

在逻辑上与“量子数集合”，即集合 $\{n, l, m\}$ 中的一个独立的“量子数元”，也即 (n, l, m) 形成确定的逻辑对应。

如果仍然考虑此处所述的 Stern-Gerlach 实验，首先需要注意到，该方程是针对原子中原子实(Atomic kernel)和电子之间可能存在“量子效应”影响最终结果所作的一种描述。或者说，如果存在与 Dirac 正确指出“两种 Bohr 轨道”相关联的“量子效应”，并且需要考虑这个“不知细节”物理实在的影响时，那么，对于以某一个量子数元 (n, l, m) 所表述的最终状态，定义于其上的“波函数 ϕ ”则应该用以表现出现这种特定运动状况的几率。显然，除了因为“量子效应”的细节无从得知，以至于相关表述仅仅具有统计意义以外，方程中的所有物理量都定义在电子之上，并且，和经典力学中存在的所有基本概念没有任何差异。当然，作为对电子和原子实之间一种物理作用与由此引起“运动学”状态变化的一种完整表述，整个形式表述以及所有的形式量都自然地定义在原子实所张的几何空间 S_{kernel} 之中，以切实保证形式表述和物理内涵之间的逻辑一致性。

此外，仍然假设 Schrödinger 方程的确能够用以表现这种“量子作用”，或者说能够将量子作用所涉及的两个不同“Bohr 轨道”构成某种逻辑关联的话，在逻辑上，一个重要的前提还在于，作为被描述物质对象“状态空间”中一个子空间的量子数集合 $\{n, l, m\}$ 必须首先予以前提性的确认，或者说该基本方程作为这个特定物质对象行为规律的描述，必须也只能定义在该特定物质对象的状态空间之中，即

$$(\hat{H} - E_{nl})\phi_{nlm} = 0 \quad \in \{\dots, n, l, m\} \quad (6.2.24b)$$

同样，在这样一个基本理念的认定上，量子力学与自然科学其他学科不可能存在任何本质歧义。等价地说，逻辑上绝对不是从某一个仅仅作作为“字符集合”出现的形式表述，如此处所述的 Schrödinger 方程，形式地推导出该“字符集合”的定义域，相反，只有首先对“字符集合”的物理内涵，相应对其存在的“状态空间”做出前提性的确认，这个形式表述才可能具有确定的物理意义和形式内涵。因此，即使 Schrödinger 能够成为一种描述离散量子效应的恰当数学表述，也永远不可能凭借演绎逻辑由这个方程推导出包括“量子数”在内的“状态空间”，相反，需要对凭借物理学实验得到，作为对微观粒子理想化定义的“状态空间”做出前提性确认，这个形式表述才可能不至于成为一种“无本之木、无源之水”，没有任何依托的“空言”陈述。

如果说，正因为此，在几乎所有的经典量子力学实例分析中，人们从来没有“真正”使用过 Schrödinger 方程的话，那么，由于与 Stern-Gerlach 实验相关的分析，完全不涉及与量子作用相关的“两个不同 Bohr 轨道”，因此，发生在诸如谐振子分析之中，仅仅以一种“违背数学意义和纯粹想当然”的方式使用 Schrödinger 方程的情况也没有出现。

另一方面，如果原子还被置于某一个特定的磁场 B 之中，那么，与 Schrödinger 方程没有丝毫逻辑关联，因为且仅仅因为作为物理实在的原子自身“内蕴”的不同“自旋”运动，所以人们可以做出自然的推断，即电子旋转轨道不再随机地处于空间的不同方位，而只能取与磁场“平行”或者“反平行”的状态，以能够与量子的两种自旋量子数保持一致。当然，对于作为原子实和电子共同组合的原子，它在这个外磁场 B 作用之下出现了一种运动学状态变化，或者前面所说的一个附加运动时，关于这个附加运动的形式表述不仅仍然需要定义在该磁场所决定的特定几何空间 S_B 之中，即人们通常所说的实验室空间之中，而且，“可以”也“必须”为经典力学

中的 Newton 力学方程,即为

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{R}_{\text{add}} = -\nabla_{\mathbf{R}} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{m}) \quad \in S_B \quad (6.2.25)$$

所描述。对于这个形式表述,除了原子磁矩 m 作为原子自身的一个内蕴物理量以外,在物理上与量子力学不存在任何关联,至于从形式逻辑考虑,与由 Schrödinger 方程推得的“时变方程”更是风牛马不相及。

6.2.2.5A 关于“第一性原理”的一个附加评述

笔者始终这样诚实地指出,书写本书的过程乃至思考层次的递进过程本身,较为真实地反映了作为一个庞大理论体系的初学者的一个学习、思考和探讨的过程。当然,正如笔者在其他基础科学领域中所作研究表明的那样,或许正因为免受“只缘身在此山中”的困惑,才能够针对主要由西方学者所构建的现代自然科学体系进行没有任何羁绊的独立思考,或者更为准确地说,才能够仅仅以一切科学陈述所必需的无矛盾性原则,即以形式表述与理想化物质对象之间的必须逻辑一致性以及不同科学陈述必须严格遵循的逻辑相容性作为唯一准绳,进行批评性的深刻反思。而且,针对量子力学的初步思考也进一步强化了笔者以前就建立起来的一个基本判断,即对于西方科学世界为主所构建自然科学体系中的一系列为人们关注的重大科学疑难问题,它们之所以逾越一个乃至数个世纪长时间没有得到解决,本质地渊源于一些彼此密切相关的前提性概念上存在着重大逻辑悖论,并且,在任何一个科学疑难问题上,都无一例外地相伴着数学推导方面的错误。

如果说在“泛读”量子力学时,对于 Landau 在其量子力学著述中公然将理论物理中的数学严谨性称为自欺欺人,对于 Heisenberg 坦然承认量子力学所存在的一系列前提性矛盾,以及对 Dirac 如此心安理得地将量子力学基元结构的获得归结为“有趣游戏”而感到困惑不解与忐忑不安,那么,当真的进入量子力学,发现在量子力学存在的谐振子分析以及 Stern-Gerlach 实验分析等经典分析中隐含的形形色色本质差异,以及意识到由于这种差异的真实存在对于整个理论体系必然产生某种“摧毁性”的重大影响时,仍然不免心悸不已。或者说,对于一个被西方科学世界视为集现代自然科学大成的量子力学体系,当深入进去并且真切体会到在整个形式逻辑方面存在如此严重的紊乱乃至没有任何逻辑可言的完全荒悖,毕竟完全让人难以置信,甚至不免对自己的理解是否准确产生怀疑。

可是,无意之中阅读一本出版于 2003 年的量子力学著述时,发现一些量子力学研究者其实早已认识甚至还明确指出了量子力学中的这种差异。这样,笔者几乎难以抑止一种因为释疑而自然产生的喜悦之情。但是,仔细读来又让人格外大惑不解,因为这些研究者不仅完全膜拜在“伟人”面前,放弃了全部的批判意识,容忍种种“自悖性”的逻辑不相容情况,而且还往往将前人的陈述进一步升华至“第一性原理”的层次,以充分表达目前科学世界普遍倡导一种纯粹宗教意识之上的强烈心灵震撼。当然,人们或许可以更为透彻地说,所有的心灵震撼根本源自这样一种“真实”存在:对于现代理论物理中的许多陈述,明显存在人们几乎不容否定的“无理性”,但是,它们为什么能够得到实验的“普遍验证”呢?

此处,不妨将该研究者针对量子力学的理解以及相关做出的综合性评述转录如下:

“量子力学的基本定律必定包括两方面:一是从物理条件来决定测量概率的定律,即关于波函数的 Schrödinger 方程;再就是从波函数来计算测量某一组相容观察量的概率的规则,即波函数的统计诠释。这里区分了两种不同的过程:一种是作为研究对象的客体在不受研究者干扰时的运动,这时波函数的变化遵从 Schrödinger 方程;另一种是作为研究主体的观察者对于观测对象的测量过程,这时波函数的变化过程被称为‘波包的缩编’,根据波函数统计诠释的规则来计算。波函数在哪一段过程中由 Schrödinger 方程来确定,从什么时候开始发生波包的缩编,以及缩编到什么本征态,这取决于实验者的安排和选择。这就造成了量子力学中区分主观与客观的困难或任意性。Heisenberg 指出量子力学的这种困难或任意性同样也是测不准原理这一物理原理的反映。

.....

Einstein 和 Dirac 的思考方式和研究风格,是从‘第一性原理’出发,经过严密的逻辑推理和数学演绎,来获得对物理现象的深入和全新的理解,这是理论物理学家思考方式和研究风格的一种类型。而 Heisenberg 的思考方式和研究风格更接近 Bohr,他们先从具体物理实验和现象的分析中发掘新的思想观念和物理原理,然后再在此基础上建立理论体系,这是理论物理学家思考方式与研究风格的又一种类型。后者熟悉具体的实验现象,强调新的实验现象蕴涵着新的物理,而在研究工作中往往更依赖于过去的经验、对对象的综合和物理的直觉。多数获得了实际成果的理论研究都属于后一种类型,所以 Heisenberg 的思想和哲学在西方物理学界有很大影响。

Heisenberg 具有一种能够从物理上把握问题关键的直觉,这使他成为 20 世纪最富于创造性和最成功的物理学家之一。Heisenberg 那与生俱有的对于从一般哲学的深度来提出和分析问题的偏爱,使他在关于量子力学的解释上成为 Copenhagen 学派仅次于 Bohr 的领袖人物。”

虽然该研究者做出了一种划分,将 Einstein 和 Dirac 完全归于从“第一性原理”出发的研究者,而将 Bohr 和 Heisenberg 归结为从“具体物理实验和现象”出发的研究者范畴,但是,如果再重新阅读该研究者在同一著述“自序”中特地对于如何认识量子力学特定做出的声言:

“……(一般量子力学著述所采取的公理化讲法)认为量子力学的几条基本假设是某种先验的思辨结果,而不是微观物理学经验的结晶,以至于虽然学会了用量子力学的数学规则解题,却没有把握量子力学的物理原理,产生量子力学是玄学不好懂的看法。所以,要讲量子力学的物理原理,从物理上把基本原理讲清楚,不要采取公理化的讲法。

同时,需要把 Heisenberg 测不准原理真正放到‘第一性原理’的位置,测量是量子力学的一个核心概念,测不准是量子力学精髓,不能回避测量问题,把测不准改成含糊其辞的不确定。”

那么,人们将发现,尽管前面针对物理学思维观念和研究风格做出了一种划分,但是,最终仍然被重新归一到“第一性原理”之中。

事实上,以上关于如何理解量子力学的论述虽然篇幅不长,但是,其中提出的许多思考对于恰当认识量子力学乃至整个理论物理仍然具有某种启示性意义。

(1) 首先,该著述明确地将“测量”置于一种前提性位置之上,因为该著者已经逻辑地认识到量子力学的经典分析之中实际上存在两种“不同过程”,相应存在计算波函数的两种“不同规则”,乃至提出“造成了量子力学区分主观与客观的困难或任意性”等一系列相关的真实存在。但是,著者却没有意识到,正是这样一些真实存在,对其后面述及的“严密逻辑推理和数学演绎”构造了根本的逻辑否定;

(2) 在这个不长的陈述中,不止一次以不同方式告诉人们:物理学研究的目的似乎全部在于发掘新的“思想观念和物理原理”。但是,却从未提及像本书曾经多次引用的“到底什么是量子力学所研究的物质对象”这样一个本原问题。实际上,除了使用“统一”的科学语言,以一种“无矛盾”的方式,大概真实地描述那个自存的物质世界以外,人们并不能说出比物质世界自己更多的东西,或者该著者所述的“物理原理”;

(3) 正因为此,该研究者似乎也绝对不可能认识到,对于仅仅作作为对物质世界一种理性描述的理论物理,它得以存在的基础只能是形形色色的经验事实,而不可能存在独立于经验事实、仅仅源于“直觉”的物理学原理;

(4) 此外,当该著者以他自己不一定觉察到一种膜拜者通常习惯的认识或者口吻指出现代理论物理中所谓“严密逻辑推理和数学演绎”的时候,其实,可以立即做出一种推断:该著者除了按照量子力学自己所“构造”的计算规则进行不同的计算以外,实际上没有针对整个陈述系统真正做过“完整”的数学推导。当然,也正因为此,他不可能真正理解为什么 Dirac 只能将作为整个量子力学形式基础的“算子表述”的引入称为“有趣游戏”,不可能懂得 Landau 为什么恰恰在其《理论物理教程》的《量子力学》卷的绪言中公然将理论物理的数学严谨性称为自欺欺人,同样,也不可能领会 Heisenberg 为什么将量子力学降格为“实验给出的一些数之间的关系”的苦衷;

(5) 当然,或许仍然因为缺乏对于“严密逻辑推理和数学演绎”的准确理解,该研究者甚至不可能体会到一旦承认量子力学引入具有独立意义的“测量”概念以及由此引起“两种”不同计算“波函数”的原则对于整个

量子力学“合理存在”所隐含的重大威胁,从而对大部分量子力学研究者无法认同或接受他的观念而困惑,愤然引用了通常只有“经典理论批评者”才愿意提及,被该研究者称为“Planck 原理”所揭示存在于科学生活中的一种普遍真实:一个新的科学真理不可能通过说服它的反对者而使其获得成功,它的获胜主要由于反对者终于死去而熟悉它的新一代成长了起来。

当然,对于该著者所述,属于 Bohr 和 Heisenberg 一种以“物理实验和现象”为基础进行物理学研究的“思考方式和研究风格”,在本质上最终依然回归于 Einstein 和 Dirac 所崇尚的“第一性原理”之中的现象,相应具有客观性基础,并不以不同研究者的不同主观意志而转移。因为对于任何一个形式系统,如果像“相对论”或者“量子力学”那样,根本无视特定物质对象的存在,无视“必须以对物质对象所作理想化认定作为构造形式表述唯一基础”这样一种基于“形式逻辑”的基本原则,甚至无视已经认识到的形形色色矛盾的前提性存在,那么,这个陈述系统必须建立在“第一性原理”之上,只能依赖研究者一种善良和朴实的“科学宗教”情结而存在。事实上,这也正是 Bohr 面对 Einstein 对量子力学的指责,在其一生中最后一次致 Einstein 的信件中以“尽管委婉而有礼貌”的措词,却明确表达对 Einstein 一种“永久的意外和失望”中所表述的那种真实:“我忍不住地要说,问题不在于我们是否将坚持一种关于服从物理描述的实在的概念,而在于沿着您所指引我们的道路继续前进,并意识到实在描述的那些逻辑前提。”

从纯粹的哲学理念考虑,量子力学中发生的一切“无理”现象,只能逻辑地归咎为建立在“直觉与顿悟”之上的“相对论”的全部荒谬。如果说,两个陈述系统之间还存在某种差异的话,那么,这种差异在于量子力学仍然努力以某一个“特定”的物质对象作为整个陈述的确定对象,尽管目前尚无力对这个特定物质对象做出具有形式意义的认定。而对于“相对论”则不然,它属于“科学语言”革命,是无需也不允许确定物质对象以及存在条件,一种具有普适意义的“绝对真理”体系。

其实,也正因为此,上述引文的著者对 Einstein, Dirac 与 Bohr, Heisenberg 的“思考方式和研究风格”做出明确区分,即使仅仅视为一种心灵感悟仍然是有道理的。可以相信,如果说 Bohr, Heisenberg 始终努力从物理学实验以及相关的物理真实出发,最终借助改变“概念”的统一内涵,将量子力学置于“第一性原理”之上实际上更多的是表现出一种无奈和不安的话,那么,人们可以发现,与他们的小心谨慎完全不同,从 Einstein, Dirac 言辞中让人们感受到的,更多的则是对于“无视矛盾存在”的一种完全的“心安理得”或者“踌躇满志”。当然,这也是笔者在学习、阅读和逐步领会量子力学经典陈述的过程中,对 Bohr, Heisenberg 乃至 Schrödinger 都始终充满一种发自内心敬意的缘故。

众所周知,“知之为知之;不知为不知”乃是中国古代圣贤孔夫子所说的一句至理名言。其实,孔夫子的话语远不只是告诫人们在求知过程中必须保持一种“诚实、严肃和严谨”的态度,同时,它还深刻地向人们揭示了一种认识的辩证法——只有较为准确地做出辨析,分清何者真的为知,何者尚为不知,那么,才可能使得我们的认识真正逐步达致深化。与将理论物理中的数学严谨性称为自欺欺人完全相反,掩饰矛盾或者干脆无视矛盾的存在才是真正的自欺,它并不能否定矛盾真实存在的事实。

结 束 语

对于被界定为“数学写就的物理学”的“理论物理”,当现代科学世界声言最终放弃逻辑的时候,其根本原因在于面对较为复杂的物质世界,尚缺乏一种能通过无歧义的科学语言将它们无矛盾地表述出来的缘故。但是,矛盾则意味着“自否定”;当然,允许矛盾的存在必然逻辑地意味着对于理性的自毁。因此,并不因为主动将矛盾事实置于逻辑前提,就可以否定矛盾的真实存在。而且,即使人们否定作为科学语言基元语汇的概念必须遵循的严格同一性的同时,将自然科学仅仅降格为“实验室中一些数之间的关系”而轻易获得某种容易获得成功的时候,一旦期望处理较为复杂的物理真实,那么,由于概念的不同一,只能处于一种彻底无能为力的状况。事实上,无法为飞行器的最佳形线构造形式表述,不知道如何为太空中的卫星构造恰当定

位系统等实际问题的存在,都根本源于基本概念没有真正得到澄清而引起的困惑。

参考文献

- [1] 汤川秀树. 量子力学. 北京:科学出版社,1991
- [2] 喀兴林. 高等量子力学. 北京:高等教育出版社,1999
- [3] 余寿绵. 高等量子力学. 济南:山东科学技术出版社,1985
- [4] 张哲华, 刘莲君. 量子力学与原子物理学. 武汉:武汉大学出版社,1997
- [5] 曾谨言. 量子力学. 北京:科学出版社,1985
- [6] 王正行. 量子力学原理. 北京:北京大学出版社,2003
- [7] P. A. M. Dirac. 物理学的方向. 北京:科学出版社,1978
- [8] 尼耳斯·玻尔集,卷 6,(量子物理学基础 I). 北京:科学出版社,1991
- [9] 尼耳斯·玻尔集,卷 7,(量子物理学基础 II). 北京:科学出版社,1998
- [10] Landau L D. and Lifshitz EM. Quantum mechanics, Beijing World Publishing Corporation, 1999
- [11] Greiner W. Quantum mechanics, an introduction, Third Edi. Springer, 1994
- [12] Parker S P. 物理百科全书. 北京:科学出版社,1998
- [13] 杨本洛. 自然哲学基础分析——“相对论”的哲学和数学反思. 上海:上海交通大学出版社,2001
- [14] 魏凤文,申先甲. 20 世纪物理学史. 南昌:江西教育出版社,1994
- [15] 许良英,范岱年. 爱因斯坦文集,第一卷. 北京:商务出版社,1976
- [16] 广重彻. 物理学史. 北京:求实出版社,1988
- [17] Nicholas Bunnin,余纪元. 西方哲学英汉对照辞典. 北京:人民教育出版社,2001

第 7 章 经典量子力学形式 体系理性重构

自然科学的研究对象总是那个独立于人类而自存的物质世界。因此,即使仅仅从纯粹的形式逻辑角度考虑,自然科学研究中为人们希望描述的物质对象必须是“第一位”的。与其一致,自然科学中的任何一个形式表述系统,只不过是针对某一个物质对象所作理想化认定的逻辑必然。针对物质对象所作的理想化认定,永恒差异于物质世界的真实存在。这样,不仅自然科学中的任何形式表述仅仅有限真实,条件存在,相应具有属于自己的有限论域,而且,仅仅当对物质对象所作的理想化认定基本符合物质对象自身蕴涵的物理实在时,相关的形式表述才具有实际意义。

正因为此,与 20 世纪的量子力学实际上建立在形形色色人为构建“第一性原理”的现状相反,此处仅仅从如何努力对经典量子力学希望研究的物质对象做出前提性界定入手,继而再构造一个仅仅属于这个特定理想化物质对象的有限真实和条件存在的形式系统。当然,在这个意义上,量子力学与 Newton 经典力学以及其他的经典理论并没有物理基础或者基本理念上的任何不同,不同学科之间存在的差异仅仅决定于被描述物质对象之间的差异,并且,只有使用一个“统一和无歧义”的“科学语言”系统,才可能对于被描述物质对象之间客观存在的差异做出一种“可理解”描述,并且,无需放弃科学陈述必需的无矛盾原则或者数学严谨性,使得自然科学中的不同学科分支始终处于严格的逻辑相容之中。

7.1 经典量子力学研究对象的界定

似乎已经成为理论物理中的一种约定俗成,人们通常总习惯地指出:与经典力学只能用于描述“宏观”物质世界不同,量子力学是用以描述“微观”物质世界的。但是,这个“宏观和微观”的概念本身又如何加以严格界定呢?同样作为一种常识,如果仅仅使用某一个确定的空间尺度,如 10^{-8} cm 作为一种标准去划分“宏观世界”和“微观世界”没有任何本质意义。事实上,正如现代自然科学已经充分意识到的那样,从不同视角出发,宇观中的星系与微观中的粒子系统往往显示出更多的本质一致性。原则上,作为自然科学中的两个基础语词,“空间和时间”只不过是用以描述物质世界的一种工具。因此,如果不是深刻揭示物质对象自身内蕴的、借助“空间和时间”所表述的抽象物理内涵,却仅仅将某一个“特定”几何尺度固定化没有任何意义^①。

其实,对于所谓的“宏观和微观”两种不同物质世界,仍然存在“几何”上完全抽象同一的理想化物质对象,粒子和场,相应显示彼此完全同一的几何学特征。而且,仅就目前量子力学所

^① 至于将刻画两种完全不同物理学特征的“时间和空间”混为一谈,为当时的 Einstein 仅仅凭借所谓“直觉和顿悟”而构造的“时空观革命”,不仅在逻辑上违背了 Einstein 本人赋予他所提出“原时和钢尺”作为两种完全不同“时空度量”基准的内涵,而且,除了为人们提供了“第一性原理”以外,其实什么也没有真正告诉人们,从头至尾都充满矛盾和悖谬。

作的实际陈述而言,除了需要借助“波函数”这样一种纯粹的称谓,对量子力学中“粒子系统”可能出现的不同运动学状态做出“几率”性质的描述以外,人们可以发现:反映量子系统运动学行为的所有运动学量,与经典理论粒子系统的运动学量几乎没有任何差异,只是在量子力学中,粒子系统往往被赋予了更多反映独立物理学特征的物理学量或者在运动学量之间补充了不同的约束关系。相反,正因为没有意识到量子力学和经典力学中粒子系统在物理学“基本特征”方面可能存在的本质差异,或者说它们相伴于彼此完全不同“状态空间”所构造的“自变量”集合,量子力学的经典陈述才会像人们看到的那样:在为不同“自变量”集合所描述的不同粒子集合之间,随意使用本质上已经不可能存在的“形式比拟”关系。

至于如果从“绝对真实”描述物质世界这样一种愿望出发,或许对于物质世界中那些无形的“场”和有形“粒子”做出任何具有完全和绝然的区分都是不可能的。事实上,恰恰因为无需也不可能穷尽物质世界的全部真实,这样一种绝对意义的区分不仅没有必要,而且,人们才可能真正理性地接受为“质能变换”所刻画的“场与粒子”两种物质形式之间可能出现的变换。但是,作为自然科学中的两个“理想化”的基元概念,从它们自身内蕴的“几何”特征考虑,“场”和“粒子”被赋予了确定的意义。无形的“场”没有真正属于自身的几何,充满为人们给定的任意几何空间,在“整个”空间所呈现的“波”被界定为这个理想化物质存在的唯一可能出现的运动形式;而作为另一种“理想化”物质形式而存在的“粒子”则不然,粒子在几何上是有形的,它总能也必须与几何空间中的确定“位形”存在某种确定的关联,与其对应,任何离散的粒子只存在以“空间位置”变化为基本特征的位移运动。

正是在这个意义上,作为物质世界的两种“理想化”的存在形式,“粒子”和“场”分别构造了一对彼此对立而相互补充的概念;与此同时,作为物质世界两种“理想化”的运动形式,“位移”和“波”则相应构造了另外一对彼此对立和相互补充的基本概念。可以相信,正是在对相关基本概念一种“朴素”认识的基础上,Schrödinger 才能够如此“顽强、合理和极其难得”地拒绝将他所构建的“波动方程”与“量子跳跃”构成一种逻辑关联。当然,值得特别强调的是,无论粒子还是场都仅仅是“理想化”的概念,或者说是对于物质世界真实存在做出的某种合理的抽象,物质世界既不存在绝对意义的场,也不存在绝对意义的粒子。但是,既然是概念,即作为科学语言系统中的基本语词,那么,赋予它们的抽象化内涵则始终不允许改变。

事实上,在量子力学的实际研究中,人们几乎不加思考地将“波函数”直接定义在粒子系统的“位置坐标”空间或者“动量坐标”空间之中,并且,往往直接赋予波函数以“几率”的唯一内涵,从而避免了“离散”粒子系统根本不可能与“波”构成逻辑关联的尴尬,甚至从来没有认真理会“思维实验”中将某一个足够小空间域中的“波包”如何真正收缩为与空间一个独立几何点所对应“粒子”的问题。一个充满矛盾和虚幻的“物质波”,以及由此而反凑出来的“波动方程”,除了在这种纯粹“遐想”式构建陈述体系的过程中为人们提供某种“心理”安慰以外,它并没有告诉人们任何实质性的东西。当然,这不仅是 Schrödinger 方程从来没有真正按照这个表述所对应的数学方式求解过一次,也是 Heisenberg 为什么告诫人们必须打破通常的概念,仅仅将

量子力学中的所有陈述视为具体的、由实验给出的“数”之间关系的缘故^①。

概念属于科学语言系统中的基本元素。如果不放弃概念必须具有统一内涵这样一个平凡的理性原则,期待使用统一的语言系统去描述物质世界,那么,在量子力学的经典陈述范围内,这个理论体系期望描述的物质对象与相关表达的物理现象到底是什么的问题,自然成为构造量子力学恰当形式表述系统的唯一基础,而绝对不是相反,像人们已经意识和指出的那样,量子力学至今还不能回答量子力学到底描述的是什么“独立于认识以外的客观世界”的问题。

7.1.1 量子力学中的粒子系统

其实,作为经典量子力学研究对象的粒子,当仅仅考虑这个已经被理想化为“质点”的理想化物质对象的整体运动学行为时,正如人们看到的那样,量子力学中的粒子在“几何”特征上并不构成对经典力学研究中针对粒子所作认定的逻辑否定。或者稍为准确地说,对于量子力学所希望描述的某一个粒子,或者许多粒子构成的粒子系统的运动学行为时,依然存在“属于”这个特定物质对象的一组广义坐标

$$\exists \{q_i, p_j\} \in (S_{\text{phy}}, t) \quad p_j = m \left(\frac{\partial q_i}{\partial t} \right)_{i,j} \in (1, \dots, 3n) \quad (7.1.1a)$$

其中, q_i 和 p_j 分别表示粒子系统的某一个广义位置坐标分量和广义动量坐标分量, n 表示该粒子系统中的粒子数。与其对应,这个形式表述隐含了另一个物理量 m 的存在,该物理量就是人们通常称作粒子的质量。此外,式中的 S_{phy} 表示一个确定的“物理”空间,物质对象上的所有运动学量都只能定义在这个被赋予某种特定“物质内涵”的几何空间之中, t 则为时间参数。于是,根据“经典”力学,一旦粒子系统的“所有”广义坐标得以完全确定,那么,该粒子系统的“运动学状态”,或者从形式逻辑考虑,定义于其上的所有“运动学量”都必须相应得以唯一确定。正因为此,在经典力学中,将上述广义坐标和广义动量共同构造的集合称为“状态空间”。属于这个定义在实数域之上“连续”抽象空间中的任何一点,都唯一对应于理想化物质对象的一个确定状态。

顺便指出,仅仅与“几何点”构成逻辑关联的理想化质点并不存在,任何有形体都拥有属于自己的体积甚至某种几何构形。因此,在某些理论物理著述中,提出了关于“理想化质点”的另一种形式定义:当且仅仅当物质对象的运动学状态与它在几何空间中的“移动”状况构成逻辑关联,或者等价地说,仅仅与其“运动速度”相关的时候,这个物质对象可以被称为一个理想化的“质点”。应该说,这个定义没有对有形体总拥有属于自己体积的“物理真实”构成任何逻辑否定,因此,它比将“质点”直接定义为“没有体积”的有形体更为恰当,也更能揭示理想化质点的物理本质^[3]。

当然,作为自然科学研究中的一种“自然”的逻辑推论,或者目前仅仅作为一种“合理”的推

① 当然,也正是这些明显存在的不合理,某些现代量子力学著述才会特地做出诸如此类的陈述:“随着量子力学的诞生和发展,人们普遍把 de Broglie 波说成是描述实物粒子本身的一种‘物质波’。而在一段漫长的岁月里, de Broglie 自己也不再提起他的‘相位波’了。其实,……,量子力学里出现的这种波动形式既不是什么‘物质波’,也不是什么‘相位波’,而仅仅是一种‘概率波’。”毋庸置疑,一个重新创造的“概率波”概念,或许可以避免为大家所认识;“物质波”以及“相位波”中几乎明显存在的逻辑不相容问题,但是,除了仍然只是一种称谓上纯粹形而上学意义的附会以外,到底什么是“概率波”真实蕴涵的物理机制或者物理内涵呢?事实上,20 世纪科学世界普遍存在一种以公开放弃“无矛盾性”原则为代价,却将描述物质世界的途径仅仅寄托在“称谓”改变之上的思潮。如果也能将其视为自然科学研究的一大发明,那么,称谓的改变除了必然隐含某种新的矛盾以外,仍然不能改变原有矛盾存在的真实,只能归属于一种纯粹的自欺。

测,当经典力学中的广义坐标集合同样能够成为量子力学所研究粒子系统的一个“完备”状态空间,而不再仅仅吻合于上述的一种“包含”关系时,即

$$\text{state space} \supset \{q_i, p_j\} \cap \{q_i, p_j\} \supset \text{state space}$$

那么,属于量子力学中粒子系统的所有“力学量”,即它的物理学状态也自然得以唯一地确定。

但是,在量子力学的研究范畴中,人们发现粒子系统需要描述的物理学特征远比经典力学中的粒子系统复杂。首先,粒子的完整状态并不仅仅决定于粒子的空间位置和相应存在的运动速度,不同粒子表现在自身“旋转”运动状况方面存在着差异,并且这种差异往往直接导致粒子受力状况的不同。也就是说,在量子力学研究中,与粒子自旋运动相关的物理学特征并不总能忽略不计。因此,并不需要改变经典力学的概念,相反仍然严格“逻辑相容”于经典力学所作的分析,当仅仅通过物质对象在空间所处“位置(矢径)变化”尚不足以刻画这个物质系统的整个运动学行为特征,还需要进一步对该物质对象在几何空间中的“方位”变化同时做出描述的时候,那么经典力学所构造状态空间是不完备的,相应存在一个扩大了的状态空间

$$\exists \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t) \quad i, j, k \in (1, \dots, 3n) \quad (7.1.1b)$$

其中,如果从经典力学的一般理念考虑, χ_k 表示某一粒子自旋向量的不同分量,并且,这个新的状态参量仍然可以定义在“连续”的实数域之中。甚至为了与“有形体旋转运动”形成严格的逻辑对应,原则上似乎还需要以一个被称为“惯性张量”的物理量取代原来的“质量”标量,而一个通常意义上的粒子系统实际上已经被一个蕴涵着更多物理内涵的刚体集合所取代。显然,针对不同的研究对象,人们还可以对物质对象集合继续做出“愈益真实”的细致化描述。并且,可以相信,逐步扩大对于物质世界的认识过程,如果从单纯形式表述的角度考虑,就是如何逐步扩大与构造状态空间的过程。当然,包括量子力学在内的所有形式系统仅仅条件存在,不考虑这个形式系统得以存在的逻辑前提,相反,将某一个特定表述固定化只能是认识中的一种严重本末倒置。

如果人们能够将“有形物质”的“形”大概合理地视为“无形场”的一种“凝聚态”形式,那么,当希望进一步反映有形实体运动真实的某些细节时,相应构造属于这个运动实体惯性矩张量的考虑并不是完全没有道理的。总之,在自然科学研究中,一方面需要自觉地意识到:任何关于物质对象的理想化认定以及由此“自然”形成的形式表述系统都仅仅具有“有限”真实性,任何形式系统不可能一成不变;另一方面,在根据物质对象的理想化认定构造形式系统时,必须严格保证一切概念的统一、形式系统和被描述理想化物质对象以及所有不同表述之间的无矛盾性^①。

显然,以上所有陈述仍然完全逻辑相容于经典力学的基本概念。如果说,与人们以往习惯采用的表述仍然有所差异的话,那么,这个差异就是,此处的所有形式表述都被明确限定在一个被赋予确定“物质”意义的“物理空间” S_{phy} 之中了。而此处所说的物理空间,本质上对应于那个与粒子系统发生“量子作用”的物质环境。对于生活在这个时代的人们,或许已经有多

① 在近年出版的一本《量子物理》著述中,著者从“教学顺序”的合理性角度指出,Feynman 在其所著《物理学讲义》敢于将“自旋”概念置于“波动方程”之前表现了一种“胆识过人”之处。其实,如果只局限于教学方式的合理性,这样一种顺序的颠倒仍然没有任何本质意义。事实上,任何一种合理的形式表述都是有限真实的,仅仅属于“特定”的理想化物质对象。数学永远不可能说出比自身更多的东西。由某一个所谓的“普适方程”出发,期望借助纯粹“演绎”的方式推导出属于物质对象自身蕴涵的本质内涵,恰恰是量子力学或者现代理论物理长期存在的一种认识论意义上的本末倒置。当然,这也是 Feynman 对于量子力学的改造不可能真正成功的重要原因之一。

少人会怀疑物质世界的整体性——物质世界本质上是一个不可分割的整体,它的不同部分总处于彼此相互作用之中。然而,并不是大部分人都能够理性地意识到,承认这样一种物理真实并不是一种简单的说教,而需要在一切理论体系中将物质对象发生作用或者影响的物质环境予以“形式”地确定下来。事实上,任何一种“作用”最少需要存在于“两个”不同的物质客体之间。因此,将针对物质对象运动学行为所构造的形式表述系统明确限定在某一个确定“物质环境”所张的几何空间之中,不仅是表现物理学陈述所必需的客观性的一种逻辑必然,同时,这样一种明确的表述方式也是一切形式表述自身必须遵循形式完备性的基本要求。

事实上,现代科学世界已经认识到将 Newton 运动定律称为一个基本定律在逻辑上并不恰当,它的本质意义在于人类针对“力”首次做出的一种形式定义,并且,正因为作为概念的形式定义被赋予了普适意义^[1]。无疑对于 Newton 运动定律做出的重新界定同样应该被视为人类认识的一种进步。但是,仅此还远远不够。“力”表述不同物体之间的作用,相应必须定义在两个相异的物体之上,因此,在形式上,Newton 定律也必须形式地定义在那个施加这个“力”的物质环境所张的几何空间之中。于是,在物理上,由于 Newton 力学体系定义在被赋予了确定“物质”意义的几何空间之中,不仅可以不再引入尽管为人们熟悉,但是在逻辑上只能依赖于“循环定义”而存在的一个完全虚幻的“惯性系”,而且避免了由于无穷多惯性系的存在引起一切运动学量不能唯一确定的尴尬。并且,随着“力”的定义在“物质内涵”以及“形式逻辑”两个方面具备完整意义的同时,现代物理学往往着重强调某一个“恰当”物理学陈述在不同“惯性系”中必须保持的同一形式或者“协变性”没有任何意义,本质上属于一种“形而上学”的习惯理念。当然,一个同样重要理念还在于一般的哲学认识方面,它依然告诉人们,虽然作为“力”的形式定义,Newton 定律必须具有普适意义,但是,关于力这种形式定义的合理性仍然源于相关的经验事实,仅仅具有有限真实性。

类似的情况同样出现在电磁场理论之中。Einstein 在他 1905 年的那篇著名的文章中曾经正确指出这样一种理论缺陷:当作为电磁场“源”项的电荷元(导体)和电流元(磁体)出现“相对”运动时,由于无法确认这个相对运动的真正逻辑属体,仅仅根据经典电磁场理论,无法将它们之间的相互作用或者这个相对运动对于电磁场的影响加以唯一确定。但是,因为 Einstein 仍然以对无穷多“惯性系”的认定作为思考前提,所以“相对论”中的 Lorentz 变换并不能真正解决他所提出的运动歧义问题。因此,形式表述的电磁场理论仍然需要定义在某一个确定“物质集合”所张的几何空间之中,以保证相关物理学陈述必需的完整意义和唯一性。将某一个形式系统与其表现的全部物质集合构成一种确定的逻辑关联,同样决定于自然科学以“自存”物质世界为研究对象的本原特征。

不过,根据经验事实,对于局限于经典量子力学研究范围中的粒子系统,人们发现当仅仅存在外磁场作用时,往往才需要考虑粒子旋转运动的影响。并且,在这个特定情况下,粒子的自旋方位通常随着外磁场的确定而确定,人们只需要考虑粒子可能出现的两个相反旋转方向。因此,在这样一种特定的前提之下,刻画量子系统中“粒子”运动学状态的广义坐标集合,往往可以示意地表示为

$$s: \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t) \quad i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2}, \quad k \in (1, n) \quad (7.1.2)$$

于是,一旦属于粒子系统的广义坐标得以完全确定,即粒子系统的状态得以唯一确定,那么,属于该粒子系统的所有运动学量同样应该得到唯一确定。并且,仍然吻合于根据经典力学,将这

些独立变量构造的集合称为该粒子系统的“状态空间 s ”。显然,在这种特定情况下,粒子系统状态空间自由度等于 $8n$ 。其中, $6n$ 个自由度可以定义在连续的实数域之中,而另外用以表现粒子旋转状况的 $2n$ 个自由度,只能定义为两个特定的离散数。

从另一个方面讲,为这个形式表述所定义的物质对象仍然只能被视为一种“理想化”的物质存在。或者说,由该形式表述所定义的粒子系统仍然属于对于真实物质存在所作的一种简单化认定,随着同样的物质对象被设置于更为复杂的物质环境,承受着更为复杂的外部作用时,相应构造的状态空间可能需要进一步复杂化。但是,在所有的物理概念上都能够也必须与经典力学所定义的纯粹粒子系统或者刚体集合保持逻辑上的一致性。于是,对于经典量子力学而言,它所描述的物质对象才可能在“统一”语言的意义上获得了一种“理想化”的形式定义。当然,进一步的分析表明,当涉及“量子作用”,或者如 Dirac 所说必须“与两个不同 Bohr 轨道”这样一种“物理实在”,而不是纯粹的“思维理念”相关联时,此处引入的广义坐标并不“总”能满足广义坐标必须满足可以“自由”变化的逻辑前提。也就是说,一旦存在需要量子力学加以表现的“量子效应”时,定义于粒子系统之上的这一组“广义坐标”并不完全独立,人们需要在由广义坐标所定义的状态空间之上进一步构造与“量子效应”构成逻辑对应的“约束”方程^①。

相反,在某些特定情况下,尽管量子系统的状态空间的确真实地存在一对离散的、与粒子自身的自旋运动构成逻辑对应的状态参量 χ_k ,但是,当这种真实存在并不成为影响粒子系统运动学行为为主要因素的时候,那么,为式(7.1.2)所形式定义的粒子系统不仅仅仍然具有一般性意义,而且由于它在表现物理学行为时实际上的“无效”性,还存在一种与其对应的形式变换

$$s: \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t) \quad i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n)$$

→

$$s: \{q_i, p_j\} \in (S_{\text{phy}}, t) \quad i, j \in (1, \dots, 3n)$$

也就是说,量子力学中的粒子系统实质上重新退化为经典力学中的粒子系统。当然,这个粒子系统的运动学仍然服从 Newton 力学体系。此时,人们完全不必借用“波包收缩”这样一些人为猜测,或者仅仅根据 Bohr 仍然纯粹属于“思维实验”范畴中的所谓“对应态”原理,为量子力学常常吻合于 Newton 经典力学的结果做出一种纯粹“自欺欺人”式的辩解。正因为此,也可以避免前面分析 Stern-Gerlach 实验时采取一种几乎没有任何逻辑可言的方式,拼凑出求解原子系统离开磁场后运动学行为时所需要“自由波包”解的尴尬。

人们可以发现,与大量基础性的问题没有真正解决相对应,现代理论物理学存在这样一种共性特征,那些无视被研究物质对象的前提性存在,纯粹依赖“想象”而构造出来的新概念,几乎无一例外地缺乏明确和严格的形式定义。事实上,对于自然科学而言,除了“时间和空间”这样一些作为描述所有不同物质对象“共性语言”以外,一切概念的逻辑主体只能是那些被描述的“理想化”物质对象。可以相信,对于诸如 Schrödinger 方程这样一种特定的形式表述,即使不存在形式逻辑方面的不足乃至错误,它也绝对不可能“一成不变”地用于那个充满差异和变化、丰富多彩的物质世界。任何一种形式表述,只能逻辑地决定于它期望描述的物质对象以及相应期望描述的特定物理真实。正因为此,以上形式定义的不同状态空间,对于揭示“独立于认识以外客观世界”自身蕴涵抽象共性特征才具有本质意义。尽管这样一种形式定义仍然只

^① 该约束方程即为后面将要提出,用于取代 Heisenberg 不确定性关系的量子约束方程。

能被视为一种有限真实的“理想化”人为认定,但是,这个人为定义得以存在的“基础”是那个自存的物质世界,而不是一种纯粹人为构造的所谓“思维实验”,只不过总存在某种差异罢了。并且,因此而自醒,任何人为构造的形式表述系统必须条件存在、有限真实。总之,除了保持概念的前后一贯与语言的严格统一,绝对不存在任何人为杜撰的“第一性原理”。

7.1.1A 关于自然科学研究中的“物质第一性”原则的一个简单阐述

某些研究者往往提出笔者反复申言的“物质第一性”原则似乎是一种虚伪的说教,甚至被指责为代替科学分析的遁词。其实完全不然,笔者目前无心也无力于纯粹的哲学研究,此处提出的“物质第一性”原则则是完全针对自然科学研究而言的。当然,对于 Karl Marx 创造的“辩证唯物主义”和“历史唯物主义”哲学观,如果说笔者的确将其视为一种实实在在的科学习念,并且,几乎不可阻挡地深刻影响着笔者的科学思维的话,那么,当现代科学世界公然放弃“逻辑自治性”的同时却大肆宣扬“第一性原理”的时候,重新提出自然科学中的“物质第一性”原则的全部思维基础并不在于某种哲学信仰,而仅仅在于如何保证自然科学研究中一切合理陈述必需的“无矛盾性”原则,在于捍卫以“无矛盾性”为唯一判断准则的科学批判武器。事实上,自然科学中的任何形式表述如果隐含着某种矛盾,逻辑上必然意味着某种“自否定”结构的存在,因而不具有意义。

从另一个角度考虑,在自然科学研究中,哲学理念的悖谬与逻辑推理的紊乱是一对孪生子,它们互为依赖地支撑着各自明显存在的无理性。当人们随意变换概念的统一内涵,甚至改变科学语言自身的时候,不断提出所谓的“第一性原理”掩盖逻辑推理的不严格,使得本来不应该如此复杂的自然科学变得人为复杂化了。人们甚至可以说,对于自然科学的人为复杂化和对于科学研究者个体的过分神秘化,或许同样成为某些“社会人”一种有意识和无意识的期待。真正理性的科学陈述必然是自然的,最终容易为人们所接受,无需也不允许依赖“宗教情结”而得以存在。

注意,在此处所期待重建量子力学的努力中,作为全部思维基础的绝对不是像自然科学中目前几乎所有存在的陈述那样,仅仅根据经验事实“直接”构造某一个“普适”的形式系统,而首先甚至只是“猜测”性地为被描述的“物质对象”恰当构造某一个“大体真实”的形式定义。事实上,尽管某些研究者往往也将人为构造的形式系统称为“公理化”假设,明确承认由于人为假设而可能隐含的某种不合理性或者不真实性。对于人们似乎已经习惯了的以对某一个“形式表述(数学公式)”的前提性认定为前提的经典构造方法中,由于从来没有认真考虑,实际上也“无力”考虑如何为不同形式系统提供可以“形式表述”的存在条件或者逻辑前提,这些形式系统在实际应用过程中,最终只能以一种并不以人们意志为转移的方式,变成一种事实上的“无条件存在”的普遍真理体系。因此,除了“称谓”上尚存在某种差异以外,在“公理化假设”和“第一性原理”之间没有任何实质性的差异,最终归于本质同一。

当然,如果缺乏对于“理想化”物质对象所作的一种具有确定意义的明确限定,作为形式表述系统的存在基础,那么,不仅仅对于经验事实的描述几乎不可避免地出现形形色色“拼凑”的痕迹,充其量也只能成为 Heisenberg 所说的那种实验室“数”之间的关系,并肯定不可能保证相关陈述的严格逻辑相容;即使从当今科学世界所崇尚的纯粹“应用”角度考虑,一个最重要或者致命的问题还在于,恰恰与构造“普遍真理”这样一个过分幼稚和简单化期待完全相反,相关的形式表述系统由于破坏了概念,即科学语言的严格无歧义性,并不具普遍意义的预测性。更明白地讲,当人们以放弃概念的统一内涵为代价,构造成功一个 Heisenberg 诚实指出的“具体的、由实验给出的数之间的关系”的时候,这个数据系统往往可以直接应用于与该实验完全保持“抽象同一”的另一个物质系统之上。或者说,这也正是现代科学世界往往喜于强调的“经验证实”为什么得以存在的缘故。但是,这样一种经验证实并无本质意义,特别当被研究的某种物质存在并不与该实验事实所描述“理想化物质对象”保持抽象同一,而往往更为复杂的时候,不仅这个陈述系统变得没有任何意义,而且,还因为概念体系的彻底紊乱,相关研究陷入了前提性的认识紊乱之中。正因为此,才存在至今不知道“量子力学所研究的物质对象到底是什么”这样一个过分反常和奇怪的问题,并且,被一些量子力学研究者合理地简单为量子力学哲学基础研究的本质内涵。当然,也同样因此,在这个“特定”的范畴内严格逻辑相容于 Pop-

per 的“证伪学说”:一切经验证实在自然科学中其实没有任何决定性意义,相反,任何“单独”一次具有确定逻辑意义的证伪,对于某一个陈述系统则构成完全的逻辑否定。

但是,根据自然科学研究中的“物质第一性”原则,一旦能够对被描述“理想化”物质对象做出一种明确“形式意义”的界定,那么,不仅这个界定本身为任何理论体系都必然存在的“逻辑前提”或者“存在条件”提供了一种同样具有明确意义的形式定义,而且,这种针对特定物质对象所作的“理想化”界定本身,还能够为人们使用“完全统一”的“科学语言”以及彼此保持“严格逻辑一致”的“科学概念”,并且,采用 Einstein 曾经真诚期待的但是从来没有得到真正实行的“构造式”方式,遵循“演绎逻辑”本质蕴涵的无矛盾性,构造一个仅仅决定于“理想化物质对象”自身,从而必然只能条件存在和有限真实,但是处处逻辑相容、容易为人们接受的理论体系。

或许对于任何一个大体了解现代自然科学体系的研究者而言,都无法拒绝现代自然科学体系中广泛存在的“构造性”特征,以及无法否定这种基本特征中自然蕴涵的某种“人为”认识。但是,对于这种必然融入人为理念的“构造性”同样存在完全不同的理解。例如,式(7.1.2)所定义的一个状态空间,即

$$s: \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t) \quad i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n)$$

其实正属于某种“理想化”的人为认定。而且,甚至可以相信,对于“微观粒子”所作的这样一种理想化认定,不仅并不真实同一于任何一种“物理实在”,甚至在一定程度上还是“无理”的。因为正如前面分析指出的那样,任何物质集合如果存在具有“独立”意义的旋转运动,那么,必然逻辑地意味着该物质集合必然存在某种属于自身的特定“几何结构”,相应存在对于整个物质集合一种“动量矩”意义上的独立贡献。但是,与量子力学几乎所有相关的经验事实似乎都说明,这样一种“理性”认定并不真实,除非新的实验事实能够为人们提供更为“细致”也相应更为“合理”的内容。

与上述以对“特定”物质对象做出理想化认定,并且以这样一种针对“物质对象”的认定作为构造整个形式系统的唯一“逻辑前提”或者“物质基础”,这样一个称之为“物质第一性”原理的基本哲学理念完全相反,则是类似于 Einstein 对某一个特定“数学表述”形式所作的无条件认定。事实上,即使暂时放弃为 Einstein 特别崇尚的“哲学”理念,而仅仅从纯粹“形式逻辑”的角度考虑,对于那个被称为量子力学基本方程的所谓 Schrödinger 波动方程

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(X, t) = \hat{H} \Psi(X, t)$$

人们不仅永远不可能由这个“称作”为“波动方程”的“符号集合”出发,逻辑地求得作为粒子系统“理想化”定义的包括由若干“量子数”在内的“状态空间”,而且,由于正因为“状态空间”没有得到前提性的确定,相应不存在该数学表述定义域的前提,这个数学表述本身实际上也并不存在。或者说,正因为不知道这个数学表述任何一个形式量的具体内涵,所以只能将其称为“符号集合”的“空言”陈述。当然,这也是当今科学世界在向人们灌输自然科学研究中的“宗教情结”同时,不得不公开放弃逻辑的必然原因。

因此,吻合于 Mach 的基本哲学理念,对于经验事实所表现的这样一种物理实在,人们或许永远也不能说出“为什么”的问题。在同样的意义上,Pauli 构造的“不相容原理”同样属于对微观物质对象所作的一种“理想化”认定,人们并不能真正说出这种以经验事实为基础的认定得以存在的原因。但是,一旦对特定物质对象完成了这样一种“理想化”的人为认定,其后的一切必须是严格逻辑的,相关形式表述系统只能逻辑地隶属于这个特定的“理想化”物质对象。因此,以特定“物质对象”的“理想化”假设为本质内涵的“构造性”特征,完全不同于 Einstein 针对某一个特定“形式表述”直接做出的纯粹人为构造。当然,正因为这种本质差异, Einstein 那里的形式表述自然成为某种“普适性”的“绝对真理”系统,没有也不允许某种确定的理想化物质对象作为整个形式表述得以存在的基础;所有的一切只能源于“直觉和顿悟”,没有当然也不允许存在“可解释性”的存在。

其实,也仅仅在“统一概念、无歧义语言”的这个特定意义上才可以说,一切科学陈述总是可解释的并且必然容易为人们所自然地接受,而无需向人们灌输某种“宗教”意识,不加分析和思辨地接受那些根本不存在

的某种“普适”真理。当然,一旦认识和严格遵循自然科学研究中的“物质第一性”原则,那么,在面对愈益复杂的物质对象,期望对其做出依然只是“大概真实”但是必须严格“逻辑相容”描述的时候,才可能以这个新的、更为复杂的特定物质对象的前提性理想化认定为全部基础,构造属于该特定物质对象或者某种物理实在的形式表述系统。事实上,也正是在这个意义上,人类在面对无尽可能大自然的时候,绝对不要轻言妄语“第一性原理”,而需要始终保持一份理性的“自我约束”,以及恰恰基于这种理性约束而生的“自信”,一步一步地深化对大自然的认识。

但是,不得不指出,当自然科学一系列基元概念没有真正得到澄清从而只能重新崇尚科学宗教的时候,对被自己以及这个时代的科学世界自觉和不自觉地推至现代科学宗教“教主”位置之上的 Einstein 而言,无论存在多少“经验证实”或者客观上引起的某种“技术进步”,他所做的一切则与上述“物质第一性”原则完全背道而驰。不难发现,在 Einstein 的所有陈述中,看不到被描述物质对象的前提性存在。当然,从形式逻辑考虑,也仅仅于此,Einstein 的所有陈述才有可能成为独立于一切特定物质对象,一个他所真诚期待的“普遍真理”体系。事实上,Einstein 在对经典理论进行某种批判,或者借助他所说的“时空变换”构造一次彻底“认识论革命”的时候,他根本没有真正读懂他所批判的经典理论。他没有读懂 Mach 批判,不明白以“循环定义”为基础,一个完全虚妄的无穷多“惯性系”的存在对于整个现代自然科学体系的前提性危害;他同样也根本没有能力懂得经典电磁场理论中仅仅作“人为假设”而存在的“位移电流”的无理性,以及这个形式表述系统中大量存在形式逻辑方面不严谨需要相应做出修正的问题,也不可能明白 Maxwell 最初提出“测量‘以太’相对于地球运动速度”命题自身隐含的逻辑不当,……。事实上,当 Einstein 自认缺乏严格数学思维的训练、自诩于更合适充当一名哲学家,几乎没有能力使用严格的形式语言对经典理论许多真实存在的不足加以切实纠正的同时,却过分轻信那个无科学可言的“直觉和顿悟”,公然放弃科学陈述必需的“无矛盾”基本前提和以无矛盾性为本质内涵的“可解释性”原则,过分天真地寄希望于通过改造科学语言的必需的统一内涵,以能够建立某一个没有任何条件约束的普遍真理体系。当然,他不可能意识到他所说的一对“原时和钢尺”对于他的“时空观革命”所构造的逻辑否定;他也不可能懂得自然科学研究的目标之一就在于,如何从形形色色的不同观察者构造的不同“观察”之中寻找那个仅仅属于确定物质对象自身的本质联系,相反,不仅拒绝被研究“物质对象”在形式系统天然具有的前提性地位,甚至否定被研究“物质对象”存在的同时,却将那些无以穷尽、本质上隐含着不同“操作者”或者“观察者”不同“主观”意志的“实验室操作”引入科学陈述之中,并且加以固定化,以取代特定“理想化物质对象”的位置,最终必然导致形形色色的逻辑紊乱。

如果说,Einstein 以一种与“物质第一性”原则自然形成逻辑关联的“平常”意识,对整个量子力学以无视物质对象存在为本质内涵的认识反常进行了严厉批判,那么,正如对 Einstein 显露了一种“深刻而永久意外和失望”的 Bohr,在其一生最后一封致 Einstein 信件中所明确表达的那样:如果说量子力学真实存在某种认识反常的话,那么所有的一切根本渊源于 Einstein 的认识反常。当然,这也是今天以“逻辑自治性”原则对整个自然科学体系进行历史性和全局性梳理,重新确立“物质第一性”原则,批判自然科学在放弃逻辑却日益宗教化倾向的时候,不能不严厉批判 Einstein 以否定逻辑为本质内涵、过分简单形而上学的逻辑必然。

在自然科学研究中,需要研究者付出极其诚实和艰辛的劳动,需要极其严谨和严肃的作风,反对轻信在对研究者个体加以无限神化基础上的直觉和顿悟。任何在矛盾前提基础上的推理总存在着矛盾,最后只能否定逻辑。只有在澄清一切基元理念的基础上,才可能真正将科学研究引向深刻和理性。

7.1.2 处于量子作用之中的物质环境

可以相信,任何现代人都能够理性地意识到,人类所面对的物质世界本质上是一个密切相连、不可分割的整体,几乎不可能存在某一个与外界绝对没有关联的孤立体。同样也可以说,至今的理论物理所根本关注的正是不同物质对象之间的作用以及这种作用对于物质存在变化所产生的影响,并不真的在意那些“孤立、不变和静止”的个别物质的存在。只是由于物质世界的过分复杂和丰富,人们不可能无穷真实地表现那个不可分割的物质世界,而必须做出一种人

为选择意义上的“理想化”假设,即在某一个特定论题中,将那些影响较小、然而真实存在的物理实在置于有限论域以外,仅仅讨论那些存在主要作用的不同物质部分的作用与相对运动之间的逻辑关联。

但是,对于目前的科学主流社会而言,在他们一方面容忍一系列基元概念上大量认识悖论的长时间存在,另一方面则拒绝或者几乎绝对不允许重建自然科学研究中的“逻辑自洽性”原则,并且以“逻辑自洽化分析”为武器,对于这些现成的理论体系进行任何形式批评的同时,似乎并没有真正理性地意识到这样一个基本命题的切实存在:在针对任何一种理想化物质对象构建属于这个特定物质对象自身的形式表述系统的同时,还必须同时对该特定物质对象始终存在着某种“作用”乃至某种“作用趋势”的物质环境相应做出一种“理想化”的界定,以能够形式地刻画物质世界的不同部分本质上永远处于“相互作用”和“相互关联”中的基本真实。事实上,也仅仅在两个(或者多个)彼此作用着的特定物质对象之间构造一种确定逻辑关联的时候,一个相关的形式表述系统在逻辑上才可能是真正“完整”的,在物理上才可能是“客观”的,本质地独立于人们的“主观”意志,尽管以特定理想化物质对象与特定理想化物质环境为基础而构造的形式系统几乎必然是有限真实的。在以自存物质世界为特定对象的自然科学研究中,研究者的“自由”仅仅在于对物质对象的“选择”自由,以及相关表述“深度”和“精确度”某种范围的选择自由。

于是,人们不难发现:无论是像 Newton 最初曾经期待的那样,直接将他的“运动定理”视为一个普遍存在的基本原则,乃至一个以吻合于若干经验事实作为必要附加条件的“第一性原理”,还是只能像后人重新指出的那样,仅仅将这个特定的形式表述界定为作用于质点之上“力”的一种人为构造的形式定义,但是,对于这样两种本质上已经隐含重大差异的习惯认定,一个出现在物理内涵和形式逻辑上的共同缺陷则是它们都忘记了对于这个形式表述中“力”的另一个“逻辑属体”做出不可缺少的前提性确认。事实上,除了运动中的质点作为“力”的“受力体”而显式地存在以外,从这个形式表述系统中无法逻辑地获知是“谁”施加了 Newton 运动定律所表现的力?正因为此,在把 Newton 定律这样一个与经验事实“有限吻合”的形式表述恣意扩大为一种独立于特定理想化“物质环境”的普遍原理,而缺乏对施力体的逻辑确认的同时,自然地陷入了由那个同样只能依赖“想象”而存在的“惯性系”所引起的种种逻辑悖论之中^①。

十分遗憾,当时的 Einstein 轻信了那个毫无理性可言的“自觉和顿悟”,他不仅没有能力严肃地回答 Mach 针对“惯性系”所提出的批判,甚至还缺乏能够准确理解 Mach 批判对于整个物理学或者自然科学所具有重大意义的能力。相反,却借助随意杜撰概念和根本科学语言的统一内涵,将理论物理学蜕化为以对“矛盾事实”的前提性承认为基础,关于实验室“观察数据”系统之间一种纯粹形而上学的不变性关联,从而使得整个自然科学陷入了哲学和逻辑的双重紊乱之中。

显然,正如第1章讨论曾经指出的那样,作为一种仅仅具“有限”真实性,但是作为关于“力”的人为定义所必须具备的“普遍”意义,Newton 运动定律除了需要定义在一个被描述的

① 近日在讨论经典力学隐含的“逻辑不完备性”问题时,个别研究者向笔者这样指出:正是 Newton 第三定律,它已经表达了“施力体”和“受力体”之间存在的逻辑关联。其实,虽然通常把 Newton 三大定律视为一种 Newton 力学体系的整体,但是,除了 Newton 第一定律大致表现了一种哲学理念或者物理学上仍然有待重新认识的基元概念以外,Newton 第一和第三定律尽管逻辑相容,但是两者并不同一,它们属于两个独立的物理学陈述,表达两个独立的物理内涵,相应存在不同的逻辑主体。

质点之上,而且整个形式表述还必须定义在某一个特定“物质环境”所张的几何空间之中,即

$$f = ma \in S_{\text{phy}}$$

这样,这个关于力的形式定义才可能明确告诉人们:在涉及某一个特定“力”所表现的相互作用时,是某一个“特定”的物质环境向质点施加了一个力,而这个力可以借助质点相对于“同样”物质环境的运动加速度加以定义。事实上,只有在这种情况下,关于力的形式定义才被赋予了一种完整的物理意义:在一个形式表述系统中,一个理想化质点承受了另一个被理想化为“物质环境”的物体施加的作用力;当然,随之与“力”相关的全部“物质”内涵得以完整确定,相关的形式表述才可能不出现逻辑歧义,该定义式中的加速度自然地只能相对于那个施加力的物质环境,即被定义在该物质环境所张的特定几何空间之中。人们还应该同样相信,作为一种“有限真实”的人为定义,并不总能够与所有的经验事实严格保持一致。但是,也正因为是“力”的一种形式定义,所以它必须“普适”地应用在所有物理学陈述之中,人们需要考虑的只是如何为它选择一个恰当的表述空间。

至于 Maxwell 所构建的经典电磁场理论,相关的问题要显得复杂一些,或者可以更为恰当地说,这些问题的存在至今没有为人们觉察。首先,如果这个理论体系中的“电位移矢量”如果的确是一种物理真实而不可缺省的话,那么,人们可以断言,这个物理量无需也不应该仅仅作为 Maxwell 提出的一种“人为假设”而引入到这个理论体系之中。或者说,既然“位移电流”是物理真实,那么,这个真实的物理量必然存在一个真正属于自己的物质内涵或者物质基础,以及与这些物理实在对应的形式表述。但是,即使暂时不考虑由于 Maxwell 关于“电位移”假设的形式表述并不正确,需要对整个理论体系进行系统修正的问题,人们仍然可以相信这个形式表述体系同样不可能成为一种“无所任”表述,以独立于特定物质基础的形式,被不加限制地定义在整个“宇宙”之中。

也就是说,即使暂时允许依然像经典电磁场理论通常所说的那样,可以将“静止电荷”和“运动电荷(变化或者非变化电流)”所激发的场视为一个整体,仍然使用经典理论习惯使用符号,即将 ρ, J, E 和 B 称为电荷密度、电流密度、电场和磁场,并且,将电磁场视为所有不同带电体之间相互作用的载体,那么,对于不同电磁场所构造的不同形式系统,同样只能被严格界定在某一个被赋予确定“物质”意义的几何空间 S_{phy} 之中,即

$$f(E, B, \rho, J) = 0 \in S_{\text{phy}}$$

当然,在这样一个“特定”的表述空间之中,该形式表述中的所有形式量自然地被赋予了一切形式表述所必需的“确定性”物理内涵,不可能出现 Einstein 曾经指出的“电荷元和电流元相对运动”中可能蕴涵的运动学状态歧义问题。并且,人们始终可以相信,随着同一“物理空间”中不同“坐标系”的任意选取,形式表述所蕴涵的物理内涵自然保持严格不变,从而自然地保持严格逻辑相容。但是,必须满足逻辑相容性的科学陈述,并不意味着这种表述的绝对真实。甚至可以说,正是依赖对于物质对象的“理想化”确认,相应存在的“有限”真实性,才可能保证不同形式表述之间的逻辑相容。

事实上,作为一种理想化的物质存在形式,“电磁场”可能存在于“整个”宇宙;甚至还可以做出这样一种人为假设,对于整个宇宙的不同局部空间域,其中的电磁场都能够在“同一”表现层次之上,为这个电磁理论体系所“同一”地描述。但是,不同空间域中的电磁场所包容的“电荷集合”不同,随着不同电荷集合之间可能存在某种相对运动,为不同电荷集合所激发的电磁场,或者定义这些不同“电磁场”的不同“局部域”空间处于“相对运动”之中。因此,即使表述

“电磁场”的整个方程在形式上相同,但是需要表现对于这个电磁场产生影响的电荷集合的“范畴”的不同,上述的物理学表述空间不同,由它们所构造“定解问题”的解则可能全然不同。如果人们理性地意识到这样一种过分简单的真实,那么,Michelson-Morley 实验所揭示的不同样只是一种过分简单的物理真实吗?对于地球附近的一个“充分小”邻域,其他带电星体所激发的电磁作用可以“合理”地忽略不计,因此,对于仅仅由地球所激发的“地磁”场而言,这个“物质场”乃至定义这个物质场的整个几何空间都自然地跟随着地球在包容地球的一个更大的几何空间中运动,当然,地磁场中任何形式电磁波的传播必然独立于地球的运动。当然,对于任何一种物质场,作为该物质场之上“小扰动”传播的“波”运动,它的运动速度,即“波速”必然独立于作为“波运动”物质载体的物质场自身的运动仅仅属于一种“过分平凡”的物理真实。此外,电磁场中的波速与一切物质场的波速被界定为物质场的“物性参数”没有任何不同,同样成为一种过分平凡的物理真实。

十分遗憾,19 世纪末叶和 20 世纪初叶的科学世界在面临某些暂时未知的自然现象时,不是严格按照“无矛盾”原则认真反省那些似乎已经无可非议的习惯认识自身是否恰当,寻找它们之中可能隐含的任何认识不当、不足或者逻辑推理上任何微小瑕疵,却在自欺欺人地公开接受“矛盾事实”存在,将它们界定为“无需也不容”解释的同时,将一系列的认识悖论公理化了^①。

同样,当经验事实告诉人们“量子效应”是物质世界中的一种普遍真实,而人们希望借助某一个“形式系统”去刻画这样一种物理真实所造成的影响时,不仅式(7.1.2)所表示的粒子系统作为这个理论体系所描述的物质对象形式化认定是必要的,而且,从形式逻辑必需的完备性考虑,某一个特定的物质环境作为“量子效应”的另一个逻辑主体,对于表现这个效应的形式系统而言同样是不可缺省的。也就是说,即使人们仍然希望沿用那个无理性可言的“物质波”的概念,去表述作用在某一个物质对象之上的量子效应时,人们仍然需要对那个向粒子系统施加量子效应的“物质环境”做出界定,从而将整个形式系统定义在这个特定物质环境所张的表述空间之中,即

$$\Psi(x, t) \in S_{\text{phy}} \quad (7.1.3)$$

仅仅在此时,整个陈述才被赋予了完整的物理内涵,与其相应,在形式逻辑上也才可能是完备的。

事实上,如果重新审视前面关于 Stern-Gerlach 实验的经典分析可以发现:由于没有对存在“量子效应”的特定物质对象做出明确界定,因此相反地,过分形而上学地将 Schrödinger 方程视为一种没有任何条件限定的“普适”方程,将这个方程定义在整个原子之上,进而对其进行分离变量,不仅极大地增加了相关分析的复杂性,而且,使得整个推导相应出现了形形色色“明显拼凑”的痕迹。其实,此处可能“涉及”的量子效应只存在于原子实和电子之间,并且正因为量子效应真实存在的“离散”特征,才能够逻辑地使得电子在原子之中处于“离散”的电子轨道之上,或者通常所称的“Bohr 轨道”之上。因此,在量子力学的经典陈述中,当人们“期望(实际

① 事实上,仅仅于此可以做出判断,如果说现代科学世界已经发现现代卫星通信传输技术中存在形式表述的“参照系”难以定位的困难,那么,这样一种技术上的困难与现代自然科学体系建立在“循环定义”的惯性系必然存在的“无理性”一致,不能单纯凭借“技术”进步加以克服,而需要重树“物质第一性”原则,对所有形式表述的物质内涵做出具有确定意义的界定。

上没有真正实现)“通过某一个基本方程描述原子中电子由于量子效应而呈现的“离散”特征时,整个形式表述必须严格限定在“原子实”所张的特定表述空间之中。与此同时,吻合于量子理论,原子中电子在确定磁场作用下的确定旋转运动取向已经成为整个原子的“内蕴”特征,因此,外磁场中的原子在获得“自旋定向”的同时,在外磁场作用之下自然地出现了“整体意义”转向的运动学行为。并且,作为“整个原子”在磁场中的运动仅仅需要经典理论所表述,独立于刻画量子效应的量子理论。继而,对于已经越过外磁场,已经发生“空间转向”的原子,它们的运动学行为特征更完全独立于量子力学所杜撰的 Schrödinger 方程,无需也不能由 Schrödinger 方程推导出 Newton 力学方程。总之,在理论物理研究中,自觉注意和重视不同形式表述必然存在的不同存在条件和物质基础,是保证相关思维推理得以合理存在的前提。无视作为数学工具本质内涵的逻辑严谨性,并且借助杜撰概念以掩饰形形色色明显存在的矛盾,才是真正的“自欺欺人”。

因此,即使能够允许仍然沿用经典量子力学中实际使用的定态 Schrödinger 方程,在形式上也必须相应定义在某一个“特定”的几何空间之中,即

$$(\hat{H} - E)\Psi_E(x) = 0 \quad \in S_{\text{phy}} \quad (7.1.4)$$

尽管量子力学中对“特定”陈述空间 S_{phy} 的形式认定,往往不像经典力学那样由于对于“施力体”的确定往往存在多个不同的选择,因此反而要容易一些,几乎是“自明”的。但是,从严格的形式逻辑考虑,仅仅在此时,这个定义于被赋予特定物质内涵的几何空间的形式表述才可能明确地告诉人们:如果定态 Schrödinger 方程能够充当量子力学的基本方程,它可能具有的表现功能仍然应该是有限的,仅仅用以描述作用在诸如“谐振子”系统上的一种“量子”效应,另外,施加这种真实物理效应的同样应该属于一种真实的物理存在,即某一个被称为“物质环境”的理想化的真实物质系统。

至于对作用在式(7.1.2)所定义“粒子系统”之上的“量子效应”本身,如何做出确定物理意义的形式界定,则成为另一个需要独立讨论的命题。

7.2 量子效应

在自然科学研究中,应努力形成一种“自觉”意识,即任何形式表述仅仅“条件”存在和只具有“有限”真实性。但是,保证一切物理学概念必需的严格一致性和一切科学陈述必需的逻辑相容性,从而揭示蕴涵于“形式表述”之中,并且本质地隶属于自存物质世界的物理真实,对目前的整个自然科学体系进行历史性和全局性整理,已经成为当今科学世界不容回避的重大课题。

那么,到底怎样理解 Bohr 所捍卫的“量子跃变”物理本质,或者怎样认识经典量子力学希望表现的“量子效应”,以及如何形式地表现这样一种物理真实呢?

7.2.1 量子效应的基本特征

在研究微观物质世界时,现代科学主流社会总希望告诉人们这样一种基本判断:根据在经验事实基础之上的 Planck 量子假设,由 Bohr 构造的量子论过分“朴素和简单”,只不过属于一个“过时”了的“旧”认识体系。或者说,需要创造一种全新的“理论”系统,通过与“时空观”革命

保持一致的一系列“概念”的不同定义,寻找某种在哲学理念上完全类似于“相对论”的基本准则,以能够为 Bohr 量子论所揭示的某种物理真实为什么在相悖于“经典电动力学”的情况下还能够得以存在提供哲学基础。并且,仍然像 Einstein 曾经生动描述的那样:“寻找某一个精密的公式来表示普遍特征,由此探求自然界的普遍真理”;继而以这些原理作为“演绎”的出发点,就可以使得“推理就会一个接着一个,往往显示出一些预料不到的关系,远远超出这些原理所依据的实在的范围”,真诚期待允许不断使用这样一种形式上“一成不变”、哲学上以“第一性原理”为本质内涵的基本原理,统一地描述发生在“微观世界”中的一切真实^①。

但是,如果需要揭示自存物质世界自身蕴涵的“客观”真实的话,那么,恰恰需要将这种自 Newton 开创现代自然科学体系就公开或者隐蔽地存在于科学主流世界之中,一种以寻求“第一性原理”为目标的认识完全颠倒过来。事实上,人们只能寻找内蕴于物质世界自身若干独立的“抽象同一”基本事实,并且,使用一种统一的语言将这些属于物质世界自身的存在表现出来。也就是说,除了保持所有科学陈述的严格逻辑相容,永远不能说出比自然本身更多的东西。同样,局限于经典量子力学的“有限论域”之内,人们只能用统一的语言刻画量子效应的真实存在,而不可能真正说出为什么存在量子效应的理由。即使在某一个更为深刻的表述层次之上,人们可能做的仍然只是对量子效应的某些真实细节做出彼此严格逻辑相容的描述,而不可能说出它们得以存在的原因。

那么,量子效应的根本特性就在于 Planck 最初提出的量子假设:发生在两个不同物理实在之间的“作用”不可能被无穷细化,而只能“一份一份”地以离散形式出现。另一方面,现代科学发现的经验事实似乎同时告诉人们这样一种普遍存在:物质世界并不存在“超距作用”,或者说,任何形式的“力”的作用几乎总以“场”形式存在着。因此,在量子力学研究中,发生于任意一个“单独”有形实体上的“量子效应”,总可以等价地视为该有形实体与另一个有形实体所诱发的“场”之间的一种作用。于是,当人们以式(7.1.2)形式定义的粒子系统作为特定物质对象时,作用于这个理想化物质集合之上的“量子效应”可以表示为这样一些彼此等价的形式:

$$\begin{cases} \Delta x \cdot \Delta p = \lambda \hbar \\ \Delta \phi \cdot \Delta L = \lambda \hbar \\ \Delta t \cdot \Delta E = \lambda \hbar \end{cases} \quad \lambda \in \mathbf{N} \quad (7.2.1)$$

式中 $\hbar$ 为表示量子效应的 Planck 常数,其前的系数 λ 属于自然数集 $\mathbf{N}$ 。也就是说,除了用以表示 Planck 所述,作用在粒子系统之上的量子效应只能是“一份一份”的这样一个基本“物理事实”以外,关于“量子效应”的形式定义再也没有告诉人们别的什么。因此,需要注意到,如果与目前理论物理著述一个类似的表述形式,即如下所述采用不等号表示的“不确定性原理”相比

$$\begin{cases} \Delta x \cdot \Delta p \geq \lambda \hbar \\ \Delta \phi \cdot \Delta L \geq \lambda \hbar \\ \Delta t \cdot \Delta E \geq \lambda \hbar \end{cases} \quad \lambda \in \mathbf{N}$$

此处关于“量子效应”所构造的形式定义,无论在数学特征还是在相应的物理内涵方面,仍然存

① 当然,对于 Einstein 而言,因为几乎只习惯于进行简单的形式模仿,而根本没有懂得数学的全部内涵本质地在于逻辑相容性,所以他同样不可能形成这样一种理性认识,即任何演绎逻辑永远不可能推导出超越最初命题蕴涵全部内涵,否则,相关推理一定存在演绎逻辑中的不当或者错误。

在重大差异^[1]。

事实上,如果希望将“量子效应”的基本特征进一步做出解释,那么,可以大致地总结为以下几个方面:

(1) 为式(7.2.1)所描述的量子效应只能是 Planck 常数的整数倍。也就是说,一旦某一个状态参量发生变化,或者说如 Δx , $\Delta \phi$, Δt 中的任意一个被前提性地确认,那么,与它们构成对偶的状态参量,即 Δp , ΔL , ΔE 的变化,只能取“离散”的分立值。因此,此处关于“量子效应”的形式定义与不等式表示的“不确定性原理”存在根本差异,后者仅仅着重表现测量误差的最小“阈”值,当然,仍然可以定义在大于该阈值的“连续”域之中;

(2) 处于量子效应作用之下有形粒子,可能会相应出现“位移、空间方位、动量、动量矩以及能量”等不同形式的“独立”变化。但是,只要这些独立变化真实存在,它们同样不可能做出再次分割,仍然“一份一份”地以“离散”的整体形式存在着;

(3) 当然,与上述“离散”物理真实逻辑相容,定义在时间域中,与发生量子效应实际对应的时间历程 Δt 同样不可分割。等价地说则是:除非出现新的经验事实,那么,局限于 Planck 量子假设的基本假设以内,除了可能对量子效应的“最终”结果做出预测以外,永远不可能具体描述量子效应的“真实历程”或者“具体细节”^①;

(4) 并且,此处所述的量子效应根本不同于现代理论物理期待的“第一性原理”,其得以存在的基础仍然只是相关的物理真实。也就是说,不能将式(7.2.1)所定义的“量子效应”视为一种“无条件”的普遍真实,它仅仅存在于真实发生“量子跃变”的那些场合。如果努力采用 Dirac 曾经使用的语言,则告诉人们:仅仅当某一个需要描述的物理真实发生在“两个不同 Bohr 轨道”之间,那么,才可能相应存在此处所形式定义的量子效应;而不是相反:量子力学需要描述的一切物理现象都“同一”地发生在“不同 Bohr 轨道”之间。因此,具有确定形式定义的“量子效应”并非像目前量子力学中 Schrödinger 方程那样成为一种纯粹“形而上学”意义上的“教条”,仅仅在存在“量子跃变”的地方才需要应用“量子效应”的形式表述。

当然,作为上述分析的一种必要的补充陈述,人们还需要认识到:尽管此处指出量子效应在“时间域”上依然不可分割。但是,这一要求绝对不意味着需要对物质世界的所谓“时空特征”做出类似于 Einstein“相对论”所说的那样一种形式的革命,同样,也无需像 Heisenberg 特地指出的那样,仅仅为了处理“量子力学效应的不连续性和量子力学形式体系连续性特征”之间的矛盾,而根本放弃一切物理学概念必需的一致性。它仅仅告诉人们这样一个基本事实:局限于目前的量子力学“有限论域”之中,人们不能也无需对量子效应的细节做出描述。当然,相关的理论体系也必须在这样一个逻辑前提下得以存在。

7.2.2 经典量子力学“有限论域”与量子效应“瞬时特征”的辩证统一

那么,对于局限于经典量子力学“有限论域”中的粒子系统,它能够真正为量子力学描述的

① 对于某一个需要做出描述的“量子效应”而言,由于无法获悉量子跃变过程的真实细节,只能对这个物理真实的“最终”结果做出描述。其实,这一事实恰恰与目前量子力学中的 Schrödinger 方程本质上不能对量子作用的真实“动力学”过程做出的描述保持一致。只不过由于现代理论物理建立或者希望被建立在“无理”的第一性原理之上,人们不能对这样一种物理真实做出理性解释罢了。当然,如果仍然局限于这个特定理论体系之中,或者无力发现如何对 Planck 量子假设所蕴涵物理内涵做出进一步解释的新经验事实,却仅仅借助“量子干涉”这样一些称谓试图研究该理论体系有限论域以外的物理真实,那么同样是不可能成功的。

运动学特征到底是什么呢?^①

如果仅仅从“形式表述”本身考虑,经典量子力学刻画了“量子效应”所激发的一种“瞬时”作用。虽然,任何一个特定的物理效应不可能“瞬间”完成,总必须对应于某一个相应的“特征”时间。但是,当人们无法对“量子效应”的内部机制做出进一步“细致化”描述的时候,人们可能关注的只是这个真实效应发生于物质实体之上所激发的“最终”影响。当然,这样一种人为认定得以存在的前提是:对于量子效应实际经历的“特征”时间历程,即 Δt 必须极大地小于形式表述所对应的时间表述精度。因此,人们可以合理地说,经典量子力学其实是仅仅从“实际效果”考虑和刻画量子效应的。并且,也仅仅在这个意义上可以进一步指出,经典量子力学“本质”上根本不存在真正属于自己的“时间”坐标。

于是,如果仅仅从表现“量子效应”这个特定物理内涵考虑,并且如果仍然采用式(7.1.2)给出的广义坐标表现粒子系统运动学状态的变化,则

$$\text{Quantum: } (q_i, p_j, \chi_k)_{\text{initial}} \xrightarrow{\delta\tau \approx \frac{\lambda\hbar}{\delta E}} (q_i, p_j, \chi_k)_{\text{final}} \exists t \quad (7.2.2a)$$

$$t + \delta\tau \approx t$$

式中的 $\delta\tau$ 通常可以称为量子效应的“物理特征”时间,人们通常可以合理地认为,它与形式表述系统使用的时间尺度,或者时间的“形式表述”精度 δt 相比,总可以视为一个充分小的量。于是,人们发现,此处引入了两个不同意义的“时间”表述。首先对于其中的 τ ,它可以视为一种“真实”的时间,用以表示发生在物质世界那些“真实”物理变化的“真实”时间历程;而对于 t 则不然,它仅仅属于此处“人为”构造的形式系统,根本受限于人们的“有限”表现能力。

因此,在这个特定意义之上,人们可以认为量子力学所反映的物理真实与宏观力学中“静力学”分析几乎没有多少差异,它所关注的只是物质对象状态变化的“最终”结果。并且,人们同样可以在这样一种特定意义上,将量子力学所描述的量子效应视为一种“瞬时”效应,只能定义在形式系统某一个特定时刻 t 之上。当然,一个重要事实在于,此处所述的这个“瞬时”只是仅仅针对“形式表述系统”而言的。事实上,量子力学和自然科学体系中的任何一个分支一样,只能条件存在,相应只具有“有限”表现能力。局限在量子力学的“有限论域”之内,人们不可能对量子效应的实际存在的真实历程做出描述^②。

但是,仅此还不够。在宏观力学分析中,宏观物质发生真实变化的时间尺度,与形式系统相应的时间尺度能够基本上保持一致。或者也可以大概地说,宏观变化的细节通常是可控制的,与形式表述之间存在一种简单的直接对应关系,因此,人们能够相应对宏观变化做出一种“直接”的描述。但是,对于量子力学所研究的量子跃变,人们几乎无法对这个物理实在的细节做出任何“细致化”的描述。与此相应,既然不知道量子效应的细节,对于粒子系统某一“单独”的“量子效应”前后状况可能发生的真实变化,人们同样也根本不可能做出一种确定性的描述。尽管如此,人们仍然可以相信,乃至作为自然科学研究者必须持有的一种基本信念,既然量子效应是一种物理真实,那么,量子效应同样需要满足物理学的一般原理,并且,人们也必须在忽

① 在本书的整个陈述中,往往会经常使用“经典量子力学”这样一个较为含糊的称谓。其实,它的基本意义在于,相关论述仅仅局限于以诸如式(7.2.1)所定义粒子集合为特定物质对象的研究之中,不涉及物质存在形式变化的问题。

② 当然,正如人们在目前量子力学所看到的那样,一旦希望对“量子效应”最终的离散特征做出描述,那么,正像 Schrödinger 所实际表现的那样,它可能表现的仍然只是该“形式系统时间域”之上一个特定“时间点”的行为。

略“细节”这样一个特定“层次”之上,对量子效应的一般特征做出描述。

甚至可以这样假设,也恰恰由于发生量子效应的真实时间历程远小于人们可能赋予形式系统的时间表现精度,即

$$\delta\tau \ll \delta t \quad (7.2.3)$$

于是,在形式系统可能表现的一个时间尺度 δt 之中,可能存在“许许多多”乃至“无以计数”的量子效应,从而人们可以也只能对于这些不同量子效应的“统计”行为做出描述。因此,这就是量子力学统计诠释得以存在的“物质”基础,决定于那个自存于物质世界之中量子效应的“离散”本质,而绝对不会源于某一个“智者”作为纯粹人为猜测,并且以舍弃“无矛盾性”原则而构造的所谓“第一性原理”。另一方面,此处所提出的量子效应特征时间 $\delta\tau$ 作为表现不同量子效应的特征量,并且,由于式(7.2.1)所示的量子效应,人们可以断定,当此特征时间在从 0 到无穷大这样一个理论上允许存在的范围内变化时,与其对应,发生在粒子系统上能量有一种完全相反趋势的变化,即

$$\delta\tau: 0 \rightarrow \infty \xleftrightarrow{n\hbar \approx \delta\tau \cdot \delta E} \delta E: \infty \rightarrow 0 \quad (7.2.4)$$

同样成为一种物理实在。并且,类似的关系,同样应该存在于量子效应形式定义的其他“对偶”物理量之间。

当然,也仅仅因为量子效应引起粒子系统的能量增加是一种完全真实的物理存在,所以在前述“谐振子”的示例分析中,所谓的经典约束

$$V(x) = \frac{1}{2}Kx^2 \leq E$$

对于量子力学同样表现为一种物理真实,与人为杜撰的“第一性原理”根本无关。相信无尽的物质世界居然会无条件地服从某一个人构造的“第一性原理”,无疑显得过分幼稚,当然也过分自欺。更何况一旦像现代科学主流社会所主张的那样,公然舍弃逻辑推理过程中的“数学严谨性”或者自然科学陈述的“无矛盾性”原则,那么,甚至“服从”一词都变得无从谈起。事实上,在式(6.1.5b)

$$\Psi(\xi) \sim \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right)$$

所示的渐近方程中

$$\xi^2 \approx \frac{\frac{\partial x^2}{\partial \tau}}{\hbar} \approx \frac{\delta E \cdot \delta \tau}{\hbar}$$

量子效应产生的能量增量 δE 同样属于一种物理实在,正是因为这种物理实在的真实性,才可能使得谐振子仍然本质地满足所谓的“经典”约束,对于相应呈现的运动学行为的“几率”做出描述。Einstein 曾经指出“自然界存在不依赖感觉和测量的物理实在要素”。显然,确认存在独立于人们意识以外物质世界的存在,可以被认为是进行自然科学研究一种必需的认识基础。当然,也正是在这一根本的认识基础上,Einstein 针对经典量子力学陈述中“反常意识”的批判不仅无可非议,而且也极为深刻。但是,不可理喻的问题在于:Einstein 用于批判别人的锐利武器,却从来没有以此作为同样标准用来审视自己。当然,这才是让 Bohr 及其年轻一代感到“永久的意外和失望”的根本原因。事实上,人们始终可以断言,所谓的“时间”和“空间”仅仅是一种表现“无以穷尽”物理真实的“共同”语言,人们无需也绝对不允许所谓的“时空观”革命,拒绝由此产生任何形式的“反常”意识。概念属于人为构造的语言系统。因此,保证概念的严格

逻辑相容和前后贯一,努力表现那个独立于“人为意识”或者形形色色“第一性原理”以外的物质真实,始终是自然科学研究追求的基本目标。

因此,作为“量子力学”的一种形式意义上的认定,式(7.2.2a)所作的描述尚不完整,需要明确引入量子力学的“统计”内涵,即

$$\text{Quantum: } \Psi \equiv \frac{1}{n} \sum \left[(q_i, p_j, \chi_k)_{\text{initial}} \xrightarrow{\delta\tau \approx \frac{\lambda\hbar}{\delta E}} (q_i, p_j, \chi_k)_{\text{final}} \right] \exists t \quad (7.2.2b)$$

$$t + \delta\tau \approx t, \quad n \in \delta t$$

其中, Ψ 仍然可以像经典量子力学那样,称作量子系统的“态函数”,表示“ t 时刻”与“形式表述系统”时间表现精度 δt 对应的时间间隔中,由于发生充分多量子效应所激发状态变化的“统计平均”影响,而式中的 n 则示意地表示发生这个特定时间间隔中“量子效应”的次数。至于作为因变量的“态函数”应该怎样理解和定义的问题,在后续构造量子力学基本方程时再作进一步讨论。

此外,一旦能够确认量子力学可能表现的物理内容,那么,对于许多量子力学著述提出另一个置疑,即量子力学到底能够用以描述某一个特定的粒子,还是只能用以描述许许多多粒子的问题做出回答。这个答案是:在量子力学中既存在像“谐振子”那样一种以特定物质对象为陈述对象问题,同时,也存在像进行 Stern-Gerlach 实验分析中的多粒子系统问题。在这个意义上,它与经典热力学理论相应存在以确定物质为研究对象的“封闭系统”以及以确定空间为研究对象的“开口系统”没有区别,也与变形体力学中并存 Lagrange 方法和 Euler 方法没有任何区别。当然,与其对应,针对不同的研究对象,量子力学也必然需要相应存在不同的形式表述方式,但是这些不同的研究方法或者表述形式必须保持严格逻辑相容。当然,这也是在前述关于谐振子和 Stern-Gerlach 实验的示例分析中,特地指出它们在数学处理上存在根本差异的原因。

放弃物理学研究中相关数学推导的逻辑自治性,放弃一切科学概念必需的严格统一性,却过分轻信根据像“物质波”这样一些纯粹依赖于人为想象,相应不存在任何确定形式表述的概念,并且由此赋予借助它们拼凑出来的某种形式表述以一种“普适”意义,乃至只能“不加解释”地将其称为“第一性原理”,应该是人类理性认识在 20 世纪出现的一次大倒退。当然,从另一个角度讲,出现于 20 世纪的理性认识的紊乱具有一种必然性,它仍然源于自 Newton 力学开始诸如“惯性系”这一系列基元概念并没有真正得以澄清的缘故。这样,一旦人们面临着物质世界中许多以前难以想象的复杂现象,如果缺乏一种严肃的态度,而仅仅凭借“直觉和顿悟”不断随意创造着概念,那么人类的自然科学只能一步一步地彻底陷入认识紊乱之中。当然,如果能够将科学仅仅视为一种“实验室的数据”系统,并不在乎科学概念与不同理论体系之间的严格逻辑相容,那么它不仅能够复现与实验室实验研究基本完全一致的物理真实,而且使得我们的科学研究将变得十分轻松,也十分容易出成果。但是,一旦面对一个较为复杂的物理现象,使得实验室中形形色色的研究现象交叉在一起,那么,由于包括概念在内的科学语言不再具有统一的内涵,这些个别的实验室数据系统变得没有任何意义。当然,对于这一种完全紊乱的思维,我们乃至我们的后代为此将付出更大的代价。

7.2.3 经典量子力学中的“虚数”

在某一个形式系统可能表现的内容与物质世界的真实存在之间,自觉做出一种严格的区

分对于自然科学研究始终具有前提性的根本意义。同样,在探讨量子力学得以存在的物质基础时,自觉意识到两种不同“时间尺度”的存在一样具有根本意义。事实上,尽管与量子效应的真实历程对应的时间标志 τ 真实地存在着,但是,这个真实的时间标尺并不属于经典量子力学的有限论域,即

$$\tau \notin \text{Quantum}$$

在经典量子力学所构造的形式表述系统中,属于这个形式系统的只能是另一个时间尺度

$$t \in \text{Quantum}$$

尽管两种时间尺度必须同样刻画相同的时间历程,或者需要借助 Einstein 引入“相对论”中的那个“原时(Proper time)”加以界定,但是问题在于:局限于量子力学这个人为构造理论体系的“有限论域”之内,人们不能对量子效应中真实发生的一切加以描述,而绝对不是与某一个特定“量子效应”对应的时间历程,以及发生在这个时间历程中的所有物理实在都是不真实的。只不过是说,一切形式表述只能条件存在,有限真实,不仅本质地依赖于人们对于所研究物质对象的理想化认定,而且,还根本依赖于“经验事实”对相关物理实在的了解和认识程度。也就是说,它与那些仅仅凭借“思维实验”,或者说所谓“直觉和顿悟”而构造的“第一性原理”完全不同。可以相信,只有那些笃信“第一性原理”的发明者,才可能相信他们基于“思维实验”的纯粹人为创造属于普遍真理,期待人们以一种宗教式的虔诚去描述整个物质世界。

其实,也正因为此,在 Schrödinger 的经典波动方程中

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t) = \hat{H} \Psi(x, t)$$

才十分漂亮地引入了“虚”数概念,使得一切与“时间”有关的陈述本质地成为“虚”陈述,没有任何实在意义。正如前面分析曾经指出的那样,纵观整个经典量子力学分析,人们从来没有真正将波动方程视为一个“微分方程”,相应构造包含初始条件在内的“定解问题”。事实上,在不多的可以直接求解 Schrödinger 方程的实例中,人们总采用了“分离变量”的方式,首先构造“定态”假设下的解

$$(\hat{H} - E_i) | \Psi_i \rangle = 0$$

继而将非定态的解写为

$$| \Psi(t) \rangle = \sum c_i \exp\left(-i \frac{E_i t}{\hbar}\right) | \Psi_i \rangle$$

但是,没有人曾经认真讨论过如何使用初始条件,求解定义于时间域中 Schrödinger 方程所构造的定解问题。当然,人们实际上也不关注本征函数是否完备化的问题。相反,仅仅由于在这个表示“时间效应”形式解中的指数函数只存在“虚”数,对于一切能“与能量算符对易”的力学量算符,它们所对应力学量的平均值的恒为零,即

$$\frac{d\langle \hat{A} \rangle}{dt} = \frac{i}{\hbar} \langle [\hat{H}, \hat{A}] \rangle \equiv 0$$

从而使得“动力学变化”变成与“虚数”对应的一种“空”陈述。

因此,假设 Schrödinger 真的能够被视为一种合理的数学表述,那么,这个动力学方程期望刻画的正应该是量子效应相应出现的真实变化历程。继而,按照此处所提两个不同时间尺度的认定,通常书写方程中的时间变量 t 需要代之以 τ ,即

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, \tau) = \hat{H} \Psi(x, \tau) \notin \text{Quantum}$$

当然,如果这个动力学方程真的存在,它也不可能隶属于量子力学的“有限”论域。这是因为定义在连续实数空间中的 Schrödinger 方程,必然与式(7.2.1)所定义的“量子效应”,即

$$\begin{cases} \Delta x \cdot \Delta p = \lambda \hbar \\ \Delta \phi \cdot \Delta L = \lambda \hbar \quad \lambda \in \mathbf{N} \\ \Delta t \cdot \Delta E = \lambda \hbar \end{cases}$$

构成矛盾。

并且,在量子力学的经典陈述中,在论述 Heisenberg 矩阵方程和 Schrödinger 波动方程的一致性时,其依据仅仅在于它们在“时间域”中动力学变化上实际显示的“恒定不变”特征。因此,人们可以断言,与 Schrödinger 在逻辑上保持一致的那个“Heisenberg 方程”表述,本质上仍然是一种“空”陈述,没有任何物理意义,完全不同于由经典力学中 Hamilton 方程借助“形式模仿”而得到的 Heisenberg 矩阵方程。至于考虑如何直接从经典力学中的 Hamilton 方程出发,构造量子力学 Heisenberg 矩阵方程的问题则属于另一个独立命题,另当别论。但是,如果不愿意轻易相信一种纯粹“第一性原理”意义上的猜测,人们不难做出一种理性的判断:与 Schrödinger 波动方程保持一致,借助“时间域变化”的某种形式转移而构造的基本方程,绝对不同于 Dirac 特别加以颂扬,仅仅凭借“形式模仿”这样一种被称为“有趣的游戏”,通过提出一种“非对易乘法”的代数结构而拼凑出来的 Heisenberg 矩阵方程。任何一种合理的形式表述,只能决定于它所描述的物质对象以及希望表现的物理真实。

笔者在《自然哲学基础分析——“相对论”的哲学和数学反思》一书中,着重提出在自然科学研究中必须严格遵循“物质第一性”和“逻辑自治性”这样两个彼此互为依赖的基本原则的问题。出乎意料的是,某些哲学研究者以为笔者的这一说法不仅过分陈旧,甚至有“拉大旗作虎皮”的政治嫌疑。其实,两个互为依赖的基本原则,完全隶属于自然科学研究的领域,并不涉及人文科学家或者纯粹哲学家所热衷关于“唯物主义”与“唯心主义”的争论。

自然科学研究具有明确的论域,这就是努力揭示物质世界中那些独立于人们意识而本质自存的抽象一致性,并且,能够使用一种统一的科学语言将内蕴于不同物理真实之中的抽象同一性表现出来。反过来,只要不同的物质对象能够在抽象意义上保持一致,那么,这些不同的物质对象的行为一定能够为某一个相同的形式表述所共同描述。因此,仅仅从严格的“形式逻辑”考虑,人们也必须对逻辑上“从属于”和“拥有”两种不同关联做出严格区分,首先将那个被描述的物质对象确定下来,并且,相应构造一种理想化的形式认定。于是,任何一种合理的形式表述都条件存在、有限真实,仅仅属于某一个特定的理想化物质对象。并且,除了严格保持一切科学概念以及科学语言的一致性,人们并不能真正说出这个形式系统得以存在的其他理由。当然,也正是在这样一种意义之上,自然科学研究必须严格遵循的“物质第一性”原则和“逻辑自治性”原则,逻辑地决定于自然科学的基本属性,独立于不同研究者不同的主观意志。

在自然科学研究中,隐含着任何形式矛盾的陈述没有真正的科学意义,总逻辑地意味着“自否定”结构的存在。另一方面,只要违背“物质第一性”原则,那么由于缺乏条件限制,最终必然导致矛盾和紊乱。一切所谓的“第一性原理”都是悖谬的,至于那些只能以承认形形色色矛盾的存在为逻辑前提的“第一性原理”,事实上已经对自己构造了完全的逻辑否定。

7.2.4 量子力学中的“波”和波的“干涉”现象

局限于经典量子力学的有限论域,人们不可能表现“量子效应”的细节,或者说,量子力学通常只能“形式地”表现量子效应作用在粒子系统之上的一种“瞬时”效应。但是,物理实在尽管超越了某一个形式系统的有限论域,并不意味着这个物理事实自身的不存在。此外,如果考

虑到式(7.2.2b)

$$\text{Quantum: } \Psi \equiv \frac{1}{n} \sum [(q_i, p_j, \chi_k)_{\text{initial}} \xrightarrow{\delta\tau \approx \frac{\lambda\hbar}{\delta E}} (q_i, p_j, \chi_k)_{\text{final}}] \exists t$$

$$t + \delta\tau \approx t \quad n \in \delta t$$

对于“量子力学”可能陈述内容的一种大概认定,那么,人们还可以对量子效应的某些不同特征做出一种大概的分析。

由于该“瞬时效应”实际上包容了若干次不同量子效应造成的“共同”影响,并且,将这些实际时间域中不同时刻乃至作用于不同实际物质对象之上的不同量子效应,折算到形式表述系统时间域的一个“特定”时刻以及一个“同一化”的粒子系统之上时,人们还可以对这些不同量子效应的共存方式做出一种分类。首先,既然发生在不同物质对象之间的“量子效应”的确是一种物理真实,人们不妨仍然相信这种效应同样不应该被视为一种“超距”作用,只能在与“量子效应”形成物质意义上逻辑对应的“几何空间 ($x \in R^3$)”以及“时间域 τ ”中,仍然以一种表现为“扰动传播”的“波”的形式表现地展现在人们面前。

或者作为一种形式上的一般性表述,并且相合于通常针对一般函数所作的频谱分析,存在定义于实际时间域中如下所述的“动态”波函数:

$$\Psi(x, \tau)_t = \sum c_n \Psi_n(x) \exp \left[\frac{\tau}{\frac{\hbar}{E_n}} \right] \quad \tau \in (t, t + \delta t) \quad \delta t \rightarrow 0 \quad (7.2.5a)$$

也就是说,当出现“量子效应”时,该函数能够用以大概地表示量子效应在相应时间域和空间域中“实际”发生的历程。

当然,由于这一数学表述希望表现的是物理实在,人们无需也不应该将“虚数”引入到这个形式表述之中。但是,正如以上分析已经指出的那样,这个描述本身超越了“经典量子力学”可能表现的“有限”范围。因此,此处引入的波函数只能形式地定义于某一个特定时刻 t 之上,并且,为指数函数所描述的“波动”过程,仅仅与“覆盖”该时刻的另一种“意义”之上的“时间 τ ”构造一种逻辑关联。再次指出,在两种时间尺度 t 和 τ 之间没有任何本质差异,只不过针对“物理真实”所作的“时间记录 τ ”超越了形式系统可能表述的范围。另外,如果考虑到

$$\delta\tau \approx \frac{\lambda\hbar}{\delta E} \quad \lambda = 1, 2, \dots$$

可以视为“单独”发生一次“量子效应”的特征时间,那么,对于出现在上述“动态”波函数中的“和”式,它更为本质描述的是:不同“量子效应”在其所存在几何空间中可能出现相互“干涉”作用的一种细节。

另一方面,仍然仅仅根据一般的物理学理念,当且仅仅当出现两次相邻“量子效应”的空间位置的差异不大于“扰动波”的波幅 λ_{wave} 的时候,即

$$|\delta x_{i,j}| < \lambda_{\text{wave}} \approx \frac{\lambda\hbar}{\sqrt{2mE}} \quad i \neq j \quad (7.2.5b)$$

式(7.2.5a)所示的相干效应才可能存在。等价地说,波动现象中的“相干效应”在任何时候都仅仅是一种“条件存在”的物理真实,并不因为这种效应是出现在经典理论还是出现在所谓的现代量子理论之中。

当然,也正因为此,人们才可能以被描述的物理真实为唯一的判断基准,真正理性地认识

到:量子力学中两种“叠加原理”本质上刻画了两种不同客观存在的物理真实,两种蕴涵不同物理内涵的叠加原理同样只能相应地条件存在着,并且缺一不可,不能仅仅根据研究者的“主观”意愿对它们做出取舍。相反,完全不理睬科学陈述包括一切物理学概念必须严格遵守的逻辑相容性,试图将量子力学中的某些陈述固定化,或者将这些陈述变成一种“公理化”的原则,甚至轻信所谓的“第一性原理”不仅完全违背了基本的科学理性,同时也必然成为对物质世界自身“复杂性和客观性”的逻辑否定。

真实存在的,并不意味着这种存在必然总是可描述的。起码说,在人们获取相关的经验事实以前,许许多多的真实存在是不可描述的。与其对应,任何以“经验事实”为基础,并且建立在对物质对象所作“理想化假设”之上的形式表述体系,永远只能具有有限的表现能力和有限的真实性。因此,当形式系统只能被限定在“经典量子力学”这样一个特定表述范围之中时,充其量只能像目前量子力学所做的那样,引入“虚数”,使得式(7.2.5)所表述不同量子效应的叠加始终限制在“思维实验”这样一个与“虚数”严格对应的“虚幻”的想象空间之中,即

$$\Psi(x, \tau)_t = \sum c_n \Psi_n(x) \exp\left(\frac{-i\tau}{\hbar/E_n}\right) \quad \tau \in (t, t + \delta t) \quad \delta t \rightarrow 0$$

当然,也仅仅因为这个定义于“虚幻”空间的形式表述并不存在任何“真实”意义,所以相应存在恒等式

$$\left| \exp\left(-i \frac{-i\tau}{\hbar/E_n}\right) \right| = 1$$

并且,也只是在这个“虚拟”的特定意义之上,能够仅仅使用同一种时间标志 t , 将其表示为目前量子力学通常使用的形式

$$\Psi(x, t) = \sum c_n \Psi_n(x) \exp\left(\frac{-i\tau}{\hbar/E_n}\right)$$

以表现一种“无法表现也实际上没有表现”的物理真实。

这种完全“虚拟”表述的物理实在,或许可以满足人们刻画普遍物理真实的“主观”愿望。但是,也正因为此,人们也必须切切记住:任何关于“波动”以及波的“相干效应”的陈述都超越了经典量子力学的有限论域,并且,由于没有完整地考虑相关干涉现象得以存在的条件及其实际蕴涵物理机制等一系列实实在在的前提性问题,这些形式表述本身是完全不可靠的。当然,为了更为真实地表现不同物质之间相互作用的物理机制,除了根本依赖实验室中的实验分析以外,如果仅仅限制在“形式表述”的思考范围,那么一种通常可以使用的方法就是:分别为不同的物质对象构造理想化认定,相应构造属于它们的形式系统,进而对发生在两个不同的理想化物质对象之上的运动学行为作一种“耦合”计算,以能够对“相互作用”实际蕴涵的一系列真实物理内涵进行分析^①。

7.3 经典量子力学形式系统的重新构造

对于任何一个稍微了解 20 世纪物理学发展史的人,或许都熟悉这样一个基本事实:与 20

① 任何一种形式“相干效应”的存在,都意味着两种作用并不独立,相应存在形成“相互干涉”的某种作用机制。对于微观世界中所发生的“相干效应”同样不例外,无视相干效应得以存在的物质基础,将其无条件地变为一种形而上学是不恰当的。后续讨论中将不时做进一步分析。

世纪初叶数学世界中“公理化”学派公然提出允许人们完全“随意”做出任何形式的“公理化”假设,并且,以“公理化”称谓回避数学基础上为人们揭示的一系列“逻辑悖论”的存在形成呼应,几乎整个“现代理论物理学”在形式逻辑上都依赖于“思维实验”纯粹“拼凑”而得,从而与 Landau 将理论物理中的数学严谨性视为“自欺欺人”,或者与 Dirac 将量子力学作为整个形式表述基础的“算符”构造称为“有趣游戏”严格保持一致;而在哲学理念上,理论物理中这种广泛存在的随意杜撰,则必须以现代科学世界中的“第一性原理”为存在基础。

不容否定,由于若干世纪以来在生产技术上的迅猛发展,以西方学者为主的科学主流世界拥有愈益强大的“实验”手段,因此,他们能够以一种完全实用主义的方式构造了一种类似于 Heisenberg 所说的,摒弃一切“基本概念”的统一性,只要与“实验数据”保持“大概吻合”的形式系统。反过来,也仅仅因为作为“实验室陈述”必然在与其保持“抽象同一”的局部域中必然存在的“复现”式特征,这种无视语言统一性的形式系统,又可以直接用来研究其他类似的物质对象以及推进生产技术的发展。

但是,在他们正确地模仿“经验事实”,并且努力使用形式语言“构造”着不同理论体系,从而能够对蕴涵于物质世界自身的“共性特征”做出某种直接描述,并且往往可以用来直接指导人类的生产实践的同时,人们不难发现“西方思考”模式中实际上总隐含一种重大的习惯性思维缺陷。这就是在他们过分崇尚一种“过分简单”的“形而上学”思维方式的同时,对于立论的“过分大胆”,以及相关思维推理过程的“过分粗糙”与到处显现的一种几乎难以容忍的“过分随意”性,以至于最终放弃了西方哲学曾经指出的“容纳矛盾意味着理性自毁”这样一个十分自然的基本判断准则,使得目前过分崇尚实用主义的自然科学在思维理念上几乎千疮百孔,到处存在逻辑相悖的问题。

人类的认识体系只能在“承继性批判”和“批判性继承”的过程中得以逐步深化。或许整个人类都需要永远感谢西方学者曾经做出的种种勇敢思考和大胆实践。但是,人们同样可以相信,科学陈述毕竟是严肃的,必须认识到 Einstein 曾经倡导的“直觉和顿悟”对于整个科学事业造成的“客观”危害;或许仅仅当西方思维的非凡勇气和东方思维所习惯的细腻风格真正集合起来的时候,一个真正闪耀着人类智慧光芒的自然科学体系才可能真正得以建立。在这个意义上,此处所作的一切仍然应该归结为“自然科学体系一次历史性和全局性梳理”中的一个有机部分,或者说同样是自 Newton 创建现代科学体系以来,对于属于整个人类的自然科学事业所作理性认识深刻化的一次持续努力^①。

7.3.1 量子效应中粒子系统的“自由度”

或许应该理性地相信,物质世界并不存在绝对意义的“场”,同时也不存在绝对意义的“有形体”,它们都属于人们所作的一种“理想化”认定,仅仅在大体符合被描述的某种物质对象时,这种纯粹的人为认定才具有一种相对意义上的可靠性。事实上,在任何粒子中总存在着与某一个确定空间所对应的“场”,无论这个空间如何小;相反,对于占据某一个确定空间域同时以

① 在“6.2.2.2 A 关于物质波与 Bohr 量子论的附加评述”中,曾经明确指出,仅仅在 Planck 量子假设基础之上而构造的“Bohr 量子论”恰恰成为一个合理的陈述系统。而且,与以“相对论”为代表的整个现代理论物理学所推崇的理念完全相反,Bohr 量子论所蕴涵合理性的基础正是全部陈述所显示的平凡和朴素意识。在讨论“经典量子力学形式系统的重新构造”这一命题时,关于与经典力学中 Newton 表述直接对应的 Bohr 量子论不再述及,而延续量子力学经典陈述所习惯使用的模式,仅仅构造与经典力学中 Hamilton 陈述形式保持形式一致的理论体系。

某种确定“作用”彼此关联在一起的“场”，它往往又总可以在某一个能够包容它的更大几何空间中，并且表现为一个“有形体”进行着一种整体意义上的运动。但是，如果限制在某一个特定的形式表述体系中，一旦物质对象得以一种“理想化”的确认，那么，这个理想化的物质对象必须贯串于整个理论体系陈述的始终，除非类似于热力学中的“相变”分析，所研究的正是物质存在“形式”的变化。

当然，也仅仅于此，人们可以说，粒子和场作为物质存在的两种不同人为认定的基本形式可以互为转化，但是，从科学语言系统中每一个词语必须具有确定“语意”的角度考虑，永远不能说出“粒子就是场，场也是粒子”这样的断语。事实上，如果场就是粒子，粒子就是场，那么，必然不存在“场和粒子”这样两种针对物质存在形式所作的不同理想化认定。甚至鉴于“波粒二象性”之中这种明显存在的无理性，目前量子力学不得不退而居其次而普遍采用的“量子力学所讨论的粒子既不是波，也不是粒子”或者“既不是经典粒子，也不是经典的波”的说法，其实同样属于一种没有任何科学意义的说辞。因为，经典理论和现代理论的差异根本决定于被研究物质对象以及相应物理内涵之间的差异，而这种“客观”存在的差异只能借助统一的“科学语言”加以描述。如果否定概念的统一性，那么，对于客观差异的描述也不再具有意义。当然，除了在构造那个被视为“公理化假设”而存在的 Schrödinger 方程，相应需要某种“思维实验”理念的支撑时，目前的量子力学才使用了“波”的概念，而对于所有的具体实例分析，量子力学中的电子与经典力学中的电子并不存在物质存在形式意义上的差别。

因此，基于完全相同的理由，对于量子力学所研究的粒子系统，仍然可以也应该采用式 (7.1.2) 针对粒子系统所构造的形式定义

$$s: \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t) \quad i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n)$$

并且，根据这个形式表述，一旦其中的所有状态参量得以确定，那么，对这个特定的理想化物质对象，或者属于该特定物质对象的完整运动学“状态”以及相关的全部物理量，都能够也必须做出满足“唯一性”要求的形式认定^①。

在量子力学许许多多实际研究情况中，人们必须始终可以把作用在粒子系统之上的“量子效应”视为某种“真实”的物理存在，但是，也正因为源于“量子效应”属于物质世界中一种真实存在的“物理实在”，而不是像目前量子力学通常作为一种“教条”或者“第一性原理”对待，所以以 Planck 数为特征作用量，借助式 (7.2.1) 所定义的“量子效应”对于粒子系统的运动学行为特征几乎没有任何实际影响。那么，此时粒子系统的运动学状况仍然可以直接通过 Newton 公式加以表现，即

$$f_i = m_i a_i = m_i \frac{dv_i}{dt} \in S_{\text{phy}}$$

并且，在这些微观粒子运动过程中，如果确信不存在“外磁场”作用，因此可以不必考虑粒子自身“自旋”运动影响时，上述针对粒子系统所构造的形式定义还可以像前面陈述指出的那样，进一步退化成为一种简单形式，即

① 对于某一个确定的物质对象，如果能够确信它的状态已经得以确定，那么，属于这个物质对象自身的所有物理学量自然也必须得到唯一确定。因此，当人们理性地意识到量子力学中的“态”函数仅仅具有“几率”意义时，并不对于这样一种一般性科学理念构成逻辑否定，它只是告诉人们，由于量子效应的不“完全”确定性，量子效应的最终“结果”同样不可能具有完全确定性。

$$s: \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t) \quad i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n)$$

→

$$s: \{q_i, p_j\} \in (S_{\text{phy}}, t) \quad i, j \in (1, \dots, 3n)$$

此外, 与其不同, 如果人们确信量子效应的作用量 $\lambda \hbar$ 远小于存在于粒子之上其他形式的作用量, 即 $|f \cdot \delta t|$ 的时候, 那么人们同样可以也不应该考虑量子效应的影响, 尽管它可能属于一种真实的物理存在。

一般而言, 在势垒实验中, 除了进入势垒和脱离势垒那两个特定“时刻”以外, 处于其他时间域中的电子并不承受离散量子效应的作用。同样, 对于 Stern-Gerlach 实验分析中的原子, 在进入磁场以前以及脱离磁场以后, 这些微观粒子的运动学状况仍然属于此处所说的情况, 无需考虑离散量子效应的影响。当然, 源于原子中电子不同旋转运动状况, 在外磁场中运动的原子存在彼此不同的“磁场力”。但是, 如果能够把这种特定的“电磁力”形式地定义为作用在粒子之上的力的一个“确定”部分, 那么, 此时粒子系统的运动学自由度仍然等于 $6n$, 其中 n 为粒子系统中的粒子数, 从而完全相合于经典力学。其实, 所有这些正是人们在量子力学著述中实际看到的状况。

但是, 量子力学本质上关心或者希望表现的往往是另一些情况: 虽然量子效应的影响仍然是小量, 但是, 这个效应对于粒子运动所产生的“影响”却处于“运动学状况”变化的一种“分叉点 (Ramification Point)”之上。也就是说, 存在某一个“与形式表述系统对应”的时刻 t , 在这个时刻前后, 粒子的一种运动学“趋势”发生了变化。

在势垒分析中, 正是由于那个“真实”作用在粒子系统之上的量子效应 $\lambda \hbar = \Delta E \Delta t$, 使得粒子能量发生了真实的 ΔE 的跃变, 尽管这个能量变化可能仍然十分微小, 但是由于它对应于某一个能否越过“势垒”的“临界”状态, 对粒子运动学状况的后续变化具有一种根本性的影响。事实上, 正是在这个临界点以后, 不同粒子出现了完全不同的运动学行为: 某些大于临界能量的粒子超越了势垒, 而另一些粒子则由于小于临界能量, 只能依然像经典力学所陈述的那样, 在势垒上发生了“碰撞”, 沿着与初始运动相反的方向运动。显然, 为了认识和表现此处所发生的一切物理真实, 人们既无需也根本不允许抛弃一切经典力学中形成的基本概念。相反, 如果像目前量子力学所做的那样, 并没有认识到势垒实验中出现超越势垒粒子的真实物理内涵, 却仅仅将这样一种物理真实形而上学地完全归结为某一个建立在“第一性原理”之上的特定“形式表述”体系, 或者只是因为将这个十分平凡的物理真实赋予一个没有任何本质内涵“量子效应”的称谓就心满意足, 难道不正是 Landau 所说的“自欺欺人”吗?

当然, 基于这样一种理念, 对于 Stern-Gerlach 实验所表现的物理真实同样十分容易被接受。概念属于科学的语言系统, 用以统一和无歧义地表现物质世界中形形色色的物理实在, 无需也不能抛弃适用于整个自然科学体系的经典力学所构造的基本概念。事实上, 在原子进入磁场以前, 进入磁场之中, 以及脱离磁场以后, 它的运动学行为与经典力学体系之间没有任何矛盾。只不过原子运行在磁场之中时, 由于磁场的激发作用, 不仅赋予了原子中原本无序的“内磁场”一种有序特征, 而且, 在电磁力的作用之下还改变了原子的继续运行方向, 相应形成了原子运动的一种行为“分叉点”。

于是, 从“通常”的基本物理理念考虑, 量子力学研究中必须面对的一个前提性问题在于: 对应于形式表述系统所设定时间域中的某一个特定时刻, 由于量子效应使得粒子系统出现这

样一种运动学行为的“分叉”现象时,那么,对于这个处于量子效应作用的特定“时刻”的粒子系统而言,它的自由度为多少呢?

仍然仅仅根据经典力学,或者完全逻辑相容于一般的“通常”理念,如果人们能够对真实存在的“量子效应”做出一种具有一种形式意义的认定,从而将其视为一种作用于粒子系统之上的“外”力的话,那么,可以认为式(7.1.2)所表述的每一个广义坐标仍然是“自由”的,它们可以被定义为描述粒子系统具有独立意义的自变量。但是,正如以上分析或者所有经验事实所指出的那样,局限在经典量子力学的有限论域,人们无法“显式”地描述量子效应,或者无法以习惯的语言将量子效应的细节描述出来。因此,在刻画量子效应时,一个形式上唯一可行的方法是将“量子效应”仅仅视为作用在粒子系统之上的一种约束。相应于此,对于一个粒子数为 n 的粒子系统,它的自由度不再继续等于 $6n$ 。或者说,考虑到在每一对位置坐标和动量坐标之间存在由量子效应所决定的约束关系,处于量子效应之中的“粒子系统”相应存在 $3n$ 个约束方程。当然,这也是目前量子力学总是“直觉”地将基本方程仅仅定义在“位置空间”或者“动量空间”之中,将粒子系统的自由度减少一半的物理本质,而独立于根据某一个智者“思维实验”所提出的“第一性原理”。

7.3.1A 关于两种不同时间尺度与不同自由度的附加评述

以上分析在提及量子效应与某一个特定“时刻”相对应时,再次使用了量子力学分析通常隐含“两种”不同时间标尺的实际认定。

量子效应作为一种物理实在同样需要时间,但是,与形式系统或者表现粒子系统一般运动学特征的时间历程精度相比通常要小得多。因此,正如人们在量子力学许多实例分析中所看到的那样,量子效应的影响几乎总折合在形式系统时间域中的一个特定时间“点”之上。当然,这也是量子力学实际上只研究某一个“分叉点”的影响,而时变算子恒为么正算子的缘故。总之,人们总可以相信,一旦真正认识到希望描述物理实在的真实物理内涵,那么,一切都是可解释的。而所谓的“可解释性”,无非在于使用统一的概念对不同物理真实做出无歧义的描述。如果像 Einstein 那样,仅仅通过改变诸如“时间和空间”这样一些基本概念内涵的方法去描述物质世界,当然没有任何“可解释性”可言,只能依赖“第一性原理”或者“宗教意识”而存在。并且,由于语言系统遭致彻底破坏,相关陈述处于永恒矛盾之中。

此外,人们不难发现这样一种奇怪的现象,在论述量子力学的 Heisenberg 表述与经典力学 Hamilton 表述之间似乎“天然”地存在一种逻辑关联的时候,仅仅在像文献[2]这样一些极少数的著述中,才明确提到两种表述在自由度这个前提性的条件上存在着本质差异。事实上,与 Schrödinger 波动方程通常定义在粒子系统的“半”个状态空间之中不同,源于经典力学 Hamilton 表述的 Heisenberg 矩阵方程只能定义在原状态空间之中。因此,可以确信,在量子力学波动方程与矩阵方程两个不同形式表述之间,由于各自定义的自由度存在如此大的差异,甚至不存在一种“逻辑前提”去讨论这样两个形式系统的“类比”问题。

事实上,也正因为刻画量子效应对粒子系统运动学行为的影响本质上仅仅对应于形式系统中的某一个特定时刻,所以无论是这个时刻以前,对应于粒子系统的“初始”状态,还是这个特定时刻以后,对应于量子力学承受量子效应后的“最终”结果,那个只逻辑地隶属于“量子作用”时刻对粒子系统自由度所构造的约束不再存在。因此,当量子力学只能表现量子效应“之前”以及“之后”的一种最终变化的实际“效果”时,粒子系统的运动学状况仍然定义在原来的状态空间之中。对于此处所讨论的特例,则仍然为没有量子效应影响时的 $6n$ 维状态空间。当然,也正因为此,一旦粒子系统的“状态”得以确定,那么,属于这个粒子系统中的“物理量”都自然地得以唯一确定。量子力学必需的“几率”表述,并不对“状态的确定意味着属于该状态的所有物理量得以确定”的通常认识构成任何逻辑否定。它只是告诉人们,由于量子效应自身的不确定性,最终的状态不确定,以至于只能对这些不同状态的“统计平均”结果做出描述。

在一再申述经典力学和粒子系统作为自然科学中的两个不同理论体系必然也必须逻辑相容的同时,后续分析将进一步作出证明,量子力学中的 Heisenberg 表述根本不同于经典力学中那个形式上似乎没有多少差异的形式表述。

7.3.2 量子约束的形式表述

对应于形式系统中的某一个特定时刻,如果粒子系统真实承受着一个“离散”的量子作用,那么,应该如何表示存在于粒子系统之上这样一种“物理实在”的影响,或者相应构造一个确定“约束方程”呢?显然,从形式逻辑考虑,这是为量子力学构造一般性方程以前需要首先解决的另一个基本问题。

因为“离散(一份一份)”的量子效应属于一种物理实在,所以在表现量子效应对粒子系统影响的时候,经典力学中针对粒子系统原来定义的广义坐标并不真正独立,在这些广义坐标之间存在着某种约束,不妨将其称为“量子约束”方程。当然,构造量子约束形式表述的唯一基础,只能是真实作用于粒子集合之上为式(7.2.1)所表示的量子效应:

$$\begin{cases} \Delta x \cdot \Delta p = \lambda \hbar \\ \Delta \phi \cdot \Delta L = \lambda \hbar \\ \Delta t \cdot \Delta E = \lambda \hbar \end{cases} \quad \lambda \in \mathbf{N}$$

考虑 3 维 Cartesian 坐标系,则存在

$$\Delta x_i \cdot \Delta p_i = \sum_{j=1}^3 \Delta x_j \cdot \Delta p_j = \lambda \hbar, \quad i \in (1, n), \quad \lambda \in \mathbf{N}$$

式中 i 为粒子数为 n 的粒子系统中不同粒子的标记。

但是,在相应构造量子约束的形式表述时,需要注意这样两个问题:首先,尽管此处所表述空间位置的微变化 Δx 以及动量的微变化 Δp 同时刻画了发生在量子效应中的物理真实,但是,必须牢记这样一个基本物理事实,即任何关于“量子效应”细节的描述都超越了经典量子力学的有限论域。因此,尽管这些微变量是真实的,并且,与赋予形式系统的“表述精度”相比,它们只是一些“充分小”的变化量,但是,这些分立的离散小量是不可继续“可分”的。当然,这也是在相关表述中有意识地避免使用“微分”表述形式,即 dx 和 dp 表现这样两种离散变化的缘故。其次,假设我们仅仅考虑发生在某一单个粒子之上的真实量子效应,并且,直接使用微分符号表示这样两种真实存在的物理量,那么,如果简单沿用上面的表述,显然存在两个并不彼此等价的形式表述:

$$dx \cdot dp = \sum_{j=1}^3 dx_j \cdot dp_j = \lambda \hbar \neq \begin{cases} dx_j \cdot dp_j = \lambda \hbar \\ j = 1, 2, 3 \end{cases}$$

于是,它向人们提出另一个需要予以考虑的问题,即需要寻找某一个“理性(符合一般物理学分析)”原则,而不能再仅仅凭借那些被 Dirac 称为“有趣游戏”的形式模仿,并且居然将这些只能称为“游戏”的形式模仿视为一种构造形式系统的准则,为“量子约束”两种可能存在的不同形式定义的选择提供基础。

显然,能够为人们提供理性思考基础的,绝对不是“简单模仿”或者“变相抄袭”经典力学中某一个“特定”的形式表述。事实上,任何形式表述永远只能条件存在。因此,“理性”或者“理性思考”的基础,只能是那些被现代量子力学所公开抛弃,蕴涵于形形色色“不同”形式表述之后的“统一”概念以及这些表述共同体现的“普遍”原则。这样,不妨让我们重新审视式(7.1.2)

所表述的关于粒子系统的状态空间

$$s: \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t) \quad i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n)$$

显然,由于量子效应的存在,这个空间中原来可以任意变化的独立变量不再能够独立变化。另一方面,在求得“解”函数以前,人们并不知道粒子系统“状态空间”中的变量应该如何变化。或者说,在解得最终结果以前,并不能预知粒子真实存在的位置与动量的变化,即不知道作为两个真实物理量而存在的 dx 与 dp 。因此,对于仍然借助这些“物理实在”所定义的“量子效应”,即

$$\begin{cases} \Delta x \cdot \Delta p = \lambda \hbar \\ \Delta \phi \cdot \Delta L = \lambda \hbar \quad \lambda \in \mathbb{N} \\ \Delta t \cdot \Delta E = \lambda \hbar \end{cases}$$

不能在求解“未知”的“量子作用”的过程中,直接定义为一个恰当的约束方程。但是,根据经典力学中 Lagrange 表述或者 Hamilton 表述的基本“思想”方法,而不是某一个具体的公式求解某一个粒子系统时,作用在粒子系统之上反映某种“物理真实”的约束,可以也只能定义在广义坐标的“虚位移”之上。当然,量子约束属于物理真实,因此它同样应该定义在广义坐标的“虚位移”之上。并且,仅仅因为这些不同广义坐标必需的“独立性”,定义在每一个坐标之上的约束同样是独立的。因此,如果与 Cartesian 坐标系对应,相关的量子约束条件为

$$\delta x_i \cdot \delta p_i = \lambda \hbar \quad i \in (1, 3n) \quad (7.3.1a)$$

式左表示出现于“一对”互为耦合广义坐标上的虚位移,对于每一个粒子,相应存在三个独立的约束方程。于是,对于某一个借助式(7.1.2)所表述的由 n 粒子构成的粒子系统,即

$$s: \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t) \quad i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n)$$

在处于量子作用的那个时刻,该粒子系统的自由度降低为 $5n$,并且,其中 $2n$ 个自由度只能取值为两个特定的离散“数”,而不能像其他广义坐标那样,能够定义在连续的“实数”域之中。并且,仍然仅仅根据经典力学,如果选用其他形式坐标系,则上述量子约束可以等价地写为一般形式

$$\delta q_i \cdot \delta p_i = \lambda \hbar \quad i \in (1, 3n) \quad (7.3.1b)$$

此时, q 和 p 分别为粒子的“广义”坐标以及相应的“广义”动量。

7.3.3 “Heisenberg 不确定原理”与“量子约束”方程的差异及其反思

需要指出,此处讨论的问题尽管十分简单,但是对于构建整个量子力学的形式体系却具有前提性的意义。人们仍然可以发现,经典量子力学并没有理性地意识到这个真实作用于“状态空间”之上量子约束的客观存在,以及这种存在对于整个形式体系所具有的根本意义。事实上,恰恰由于对于这种客观存在缺乏一种确定的形式认定,而只是在没有经过任何严格证明的情况下,仅仅凭借一种纯粹人为想象的“类比”关系,引入了所谓的“力学量”算子符号,取代了作用于广义坐标之上具有“独立”意义的不同量子约束。这样,使得经典量子力学在一系列相关的前提性概念上存在种种认识歧义。

例如,某些量子力学的著述提出了“矢性微分算子是否具有‘坐标变换’下的不变性”,即能否满足所谓“协变性”原理的问题,从而在本质上构成了对于作用于不同对偶坐标之上量子约

束“独立性”的一种事实上的否定,或者至少可以视为对于这种必要“独立性”的疑问。

正如 Mach 曾经严肃批判 Einstein 的相对论所指出的那样,“形而上学”已经成为主宰 20 世纪基础理论研究的一种过分可怕的普遍存在。任何形式表述只能条件存在、有限真实,本来是任何一个自然科学研究者所具备的一种基本思维常识。但是,由于长时间存在于西方科学世界中纯粹“实用主义”的深刻影响,人们在公开抛弃科学陈述必需的逻辑一致性,过分随意地杜撰不同“概念”的同时,却又把他们这些杜撰出来的理念推至“不容置疑、不容否定”的神学地位。人们可以奇怪地注意到,当整个经典量子力学仅仅凭借 Dirac 所说的“形式对应”,一方面在原则上完全“否定”经典力学,另一方面又在形式上过分随心所欲地“模仿”经典力学,以至于对于量子力学许多“自我否定”现象的公开存在采取一种完全熟视无睹的态度。事实上,随着构造力学算符的所谓“Bohm 规则”、“Weyl 规则”的提出本身,已经足以对作为构建整个量子力学形式基础的“正则对应”准则构成一种逻辑否定。

另外,在经典量子力学中,人们指出必须借助一个彼此保持独立的“力学量完备组”,才能对量子力学中粒子系统的“状态”形成具有完整意义的认定。可以相信,这一陈述并无错误。但是,将一个为确定“状态”完全确定定义于其上的一切“物理学量”的这样一个简单事实,与形式系统必须借助一组具有独立意义的“自变量”,即经典力学所说的广义坐标混为一谈,甚至否定以“独立性”为基本前提的广义坐标对物质对象运动学状态所具有的确切意义,则成为一种难以想像的思维紊乱。实验验证永远是必需的,但是,实验验证对于任何科学陈述远不足以成为一种“充分性”的证明。

可以相信,西方科学世界过分崇尚“实用主义”哲学以及他们对于“研究者个体作用”的一种过分自我渲染,本身对于他们曾经做出历史性重大贡献的现代自然科学体系,以及以形式逻辑为内核的“科学理性”,构成了一种最大的逻辑否定和莫大讽刺。需要始终记得,真正科学的必然是自然的,容易为人们认识、理解和接受的。在自然科学研究中,一切非理性的东西才需要乞求于“神”的支撑。

此外,如果仅仅从形式逻辑考虑,那么此处将经典量子力学中原来借助不等式所表示的 Heisenberg 不确定性原理

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \\ \Delta \phi \cdot \Delta L \geq \frac{\hbar}{2} \\ \Delta t \cdot \Delta E \geq \frac{\hbar}{2} \end{array} \right.$$

变换为等式的量子约束条件

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta x \cdot \Delta p = \lambda \hbar \\ \Delta \phi \cdot \Delta L = \lambda \hbar \\ \Delta t \cdot \Delta E = \lambda \hbar \end{array} \quad \lambda \in \mathbf{N} \right.$$

仍然具有根本意义。在自然科学的任何一个合理的陈述系统中,任何一个表示状态的形式量必须被赋予确定的形式意义。

事实上,如果从哲学理念考虑,正如整个现代量子力学提出需要放弃或者修改经典力学的概念,最终只能归于“第一性原理”那样,Heisenberg 的不确定性表述同样只能归结为“第一

性原理”的范畴。因此,整个经典陈述的量子力学背道而驰于此处所声言的“理性”原则:自然科学研究中必须保持概念的严格同一以及不同形式表述之间的严格逻辑相容,对于不同形式表述之间存在的差异,完全决定于被描述物质对象自身的差异,不可能以改变概念的内涵为基础构造形式系统。因此,在任何一个合理的形式表述系统中,一个确定的物理学状态必须对应于一组不会产生任何歧义的状态量,尽管这个物理学状态自身的确定或许只能是“或然”的。实际上,正是由于在这个基本概念上的认识不当,在经典的量子力学陈述中,人们只能将作为量子系统“自身”客观存在,并且,为“量子约束”所刻画的物理真实,错误地归结为一种本质上依赖于研究者主观意志的一种“测量”效应,从而混淆了量子力学与另一个独立学科,即“测量理论”之间的关系,引起人们无休止的争论。

事实上,当西方学者从20世纪50年代就因为经典热力学中与“熵”函数相关的一系列“神秘”陈述明显存在的无理性,从而提出了“热力学理性重建”的课题。但是,他们至今没有获得成功,其主要原因就在于他们过分期待“形式模仿”却忽视了任何形式系统中的形式量自身必须具有确定形式确定意义这样一个基本的逻辑前提。与量子力学中 Heisenberg 不确定性原理隐含的不合理性相同,可以证明,关于熵增原理的经典表述

$$\Delta S \geq 0$$

同样不当,需要做出相应修正,即

$$\Delta S = \sum_i \Delta S_i \cap \Delta S \geq 0 \quad i \in (1, n) \quad n \geq 2$$

该表述向人们传递了这样一个明确信息:对于经典热力学所说的绝热过程,仅仅当所研究的热力学系统是由两个或者两个以上热力学系统所构造的“复合”体的时候,整个“复合”系统的“熵变化”才恒不小于零。并且,该结论丝毫不影响熵函数作为状态量必须具有的确定性意义。与此相关的具体论述,可参见笔者在另一本即将出版的《宏观物质粒子本质和热力学理性重建》一书中所作的叙述。

总之,对于自然科学体系中的任何一个所谓的“合理”陈述,其合理性仅仅在于它能够大体吻合于被描述物理现象自身存在的物理真实。当然,也正因为此,合理的科学陈述必然是条件存在,并且,因此而能够严格逻辑相容。但是,由于对“实用主义”的一种过分急切和草率的追求,目前的自然科学体系中普遍存在无视逻辑的严重问题。

7.3.4 量子力学的一般形式表述

可以相信:在自然科学研究中,人们一旦能够完成对于被研究物质对象一种具有确定形式意义的“理想化”认定,那么,用于表现这个特定理想化物质对象的形式表述系统,将“自然”地成为这种理想化认定的一种逻辑必然。对于为 Einstein 十分推崇,自然科学体系中理论方程必然具备的“构造性”特征,其实它的全部内涵就在于对于物质对象必须做出的一种前提性“理想化”认定。并且,这种必然性仅仅因为人们永远不可能构造一个无穷真实的形式表述。也正因为此,自然科学中的一切形式系统只能条件存在、有限真实。显然,在构造形式系统的过程中,这样一种以自存物质世界为唯一思维基础“构造性”特征,完全不同于 Einstein 所说的“直觉和顿悟”。一个以承认“矛盾事实”的存在为前提,纯粹凭借“主观意志”所杜撰的形式系统,必然永远充满矛盾,并且,只能借助“宗教”意识而存在。当然,正是在这样一种“反常”意识指导之下,才可能出现至今不知道量子力学描述的是什么样一种过分“反常”的事实。

因此,局限于“经典量子力学”的研究范畴,当以式(7.1.2)所示状态空间为形式定义的粒子系统为特定物质对象

$$s: \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t) \quad i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n)$$

并且,希望对存在于某一个特定“时刻”,为式(7.2.1)所表示的量子效应

$$\begin{cases} \Delta x \cdot \Delta p = \lambda \hbar \\ \Delta \phi \cdot \Delta L = \lambda \hbar \quad \lambda \in \mathbb{N} \\ \Delta t \cdot \Delta E = \lambda \hbar \end{cases}$$

作用于上述粒子系统之上的结果做出一种“预测”时,那么,根据且仅仅根据理论物理中普遍适用的“最小作用原理”:

$$\text{Min} : \text{Act} \quad (7.3.2)$$

可以构造属于这个特定理论体系的一般性方程,或者如下所示的变分原理:

$$\begin{cases} \text{Min} : \text{Act.} (q_i, p_j, \chi_k) \\ \text{s. t.} : \delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j) \end{cases} \in S_{\text{phy}} \cap t = t_c \quad (7.3.3a)$$

其中,出现于该“条件变分”中的约束方程,就是式(7.3.1)所定义的“量子约束”方程,并且,引用了量子力学通常使用的 $\delta(i, j)$ (Delta Function) 表述形式。当然,整个形式表述仍然需要定义在某一个被赋予了确定物质意义的几何空间 S_{phy} 之中。毋庸置疑,这个一般性陈述仍然只是有限真实和条件存在,它得以存在的逻辑前提就是前述讨论中所定义,表现量子效应存在的那个特定“时刻”下状态空间

$$\begin{cases} s: (q_i, p_j, \chi_k) \in (S_{\text{phy}}, t) \quad i, j \in (1, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n) \\ \delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j) \end{cases} \quad (7.3.3b)$$

或者人们可以更为明确地说,定义于该状态空间之中的变分原理,同样仅仅属于与其对应的理想化物质对象。

于是,人们根据不同的具体情况,选择和定义具有不同特征意义的作用量函数,从而能够相应构造不同的形式表述系统。但是,考虑到一般情况,作用量函数并不总能定义在物质对象的理想化状态空间之中,或者说,作用量函数不能简单地定义为“态”函数。因此,在这种情况下,上述变分原理需要作进一步修正,改写为

$$\begin{cases} \text{Min} : \text{Act.} (q_i, p_j, \chi_k, D) \\ \text{s. t.} : \delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j) \end{cases} \in S_{\text{phy}} \cap t = t_c \quad (7.3.3c)$$

式中引入的参数 D ,本质上属于一种“过程量”范函,或者称为“耗散”函数。原则上,耗散函数的构造,同样只能依赖相关的经验事实。在后续分析 Feynman 路径积分时,将就相关问题作进一步的讨论。

7.3.5 关于“最小作用原理”普适性的一个补充性陈述

在进一步讨论如何具体构造上述的变分原理以前,值得针对“最小作用原理”的一般意义再作些许补充陈述。

在理论物理论及一些所谓的“物理学基本原理”时,人们常常可以发现会出现这样一种质疑:既然自然界不存在任何具有普适意义的普遍真理,那么,“最小作用原理”充其量也只能归

于一种“主观”的认定,并不真的具有普适的客观意义。另一方面,现代理论物理则进而提出“自然界存在一些普遍的对称性,有些对称性受到破缺,因而对称性的研究能够在比‘最小作用原理’更为深刻的层次上反映着物理规律的一般特征”。

其实,“最小作用原理”和“对称性分析”完全不可同日而语。当现代理论问题往往强调“对称性”分析更为基本,并且怀疑“最小作用原理”是否依赖某种“主观认定”而存在的时候,其实,最小作用原理得以存在的“认识”基础或者这个基本原理的“合理性”正在于:对于自存物质世界“必须也必然”独立于研究者“主观”意志的一种“理性”确认。更明确地说,人们总可以理性地确信:物质世界“独立”于人们主观意志,以一种最有效形式实现属于自己运动的一种逻辑必然。因此,最小作用原理的存在基础恰恰是完全“客观”的,以对物质世界独立于人们意识而存在作为这个一般性原理的存在前提。当然,仍然与自然科学中的所有形式表述一样,当人们使用形式语言表现这样一种普遍原理的时候,已经包容了对物质对象所作的“理想化”认定在内。因此,形式表述的“最小作用原理”仍然只存在有限真实性。

但是,与“最小作用原理”的客观性基础完全不同,“对称性”分析所反映的仅仅是一种“表观”意识,根本隶属于“主观意识”的范畴。事实上,对于“对称性”所作的任何一种形式认定,本质上都仅仅反映了人类的一种“主观”意志,或者,物质世界给予人们一个必然存在某种“变形”的“印象”。对于充满“复杂性”和“差异”的真实物质世界而言,其实没有任何对称性可言。对称性只可能存在于“主观”世界或者人为构造的“形式表述”系统之中。此处,暂时只简短地讨论最小作用原理的问题^①。

人们熟知,Einstein 曾经这样正确地指出,在进行自然科学研究时,必须形成一种自觉意识:“自然界存在着不依赖感觉、测量的物理实在要素”。当然,这只是在批判他所不喜欢的“量子力学”体系时,Einstein 才似乎以一种理直气壮的气势,严肃捍卫这样一种本来过分“平常”的“客观性”基本原则。但是,一旦涉及 Einstein 自己的研究工作,他所指出的那个“独立”自然界便不再存在。人们看不到任何“特定”物质对象作为立论前提存在于他的所有陈述之中。相反,物质世界在他所“创造”的“真理化”体系中永远处于一种纯粹的“从属”地位,必须无条件地服从那个仅仅凭借“直觉和顿悟”而构建的陈述系统。

其实,也仅仅因为人们总可以“大概”地相信:物质世界必须“独立”于不同研究者的意志而存在,那么,在物质世界实现“属于”自己的运动时,在一切可能选择的方式中,它几乎必然选择一种仍然是“属于”自己的最有效方式去运动。于是,为式(7.3.2)所描述的“最小作用原理”仅仅决定于那个自存的物质世界,独立于不同研究者的不同独立意志,被自然地赋予了一种普适意义。

但是,对于上述的“最小作用原理”,它仅仅是表现属于“物质世界”自身蕴涵“独立性”的一种逻辑必然,以及在此基础上所构造的“一般”认定。这种一般性的认识,尚不足以成为形式系统中一个具有特定“物理内涵”的确定形式表述。与其不同,对于式(7.3.3)所表述的最小作用原理,即

① 正因为此,李政道先生能够明确指出“物理世界中的对称性与物质世界普遍存在的非对称性”之间重大差异并将其列为 21 世纪的第一科学难题,其实十分难能可贵。当然,不能肯定这样一种判断是否已经理性意识到这种矛盾的存在对整个现代理论物理几乎必然构成某种致命冲击。但是,以严肃和诚实的态度揭示矛盾本身,与另一些研究者灌输“宗教情结”以期最终放弃科学批判的武器则有天壤之别。

$$\begin{cases} \text{Min : Act. } (q_i, p_j, \chi_k) \\ \text{s. t. : } \delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j) \end{cases} \in S_{\text{phy}} \cap t = t_c$$

则属于关于“最小作用原理”的一种特定形式。事实上,在这个形式表述中,所有的形式量都已经被赋予了某种确定的物理意义。当然,这个特定的形式表述,相应只能属于某一个特定的“理想化”物质对象。

也正因为此,人们可以相信,无论将来怎样具体地构造“作用量”,但是,由于对于物质对象所作的“理想化”认定不可能完全真实于那个被描述的物质世界,此处形式表述的“最小作用原理”尽管是合理的,但是,仍然只可能具有“有限真实”的意义。像 Einstein 以承认矛盾为前提所杜撰的“普适”真理体系根本不可能存在,自然科学中的任何形式表述只可能条件存在、有限真实。在探索大自然的过程中,人类永远不可能穷尽物质世界的真实。

7.3.5A 关于“量子力学”和“相对论”哲学关联的一个附加评述

至于为“相对论”所构造的“形式”表述,它之所以可以无条件用于描述整个物质世界,因为也仅仅因为它是一种凌驾于“自存”物质世界之上,无需满足逻辑相容性的“神学”系统。如果说, Einstein 曾经正确指出,自然科学研究中的任何经验证实没有任何本质意义,那么,由于篡改了概念以及语言本身,其实连“经验证实”也无从谈起。

或许对于今天的人们,的确难以做出一种认识的考证: Einstein 真的像他自己所说的那样极其厌恶被置于这样一种“神”的绝对“权威”地位之上,还是心安理得地乐见其成。但是,当 Einstein 采取这样一种明显无理的“双重标准”对待和评判整个自然科学的时候,正如 Bohr 最后不得不诚实而充满失望地向 Einstein 指出的那样,量子力学中发生的一切其实都“在于沿着您所指引的路线,并意识到实在的描述的那些逻辑前提”而存在的。

事实上,出现于 20 世纪的“相对论”和“量子力学”,乃至 Hilbert 的“形式主义”,它们都同样以承认“矛盾”的存在这样一种十分“诚实”的方式,将陈述系统建立在某一个称之为“公理化假设”这样一种纯粹“人为假设”之上的时候,这些不同陈述系统在哲学基础方面几乎没有任何差异,它们只能同属于“第一性原理”的范畴。如果说,这些不同陈述系统仍然多少有所不同,那么,这种差异仅仅在于:“量子力学”研究尚存在某一个确定的“物质对象”,尽管由于“反常”地被置于“第一性原理”之上,以至于人们还“反常”地无法知悉这个理论体系到底描述的是什么;而“相对论”则是完全虚幻的,它本质上以改造“语言系统”为唯一使命,属于与一切特定物质对象没有任何关联的一个纯粹现代宗教。

7.4 量子力学中的“态”函数

显然,如何形式地表现“量子效应”中的“作用量”,自然成为人们进一步构造形式系统时需要解决的一个主要问题。如何恰当构造作用量的问题放于稍后讨论,而先重新考虑量子力学所说的“态”函数的问题。

事实上,如果注意到前述分析曾经指出,为 Born 首先提出关于经典量子力学的“统计诠释”,其实并不依赖任何一个研究者的“主观”意志,而仅仅“客观”地决定于“量子效应”在量子力学这样一个特定形式表述系统必然隐含着某种物理内涵方面的“不确定性”,那么,人们不得不重新界定量子力学中“态”函数的真实内涵。并且,在这个特定问题上,必须以一种“非革命”的“通常”意识,批判量子力学时所正确指出的那样,必须赋予任何一种能够被称为“状态”的函数所必需的“完整”意义。

进一步说,并不因为出现于“量子力学”之中,就允许改变“平常意识”所赋予“态”的一般内涵。对于任何一个形式系统,一旦物质对象的“态”被确定了,那么,属于这个物质对象的“一切”物理量必须随之在“形式上”得以唯一确定。因此,在为量子力学重新构造一个合适的“态”函数,或者认识量子力学中“态”函数的真实内涵以前,需要首先审视并且彻底抛弃目前量子力学所做的一种“无理”认定:尽管粒子系统的“态”得以确定,但是,属于这个“态”的物理量并不能相应得以确定,还依赖于对这个物理量的特定测量,或者形式地受制于“力学量算符”这样一些与“态”函数本身无关的其他“独立”存在。

7.4.1 一般性变分原理的基本特点

在量子力学中,“态”函数实际上用来表示某种特定“量子效应”作用于粒子系统的一种最终结果。因此,在重新引入“态”函数以前,不妨重新考察前面用以刻画“量子效应”作用“结果”的一般性变分原理,即

$$\begin{cases} \text{Min : Act. } (q_i, p_j, \chi_k) \\ \text{s. t. : } \delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j) \end{cases} \in S_{\text{phy}} \cap t = t_c$$

也就是说,对于这个形式表述所具有的基本特征,或者应该为这个形式表述所表现的实际物理内涵重新进行认真探讨。

首先,该变分原理本质上用于表现“量子效应”对于粒子系统运动学状态激发的一种“分叉”作用。但是,对于包括量子作用的“发射、传播和接受”等在内量子效应“具体历程”的描述,并不属于经典量子力学这个特定理论体系的有限论域。因此,此处提出的一般性方程只能“形式地”定义在某一个确定的时刻 t_c 之上,从而只能表示“量子效应”在某一个特定“瞬间”所激发的最终效果。

另一方面,对于式(7.3.1)所表示的量子约束,人们仍然需要意识到,这个约束“真实”地存在于某一个确定的“物理”时间间隔之中,尽管局限于此处的“形式表述”系统,这个真实存在的时间间隔只是一个充分小的小量,以至于在表现“量子效应”的最终结果时,可以形式地定义形式系统所定义时间域的一个特定“时间点”之上。因此,当人们仅仅考虑某一次“特定”的量子效应时,与其对应的量子约束为

$$\delta q_i \cdot \delta p_i = \lambda \hbar \quad \subset \Delta \tau \quad t_c \in \Delta \tau$$

并且,相应存在

$$\Delta \tau \cdot \Delta E = \lambda \hbar$$

也就是说,尽管量子约束只能形式地定义在一个可能并不真实发生的广义“虚位移”之上,但是,量子约束的存在却真实刻画了某种“可能”真实出现的量子效应。并且,考虑到“最小作用原理”的客观性基础,与最终解函数对应的那个“虚位移”对应于某种“真实”位移,以至于量子约束最终对应于那个同样真实存在的量子效应,虽然由于量子效应自身的不确定性,对于量子效应的这种刻画仅仅具有“统计”意义。因此,对于任何一次“真实”存在的量子效应,它在本质上必然对应于某一个特定的时间“响应”过程,或者说,需要定义于覆盖某一个特定时刻 t_c 的一个有限长的“时间段 $\Delta \tau$ ”之中。于是,针对任何一次真实的量子效应而言,必然存在与其对应的“初始状态”、“相位”等一系列具体刻画量子效应真实历程的“细节”问题。

反过来说,对于量子效应的细节不了解,那么,期望能够对每一次量子效应所产生的“真实”影响做出具有“确定”意义的描述同样是不可能的。因此,局限于经典量子力学的有限论

域,也就是说,在人们无法了解量子效应的真实历程这个特定情况下,只能对许许多多次的量子效应做出一种“统计”意义的描述,从而需要引入某一个仅仅隶属于“量子力学体系”的“态”函数,以表现许许多多“量子效应”所激发粒子系统运动学状况“变化”的“统计”特征。

总之,在量子力学中,作为表述一系列“量子作用”最终结果的“态”函数,它自身蕴涵的统计意义与人们提出的“物质波”或者“概率波”这样一些“第一性原理”意义,并且缺乏实际物理内涵的不同“人为称谓”完全无关,而具有实实在在的“物质”基础——离散量子效应的不确定性。

7.4.2 量子力学中“态”函数的引入和定义

根据上述讨论,如果仍然使用符号“ Ψ ”表示量子力学中的“态”函数,那么,这个态函数应该定义在怎样的“状态空间”之中,相应需要表现怎样具有确定意义的基本物理内涵呢?

首先,“态函数”是人们用来表现作用在粒子系统之上“量子效应”所激发运动学状况变化“最终”结果的,形式地定义于形式系统中的一个特定“时间点”。因此,在仅仅表现这种“激发”作用最终效果时,人们可以合理地将发生量子效应“时间点”以前,定义于粒子系统之上的所有运动学量视为一种“基准”。并且,此时所有的一切均属于所谓“经典力学”讨论的范畴。当然,根据“状态空间”的定义,粒子系统的基准状态仍然可以借助广义坐标做出具有确定意义的表述,即

$$s_0 = s_{\text{initial}}: \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t)$$

$$i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n) \quad t = t_c + 0$$
(7.4.1a)

另一方面,假设由于“一次”量子效应的作用,定义形式系统时间域的同一“时间点”以后,粒子系统“最终”的运动学状况为

$$s_f: \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t)$$

$$i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n) \quad t = t_c + \Delta\tau \quad \Delta\tau \approx 0$$
(7.4.1b)

因此,为了使态函数能够表现“许许多多”量子效应激发的影响,该函数必然与两种运动学状态之间的“变化”形成一种逻辑对应

$$\Psi \leftrightarrow \tilde{s}_f - s_0: \tilde{s}_f \leftrightarrow \frac{1}{k} s_f$$
(7.4.2a)

出现于该表示式中字符上的“波浪号~”,仅仅用以表示满足给定“量子意识”方程不同终态的一种“统计平均”的意思。在后续讨论中,往往不再特地“显式”地标出这一符号。

显然,无论此处所述的统计平均最后将如何表述,但是,从形式逻辑以及相关的物理内涵考虑,这个待求的态函数都需要定义在那个“最初”引入的状态空间之中,即

$$\Psi(x, p, \chi): \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t)$$

$$i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n) \quad t = t_c \quad \Delta\tau \approx 0$$

以表示仍然吻合于对粒子系统最初做出的理想化认定。此外,还可以采用一种“显式表述”的形式,将“态函数”所蕴涵运动学状态的变化直接表示为

$$\Psi(x, p, \chi) \leftrightarrow \{\Delta q_i, \Delta p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t)$$

$$i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n) \quad t = t_c \quad \Delta\tau \approx 0$$

(7.4.2b)

式中出现于粒子系统之上广义坐标的变化,即 Δx 和 Δp 真实刻画了粒子系统运动学状况由于某一个特定“量子效应”所产生的一种实际变化。不过,在表现与粒子“自旋”状况对应的独立变量 χ 的变化时,有意识地没有使用通常用来表示“减法”运算的 Δ 符号。之所以采取这样的方式,考虑到了以下两个原因:首先,只能取两种特定值的离散变量 χ 不存在通常的减法运算;另一方面,与目前量子力学许多实例的分析一致,如果仅仅考虑量子效应对于粒子系统“运动学状态”实际产生的最终影响,一般不需要再特定将粒子的自旋运动状况显式地表现出来。

值得指出,用以表现“量子效应”最终结果的“态函数”,本质上被重新定义于那个不存在量子约束的“原”状态空间之中,即

$$\Psi(x, p, \chi) \in (q_i, p_j, \chi_k) \subset (S_{\text{phy}}, t)$$

$$i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n) \quad t = t_c \quad \Delta\tau \approx 0$$

而不是像重新构造的一般性量子力学方程,即“一般性变分原理”那样,

$$\begin{cases} \text{Min: Act. } (q_i, p_j, \chi_k) \\ \text{s. t. : } \delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j) \end{cases} \in S_{\text{phy}} \cap t = t_c$$

被实际定义于原状态空间的某一个“半”子空间之中,通过“量子约束”方程表现“量子效应”的实际影响。

显然,认识到两种形式表述实际定义域之间的差异,对于恰当认识量子力学中的“态”函数以及整个形式系统蕴涵的物理意义都具有重要意义。事实上,正是这样一种形式表述上的细微差异,量子力学的形式表述体系才能够与其只能表现一种“最终”结果的基本事实保持一致。而且,一个更为重要的事实还在于:仅仅于此,定义在由“广义坐标和广义动量”,乃至包括“自旋状态变量”在内的状态空间之中的“态函数”才可能对于物质对象的运动学状态做出一种“形式”上必须具有“完备性”的描述。从这个意义上讲,对于包括 *Dirac* 在内许多对于“猜测性”构建目前量子力学体系做出贡献的研究者,由于他们从来没有严肃考虑粒子系统在经典力学和量子力学陈述中为什么会存在差异,以及如何去形式地表现这种差异的问题,最后只能借助不断“构造”概念,完全“无理”地将量子力学形式系统的构造过分简单地归结为形式模仿,依赖“第一性原理”而存在。事实上,一旦意识到所有的差异均来自离散“量子效应”这个真实存在的物理实在,那么,根本无需依赖修改或者不断杜撰概念,而只需要以“统一”的语言去表现这种物理实在就可以了。也正是在这个意义上可以确信,如果不对不同的陈述对象加以严格区分,只是过分“形而上学”地将粒子系统的运动学自由度从 $6n$ 维“同一”地降低成 $3n$ 维亦完全不准确,不能与量子力学统计诠释中“每一个”独立存在的“运动学状况”必需的完备性逻辑相容。当然,基于这种认识,永远也不可能真正回答 *Einstein* 以一种“专门用以对待他人”的“平凡”意识,针对量子力学所提出的“合理”批判。

此外,需要特别注意式(7.4.2)的完整意义。或者说,对于其中的(b)式

$$\Psi(x, p, \chi) \leftrightarrow \{\Delta q_i, \Delta p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t)$$

$$i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n) \quad t = t_c \quad \Delta\tau \approx 0$$

所定义的“态函数”,并不仅仅与某“一次”量子效应所激发粒子系统的运动学状况变化构成逻辑关联。因为,正如前面的陈述一再指出的,人们并不知道量子效应的真实历程,所以,希望求解某一“单个”量子效应产生的实际影响永远不可能实现。但是,人们完全可以不必局限于个别量子效应所产生的影响,而致力于考察“所有”满足量子约束的一切“可能”量子效应,考虑它们在一种“统计”意义上所共同产生的“最终”效果。其实,在经典量子力学体系的构建过程中,人们并没有真正对“态函数自然蕴涵统计特征”形成一种“完全自觉”的理性意识。但是,恰恰因为这样一种统计表述自身蕴涵的“真理”特征,或者吻合于独立于人们意识以外的客观真实,所以即使经典量子力学的创建者们并不在乎一切科学概念必需的逻辑一致性,仅仅将这个理论体系认定为一个“实验室”的数据整理系统。但是,经过无数次“拼凑”以后,这样一种仅仅具有“统计”意义的表述出现在许多“实例”分析之中几乎同样是必然的。

如果将某量子效应实际经历的“时间历程”视为这个效应的一种特征量,那么,对于“一切可能存在”的量子效应,则意味着人们在“原则上”需要考察定义于时间域之上一个“无穷大”间隔之中的不同时间历程以及相应出现的能量变化,即

$$\Delta\tau, \Delta E: 0 \sim \infty$$

并且,与前面引入的广义坐标空间对应,广义坐标的“虚位移”原则上同样需要定义在整个实数轴之上,

$$\begin{cases} \delta q_i: -\infty \sim \infty \\ \delta p_j: -\infty \sim \infty \end{cases} \quad i, j \in (1, 3n)$$

也就是说,仅仅在此时,广义坐标的“虚拟”变化才可能与“一切”可能发生的量子效应形成逻辑对应。至于在这些“所有”可能的变化之中,逻辑相容于具有普适意义的最小作用原理,只有那个相应消耗能量最小的“特定”变化才是“最可几”的。反过来,也可以根据与最小消耗能量的偏离,对其他可能出现变化的几率做出一种大概的预测。

当然,对于形式系统所定义的时间域 t 而言,量子效应的时间历程 $\Delta\tau$ 始终是小量,仍然对应于形式系统时间域中的某一个特定的“点”。于是,对于式(7.3.3)定义于某一个特定时刻的一般性变分原理,还可以进一步写出它的定义域,即

$$\begin{cases} \text{Min: Act. } (q_i, p_j, \chi_k) \\ \text{fine: } \Psi(x, p, t) \\ \text{s. t. : } \delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j) \\ \delta q_i, \delta p_j \in (-\infty, \infty) \end{cases} \in S_{\text{phy}} \cap t = t_c \quad (7.4.3)$$

据此,人们可以在一个“离散”的无穷大域中,寻找粒子系统在承受量子效应作用以后“某一些”

最终变化结果的一种最可能实现的“平均”效应^①。

于是,为了表现离散量子效应作用于粒子系统之上以后产生的影响,此处根据最小作用原理所构造的变分原理似乎向人们提出这样一个基本命题:在量子力学研究中,为了刻画那些真实存在,但是它的具体历程并不为人们了解的“量子效应”对于运动中粒子系统运动学状况所产生的影响,人们需要寻找一个被称为“态函数”的物理量,该物理量用以表述“无以计数”次量子效应对于粒子系统运动学状态所产生作用的一种“统计性”效果,并且,把这样一种仅仅具有统计意义的影响,形式地折算到属于该形式系统时间域中的某一个“特定”时刻 t_c 之上。

也正因为此,对于此处所说的一般性变分原理,不仅可以定义在某一个特定的“粒子”上,以表现“无穷”多次“前后相继”量子效应对于这个特定粒子运动产生的影响,实际上,它还可以被定义在“许多”粒子构造的粒子集合之上,反映同一时刻量子效应作用于这些粒子集合的一种平均效果。

此外,人们还熟知,在量子力学的经典分析中,似乎总可以在“无穷大”域中对不同形式的变量进行以承认“连续性”为前提的积分运算。但是,此处的分析则告诉人们,之所以能够采用若干“分立”结果的“统计平均”表现最终的量子效应,并不决定于像 *Einstein* 那样对于“决定论”怀有一种天然激情,而客观地“仅仅依赖”量子效应的细节无法描述这样一种真实存在的物理实在。

7.4.3 “态”函数的完备性以及对于一切力学量必须具备的决定意义

显然,以上引入或者定义“态函数”的基础,根本源于式(7.4.2a)对于态函数所作的一种基本认定,即

$$\Psi \leftrightarrow \tilde{s}_f - s_0 : \tilde{s}_f \leftrightarrow \frac{1}{k} s_f$$

其中,出现于字符上的“波浪号~”,直接表示仅仅以一种“统计平均”的方式与量子效应的最终变化结果构成某种逻辑关联。但是,如何将“态函数”与粒子系统可能出现的不同变化构造一种形式关联以及如何与上述的最小作用原理形成逻辑关联,成为另一个需要讨论的问题。此处首先从“态函数”需要具备的完备性角度出发,重新探讨和揭示“态函数”必需和可能蕴涵的物理内涵。

首先,既然如式(7.4.2)所定义,“态函数”对应于如下所述的一种变化:

$$\Psi(x, p, \chi) \leftrightarrow \{\Delta q_i, \Delta p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t)$$

$$i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n) \quad t = t_c \quad \Delta\tau \approx 0$$

① 在经典统计力学中,原则上面对的是 10^{23} 粒子行为的统计特征。因此,总可以在数学上做出一种严格的证明:与“最可几分布”任何偏离可能出现的几率几乎趋于零。但是,此处所讨论的问题则不然。在人们可能关注的时间间隔(表述精度)中,作为一种物理实在,“离散”的量子作用可能发生的次数往往十分有限或者说是“可数”的。并且,量子作用的细节尽管往往不为人们所知,但是,由于物质环境任何细微变化而产生的影响同样属于一种物理真实,因此,在这些“有限”个不同形式的量子跃变中,其中每一个都可能展现了一种物理真实,只不过根据反映物质世界“自为性”特征的最小作用原理,这些不同形式的量子跃变可能出现的几率不同罢了。显然,如果人们曾经指出“微观物理”的统计特征应该本质地差异于“宏观物理”的统计特征,那么,它们之间的这种差异仍然根本决定于被描述物质对象自身的差异,与形形色色人为杜撰的“第一性原理”完全无关。当然,人们也可以更为准确地说,自然科学研究的根本使命正在于如何使用统一的语言,揭示这些隐含于形形色色物理表象之内的本质内涵或者抽象联系,而没有理由为自存的物质世界添加类似形形色色“第一性原理”这样一些人为构造的限制。

并且,进而与式(7.4.1)所描述的定义于如下所述的“状态空间”之中粒子系统的最终运动学状态

$$s_t: \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t)$$

$$i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n) \quad t = t_c + \Delta\tau \quad \Delta\tau \approx 0$$

构成一种确定的形式关联,因此,仅仅根据“状况空间”的定义,状态空间中的任意一组广义坐标对于表现属于该粒子系统之上的任意一个“物理量”,或者量子力学通常所说的“力学量”都具有确定意义。当然,也仅仅于此,人们才可能将出现在“态函数”中所有自变量的集合称为“状态空间”。于是,对于属于该粒子系统的任何一个物理量 A ,它必然与态函数之间存在确定的逻辑关联,即

$$A = A\{q_i, p_j, \chi_k, t\} = A(\Psi) \in (S_{\text{phy}}, t) \quad (7.4.4)$$

$$i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n)$$

显然,对于“状态”的这样一种认定是平凡和自然的,与所讨论的问题属于哪一个特定学科没有任何关系。

当然,作为这个形式表述得以存在的唯一逻辑前提其实仍然是平凡的,尽管目前的理论物理几乎都忽略了这个平凡前提的存在。这个基本前提是:此处定义的物理量必须与形式系统所定义“理想化”物质对象保持严格逻辑相容,任何不属于此处所定义的粒子集合的物理量都不存在。例如,此处虽然引入了自旋量子数 χ “象征性”地表现粒子运动中的一种“内禀”运动,但是,由于量子力学中仍然没有赋予“理想化粒子”一种真正属于粒子自身的几何构形,相应不存在经典力学中通常所说的那种具有“独立”意义的旋转运动。或者说,通过“旋转坐标系”而形式地引入的“轨道角动量”,其实并不是一个具有“独立”意义的物理量,本质上它仍然只是粒子“平移动量”的一个分量。因此,在量子力学目前的讨论中,只需要考虑动量定理所构造的约束方程。或者等价地说,也正因为此,局限于经典量子力学的讨论范围,正如人们看到的那样,几乎从来没有真正考虑被赋予独立意义的动量矩原理,无需考虑与“平移运动”保持独立的“旋转运动”对于“动量矩方程”必然产生的影响。

倘若不然,在量子力学中的自旋量子数 χ 与粒子某一个“确定”旋转运动之间,如果真的存在某种真实的逻辑关联,那么,量子力学中的状态空间需要做出一种扩展,整个形式系统需要重新定义在如下所述一个更大的状态空间之中:

$$s: \{q_i, p_j, \Omega_m, \Gamma_n, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t)$$

$$i, j, m, n \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n)$$

式中, Ω 表示出现于具有一定几何构形的粒子之上的独立旋转运动,而 Γ 则是和其对偶的动量矩。显然,即使此处的认定或许可以视为一种物理真实,但是,至今的量子力学分析都没有提及或者变相涉及这样的状态空间。总之,自然科学研究中必须保证概念的严格“无歧义”性,不能对概念的物理内涵作随意取舍。当然,某种形式的物理量在一个形式系统之中是否存在,根本决定于对物质对象所作的前提性理想化认定。

这样,基于以上认识,人们可以对量子力学中的“态函数”做出一种与经典量子力学“统计”表述几乎完全一致的认定,即

$$\Psi(x, p, \chi) = \frac{\kappa(q_i, p_j, \chi_k)}{\sum_i \sum_j \sum_k \kappa(\delta q_i, \delta p_j, \chi_k)} \in \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t) \quad (7.4.5a)$$

$$i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n)$$

$$\delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j): -\infty \sim \infty$$

式中,函数 $\kappa(q_i, p_j, \chi_k)$ 定义为整数。显然,对于这个函数而言,作为该函数自变量而存在的一组“广义坐标”相应确定了粒子系统的某一种特定“运动学”状态,而函数 κ 本身仍然像经典量子力学着重声言的那样,表示出现这种“确定”运动学状态的“次数,或者与“同一”运动学状态相对应“量子数”的总和。事实上,也只是在这个意义上,此处定义的“态函数”才可能与式 (7.4.2a),即

$$\Psi \leftrightarrow \tilde{s}_f - s_0: \tilde{s}_f \leftrightarrow \frac{1}{k} s_f$$

曾经指出的“统计平均”相关联。并且,该态函数的值,可以视为出现上述特定“状态”的几率^①。

因此,当“未知”的“量子效应”引起粒子系统运动学状态发生某种“并不确定”的变化时,态函数 $\Psi(x, p, \chi)$ 则表示在一切可能出现的变化形式中,那个为该函数自变量所描述某种“确定”运动学状态的几率。显然,还可以直接用态函数本身取代整数函数 κ ,即相应存在一种等价表述

$$\Psi(x, p, \chi) = \frac{\Psi(q_i, p_j, \chi_k)}{\sum_i \sum_j \sum_k \Psi(\delta q_i, \delta p_j, \chi_k)} \in \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t)$$

$$i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n)$$

$$\delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j): -\infty \sim \infty$$

事实上,如果考虑到其中量子约束的存在,即广义位移和广义动量两个广义坐标之中只有一个允许作“独立”变化,于是,态函数可以形式地定义为

$$\begin{aligned} \Psi(x, p, \chi) &= \frac{\Psi(q_i, p_j, \chi_k)}{\sum_k \sum_i \int_{-\infty}^{\infty} d\delta q_i \Psi(\delta q_i, \delta p_j, \chi_k)} \\ &= \frac{\Psi(q_i, p_j, \chi_k)}{\sum_k \sum_j \int_{-\infty}^{\infty} d\delta p_j \Psi(\delta q_i, \delta p_j, \chi_k)} \in \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t) \\ i, j &\in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n) \\ \delta q_i \cdot \delta p_j &= \lambda \hbar \delta(i, j): -\infty \sim \infty \end{aligned} \quad (7.4.5b)$$

进一步讲,之所以可以将求和运算仅仅定义在单独的广义位移,或者仅仅定义在广义动量之

① 显然,对于此处的分析,实际上完全延续了量子力学经典陈述关于“量子数”的基本思维理念,甚至与经典统计力学中的“统计平均”没有多少差异,与所有不同量子数对应的状态被视为彼此完全“平权”的存在。但是,如果根据最小作用原理,不同个别状态的出现并不总是“平权”的,原则上应该与相应消耗的能量成反比。因此,还存在如何为函数 $\kappa(q_i, p_j, \chi_k)$ 或者下面所述的替代表述 $\Psi(q_i, p_j, \chi_k)$ 与最小作用原理构造恰当逻辑关联的问题。该问题留待后续分析中讨论。

上,这是因为该式明确写出了量子约束,所以当其中一个作为自变量变化时,与其对偶的另一个变量只能被动地处于变化之中。另外,式中的积分变量本质上必须定义为广义位移或者广义动量的变化量,以能够与量子效应形成一种逻辑对应。

如果不至于引起紊乱,作为一种简便形式,此处引入的“态函数”可以直接定义在这些自变量自身之上。此外,如果为了尽量与量子力学几率表述的一种习惯性认定保持一致,还可以“并不真正合理”地将其在“平方和”的意义上定义几率函数的归一性^①,

$$\langle \Psi | \Psi \rangle \stackrel{\text{def}}{=} 1 \quad (7.4.6a)$$

或者

$$\begin{aligned} 1 &\stackrel{\text{def}}{=} \sum_k \sum_i \int_{-\infty}^{\infty} dq_i \Psi^2(q_i, p_j, \chi_k) \\ &= \sum_k \sum_j \int_{-\infty}^{\infty} dp_j \Psi^2(q_i, p_j, \chi_k) \\ &\quad i, j \in (1, \dots, 3n), \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n) \\ &\quad \delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j): -\infty \sim \infty \end{aligned}$$

于是,仅仅在这样一种纯粹的“人为”认定之下,对于表现“量子效应”最终影响的态函数,它所表述的几率意义为

$$\begin{aligned} \Psi(x, p, \chi) &\stackrel{\text{def}}{=} \text{Prob.}(x, p, \chi) \\ &= \frac{\Psi^2(q_i, p_j, \chi_k)}{\sum_k \sum_i \int_0^{\infty} dq_i \Psi^2(q_i, p_j, \chi_k)} \\ &= \frac{\Psi^2(q_i, p_j, \chi_k)}{\sum_k \sum_j \int_0^{\infty} dp_j \Psi^2(q_i, p_j, \chi_k)} \in \{q_i, p_j, \chi_k\} \subset (S_{\text{phy}}, t) \\ &\quad i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n) \\ &\quad \delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j): 0 \sim \infty \end{aligned} \quad (7.4.6b)$$

在这个形式定义式中,进行了一种形式上的变化,即将针对一个离散量求和运算变换为连续量的积分运算,之所以可以这样做,不仅因为相关的积分域已经被人们限定在一个无穷大域之中,而且还因为广义位移和广义动量所构造的子状态空间本身是一个连续空间,而离散量子约束作为对于一对“对偶”自变量的限制,仅仅作用在其中一个自变量之上的缘故。至于,为什么所有可能出现的“单个”运动学状态,即该式中“分子”所表述的特定状态最终只能以“离散”形

① 同时需要指出,引入式(7.4.6)所示关于“态函数”的形式定义,并不构成对于式(7.4.5)一种直接定义的逻辑否定。在经典的量子力学陈述中,之所以必须使用平方和的基本约定,只是由于“态函数”被人们“不真实”地定义在复数域的缘故。但是,如果注意到经典表述中的虚数差不多总出现在态函数的“指数”部分,因此,除了那个整个理论体系自身无法表现的“相位”特征以外,几乎从来没有对“态函数”需要表述的“几率”内涵产生任何实际影响。而且,人们还可以发现,通过式(7.4.5)所定义的“态函数”直接计算力学量平均值更符合物理本质。必须始终自觉地意识到,由于量子效应的细节无法描述,经典量子力学只能是一个相当粗糙的理论体系。

式出现的问题,将在后续关于“量子数”的讨论中作进一步的分析^①。

这样,人们可以确信,尽管由于局限于量子力学的有限论域,人们不可能了解量子效应的真实历程,或者不同量子效应的细节,从而不可能对物理学量的确定值做出认定,但是,在上述平均意义下,任何属于粒子系统的所有“物理学量”都可以在“形式上”得以具有“唯一意义”的确定,即

$$\begin{aligned}\bar{A}(x, p, \chi) &= \sum_k \sum_i \int_0^\infty dq_i A \Psi^2(q_i, p_j, \chi_k) \\ &= \sum_k \sum_j \int_0^\infty dp_j A \Psi^2(q_i, p_j, \chi_k) \quad \in \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t) \\ &\quad i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n)\end{aligned}\quad (7.4.7a)$$

同时,由于整个“态函数”具有明确的物理意义,并且,完全属于量子力学体系可能表述的范畴,人们仅仅需要也只能将“态函数”定义在实数域之中。因此,在这种情况下,此处所定义的“力学量”平均值,还可以形式地表示为

$$\bar{A}(x, p, \chi) = \langle \Psi | A(q_i, p_j, \chi_k) \Psi \rangle \quad \in \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t) \quad (7.4.7b)$$

从而能够与量子力学中那个通常使用的经典表述

$$\bar{A}(x, p, \chi) = \langle \Psi | \hat{A}(q_i, p_j, \chi_k) | \Psi \rangle$$

在形式上保持一种“大体”的一致。当然,对于一般性变分原理中的功耗函数,原则上同样需要借助此处关于物理量平均值的形式定义加以表述,即

$$\text{Act}(x, p, \chi) = \langle \Psi | \text{Act}(q_i, p_j, \chi_k) | \Psi \rangle \quad \in \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t) \quad (7.4.8)$$

从而在形式上构成一个封闭体系。

但是,人们必须认识到,两种不同表述之间在本质内涵上仍然存在根本差异。在此处引入的力学量平均值表述中,该力学量完全依赖“态函数”。或者说,仅仅因为力学量是属于该粒子系统之上的一个物理量,所以,对应于“状态空间”的定义,属于该粒子系统之上的任何物理学量都必须随着“状态”的确定而得以确定,与对于如何对这个物理量进行“测量”毫无关系。当然,既不需要也绝对不允许仅仅根据人为提出的主观认定,在没有任何数学证明以及物理基础的情况下,并且使用了一种“形式上并不确定”的方式,引入属于某物理量的“算符”来表述粒子系统的这个物理量。

7.4.3A 关于 Einstein 关于量子力学“不完备性”批判的一个大概的哲学评述

在量子力学的经典分析中出现这样一种十分奇特的认识反常:当用以表现被描述物质对象状态的“态函数”得以唯一确定以后,属于该特定状态的物理量并不因此而确定,物理量的最终确定还决定于与该状态无关的,却依赖于“思维实验”中“测量”操作的,一个没有任何依据的“力学量”算子。于是,对于这样明显存在的认识反常,出现了 Einstein 针对量子力学所提“能认为量子力学对物理实在的描述是完备的吗”的严重质疑和批判。从形式逻辑考虑,经典量子力学所构造的不同“力学量”算子存在太多逻辑不相容问题,这在本书的第四部分将作较为深入探讨。事实上,当 Einstein 自诩更适合充当哲学家的时候,则更需要从一般哲学理念出

^① 需要注意,在这样一种概率叠加方式中,与现代量子力学通常所述的“量子干涉”无关,或者说,本质上无力表现“量子干涉”现象。关于这个问题的进一步讨论,参见后续章节中关于“干涉现象”所作的相关分析。

发,指出量子力学出现的所有不仍然本质地源于 Einstein。

在量子力学的经典陈述中,当人们希望将“力学量算符”与某一个相关的“测量”构成一种逻辑关联,从而将量子力学体系进一步降格为一种“测量理论”的时候,一方面由于借助一个所算符表示的“测量”同样没有任何确定的物理内涵,另一方面,则仍然不可能弥补由于独立测量直接“干扰”了独立“态函数”的存在这种在形式逻辑和物理概念上同时显现的明显缺陷。事实上,20 世纪的物理学界在过分武断地认定在经典力学和量子力学两种理论体系之间必然无法逻辑相容,从而否定了自然科学必须的“和谐和统一”的同时,却仅仅根据一个纯粹人为猜测的“经典对应”,就如此随便地引入形形色色的算子,并且,还将经典力学中条件存在的特定形式表述十分随意地“强加”在这些算子之上,同样成为对自然科学一次最为严重的亵渎。

但是,如果说这一切源于 20 世纪中所出现对于科学概念所作的随意修改、杜撰概念,从而只能将自然科学体系完全实用主义地降格为一种“实验室”数据系统,引起整个 20 世纪科学哲学出现空前的紊乱,那么真正的始作俑者正是 Einstein 本人。20 世纪科学世界出现的认识反常,只能归咎为 Einstein 所深深信赖但是根本无理性可言的“直觉和顿悟”必然蕴涵的“随意性”之上。

不过,因为量子力学经典陈述赋予随意构造的算符以不同“独立”内涵,所以在逻辑上必然存在对“态函数”在表现物质对象物理学状态必须具有的确定性意义构成了一种具有本质意义的完全否定。因此,只有彻底将量子力学从形形色色人为杜撰的“力学量”算符解脱出来,才能使这样一种违反一般科学原则的反常状况不再出现。当然,也仅仅在这个意义上,人们才可以合理地认为 Einstein 针对经典量子力学不具“完备性”的批判能够成为一种恰当的批判。

但是,Einstein 本人绝对不可能真正意识到他的这个批判中实际蕴涵的这样一种理性内核。其实,正是 Einstein,在过分幼稚和简单地期待那个自存“物质世界”的“和谐和统一”的同时,却完全不在乎在那个人为构建的“物理世界”中所必须的和谐和统一。是 Einstein 开创先河,公开抛弃了以保持“逻辑自治性”为全部内涵的“可解释性”原则,随意杜撰概念,甚至破坏科学语言必须的一致性和无歧义性的最基本原则。也仅仅因此,在人们需要重新认识现代自然科学体系的时候,不得不严肃地批判 Einstein 哲学理念中的一种过分主观唯心主义和过分简单的形而上学,以及它们对于整个自然科学研究所造成的恶劣影响。尽管 Einstein 的科学研究或许十分真诚,他的哲学思想也的确由于不在乎“逻辑相容性”的思维羁绊,而涌现着许多不乏思想闪光的东西。但是,正因为他完全无视逻辑,却对于毫无理性可言的“直觉和顿悟”过分轻信,使得他不得不被许多善良的人们拥入“神”坛,成为造就科学史中悲剧人生的根本缘由。

7.4.4 量子数和简并

量子数和简并属于量子力学经典陈述中的两个重要概念。现在,让我们再重新审视式(7.4.6)所引入的态函数,并且,在此基础上,探讨经典量子力学中“量子数”以及态函数出现“简并”状况的基本物理意义。

首先,将关于态函数的一个等价形式定义重新写于下面:

$$\Psi(x, p, \chi) = \frac{\kappa^2(q_i, p_j, \chi_k)}{\sum_k \sum_i \int_{-\infty}^{\infty} d\delta q_i \kappa^2(\delta q_i, \delta p_j, \chi_k)} \in \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t)$$

$$i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n)$$

$$\delta q_i, \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j): -\infty \sim \infty$$

显然,当广义坐标 q_i 作为一个积分变量,能够在其存在的子空间中以一种“连续量”的形式进行积分运算的时候,由于离散的量子约束条件存在,广义动量 p_j 只能取离散的分裂值,并且,原则上可以定义在 0 到无穷大的整个数域之内。

但是,如果进一步考察式(7.4.3)所示的一般性变分原理

$$\begin{cases} \text{Min: } \text{Act}(q_i, p_j, \chi_k) \\ \text{fine: } \Psi(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \\ \text{s. t. : } \delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j) \\ \delta q_i, \delta p_j \in (-\infty, \infty) \end{cases} \in S_{\text{phy}} \cap t = t_c$$

人们可以发现,一方面待求的“态函数”必须满足此处的基本方程,使得那个待求的最终状态能够满足能量消耗最小的认定,而能量消耗的具体表述方式应该逻辑相容于关于一般物理量平均值的表述。另一方面,对于其中的量子约束

$$\delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j)$$

表现最小“量子作用 $\hbar$ ”整数倍的自然数 λ 并不是一个确定的数。此处由于不至于与粒子系统中的粒子数产生混淆,没有将原表述中的下标写出来。这样,整数 λ 每取一个不同的值,相应存在不同的解,并且对应于粒子系统由于量子效应而出现的不同能量跃变。因此,除非人们已经确认粒子系统具有某种特定的“能量”变化,理论上 λ 的取值范围应该覆盖整个正整数域($\lambda: 0, 1, 2, 3, \dots$)。于是,人们自然地将与量子跃变中能量变化幅度直接关联的自然数 λ 称为“主量子数”,从而与那些由于“量子约束”的存在,而不再具有“独立”意义的“广义自变量”所必需的“离散”取值相区分。另外,则将“态函数”定义式中通过“求和”运算所表述不同广义坐标的离散值称为“一般量子数”。显然,根据量子力学经典陈述中统计平均的基本思想,这些不同“量子数”的总和与粒子系统的自由度形成一种对应关系。当然,这种统计平均,同样也体现了经典统计力学通常所使用统计平均方法中蕴涵的“平权”思想:不同量子态之间没有任何本质差异。

正因为此,考虑“态函数”定义式中分子所表述,由不同“广义坐标组”所表述的“单个”确定状态,如果它们之中的任何两个存在差异,即单个粒子的最终状态不同,

$$s_1(q_i, p_j, \chi_k) \neq s_2(q_i, p_j, \chi_k)$$

那么,一般而言,属于这样两个不同状态的任意一个力学量也不相同,

$$A_1(q_i, p_j, \chi_k) \neq A_2(q_i, p_j, \chi_k)$$

仅仅于此,人们才可能逻辑地断定,由这些不同广义坐标所构造的“状态空间”能够成为一种“完备”的表述。相反,如果人们确信,对于两个并不相同的状态,却共同对应于某一个相同的力学量

$$A_1(q_i, p_j, \chi_k) = A_2(q_i, p_j, \chi_k)$$

那么,作为定义该力学量函数的“状态空间”中的独立变量并不完备,出现了量子力学通常所说的“简并”情况:必然还存在某一个尚未为人们发现的独立变量。

总之,在科学理念的一般理解上,量子力学与自然科学体系中的其他学科之间没有也不应该允许存在任何本质差异。其实,在量子力学的所有经典论述中,几乎无处不存在使用经典理论概念的状况,没有关于概念确定物理内涵的认定,甚至“思维实验”也无法进行,只不过由于对被描述物质对象缺乏较为深刻和准确的认识,从而在无法对其做出前提性的理想化界定的情况下,对于这些概念采取了一种过分“实用主义”的随意取舍的态度罢了。当然,正由于概念的内涵不再统一,以至于至今不知道如何使用统一的概念对被描述的物质对象到底是什么的问题做出回答。

7.5 关于“态”函数几率特征的重新诠释^①

不难发现,量子力学经典陈述实际隐含的那种与经典统计力学一致的“统计”思想,同样始终贯穿于上述为量子力学重新构造形式系统的整个思考过程之中,乃至可以认为事实上成为对“量子经典统计”思想的一种刻意模仿。而对于存在于量子力学经典陈述中的这种统计思想,它的本质内涵是:由“不同”独立广义坐标构造的不同“量子态”对于刻画微观粒子的某一个特定的“运动学状态”本质上是“平权”的,从而构造了量子力学“统计”表述的认识基础。

更为明确地讲,这样一种统计表述的存在需要与其对应的特定逻辑前提。实际上,正如构造式(7.4.5a)所述的态函数形式定义式,即

$$\Psi(x, p, \chi) = \frac{\kappa(q_i, p_j, \chi_k)}{\sum_i \sum_j \sum_k \kappa(\delta q_i, \delta p_j, \chi_k)} \quad \in \{q_i, p_j, \chi_k\} \in \{S_{\text{phy}}, t\}$$

$$i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n)$$

$$\delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j): -\infty \sim \infty$$

曾经指出的那样:作为函数 $\kappa(q_i, p_j, \chi_k)$ 自变量而存在的一组“广义坐标”相应确定了粒子系统的某一种特定“运动学”状态,而函数 κ 本身仍然像经典量子力学着重声言的那样,相应表示出现这种“确定”运动学状态的“次”数,或者与“同一”运动学状态相对应“量子数”的总和。如果大概沿用宏观统计力学的语言则是:对于某一个特定“宏观状态”, κ 表示与其对应的“微观状态”数目。

但是,在针对“微观粒子”运动学行为的描述中,适用于一般统计力学的上述基本认定并不存在。首先,正如目前量子力学往往“特定”强调的那样,对于承受量子作用的粒子系统而言,属于它的任何一个“特定”运动学状态都可能“真实”出现,只不过相应出现的“几率”不同罢了,因此,并不像统计力学在研究宏观物质所显示的那样,许许多多的不同微观状态实际上“共同”显示某一个为人们关注的“特定”宏观状态;其次,正因为量子力学所研究的正是“微观状态”自身,所以只要所给定粒子系统的“状态空间”对于表现粒子系统的状态是真正“完备”的,那么,任意“一组”独立的广义坐标(如不计不同自旋量子数的影响)已经相应决定了该粒子本质上以“位移和动量”为自变量的全部运动学状态。因此,讨论微观粒子自身行为的时候,根本不存在不同“量子数”表现同一微观运动状态的逻辑前提,相应不存在一般统计力学所述统计平均的基础。

于是,人们需要重新认识或者定义“态”函数,并且为其与以“最小作用原理”为基础的“一般性变分原理”重新构造确定的逻辑关联。

^① 毋庸讳言,该小节属于后来添加的重新分析。而且,人们将会发现,相关陈述还在一定程度上构成对前述分析的逻辑否定。此处之所以不是采取重新写出的方式,而是保留了原来陈述中某些不当,除了期待能够更便于人们在比较和反思基础上形成较为稳定的判断以外,仍然希望保留整个思考过程的某些真实痕迹。事实上,自然科学的发展不以人们的兴趣或者喜好为转移,只可能在“承继性批判和批判性继承”的循环往复中递进。因此,量子力学经典陈述所蕴含基本思想始终深刻影响着重新构造相关理论体系的整个思考过程。或者说,任何研究者都不能真正摆脱经典陈述的影响,并且,几乎总会自发地去努力发掘和揭示所有经典陈述可能蕴含的那些合理部分。

7.5.1 若干基本物理事实的重新确认

在重新认识态函数,并且为态函数与一般性变分原理构造恰当逻辑关联以前,首先需要若干需要表现的基本物理事实重新做出确认,从而能够仅仅以对这些真实存在“物理实在”的确认作为构造形式系统的认识基础。

(1) 作用于粒子系统之上的“量子效应”属于一种物理实在。但是,量子效应只能以“一份一份”的方式进行,即

$$\begin{cases} \Delta x \cdot \Delta p = \lambda \hbar \\ \Delta \phi \cdot \Delta L = \lambda \hbar \\ \Delta t \cdot \Delta E = \lambda \hbar \end{cases} \quad \lambda \in \mathbf{N}$$

因此,对于某一个承受量子作用的粒子系统而言,在它的变化过程之中必须满足如下所示“离散”量子“约束方程”的约束:

$$\delta q_i \cdot \delta p_i = \lambda \hbar \quad i \in (1, 3n)$$

并且,该约束方程只能定义在广义坐标的“虚位移”空间之中;

(2) 考虑到目前实验能力的限制,或者说对应于形式系统可能允许的“表述”精度,量子效应实际经历的时间 $\Delta\tau$ 总可以认为是一个充分小的量,于是,局限于此处所述的形式表述系统,可以认为量子效应仅仅发生于“形式系统时间域”中的某一个特定时刻 t ,即

$$\Delta\tau \rightarrow 0; t + \Delta\tau \leftrightarrow t$$

从而仅仅在“形式”上将粒子系统所承受的“量子作用”视为一种“瞬时”效应,相应只研究量子效应的“最终”结果;

(3) 另一方面,正因为量子效应的“离散”特征,不可能通过“无穷分割”的方法了解以及表现量子效应的细节,所以不同量子效应可能“真实”地存在着完全不同并且“未知”的“过程细节”,即

$$\exists x, \delta p \in \begin{cases} \Delta x \cdot \Delta p = \lambda \hbar \\ \Delta \phi \cdot \Delta L = \lambda \hbar \\ \Delta t \cdot \Delta E = \lambda \hbar \end{cases} \quad \lambda \in \mathbf{N}$$

因此,随着不同特定量子作用蕴涵真实差异,经历了量子作用的粒子系统的最终结果同样不具确定性意义,或者说粒子系统的最终状态只能是“或然”的;

(4) 事实上,正因为量子作用的“过程”细节未知,所以在仅仅考虑粒子系统承受某一个特定量子作用的“最终”结果的时候,对于这个结果的表述与一般的物理学理念没有任何差异,仍然必须为属于粒子系统的“状态空间”中的某一个“确定”状态所定义。只不过在这种情况下,由于“量子作用”自身的不确定,由“状态空间”中一个确定“状态点”所定义的状态,最终只能以一种“几率”形式出现这种确定状态而已。如果对此加以示意表述,即对于状态空间中的每一个状态点,都唯一对应于一个仅仅属于该状态点的“几率”:

$$\exists \text{Prob.} \in \{q_i, p_j, \chi_k\}$$

那么,也就是说,除了一个特定状态可能出现的几率不同以外,其本身并不构成对“状态”自身必须具备的物理内涵构成任何逻辑否定。事实上,这也是在现代量子力学特地强调的一个基本事实,只不过往往被人们错置于所谓“第一性原理”之上罢了;

(5) 最后,尽管由于不知道量子效应过程中所发生的真实细节,无法对量子效应的最终结

果做出“确定性”预测,但是,根据能够普遍反映自存物质世界自然遵循的“最小作用原理”,总可以理性地相信:在那些能够满足一切必须予以满足基本约束条件前提下所出现的形形色色不同真实“变化”之中,那个消耗功率最小,即相应需要代价最小的真实变化应该是“最可几”的变化。于是,总可以根据最小作用原理所构造的定义于形式系统时间域一个特定“时间点”之上的一般性变分原理,即

$$\begin{cases} \text{Min: Act. } (q_i, p_j, \chi_k) \\ \text{fine: } \Psi(x, p, t) \\ \text{s. t. : } \delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j) \\ \delta q_i, \delta p_j \in (-\infty, \infty) \end{cases} \in S_{\text{phy}} \cap t = t_c$$

对于承受量子效应后粒子系统运动学状态的最终变化做出某种“大概”的预测。

于是,整个量子力学形式系统的重新构造,最终归结为如何将以上所述的一系列基本认识加以“形式化”的问题。

当然,与量子力学整个经典表述之间的根本差异在于:此处所有的思考都坚决拒绝一切形式的“第一性原理”,考虑问题的全部出发点都源于那个希望被描述的“理想化”物质对象自身,而且,在所有相关陈述中没有也不允许存在类似于“语言革命”的、一种对“概念”的随意解释或构造。

7.5.2 态函数的几率内涵以及相关形式表述系统的重新诠释

努力模仿上述基本思想,形成与其一致的形式系统。首先,依据上述基本物理事实,构造相关的“求解”步骤:

(1) 第一步根据最小作用原理所构造的一般性变分原理,求解那个功率消耗“最小”的“最优”解,即

$$\Psi_{\text{optimal}} : \begin{cases} \text{Min: Act. } (q_i, p_j, \chi_k) \\ \text{fine: } \Psi(x, p, t) \\ \text{s. t. : } \delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j) \\ \delta q_i, \delta p_j \in (-\infty, \infty) \end{cases} \in S_{\text{phy}} \cap t = t_c \quad (7.5.1a)$$

相应求得此时消耗的最小功率,即

$$? = \text{Act}_{\text{optimal}} \quad (7.5.1b)$$

并且,在原则上,对于这个“可能”出现的“最优”解,它可以被合理地视为评判其他同样“可能”出现“一般解”的基础;

(2) 继而,寻找“次优”解

$$\Psi_{\text{suboptimal}} : \begin{cases} \text{Min: Act. } (q_i, p_j, \chi_k) \\ \text{fine: } \Psi(x, p, t) \\ \text{s. t. : } \delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j) \\ \delta q_i \cdot \delta p_j \in (-\infty, \infty) \\ \{q_i, p_j, \chi_k\} : (q_i, p_j, \chi_k)_{\text{optimal}} \notin \{q_i, p_j, \chi_k\} \end{cases} \quad (7.5.2a)$$

相应解得与其对应的功率消耗

$$? = \text{Act}_{\text{suboptimal}} \quad (7.5.2b)$$

(3) 并且,将以上求解步骤继续下去,相应构造一个逐步偏离“最优”解,但是在后继“局部域”中仍然表现为最小功率消耗的“次优”解序列,即

$$\{\Psi_\eta\} \leftrightarrow \{\text{Act}_\eta\}; \eta \in (1, n) \quad (7.5.3)$$

式中的 n 为某一个充分大的数。需要注意,由于已经满足必须满足的基本约束方程,其中的每一个解都属于“可能”的真实存在。并且,此处约束方程本质上属于“离散”方程,不属于在“连续空间域”中可能进行“充分”搜索的寻优。因此,任何相异于最优解的“次优解”不会出现功率消耗迅速趋于“无穷大”,以至于实际上不可能存在的情况;

(4) 另一方面,虽然可以合理确信,在这个“优化解”的集合中,应该随着“功率消耗”的增加,不同解的“几率”相应减小,但是,如何在形式上将两者构成一种确定关联,本质上仍然需要相关“经验事实”的支撑。然而,在“原则”上总存在一个与功率消耗相对应,某种“人为”构造的“几率”序列,即

$$\{\text{Act}_\eta\} \leftrightarrow \{P_\eta\}; \eta \in (1, n) \quad (7.5.4)$$

并且,还应该使此处所构造的几率序列满足几率表述通常需要遵循某种形式的“归一”性法则^①;

(5) 于是,作为求解量子效应这个特定问题“解”的一种等价性表述,量子力学中的“态”函数实际上并不是某一个“单独”的函数,而对应于某一个特定的函数序列,并且,与该函数序列中每一个函数“自变量(独立状态参数集合)”所定义特定状态出现的“几率”构成确定逻辑关联,即

$$\{\Psi_\eta(q_i, p_j, \chi_k)\} \leftrightarrow \{P_\eta\}; \eta \in (1, n) \quad (7.5.5a)$$

当然,对于量子力学中的这个借助“函数序列”表示的“态”函数,还被直接定义为“几率”所构造的序列

$$\{\Psi_\eta(q_i, p_j, \chi_k)\}; \Psi_\eta = P_\eta, \quad \eta \in (1, n) \quad (7.5.5b)$$

以能够直接表示为状态参数所描述确定“运动学”状态出现的几率;

(6) 最后,与经典力学乃至为现代量子力学所抛弃的“平凡”意识没有任何差异,只要广义位移以及广义动量所构造的状态空间属于一个完备的状态空间,也就是说,状态空间中的任何一个状态点都能够对粒子系统的“完整”状态加以确定,那么,对于包括位移和动量在内所有满足“可加性”的物理学量 A ,它们在经历了“若干”次量子作用以后的“平均值”,都可以按照“几率”自身的定义加以定义^②,即

$$\bar{A} = \sum_{\eta} \Psi_{\eta} A_{\eta} \quad (7.5.6)$$

并且,这个依赖于“多次”测量得到的平均值,并不对其中任何一个独立状态的“独立”存在构成

① 值得指出,经典理论在某一个给定“连续空间”中使用变分法求解物理问题的时候,只需要考虑那个“唯一”的最优解,因此,并不出现此处所述及的如何为局部域“优化解”序列相应构造“几率”的问题。但是,量子力学则不然,量子理论与经典理论最根本的差异在于量子作用蕴涵的“离散”特征,以及这种离散特征所隐含的某种“真实”存在的差异。因此,整个“优化解”序列都“或然”地存在着。

② 注意到,此处所述的统计平均针对的是若干“独立”存在的状态,并不真正涉及物理量的可加性问题。因此,原则上同样可以应用于“强度量”的统计平均。此外,此处依据相关物理内涵,直接使用“几率”作为“权”函数而构造的“线性”叠加,不同于目前量子力学通常使用的以“几率”平方作为“权”函数所构造的叠加。显然,后者属于“第一性原理”的范畴。但是,为了便于与目前的量子力学体系作比较,后续讨论仍然采用目前量子力学习惯使用的叠加形式,并且继续以式(7.4.5)所定义的“态”函数作为进一步讨论的形式基础。

逻辑否定。出现统计性表述的原因完全在于离散“量子效应”的“细节”无从知悉这样一个实实在在的“物质”原因。

至此,对于如何求解“量子作用”所产生最终效应的问题,已经完成了一个完整的“求解序列”。实际上,正是这个求解序列中不同“形式表述”的整体,自然地相应提供了一个特定的形式系统。并且,在建立这个形式系统的过程中,使用“统一、平常”语言和概念而构造的解释体系,自然地成为对这个理论体系的一种合理诠释。

7.5.3 量子力学“特定”形式系统态得以存在的逻辑前提

毋庸置疑,重建量子力学体系的全部目标在于也仅仅在于:抛弃一切以牺牲“无矛盾性”原则为代价的形形色色人为杜撰的“第一性原理”,使用“统一”科学概念和“无歧义”的科学语言,揭示量子力学期望表达的那个“特定”物理真实,彻底改变至今不知“何为量子力学所描述物质对象”这样一种严重违反科学研究“理性原则”的认识反常,从而能够为不同的形式表述提供“物质”基础。

当然,也正因为此,以上构造的形式表述系统绝对不是“形而上学”,也不是本质上用以掩饰形形色色矛盾某一个普适的“第一性原理”,它不仅只具有有限真实性,而且还需要得以存在的一系列逻辑前提。这些逻辑前提为:

(1) 首先,存在一个为式(7.1.2)所示状态空间所理想化定义的粒子系统,即

$$s: \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t) \quad i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n)$$

从而首先对被描述的物质对象做出前提性的认定;

(2) 其次,该粒子系统承受为式(7.2.1),即

$$\begin{cases} \Delta x \cdot \Delta p = \lambda \hbar \\ \Delta \phi \cdot \Delta L = \lambda \hbar \\ \Delta t \cdot \Delta E = \lambda \hbar \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{N}$$

定义的“离散”量子效应,而且正如 Dirac 所说的那样,该不定的量子效应相应只存在于“两个”不同的“Bohr 轨道”之间;

(3) 并且,仅仅与第二个“Bohr 轨道”所对应的“最终”状态未知,或者需要“求解”的时候,才需要使用上面定义的形式系统。

其实,对于此处所述的这样一些逻辑前提,应该属于一种过分平凡的简单事实,几乎一目了然。只不过当自然科学只能被视为一种“第一性原理”,并且因“第一性原理”而成为一种事实上的“形而上学”的时候,没有人也不允许考虑存在条件以及逻辑前提这样一些基本问题。

7.5A 与 Bohr 量子论相关的补充交代

在“6.2.2.2 A 关于物质波与 Bohr 量子论的附加评述”中曾经指出:一个被人们称之为“过分朴素”,以至于需要以 Schrödinger 波动方程为基础的“量子力学”所取代的“Bohr 量子论”,恰恰应该是一个合理的陈述系统。

此处,则需要进一步指出,一个重新构造的形式系统与 Bohr 朴素量子论之间没有任何矛盾,只不过需要应用的场合不同而已。至于 Bohr 量子论与“经典电动力学”逻辑相悖的问题,完全源于“经典电动力学”乃至“Maxwell 经典电磁场理论”中大量存在的逻辑不当。与“经典电动力学”相关问题的讨论将在本书的第三部分进行。

7.6 能量极值原理与定态 Schrödinger 方程

相对而言,根据“最小作用原理”所构造的变分原理属于“一般性”表述,它可以用来刻画一般情况下出现的量子效应。但是,如果人们确信处于量子作用之中的粒子系统还满足若干特定的前提条件,那么,可以对这个一般性表述做出简化,重新写为类似于“能量极值原理”这样一些可以直接定义于给定“状态空间”之中更为简洁和明确的形式。因此,需要考虑与能量极值原理一致的变分原理,以及这种表述得以存在的具体条件。

而且,人们还可以发现,某些现代量子力学著述的确存在将 Schrödinger 方程与能量极值原理构成逻辑关联的论述,从而期望能够为这个本来完全“无理”、只能建立在“第一性原理”的基本方程提供某种“理性”依据。但是,相关做出的证明真的可靠吗?此外,在经典量子力学某些实例分析中,当人们仅仅把定态 Schrödinger 方程视为反映量子系统某种“共性”特征的“泛定方程”使用时,由这个方程所决定的“本征函数”集合似乎仍然可以提供某种与经验事实一致的信息,那么,为什么出现这种状况呢?

事实上,正是这样一些与“能量分析”直接相关的命题,构成本小节所要讨论的主要内容。

7.6.1 广义虚位移空间的引入以及能量极值原理的一般性表述

首先,值得再一次重复指出,除了被研究物质对象所处的环境以及相应希望表现的物理内容有所不同以外,量子力学和经典力学在一切基本理念、概念的理解上没有任何本质差异,相应出现的不同形式表述仅仅逻辑地依赖被描述物质对象自身存在的差异。当然,也仅仅于此,才可能使用完全“统一”的概念和“无歧义”的陈述语言,以及由此而得以保证的逻辑相容性基本原则,揭示那些“独立于人们意识”以外,为量子力学希望和可能描述的那部分“客观存在”的物质世界。

根据且仅仅源于经典力学的基本原理,或者蕴涵于形形色色具体形式表述中的那些抽象存在的“共性”特征,而绝对不是刻意模仿那些可能被赋予完全不同特定物理内涵的不同“具体”形式表述本身,如果量子力学所研究的粒子系统同样只处于某种“保守力”场的作用之中,那么,最小作用原理可以直接表述成“能量极值原理”的形式。也就是说,对于式(7.4.3)所示,根据“最小作用原理”而构造的一般性变分原理

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min; Act. } (q_i, p_j, \chi_k) \\ \text{fine: } \Psi(x, p, t) \\ \text{s. t. : } \delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j) \\ \delta q_i, \delta p_j \in (-\infty, \infty) \end{array} \right. \in S_{\text{phy}} \cap t = t_c$$

可以表示为“能量变分”形式

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min; } \delta E (q_i, p_j, \chi_k) \\ \text{fine: } \Psi(x, p, t) \\ \text{s. t. : } \delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j) \\ \delta q_i, \delta p_j \in (0, \infty) \end{array} \right. \in S_{\text{phy}} \cap t = t_c \quad (7.6.1)$$

此时,对于能量变分中的能量,仍然需要按照式(7.4.7)的方式定义,即

$$\bar{E}(x, p, \chi) = \langle \Psi | E(q_i, p_j, \chi_k) | \Psi \rangle \in \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t)$$

另一方面,由于量子约束的存在,只能与式(7.3.3b)所示的状态空间

$$\begin{cases} s: (q_i, p_j, \chi_k) \in (S_{\text{phy}}, t) & i, j \in (1, 3n) & \chi = \pm \frac{1}{2} & k \in (1, n) \\ \delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j) \end{cases}$$

形成一种对应关系,因此,定义于粒子系统之上的“广义虚位移空间”只能与粒子系统状态空间的“半”空间对应,即

$$\epsilon_q: (\delta q_i) \quad i \in (1, 3n) \quad (7.6.2a)$$

或者

$$\epsilon_p: (\delta p_j) \quad j \in (1, 3n) \quad (7.6.2b)$$

与该“广义虚位移空间”对应,上述能量极值问题中的能量变分应该表述为

$$\begin{aligned} \delta E &= \sum_{i,j}^{3n} \left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial q_i} \delta q_i + \frac{\partial \bar{E}}{\partial p_j} \delta p_j \right) \\ &= \sum_i^{3n} \left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial q_i} + \frac{\partial \bar{E}}{\partial p_i} \frac{\lambda \hbar}{\delta q_i^2} \right) \delta q_i \end{aligned} \quad (7.6.3a)$$

式中已经考虑了能量极值原理中的量子约束条件。因此,相应存在另一种等价表述形式

$$\delta E = \sum_j^{3n} \left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial q_j} \frac{\lambda \hbar}{\delta p_j^2} + \frac{\partial \bar{E}}{\partial p_j} \right) \delta p_j \quad (7.6.3b)$$

当然,与刻画“运动学”过程特征的“虚广义位移空间”不同,粒子系统的能量以及任何一种形式的力学量,或者与这些力学量形成逻辑对应的某一个“确定”态,都必须定义在前述的,为式(7.1.2)所表示的“状态空间”

$$s: \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t) \quad i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n)$$

之中。

事实上,尽管为了刻画“离散”量子效应对于粒子系统运动状态的影响,能量极值原理中任何一种“广义虚位移空间”只具有 $3n$ 自由度,但是,同时必须牢牢记得:局限于这个特定的形式系统,人们无法也不能对量子效应的“细节”做出描述。因此,这个形式系统本质上存在两种完全不同的“时间”尺度,虽然许许多多不同量子效应的综合必然“真实地”对应于某一个“有限长”的时间历程,但是,局限于这个形式系统以内,它可能表现的只形式地属于一种“即时”效应。也正因为此,作为能量极值问题待求的“态函数”,以及与该“态函数”构成一一对应关系属于同一物质对象之上的所有力学量,作为“量子效应”的一种最终效果,它们只能定义在那个最初的状态空间之上。

需要意识到,量子力学分析中可能出现两种并不一致的“时间量度”基准,在原则上不会出现任何形式的逻辑悖论。事实上,正因为经典的量子理论实际上刻画的只是一种“即时”效应,所以在所有的实际问题处理中,才可能在出现量子效应以前、以后,实际上从来没有真正理会过 Schrödinger 方程,充分自由地应用“经典力学”中的形式表述,以展现“量子力学”所无法描述的粒子系统的运动规律。

显然,如果将此处重新构造的分析系统与量子力学的经典理论相比,它们在基本哲学理念和形式逻辑两个方面的认识上面都完全背道而驰:当量子力学经典理论否定自然科学中所有“基本原理和基本概念”必须具有“统一”意义的同时,却赋予不同特定的“形式表述”以一种“符

号”上的“绝对”的意义;与其恰恰相反,在我们坚信基本科学原理和概念必须严格统一,以保持所有相关科学陈述的严格逻辑相容的同时,不仅需要着重强调任何特定的形式表述只可能“条件存在”和“有限真实”的,甚至更为准确地说,如果没有对物质对象所作“理想化”认定的逻辑前提,任何一个形式表述以及形式表述中的所有形式量自身也不存在。其实,这样一些本来属于自然科学研究中的最基本常识,被 Einstein 过分轻信的“直觉和顿悟”粗暴地破坏了。

7.6.2 关于能量极值原理的补充说明

作为一个必需的补充陈述,首先需要指出,如果按照式(7.6.3)计算能量变分时,

$$\delta E = \sum_i^{3n} \left(\frac{\partial E}{\partial q_i} + \frac{\partial E}{\partial p_i} \frac{\lambda \hbar}{\delta q_i^2} \right) \delta q_i$$

并且,仍然采用式(7.4.7)的习惯方式定义平均量,即

$$\bar{E} = \langle \Psi | E | \Psi \rangle$$

则此处的能量变分为

$$\delta \bar{E} = \sum_i^{3n} \delta q_i \left[\frac{\partial}{\partial q_i} \langle \Psi | E | \Psi \rangle + \frac{\lambda \hbar}{\delta q_i^2} \frac{\partial}{\partial p_i} \langle \Psi | E | \Psi \rangle \right] \quad (7.6.4a)$$

其中

$$\frac{\partial}{\partial q_i} \langle \Psi | E | \Psi \rangle = \langle \Psi | \frac{\partial E}{\partial q_i} | \Psi \rangle + E \left(\langle \frac{\partial \Psi}{\partial q_i} | \Psi \rangle + \langle \Psi | \frac{\partial \Psi}{\partial q_i} \rangle \right)$$

相应存在

$$\frac{\partial}{\partial p_i} \langle \Psi | E | \Psi \rangle = \langle \Psi | \frac{\partial E}{\partial p_i} | \Psi \rangle + E \left(\langle \frac{\partial \Psi}{\partial p_i} | \Psi \rangle + \langle \Psi | \frac{\partial \Psi}{\partial p_i} \rangle \right)$$

考虑到重新构造的形式系统并没有引入虚数,而将经典量子力学希望通过虚数表述,但是实际上仍然无法表现的“相位”直接排除在形式表述系统之外,所以式(7.6.4a)所示的能量变分还可以直接写为

$$\delta \bar{E} = \sum_i^{3n} \delta q_i \left[\Psi^2 \left(\frac{\partial E}{\partial q_i} + \frac{\lambda \hbar}{\delta q_i^2} \frac{\partial E}{\partial p_i} \right) + 2 \Psi \frac{\partial \Psi}{\partial q_i} E \right] \quad (7.6.4b)$$

而且,与通常变分原理的一个本质差异在于:尽管这个变分表述中的自变量 δq_i 仍然应该作随意变化,但是,人们不能由此相应推导一个相关的微分方程。也就是说,不能由能量变分等于零的前提($\delta \bar{E} = 0$)求得每一个自变量变分 δq_i 的系数恒等于零的这样一个通常的推论,即

$$\exists : \left[\Psi^2 \left(\frac{\partial E}{\partial q_i} + \frac{\lambda \hbar}{\delta q_i^2} \frac{\partial E}{\partial p_i} \right) + 2 \Psi \frac{\partial \Psi}{\partial q_i} E \right] = 0$$

事实上,该自变量变分仍然出现在此处的表示式中。从数学上考虑,出现这样一种情况的原因在于,能量极值原理给出的微分约束不是通常的线性约束。而从物理上考虑,与离散量子约束形成一种完全的逻辑对应,相关的极值原理仍然是一个离散方程。

但是,如果把上述能量变分表述成另外一种形式:

$$\delta \bar{E} = \langle \Psi | \delta E | \Psi \rangle$$

则相应存在

$$\delta \bar{E} = \sum_i^{3n} \delta q_i \Psi^2 \left(\frac{\partial E}{\partial q_i} + \frac{\lambda \hbar}{\delta q_i^2} \frac{\partial E}{\partial p_i} \right) \quad (7.6.5a)$$

与前述的变分不完全相同。

此外,人们还需要意识到,正如注释^[21]曾经指出的那样,以“平方和”的形式定义平均量其实并不总是必要的,甚至可以说许多情况下这种定义形式并不合理。即使不直接采用式(7.5.4)所定义的几率表述,而延续与量子力学经典表述相对更为接近为式(7.4.5)所使用的“态函数”表述方法

$$\Psi(x, p, \chi) = \frac{\kappa(q_i, p_j, \chi_k)}{\sum_i \sum_j \sum_k \kappa(\delta q_i, \delta p_j, \chi_k)} \quad \in \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t)$$

$$i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n)$$

$$\delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j): 0 \sim \infty$$

与其构成逻辑对应,某任意物理量 A 的平均值表述为

$$\bar{A} = \sum_j \sum_k \int_0^\infty dq_i [A(q_i, p_j, \chi_k) \Psi(q_i, p_j, \chi_k)]$$

此时,原则上仍然需要根据这个表述构造相应的“能量极值原理”。实际上,如果能够将定态 Schrödinger 方程视为能量极值原理的一种近似表述,它与此处提出的平均化方法更为一致。也就是说,既然能量函数 E 作为粒子系统中的任意一个物理量需要定义在原来所说的状态空间之中,

$$E = E(q_i, p_j, \chi_k)$$

另一方面,“态”函数 Ψ 同样需要定义在这个相同的“状态空间” $s(q_i, p_j, \chi_k)$ 之中,并且因为已经被认定为与确定运动学状态所对应的几率,所以并不存在经典量子力学作为一种“人为认定”提出的方式,即

$$\bar{A} = \langle \Psi | A | \Psi \rangle$$

定义平均量,而可以直接按照态函数的几率内涵,形式地定义为

$$\bar{A} = \sum_{\text{for all}} \Psi A$$

当然,此时的能量变分为

$$\delta \bar{E} = \sum_i^{3n} \delta q_i \left[\Psi \left(\frac{\partial E}{\partial q_i} + \frac{\lambda \hbar}{\delta q_i^2} \frac{\partial E}{\partial p_i} \right) + \frac{\partial \Psi}{\partial q_i} E \right] \quad (7.6.6a)$$

于是,相应出现不同形式的能量极值原理。

进而,对于经典量子力学通常研究的处于保守力场中的“单粒子”系统,如果其能量取一种最简单的形式

$$E(x, p) = \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{p}}{2m} + mV(x)$$

则与式(7.6.4b)

$$\delta \bar{E} = \sum_i^{3n} \delta q_i \left[\Psi^2 \left(\frac{\partial E}{\partial q_i} + \frac{\lambda \hbar}{\delta q_i^2} \frac{\partial E}{\partial p_i} \right) + 2\Psi \frac{\partial \Psi}{\partial q_i} E \right]$$

对应的能量变分为

$$\delta \bar{E} = \sum_{\text{for all } \delta x} \delta x \cdot \left\{ \Psi^2 \left[m \nabla_x V(x) + \frac{\lambda \hbar}{m \delta x \cdot \delta x} p \cdot \nabla_p \right] + 2\Psi \nabla_x \Psi \right\} \quad (7.6.4c)$$

而与式(7.6.5a)

$$\delta \bar{E} = \sum_i^{3n} \delta q_i \Psi^2 \left(\frac{\partial E}{\partial q_i} + \frac{\lambda \hbar}{\delta q_i^2} \frac{\partial E}{\partial p_i} \right)$$

对应的能量变分为

$$\delta \bar{E} = \sum_{\text{for all } \delta x} \Psi^2 \delta x \cdot \left[m \nabla_x V(x) + \frac{\lambda \hbar}{m \delta x \cdot \delta x} p \nabla_p p \right] \quad (7.6.5b)$$

与式(7.6.6a)

$$\delta \bar{E} = \sum_i^{3n} \delta q_i \left[\Psi \left(\frac{\partial E}{\partial q_i} + \frac{\lambda \hbar}{\delta q_i^2} \frac{\partial E}{\partial p_i} \right) + \frac{\partial \Psi}{\partial q_i} E \right]$$

相对应的能量变分为

$$\delta \bar{E} = \sum_{\text{for all } \delta x} \delta x \cdot \left\{ \Psi \left[m \nabla_x V(x) + \frac{\lambda \hbar}{m \delta x \cdot \delta x} p \nabla_p p \right] + \nabla_x \Psi \right\} \quad (7.6.6b)$$

在以上所述的所有这些能量变分表述中, δx 是唯一的虚位移, 原则上它可以从 0 到无穷大之间变化。此外, 注意到

$$\nabla_p \frac{p^2}{2} = \frac{1}{2} \nabla_p (p \cdot p) = \frac{1}{2} (I \cdot p + p \cdot I) = p$$

式中 I 为单位张量, 因此, 以上各种形式的能量极值表述还可以进一步化简。当然, 如果人们把此处定义在 3 维空间中的位移梯度算子 ∇_x 和动量梯度算子 ∇_p 分别扩展到 n 粒子广义位移以及广义动量所张的 $3n$ 维空间, 那么, 以上表述原则上仍然可以用于 n 粒子系统。

这样, 出现了几种不同形式的能量极值原理。对于这些不同形式表述的优劣如何做出评判, 或许有待于数值计算与相关的实验验证。但是, 人们可以在一般意义上相信这些不同的形式表述都能够在“总体”意义上吻合于普适的最小作用原理, 而最小作用原理的存在基础正是相信物质世界必然以一种“最有效”形式实现属于自己运动的逻辑必然。但是, 一旦通过“形式量”将这些真实存在于物质对象之上的物理量加以表述的时候, 本质上已经融合了一种人为的主观意志在内。也正因为此, 尽管可以说某一个形式表述是合理的, 因为, 它符合一般的物理学原理, 但是, 任何一种“形式表述”永远不可能绝对真实, 形式表述本身就是对物质对象所作的一种“理想化”认定。在以上所有的表述中, 都是以“位置坐标”的变化定义为“广义坐标的虚位移”, 当然, 人们还仍然可以采取完全相同的方式, 将“广义坐标虚位移”定义在广义动量坐标之上。

7.6.2A 关于量子效应“离散”本质的一个补充陈述

需要注意, 此处关于如何具体构造能量函数的问题, 仍然属于大体沿用或者希望模仿量子力学经典理论基本思想的讨论范畴, 或者反映了笔者反思量子力学曾经真实存在的思维痕迹。同样, 也正是在这样一个“不当”思维基础之上, 重新检讨 Schrödinger 方程或者为这个方程的存在寻找某种“大概”依据的。

事实上, 如果承认 7.5 节重新定义态函数的方式以及在此基础所构造的形式系统, 那么, 根本无需也不允许将求解某物理量平均值的问题定义为“单个”位移空间或者“单个”动量空间中的积分, 相应出现一系列与“微积分”相关的形式表述。事实上, 由变分原理求得“若干”个“优化解”所构造的“有限”序列, 才可能更为恰当地对应于希望表现的“离散”量子效应, 并且, 也可以更为方便地直接用于求解粒子系统上所有物理学量的平均值。或者说, 在原则上, 难以为 Schrödinger 曾经存在的“事实”真的提供任何有意义的物理依据。

再一个问题, 或许也可以被视为最值得人们特别关注的重要问题之一则是: 在量子力学分析中, 并非所有问题总涉及“离散”的量子效应, 以及由“最小作用原理”或者“能量极值原理”所构造的变分原理, 求解 Dirac 正确提出“两个不同 Bohr 轨道”中那个未知的“最终轨道”问题。例如, 在前述的 Stern-Gerlach 实验分析中, 并不需要求解对应于“能量极值原理”的“态函数”。

不难发现, 量子力学整个经典分析其实仅仅向人们展现了这样一个基本事实: 这就是原子中的电子由于

承受量子效应的作用,它的运动学状态只能处于一种“离散”的“分裂”状态,或者说,相应于 Dirac 所说的不同 Bohr 轨道,包括自旋量子数在内的广义坐标通常只能取“离散”值。于是,正因为此,在“外磁场”的作用下,电子的自旋状态在获得“定向”的同时,却因为自旋量子数的两种取值可能,所有运动原子中的电子被自然地分为“两类”,并且,由于两类不同的电子承受不同方向的力作用,相应形成两束不同的电子束。但是,量子力学的整个经典分析却没有能够形成这样一种理性意识:对于微观粒子可能“离散”的状况,绝对不可能成为正如 Schrödinger 波动方程这些建立在“连续可微”前提下微分方程的自然推论,相反,对于微观物质世界中基于量子效应而出现“离散”特征的前提性确认,只能成为构造与其对应的某一个恰当形式表述的存在条件或者物质基础。

当然,这也是在这个问题的实际讨论中,人们虽然在形式上首先拿出 Schrödinger 方程作为相关分析的基础,但是,从来没有完整地求解过这个方程,或者说,只是作为一种无理的“人为”认定,根据求解该方程所得的“本征函数”作为分析电子不同运动学行为的依据。人们必须牢记,任何形式表述只可能条件存在、有限真实,因此,需要自觉地寻找形式表述得以存在的逻辑前提、有限物理内容及其必然存在的限制。自然科学研究中,实验验证是必须的,但是,一种重复性实验的实验验证过分简单和容易,没有本质意义。长时间以来,在主要由西方学者所构造的现代自然科学体系中,往往总习惯于把某一个特定形式表述视为一种能够“普遍存在的万宝灵药”,进行完全不讲究逻辑前提的无穷演绎,并且,在恣意违背自然科学必需的逻辑相容性的同时几乎拒绝任何批判,这种做法不仅过分简单和幼稚,也过分粗暴和无理,极大阻碍了自然科学的正常发展。使用科学语言进行批判和争论,不仅应该是一切科学研究者拥有的权利,还是促进科学正常发展的必经之途。

7.6.3 定态 Schrödinger 方程与能量极值原理粗糙联系的“说明性”分析

无论怎样,一些经验事实似乎说明,量子力学经典陈述中的定态 Schrödinger 方程如果能够求解,那么,与该方程所对应的本征函数,在许多情况下的确能够展现与实验结果基本保持一致的有用信息。因此,人们需要对这个事实做出一种大概合理的解释。

许多简单情况下,单粒子的定态 Schrödinger 方程可以表述为

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_r^2 + U(r) - E \right] \Psi = 0$$

按照经典量子力学,式中的 $U(r)$ 和 ∇_r 通常称为系统的能量算符和梯度算符,此时它们都仅仅定义在“位置坐标 r ”空间之中。如果能够不计常数影响,并且,仍然从“本征值方程”的角度重新考察该方程,那么,该方程大体表现了这样一种对应关系

$$\left(\frac{c}{\delta x_i \cdot \delta x_i} - \delta U \right) \Psi \approx 0 \quad (\text{A})$$

另一方面,在分析“态函数”的物理内涵时曾经指出,态函数本质上表现“量子效应”所激发的一种运动学状态的变化,

$$\Psi(x, p, \chi) \leftrightarrow \{ \Delta q_i, \Delta p_j, \chi_k \} \in (S_{\text{phy}}, t)$$

$$i, j \in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n) \quad t = t_c \quad \Delta \tau \approx 0$$

再对照式(7.6.3)所示的能量极值原理

$$\delta E = \sum_i^{3n} \left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial q_i} + \frac{\partial \bar{E}}{\partial p_i} \frac{\partial \hbar}{\partial q_i^2} \right) \delta q_i \quad (\text{B})$$

如果,将该能量变分划分成势能变化和动能变化两个不同的部分,它们分别与“位置坐标”和“动量坐标”直接对应,这样,在式(A)和式(B)之间能够存在这样一种大致的对应

$$\delta U_{\text{pot.}} : (E - \delta U) \Psi \sim \frac{\partial E}{\partial q}$$

$$\delta U_{\text{dyn.}} : \frac{1}{\delta x_i \cdot \delta x_i} \sim \frac{1}{\delta q_i \cdot \delta q_i}$$

于是,人们可以做出一种“大概”的推断:在“定态 Schrödinger 方程”与具有普适意义的“能量极值原理”之间,十分粗糙地存在着这样一种人们所期待的对应关系。

显然,此处给出的所有陈述充其量只能被视为一种“说明”,而且这种说明在逻辑上还十分的勉强。但是,或许也仅仅因为这种对应关系的勉强存在,由定态 Schrödinger 方程所构造的“本征值”问题,能够在若干场合下大体刻画与“量子效应”相对应的一种“能量极值”状态。于是,也只是在这个特定意义上,正如谐振子分析中所显示的那样,可以把定态 Schrödinger 方程所定义的“离散”本征函数,视为刻画量子效应的一种“过分粗糙”的近似表述。但是,无论怎样,也不可能由 Schrödinger 方程出发,求解不同的“量子数”或者求解由这些量子数共同定义的“状态空间”。

7.6.4 关于定态 Schrödinger 方程与能量极值原理一个经典等价性证明的简单分析

在量子力学经典陈述的框架以内,人们曾经构造了一个数学证明,说明定态 Schrödinger 方程的确能够与能量极值原理存在一种等价关系。现在,首先转录一个相关的证明,继而指出该证明中存在的逻辑不当。

考虑到粒子系统的能量表述

$$E = \langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle$$

式中,Hamilton 算符通常又称为能量算符。根据能量极值原理,能量变分等于零

$$\delta E = \delta \langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle = 0$$

另一方面,态函数存在归一性条件

$$1 = \langle \Psi | \Psi \rangle$$

根据约束条件下的变分原理,引入 Lagrangian 乘子 λ ,于是有

$$\delta [\langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle - \lambda \langle \Psi | \Psi \rangle] = 0$$

将其展开

$$\begin{aligned} & \langle \delta \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle + \langle \Psi | \hat{H} | \delta \Psi \rangle - \lambda \langle \delta \Psi | \Psi \rangle - \lambda \langle \Psi | \delta \Psi \rangle \\ &= \langle \delta \Psi | [\hat{H} | \Psi \rangle - \lambda | \Psi \rangle] + [\langle \Psi | \hat{H} - \langle \Psi | \lambda] | \delta \Psi \rangle \\ &= 0 \end{aligned}$$

因此,满足能量极值原理的态函数,必然满足如下所示的本征值方程:

$$(\hat{H} - \lambda) | \Psi \rangle = 0$$

而该方程正是定态形式的 Schrödinger 方程,而原来作为 Lagrangian 乘子所引入的常数 λ 恰恰等于系统的本征值能量。于是,最终证明了量子力学基本方程能够与能量极值原理保持一致。

针对上述的经典性证明,下面进行若干简单的分析:

首先,人们不难发现,如果上述证明严格成立,那么,因为整个证明完全独立于 Hamilton 算子的具体构造,所以仅仅从形式逻辑考虑,可以使用任何其他形式的算子取代 Hamilton 算

子,即总存在:

$$\delta\langle\Psi|\hat{A}|\Psi\rangle=0\leftrightarrow(\hat{A}-\lambda)|\Psi\rangle=0$$

进而按照经典量子力学,此处所引入的算子如果对应于某一个特定的“力学量”,则该推论意味着任何“力学量”同样满足极值原理。当然,这样一种推论缺乏必要的物理基础。

此外,考虑到定态 Schrödinger 方程中的本征值 λ 直接对应于粒子系统的能量“分立”值。与这样一种理解大致对应,在式(7.6.3)关于能量极值原理的重新构造中,常数 λ 存在于特定的量子约束方程之中:

$$\delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j)$$

相应存在特定的物理内涵,用以表示离散“量子作用”的幅度。因此,常数 λ 不是任意的,且不同于此处关于 Schrödinger 方程与能量极值原理所作等价性分析中引入的常数 λ 。事实上,吻合于“几率”表述的通常存在的“归一性”要求,几率表述总可以在相差一个任意“常数”的条件下得以满足,这样,上述证明中引入的 Lagrangian 乘子 λ 实际上并不具有任何确定性的物理意义。

当然,也正因为上述经典证明可以无条件地用于任何算子,常数 λ 必须也能够对应于任何形式的力学量极值,所以也不可能赋予该常数以特定意义。

因此,人们可以合理地认为,上述以适用于“任何”形式算子之上的对应关系

$$\delta\langle\Psi|\hat{A}|\Psi\rangle=0\leftrightarrow(\hat{A}-\lambda)|\Psi\rangle=0$$

为基础,关于定态 Schrödinger 方程和能量极值原理之间存在等价关系的经典分析,不能被视为一种真正有效的等价性证明。如果与前面所述一个十分粗糙,并且只能被称为“说明性”的证明进行比较,人们可以发现,即使允许说定态 Schrödinger 方程能够在“大体意义”符合于能量极值原理,那么,这种大致对应的唯一基础就是在式(7.6.5a)所示的能量变分

$$\delta E = \sum_i^{3n} \left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial q_i} + \frac{\partial \bar{E}}{\partial p_i} \frac{\lambda \hbar}{\delta q_i^2} \right) \delta q_i$$

所引入的,一个定义于“广义虚位移”空间之中仅仅具有“形式”意义的能量变分算子

$$\delta E: \sum_i^{3n} \left(\frac{\partial}{\partial q_i} + \frac{\lambda \hbar}{\delta q_i^2} \frac{\partial}{\partial p_i} \right) \in (\delta q_i)$$

也就是说,之所以可以“近似”地认为定态 Schrödinger 方程能够在一定程度上符合能量极值原理,它的主要原因也仅仅在于:某一个实际使用 Schrödinger 方程中的 Hamilton 算子,可能与此处提出的能量变分算子之间的确存在着某种“细微”近似而已。

事实上,人们总可以相信,如果关于某一个“算子”不同具体“表述形式”所作的等价性证明,完全独立于“算子”自身的形式定义,那么,只能说明这两个“形式表述”自身存在等价性,并不能说明这个算子自身所具有任何特定物理意义。

当然,从“量子力学”的角度考虑,Schrödinger 方程的最根本问题或许正如 Schrödinger 本人曾经一再坚持的那样:一个必须以“连续可微”条件为存在前提的波动方程,与 Dirac 所说必须定义于“两个不同 Bohr 轨道”之上,为量子力学希望表现的“量子跳跃”本质之间,两者在逻辑方面根本毫无关联。事实上,如果从微分方程的通常理念考虑,由定态 Schrödinger 方程所决定,一个“无以穷尽”的本征函数“集合”本质上属于一个不可分割的“有机”整体,把形式上“分立”本征函数分立开来考虑没有任何意义。因此,关于纯粹源于“思维实验”杜撰而得的 Schrödinger 方程的讨论,其实随着量子力学形式系统的重新建立已经变得不再具有任何根本

意义,这样的讨论只不过用以反思人类认识史中的某种真实存在的思维痕迹罢了。

7.6.5 定态 Schrödinger 方程和能量极值原理关系的一般辨析

汤川秀树的许多论述是非常吸引人的,在其所著《经典物理学》中曾经说出这样一段发人深省而富有哲理的话^①:“假如运动方程是掌握自然现象的本质并对这种现象作了一种准确的描述,那么,在其应用的范围内,该方程应该有解,而且,具有单一解。从经典物理学的立场来说,这是必然的,因为自然现象本身就是解。”

因此,如果说许多量子力学经典著述都曾经这样指出:“如果量子系统的 Hamilton 量简单,则可以严格地求出体系的 Schrödinger 方程的精确解。但是,这样的问题是很少的。在大量实际问题中,由于 Hamilton 算子比较复杂,难以求出其精确解,往往只能采取近似方法求得近似解”,那么,人们不能不心存一种必要的敏感——对于依赖“算子”的人为认定而建立起来的经典量子力学,以及对 Schrödinger 方程几乎明显存在逻辑不当,可能都需要进行重新评价。其实,正如 Popper 的“证伪”学说着重表明的那样,因为“经验证实”无以穷尽,所以任何“经验证实”对于证明某一个陈述的普遍真理性永远不具决定意义;相反,即使仅仅从纯粹的形式逻辑考虑,“证伪”则不然,任何一次“证伪”都足以对某一个陈述构造的完全否定提供可信依据^②。

事实上,科学判断的真正本质还不在于对“真理体系”所作的“证实”或者“证伪”上,最为根本的仍然在于并不存在“普适真理”体系的讨论前提,除了保证整个“科学语言”系统自身的严格“统一”以外,任何科学陈述都只能条件存在、有限真实,决定于它所描述的那个被赋予特定意义的“理想化”物质对象。因此,人们不应该忘记这样一个基本事实:为 Schrödinger 首先提出,并且以他的名字命名的量子力学基本方程,缺乏与其对应作为逻辑前提存在的物质基础,而且是首先有了“物质波”的解,然后采取一种纯粹拼凑的方法构造出来的。虽然任何人不能否定 Schrödinger 在数学思考上这样一种特殊的敏锐性或者才干,但是问题在于即使对于存在“量子效应”的物质世界,为什么需要独立于“不同”物质对象自身,必须“普遍”地满足这个方程,将这样一个特定的“形式表述”前提性置于同样充满“复杂性”的整个微观物质世界之上,将其无条件地界定为整个量子理论一种纯粹“形而上学”意义上的形式基础,以至于至今还不知道该形式系统所描述的物质对象是怎样一个过分反常的问题呢?

其实,在量子力学所研究的整个领域中,例如前面分析所指出的 Stern-Gerlach 实验那样,存在许许多多并不总需要借助 Schrödinger 方程加以描述的物理真实。当然,同样为某些量子力学著述所表明的那样,许多研究者其实早已注意到了这样一些基本事实,曾经明确指出:“波函数在哪一段过程中由 Schrödinger 方程来确定,从什么时候开始发生波包缩编,以及缩编到什么本征态,这些都取决于实验者的安排和选择。这就造成了量子力学中区分主观和客观的困难和任意性。”但是,全部问题在于这个理论体系的构建者在构建之初已经放弃了科学陈述的“无矛盾性”原则,不仅公

① 在笔者的其他著述中也曾经不止一次引用过这一段话。当然,为了尊重汤川秀树的原意,不得不指出他最初提出这样一段陈述时,本来是希望利用一种朴素和自然的哲学理念,以说明流体力学中 Navier-Stokes 方程几乎必然拥有一种“无可非议”的合理性,也就是说,汤川秀树的取意与笔者始终强调任何形式表述只可能条件存在、有限真实的基本理念完全相反。但是,能够明确指出以自存的物质世界作为考察自然科学的唯一基础,仍然极大差别于目前科学世界普遍存在以承认“第一性原理”为表现的“神学”理念,相应表现出汤川秀树哲学思想中的一种朴素唯物主义的思维光芒。

② 当然,如果人们真的能够接受这样一种证伪学说,那么,当 Heisenberg 等开拓者在建立量子力学整个形式系统之初,由于“无视”或者“默认”一切科学陈述必须严格遵循的无矛盾性,而将整个量子力学的基础仅仅建立在“实验室”的实验验证之上的时候,已经注定了这个形式系统不可能最终真正获得成功。

然允许形形色色“矛盾”的“前提性”存在,甚至以“构造概念”作为基本手段,从而在本质上已经彻底放弃了以“逻辑相容性”为本质内涵的“科学批判”。因此,在这样一种特定的“反常”情况下,对于任何一个研究者如果缺乏“足够”的自信力以及一种极其“严肃认真”的科学态度,尽管可能发现相关论述中大量存在基元概念紊乱以及形式思维中的太多逻辑悖论,但是,如果不敢对这种公然存在的“完全非理性”思维基础进行认真反思和提出挑战,那么,最终只能承认所谓的“量子力学区分主观和客观的困难或者任意性”,进而陷入“神学”意识所构造的纯粹自我解嘲之中。在自然科学研究中,如果缺乏“形式语言”的严格对应,任何属于纯粹“思辨哲学 (Speculative Philosophy)”范畴的“语词”争辩其实都是空泛的,不可能形成具有“确定”意义的逻辑判断。

因此,在需要重新认识和评价 Schrödinger 方程的时候,人们始终不应该忘记在建立经典量子力学之初,存在于不同创建者之间这样一个至今也没有真正解决的前提性重大争论,这就是,在量子力学的“连续性”形式表述与其希望表现的“离散”物理真实之间,存在着一个不可回避的巨大矛盾。

许多历史文献中,记载了那些曾经存在于创建量子力学理论体系的争论:“尽管 Bohr 捍卫‘波动理论’的物理重要性,但是,强烈反对 Schrödinger 那种‘按字面’诠释‘物质波’并从而避免不连续的‘量子跳跃’的企图”;“Schrödinger 不但把‘定态’诠释成‘驻物质波’,而且,还把这种定态之间的跳跃描绘成一种‘连续’过程。甚至解释,假如必须坚持这该死的量子跳跃,就悔不该过问‘量子理论’了”;以至于 Heisenberg 讲出这样的话,“我发现 Schrödinger 这个人有多好,他的物理学就有多怪”……

重新提出这些争论的原因仅仅在于所有的这些问题都没有解决。Schrödinger 是诚实的,对于一个定义在“连续数域”空间之中,并且必须以函数的“连续可微”作为逻辑前提而存在的“波动方程”,当然与离散的“量子跳跃”之间没有逻辑关联。但是,争论的双方没有认识到“物质波”假设必然造成的悖论前提,面对复杂的物质世界,任何形式表述只能条件地、有限真实地存在着。但是,概念必须具有确切的内涵,在物质世界中,粒子与场真实地发生着形形色色的转化。但是,作为对于物质存在形式的两种不同理想化认定,粒子永远不同于场,前者的基本运动形式是位移,而后者本身没有属于自身的几何,它的唯一运动形式只能是形形色色“扰动”的传播,根本不同于自身的位移运动。如果一旦否定了概念、形式表述语言的确定内涵,本质上连争论的基础和前提都不再存在。当然,这也是当 Einstein 采用一种十分平常的“理性”认识,批判经典量子力学明显存在的否定“不依赖感觉、测量的物理实在要素”非理性意识感到无比“委屈、不平和意外”的缘故。

事实上,对于式(7.6.1)所示的能量极值原理

$$\begin{cases} \text{Min: } \delta E(q_i, p_j, \chi_k) \\ \text{fine: } \Psi(x, p, t) \\ \text{s. t. : } \delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j) \\ \delta q_i, \delta p_j \in (0, \infty) \end{cases} \in S_{\text{phy}} \cap t = t_c$$

尽管人们可以将表现“量子效应”的最终结果,定义在由“广义坐标”所构造的连续“状态空间”中的“态函数”仍然视为一种连续函数,当然这个要求并不必要,但是,离散“量子约束”条件的存在,使得整个形式系统与“量子效应”本质蕴涵的“量子跳跃”构造了一种自然的逻辑关联。因此,尽管此处引入的形式表述仍然只是条件存在、有限真实,但是,它绝对不是 Schrödinger

波动方程的一种近似表述,相反,波动方程自身充满矛盾,充其量只能视为能量极值原理的一个非常粗糙的近似表述。

人们指出,物质世界本质上是离散的。其实,这种离散本质的全部意义仅仅在于形形色色“差异”的真实存在,几乎不可能使用某一个以“连续可微”为逻辑前提的解析形式表现人们所面临的那个复杂物质世界。在这个意义上,现代自然科学研究中,不是求解某一个解析方程,相反,借助计算机求解那些能够“大体”上满足一般性原理的解,同样体现了一种蕴涵于物质世界中的逻辑必然,而独立于人们对于任何一种特定方程形式过分期待的纯粹人为愿望。因此,并不只是因为容易求解的原因,而基于物质世界自身的本质蕴涵,人们需要也能够直接求解那些“离散”方程。

7.6A 切实反对自然科学研究的“人文化”庸俗作风和“神学化”倾向

自然科学研究以“自存”的物质世界作为人们的研究对象,因此,赋予自然科学的使命在于:努力寻找独立于人的意识、感情等所有隐含着主观色彩的东西。但是,人总是有感情的,即使在自然科学研究中,作为研究者的人仍然不可能完全脱离种种感情的驱使。如果说,作为一个普通的东方人,在阅读一些历史文献时,不能不对 20 世纪科学世界对于以“逻辑自治性”为全部内涵的理性原则的公开放弃,在面临复杂物质世界时表现的一种过分“无奈”,乃至企图借助不断修正概念和语言自身去认识和表现物质世界的同时,却如此过分简单和幼稚地追求某一个统一的形式表述而深感困惑、不解和惋惜,但是,仍然对于 Bohr, Schrödinger, Heisenberg 等许多为开创经典量子力学做出巨大贡献奠基人的真诚和不懈努力充满深深的敬意。

其实,科学的神秘化纯粹是人为的,尽管这样一种神秘化或许往往出自人类某种共存的朴素和善良愿望。但是,科学神秘化本身必然伴随着思维意识中某种自然存在的幼稚乃至无知。“知之为知之,不知为不知”,不仅刻画了任何学习者与研究者必须具有的一种道德素养,还表现了认识思维中一种“辩证”法:为人类构造的知识体系自然地构造了一种“有限”论域。因此,对于一切知识必须付之以绝对的真诚,不让自己放过任何可能存在的认识困惑或者认识悖论。并且,总可以坚信:那个人类期望认识的物质世界无以穷尽,充满着形形色色的差异,绝对谈不上 Einstein 期待的所谓“简单、统一、和谐”的问题;但是,对于用以描述物质世界的科学体系,则应该自然地满足“简单、统一、和谐”的要求。所谓“简单、统一、和谐”的全部存在基础无非在于科学陈述的严格无矛盾性,即形式系统和理想化物质对象以及不同形式表述之间的严格无矛盾性。如果不能保持概念的严格统一,则不可能存在科学的共同语言,相应地不可能对千差万别的物质世界做出描述。也正因为此,真正科学的必然容易为人们理性接受。

因此,即使 Einstein 的理论能够“真正”符合于许多物理真实,但是,当一旦把自己构造的理论体系完全建立在“直觉和顿悟”之上,并且,不可也不允许做出以“逻辑相容性”为本质内涵的解释时,已经自然地把自己置于超越他人的位置之上。在这个意义上,自然科学中的任何一个研究者,纵然能够有所成绩,恐怕仍然需要有意识地约束自己,把自己置于“平凡人”之中。理性意义正在于认识的“平凡”性之上。

如果说,从 Bohr, Heisenberg 等人的文字中,不仅可以常常体会到他们在开创量子力学过程中所付出的艰辛劳动和许多理性意识的朴素光芒,人们也往往可以感受到他们科学研究中持有严肃认真的态度,以及由于“概念的不统一”而在内心隐约存在的无奈和不安,那么,这样的感觉在阅读 Einstein 以及 Dirac 的论述时则荡然无存。如果说在进入现代自然科学体系进行真正独立思考以前,任何人都不能不以一种类似于一种“宗教意识”的心灵震撼“仰视”整个现代科学世界的话,那么,笔者不想现在隐瞒阅读他们文字时的一种内心痛楚。特别是对于他们进行那些没有任何理性可言的“形式模仿”,表现出一种过分“心安理得”或者“洋洋自得”的心态时,这样的痛楚甚至变为一种难以遏制的厌恶。或许这也是现代科学主流社会往往将 Dirac 与 Einstein 的哲学理念并列在一起,加以特别称赞的缘故。

或许 Dirac 对于“符号”有一种特别的偏好,对符号背后的“概念”或者整个形式系统所描述的“物质对象”本身却似乎没有太多的兴趣。正因为此,在他一方面否定经典理论,或者认同将自然科学中的“不同学科”决

然隔绝开来的同时,却将经典理论中的许多“符号系统”不加任何证明地引入一个他所说的一个“革命性”的新理论体系,以至于只能将这种纯粹的“符号模仿”称为“游戏”,表现了对科学概念乃至自然科学研究一种过分的随意性。因此,当人们需要重新审视整个经典量子力学体系时,可以合理地指出,与其说 Dirac 所引入符号给量子力学整个形式系统的构建带来方便,不如更为本质地说:正是对于“经典理论”和“实验事实”一种过分简单也过分形而上学的“符号模仿”,不仅事实上形成整个量子力学对于“形式逻辑”所构成的彻底否定,还掩饰了这个陈述系统中许许多多的认识悖谬,乃至将这种认识加以形式化,从而使得人们在“简单实验”面前更为逼近经验事实的同时,却更为远离以“逻辑相容性”为本质内涵的理性认识。

因此,在现代自然科学研究中,需要特别防止自然科学研究的“人文化”倾向,坚决反对自然科学研究中的“仁者见仁、智者见智”的不良习惯。自然科学研究中的“正误真伪”是可鉴别的,这个唯一的判断标准就是“逻辑自洽性”原则——形式系统与所描述理想化物质对象之间的严格逻辑相容性以及建立在不同理想化物质对象之上不同科学陈述系统之间以维护科学语言纯洁性为根本内涵的逻辑相容性。鼓励科学创新和允许学术争鸣的自由,绝不意味着放弃“科学批判”的庸俗化作风。相反,一个正常的科学创新机制,恰恰依赖“科学批判”机制的正常化。

事实上,在人类面对物质世界中真实存在形形色色愈益复杂的“交叉”现象时,一个偏离真理更远的认识系统,只能使人们的认识陷入混乱,并且还会使得自然科学堕落为以“宗教情结”为唯一支撑的现代“神学”。

7.7 Feynman 路径积分反思及其重新构造

对于 20 世纪的科学世界,曾经存在这样一种基本共识:随着 Heisenberg 和 Schrödinger 于 1925 年至 1926 年间分别提出他们的矩阵力学和波动方程,现代量子力学的基本理论体系实际上也就得到了建立。但是,时隔 20 多年以后,于那个世纪的 40 年代末,Feynman 独立提出了一种称之为“路径积分”的方法。

人们通常这样指出:“Feynman 不迷信任何权威,独立地从头研究了全部量子力学的结果。一方面写出可供我们借鉴的对量子力学原理独树一帜的讲法;另一方面,基于对几率幅叠加的研究,发展出继 Schrödinger 波动方程和 Heisenberg 矩阵力学之后,量子力学的第三种表达形式——路径积分方法。”但是,如果整个量子力学经典表述的物质基础和逻辑前提存在根本问题,而且,正如前面分析已经严格证明 Schrödinger 波动方程与 Heisenberg 矩阵力学本质上毫无关联的时候,Feynman 的路径积分真的能够改变目前量子力学“经不住推敲”的这样一种基本现状吗?

从现代量子力学著述之中可以看到,人们大多给予 Feynman 独立研究工作以非凡的高度评价,此处不妨再大致摘录一二如下:

“Feynman 才 20 几岁时,年长的 Wigner 就赞扬过:‘他是第二个 Dirac,属于一个时代的人物。’Feynman 的挚友 Dyson 则做出这样的描述:‘Feynman 是个极有独创性的科学家,不把任何人的话当真。这就意味着他得自己去重新发现或者发明几乎全部物理学。为了重新发明量子力学,他专心致志工作了五年。他说他不能理解教科书中所教量子力学的正规解释,所以必须从头开始,实在成为一种壮举。’

的确,对于喜欢刨根问底的读者说来,流行教科书里关于量子力学基本原理的某些阐述往往是经不住推敲的。在 Feynman 的眼里,这一问题是这样严重,以至于断言:‘我可以放心地说,没有谁理解量子力学。’”

7.7.1 路径积分方法的重新认识

在谈及这个方法时,现代著述往往这样指出,因为路径积分方法不再使用“算符”,而仅仅

涉及经典意义的力学量,所以不仅容易为人们理解,而且在许多实际问题中能够得到比较好的应用。另外,一些著述还指出另一个相关的重要事实,这就是路径积分将经典作用量与量子力学中的“相位”构成了一种联系。后者如果是真实的,则逻辑地告诉人们,路径积分方法应该具有一种能力,能够在一定程度上刻画前面多次提到与量子作用“细节”相关的影响。

下面将分别从两个不同的层面出发考察 Feynman 路径积分方法取代量子力学中算子的意义,以及可能蕴涵或者希望表达的本质内涵。

首先,从一般的哲学理念考虑。原则上,如何能够成功地构造一种方法,使得人们不必再借助“必须改变通常概念”这样一种途径,而仍然使用具有“普适”意义的一般“力学量”,取代量子力学中那些“既不具确定形式定义同时也不具任何确定物理内涵”的“算符”,最终实现以“统一”语言形式地表现量子力学过程的目的,应该被认作是一次重大的认识进步。从认识论的角度考虑,这种意识同时隐含着使量子力学摆脱“第一性原理”的一种努力,尽管它往往只起源于“实际计算”中的某些原因。但是,如果这样一种努力能够获得成功,那么,它将明确无误地告诉人们,在建立量子力学之初,曾经为 Heisenberg 诚实断言“使用通常的运动学概念诠释量子力学在任何情况下都不可能”的论断并不恰当。其实,不难发现,在所有的量子力学思考模式中,人们从来没有真正放弃过“经典理念”,或者也根本不可能超脱经典概念所蕴涵的确定意义去思考物理学过程,只是作了一种过分实用主义的人为取舍罢了:合意者用之,不合意者则弃之。因此,人们也不得不深刻认识乃至最终彻底抛弃 Dirac 的那种纯粹自欺欺人的思维模式:一方面过分随意使用经典力学中的形式表述,仅仅使用一种纯粹“形式模仿”的方式去构造他所说的“新理论”;另一方面,却又不断告诫人们,量子力学和 Newton 力学体系在基本理念上是完全相悖的。当然,按照 Dirac 的实用主义法则,两种力学体系的不一致性,仅仅是针对量子力学和不包含 Hamilton 陈述的 Newton 力学体系而言的。

其次,再从另一个角度,即从较为实用主义的角度重新审视算子的存在。事实上,即使允许接受 Heisenberg 的论断,能够并且必须将自然科学中的量子力学体系仅仅降格为一种实验室的“数据”系统,但是,由于量子力学并不能赋予“算子”以确切的形式定义和物理内涵,同样由于 Schrödinger 方程完全基于“思想实验”中类似于“物质波”这样一些纯粹“虚拟概念”人为创造而成,人们几乎可以立即断言,对于汤川秀树曾经指出“自然现象本身就是解”的那个解,不可能为这些“依赖于想象,并且明显存在种种矛盾的不同概念系统”而构造的不同形式表述所“同时”描述。当然,由于形式系统中的基元概念并不统一,也就无法构造一个“可信和统一”的实验室数据系统。因此,对于量子力学中不同人为构造的“算子”,尽管人们心甘情愿地只把它们与不同的理想化“测量”构成一种勉强的关联,并且使用“以其人之道还治于其人之身”这样一种无可非议的方式,完全不在乎 Einstein 针对“算子”必然在逻辑上构成对“态”一种否定的批评,但是,即使从纯粹“实用主义”的立场出发,由于存在于人们“想象”之中的形形色色算子,不具确定意义,彼此之间并不统一,也只能从相关的形式表述中被彻底抛弃出去。

事实上,在上述重新构造的量子力学形式表述中,不仅“无需”引入算子,更为本质的是“没有”这些人为构造算子得以存在的独立地位,或者说,根本没有“拥有这些算子”的确定逻辑主体。算子蕴涵某种确定的运算,或者表现为一种确定的“属性”,如果拥有这些属性的逻辑主体尚不存在,又何以谈及这些特定运算或者属性自身的存在呢?

在进一步分析 Feynman 路径积分前,值得再次考察式(7.4.3)所示,为量子力学体系重新构造的一般性变分原理,

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min: Act } (q_i, p_j, \chi_k) \\ \text{fine: } \Psi(x, p, t) \\ \text{s. t. : } \delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j) \\ \delta q_i, \delta p_j \in (-\infty, \infty) \end{array} \right. \in S_{\text{phy}} \cap t = t_c$$

整个形式表述定义在作为量子系统理想化定义的状态空间 (q_i, p_j, χ_k) 之中。

显然,能够确信这个形式表述能够形成一种“仍然只是大概真实,但是却完全合理”描述的原因,在于且仅仅在于这样一种完全决定于被描述物质对象自身,当然也极为“平凡和通常”的理念:量子力学所研究的“物质对象”只要能被大概合理地视为一种理想化的粒子集合,那么,形式系统的“状态空间”中不同广义坐标所定义的状态则自然成为“大体真实和确定性”两种特征互为依赖和并存的描述。此外,这个粒子系统如果还存在着为“量子约束”

$$\delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j) \quad \lambda = 1, 2, \dots, n$$

所描述的某种真实的物理作用,也就是说,在这个真实的量子效应存在过程中,“量子约束”同样成为一种完全独立于人们意志的一种物理实在。而且,根据 Planck 最早发现的“量子化”经验事实,虽然并不知道量子效应的真实历程或者这个物理过程的细节,但是,仍然仅仅根据对于“自存物质世界”必然独立于人们的意志,只能以一种“最有效”方式实现“仅仅属于物质对象自己的运动”的这样一种以客观事实为基础,并且符合理性意识的基本科学信念做出断言:尽管不同量子作用中的不同细节对应于并不相同的量子作用结果,但是,只要这些量子作用的次数足够多,那么,作为无以计数次量子效应的一种“统计”表述,那个能够满足“最小作用原理”的态函数,自然成为与实际状态偏差最小的一种统计描述。

因此,对于这个重新构造的变分原理,它的全部合理性并不是渊源于某一个智者的“直觉”意志,而恰恰与“第一性原理”相反,仅仅依赖于被描述的特定物质对象与其经历的物理真实。当然,必须始终形成一种“自觉”意识——对于物质对象任何形式的认定都不可能绝对真实,或者说,科学陈述的真理性恰恰依赖于它的有限真实性而存在。因此,人们永远只能在相对真实地对物质世界的某一个特定部分做出认定的基础上,做出一个有限真实,但是却永远符合一切科学理念与彼此严格逻辑相容的描述。

当然,与此处重新构造的一般性变分原理完全不同,构造 Feynman 路径积分的思想基础仍然是旧量子力学中的纯粹实用主义逻辑,并没有真正意识到经典陈述在如何认识“客观世界”和“主观意识”基本关系上存在导向性的根本错误,也没有真正意识到经典量子力学在形式逻辑上存在的一系列紊乱,因此, Feynman 曾经做出的努力仍然充满人为拼凑的痕迹,不可能抛弃量子力学人造“算子”概念中隐含的种种非理性认识,当然,也不可能改变“第一性原理”所隐含种种人为杜撰的本质特征,获得一种真正意义上的成功。再次指出,真正科学的,必然是自然和朴实的,一定容易为人们理性地接受,并且,也仅仅因此,绝对不是“直觉”基础上形形色色的人为随意认定,以及由不同人为认定进一步拼凑而得,并且,由另一个“更聪慧者”直觉认定的出现,而不得不时刻处于变化之中的陈述系统,能够显示出那种所谓“震撼心灵”的科学美。相反,一切科学陈述必须以对物质对象理想化的前提性确认为全部基础,以及由此而必然显示的逻辑相容性,才可能自然地向人们展现那种热切期待的科学美感。

7.7.2 路径积分的物理基础

前面,针对“路径积分”可能取代量子力学中“算子”的不同人为构造的这样一种期待进行

了讨论。除此以外,按照量子力学著述的一般陈述,由于路径积分将经典作用量与量子力学中的“相位”构成了一种联系,也就是说,路径积分方法似乎应该具有一种能力,能够在一定程度上刻画前面多次提到的与量子作用“细节”相关的影响。因此,需要对于量子力学做出“细致化”描述的期待作进一步的讨论。

在目前的自然科学体系中,人们总是存在将某一个特定形式表述绝对化的习惯理念。当然,如果采用较为尖刻也更为准确的语言则应该是:以对某些研究者个体予以过分幼稚地加以“神秘化”为基础,在几乎完全否定逻辑的同时,却将自然科学的不同特定形式系统毫无意义地加以“程式化”,最终使得自然科学蜕化为纯粹的“宗教”。当然,这就是在许多量子力学著述中,不得不反复和公开宣扬“第一性原理”的本质所在。与现代科学主流社会的这样一些做法完全相反,此处所强调的则是:一切形式表述只能条件存在,相应具有其得以存在的逻辑前提,但是,作为科学的理性意识却处处保持一致,任何形式表述都需要服从科学陈述必须服从的无矛盾基本原则。

同样,当人们不能忽视量子作用的某些具体细节,或者说无法直接通过“状态参数”集合的“变化”构造能量极值原理的时候,无法回避如何构造路径积分的问题。进一步说,如果仍然允许以式(7.6.1)所示的变分原理为基础,求解量子力学中那个被赋予了特定内涵的“态”函数,那么,它向人们表明这样一个基本事实:由于式中“能量函数”直接定义在“状态空间”之中,由其构造的“极值”问题只能刻画为该“状态空间”所描述状态变化的影响,无法反映某一个或者若干个需要表现的“过程细节”。因此,一旦像一些量子力学著述谈及“路径积分”所声言的那样,必须考虑“量子效应”中那些真实存在的并且与“相位(或者其他相应特征量)”发生关联的某种特定“过程”特性时,还需要对影响系统能量变化的这些特定的“过程特征”加以形式表述。甚至可以这样“大致等价”地说:如果给定的“状态空间”不足以刻画相关量子过程的最终变化结果,则可能需要在“一定程度”上超越量子力学“有限论域”,考虑量子效应的某些“细节特征”的或者某些“过程特征”的影响。但是,此时仍然必须形成一种理性意识:形式表述上这样一种必需的变化,本质上绝对不会单纯依赖“计算”的需要,或者仅仅决定于不同研究者的不同“主观”意志,或者对于形式表述的不同“偏好”。

也就是说,即使只为了讨论问题的方便,能够“暂时承认”建立在“状态空间”中的 Schrödinger 方程以及 Feynman 路径积分同样能够被视为量子力学中的两个合理表述的话,那么,一般量子力学著述通常以为的两种形式表述之间的“等价性”并不存在。事实上,当必须将某种“过程量”引入到路径积分之中,以表现这个特定过程特征的影响时,建立在相同状态空间之上的 Schrödinger 方程,在需要表现的物理内涵方面必然同样存在根本的不足。因此,路径积分的构造并不真正依赖人们的主观认识,而根本决定于物理过程真实蕴涵的“客观”实在。

当然,还需要指出,任何特定“过程特征”的提出,并不对“量子约束”

$$\delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j) \quad \lambda = 1, 2, \dots, n$$

必然蕴涵的“统计性”特征构成任何逻辑否定,只不过需要在相关分析中相应增加对某种过程影响的参数而已。而且,如果仅仅就“形式表述”的方式考虑,原则上可以借助扩大状态空间中的“独立”状态变量的方式,将式(7.5.1)所定义的变分原理重新定义在一个新的状态空间之中,即

$$(q, p, \chi) \Rightarrow (q, p, \chi, \zeta): \begin{cases} \text{Min: } \delta E(q_i, p_j, \chi_k, \zeta) \\ \text{fine: } \Psi(x, p, t) \\ \text{s. t.: } \delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j) \\ \delta q_i, \delta p_j \in (-\infty, \infty) \end{cases} \in S_{\text{phy}} \cap t = t_c \quad (7.7.1^*)$$

此时,式中新补充的状态量 ζ ,成为对上述路径积分中那个不能忽略的“特征过程量”影响的一种等价性表述。在这个意义上,对于一切合理的科学陈述,不仅仅本质依赖于被描述的理想化物质对象以及相关需要表现的物理实在,而且,也恰恰因此,这些陈述才能够始终自然地保持严格逻辑相容。

事实上,根据“经典力学”,或者更为准确地说,应该是根据自然科学必须遵循的无矛盾原则,考虑到以“能量极值原理”形式表述的“最小作用原理”通常只适用于处于“保守力场”作用之下的粒子系统,当然,并不能因为粒子系统之上还存在着量子效应就可以违反相关的逻辑前提,因此,一旦粒子系统上还存在某些较为复杂的作用时,人们需要重新根据具有一般意义的“最小作用原理”,对量子作用可能产生的影响作出描述。

人们指出,对于任何一个保守力 f ,人们总可以寻找一个称之为“势函数”的物理量,借助势函数的梯度对保守力做出描述,即

$$f = -\nabla \phi$$

从另一个角度考虑,考虑到“势”被定义为一种定义于“位形坐标空间”中的确定函数,因此,对应于某一个特定的作用过程,保守力的作用可以仅仅通过“状态”的变化表示,而独立于作用过程的细节,从而与此处的陈述重新保持逻辑相容。可以相信,在微观世界中,由于在“理想化场”和“理想化粒子”之间必须存在的本质差距往往变得越发不明显,相应自然地存在着许多和“过程”相关的作用。

不过还往往会存在这样的情况:量子系统自身的“复杂性”并没有增加,即相应不存在需要进一步扩展“状态空间”的问题,但是,“相继”与量子系统中不同“个别”粒子处于“量子作用”中的“物质”环境,却由运动中粒子集合持续引起的激发同样处于变化之中。事实上,当“电子双缝干涉现象”中的电子前后相继地越过“双缝”的时候,它们在相继改变“缝”的量子力学状态的同时,又反过来承受着“缝”的不同影响,或者穿越两个不同“缝”的电子处于相互量子作用之中。总之,正是这些不同“客观”存在的影响,及其隐含的某种特定“函数”关系,出现了表象意义上的干涉现象。

当然,对于粒子集合而言,上述“缝”的影响属于“外”参数,表现为“物质环境”真实出现的某种规律性变化,因此,在这种情况下,为式(7.7.1^{*})所表现“状态空间”的扩展问题不再存在,而只能借助包括“过程量”参数以及状态参数共同构造的“作用量”函数,同时按照“最小作用量”原理以及以符合于“量子作用”约束条件的方式,对量子系统可能发生的变化做出“统计性”预测。

7.7.3 路径积分的一般构造

显然,如何具体地为路径积分构造一种确定的形式表述,本质上归于对式(7.4.3)所示的一般性变分原理

$$\begin{cases} \text{Min: Act.}(q_i, p_j, \chi_k) \\ \text{fine: } \Psi(x, p, t) \\ \text{s. t.: } \delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j) \\ \delta q_i, \delta p_j \in (-\infty, \infty) \end{cases} \in S_{\text{phy}} \cap t = t_c$$

中的作用量函数 Act 如何加以形式表述的问题。

在经典力学中,作用量函数通常形式地表示为

$$\text{Act.} = \int_{t_1}^{t_2} L(q_i, p_j, t) dt \quad (7.7.1)$$

式中的积分变量 L 称为 Lagrange 函数。在保守力场中,完整系的 Lagrange 可以直接写为粒子系统的动能 T 和势能 V 的差,即

$$L = T - V$$

但是,倘若 Lagrange 函数果真可以表示成这样的形式,那么,人们可以不必考虑反映“过程”特征的最小作用原理,而可以直接代之以能量极值原理。因此,在人们需要考虑非保守力时, Lagrange 函数在形式上可以一般地表示为

$$L = T - V + D, \quad D \neq 0 \quad (7.7.2)$$

通常,对于保守力场的任何偏离都可以在形式上视为一种“耗散”,于是式中刻画过程影响的物理量 D 可以被大概合理地称为耗散函数。当然,它只能是一种“经验”函数,以表现不同特定过程具有的不同特定影响。

但是,如果仍然局限于绝对量子力学的有限论域,人们“需要了解”以及“可能表现”的依然是量子效应对于粒子系统运动所产生的一种“激发”作用,而不可能对任何一次“单独的”量子效应做出完整的描述。或者说,人们仍然只能使用 Born 的统计诠释,对于作用在粒子系统之上量子效应的“最终结果”做出一种大概合理的描述。因此,作为刻画量子效应的“态函数”同样只能定义在形式系统时间域 t 的某一个确定点之上,而作为作用量一般表述中的时间积分只能定义在“虚数”域中,从而与经典量子力学中借助“虚数”所表述的“相位”形成一种对应。

于是,人们对于式(7.4.3)所示的一般性最小作用原理需要相应做出修正,以能够明确地表示“量子效应”实际具有的一种“过程”影响。显然,根据以上分析,一个关于最小作用原理的“显式”表述形式为

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min: Act.}(q_i, p_j, \chi_k, \tau) \\ \text{fine: } \Psi(x, p, t) \\ \text{s. t. : } \delta q_i \cdot \delta p_j = \lambda \hbar \delta(i, j) \\ \delta \tau \cdot \delta E = \lambda \hbar \\ \delta q_i, \delta p_j, \delta \tau, \delta E \in (-\infty, \infty) \end{array} \right. \in S_{\text{phy}} \cap t = t_c \quad (7.7.3)$$

此时,在形式上,作为变分原理中最小化目标函数的作用量函数 Act. 似乎已经超越了粒子系统原来的“状态空间”,它的定义域还应该包含与量子效应过程对应的借助“虚数”表示的时间 τ ,以能够表现任何非保守力场总实际存在的一种“过程”效应。但是,从另一个角度考虑,计算作用量函数时,必须考虑为式中所示“量子约束”允许的一切可能变化。也就是说,对于经典力学中为式(7.7.1)所表述的具有确定意义的作用量函数

$$\text{Act.} = \int_{t_1}^{t_2} L(q_i, p_j, t) dt$$

不再存在,需要代之以

$$\text{Act.} = \sum_k \sum_i \sum_{\delta \tau} \int_0^\infty dq_i \int_0^{\delta \tau} d\tau L(q_i, p_j, \tau) \quad (7.7.4a)$$

或者

$$\text{Act.} = \sum_i \sum_j \sum_{\delta \tau} \int_0^\infty dp_j \int_0^{\delta \tau} d\tau L(q_i, p_j, \tau) \quad (7.7.4b)$$

从而通过构造“无穷多”可能途径的方式,重新将那个形式上不属于经典量子力学有限论域的时间变量 τ 从形式表述体系中消除了出去。而在相关过程效应的陈述中,实际上能够得以保留的仅仅是式(7.7.2)所定义的 Lagrange 函数

$$L = T - V + D$$

中那个称之为“耗散项”的 D 函数。

因此,此处形式表述的最小作用原理明确告诉人们:如果粒子系统之上存在着一种量子作用,那么,当系统的所有广义坐标,以及表现量子效应时间特征的时间坐标在它们可以存在的无穷大域中,以一种满足“量子约束”的形式进行变化,相应存在无穷多个“解”的时候,其中那个符合“最小作用原理”的解才可能是一个最可靠的解。当然,除了真实地存在着“量子约束”,以及除了人们公开承认由于并不知道量子效应的真实细节而只能对“量子效应”做出一种“几率性”的描述,并且,相应存在两种完全不同的“形式表述”以外,在此处提出的最小作用原理与经典力学中的最小作用原理之间,没有任何本质上的差异。或者更为明确地说,此处求得的解,正完全对应于路径积分中为 Feynman 所否定的那条“经典轨道”。

不过,与式(7.5.3)所示最小作用原理中的作用量函数需要定义在一个“虚拟”的时间域 τ 中不同,此时的态函数 Ψ 却依然定义在原来的状态空间之中,即

$$\begin{aligned} \Psi(x, p, X) &\stackrel{\text{def.}}{=} \text{Prob.}(x, p, \chi) \\ &= \frac{\Psi^2(q_i, p_j, \chi_k)}{\sum_k \sum_i \int_0^\infty dq_i \Psi^2(q_i, p_j, \chi_k)} \\ &= \frac{\Psi^2(q_i, p_j, \chi_k)}{\sum_k \sum_j \int_0^\infty dp_j \Psi^2(q_i, p_j, \chi_k)} \in \{q_i, p_j, \chi_k\} \in (S_{\text{phy}}, t) \quad (7.7.5) \\ i, j &\in (1, \dots, 3n) \quad \chi = \pm \frac{1}{2} \quad k \in (1, n) \\ \delta q_i \cdot \delta p_j &= \lambda \hbar \delta(i, j) \quad \delta \tau \cdot \delta E = \lambda \hbar : 0 \sim \infty \end{aligned}$$

当然,这还是因为局限于经典量子力学的有限论域,相关的形式系统不能表现“量子效应”细节的缘故。而作为该形式系统所定义的“待定”态函数,需要对量子效应用于粒子系统运动学状态所激发的变化做出一种具有“确定形式意义”的认定。因此,“态函数”必须仍然定义在原来的状态空间之中,以能够对粒子系统的所有真实存在的“力学量”做出形式上的确定认定,尽管量子力学所作的这种形式认定仅仅具有一种几率意义。

仅仅在半个世纪多以前,科学世界还往往致力于寻求解析形式的数学表达式,以及借助解析的形式求解它们的解。直到计算机的发明和广泛使用,这种情况发生了根本变化,人们不再像往常那样过分倚重相关陈述的解析表述形式,而格外注重离散方程以及它们的数值解。其实,不能把这样一种变化仅仅视为为了获得“解”所作的一种迫不得已的近似,相反,应该看到这样一种形式变化的深刻内涵:人类面对的物质世界是离散的,因此企图通过某一个以满足“连续可微”条件为必要前提的解析形式表现物理真实,其实是一种十分简单和幼稚的愿望,根本违背物质世界自身蕴涵的复杂性。

因此,一个本身显示“离散”特征的数学表述形式,通常比在若干人为假设下得到的解析方程更为真实。反过来,也正因为它是真实的,或者说某一个离散的形式表述的确能够刻画某种期待的物理真实,那么,人们可以相信,相关的数值计算不至于出现“发散”现象。

事实上,对于拥有超强计算能力的计算机,求解上述“最小作用原理”或者“能量极值原理”所构造的离散方程,人们同样应该相信,不会存在数值计算上的任何根本困难。

另外,如果人们真的形成了一种理性认识,能够自觉地承认一切形式表述只能“条件存在、有限真实”,那么,同样必须认真考虑随意改变形式表述,拼凑方程,继而寻求经验证实这样一种过分古老和陈旧的思维定式。相反,在探究某些未知现象时,人们不妨尝试对于诸如式(7.7.2)

$$L = T - V + D$$

这样一些具有明确物理内涵的形式量做出某种假设,以判断这些假设背后的“物理背景”是否真实。显然,如果人们不能为某一个“非线性”算子提供这个算子得以存在的物质基础,而将“非线性”在一种纯粹形而上学意义上“模式”化,只能被视作一种“自欺欺人”式的自我安慰,没有任何本质意义。并且,只能再次将科学研究引入歧途。更为明确地说,在自然科学分析中,绝对不可能是纯粹依赖人们主观意志的“非线性”分析,而只能是与丰富多彩物质世界本质上形成逻辑对应的“离散化”处理,才可能成为一种正确的导向。

7.7.4 Feynman 路径积分若干“思维反常”的思考

在一些量子力学的论著中,人们可以看到诸如此类关于 Feynman 其人其事的评述:

Feynman 是个极有独创性的科学家,他几乎不把任何人的话当真,这意味着他得自己去重新发现或者发明几乎全部的物理学。为了重新发明量子力学而专心致志地工作了五年。他说他不能理解教科书中所教的量子力学的正规解释,所以必须从头开始,这实在是个壮举。的确,对于喜欢刨根问底的读者来说,流行的教科书里关于量子力学基本原理的某些阐述往往是经不住推敲的,这些问题在 Feynman 的眼里是那样严重,以至于做出“我想我可以放心地说,没有谁理解量子力学”的断言。Feynman 不迷信任何权威,独立地从头钻研了量子力学的全部结果,一方面写出对量子力学独树一帜的讲法,另一方面发展出继 Schrödinger 波动方程和 Heisenberg 矩阵力学之后量子力学的第三种表达形式——路径积分方法。Feynman 的陈述形式事实上删去了常见的一些对量子力学数学程式可有可无的“原理”或者“假说”,可能确实是一种比较接近于最省事的教学方案。

应该说,对于形式地建立在“算子”基础的整个量子力学,在存在了近 20 年并且得到整个科学世界的确认之际,一个 20 多岁的年轻研究者竟然敢于放出“没有人理解量子力学”的豪言壮语,又岂止于仅仅能够用“不迷信权威”而盖之呢?当然, Feynman 试图通过构造“路径积分”的方法,提出如何仅仅使用“经典物理量”取代“量子力学算符”这样的重大课题,也远远不是删去一些“可有可无”的原理或者假设,或者一种“比较接近于最省事”乃至“独树一帜”教学方案的问题。事实上,与 Feynman 豪言“没有谁理解量子力学”一致, Feynman 的质疑与研究工作的重大“启示”意义仅仅在于这样一种大概形成的“潜意识”:建立在“第一性原理”之上,以形形色色人为“假设”或者“原理”为存在基础的整个量子力学,几乎必然隐含着根本无理性。

但是, Feynman 的努力没有获得任何真正的成功。其实,仍然根源于他所说“没有谁理解量子力学”这样一个过分浅显的道理,或者因为同样本质地限制于现代理论物理中以“无视逻辑”与“无穷演绎”的并存为表现特征,一种根深蒂固“实用主义”哲学的影响,所以 Feynman 的思维基础仍然只是考虑“如何由于只涉及‘经典力学量’能使某些问题的推演大为简化”这样一些“技术处理”上的枝节问题,并没有真正认识到量子力学中“算符”存在自身的“完全非法”和“彻底自欺”的本质。当然, Feynman 不可能形成真正的理性意识,认识到从物理概念到形式逻辑两个不同侧面,整个经典量子力学都存在着一系列彼此互为关联的重大失误,也不可能逻辑地形成一种稳定的判断,量子力学中的所谓 Schrödinger 波动方程, Heisenberg 矩阵力学以

及 Feynman 路径积分三种不同表述形式,本质地处于“逻辑互悖”之中。

事实上,任何以“无视或者掩饰矛盾”为认识前提而构造的陈述系统,必然始终无法摆脱“矛盾基础”的桎梏。因此,在 Feynman 的路径积分处理中同样存在一系列前提性的基本思维反常。当然,这些“反常思维”的首创权并不属于 Feynman,它们同样存在于所谓的 Schwinger 原理,或者更早为 Dirac 提出的 Lagrange 函数之中。而且,所有这些不同的不当形式表述具备一个共性特征,这就是:在无视不同的确定“物质对象”以及根本不在乎是否“逻辑相容性”的同时,那个普遍存在于量子力学“思想实验”之中,曾经仅仅被 Dirac 轻描淡写地称为“有趣游戏”,一种毫无道理、缺乏确定物理内涵以及过分简单的形式模仿^①。

首先,在通常的路径积分之中,Feynman 提出了“无穷多”轨道的概念,并且指出在这些不同的轨道中,那个满足最小作用原理的轨道对应于所谓的“经典”轨道。那么,什么是相悖于最小作用原理的“量子”轨道蕴涵的本质内涵呢?而且,如果忽略其中称之为经典轨道的仅仅一条轨道,对于量子力学感兴趣的无穷多量子轨道而言,既然已经被共同界定为“违反”最小作用原理的轨道,那么,即使存在某一个真实的量子轨道,它为何能够得以存在呢?或者说,在整个理论物理体系中,为什么存在“量子力学”的反例,可以允许它违背被赋予一般意义的“最小作用量原理”呢?

显然,这个匪夷所思的论断同样根本不恰当,与 Feynman 大概意识到量子力学的明显无理性并没有丝毫本质区别。事实上,所有这些存在于纯粹主观想象的“思想实验”,同样根本渊源于缺乏对“特定物质对象”做出前提性界定这样一种“无本之木、无源之水”的思考方式,因此,无论在具体表述形式上存在怎样的差异,它们最终只能同样陷入形形色色的逻辑紊乱和“第一性原理”的“宗教”之中。事实上,这也是当代科学主流社会一方面将自然科学引向神学、另一方面公然否定逻辑的缘故。

在量子力学分析中,允许并且必须考虑“无穷多”种可能发生的情况,并不依赖于研究者的喜好,仅仅因为局限于这个特定的形式系统之中,人们无法得知量子效应的真实历程或者量子效应细节这样一种物理真实的缘故。因此,正是这样一种“量子作用”物理实在,它构造了需要考虑满足“量子约束”前提下所有可能的变化,或者为约束条件允许的“虚广义坐标变化”。并且,在经典量子力学的形式表述体系中,一切与量子效应细节构成真实关联的物理实在,只能形式地定义在“虚数域”之中。这样,那些被人们通常称之为“相位”的形式量,已经被“实质性”地抛弃在形式系统以外了。因此,仅仅当量子作用的某些“过程”效应不可忽略的时候,才需要重新考虑与“相位”构成逻辑关联的某些过程特征量。并且,在最终结果的形式表述上还需要重新归于原来的形式系统,使得这些“过程特征量”的影响只能被排除在形式系统的直接表述范畴以外,或者将许许多多不同量子效应的细节归结为最终“量子力学统计状态”的一种“模糊

① 模仿经典物理学中的变分原理,对于任何一个动力学系统,经典作用量积分 S 的变分取极值时,则对应于物理上真实发生的结果,相应存在被称为 Schwinger 方程的形式表述

$$\delta \hat{S}_{21} = 0; \hat{S} = \int_{t_1}^{t_2} \hat{L} d\tau$$

相关的陈述则称为 Schwinger 量子作用量原理。其实,任何自存的物质系统在其运动过程中总符合于最小作用量原理,其合理性仅仅渊源于物质运动自身的客观性,即必然以一种最有效方式实现属于自己的运动。因此,量子力学同样需要服从最小作用量原理,问题在于量子力学通过缺乏特定物质内涵的“算子”定义量子系统状态这样一个逻辑前提的根本不当。

性”表述,除非人们进一步拓展“状态空间”,为量子系统重新补充能够反映这种“特定过程细节”的状态参数。

如果采用形式语言大概地表现以上陈述,那么,对于通常允许使用能量极值原理时,为式(7.5.2)所定义的“广义虚位移空间”

$$\epsilon_q: (\delta q_i), \quad i \in (1, 3n)$$

或者

$$\epsilon_p: (\delta p_j), \quad j \in (1, 3n)$$

需要做出一种扩展,增加一个新的独立坐标 ζ , 变为

$$\epsilon_q: (\delta q_i, \delta \zeta), \quad i \in (1, 3n)$$

或者

$$\epsilon_p: (\delta p_j, \delta \zeta^*), \quad j \in (1, 3n)$$

从而能够对量子效应中不可忽略的过程细节的最终结果,做出一种直接的,但是仍然只具有“统计”意义的描述。显然对于新增的广义坐标 ζ , 对应于“路径积分”隐含中的时间变化历程 τ 。但是,也只是因为它是广义坐标,所以对于“增广坐标空间”中构造的形式系统,在 7.2.3 讨论中明确提出的一个关于时间认定的基本前提

$$\tau \notin \text{Quantum} \cap t \in \text{Quantum}$$

仍然需要满足,量子力学不能形式地包容反映量子变化具体历程的时间坐标 τ 。这样,才可能保持整个陈述系统必需的逻辑一致性。

第二个问题,则涉及所谓量子轨道的确定性问题。无穷多量子轨道的存在是客观的,显示了量子作用的“离散”本质。或者说,因为在经典量子力学这个特定的理论体系中,人们不可能穷尽“有限大”量子作用的真实细节,所以相应于某些“不确定性”物理真实的存在,不可能对某一“单独”的量子作用做出一种确定性的描述。但是,如果这些理论上的无穷多轨道不存在任何形式的约定条件,或者某种“共性”特征,那么,这样的形式系统没有得以继续存在的实际意义。更明确地说,尽管不可能对每一次量子作用做出一种完整性的刻画,但是,人们依然相信,虽然存在着无穷多个彼此存在细微差异的量子轨道,但是,如果这些量子轨道同属于物理真实,那么它们必然在统计意义上仍然满足普适的“最小作用原理”。并且,人们还确信,所有真实量子轨道共同蕴涵服从“最小作用原理”的统计特征,仍然与任何“智者”的主观意志或者直觉完全无关,而根本源于自存物质世界在其一切可能运动的形式中,必然自发地以一种最有效的形式实现属于自己运动的缘故。

因此,如果说量子力学的统计特征表现的是物质世界的“客观”属性,渊源于量子系统“离散”的量子作用,那么,统计表述的量子系统必然以“统计”的方式满足“最小作用原理”仍然属于一种“客观性”规律,表现了一切物质对象总以“最有效方式”实现自己运动的逻辑必然。当然,除了经典力学中过程具有确定性意义,动力学轨道相应被赋予物理上的“确定性”意义,而量子力学中过程不具确定性意义,动力学轨道相应仅仅具有“统计性”意义以外,经典力学所描述和量子力学所定义的轨道在形式意义上同样被赋予了一种必需的确定性,并且在物理上,以不同的方式共同满足“最小作用原理”这样一个“普适性”的基本原理。因此,正是在这样一种基本原理的认定上,Feynman 将量子轨道和经典轨道对立起来不仅仅完全不恰当,而且,不可能赋予相关的形式表述以确切的“物质”基础或者“物理”内涵。当然,这与量子力学至今并不知道它所研究的物质对象到底是什么的现状完全一致。

最后一个与以上讨论密切相关的问题则是,人们必须意识到,对于式(7.5.5)所示的 Lagrange 函数

$$L = T - V + D$$

函数 D 用以表现“过程”的影响,或者更为明确地说该过程函数不能简单定义在最初“态空间”之中,那么,当且仅仅当该过程函数不等于零的时候,即

$$D \notin s(q_i, p_j, \chi_k) \cap D \neq 0$$

人们才需要考虑 Feynman 提出的路径积分的问题。如果不存在这样一个不可忽略的“过程”因素,与最小作用原理对应的一般性变分原理,则将重新退化为仅仅定义于状态空间中的“能量极值原理”问题。因此,如果没有意识到经典量子力学中算符本质蕴涵的不合理性,没有认识到量子力学中的所有无理性都逻辑地渊源于没有将被描述物质对象做出前提性认定这样一个根本“逻辑失当”的问题,而仅仅将路径积分视为一种具体的计算模式,那么 Feynman 的路径积分同样不具根本意义。当然,这也正是 Feynman 对于量子力学的改造似乎成为人们所赞颂的一种“壮举”,但是,当他最终仍然不得不将他的重创的量子力学与 Schrödinger 杜撰而得的量子力学归于同一时,Feynman 其实什么也没有说。

此外,一些量子力学著述往往特地指出,对于微观世界中普遍存在的“干涉和衍射”现象,可以按照 Feynman 在路径积分中提出的思想得以很好说明。其实,对于能够用同一状态空间中独立坐标所描述的一组微观粒子而言,如果发生了“干涉和衍射”现象,那么,不仅这些现象的发生只能被视为粒子系统的一种“个性”特征,并且,不能被简单地“形而上学”化,而仍然存在与其对应“客观”的物质基础。即正如前面分析曾经举例指出的那样,对于“电子双缝干涉现象”中的电子,在它们前后相继地越过“双缝”的时候,真实承受着“缝”的不同影响,或者处于“自影响”之中。并且,这些不同影响隐含着某种特定的“函数”关系。因为对于粒子集合而言,这样一些影响表现为一种“外”参数,或者说是理想化地表现为“物质环境”出现了某种规律性变化,所以在这种情况下,不能沿用式(7.7.1*)所述,借助“状态空间”的扩展,重新表述为以粒子系统自身状态参数所定义的“最小能量原理”的形式。也就是说,此时只能在粒子系统自身的“状态参数集合”的基础上,再补充反映物质集合的某种“过程量”参数,共同构造一种“作用量”函数,根据“最小作用量”原理与“量子约束”条件,完成对量子系统的运动规律一种“统计性”的形式表述。

应该说,当建立在 Schrödinger 波动方程之上的旧量子力学在经历了近 20 年的反复以后,Feynman 能够将普适的“最小作用原理”乃至粒子运动过程中某些真实的“物理实在”置于前提性位置之上,重新开始考虑如何为量子力学构造恰当形式系统的问题是相当不容易的。这样的思考表现了两个重要的理性意识:首先,与 Dirac 对经典力学进行“过分简单、过分形而上学以及过分无理”的形式模仿,并且同样“过分简单、过分形而上学以及过分无理”地强调“量子力学与经典力学存在本质差异”这样一种纯粹的人为主观认定完全相反,Feynman 的思考恰恰显示出一种大体的“客观”意识,即着重于自然科学不同体系之间的“本质”同一性,尽管物质对象的不同可能相应存在“完全不同”的形式表述,但是,它们共同服从最小作用原理;其次,同样独立于“物质波”这样一种纯粹人为想象出来的概念,而仅仅从“粒子运动”的物理实在出发,重新考虑形式系统的构造。

或许可以说,正是 Feynman 思考中“隐含”的这样一些理性意识,使得 Feynman 敢言“没有谁理解量子力学”。但是,Feynman 的理性意识仍然只能隶属于“直觉”认识的范畴。或者

说,Feynman 缺乏进行严格数学思考的能力,将他的这种理性思考真正贯彻下去,以至于无法避免相关陈述中显然存在的矛盾或者将最初的理性意识“无矛盾”地表现出来,最后仍然陷入由旧量子力学建立在种种“第一性原理”之上必然引起的逻辑紊乱之中。

事实上,如果说 Feynman 的路径积分能够对微观世界中普遍存在的“干涉和衍射”现象予以一种“自然”说明,那么,一方面这种合理性仍然本原于某一客观事实的独立存在需要予以表述;另一方面也同时逻辑地表示,因为不能否定这种附加作用的独立意义,所以即使能够接受 Schrödinger 波动方程和 Feynman 所构造的路径积分,也需要意识到由于被描述物理真实的不同,两种表述形式之间无等价性可言。当然,也可以这样说,即使能够将 Schrödinger 波动方程视为合理的表述,那么,Feynman 所做的研究实质上已经超越了 Schrödinger 波动方程最初限定的“有限”论域。

总之,需要严肃地指出,存在于经典量子力学或者说整个现代理论物理中一个最为致命的导向性失误就在于:忽视被描述物质对象自身的前提存在,无视这种存在作为“形式系统不可缺省的逻辑主体”对于构造整个形式系统在“逻辑上”天然具有的决定性意义,却在一种过分实用主义逻辑和形而上学思维习惯的驱使下,过分幼稚地追求那些根本不可能存在的“形式表述”上的表面“一致性”,另外,却在完全不恰当地“神化”研究者个体的同时,默认甚至纵容对于一切物理学基本理念必须具备的统一性以及一切科学陈述必须彼此逻辑相容的恣意践踏。事实上,或许正是这些事实的存在,使得 Landau 在其所著《理论物理教程》的“经典量子力学”卷的序言中不得不诚实地告诫人们:理论物理中的数学严谨性只能被当作一种“自欺欺人”。当然,也同样应该是当代科学生活中这样一些真实存在的严重反常现象,使得当代许多具有相当影响的物理学研究者面对物理学真实存在着一系列前提性的重大悖论显得完全束手无策,只能不断变幻着那些已经过分复杂化的形式表述的同时,却不断向人们鼓吹所谓的“科学宗教”情结,从而诱使人们自觉地放弃科学赖以生存和发展的科学批判的武器。

结 束 语

对于自存的物质世界而言,它完全独立于人类的意识,总以一种“最有效”的方式实现属于自己的运动。这必然成为人类恰当描述物质世界的一种基本认识前提。当然,也仅仅于此,这样一种描述才可能是合理和大概真实的。但是,当人们期待对物质世界的某一个特定部分做出一种合理描述的时候,如何对被描述物质对象做出一种基本符合物理真实的前提性确认,自然成为构造形式系统的全部基础。而这样一种确认,只能源于对相关经验事实隐含的形形色色共性特征做出正确的逻辑判断。

事实上,只要不是无条件地将量子力学视为“第一性原理”,而且抛弃必然由此而生的一种类似于对于“神学”的崇敬,仅仅以一种平和的心态重新审视量子力学,以及曾经为这个陈述体系的构建做出艰苦努力的前驱者的贡献的话,那么,人们可以发现,出现在量子力学中的几乎所有人为了认定,或者基于对形形色色对称性(守恒原理)而做出的判断,具体地说无论是对形形色色“量子数”做出的认定,还是“测不准原理”,乃至存在于不同跃变过程中的“选择原则”,其实,所有这一切归根到底最终都归结为这样两个问题:如何对构成被描述“物质对象”理想化定义的“状态空间”以及对某一种“特定过程”必须遵循的“约束条件”,做出一种大体符合物理真实的判断。

参考文献

- [1] Parker SP. 物理百科全书. 北京:科学出版社,1998
- [2] 尹鸿钧. 高等量子力学. 北京:中国科学技术大学出版社,1999
- [3] 汤川秀树. 经典物理学. 北京:科学出版社,1986
- [4] 汤川秀树. 量子力学(I). 北京:科学出版社,1991
- [5] 陈滨. 分析动力学. 北京:北京大学出版社,1987
- [6] 喀兴林. 高等量子力学. 北京:高等教育出版社,1999
- [7] 余寿绵. 高等量子力学. 济南:山东科学技术出版社,1985
- [8] 张哲华,刘莲君. 量子力学与原子物理学. 武汉:武汉大学出版社,1997
- [9] 钱诚德. 高等量子力学. 上海:上海交通大学出版社,1998
- [10] 曾谨言. 量子力学. 北京:科学出版社,1985
- [11] Dirac PAM. 物理学的方向. 北京:科学出版社,1978
- [12] 尼耳斯·玻尔集,卷 6,(量子物理学基础 I). 北京:科学出版社,1991
- [13] 尼耳斯·玻尔集,卷 7,(量子物理学基础 II). 北京:科学出版社,1998
- [14] Landau L D and Lifshitz E M. Quantum mechanics, Beijing World Publishing Corporation, 1999
- [15] Greiner W. Quantum mechanics, an introduction, Third Edi. Springer, 1994
- [16] 魏凤文,申先甲. 20 世纪物理学史. 南昌:江西教育出版社,1994
- [17] 许良英,范岱年. 爱因斯坦文集,第一卷. 北京:商务出版社,1976
- [18] 广重彻. 物理学史. 北京:求实出版社,1988
- [19] Nicholas Bunnin,余纪元. 西方哲学英汉对照辞典. 北京:人民教育出版社,2001
- [20] 关洪. 量子力学的基本概念. 北京:高等教育出版社,1990
- [21] 关洪. 量子力学基础. 北京:高等教育出版社,2003

索引(Index)

(按照汉语拼音顺序)

A

B

波粒二象性(wave-paritcal duality)**引言**;7. 3. 1

本征函数(eigen function) 6. 1. 2;6. 2. 2. 2;7. 6. 3

不确定性关系 (uncertainty relation) 7. 3. 3

C

超光速 (superluminal light) 1. 3

测不准原理(uncertainty principle)**引言** 6. 2. 2. 2

磁量子数(magnetic quantum number)6. 2. 1. A2

D

叠加原理 (superposition principle) 5. 1;6. 2. 2

独立变量(independent variance)**引言**

E

F

泛定方程(universal definition equation)3. **附录**;5. 2. 2

G

钢尺 (rigid ruler) 1. 2. 1

惯性系 (inertial system) 1. 1. 1

惯性力(inertial Force)1. 1. 1

光速不变原理 (principle of invariance of light speed) 1. 2. 1

广义坐标 (general coordinate) 5. 4. 1; 7. 6. 2

广义动量 (general momenton) 5. 4. 1; 7. 6. 2

广义虚位移空间 (general virtual displacement) 7. 5. 1

广义层流(generally laminar flowing)3. **附录**

广义势(generalized potential)3. **附录**

广义流(generalized flux)3. **附录**

干涉 (interference)5. 1;7. 2. 4;7. 7. 2

H

- 耗散结构 (dissipative structure) 2. 1
- Hilbert 空间 (Hilbert space) 5. 1;5. 5. 1;5. 6. 2
- Heisenberg 方程 (Heisenberg equation) 5. 3;7. 2. 3
- Hermite 算符 (Hermite functor) 5. 5. 1
- Hamilton 算子 (Hamilton operator) 5. 2. 1

I

J

- 集合(set)1. 2. 2
- 几何空间 (algebra space) 1. 2. 2
- 均混流(homogeneous-mixed flow)3. 附录

K

- 可逆过程 (reversible process) 2. 1

L

- 理性力学 (rational mechanics) 1
- 逻辑自治性原则 (principle of logic self-consistency) 1. 1; 4. 3
- 逻辑悖论 (logic disoblige) 1. 1. 1;1. 3;5. 1;5. 5;6. 2. 2. 4
- 量子约束 (quantum obligation) 7. 3. 2;7. 3. 3;7. 4. 2;7. 7. 1
- 量子耦合 (Quantum coupled) 5. 4. 2
- 量子效应 (Quantum effection)引言 7. 2;7. 4. 1
- 路径积分 (path integral) 7. 7. 1
- 流形 (Manifold) 2. 1

M

- Michelson-Morley 实验 (Michelson-Morley experiment) 1. 2
- Mach 批判 (Mach critisize) 1. 1. 1;1. 2. 2
- Maxwell 电磁场理论 (Maxwell’s theory of electromagnetic field) 1. 1. 2

N

- Navier-Stokes 方程 (Navier-Stokes equation) 3. 1;第三章附录
- 能量极值原理 (energe extremum principle) 7. 5 ;7. 6. 2
- Newton 力学 (Newton dynamic) 1. 1. 1

O

- 欧几里得几何 (Euclid geometry)

P

Poisson **括号** (Poisson brackets) 5. 4. 2
频谱分析 (frequency spectrum an) 5. 2. 2
平衡态 (balance state) 2. 3; **第二章附录**

Q

R

Reynolds **雷诺方程** (Reynolds equation) 3. 3; 3. **附录**

S

熵 (entropy) 2. 1
 Schodinger **方程** (Schodinger equation) 5. 1
 Stern-Gerlach **实验** (Stern-Gerlach experiment) 6. 2
世界点 (world point) 4. 2

T

湍流 (turbulence) 1; 3. 1; 3. **附录**

U

V

W

微分方程 (differential equation) **第二章附录**; 3. 2. 1; 5. 2. 2
物质第一性原则 (material first principle) 4. 3; 7. 2. 3
物质波 (material wave) 5. 2; 6. 1. 3; 7. 1. 2
物性参数 (material property parameter) 3. **附录**
无形场 (Intangible field) 1. 3
伪 Lorentz 群 (fake Lorentz group) 5. 6. 4
碎涡 (slight eddy vortex) 3. **附录**

X

相对性原理 (relative principle) 1. 2. 1
相干性 (coherency) 13. 7
相对论 (relativity) 1. 2. 1; 4. 5
形式逻辑 (formal logic) 1. 1; 1. 2; 3. 3; 3. **附录**
形式系统 (form system) 1. 1. 2; 2. 2; 2. 3; 5. 4. 2; 5. 5; 5. 6. 6; 7. 1. 1
形式模仿 (formal imitate) **引言**; 5. 4; 7. 3. 3
循环逻辑 (cycle logic) 1. 1. 1; 3. 1
一维谐振子 (one dimension) 6. 1
虚拟力 (fictitious Force) 1. 1. 1

Y

- 原时(proper time) 1. 2. 1
- 有形实体 (tangible entity) 1. 3
- 有限论域 (finite universe of discourse) 7. 2. 2
- 宇称守恒 (parity conservation) 5. 6. 5
- 一般性变分原理 (general variational principle) 7. 4. 1;7. 5. 2; 7. 6
- 以太 (aether) 1. 2. 2

Z

- 哲学紊乱 (philosophyparadox) 1. 1. 1
- 驻波 (standing wave) 5. 2. 2
- 自由度 (degree of freedom) 5. 4. 1;7. 3. 1
- 张量 (tensor) 1. 1. 2
- 最大熵原理(principle of maximum entropy) 2. 4
- 最小作用原理 (principle of least action) 7. 3. 5;7. 5. 2; 7. 6
- 主流区(mainstream region)3. 附录