

图书在版编目(CIP)数据

世上没有傻问题/刘兵主编. —北京:北京大学出版社 2007.5

(新科学读本珍藏版)

ISBN 978-7-301-12071-2

I. 世... II. 刘... III. 科学知识 - 青少年 - 课外读物 IV. G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 056751 号

书 名:世上没有傻问题

著作责任者:刘 兵 主编

责任编辑:刘 维

标准书号:ISBN 978-7-301-12071-2/G·2078

出版发行:北京大学出版社

地 址:北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址:<http://www.pup.cn> 电子信箱:zyl@pup.pku.edu.cn

电 话:邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62767346

出版部 62754962

印 刷 者:

经 销 者:新华书店

787 毫米×1092 毫米 16 开本 14 印张 250 千字

2007 年 5 月第 1 版 2007 年 5 月第 1 次印刷

定 价:25.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话:(010)62752024 电子信箱:fd@pup.pku.edu.cn

目 录

CONTENTS

一 世上没有傻问题 | 1

世上没有傻问题 / [美]萨根 | 3

这儿没有愚蠢的问题 / 丁学良 | 8

最重要的是思想 / [英]德博诺 | 12

阿哈反应:我想出来了! / [美]加德纳 | 17



世上没有傻问题

二 触摸数学这只大象 | 21

触摸数学这只大象 / [美]斯坦因 | 23

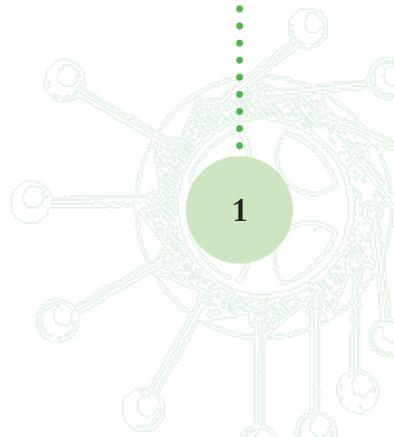
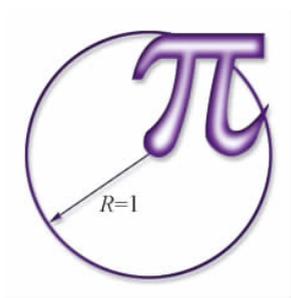
数学的魅力 / [挪威]纽特 | 28

印度人的智慧 / [挪威]纽特 | 37

神奇的 π / [美]布拉特纳 | 45

欧几里得的《原本》 / [美]邓纳姆 | 49

数学是一种精神 / [美]克莱因 | 55



目 录

CONTENTS

三 天与地的故事 | 61

天空是一个大日历 / [美] 萨根 | 63

地球有多大? / [美] 伽莫夫 | 70

地图的故事 / [美] 曼凯维奇 | 76

想象之线 / [美] 索贝尔 | 87

新石器时代的天文学 / [美] 麦克莱伦第三 多恩 | 96

一堂航海技术课 / 国际技术教育协会 | 109



四 向米老鼠致敬 | 113

细胞的身世 / [美] 托马斯 | 115

不碍事的鱼缸 / [奥地利] 劳伦兹 | 122

花与我们的契约 / [美] 波伦 | 130

大与小: 地球上的生命 / [英] 巴罗 | 137

向米老鼠致敬 / [美] 古尔德 | 149



目 录

CONTENTS

五 吃了大数的亏 | 161

金字塔的数学问题 / 郭凯声等 | 163

大数和小数 / [以色列] 马奥尔 | 170

吃了大数的亏 / [美] 伽莫夫 | 174

大自然在乎 / [美] 钱德拉塞卡 | 177



世上没有傻问题

六 如果哈代知道了 | 179

“他的头型完全变样了！” / [英] 达尔文 | 181

一个数学家的自白 / [英] 哈代 | 186

如果哈代知道了 / [英] 戴森 | 192

父亲之风 / 熊秉明 | 197





Chapter 1

一 世上没有傻问题

世上没有傻问题 / [美] 萨根

这儿没有愚蠢的问题 / 丁学良

最重要的是思想 / [英] 德博诺

阿哈反应:我想出来了! / [美] 加德纳





世上没有傻问题

[美] 萨根

所以我们不停地提问，一次又一次，直到一捧土堵住了我们的嘴——难道这就是答案吗？

——海恩里希·海涅《拉撒路》（1854）

在东非 200 万年前的岩石记录中，你能发现我们祖先所设计和用过的一系列劳动工具。他们的生活依赖制造和使用这些工具，当然这是石器时代早期的技术。曾几何时，专门制作的石头被用来戳刺、切削、剥离、切割、雕刻。尽管制造石制工具有很多种方法，值得一提的是，在一个特定的地点，在漫长的时期内，工具都是以同样的方法制造的——这意味着数十万年前一定存在教育体制，即使主要是学徒制度。尽管相似性容易被夸大，但很容易设想有类似的围着缠腰布的教授和学生、实验课程、测验、不及格、毕业典礼和研究生教育。

如果在很长的历史时期内，这种培训没有发生改变，传统就被完整地传递给下一代。但是如果需要学习的东西变化得很快，特别是在一代人的时间内发生，这就很难搞清楚教什么和怎样教。于是，学生就会抱怨内容不恰当；对年长者的尊敬就会减少。教师们对教育标准的降低和学生们变得无精打采感到绝望。在一个处于转变中的世界，学生和教师都需要掌握一门重要的技巧——学会如何学习。

除了儿童之外（他们还不懂得是不是该问一些重要的问题），我们没有谁会花费很多时间去想：为



▲ 石斧



▲ 石刀



◀ 海恩里希·海涅之墓。海因里希·海涅(Heinrich Heine, 1797—1856): 德国诗人、作家, 犹太人。生于杜塞尔多夫一个商人的家庭, 先后在波恩、格丁根、柏林上大学。1825年取得学位。曾经商, 当银行职员, 学过法律。1827年第一部诗集《歌集》问世, 此后作品不断发表, 有《旅行记》、《法兰西现状》、《论德国宗教和哲学史》、《德国, 一个冬天里的童话》、《一个仲夏夜之梦》、《罗曼采罗》等。

什么自然是这个样子? 宇宙是怎么来的, 或它是否一直那样存在? 如果时间某一天会倒流, 结果将会出现在原因之前吗? 是否存在人们认识的极

限? 甚至有些儿童, 我就遇到了那么几个, 想知道黑洞是什么样子, 物质的最小部分是什么, 为什么我们记得过去而不是将来, 为什么有宇宙。

不时的, 我会非常幸运地给幼儿园或一年级的班级讲课。其中很多孩子是天生的科学家——尽管好奇的倾向多一点, 怀疑主义的倾向少一点。他们很好奇, 爱动脑筋, 引起思考的、有洞察力的问题滔滔不绝。他们显示出极大的积极性。我被问一些连续的问题。他们从没听说过什么叫“傻瓜式的问题”。

但是当我和高中高年级的学生交谈时, 我发现情况不同了。他们记住了“事实”, 但总的来说, 发现的喜悦, 事实背后的灵魂, 已经离开了他们。他们失去了大部分好奇心, 仅获得了很少一点怀疑主义。他们担心提出“傻瓜”问题; 他们愿意接受不充分的回答; 他们不提连续的



▶ 天真无邪的小孩总爱问些“傻瓜式的问题”。

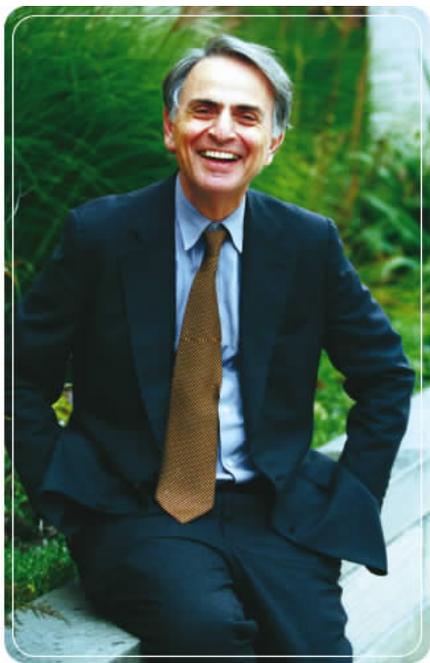
问题；在教室里他们不时斜着眼瞥一下，判断他们的同学是否赞同；他们上课时把带来的问题写在一张纸上，他们偷偷地检查，等待着轮到他们，却疏忽了这时他的同学们正在集中讨论什么问题。

从一年级到十二年级一定是发生了什么，它不仅是青春期的问题。我猜测它部分是因为来自同学间对比的压力（除了在体育运动中）；部分是因为社会教给人们的短期满足；部分是由于一种印象即科学和数学不会使你能买一辆跑车；部分是因为对学生的期望太低；部分是因为理智地讨论科学和技术——甚至学习本身——很少有回报或榜样。那些少数仍然保持兴趣的孩子被贬低为“傻子”、“小丑”或“书呆子”。

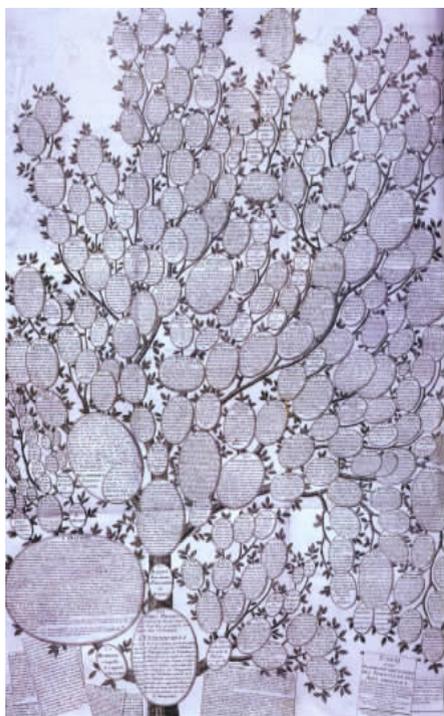
但是还有些别的原因：我发现许多成年人讨厌孩子提出科学问题。孩子也许会问：为什么月亮是圆的？为什么草是绿的？梦是什么？你能挖多深的

小时候,我们经常会问一些诸如“太阳为什么是红的?为什么从东方升起?”等好奇的问题。太阳在人们的日常生活中起着十分重要的作用。在科学不发达的年代,民间流传着许多关于太阳的传说。随着科学的发展,科学家们使用各种太空探测器对太阳及太阳系进行了研究。





▲ 美国天文学家卡尔·萨根



洞？世界的生日是哪一天？为什么我们有脚趾头？大多数老师和家长以生气或嘲弄的态度对待这些问题，或者迅速地转到别的东西上面：“你希望月亮什么样，方的？”孩子们不久便认识到这种问题惹恼了大人。再有几次像这样的经历，就又有孩子离开了科学。为什么成年人在不到六岁的孩子面前要装作无所不知，我感到实在难以理解。承认我们不知道某些东西又怎么了？我们的自尊心竟如此脆弱吗？

而且，这其中有许多是科学领域中的深奥问题，有几个尚未得到完全解决。月亮是圆的与重力是一种将物体拉向任何世界的中心的向心力。草是绿的因为它含有叶绿素，当然，我们都在高中的时候被灌输过这个答案，但是为什么植物含有叶绿素？这看起来很愚蠢，因为太阳输出的峰值能量是在光谱的黄色和绿色部分。为什么全世界的植物要抵制能量最丰富波长部分的阳光呢？也许是由于地球古代生物史上的意外冰冻。但是我们对于草为什么是绿的仍有某些东西不清楚。

① 选自百科全书的知识之树。这是一幅巨大而又复杂图表的一部分。在图表中，人类知识的所有分支都是相互关联的。例如，数学引申出几何学、力学、光学和统计学等等；物理学引申出天文学、地球科学和生命科学等等。

有许多更好的回应可以不使孩子觉得他们问深奥的问题是一个大错误。如果我们对答案有想法，我们可以试着解释。即使是一次不完全的尝试也会起到消除疑虑和鼓励的作用。如果我们不知道答案，我们可以查百科全书。如果我们没有百科全书，我们可以带着孩子去图书馆。或者我们可以说：“我不知道答案，也许没有人知道答案。也许等你长大的时候，你会成为第一个发现答案的人。”有天真的问题、乏味的问题、表述不当的问题，以及在不恰当的自我批判之后提出来的问题。但是每个问题都表明他渴望理解这个世界。这绝不是傻瓜式的问题。聪明的、好奇的孩子是国家和世界的财富。他们需要得到照顾、呵护和鼓励。但是仅仅鼓励是不够的，我们必须给他们关键的进行思考的工具。



本文选自《魔鬼出没的世界：科学，照亮黑暗的蜡烛》，李大光译，吉林人民出版社1998年版。

这篇文章除了标题以外，还有一句很关键的话也应该记住：“从一年级到十二年级一定是发生了什么，它不仅是青春期的问题。”从结果上看，发生的事使好奇心受到遏制，人不再会问“傻”问题。这可是一件很严重的事。因为，正如古希腊的哲人们所言“好奇是学问之父”，科学家们多为终生保持着像儿童一样的好奇心的人，他们没让上文所说的那种事发生。你当然也可以办到，尤其在读了这篇文章之后。而且，作者提到了“青春期”，说明你正好到了注意这件事的关键时期。此时读到了这篇文章，这对你很有益。试着去想一想或研究一下文章中提到的那些问题。比如月亮为什么是圆的？如果有兴趣，还可以把《魔鬼出没的世界》一书找来，翻到第369—372页，作者开列了一串“傻”问题，你都可以试着去想一想。比如：人的胃用浓盐酸溶解食物并帮助消化，为什么盐酸不溶解胃本身？

这儿没有愚蠢的问题

丁学良

新科学读本

珍藏版

在美国一些大学的图书馆里，备有一盘专为刚来美国的外国学生观看的录像带，题为“美国大学的课堂活动”。其用意据我揣测，是让外国人见到这儿课堂里的一些景象时，不至于吃一惊，而能尽快地适应其风格。

这类景象中最突出的之一，是美国人提问题的劲头。课堂上提问题真正是百无禁忌，五花八门：与课题有关的可以提，无关的也可以；大而严肃的问题可以提，小而滑稽的也不妨。因为终身教育观的流行，美国的一些研究生的年纪已经很大，甚至超过教授。他们提起问题来，一点也不甘落后，往往比年轻的同学更起劲，好像“时不我待，不提白不提”似的。我们班上提问题最积极的两位，就是年纪最大的两位：一位是年近五十的独身女警察，

美国名校康奈尔大学



另一位是另一所大学别专业的副教授。这二位对各式各样问题的真诚劲儿，可真令人感动！

在学生一方，是“没有什么问题不可以提”；在教授一方，是“什么问题都鼓励提，都予以应答”。即使是有些在我们中国人看来根本不值一顾的问题，教授也认真地给予反应：能解答的就解答，不能的就说不懂。

这种课堂活动风格，确实使初来乍到的外国学生尤其是东方学生很不习惯。我们中国人在提问之前，总是要在心里掂一下：这问题提得妥当吗？会不会使人笑话？若无相当的把握，是不敢把问题端出来的，因为怕被人窃笑为“傻瓜蛋”！

然而美国人不在乎这一套。有些问题在中国学生看来实在“傻”得够呛，他们提起来却毫不感到难为情，而包括教授在内的美国人也并不露出丝毫窃笑的神情。



为什么？一位朋友告诉我：“在美国没有 stupid（愚蠢的）问题。”其实这话更精确的含义在我理解是：在这里没有什么问题会被认为是“愚蠢的”。

如果说美国人眼里没有愚蠢的问题，那么，不提问才会被视为愚蠢的，甚至是“可怕的”！一学期末，最低分数，教授不是给提问题最复杂或最多的学生，而是给不提问的。说错了被认为是在动脑子，而不说则被认为是没脑子。一个人没脑子当然很可怕！照我们的习惯，老前辈或某权威做报告，晚生后辈理应洗耳恭听，乱提问题显得颇为不敬。而在美国，不论何种会议，最糟糕的莫过于报告人说完后没有人对他提问题，报告人会立刻神情沮丧，感觉受到一种侮辱。问题越多，他则越起劲！

对提问的态度积极到天真的程度，实在是体现了一种民族精神。不能说它“完美无缺”，仔细观察，确实可以发觉有些场合下讨论的是没有意义的问题，

⑦ 美国的课堂气氛十分活跃，就连学生的坐姿都形态各异，不必要求整齐划一。



有时甚至还提出不少荒诞不经的问题，有时给人“过分浅薄”的印象，如此等等。但终究文化教育的发展从其受益要大得多。许多未来发现发明的萌芽、学术新潮的开端，就是萌生于这些百无禁忌的提问应答之中。20世纪初，美国人还是争相去欧洲读书；而现在全世界都承认美国的研究生院教育水平最高。教育水平高，科技和经济也随之发达。那种特有的课堂活动风格，不能说没有作出重大贡献吧？课堂是个小社会，而社会则是个大课堂。如果一代一代的孩子们老是不被鼓励提

问题，荒唐的问题固然无出头之日，然而创造性、想象力、进取心也就因之而泯灭了。而且，现在的大人们又怎能断言他们眼里的天经地义在未来不会被推翻，他们眼里的“无稽之谈”，在未来不会被证实呢？

所以我吁请我国同胞中的长辈们敢于让自己的孩子提问题，不管这孩子是几岁也罢还是几十岁也罢。纵使有时孩子提的问题伤了你们的心，或触犯了你们眼里的天经地义，也不要过分苛责他们。我们民族的振兴也许正是从这里获得其生机哩！



阅读提示

本文摘自《不敢恭维》，中华工商联合出版社2000年版。

这是作者留学期间给国内朋友写的一封信。看起来萨根的观点（参看《世上没有傻问题》）在美国已经深入人心。又或者在萨根眼里，美国的学生们提问时还“傻”得不够？那我们就更得加倍鼓鼓我们的“傻”劲才是。

最重要的是思想

[英] 德博诺

没有任何东西比人类脑子里的思想更重要。人类的成就是建立在人类思想的基础上的。发明之所以引人入胜，是它常常使我们看到，历史上某个时候的某人头脑中的思想，是怎样改变了人类文明的进程。许多发明都是个人作出的，因此，没有任何思想比一种发明更能追溯到个人。就发明而言，由于我们经常享受其成果，所以我们一眼就能看出那种思想是怎样起作用的。

著名的天文学家哈雷曾在水深 18 米的地方呆了一个半小时。他呆在水里干什么呢？他在试验自己的发明——潜水钟。



▲ 英国天文学家哈雷 (Edmund Halley, 1656—1742)

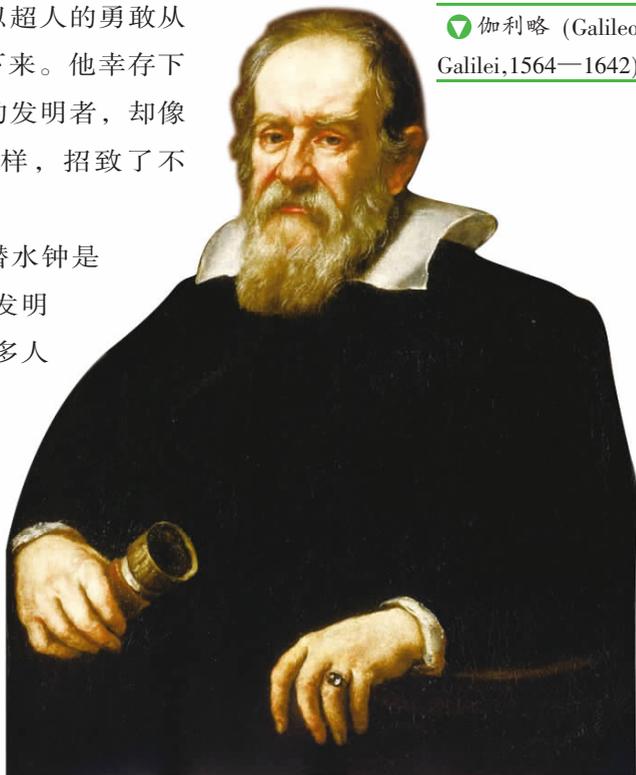


第一个降落伞的发明者，以超人的勇敢从离地 900 米高的气球上跳下来。他幸存下来了，而许多跟飞行有关的发明者，却像滑翔的先驱者利连撒尔一样，招致了不幸。

一位天文学家发明了潜水钟是不值得大惊小怪的，因为发明史充满了这样的例子：许多人发明了与他们的研究领域毫不相干的东西。例如，最早的玉米收割机就是一个演员发明的，他用它来收割自己“种”在舞台上的庄稼。最早的实用潜水艇，是在纽约工作的一位爱尔兰教师发明的——他想用它

来击沉英国的军舰。气胎是一个叫邓洛普的苏格兰兽医发明的，他给小孩玩的三轮脚踏车装上气胎，让儿子骑着经过一段坎坷的鹅卵石路去上学。水翼是一个法国牧师想出来的，然而他却未能使女王伊丽莎白一世相信它的作用。飞行的原理是约克郡的一个乡绅研究出来的，他让不情愿的马车夫坐着滑翔机飞上了天。安全剃刀是一个 40 岁的售货员发明的（人们建议他研制一种用了一次就可以扔掉的东西）。

伽利略 (Galileo Galilei, 1564—1642)



爱迪生自己设计的电灯泡依然照亮蒙罗园主楼楼上的大实验：这里是电话送话器、留声机和电灯泡本身的诞生地。夜复一夜，爱迪生和他的实验小组的同仁们在这里工作，除了半夜吃晚饭外，常常一连几个小时不休息。因此，午夜的盛宴就成了娱乐的时刻，他们唱歌，模仿留声机里的声音，弹奏放在角落里的管风琴。

一项发明的影响可能是巨大的。简单的轧花机的发明，改变了美国南方各州的经济。伽利略对摆锤的观察，使他很快就试制出了准确的钟。贝色麦的炼钢法，为全世界提供了最重要的建筑材料；而火药的发明则结束了中世纪世界各国的封建制度。内燃机是 100 年多一点之前发明的，汽车的发明时间更近一些，看见发明飞机的许多人现在还活着，然而这些发明物现在却主宰着许多先进国家的经济。奥蒂斯的安全起重机使建造摩天大楼成为可能。普雷提克的捕鱼滑车使秘鲁的鱼产量一下子增加了四倍。

虽然如此，发明并非总是受欢迎的。令人难以置信的是，意大利政府和英国政府对马可尼关于无线电的研究不感兴趣。现在还有人回忆说：英国海军部宁愿用人在山顶上互相打信号也不用电报联系。珀西·肖发明的奇妙的小型反光装置一直受到忽视，直到实行战时灯光管制时才迫使人们承认它。一种用短桨推进的小型护卫舰，跟一种新型的用螺旋桨推进的小型护卫舰进行了一场拔河比赛：这是一种发明难得受到的彻底考验。各种发明要获得应有的地位常常是困难的。甚至核物理学之父卢瑟福也怀疑原子能是否有实用的价值。

各种发明是怎样产生的呢？从发明以来一直是医学上的重要工具的听诊器，是勒内克看见一些小孩玩树枝时最先想到的。留声机的发明，是因为爱迪生在一条蜡纸上玩莫尔斯电码时，发现



伽利略制造的望远镜，现保存在佛罗伦萨博物馆。



世界上第一具反射式望远镜，由牛顿于 1670 年设计并制作的。

蜡纸在一根针下迅速地擦过时发出了嗡嗡声。使橡胶变成现在的一种有用材料的硫化技术，是固特异随便做的一些实验的结果。机会、观察和玩耍，是许多发明的基础。雷达的研制成功，出于想制造打飞机的无线电死光武器的奇想。有人不是抛弃这种想法，而是把它用作研制雷达的踏脚石。有时事物陈陈相因。威尔孙开始是个学气象的学生，对云的成因感兴趣，这使他发明了云室，而云室却是研究核物理的一种基本工具。还有另外的情况，对已经有人研究的问题，若从新的角度进行探索也可能导致发明。莱特兄弟在开始制造一种根本就不平稳的航空器时，不是像其他人那样企图使其平稳，而是着眼于控制——这就导致了他们在飞行上的成功。当然，解决个人遇到的问题也能导致发明：比斯尔由于讨厌瓷器店里撒落在地上的稻草而发明了地毯清扫器。

有些发明需要科学技术知识；有些发明则非常简单，事后一目了然，例如中国人发明的双管锁就是这样。在发明了镜片之后三百年，才有人把一个镜片迭到另一个镜片上制成望远镜。活字印刷的道理也很简单，然而却是对刻版印刷的一大改进。



● 莱特兄弟用“飞行者”号成功地进行了4次飞行，他们发明了世界上第一架飞机。

任何东西的促进作用都比不上一新的想法。例如，之所以出现以某种方式给人以额外感觉的照相术，是因为利埃普塞于 1816 年用氯化银纸代替暗箱中的毛玻璃时发现了某种奥秘。

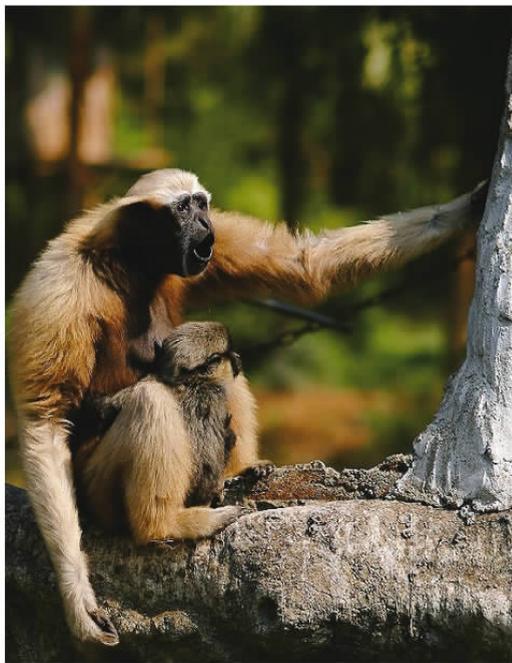
特别成功的静电印刷术是卡尔森于 1938 年发明的。波拉一步摄影照相机是兰德于 1947 年发明的。浮法玻璃是皮尔金顿在 1959 年研制成功的。汪克尔发动机——发动机设计中的一种变革——是汪克尔在 20 世纪 50 年代后期发明的。悬浮运载工具——在运输方法上的一种变革——是科克雷尔于 1955 年发明的。发明的时代永远也不会结束。



阅读提示

本文选自《发明的故事》，蒋太培译，三联书店 1986 年版。

书中讲了许多许多非常有趣的关于发明的故事，这篇短短的前言是画龙点睛，指出所有发明都有一个总的源头，那就是思想。思想的重要性不仅仅在于认识与理解，更在于创造与发明。你可以试着去搞一个发明，就会明白一个有创意的想法有多重要。回过头来再看各种有关发明的故事，可能就更容易领会作者强调的到底是什么了。



阿哈反应：我想出来了！

[美] 加德纳

创造性行为很少出自逻辑与推理，惊人的想法每每不期而至，因而数学家们常说灵感之产生与你正在做什么全然无关。也许你在旅行，也许你在刮胡子，或者在随便想着什么，灵感却突然产生。创造性过程并不因你美好的愿望而闪现，亦不垂青你崇高的奉献精神。实际上，在你的精神充分放松、你的思维自由翱翔时，灵感女神或许已悄然扣动着你未启的心扉。

——马利斯·克莱恩

实验心理学家们常常提到一位教授做过的关于测试大猩猩解决问题能力的一次实验。一只香蕉被挂在天花板的中央，其高度是猩猩跳起来也不能拿到。屋子里除了在墙边放着几个木箱外没有其他任何东西。实验的目的是要看猩猩能否想到把木箱码到屋子中央，然后攀登上去摘到香蕉。

被测试的猩猩默默地蜷缩在角落里，沮丧地望着心理学家来回忙碌摆放木箱。当这位教授经过屋子正中央的时候，猩猩突然一跃而起，迅速跃上教授的肩膀，然后向上一跳，抓走了香蕉。

这一有趣的实验寓意在于：一个貌似复杂的问题，有时解决的办法可能出乎意料地简单。在这个实验中，猩猩的做法不过是靠它的直觉以及以

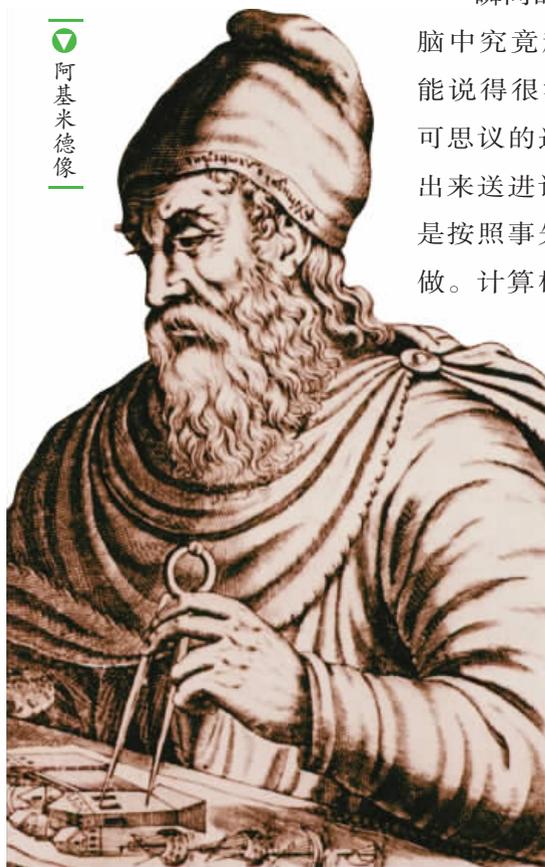
▼ 一只苹果落在牛顿头上的漫画。牛顿晚年宣称正是这个偶然事件促发了他的伟大发现的灵感。



往的经验，但此做法却令我们的教授始料不及。

数学的核心问题就是无终止地探求简单而再简单的方法，去证明各种理论，去解决各种问题。常常有这样的事例：一个理论的最初证明需写出 50 多页厚的一大本，其中充满了严密的推理；几年以后另外的数学家——也许名不见经传——却突发奇想，寥寥数行就给出了清楚而科学的证明。

这种瞬间闪光的妙想，心理学家称之为“阿哈反应”（aha! reactions）（即灵感）。它们看起来确乎鬼使神差。有一个很有名的故事，说的是爱尔兰数学家威廉·朗万·汉密尔顿在散步经过石桥时突然发明了“四元数”的事情。他当时奇妙的想法是他忽然认识到，一个代数系统不一定要满足交换律。他兴奋得不知所措，当即把这些基本公式刻在了石桥上，据说这块刻有公式的石头一直留存至今。



阿基米德像

瞬间的妙想在一个创造性的头脑中究竟起什么作用？恐怕没人能说得很清楚。它的确是一个不可思议的过程，没有人能把它从头脑中捕捉出来送进计算机里，而计算机解决问题必须是按照事先给定的程序机械地一步一步地去做。计算机的应用价值也仅仅是计算速度快得惊人——可以迅速解决一个数学家需不停地计算几千年才可能解决的问题。

灵感，是一种思维的创造性飞跃，其外在表现有时是瞬间闪现出解决问题的最佳途径，它与一般意义上的智慧是有很大的差别的。最近的研究表明，那些经常产生灵感的人，其智力水平大都近于中等，间或有人智力超常，其灵感与智力之间亦无必然联系。通过水平测





▲ 牛顿故居的苹果树至今仍然枝繁叶茂,并结出累累硕果。(王克迪摄)

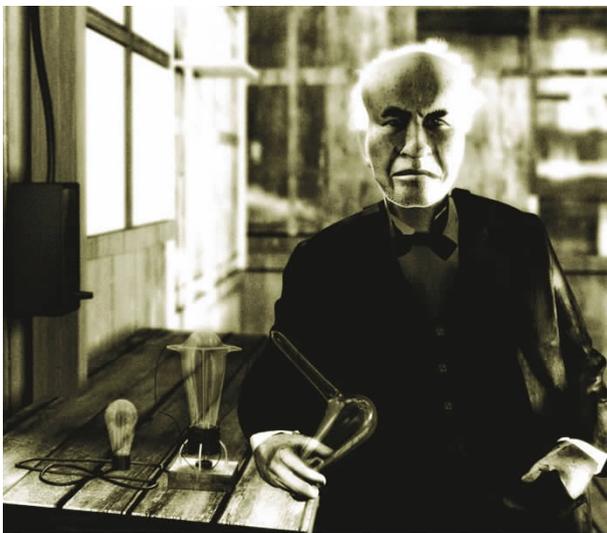
试我们可以看到,一个人的智商可能相当高,但产生灵感的能力却很低;反之,有的人在许多方面的表现并不出色,但这并不排斥他可能妙招迭出。例如爱因斯坦,他对经典数学并不很熟练,他在中学及大学中的成绩亦很平平,但是,相对论却恰恰在这样的头脑中诞生,其意义之深远已彻底改变整个传统物理学的基础。

对创造性思维的研究可以显示一点,即创造能力与幽默并非无缘。或许一些奇思妙想与人的精神愉快有关。能够创造性地解决问题的人

似乎是这一类人:他们喜欢向问题提出挑战,就像有的人着迷于棒球或象棋比赛一样,闲暇游玩的愉悦形成了灵感产生的氛围。

想法的奇妙与思维的敏捷没有必然联系。一个思维慢的人对某个问题的着迷程度并不逊色于一个思维快的人,甚至完全有可能在解决问题时想法更奇妙。轻而易举地解决了问题所带来的喜悦会促使一个人回过头来重新考虑常规的解题思路。本书愿为任何读者服务,但更偏爱那些富有幽默感的理解能力超群的人。

这里谈到的奇思妙想，与科学、艺术、商业、政治及其他人类所从事各项活动的任何领域中的创造力有着密不可分的联系。科学史上的每一次伟大革命几乎都是不囿常规的直觉飞跃的产物。倘若不是宇宙万物无休止地向我们提出各种困惑，科学何以存在？大自然母亲创造了许多有趣的现象，然后向那些科学家们提出了挑战，要求他们解释其所以然。在很多情况下，答案并非要在不断重复的试验中去寻找，像托马斯·爱迪生寻找电灯的灯丝那样，甚至也不需要依据有关理论知识去推演。在许多情况下答案完全出自 Eureka（偶然）。实际上 Eureka 一词出自古希腊的一则典故，故事说的是阿基米德在浴盆中解决了一个有关皇冠的问题。传说当时阿基米德极度兴奋，跳出浴盆赤条条地跑到了街上高喊：“Eureka! Eureka!”（意为：我想出来了！——编者）



▲ 爱迪生寻找灯丝没有依据有关理论知识去推演。



阅读提示

本文选自《阿哈！灵机一动》，李正新译，湖南教育出版社 2002 年版。

这篇文章所说的“阿哈反应”，其实我们都 有过。有时候解数学题不就是这样吗？苦思冥想 许多时候都解不出来，突然灵光一闪：阿哈！我 想出来了！事实上这篇文章就是作者为自己编 写的数学游戏集子写的序言。他强调了创造性 思维的不守成规，当然不是说不动脑子它就会 从天而降。阿基米德在浴盆里想出来的是浮力 如何计算的问题，说明他想这个问题差不多想 得入了迷。那么作者想强调的究竟是什么呢？其 实你把本单元的另外几篇文章放在一起体会 就比较容易理解了：不管你是在学习，还是在游 戏，还是在搞发明，最重要的事都是要保持思想 的自由，不要被一些条条框框框住。

Chapter 2

二 触摸数学这只大象

触摸数学这只大象 / [美] 斯坦因

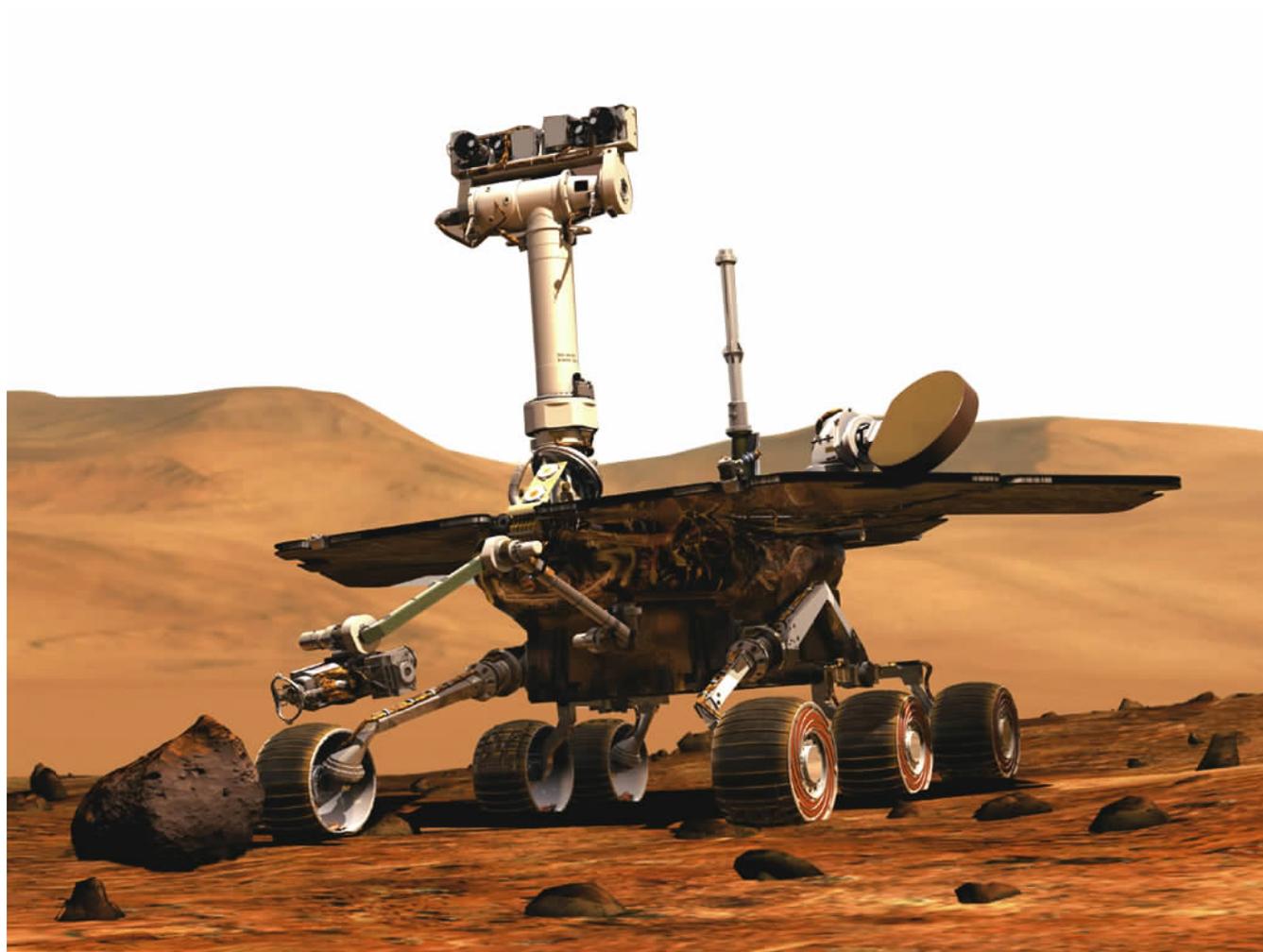
数学的魅力 / [挪威] 纽 特

印度人的智慧 / [挪威] 纽 特

神奇的 π / [美] 布拉特纳

欧几里得的《原本》 / [美] 邓纳姆

数学是一种精神 / [美] 克莱因



ν

Π

X

θ

Z

α

Σ

Δ

λ

Ψ

θ

π

Ω

μ

Ψ

κ

χ

ε

Θ

X

触摸数学这只大象

[美] 斯坦因



▲ 数学家华罗庚

实际上每个人都能了解数学，欣赏数学，意识到它在现代社会中的作用。更通常来讲，我认为，我们不论在数学方面，还是在艺术、木工、烹饪、绘画、唱歌等方面，都只发挥了我们的一小部分潜能。我们过早地止步不前。如果我们愿意探索外部世界和我们自身，我们每个人都能达到一个超乎我们想象的水平。

年轻人应该知道，在各行各业中，数学都是一个工具。大约三分之二的高薪工作，都要求超出算术以外的数学，作为一种训练，或作为日常应用。只有十分之一的低薪工作有这样的要求。（这些数字基于第十章的数据。）这种反差表明，在高技术经济中，数学是多么重要。一个人懂得的数学越多，就会有更多的职业之门向他开放。由于数学是这样一个生计问题，所以我用整整一章——第十章——来叙述在诸多行业中需要（或不需要）什么样的数学。（第九章也与此论题有关。）

▶ 德国哲学家、数学家莱布尼茨(Gottfried Wilhelm Leibniz, 1646—1716),他和牛顿先后独立发明了微积分。



做父母的鼓励自己的孩子们研习数学是至关重要的。当“专家”们利用数字和计算机来影响决策时，每个人都不应惊慌失措。

数学就像寓言中三个瞎子所描述的一样。一个瞎子摸着大腿说：“它像一棵树。”另一个摸着象鼻子报告说：“它像一条蛇。”第三个瞎子摸着一只象耳朵说：“它像一只蝙蝠。”

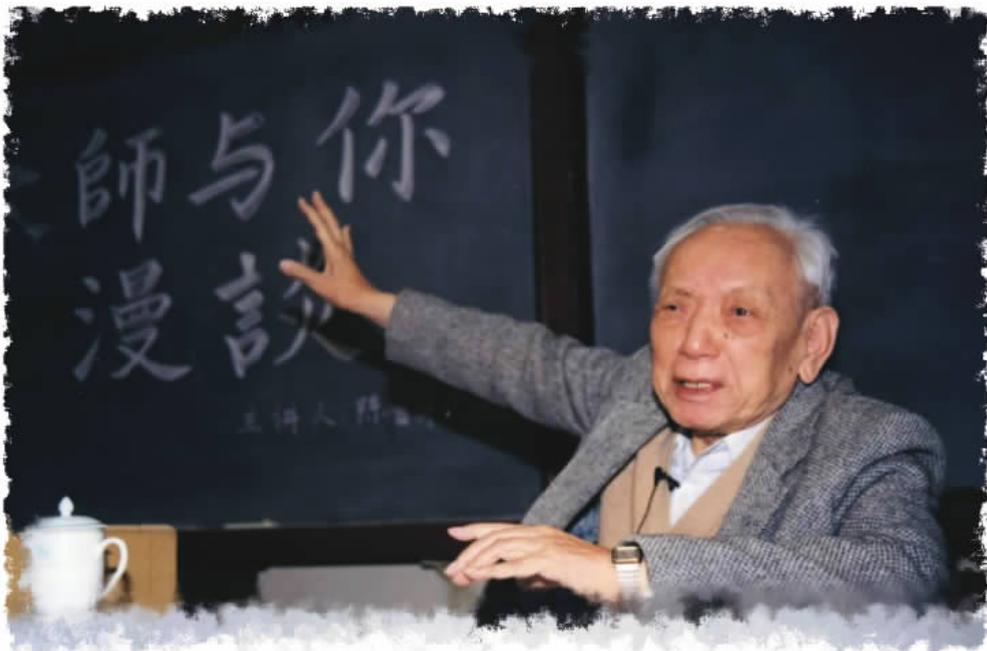
数学也是这样。如果你把它了解为一个进行算术运算——求得长度和面积，以及计算成本和利润——的工具，它就是一把锤子，或者一把螺丝刀。如果你认为它是用以描述重力或染色体的几何形状的，你可能便会把它想象成专为物理学和生物学领域而创立的语言。上一堂几何课或微积分课，你或许又会把数学视为发展分析技巧的一种手段，适用于商业、法律或医务之类职业的一种训练科目。最后一种看法就是连锁旅店的创始人康拉德·希尔顿的看法。他在他写的《作我的客人吧》一书中是这样表述的：

我不力图使人相信，微积分，或者甚至代数与几何，乃旅馆经营所必需。但我要长期大声疾呼，它们绝不是钉在普通教育上的无用装饰物。对我来说，在任何情况下，迅速系统地阐述问题，把每个问题归结为最为简单明了的形式，是特别有用的。你确实不用代数公式，但是……我发现，为发展这一过程所必需的脑力活动，高等数学是最佳可能的锻炼……

全面的数学智能的训练，可以防止任何一种趋势被一些不相干的东西搅得模糊不清，或引入歧途……

⑦ 数学家陈景润





▲ 国际数学大师陈省身

希尔顿不是强调数学重要性的唯一商业家。充满传奇色彩的金融学家瓦伦·巴佛特的伙伴查理斯·蒙格尔，1994年在南加利福尼亚大学的一次谈话中，向学商业的学生们建议：

首先是数学。你必须学会数的处理——基本运算。对于复利计算，排列组合的初等数学是大有用场的模型。这只是十分简单的代数，学起来不难。难的是你要做到日常化，几乎每天都用。

在哈佛商学院，把一年级学生结合在一起的竟是决策一树论。

他们学习代数，并把它应用于现实生活问题。学生们惊奇地发现，中学代数在生活中是有用的。

触摸这只数学大象，还有许多别的方式。如果你体验到它的某些发现与论证的美妙，你便可把数学视为一种艺术形式，就像音乐或者绘画一样。如果你考虑到它的一些撩人心弦而又未获解答的问题，你甚至可以把它同地球上一片未开发的区域相比较。所有这些描写都是正确的，但没有一个道出事情的全部。

如果你触摸数学，主要是通过



▲ 数学家苏步青为中学数学教师上课。

按一天一页的速率安排的一长串枯燥计算，或者是未加解释的一长串没头没脑的公式，你就会有一种最为偏颇的看法。在这种情况下，你可能会把数学视为一种惩罚；当你有权责备你的老师或课本时，你就会加以责备。

一门课程的教法肯定会影响孩子的学习好坏。看看这样的一群孩子吧：他们因为法语课不及格就宣布：“我是没有希望了。我就是没有语言天才。”他们完全忽略了他们已经掌握英语。如果这些学生花费一两年的功夫学习法语，他们很可能学会流利地说法语，甚至好到足以挣一个 A+ 到手。教师给的评分并不能衡量这个孩子，而只是表明在一个特定的教学模式下这个孩子



▲ 拉普拉斯 (Pierre-Simon Laplace, 1749—1827 年), 法国数学家、力学家和天文学家。



▲ 高斯(Carl Friedrich Gauss, 1777-1855), 德国数学家、天文学家和物理学家。

完成得怎么样。在某种意义上,它也是对教师的评估。

在所有课程中,数学可以教得最好,也可以教得最坏。在数学课中,所有卡片都可摆在桌上:没有什么东西必须来自信念或某某权威人物的判断。一切都是讲道理的。在一位准备充分的教师指导下,学生可以自己进行实验,自己有所发现,并揭示出许多未被告知的基本原理。这些实验不需要高档设备。铅笔和纸,一个计算器,一把尺子,一根绳子,骰子,以及若干个便士就够了。



本文选自《数字的力量:揭示日常生活中数学的乐趣和威力》,严子谦、严磊译,吉林人民出版社2000年版。

如果说在小学阶段你学的还是一种简单的算术的话,现在你真的已开始触摸数学这只大象了!这篇文章的作者想告诉你学数学是很必要的。学数学并不可怕。其实他想说的还有很多,比如数学是很优美的,差不多就是一种艺术等等。他写的是好厚的一本书,我们只是节选了开篇的一点点。读这篇文章,我们的建议有两点:

1.记住最后一段文字中关于数学课的论断:没有什么东西必须来自信念或某某权威人物的判断。一切都是讲道理的。——以后你自己可以去验证。

2.试着去想想一个与数学本身关系不大的问题。即:为什么作者在论证学数学的必要性时不引用大数学家的话,却去引用像希尔顿饭店老板这样的大商家的话?想想吧,这个问题挺有趣的!

数学的魅力

[挪威] 纽特

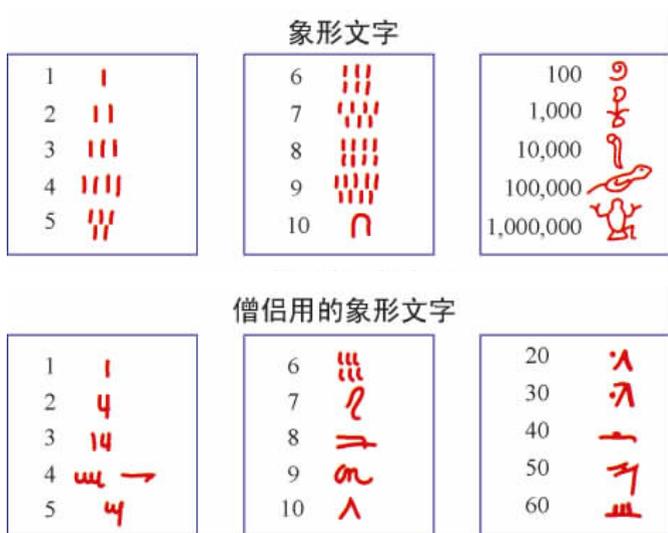
学数学为什么这么困难？”学这种东西有什么用处？”你在上数学课时，可能也有这样的疑问。问这种问题并不蠢，可是死背老师教的东西就很蠢了。

第一个问题可以简单回答：“人所以会对数学感到头痛多半是因为头脑不适合计算。”对于生活在大自然中的原始人来说，

数学这种东西应该是一点用处也没有，因为他们重要的事情是能够活到明天，而人的身体构造从那时候到现在并没有什么改变，因此你的大脑在丛林里寻找老虎时远比思考二加二来得灵活。

要证明人脑的这个弱点很容易。请闭上眼睛，试着想象桌上放着五件东西，什么都可以，这里姑且假设是啤酒瓶好了。首先在脑海里想象桌上有五个啤酒瓶，然后再把一个酒瓶放在这张桌子上，这时……会怎样？这第六个啤酒瓶是不是在脑海里显得很模糊？再加入第七个啤酒瓶看看。这时除非把所有啤酒瓶一个个数出来，否则恐怕无法一次想象清楚。事实上，进行这个测验时，只有极少数人才能在脑海中一次想象出八九个啤酒瓶。

所以，听到这个地球上有很多民族没有表示“数量”的语汇时，也没什么好惊讶的。这些民族虽然有“一”这个词，后面的数量却都由“很多”这个词来表示，也就是说没有代表“二”、“三”、“四”等数字的话语。



▲ 埃及人使用十进位计数体系并用象形文字表示的数字。

楔形数字

60 ²	60	1		现代相等式
		>>>1		$(3 \times 10 =)30 + 1 = 31$
		>>		$(3 \times 60 =)180 + (2 \times 10 =)20 = 200$
>		>		$(10 \times 60^2 =)36000 + (2 \times 60 =)120 + 10 = 36130$
			>>	$20/60 = 1/3$

> = 10

| = 1

同我们的数字一样，这些数值随它们的位置而变化，只是它的基数是用60来代替10。

然而，我们的社会却要你在书桌前不停地使用原始人的大脑钻研数学课本。为什么呢？答案有两个，一个是——老师和父母一定已经告诉过你了，我在这里还是重复一次吧，就是在这个世界上生活时，多少有一些数学知识比较有利。

拿金钱来说好了，你也许有一天需要去银行借钱，要避免在这时候为计算借款而张皇失措，就要尽可能多了解数学。当然你可以用计算器，但是万一按错了键，还是必须自己去发现这个错误。换句话说，要发现这种错误，就必须具备充分的数学知识。

苏美尔人的智慧

总之，懂得计算比较有利，这也是数学这个东西会出现的原因之一。那是距今 5000 多年前的事了，当时有一个民族叫做苏美尔人，刚开始在幼发拉底河和底格里斯河流域

▶ 苏美尔人雕像 (公元前 3500-前 3000)，现藏于伊拉克博物馆。





▲ 苏美尔人的学校使用的书本就是泥板。

一天两餐，这时管理阶层的苏美尔人就能够马上计算出施工期间必须准备 60 万份饮食。因为他们具有计算能力，所以能够预先做好计划。

此外，苏美尔人还知道天上的事情也和数字有关。他们早就注意到，每年都可以在同一个季节的夜空中看到同样的星星。他们还知道，从太阳在盛夏抵达空中最高点到来年返回同一个位置总共需要 365 天，而满月 and 满月之间总是间隔 29

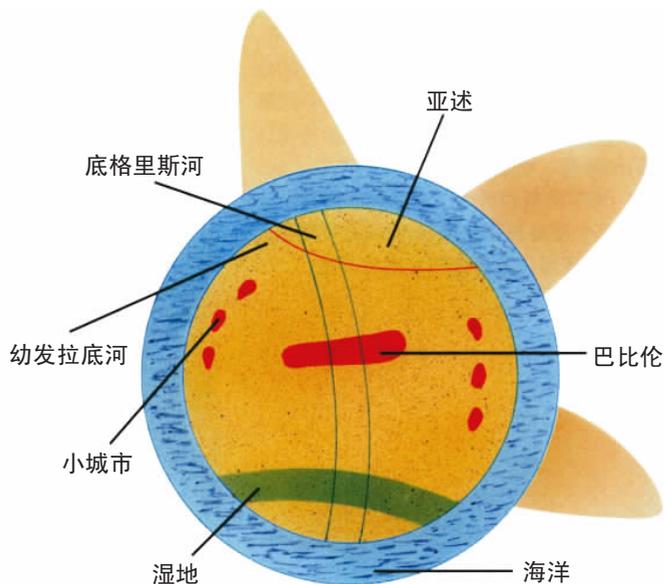
▶ 苏美尔人不仅在雕塑、制陶等方面取得了杰出的成就，在音乐方面对人类也有杰出的贡献，他们制作的“牛头竖琴”，不仅是一件乐器，而且是一件精美的工艺品。

建造第一座大城，数学就是在这里起源的。

人一开始住在大城市，就会发生许多以前没有遇到过的问题。苏美尔人察觉到这一点，决定向几千名居民收费，也就是说征税，然后用收来的钱筑路、挖掘运河或建造房屋、寺院、城池。不管是哪一种建设，需要的劳工和建筑材料都远远不是以往的小村落所能比拟的。而且那时候已经有许多苏美尔人在经商，也需要管理自己买卖的商品。

苏美尔人于是想出最早的数学系统，制订加、减、乘、除四则演算的规则，从而解决了生活上的现实问题。譬如建造一间寺院需要花上 300 天，在这段期间必须供给 1000 名劳工





大英博物馆收藏的绘在黏土板上的巴比伦世界地图，近东被认为是由海洋环绕的世界的中心，海洋外面是未知的土地。

天。苏美尔人最感到不可思议的是，有特别的星星在其他星星之间转来转去，而这种“游荡的星星”——现在称为“行星”——也是很规律地在空中运行。

光是辽阔的空中景象就够让人兴奋不已了，苏美尔人进一步发觉那里的星星、太阳、月亮和日期、数字有关时，心里一定相当的感动。人类就是从那时候开始频频观测星空，第一个天文学家也许就是苏美尔人。

几何学的诞生

苏美尔人的王国在距今 4000 年前为古巴比伦人所攻占。关于古巴比伦，上过宗教（基督教）课程的人应该都听过，这个王国的首都都是巴比伦，也就是以色列人被带往

楔形文字表示的数字

1	∟	11	∟∟	21	∟∟∟	31	∟∟∟∟	41	∟∟∟∟∟	51	∟∟∟∟∟∟
2	∟∟	12	∟∟∟	22	∟∟∟∟	32	∟∟∟∟∟	42	∟∟∟∟∟∟	52	∟∟∟∟∟∟∟
3	∟∟∟	13	∟∟∟∟	23	∟∟∟∟∟	33	∟∟∟∟∟∟	43	∟∟∟∟∟∟∟	53	∟∟∟∟∟∟∟∟
4	∟∟∟∟	14	∟∟∟∟∟	24	∟∟∟∟∟∟	34	∟∟∟∟∟∟∟	44	∟∟∟∟∟∟∟∟	54	∟∟∟∟∟∟∟∟∟
5	∟∟∟∟∟	15	∟∟∟∟∟∟	25	∟∟∟∟∟∟∟	35	∟∟∟∟∟∟∟∟	45	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	55	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟
6	∟∟∟∟∟∟	16	∟∟∟∟∟∟∟	26	∟∟∟∟∟∟∟∟	36	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	46	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	56	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟
7	∟∟∟∟∟∟∟	17	∟∟∟∟∟∟∟∟	27	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	37	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	47	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	57	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟
8	∟∟∟∟∟∟∟∟	18	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	28	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	38	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	48	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	58	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟
9	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	19	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	29	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	39	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	49	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	59	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟
10	∟	20	∟∟	30	∟∟∟	40	∟∟∟∟	50	∟∟∟∟∟		

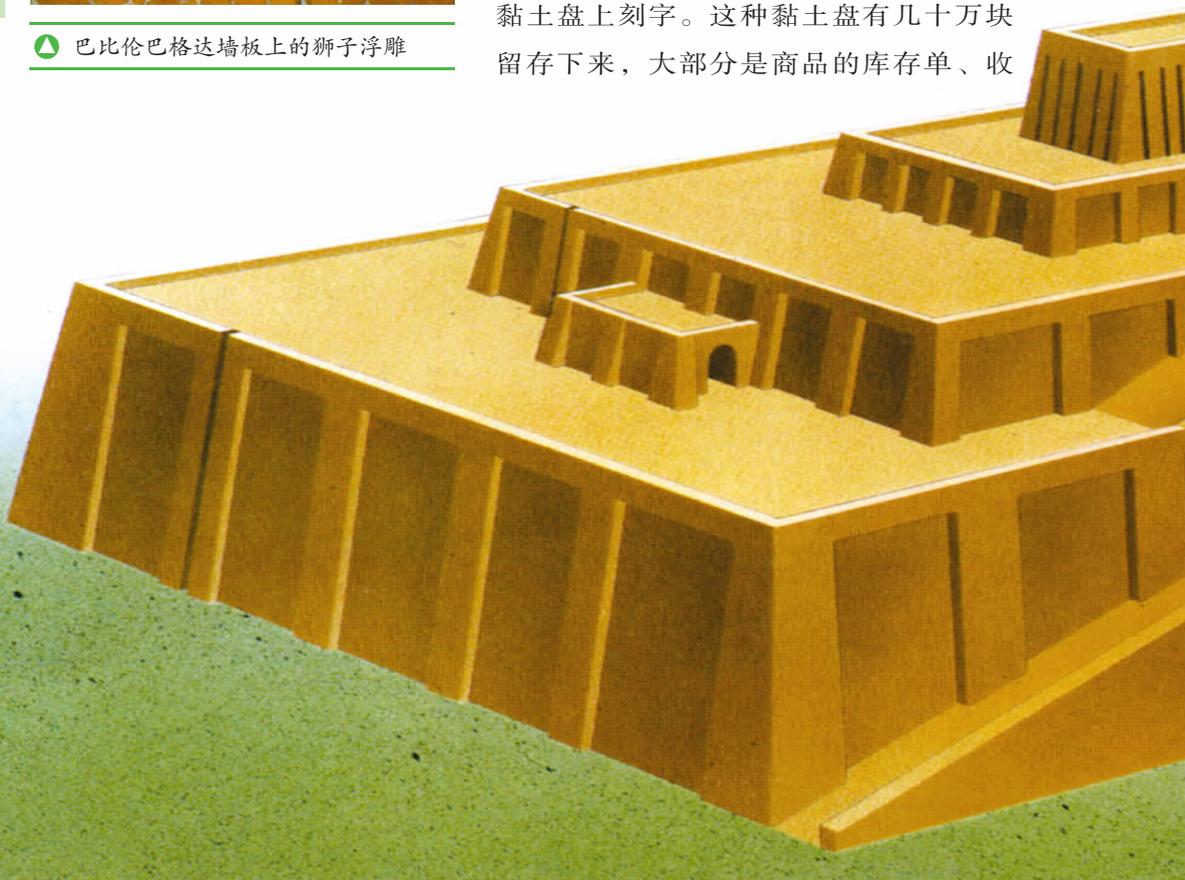


▲ 巴比伦巴格达墙板上的狮子浮雕

的地方。古巴比伦人不仅征服了苏美尔人，也接收了他们的数学知识，奠定了数学这门学问的基础。古巴比伦人为了了解太阳、星星、月亮和行星如何在天空移动，而制作出正确的天体运行表。有了这份依据数学规则制作的运行表，人们才能开始预测星空的变化。

这些知识对当时的一般人来说，一定如同法术。计算技术实际上也运用在这一方面。古巴比伦人相信空中发生的事情会影响日后的地面，因此当时的天文学家也是占卜民众生活的巫师。古代巴比伦的“星星宗教”也称为占星术，一直流传到现在。大部分的周刊杂志不是都有“占星”专栏吗？那就是根据古巴比伦人对星星的数学知识建立出来的。

还有，古巴比伦人也使用细木棍在黏土盘上刻字。这种黏土盘有几十万块留存下来，大部分是商品的库存单、收



据、估价单、天体运行表等等，几乎都没有关于宗教、诗、故事、法律等方面的。从这里可以知道，在古代巴比伦人的日常生活中，计算（以及金钱）是多么的重要。

发明几何学的人也是古巴比伦人。几何学是数学中的一门，研究三角形、圆、四角形、线等计算的学问。“几何学（geometry）”一词的原意是“测量土地”。这项知识要如何运用呢？我们请古巴比伦隔壁的古埃及人民来告诉我们。他们正面临着很特殊的问题。

毕达哥拉斯

埃及人的生活从过去到现在都要依赖尼罗河。以前的尼罗河每年

到了春天都会泛滥，泛滥过的河水会冲走用来划定属地的栅栏或石垣，所以每次泛滥之后，农民都必须请人重新测量土地。几何学——亦即“测量土地”就是在这时派上用场的。

古希腊人开始关心自然时，数学在整个中东地区已经很普遍了。可是，希腊人什么都要认定是他们最早想出来的，在这方面也坚持第一个真正的数学家是泰勒斯。

目前已经知道，具备的数学知识能和古巴比伦人相比的古希腊哲学家寥寥无几，其中之一就是毕达哥拉斯。他在公元前 570 年生于萨摩斯岛，一般认为他的学问是由泰勒斯的弟子传授的。毕达哥拉斯是因两个发现而闻名，但是其中之一

古代巴比伦塔被建时的图景





16 世纪的人们眼中的毕达哥拉斯——完全是想象的，因为没有这位伟大的希腊数学家的任何肖像保留下来。

却和毕达哥拉斯本人没有关系！那就是几何学上有名的“勾股定理”。

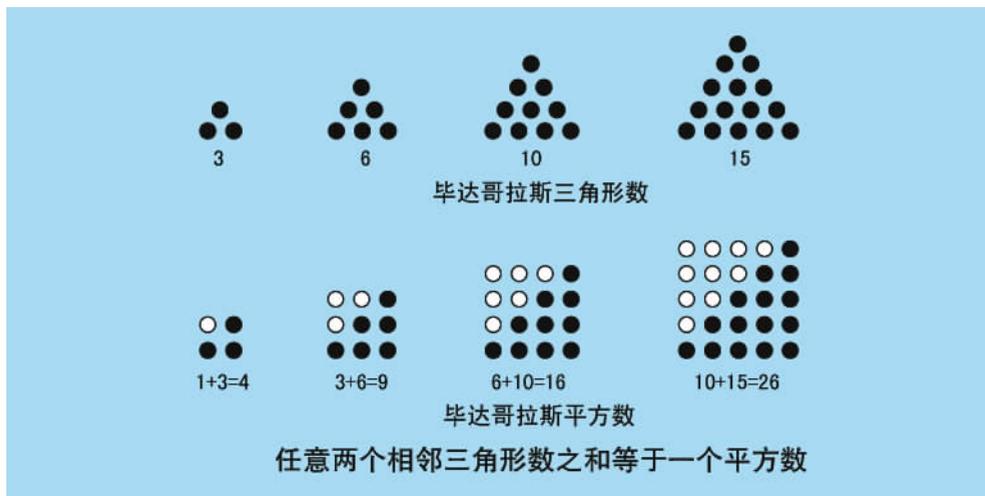
这项定理是关于三角形的边长，只适用于三边中有两边呈直角的三角形。所谓的直角就是绑着秤锤的线垂到地上时，与地平面形成的角度。这本书的书页四边就是这样的直角。

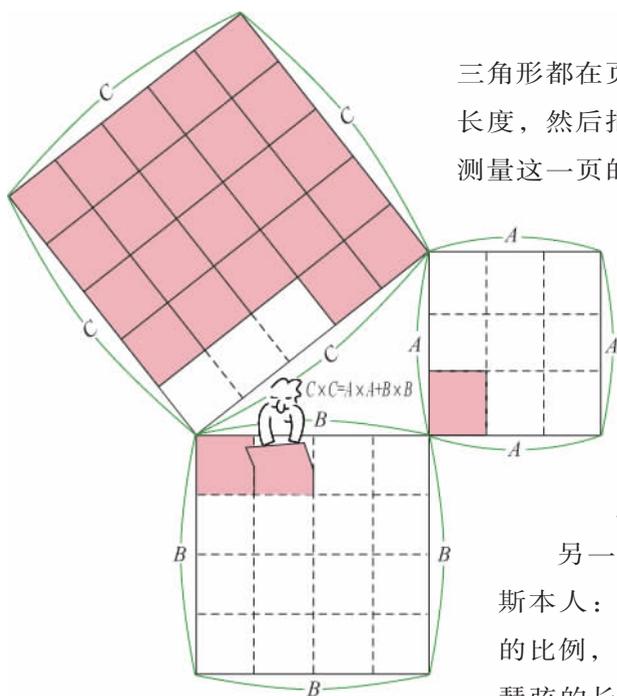
三角形有这种直角，而且知道形成直角两边的长度时，就可以

计算出最长边（斜边）的长。用公式来说明就一清二楚了。假设较短的两边是 A 和 B ，最长的边是 C ，那么：

$$C \times C = A \times A + B \times B$$

实际上测量各个边长就能证明这个公式。你可以尝试在这一页从左上角到右下角画一条直线，把这一页分成两个三角形。这时可以看出来，这两个





三角形都在页边呈直角。接着用尺测量斜线的长度，然后把这数字乘以它自己。同样的，也测量这一页的长和宽，两个数字各乘以自己以后相加，应该会与斜线的长度自乘的结果一样。

这个“毕氏定理”其实是建造金字塔时使用的“三角测量法”，为古埃及人所发现。从此以后，也用来测量山峰的高度或星星之间的距离。

另一个发现应该真的是来自毕达哥拉斯本人：竖琴每一条弦的长度如果呈一定的比例，这些琴弦发出的声音就会很清晰。琴弦的长度可以用数字表示，所以毕达哥

拉斯认为美丽的音色背后存在着“数字”，而为音乐创造出数学性的规则。

毕达哥拉斯曾经在古巴比伦求学，因此知道巴比伦人如何计算天体的运行。音乐和天空的星星虽然是完全不同的两回事，毕达哥拉斯却能发现这两者都依循着数学性规则。他还进一步推想到，自然界所有一切的背后都存在着数字，就像泰勒斯心目中的水，数字对毕达哥拉斯来说就是所有一切的“根源”。

但是，毕达哥拉斯后来的发展可和泰勒斯不一样，他创立了一种“宗教”，神明就是数字。这种新兴宗教吸引了许多信徒，并逐渐有了“毕达哥拉斯学派”的称号。这个学派在毕达哥拉斯过世之后，依然维持了几百年。学派的活动非常神秘，据说把内容泄露出去的人会遭处决。

毕达哥拉斯的思想也许在现今让人觉得很怪异，可是毕达哥拉斯确实有过一项重要的发现。

数学教科书

接下来终于可以谈到你学习数学的第二个理由了。首先要说的是，自然界发生的许多事情实际上都是依循着数学法则，虽然数字未必是所有一切的“根源”，但是几乎所有现象都可以用数字来表示。因此，如果你完全没有数

学知识，就很难了解自然界所发生的事情。

古希腊的哲学家也很清楚这一点，这也是他们为数学着迷了几百年的原因之一。毕达哥拉斯时代的数学放进了太多东西，容易产生纷杂的错误。为了钻研数学这个领域，就必须有把规则订得井然有序的新数学。这种新数学约在公元前 300 年时出现，像数学家欧几里得就写了《几何原理》，记载着种种图形问题的数学证明。

数学证明就是证明公式所表示的事实是绝对正确的。拿勾股定理来说，我们怎么知道这个定理对所

有直角三角形来说都是正确的？三角形有大有小，同一个公式不见得都成立，不是吗？但是，只要是念过《几何原理》的数学家，就不会为这样的问题苦恼，因为他能够证明出勾股定理不管三角形的大小，凡是带有直角的三角形都适用。

欧几里得的研究非常的重要，《几何原理》在我们这个时代依然是数学教科书。近来经常有人说，学校使用的数学教科书太老旧了，可是，请想想看在短短的 100 年前，19 世纪的学生可还在念 2000 年以前的教科书。



本文选自《世界的种子》，李毓昭译，新疆人民出版社 2002 年版。

这篇文章长了点！但因为它说的是历史，不至于太枯燥吧？作者说历史，其实也是想说学数学的必要性。有趣的是他承认学数学很困难，而且给出一个令人意想不到的解释：我们是在用原始人的大脑来学数学。这样的大脑“在丛林里寻找老虎时远比思考二加二来得灵活”。这不是在搞笑。有一本《我们为什么生病》也讲到，由于我们人类在生物体进化上到新石器时代就已停滞不前，我们的身体其实并不适应现在的文明生活，许多文明病就因此发生。读书常常会有意外收获。这篇文章提出的这个观点就是一个例子。还有，在弄明白作者论述学数学为何必要的两个理由的同时，我们也了解到不少有关数学史和思想史方面的知识，它们也许比那两个理由更重要。

印度人的智慧

[挪威] 纽特

数字

阿拉伯人拿来用在实际生活的最重要发明，不是来自古希腊，而是印度。这个发明已经在现今为全世界所使用，而且是每天都在用。我们在使用的时候，却想都没想过那是从哪里来的。这项发明与数字有关。印度人使用数字已经有好几千年，和苏美尔人一样，他们也在距今几千年以前建造了大城市。你应该还记得，建造城市时必须用到数字或数学。不过，印度人对数字有兴趣还有另一个特别的原因，那就是他们所信仰的印度教和数字有很深厚的关系，而且是非常庞大的数字。

宗教在叙述世界的悠远长久时，经常会采用“那是几千年以前的事情”这样的说法。拿圣经来说，就记载着地球是在距今不过 4000 年时创造出来的。然而，印度教偏好更巨大的数字。依这个宗教的说法，世界是在几十亿年前形成的。这么大的数字，即使是远古印度，也不会平常用到。连我们开始以亿为单位数钱也还是不久前进入现代以后的事情，因此从前根本没有人写过这么大的数字。



佛在冥思 (印度)。



按照古印度耆那教的教义所描绘的世界。印度位于世界的中心,并被海洋和其他大陆包围着,那些大陆围成了一个环形。

可是这么一来问题就出现了,你可能也猜得出来,就是常常会搞不清楚是数字还是文字。如果同一页既有罗马数字又有单字,连数学家也很头痛。罗马数字还有一个问题,就是即使数字很小,书写的方式也很复杂。例如“337”,虽然只有三位数,依罗马数字的写法却是“CCXXXVII”,多达9个字母。

创造独特的表数记号时,面对的问题就是如何“定位”。数字是无限的,不管你想出了多大的数字,我都能随时说出比那个更大的数字。因此,如果要为每个数字定出一个记号,那可是永无止境的。

印度人发现,用十个记号排列组合,就可以表现出任何数字。只是有一

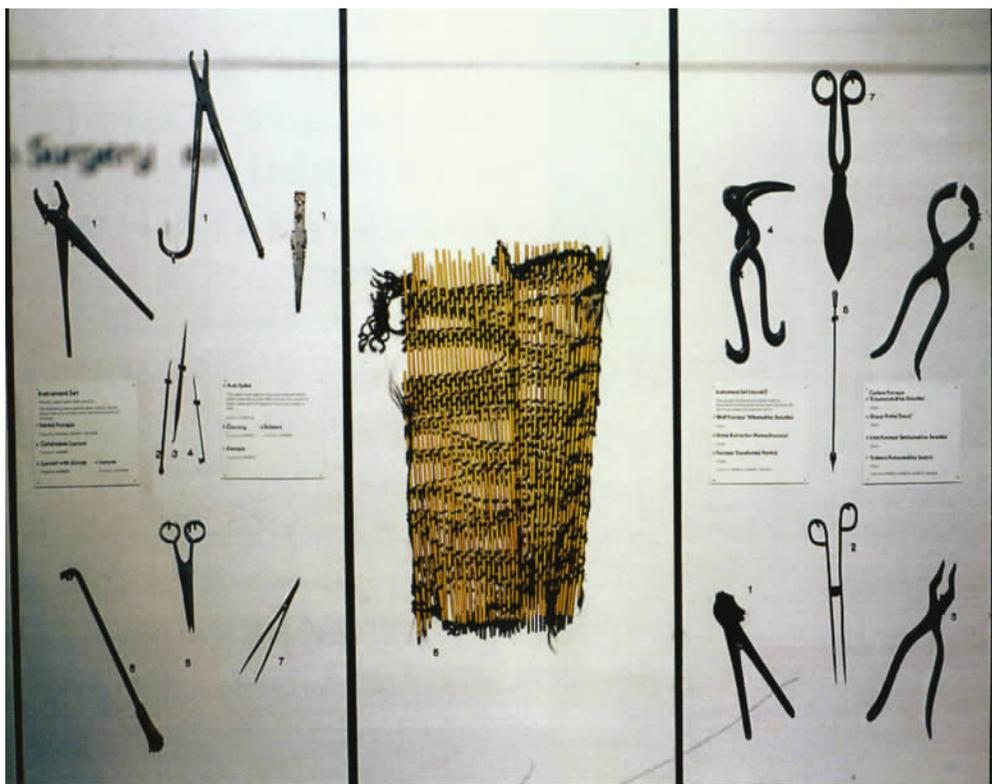
古希腊人对于大得超过某一程度的数字,全部统称为 *muriades*,问题就这样“解决”了。这个词汇——英文是 *myriad*——到现在仍被沿用为“无数”的意思。可是印度人并不以此为满足,因而出现与数字有关的重要发明,亦即创造出独特的记号来表示各个数字。

古希腊人是用一般的字母来表示数字,而罗马数字也和古希腊人的一样,虽然应用范围有限,却一直沿用到现在。古罗马人约定用字母“I”来表示数字“一”,并以“V”表示“五”,“X”是“十”,“L”是“五十”,“C”是“百”,“D”是“五百”,“M”是“千”。

个条件，就是必须事先知道并排的记号各自代表的倍率。在印度式的数字系统中，记号（数字）的排列方式非常重要。

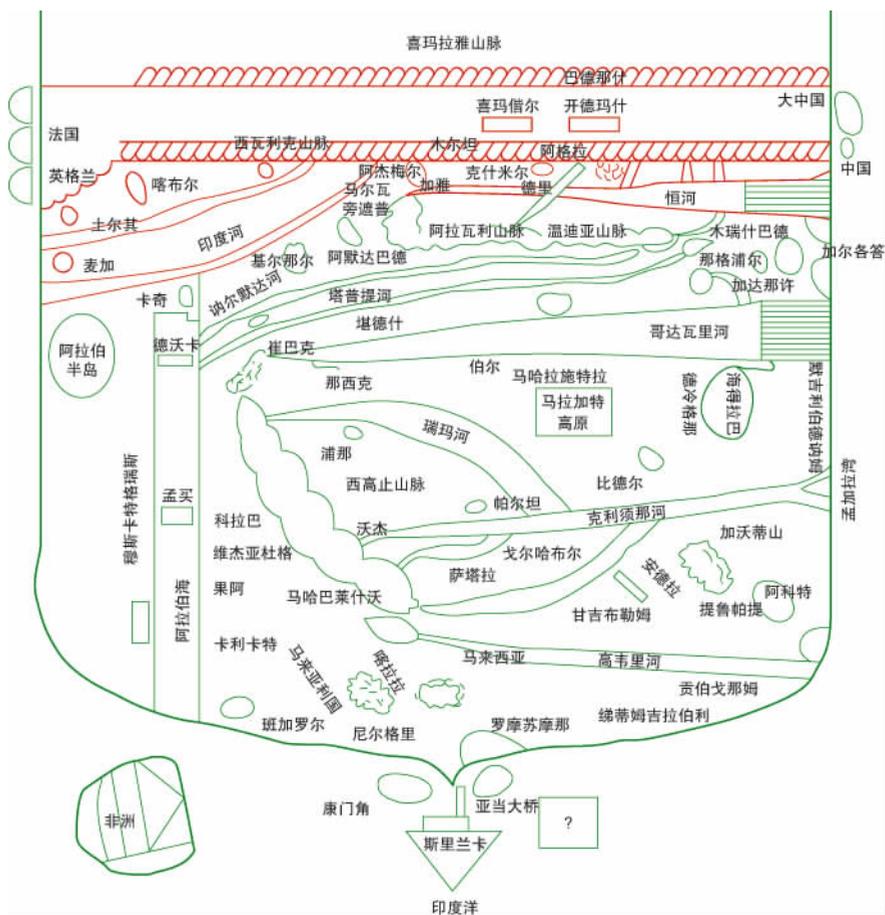
这方面只用文字表达有点困难，我们现在就用实际的数字来说明看看。例如“3764”这个数字就是印度式数字系统的写法。根据印度的数字，最右边的位置一定是表示“个位”，所以“3764”这个数字最右边的“4”代表的实际值是 4×1 。“个位”左边的第一个位数是“十位”，在这个位置上的“6”，所以意思是 6×10 ”。而每往旁边移动一位，乘数就要增加10倍，因此，“十位”的左边数字就是“百位”。现在这个位置是“7”，所以数值是 7×100 ”。而最左边的“3”是在“千位”，所以是 3×1000 ”。全部加起来就是 $3000 + 700 + 60 + 4$ ”。

⑦ 在伦敦科学博物馆的长廊中陈列的印度外科手术的病例和器具。





● 巨大的日晷——在由拉贾·沙瓦·杰·辛格 (Raja Sawai Jai Singh) 修建的天文台中所设置的仪器。天文台位于印度拉贾斯坦邦的首府斋浦尔。



现在把这个四位数中的“3”和“7”对调，结果就是“7364”这个数字，差不多是之前那个数字的两倍。换句话说，数字排列而成的全部数值是依数字所在的位置而定。罗马数字就不是这样了，用罗马数字来表示“3764”是“MMMDC-CLXIII”，“7364”则是“MMMM-MMMCCCLXIII-I”。除了这个，还有别的写法。所以如果你现在觉得上数学课很痛苦，想想为数学伤透脑筋的古罗马人，应该就会感到有点安慰了。

零的发现

话说回来，有些数字并没有“个位”数，这时该怎么办呢？也许你觉得很难相信，但是这个问题确实让数

① 一张绘于17世纪的印度传统的世界地图。印度占据了图中的大部分空间，中国和阿拉伯半岛被挤到了此图地边缘地带。

学家头痛了好几百年，最后由印度人解决了。印度人创造出一个记号，用来表示数字中的空位，记号的形状就是“0”。例如“450”这个数字，最右边的“0”代表“个位”是空的。如果是“703”，就表示“十位”是空的。

要顺利使用印度式的数字系统，就不能没有我们称为“零”的记号。这个天才的发明究竟是在什么时候出现的，我们并不清楚，只知道第一位在著作中谈到“零”的数学家的名字，他就是公元598年出生于现今巴基斯坦辛德镇的婆罗摩笈多。

印度式数字的最大优点之一就是很容易计算，即使要把位数很多的数字加起来，也只要把这些数字直排对齐，再将各个位数相加就可以了。“十位”的数字和“百位”的数字相加，“百位”的和“百位”的相加……你以前应该也照这样算过很多次了，只是没有发觉这个方法有多么的方便。

计算对古希腊人和古罗马人来说，实在是太困难了，因此他们总是尽可能地回避这个问题。连简单的乘法和除法，他们也必须使用“算盘”。所以如果你和欧几里得比赛计算“ 79×23 ”这个乘式的速度，条件是你不用计算器，



● 《恒星之书》(The Book of fixed Stars)副本中的一幅图。原作者是穆斯林占星家拉齐(Abe al-Rahman Ibn Omar Sahl al-razi, 公元903年出生于波斯)。这个副本大约制作于1665年,由穆罕迈德(Abdallah Ibn Muhammed)用草体阿拉伯文写成的。它所表现的是处女座。

他也不用“算盘”，你应该能打败这位伟大的数学家。

阿拉伯人很早就发觉，印度式的数字比罗马人的好用多了。最早了解到这种方便性对做学问有多么重要的是阿拉伯数学家，伊朗出生的阿尔-花拉子密。他一边在巴格达的“智慧馆”上班，一边写出多本与遗产计算法有关的书籍，而且也留下了一本重要的数学书《印度算数》。研究数字性质和计算规则等方面的数学——亦即几何学之外的一切——特称为“代数（algebra）”。

商人也都使用这种新数学。事实上，数学知识在整个阿拉伯普及开来就是因为商人的关系。多亏了印度式的数字系统，阿拉伯商人才能在脑子里迅速算出数字。这个地区的人到现在依然认为，快速计算是商人的重要能力。虽然在我们的国家，依标价购买商品是理所当然的，但是在这个世界上，每买一样东西都必须和卖方讲价的国家也非常的多，去过外国的人一定都有过“杀价”买东西的经验。

就算你的脑筋不擅长处理庞大的数字，你对数字的感觉再怎么说是从古印度人的发明中培养出来的。不论你喜不喜欢数学，看到譬如“1000”和“228”这两



▶ 格涅沙 (Ganesha)——印度的钟象头神。他所扮演的角色就像是“清除障碍物的搬运工”，灾难事件中的受害者或是开始旅行之前都可以向他祈求保佑。这使得人们在宗教仪式开始时要念格涅沙的祷文，因为他是智慧之神，所以科学家和探求知识的人在开始一项实验的时候常常会向他祈祷。他之所以有一个象头是因为湿婆神砍下了他的人头，而他却是妇女神帕华缇 (Parvati) 专门创造出来的大门守护者。帕华缇对湿婆神的做法很生气，所以湿婆神承诺会把第一个经过门前的生物的头安在格涅沙身上——而此时经过的恰好是一头大象。



个数字，你可以立刻判断出哪一个比较大，因为一眼就能看出两者的位数不同。然而，对罗马人来说，却连这一点都很困难。例如

如 “CCXXVIII (228)” 的数字比 “M (1000)” 小，看起来却大很多。

到了 12 世纪，阿拉伯人开始与欧洲人交易。当时的欧洲还在使用罗马数字，因此那时的罗马人目睹阿拉伯人高强的计算能力，一定非常的吃惊。可是他们并不能学习这种新技术，因为在基督教统治的欧洲，阿拉伯人被视为“恶魔的手下”，甚至有人说他们的知识是从地狱得来的。直到 16 世纪以后，欧洲大部分地区才开始使用印度式的数字。



阅读提示

本文选自《世界的种子》，李毓昭译，新疆人民出版社 2002 年版。

曾经创造过伟大文明的古希腊、古罗马人对计算感到非常头疼，这你可能没想到吧？我们如今习以为常的数字和算法，实际上是人类的一项重大发明。我们中国人也是近代才从欧洲引进印度人发明的数字的，而欧洲人又是从阿拉伯引进的，所以我们习惯于叫它们阿拉伯数字。建议你读完这篇文章后试着去考察一下中国古代是怎么计数的。还有，试着去想想我们身边还有哪些习以为常的东西其实是人类的重大发明。可以给你一个提示，比如说钱币。纸币和硬币的发明权可能都属于中国，你如果有兴趣可以进一步去考察其年代。

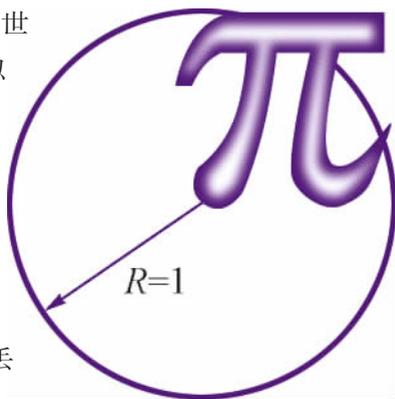
神奇的 π

[美] 布拉特纳

在所有的数学符号中,最神秘、浪漫,受人误解最深,却也最吸引人的符号,也许就是 π 了。

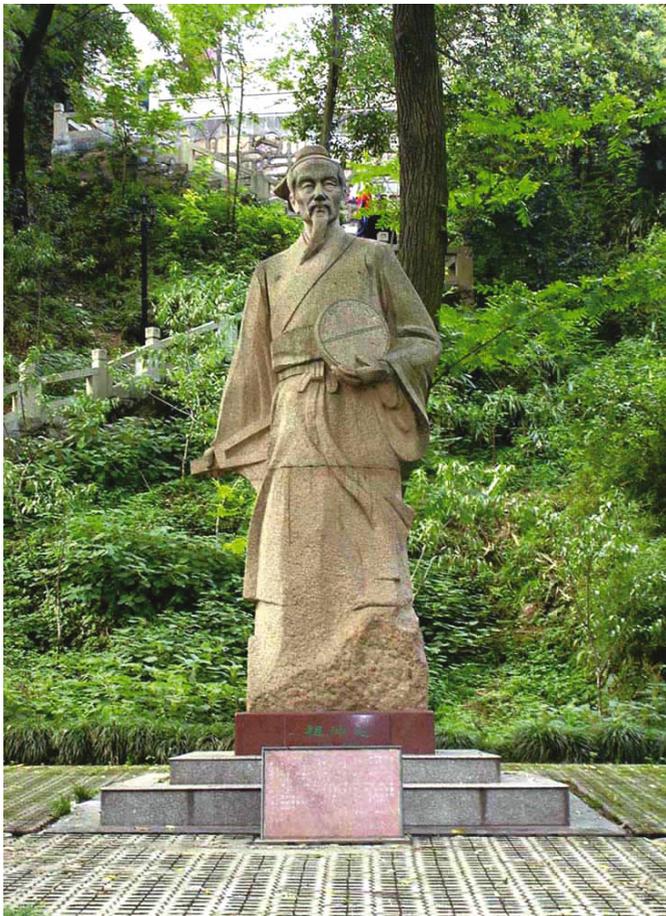
——沙夫《 π 的本质和历史》

在这个充斥着高科技精密仪器的世界,我们总以为完美并不是梦想。难以想象的是,我们连圆周除以直径的简单问题,都未彻底解决。圆周率 π 的值,已让数学家困扰了将近四千年。从没有任何数值能让他们钻研得这么起劲,投入这么多心血;让他们苦思出一大堆理论,最后又将它们丢进垃圾桶。



当然了,只要拿个铁罐和一根线,就能求出圆周约是直径的三倍。拿支精度为 0.1 毫米的金属尺,就能测量出圆周率是 3.1415+。还有其他更精确的计算方法,能求出圆周率为 3.141592653……每多一个小数位,就代表更精确十倍。但不论你如何计算,不论你研究出多么高明的测量方法,你就是无法求出圆周率的值。

但从古到今的数学家已耗费了大半生的精力,只为了尽可能多求出几个数字。目前的纪录已超过了小数点后 510 亿位,这都是人脑和电脑共同努力的成果。但这样做有什么意义?再精确的测量,也不必用到多达百个小数位的圆周率。事实上,就算对最挑剔的工程师而言,



祖冲之 (429—500), 我国南北朝时代杰出的数学家、天文学家和机械制造专家。祖冲之提出圆周率的近似值为 $355/113$, 称为“密率”, 把数学中关于圆周率的计算推进到一个新阶段, 成为当时世界上最精确的圆周率。

有 7 位小数的圆周率就已绰绰有余; 物理学家顶多也只会用到有 15 到 20 个小数位数的圆周率。既然如此, 这些数学家为何如此多事?

我写这本书, 部分就是为了探讨这个问题。但遗憾的是, 这个问题并没有一个标准答案; 但大部分的事物不也是这样? 计算圆周率的值, 是测试电脑计算能力最好的方法之一。只要算错一个数字, 就会导致一连串错误的数值。每当有人想尝试打破这项世界纪录, 他就会发现他的软硬件中, 难免有些无法确认的潜在瑕疵。

但就算我们能求出小数点后的更多位数, 这也无法帮助我们了解圆周率的本质。为什么圆周长和直径的比率这种简单问题, 竟然会演变得如此复杂? 这才是我们该探讨的重点。人类对圆周率的探讨, 正反映出人类追根究底的天性。人类不但亟欲探索宇宙的面貌, 也想探索人类心智的极限。这就像攀登珠穆朗玛峰。为什么有人会去登珠穆朗玛峰? 不为什么, 只因为它在那里。

翻开人类研究圆周率的历史，其中充满了神话和神秘，有让人莫测高深的理论，也有愚不可及的理论。圆周率让人认清人类理解力的极限，点出有限和无限的分野。我们都知道圆周率是圆周除以直径之值，它普遍存在于数学、物理、统计、工程、建筑、生物、天文，甚至艺术等范畴中。在声波和海浪的节奏中，也隐藏着圆周率的身影。它不但存在于几何世界，在自然界中也无所不在。

如果我们能更了解这个数值，如果能找出这一长串数字的规律性，或各种圆周率公式之间的关联，我们对宇宙的数学和物理性，就会有更进一步的认识。但这个数字总是如此扑朔迷离，让人始终无法进一步了解它。

在人类探究圆周率的历史中，充满了精彩的情

⑦ 周髀算经二卷音义一卷。在古算书《周髀算经》(约公元前2世纪)中有“径一而周三”的记载，认为圆周率是常数。



节；其中有喜有悲，更有不厌其详的钻研。也许就像建筑大师米斯梵德罗（Miesvander Robe）说的：“上帝存在于万有的秋毫之末。”难怪数学家会以宗教狂热般的执著，朝小数点后不断钻研，希望能找出一些蛛丝马迹。柏拉图（Plato）说：“上帝按几何原理行事。”现在我们已利用世上最快速的电脑，求算圆周率精确到小数点后数十亿位；但我们仍看不出其中有何规律。我们不禁要问：到底要求到小数后第几位，才能揭开 π 的秘密？

► 拉斐尔（1483-1520）的绘画《雅典学园》中的柏拉图和亚里士多德。这幅画是1511年画的，被收藏在意大利境内的梵蒂冈。



阅读提示

本文选自《神奇的 π 》，潘恩典译，汕头大学出版社2003年版。

《神奇的 π 》一开篇提到一个古老的数学难题——“化圆为方”的问题。所谓化圆为方，就是通过几何作图或数字计算，作一个正方形，其面积必须与一个（任意给定的）圆的面积相等。这是一个由古希腊人出的难题，如果用高等数学就不难解决。你可以用你学到的平面几何和数学知识试着去考虑一下这个问题的解法。由此你可能会认识到，有些看上去很简单的事实际上很不简单，还可能认识到 π 的神奇。当然啰，千万不要走火入魔！比如，不要发誓说解不出来就不睡觉。

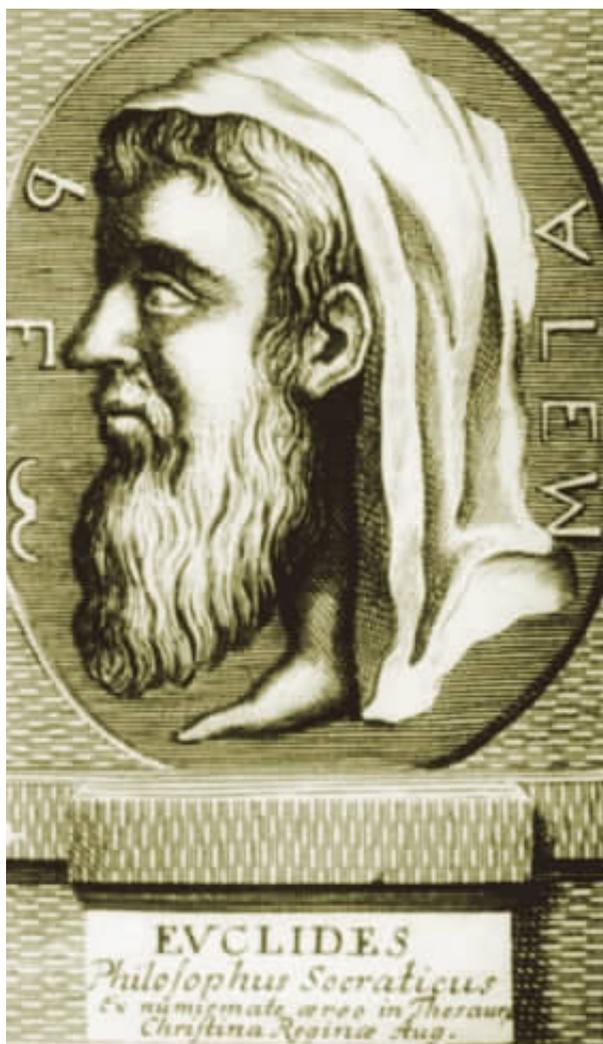
欧几里得的《原本》

[美] 邓纳姆

公元前 4 世纪的最后 30 年，马其顿国王亚历山大大帝即位，并出发征服世界。公元前 332 年，亚历山大大帝征服埃及，随之在尼罗河口建亚历山大城。这座城市发展极为迅速，据说在其后 30 年间，人口已达 50 万。而更为重要的是，在这座城市中建立了宏大的亚历山大图书馆，这座图书馆很快便取代了希腊学园，成为世界的学术重镇。亚历山大图书馆藏有 600000 多部纸莎草纸文稿，其藏书之丰超过了当时世界上的任何一个图书馆。的确，在整个希腊和罗马统治时期，亚历山大城始终是地中海地区的思想中心，直到公元 614 年被阿拉伯人摧毁。

公元前约 300 年，在亚历山大城吸引的众多学者中，有一位名叫欧几里得。他来到亚历山大城，创办了一所数学学校。我们对欧几里得的生平和他到达非洲海岸前后的情况都知之甚少，但他似乎曾在希腊学园接受过柏拉图弟子的训导。不管情况是怎样的，欧几里得的影响十分深远，实际上，所有后来的希腊数学家都或多或少地与亚历山大学校有过某种联系。

欧几里得在数学史上声名显赫，得



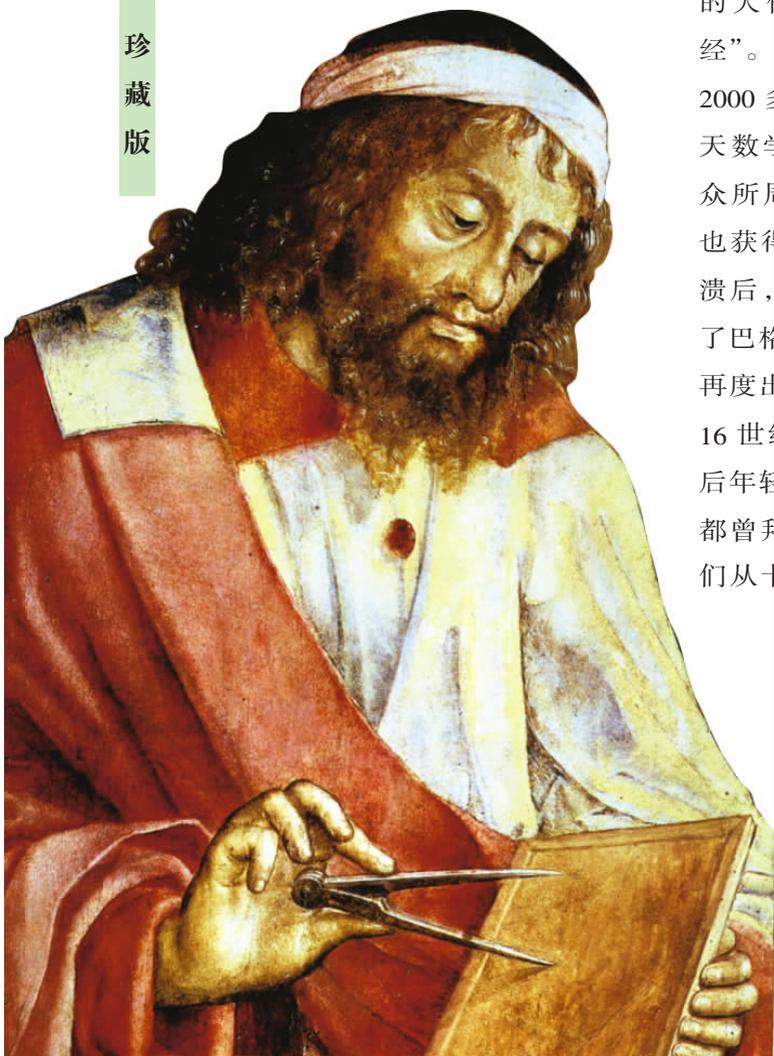
▲ 欧几里得 (Euclid, 拉丁文为 Eulides 或 Euclides), 公元前 300 年前后活跃于古希腊文化中心亚历山大。

益于他编纂的《原本》。这部著作对西方思想有着深远的影响，人们一个世纪又一个世纪地研究、分析和编辑此书，直至现代。据说在西方文明的全部书籍中，只有《圣经》才能够与欧几里得的《原本》比美。

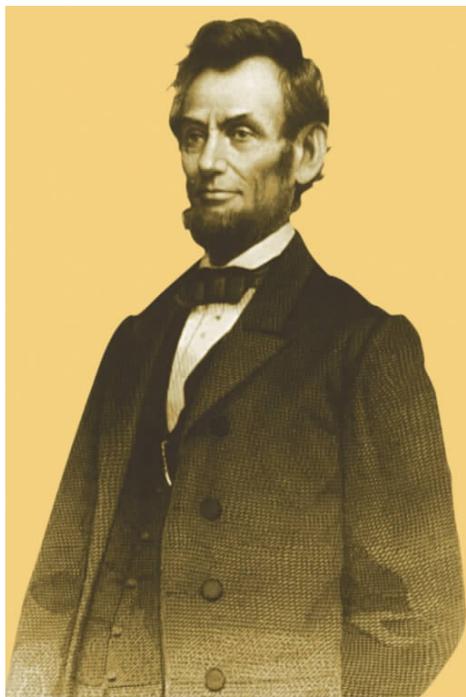
得到人们高度评价的《原本》是一部大型汇编书籍，全书分为13篇，465个命题，其涉及范围，从平面几何、立体几何到数论，无所不包。今天，人们一般认为，在所有这些定理中，只有比较少的一部分是欧几里得本人创立的。尽管如此，

但从整个希腊数学体系来看，他毕竟创造了一个数学宝库，它是如此的成功，如此的受人尊崇，以至于所有前人的类似著作都相形见绌。欧几里得的著作很快就成为了一种标准。如此一来，如果一个数学家说到I.47，就只能意为《原本》第一篇第47命题，而无须解释我们所说的是《原本》，犹如人们一提到“《列王记》7:23”，就知道说的是《圣经》一样。

实际上，这种比较是非常恰当的，因为没有一本书能像欧几里得的大作那样被人看作“数学的圣经”。几百年来，《原本》已出版了2000多个版本，这个数字足以使今天数学教科书的编写家羡慕不已。众所周知，即使在当时，《原本》也获得了巨大的成功。罗马帝国崩溃后，阿拉伯学者将《原本》带到了巴格达。文艺复兴时期，《原本》再度出现于欧洲，其影响十分深远。16世纪的意大利著名学者及100年后年轻的剑桥大学学生艾萨克·牛顿都曾拜读过这部巨著。下面，让我们从卡尔·桑德堡著的亚伯拉罕·林



由根特的贾斯特斯 (Justus) 所绘的欧几里得画像，这幅画像收藏在意大利乌尔比诺 (Urbino) 的公爵宫。



▲ 美国南北战争时期的总统林肯

肯传中摘录一段，看一看没有受过什么正规教育的年轻律师林肯，是如何磨砺他的推理技能的：

“……购买一部欧几里得的《原本》，这部书已有 2300 年的历史……（他）在外出巡回出庭时，把书装在他的旅行袋里。晚上……别人都已入睡了，他还在借着烛光研读欧几里得。”

人们屡屡提及，林肯阅读莎士比亚和《圣经》，文风受到很大影响。同样，他的许多政论文也明显地反映出欧几里得命题的逻辑发展。

伯特兰·罗素（1872—1970）对

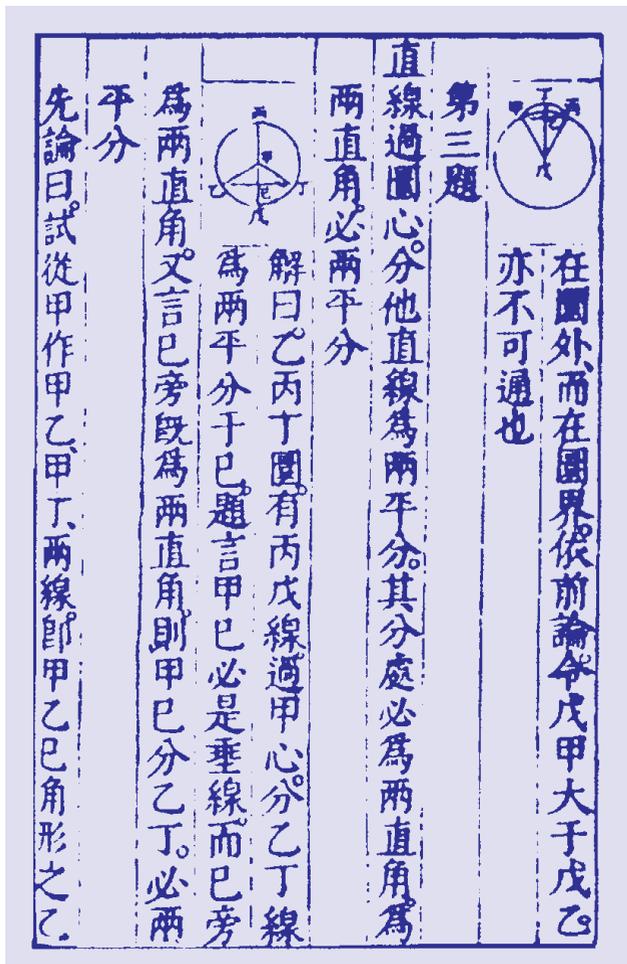


▲ 邮票上的欧几里得

《原本》情有独钟，他在自传中写下了这样一段引人注目的回忆：

“11 岁时，我开始学习欧几里得的书，并请我的哥哥当老师。这是我生活中的一件大事，犹如初恋般的迷人。”

欧几里得天赋超人，与其说他创造了一种新的数学，不如说他把旧数学变成一种清晰明确、有条不紊、逻辑谨严的新数学。这绝不是无足轻重的小事。必须认识到，《原本》绝不仅仅只是数学定理及其证明，早至泰勒斯时代，数学家就已对命题作出过论证，而欧几里得



明刻本《原本》书影

对命题作了辉煌的公理化演绎，这是一个根本的区别。在《原本》中，他首先给出要素：23条定义，5条公设和5个公理。这些都是基础，是欧几里得体系的“已知”。他可以在任何时候应用这些要素。利用这些要素，他证明了他的第一个命题。然后，以第一个命题为基础，他可以将他的定义、公设、公理与第一个命题都融合进对第二个命题的证明。如此循序渐进，直至逐条证明所有的命题。

因此，欧几里得不仅仅作出了证明，更重要的是，他是在这种公理结构中作出的证明。这种论证方法的优越性十分明显，其一就是可以避免循环推理。每一个命题都与前一个命题有着十分清晰而明确的联系，并可直接导回原来的公理。懂得计算机的人甚至还能够画出一张流程图，准确显示证明一个特定定理可以应用哪些推导结果。这种证明方法比“投入”法优越得多，

因为使用“投入”法，人们总是不清楚以前的哪些推导结果可以应用，哪些不可以应用。而且，在推导过程中，还有一个很大的危险，就是，如果要证明定理 A，可能需要应用结果 B，但反过来，如果不应用定理 A 本身，可能又无法证明结果 B。这样，就出现了自我相关的“怪圈”，犹如一条蛇吞吃了自己的尾巴。在数学上，显然徒劳无益。

除此以外，公理化还有另一个优点。由于我们能够明确判别任何命题的前一个命题，因此，如果我们需要改变或消除某一基本公设，我们就能够立即觉察出可能会出现哪些情况。例如，如果我们没有应用公设 C 或根据公设 C 证明的任何结果，就证明出了定理 A，那么，我们可以断言，即使消除公设 C，定理 A 依然正确。这看起来似乎有点儿深奥，但在存有争议的欧几里得第 5 公设中，恰恰出现了这样的问题，引起了数学史上一次持续时间最长、意义最深远的辩论。我们将在本章的“后记”中详细讨论这一问题。

⑦ 徐光启纪念馆。徐光启 (1562-1633)，字子光，号元扈，谥文定，上海徐家汇 (今属上海市) 人，他是明末著名的科学家，第一个把欧洲先进的科学知识，特别是天文学知识介绍到中国，可谓我国近代科学的先驱者。





因此，《原本》的公理化演绎方法是非常重要的。虽然欧几里得没有使之尽善尽美，但它的逻辑极为严密，而且，欧几里得成功地将零散的数学理论编为一个从基本假定到最复杂结论的连续网络，所有这些都使之成为其后所有数学著作的范本。时至今日，在神秘的拓扑学、抽象代数或泛函分析领域，数学家们还是首先提出公理，然后，一步一步地推导，直至建立他们奇妙的理论。而这正是欧几里得逝世 2300 年后的再现。

▲ 位于上海的徐光启之墓。1606 年徐光启与利玛窦合作翻译了《几何原本》的前 6 卷，250 年后，才由李善兰等人翻译了后面 9 卷。《几何原本》是我国科学史上第一部系统的科学译著，成为明末清初很多人学习数学的启蒙读物。



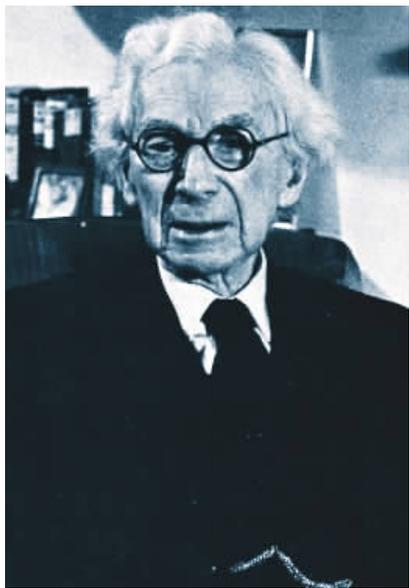
本文选自《天才引导的历程》，中国对外翻译出版公司 1994 年版。

爱因斯坦最初读欧几里得的《原本》时也感到十分震动。他后来回忆说：“书中许多具体的结论已经模糊了，但思想却依旧鲜明！”——最重要的还是思想。数学是人类思想，《原本》是人类思想史上的一块里程碑。当你开始触摸数学之际，先了解一下这块碑的来历和意义当然是有必要的。不过，这篇文章中最令人神往的情节恐怕还是林肯与罗素读《原本》的那种痴迷感受。你如果还不曾有过相似的体验，不妨去想象一下那种“犹如初恋般”的感觉。任何知识的源头都是鲜活而又迷人的思想。接近“源头”的阅读经验是人生中最宝贵的经验之一。

数学是一种精神

[美] 克莱因

智力方面的好奇心和对纯思维的强烈兴趣，激励许多数学家研究数的性质和几何图形，并且取得了富有创造性的成果。今天很受重视的概率论，就开始于牌赌中的一个问题——一场赌博在结束之前就被迫中止了，那么赌注如何分配才合理？另外一个与社会需要或科学没有什么联系的最突出的成就，就是由古代希腊人创造出来的，他们把数学转变成了抽象的、演绎的和公理化的思想系统。事实上，数学学科中一些最伟大的成就——射影几何、数论、超穷数理论和非欧几何，这里我只提到我们将要讨论的内容——都是为了解决纯智力的挑战。



▲ 英国哲学家、数学家罗素(Bertrand Russell, 1872—1970)

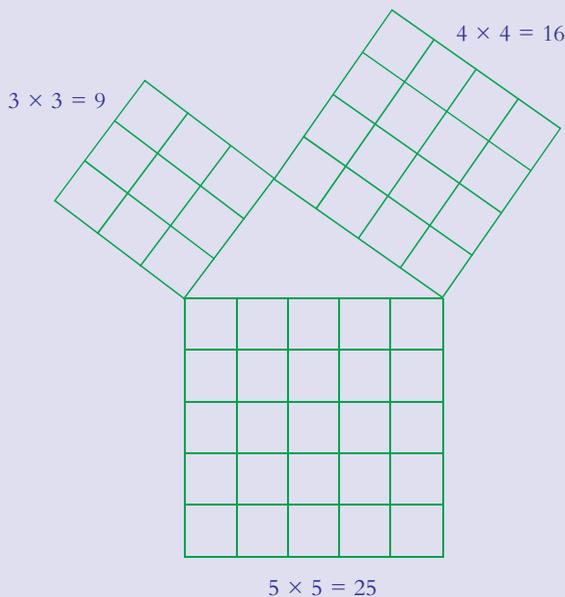
进行数学创造的最主要的驱策力是对美的追求。罗素，这位抽象数学思想的大师曾直言不讳地说：

数学，如果正确地看它，则具有……至高无上的美——正像雕刻的美，是一种冷而严肃的美，这种美不是投合我们天性的微弱的方面，这种美没有绘画或音乐的那些华丽的装饰，它可以纯净到崇高的地步，能够达到严格的只有最伟大的艺术才能显示的那种完美的境地。一种真实的喜悦的精神，一种精神上的亢奋，一种觉得高于人的意识——这些是至善至美的标准，能够在诗里得到，也能够在数学里得到。

除了完善的结构美以外，在证明和得出结论的过程中，运用必不可少的想象和直觉也给创造者提供了高度的美学上的满足。如果美的组成和艺术作品的特征包括洞察力和想象力，对称性和比例、简洁，以及精确地适应达到

毕达哥拉斯定理

弦的平方等于勾、股平方的和



目的的手段，那么数学就是一门具有其特有完美性的艺术。

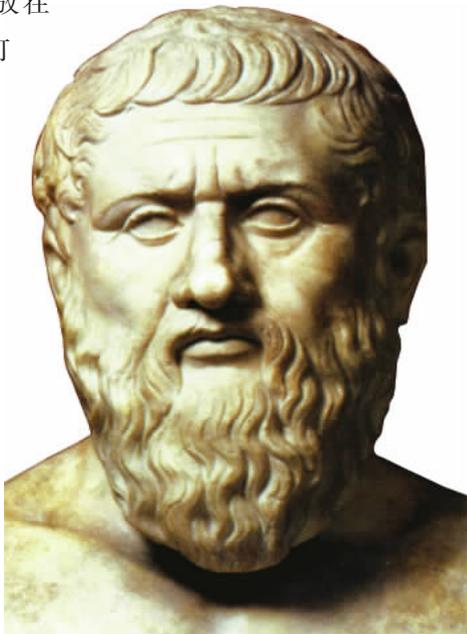
尽管历史已清楚地表明，上述所有因素推动了数学的产生和发展，但是依然存在许多错误的观点。有这样的指责（经常是用来为对这门学科的忽视作辩解的），认为数学家们喜欢沉湎于毫无意义的臆测；或者认为数学家们是笨拙和毫无用处的梦想家。对这种指责，我们可以立刻作出使其无言以对的驳斥。事实证明，即使是纯粹抽象的研究，更不用说由于科学和工程的需要而进行的研究了，也是有极大用处的。圆锥曲线（椭圆、双曲线和抛物线）自被发现两千多年来，曾被认为不过是“富于思辨头脑中的无利可图的娱乐”，可是最终它却在现代天文学、仿射运动理论和万有引力定律中发挥了作用。

另一方面，一些“具有社会头脑”的作家断言：数学完全或者主要是由于实际需要，如需要建筑桥梁、制造雷达和飞机而产生或发展的。这种断言也是错误的。数学已经使这些对人类方便有用的东西成为可能，但是伟大的数

学家在进行思考和研究时却很少把这些放在心上。有些人对实际应用漠不关心，这可能是因为他们成果的应用在几百年后才实现。毕达哥拉斯和柏拉图的唯心主义数学玄想，比起货栈职员采用“ $\frac{1}{2}$ ”号和“ $\frac{1}{3}$ ”号的实际行动来（这曾使某一作家深信“数学史上的一个转折点乃是由日常的社会活动所致”），所作的贡献要大得多。确实，几乎每一个伟大的人物所考虑的都是他那个时代的问题，流行的观点会制约和限制他的思想。如果牛顿早生二百年，他很有可能会成为一位出色的神学家。伟大的思想家追求时代智力风尚，就如同妇女在服饰上赶时髦一样。即使是把数学作为纯粹业余爱好的富有创造性的天才，也会去研究令专业数学家和科学家感到十分激动的问题。但是，那些“业余爱好者”和数学家们一般并不十分关心他们工作的实用价值。

实用的、科学的、美学的和哲学的因素，共同促进了数学的形成。把这些作出贡献、产生影响的因素中的任何一个除去，或者抬高一个而去贬低另外一个都是不可能的，甚至不能断定这些因素中谁具有相对的重要性。一方面，对美学和哲学因素作出反应的纯粹思维，决定性地塑造了数学的特征，并且作出了像欧氏几何和非洲几何这样不可超越的贡献。另一方面，数学家们登上纯思维的顶峰不是靠他们自己一步步攀登，而是借助于社会力量的推动。如果这些力量不能为数学家们注入活力，那么他们就立刻会身疲力竭；然后他们就仅仅只能维持这门学科处于孤立的境地。虽然在短时期内还有可能光芒四射，但所有这些成就就是昙花一现。

数学的另一个重要特征是它的符号语言。如同音乐利用符号来代表和传播声音一样，数学也用符号表示数量关系和空间形式。与日常讲话用的语言不同，日常语言是习俗的产物，也是社会和政治运动的产物，而数学语言则是慎重地、有意地而且经常是精心设计的、凭借数学语言的严密性和简洁性，



▲ 梵蒂冈博物馆收藏的柏拉图头像——当然，它不是很像，而是一幅中世纪所想象的这位伟大的哲学家的形象。

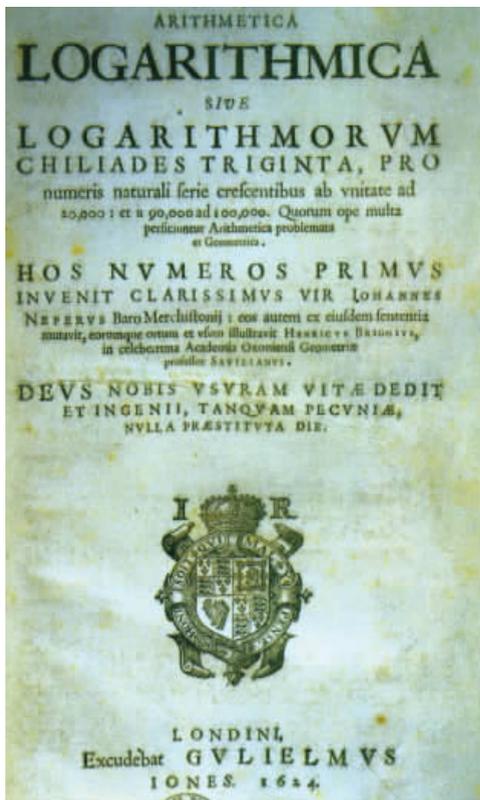
数学家们就可以表达和研究数学思想，这些思想如果用普通语言表达出来，就会显得冗长不堪。这种简洁性有助于思维的效率。J.K.杰罗姆（J.K. Jerome），为了需要求诸于代数符号，在下面一段描写中，尽管与数学无关，却清楚地表现了数学的实用性和明了性：

当一个12世纪的青年坠入情网时，他不会后退三步，看着他心爱的姑娘的眼睛，对她说她是世界上最漂亮的人儿。他说他要冷静下来，仔细考虑这件事。如果他在外面碰上一个人，并且打破了他的脑袋——我指另外一个人的脑袋——于是那就证明了他的——前面那个小伙子——姑娘是个漂亮姑娘。如果是另外一个小伙子打破了他的脑袋——不是他自己的，你知道，而是另外那个人的——对第二个小伙子来说的另外一个，因为另外一个小伙子只是对他来说是另外一个，而不是对前面那个小伙子——那么，如果他打破了他的头，那么他的姑娘——不是另外一个小伙子，而是那个小伙子，他……瞧：如果A打破了B的脑袋，那么A的姑娘是一个漂亮的姑娘。但如果A打破了A的头，那么A的姑娘就不是一个漂亮的姑娘，而A的姑娘是一个漂亮的姑娘。

简洁的符号能够使数学家们进行复杂的思考时应付自如，但也会使门外汉听数学讨论如坠五里云雾。

数学语言中使用的符号十分重要，它们能区别日常语言中经常引起混乱的意义。例如，英语中使用“is”一词时，就有多种不同的意义。在“他在这儿”（He is here）这个句子中，“is”就表示一种物理位置。在“天使是白色的”（An angel is white）这个句子中，它表示天使的一种与位置或物理存在无关的属性。在“那个人正在跑”（The man is running）这个句子中，这个词“is”表示的是动词时态。在“二加二等于四”（Two and Two are four）这个句子中，is的形式被用于表示数字上的相等。在“人是两足的能思维的哺乳动物”（Men are the two-legged thinking mammals）这个句子中，is的形式被用来断言两组之间的等同。当然，在一般日常会话中引用各种各样的词来解释is的所有这些意义，不过是画蛇添足，因为尽管有这些意义上的混乱，人们也不会因此产生什么误会。但是，数学的精确性——它与科学和哲学的精确性一样，要求数学领域的研究者们更加谨慎。

在最广泛的意义上说，数学是一种精神，一种理性的精神。正是这种精神，使得人类的思维得以运用到最完善的程度，亦正是这种精神，试图决定性地影响人类的物质、道德和社会生活；试图回答有关人类自身存在提出的



▲ 亨利·布里格斯于1624年出版的《对数论》的扉页和样张。

Chilias tercia.					
Num. ab abdo	Logarithmi.	Num. ab abdo	Logarithmi.	Num. ab abdo	Logarithmi.
2001	3,41514,01511,058	2634	3,42061,57905,2573	2667	3,42402,30455,8607
2002	3,41510,72923,3556	2635	3,42078,06195,4255	2668	3,42418,58232,4451
2003	3,41507,44111,0223	2636	3,42094,54050,2190	2669	3,42434,85737,8751
2004	3,41504,09958,0615	2637	3,42111,01207,0141	2670	3,42451,12011,6418
2005	3,41500,77226,3324	2638	3,42127,47921,1014	2671	3,42467,38802,1148
2006	3,41497,44411,37637	2639	3,42143,91001,2002	2672	3,42483,64538,0211
2007	3,41494,10211,6513	2640	3,42160,30268,6028	2673	3,42499,89587,6594
2008	3,41490,75870,5088	2641	3,42176,84012,0669	2674	3,42516,14029,5597
2009	3,41487,40701,0021	2642	3,42193,28151,7811	2675	3,42532,37863,6725
2010	3,41484,05007,3828	2643	3,42210,72391,3171	2676	3,42548,61090,9470
2011	3,41480,68718,2195	2644	3,42227,16731,1360	2677	3,42564,83711,8693
2012	3,41477,32429,0602	2645	3,42243,61071,2110	2678	3,42581,05716,7599
2013	3,41474,00000,0000	2646	3,42260,05411,2860	2679	3,42597,27116,0821
2014	3,41470,67571,1411	2647	3,42276,49751,3610	2680	3,42613,48516,0071
2015	3,41467,35142,2822	2648	3,42292,94091,4360	2681	3,42629,69916,0321
2016	3,41464,02713,4233	2649	3,42309,38431,5110	2682	3,42645,91316,0571
2017	3,41460,70284,5644	2650	3,42325,82771,5860	2683	3,42662,12716,0821
2018	3,41457,37855,7055	2651	3,42342,27111,6610	2684	3,42678,34116,1071
2019	3,41454,05426,8466	2652	3,42358,71451,7360	2685	3,42694,55516,1321
2020	3,41450,73000,0000	2653	3,42375,15791,8110	2686	3,42710,76916,1571
2021	3,41447,40571,1411	2654	3,42391,60131,8860	2687	3,42726,98316,1821
2022	3,41444,08142,2822	2655	3,42408,04471,9610	2688	3,42743,19716,2071
2023	3,41440,75713,4233	2656	3,42424,48811,0360	2689	3,42759,41116,2321
2024	3,41437,43284,5644	2657	3,42440,93151,1110	2690	3,42775,62516,2571
2025	3,41434,10855,7055	2658	3,42457,37491,1860	2691	3,42791,83916,2821
2026	3,41430,78426,8466	2659	3,42473,81831,2610	2692	3,42808,05316,3071

问题；努力去理解和控制自然；尽力去探求和确立已经获得知识的最深刻的和最完善的内涵。在本书中，我们最为关心的将是这种精神的作用。

数学还有一个更加典型的特征与我们的论述密切相关。数学是一棵富有生命力的树，她随着文明的兴衰而荣枯。它从史前诞生之时起，就为自己的生存而斗争，这场斗争经历了史前的几个世纪和随后有文字记载历史的几个世纪，最后终于在肥沃的希腊土壤中扎稳了生存的根基，并且在一个较短的时期里茁壮成长起来了。在这个时期，它绽出了一朵美丽的花——欧氏几何。其他的花蕾也含苞欲放。如果你仔细观察，还可以看到三角和代数学的雏形；但是这些花朵随着希腊文明的衰亡而枯萎了，这棵树也沉睡了一千年之久。

这就是数学那时的状况。后来这棵树被移植到了欧洲本土，又一次很好地扎根在肥沃的土壤中。到公元1600年，她又获得了在古希腊顶峰时期曾有过的旺盛的生命力，而且准备开创史无前例的光辉灿烂的前景。如果我们将17世纪以前所了解的数学称为初等数学，那么我们能说，初等数学与从那以后创造出的数学相比是微不足道的。事实上，一个人拥有牛顿处于顶峰时期所掌握的知识，在今天不会被认为是一位数学家。因为与普通的观点相反，现在应该说数学是从微积分开始，而不是以之为结束。在我们这个世纪，这门学科已具有非常广泛的内容，以致没有任何数学家能够宣称他已精通全部数学。



阅读提示

本文选自《天才引导的历程》，中国对外翻译出版公司1994年版。

作者克莱因是一位优秀的应用数学家和数学史家，他的《古今数学思想》一书在中国很有影响。一位应用数学家在讨论“数学创造的驱策力”时，观点竟与哈代很接近（参看《一个数学家的辩白》），说明这个观点很值得我们重视。如果你还不太理解为什么说“数学是一种精神”，可以先记住这篇文章的主要结论，以后在学习数学时慢慢用心体会。不着急，好多数学家也是用好长时间才明白过来的。也请参看《如果哈代知道了》一文。

Chapter 3

三天与地的故事

天空是一个大日历 / [美] 萨根

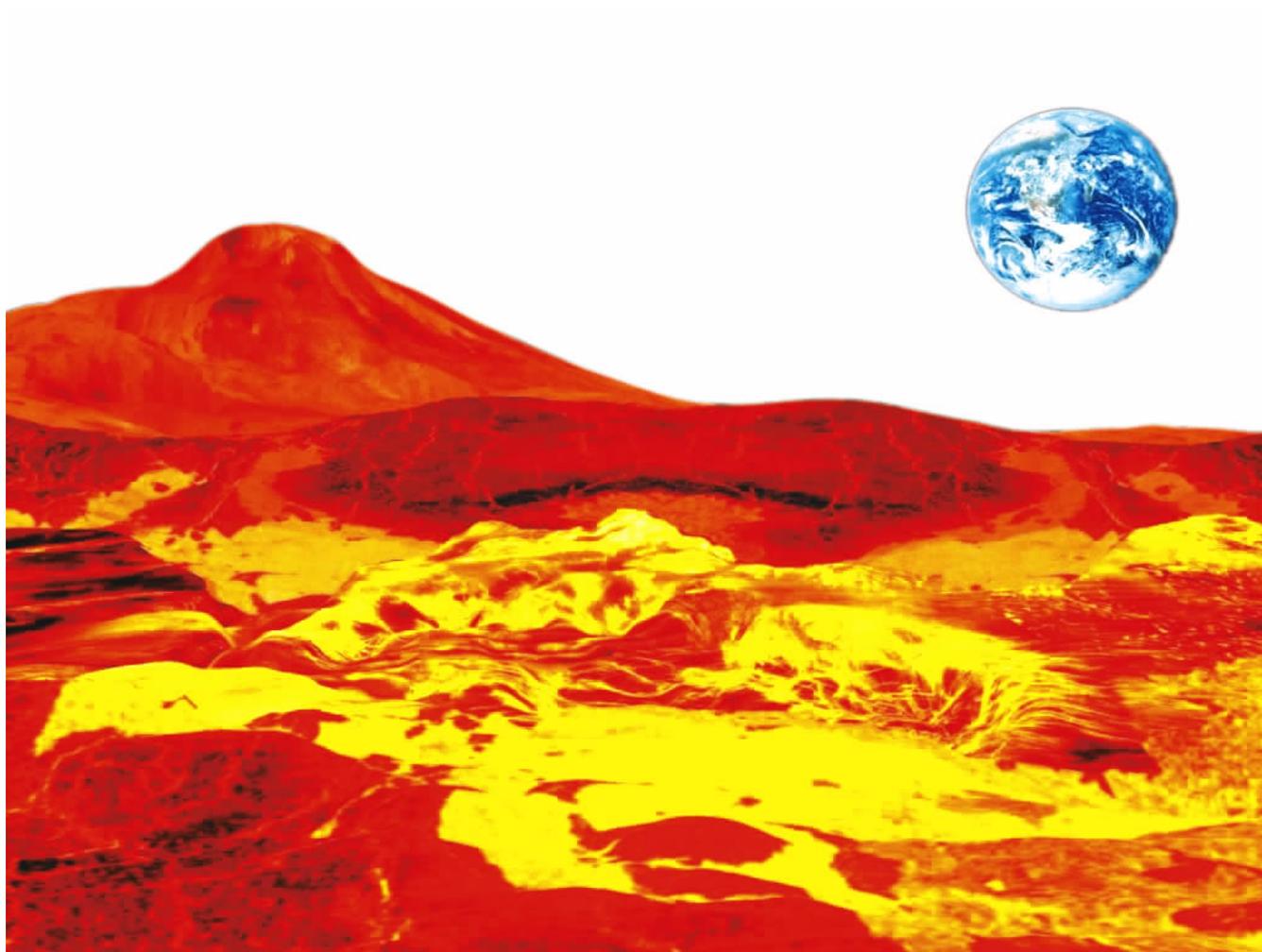
地球有多大? / [美] 伽莫夫

地图的故事 / [美] 曼凯维奇

想象之线 / [美] 索贝尔

新石器时代的天文学 / [美] 麦克莱伦第三 多恩

一堂航海技术课 / 国际技术教育协会





天空是一个大日历

[美] 萨根

我们并没有问鸟儿唱歌有什么目的，因为唱歌是它们的乐趣，它们生来就是要唱歌的。同样的道理，我们也不应该问人类为什么要挖空心思去探索天国的秘密……自然现象之所以这样千差万别，天国里的宝藏之所以这样丰富多彩，完全是为了不使人的头脑缺乏新鲜的营养。

——开普勒《宇宙结构之秘密》

假如我们居住在一个永无变化的行星上，我们就无所作为，无所用心。假如我们居住在一个变幻莫测的星球上，我们就不可能理解事物，也不可能科学这样的东西。这里的事物在变化着，它们的变化遵循着一定的模式、规则或所谓的自然法则。如果我们把一根竹竿抛到空中，这根竹竿总是要下落。如果太阳从西边落下，它在第二天早晨总是要从东边升起来。因此我们有可能理解事物，我们可以从事科学研究，并用科学来改善我们的生活。

人类善于理解世界，我们一向如此。我们会狩猎或生火，因为我们明白了一些事理。在电视、无线电、书籍发明之前，我们经历了一

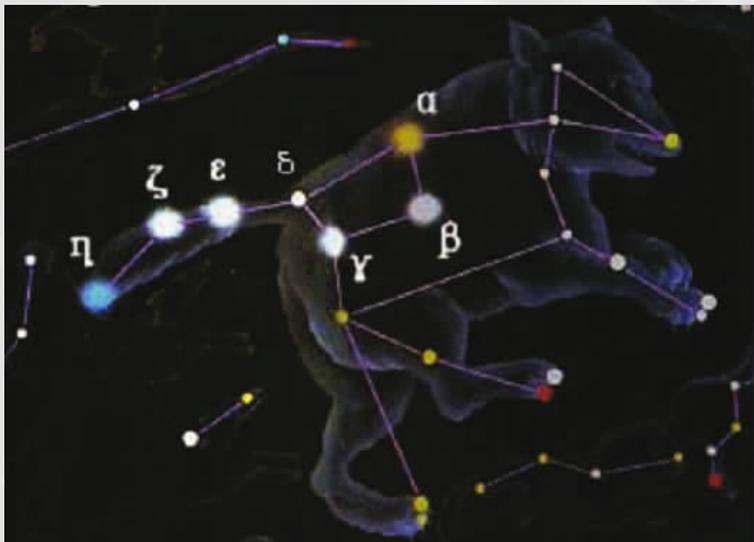


▲ 约翰尼期·开普勒，完成了第谷推翻中世纪天文学理论的任务。

个历史时期，人类存在以来的大部分时间是在这个时期里度过的。在无月光的夜晚，我们围着营火的余烬，注视着天上的星星。

夜空是饶有趣味的，那里有各式各样的图案。你可以不假思索就想象出不同的图画。例如，在北方的天空上有一个图案（即星座），看上去有点像熊，有些人把它叫做大熊星座，另一些人看到的则是完全不同的形象。当然，夜空里并不是真有这些图画，它们是我们自己安排的。我们是狩猎的民族，我们看到的是猎人、狗、熊和年轻的妇女以及一切引起我们兴趣的东西。当17世纪的欧洲水手第一次见到南方的天空时，他们就把17世纪人们感兴趣的东西放上去，如杜鹃、孔雀、望远镜、显微镜等。如果这些星座是在20世纪命名的话，我想我们就会在空中见到自行车和电冰箱星座，见到摇摆舞星座，甚至见到蘑菇云——人类寄托在群星中的一种新的希望和恐惧。

我们的祖先偶然间会见到一个非常明亮的带着尾巴的星星从天空中一掠而过，他们把它叫做流星。但是这个名字取得不好，因为流星下落之后，原来的那些星星依然还在那里。在某些季节里有很多流星，在另一些季节里流星就很少。这里同样也有一种规律性。

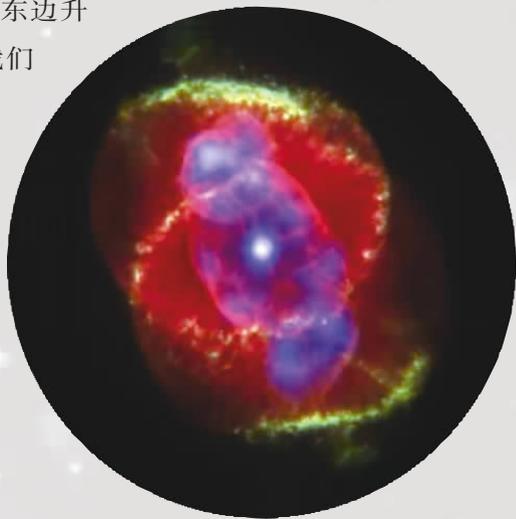


大熊星座

跟太阳和月亮一样，星星总是从东边升起来，从西边落下去。如果它们从我们的头顶上经过的话，它们就要用整夜的时间跨过天空。不同的季节有不同的星座。譬如同样的星座总是在初秋出现，新的星座从来不会突然从东方地平线上升起来。星星有它们的规律性、可预测性和永久性，从某种意义上说，它们基本上是靠得住的。

有些星星比太阳稍早一点升起来或稍迟一点落下去，它们升落的时间和位置随着季节的变化而不同。如果你长年累月地仔细观察并作记录的话，你就会预告季节的变化。你还可以通过观察每天太阳从地平线升起的位置来估量季节。天空是一个大日历，凡是有事业心、有能力、有办法做记录的人都可以使用。

我们的祖先构筑了测量季节变化的设施。在新墨西哥蔡科峡谷有一个 11 世纪建造的没有屋顶的大礼堂，6 月 21 日——一年最长的一天，一柱阳光在黎明的时候从一个窗户射进来，最后慢慢

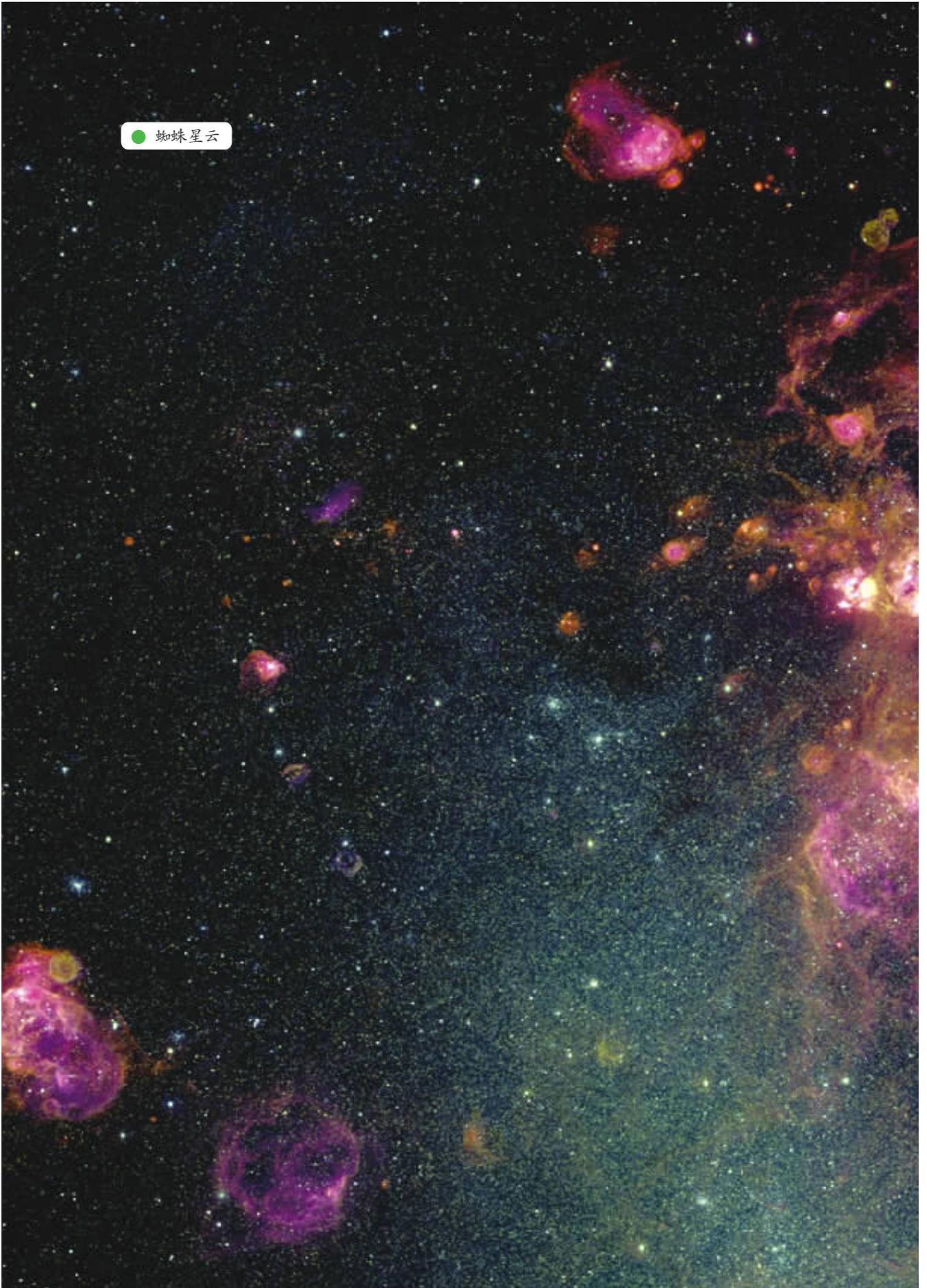


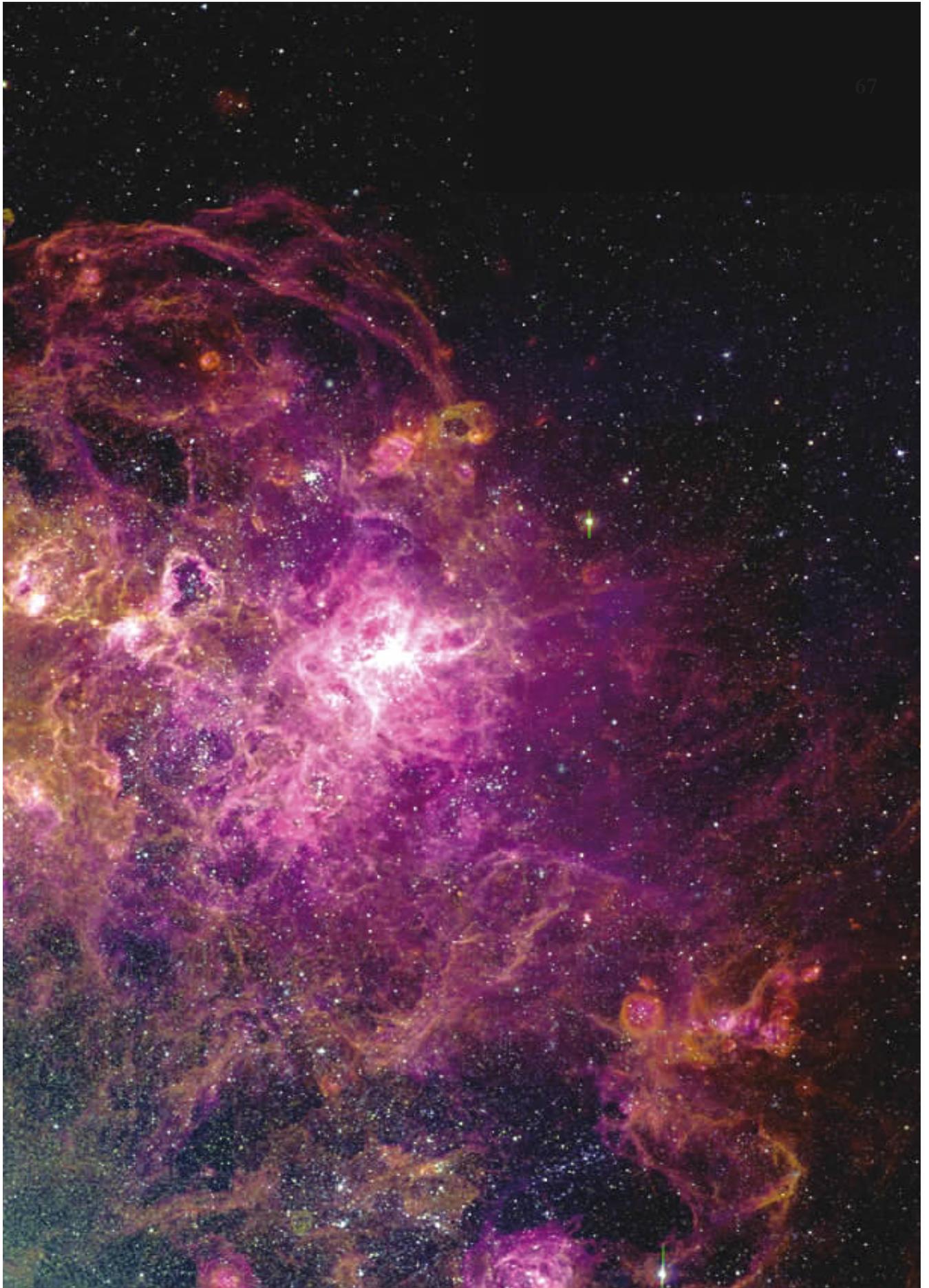
▲ 猫眼星云 (Cat's Eye Nebula, NGC 6543) 为一行星状星云,位于天龙座。这个星云特别的地方,在于其结构几乎是所有有记录的星云当中最为复杂的一个。从哈勃空间望远镜拍得的图像显示,猫眼星云拥有绳结、喷柱、弧形等各种形状的结构。



◀ 蟹状星云 (Crab Nebula) 是在 1054 年首先被中国天文学家发现,当时这蟹状星云非常明亮,在数星期的白昼也可以看到,天文学家称这颗星为“客星”(Guest Star)。

● 蜘蛛星云



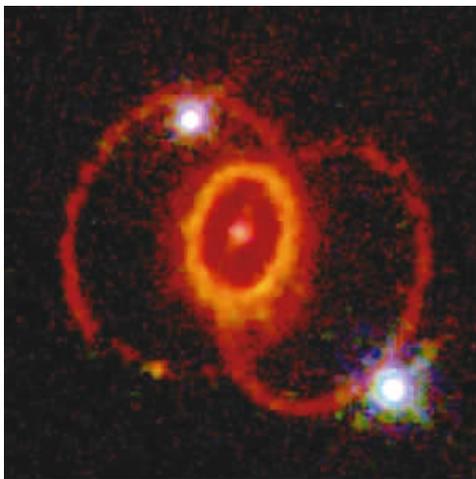


地覆盖了一个特设的壁龛。但是这种现象只有在6月21日左右才发生。我猜想那些自豪的阿纳萨齐人（他们自称“古人”）每年6月21日都聚集在大礼堂里，他们披戴着羽毛、拨浪鼓和绿松石，坐在长凳上庆祝太阳的威力。他们还监视月亮的视运动，大礼堂里28个位置更高的壁龛可能表示月亮回到星座原来的位置上所需要的天数。这些人密切地注视着太阳、月亮和星星。根据类似

的原理构筑的设施还可以在以下地方找到：柬埔寨的吴哥窟，英国的巨石阵，埃及的阿布西姆贝尔，墨西哥的奇琴伊特萨和北美的大平原。

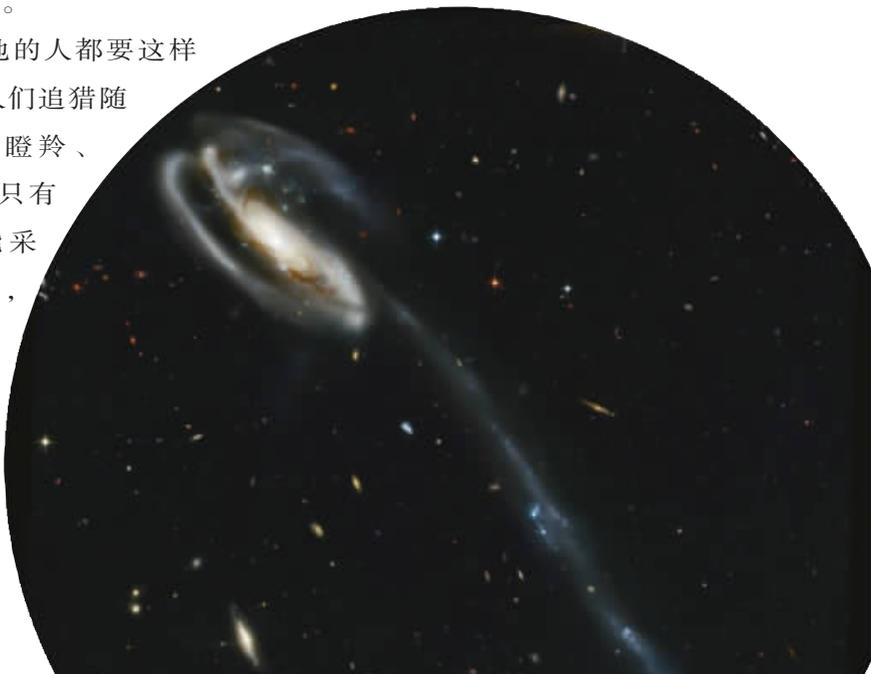
有些被认为可以用作日历的设施可能纯属偶然，譬如6月21日那天窗户和壁龛的偶然性。但是有些设施则很奇妙：美国西南部的一个地方直立着三块石板（它们是1000年前从别的地方搬来的），在岩石上刻了一条有点像星系的螺旋线，6月21日（夏至）那一天从两块石板的空隙透射过来的阳光分割这条螺旋线；12月21日（冬至）那一天，有两条光线将这条螺旋线零部夹在中间，这是利用中午的太阳读认天空历书的杰作。

为什么世界各地的人都要这样下工夫学天文呢？人们追猎随季节转换而迁徙的瞪羚、羚羊和野牛；水果只有在一定的季节才能采摘；发明农业之后，



▲ 超新星 1987A

▶ 星系 Arp 188 和蝌蚪的尾巴



人们就得按季节种植和收获庄稼，散居游牧部落的年会必须定期召开。看天空历的本事实上是生死存亡的大事。全世界的人都注意到，新月之后又出现娥眉月，日全食之后太阳又恢复了原状，太阳在夜里令人不安地消失之后早晨又升起来。这些现象向我们的祖先表明，超越死亡是可能的，头顶之天空就有永存的象征。

风在美国西南部的峡谷里呼啸，只有我们听到这风声，它提醒人们

注意那些善于思考的四万代祖先。对于他们，我们几乎一无所知，而我们的文明都建筑在他们的身上。

随着年代的推移，人们从祖先那里学到了许多东西。对太阳、月亮和星星的位置与运动了解得越精确，人们就能够越准确地预测狩猎、播种和收获的时间以及召开部落会议的时间。随着测量精密度的提高，记录是必不可少的。可见天文学促进了观测，促进了数学，也促进了写作的发展。



本文选自《宇宙》，周秋麟、吴依侖等译，吉林人民出版社1998年版。

与我们通常的想象相反，人类最早的科学知识和哲学思考不是产生于离我们最近的琐细事物，而是离我们最远的浩瀚星空。卡尔·萨根在这篇文章里说了，我们那些善于思考的四万代祖先（四万代！你想到过吗？），通过观察天空这个大日历，为农耕和狩猎积累了必要的知识。但是，遍布世界各地的神奇建筑则表明，人类对天空的兴趣从一开始就不完全是为了实用的目的。仰望星空，你就容易了解人为什么被定义为有思想的动物。所以，现在城市里看不见繁星密布的夜空（由于灯光强烈和空气污染！），确实是人生一大憾事。如果你恰好生活在城市里，建议你无论如何得想法子弥补。

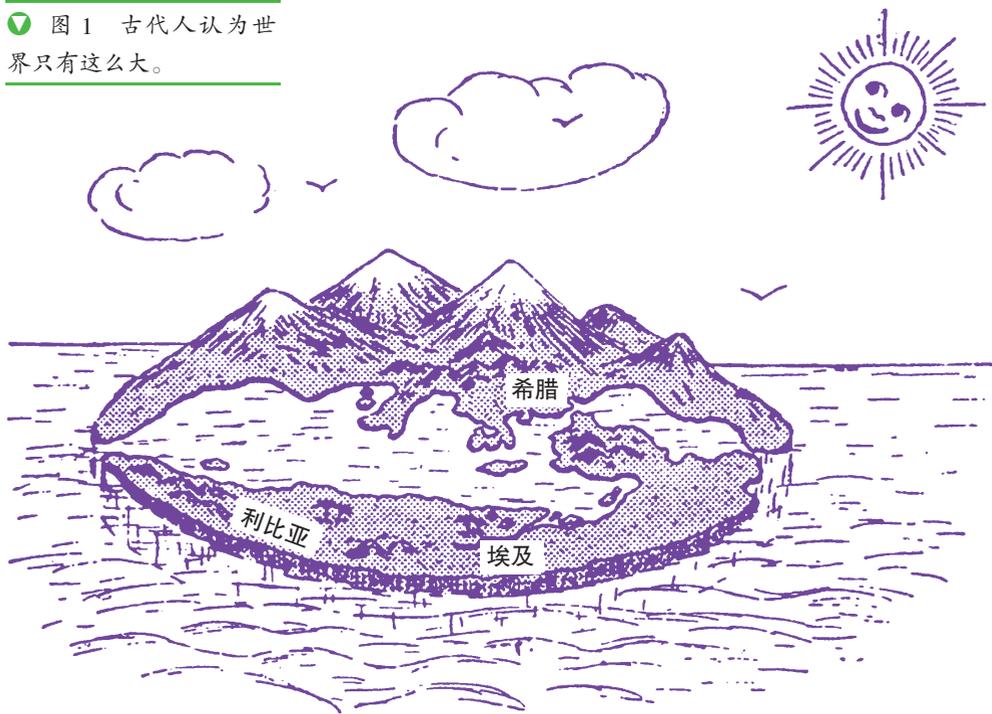
地球有多大？

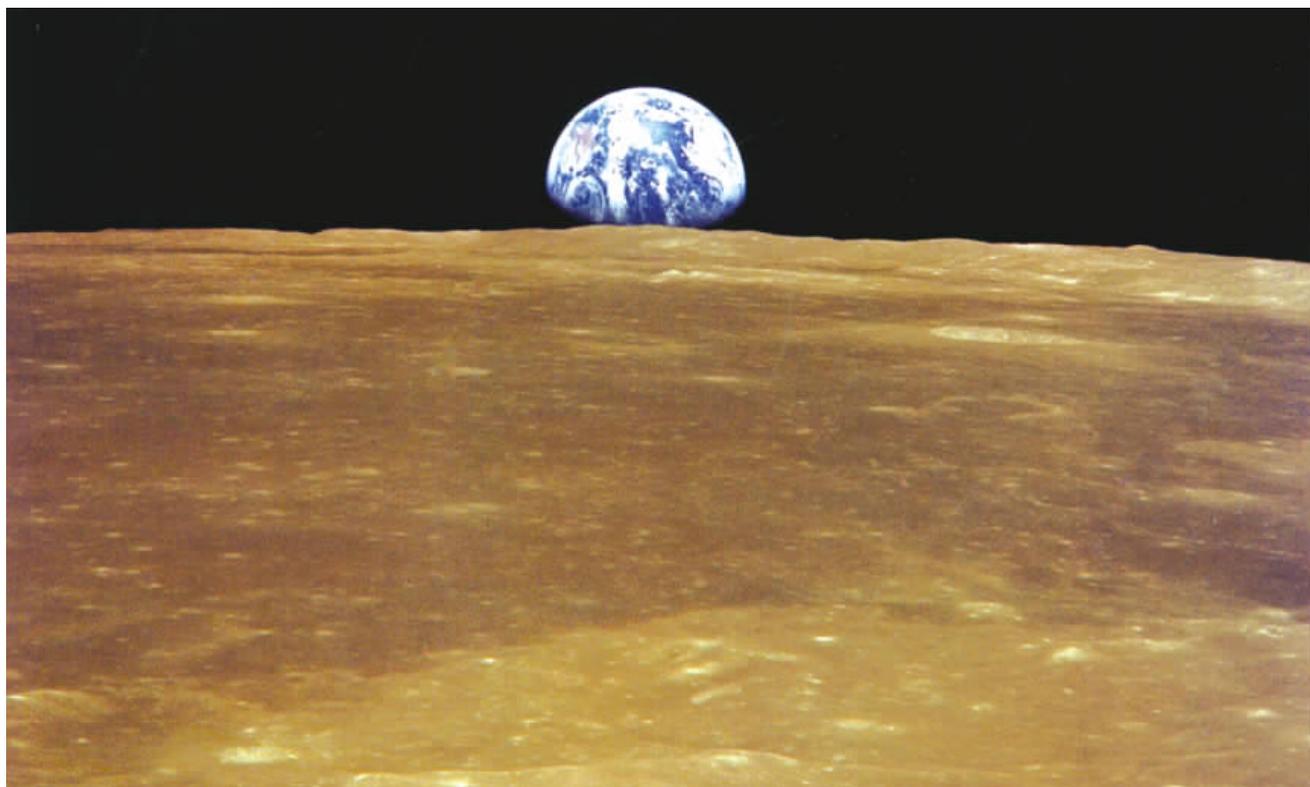
[美] 伽莫夫

在人类文明的初期，所谓的宇宙真是小得可怜。人们认为，大地是一个大扁盘，四面环绕着海洋，大地就在这洋面上漂浮。大地的下面是深不可测的海水，上面是天神的住所——天空。这个扁盘的面积足以把当时的地理知识所知道的地方统统容纳下去。它包括了地中海和濒海的部分欧洲和非洲，还有亚洲的一小块；大地的北部以一脉高山为界，太阳在夜间就在山后的“世界洋”海面上休憩。图1相当准确地表示出古代人关于世界面貌的概念。但是，公元3世纪，有一个人对这种简单而被人们普遍接受的世界观提出了异议。他就是著名的希腊哲人（当时这个名称是用来称呼科学家的）亚里士多德（Aristotle）。

亚里士多德在他的著作《天论》里，表述了这样一个理论：大地实际上是一个球体，一部分是陆地，一部分是水域，外面被空气包围着。他引证了

图1 古代人认为世界只有这么大。

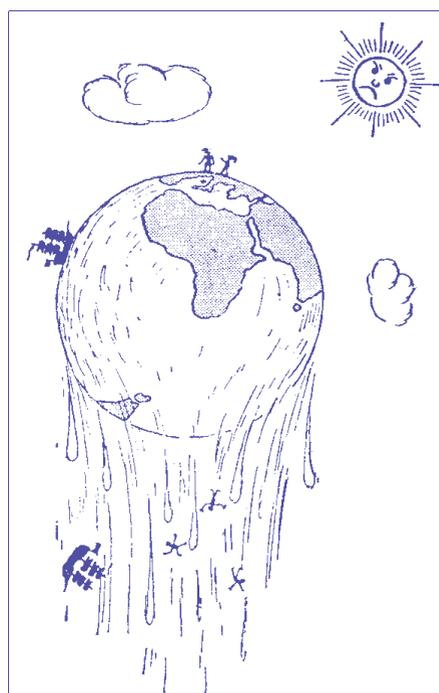




▲ 地球在月亮上兴起。

许多现象来证明自己的观点，这些现象在今天的人们看来是很熟悉的，似乎还显得有些琐碎。他指出，一艘船当消失在地平线上时，总是在船身已看不见时，桅杆还露在水面上。这说明洋面不是平的，而是弯曲的。他还指出，月食一定是地球的阴影掠过这个卫星的表面时引起的。既然这个阴影是圆的，大地本身也应该是圆的。但是，当时并没有几个人相信他的话。人们不能理解，如果他的说法确实不错，那么，住在球体另一端（即所谓对跖点，对我们来说是澳大利亚）的人怎么会头朝下走路呢？难道他们掉不下去吗？为什么那里的水不会流向天空呢（图2）？

你瞧，当时的人们并没有理解到，物体的下落是由于受到了地球的吸引



▲ 图2 反对大地为球形的论点

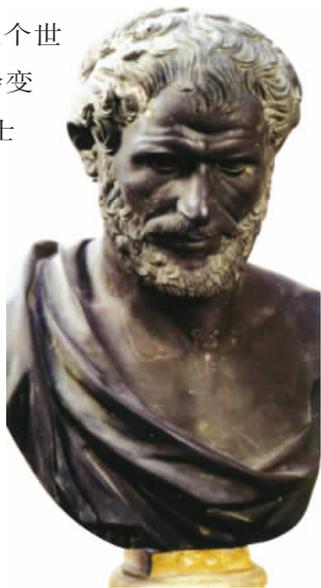


● 我们共同的家园——地球

力。对于他们来说，“上”和“下”是空间的绝对方向，不论在哪里都是一样的。在他们看来，说把我们这个世界走上一半远，“上”就会变成“下”，“下”就会变成“上”，这简直是在说胡话。当时，人们对亚里士多德这种观点的看法，正像今天某些人对爱因斯坦相对论的看法一样。当时，重物下坠的现象，被解释成一切物体都有向下运动的“自然倾向”，而不是像现在这样解释成受到地球的吸引。因此，当你竟然敢冒险跑到这个地球的下面一半去时，就会向下掉到蓝天中去！对老观念进行调整的工作是异常艰难的，新观念遭到了极为强烈的反对，甚至到了15世纪，即亚里士多德死后两千年，还有人用地球对面的人头朝下站着的画片，来嘲笑大地是球形的理论。就连伟大的哥伦布（Christopher Columbus）在动身前去寻找通往印度的“另一条路”时，也未必意识到他自己的计划是健全的，而且他的行程也因美洲大陆的阻拦而未能全部实现。

直到麦哲伦（Ferdinand de Magellan）进行了著名的环球航行后，人们对大地是球体的怀疑才最后消除掉。

当人们首次意识到大地是球体后，自然要给自己提出这样的问题：这个球到底有多大？和当时已知世界相比情况如何？但是，古希腊的哲人们显然是无法进行环



▲ 意大利那不勒斯国家博物馆的亚里士多德半身雕像。



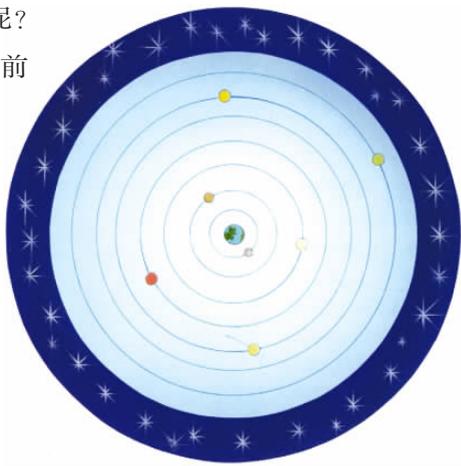
▲ 麦哲伦（1480—1521年），葡萄牙航海家，于1519年首次率船队完成环球航行，麦哲伦本人于1521年死于旅途，但船员继续航行，于次年返回欧洲。



▲ 哥伦布（1454—1506年），意大利航海家，是地理大发现的光驱者，他于1492年发现“新大陆”美洲。

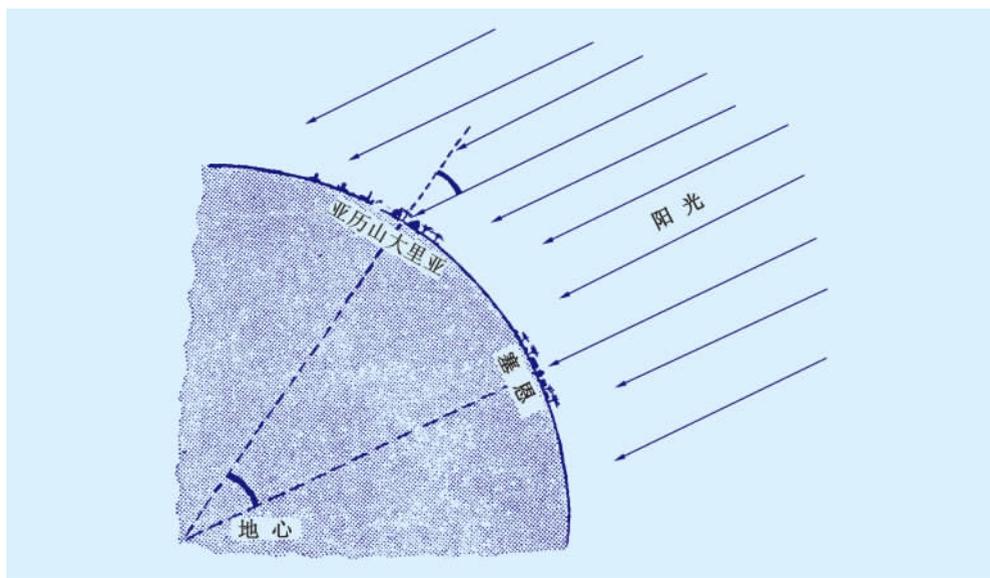
球旅行的，那又怎么来量度地球的尺寸呢？

嘿！有一个办法。这个办法是公元前3世纪希腊著名科学家埃拉托色尼最先发现的。他住在希腊当时的殖民地，埃及的亚历山大里亚城。当时有个塞恩城，位于亚历山大里亚城以南五千斯塔迪姆远的尼罗河上游。他听那里的居民讲，在夏至那一天正午，太阳正好悬在头顶，凡是直立的物体都没有影子。另外，埃拉托色尼又知道，这种事情从来没有在亚历山大里亚发生过：就是在夏至那一天，太阳离天顶（即头顶正上方）也有 7° 的角距离，这是整个圆周的 $1/50$ 左右。埃拉托色尼从大地是圆形的假设出发，给这个事实作了一个很简单的解释，这很容易从图3上看懂。事实上，既然两座城市之间的地面是弯曲的，竖直射向塞恩的阳光一定会和位于北方的



▲ 亚里士多德七颗行星的宇宙，包括太阳和月亮，一个星环，地球在中间。

▼ 图3



亚历山大里亚成一定的交角。从地球中心画两条直线，一条引向塞恩，一条引向亚历山大里亚，则从图上还可以看出，两条引线的夹角等于通过亚历山大里亚的那条引线（即此处的天顶方向）和太阳正射塞恩时的光线之间的夹角。

由于这个角是整个圆周的 $1/50$ ，整个圆周就应该是两城间距离的 50 倍，即 250000 斯塔迪姆。1 斯塔迪姆约为 $1/10$ 英里，所以，埃拉托色

尼所得到的结果相当于 25000 英里，即 40000 公里，和现代的数值真是非常相近。

然而，对地球进行第一次测量所得到的结果，重要的倒不在于它是如何精确，而是它使人们发现地球真是太大了。瞧，它的总面积一定比当时已知的全部陆地面积大几百倍呢！这能是真的吗？如果是真的，那么，在已知的世界之外又是些什么呢？



本文选自《从一到无穷大：科学中的事实和臆测》，暴永宁译，科学出版社 2002 年版。

大地是球形的，但为什么住在球体另一端的人（比如美国人）不会掉到天空里去？很多人小时候都想过这个问题。这个问题问得并不傻，古希腊人就有过对蹠人的想象。后来牛顿问苹果为什么会掉到地上，其实问的也是同一个问题。现在我们（主要通过牛顿）知道这是由于地心引力，但关于引力我们不知道的东西还特别多（如与电磁力相比）。至于要测量地球的大小，看上去像是一个傻想法，但埃拉托色尼却想出了那么聪明的一个办法来实现了它。他的办法并不怎么难理解，值得你耐心一读。

地图的故事

[美] 曼凯维奇

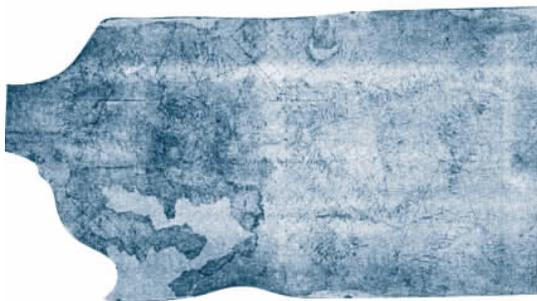
所有早期文化都重视绘制地图。不论是为了建筑、征税还是为了制定作战计划，测量师的工作是与应用数学有关的最古老的职业之一。大约公元前2200年拉格什城的苏美尔统治者古得亚的一座雕像展示了一位测量员，他的手里拿着宁基苏神殿的按比例缩小的设计图、测量用的尺子以及书写用的工具。这是我们知道的最早的按比例绘制的设计图。

人们在巴比伦的黏土板、埃及的纸草书及中国的丝绸上发现了地图。罗马人继承了希腊人的测量传统，当时的有关文献中记载了测量及按比例绘图的规则。

在绘制小区域的地图时，我们可以假设这一区域是平坦的。但当我们试图画更大区域的地图时，地球的曲率就成了重要的考虑因素之一。我们不清楚人类是何时发现地球是球形的。厄拉多塞（Eratosthenes of Cyrene）从公元前240年起为亚历山大新城的图书馆馆长。他制作了第一张以科学原理为依据的地图。该地图含有经线和纬线，经线和纬线构成了不规则的坐标方格。但是这种绘制地图的方法在当时好像并没有产生什么影响。正是托勒密于公



约 1290 年的法国航海指南图，这是现存最古老的航海指南图。此图展示了欧洲和地中海的航海路线。



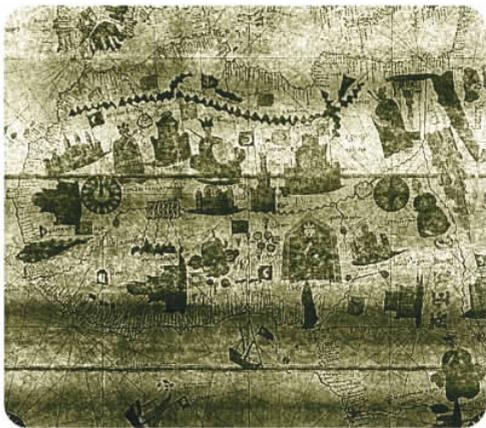
元 150 年发表的《地理学》成为了制图学的标准教材。此书中说到地球是圆的，而且只有一部分地区有人居住。地球的周长为 180000 视距（有人认为是 160 视距）。这一长度远没有厄拉多塞的 250000 视距精确。

《地理学》的伟大贡献是奠定了把球面投影到平面的基础。花拉子密（第 7 章）修改了托勒密的地图，他保留了托勒密关于地中海地区的那一部分，但提高了中亚地区的精确度。

把球形的地球投影到平面上往往要产生一些失真。绘图员最关心的是确定哪些因素失真得最厉害，哪些因素失真得最少。等角投影可以减少角和形状上的失真；等面积投影可以保持相对的面积；等距离投影可以保持相对距离。正像我们将要看到的那样，陆地地图和海洋图有不同的要求。



传教者用于宣传的地图。图中展示了亚当与夏娃所生的早期天堂和耶路撒冷城，还有山脉和河流。



▲ 1492年跟随哥伦布航海的科沙于1500年绘制的世界地图中的地中海和北非部分。

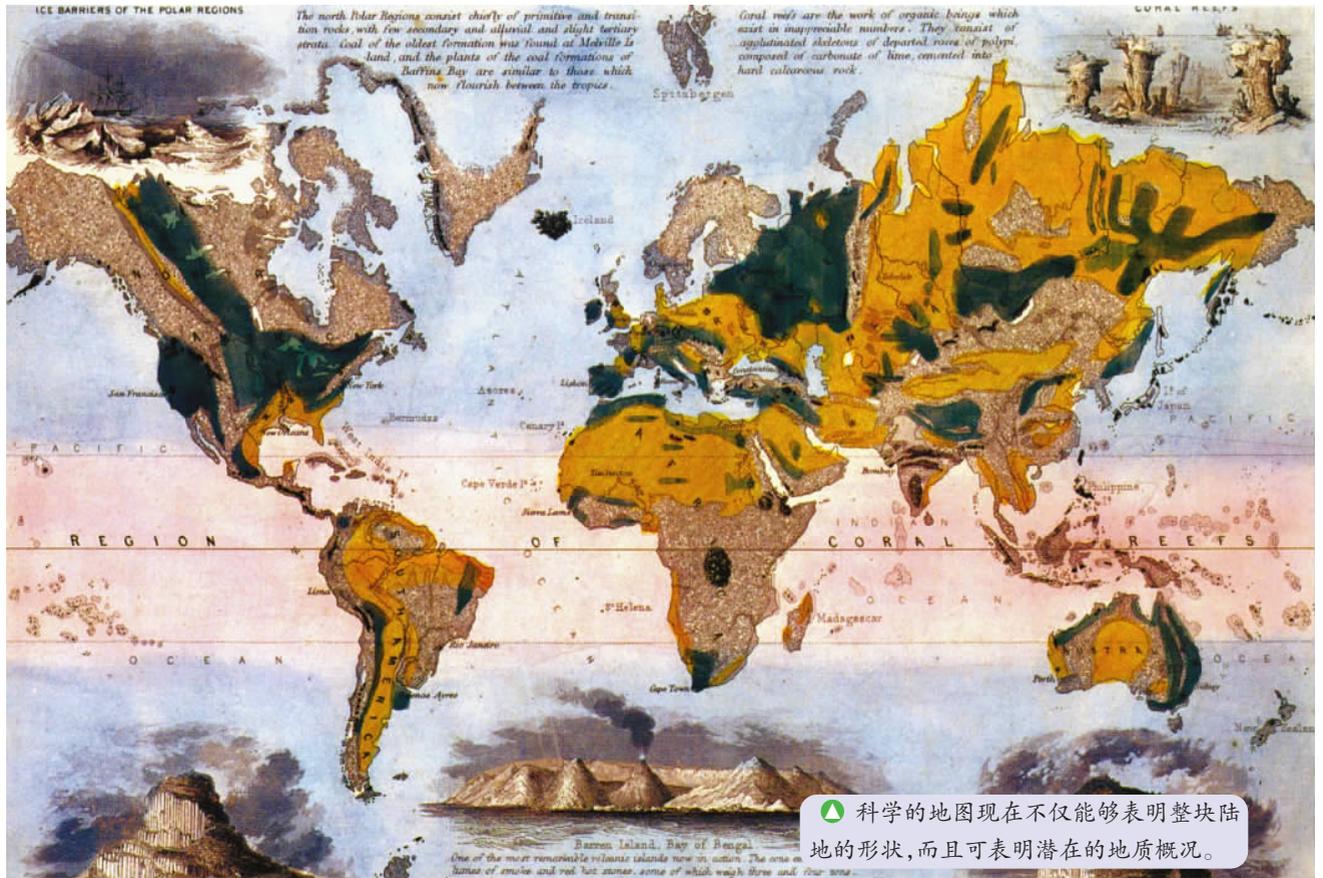


▲ 厄拉多塞（公元前276—前194），希腊科学家、作家、天文学家、数学家和诗人，已知测量过地球周长的第一人。

14世纪，随着欧洲航海和贸易的发展，出现了带有直线网络或罗盘方位线的航海指南图，以帮助航海家们制定航海计划。这些图主要制于威尼斯、热那亚和马略卡岛。虽然我们不清楚人们在制作这些航海图时是否使用了特殊的投影技术，但是它们都相当精确。我们还不太了解在这一时期人们使用中国发明的罗盘的程度及天体导航的状况。但是美洲大陆的发现及托勒密的《地理学》的出版，为绘制精确的世界地图做好了准备。托勒密的《地理学》直到15世纪才在欧洲露面，首先在1477年印刷于博洛尼亚。文艺复兴时期人们使用了各种各样的投影方法。这常常是由于美学的原因。如弗朗西斯科·罗塞利于1508年首次使用了椭圆形世界地图并使其流行起来。这些投影基于图形的结构而不是基于三角公式。

被誉为当代的托勒密的杰拉德·墨卡托（Gerardus Mercator, 1512—1594）为航海家设计了一套特别的投影法。墨卡托就学于洛文大学，学习哲学、数学、天

文学和制图学。他还是雕刻师和器械制作师。从1530年中期起，他制作了一系列地图。包括了佛兰德地图和巴勒斯坦地图。1544年因异端行为被投入监狱。但由于大学的努力疏通，很快被释放。之后他到了现在位于德国的克里夫公爵杜伊斯堡，并于1564年成为威廉公爵的宫廷“宇宙志学家”。在1569



科学的地图现在不仅能够表明整块陆地的形状,而且可表明潜在的地质概况。

年,就是在杜伊斯堡,他创建了“墨卡托投影法”,用以绘制世界地图。该投影法的新颖之处是把经纬线画成直线,以便于航海家们使用。在一个球体上,如果一个人沿着一个固定的方向行驶,通常他的路径是一条曲线。事实上假设按着固定的方位行驶时,除非我们是沿着基本方位行驶,否则我们会螺旋式地到达极点。但是将这些罗盘方位投影成直线可以减轻航海家的工作。墨卡托投影法的另外一个长处是:实际航线的变化角度和航海图上的航线变化角度是一致的。虽然当纬度增高的时候会使地图扭曲得很厉害,但是它仍是当时绘制世界地图最常用的投影法。以后投影法被彼得等的等面积投影法所取代。



杰拉德·墨卡托, 18世纪伟大的地图学家,他所发明的地图投影被称为墨卡托投影。地图集(Atlas)一词是他首先使用。



▲ 郑和航海图局部。《郑和航海图》是郑和下西洋的伟大航海成就之一。它是在继承前人航海经验的基础上，以郑和船队的远航实践为依据，经过整理加工而绘制的。这本图集是世界上现存最早的航海图集。

在《航海中的失误》（1599年）一书中，爱德华·赖特对墨卡托投影法进行了数学的分析。在同一年由理查德·哈克卢特（理查德·哈克卢特（1552—1616），英国地理学家。主要兴趣集中在海外地理勘探与发现上，积极参加当时找寻通向东方航道的活动。）出版的《航海原理》一书中，赖特发表了基于墨卡托投影法的世界地图。随着对陆地和天体的认识的深入，人们开始研制地球仪和天体仪。这些仪器通常是为了教学的需要，同时它们也被作为新知识的象征。在通常情况下，人们将地球仪和天体仪安装在一起，使之成为双胞胎球体。随着天体观测精确度的逐步增加以及三角投影法在法国、英国和其他欧洲国家的兴起，世界地图需要定时更新。

▼ 1502年相当精确的非洲海岸地图，由葡萄牙水手1480至1500年间绘制而成。



然而，为了绘制精确的地图和航海图，需要知道关键地区的精确的经度和纬度。纬度很好计算。它们与北极的等高线一致。当时，为了确定纬度，人们可以利用太阳的位置并使用太阳光与赤道的夹角的偏差表对纬度进行修正。然而，经度就比较难以计算了。以某一个子午圈为零时区，从该子午圈开始每隔 15° 产生时差为一小时的时区。当地时间可以通过天体观测或日晷来确定。但是，为此我们需要同时知道零时区的时间。一种方法是将月亮看成是夜晚的时钟，通过观测它在空中的运行来计算时间。但是月亮的运行轨道是非常不规则的，而且由于航海时间较长，所以只有当

航海家手中有早已绘制好的月亮运行轨迹表时，该方法才有效。格林尼治皇家天文台就是为这一目的于1675年创建的。1767年皇家天文学家内维尔·马斯基林（1732—1811，英国第五位皇家天文学家，主要成就就是改进航海术。他也是测量时间精度达到 $1/10$ 秒的第一人。）发表了《航海年鉴》。年鉴含有一年中每隔3小时的月球位置表。那时约翰·哈里森的航海钟已接近完成，并且它很快成为在海上确定经度的有效工具。该仪器有一个标准时间表，这样通过对太阳或恒星的观测来确定当地时间，然后当地时间与标准时间的差就可给出航海船所在地区的经度。





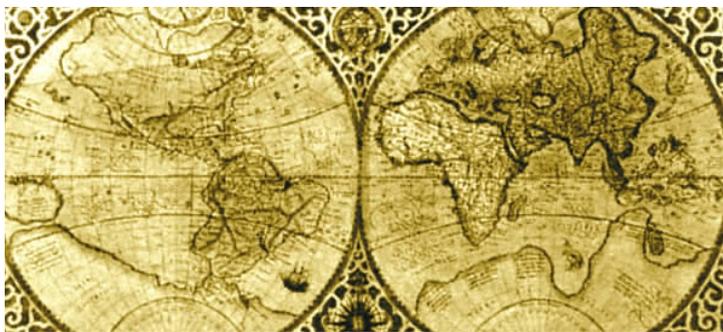
随着人们发现地球并非是一个标准的球体而是一个扁平的球体——它的两极比较平坦，投影法变得更加复杂。牛顿在《自然哲学之数学原理》中关于地球是扁平的论证最终被实践所证实。如果地球的两极是平坦的话，对于纬度 1° ，两极附近的长度比赤道附近的长度要长，同时，由于地球的引力，纬度不同加速度也不同。人们组成了测量远征探险队来检测这些结果。1735年，巴黎科学院决定派出特使团到拉普兰和秘鲁去测量北极与赤道附近纬度 1° 的差别。克里斯蒂安·惠更斯关于单摆的经典研究指出，钟摆的频率与重力加速度的值相关。这种差异早在1672年就已被注意到。为了使巴黎的单摆与在凯恩的单摆所表示的时间一样，必须缩短在巴黎的单摆的臂长。不幸的是，由于观测的错误导致出了一个矛盾的结论。有些人甚至认为地球是一个扁长的球体，也就是说在两极被拉长而不是被压扁了。到了

▲美洲的大西洋海岸图。来自于皮埃尔·德斯塞利尔 (Pierre Descelier) (1500–1574年之后)的《航海指南图集》(Portulan Atlas)。此书大约于1550年在法国出版。

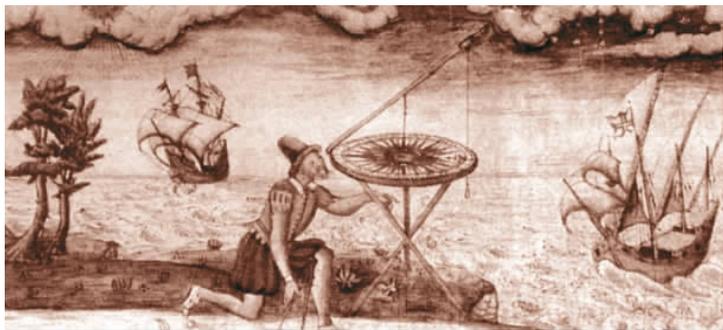
1832年，美国的天文学家纳萨尼尔·鲍迪奇（1773—1838，美国自学成才的数学家和天文学家。发现在天文学和物理学上有重要用途的鲍迪奇曲线。）测量了全球从拉普兰到好望角的52个地区。在他对拉普拉斯（1749—1827，法国数学家和天文学家，因研究太阳系稳定性的动力学问题被誉为法国的牛顿。）的《天体力学》的翻译本中，他对上述测量结果加以分析，并给出了地球的椭圆率是 $1/297$ 。这一结果得到国际上的承认近百年之久。

对地球不是标准球体的认识促使人们去寻找一种不仅能处理平面和标准球体而且也能处理一般球体的三角法。在一个球上三角形内角和大于 180° ，如果是一般球体的话，三角形内角和将随三角形的位置不同而变化。勒让德（Adrien Marie Legendre，1752—1833，法国数学家，在椭圆积分方面的工作为数学物理提供了基本的分析工具。）于1799年在这一方面做出了十分漂亮的研究。

► 墨卡托于1585年所写的《地图集》中的一幅世界地图。墨卡托首先使用了“地图集”这一词汇。地图集的各个版本包含了各个国家的最新地图。



► 法国16世纪的图画。画中展示了一位航海家正在“瞄准星星”以确定他的纬度。这一时期的经纬仪可以同时测定垂直和水平角度。





▲ 制于16世纪精美的阿拉伯星盘。据说,追溯至托勒密时代,星盘是存储北天球恒星基本数据的一种巧妙工具。

他寻找到了一个三角形的边与三角形内角和的关系公式。使用这一计算公式,人们定义了新的投影法。用该公式我们可以计算出所需的扭曲度。兰伯特(Johann Heinrich Lambert, 1728—1777, 瑞士-德国数学家,天文学家、物理学家和数学家,他第一次严格地证明了 π 是无理数。)于1772年发表了一系列的投影法,其中之一是现在仍在使用的等角圆锥投影法。用这一投影法将地球投影到一个锥体上,该锥体与地球在标准纬度上相接。这个锥体展开后就是一张地图。

贸易工具的研制得到了快速发展。由希腊人发明、阿拉伯人完善的星盘是一种模拟计算机。通过旋转一个刻着星座图和各种天体轨道的圆盘,我们可以计算日出及日落的时间。纬度不同星体的投影也不同,所以这种星



▶ 一个黄铜制成的阿拉伯星盘是由穆塔法·阿育比于1605年制作的。

▶ 约翰内斯·弗美尔所画的《天文学家》(1668年)。随着望远镜精度的提高以及人类进入南半球,天文学家们在天空中发现了许多新的星星。天体仪和地球仪被广泛用于教学,同时也成了新知识的象征及时髦的家庭装饰品。



盘通常有若干个圆盘组成,每个圆盘对应于不同的纬度。这种星盘可以计算星体的地平纬度和地平经度以及计算时间和测量天文距离。阿拉伯人首先开始使用地平纬度和地平经度作为测量标准。地平纬度是天体与地平线的角度,地平

经度是到子午线的角距。日晷也是常用的计时工具。它利用太阳的地平纬度或地平经度的变化来计时。多数刻度盘需要用指南针来定位。通过参照太阳在空中运动的速度变化,刻度盘变得越来越精确。17世纪,人们还制出了经

调整纬度后可以运用于任意地区的通用日

晷。简易的水手星盘被象限仪所替代。由于有了光学仪器和更加精细的刻度,航海家、天文学家及测量员所使用的象限仪、方位仪以及相关的仪器的精度得到了极大的提高。

土地、海洋和天空的测量精度要求的提高加大



▶ 一幅大约在1500年由中国人绘制的世界地图。中国是一块处于中心位置的被海洋和世界的其他部分环绕的陆地。

了计算量。提高精确度意味着计算长度的增加。因而对数的使用在 17 世纪具有重大的现实意义。尽管三角函数表和对数表中总是存在着一些印刷上的错误，航海家使用这些表仍可以简化计算。计算尺的发明虽然没有提高精确度，但大大节省了计算时间。从 8 世纪起计算尺得到了广泛应用。从那时起我们的宇宙观已经完全不同托勒密的宇宙观：地球现在只是一个行星，一个绕着太阳运转的扁平球体。20 世纪后期，当人造地球卫星开始绘制地球的地理变化时，我们终于可以从地球外边来看地球了。



阅读提示

本文摘自《数学的故事》，冯速译，海南出版社 2002 年版。

如果大地是一个平面而非球面，也许地图的绘制就会简单得多？但从我们今天的知识背景看，把大地想象成一个平面是令人匪夷所思的（大地难道是悬浮在太空中的一块薄饼？）。古代人这么想，只是因为他们的视界还很狭小，不知道宇宙之大的缘故。地图的绘制与航海有密切关系，有人说过，也许海员是最早认识到大地是一个球的，因为远方的船只总是先露出桅杆后出现船身。但地图的绘制离不开数学家的工作，这是作者重点要告诉你的事。



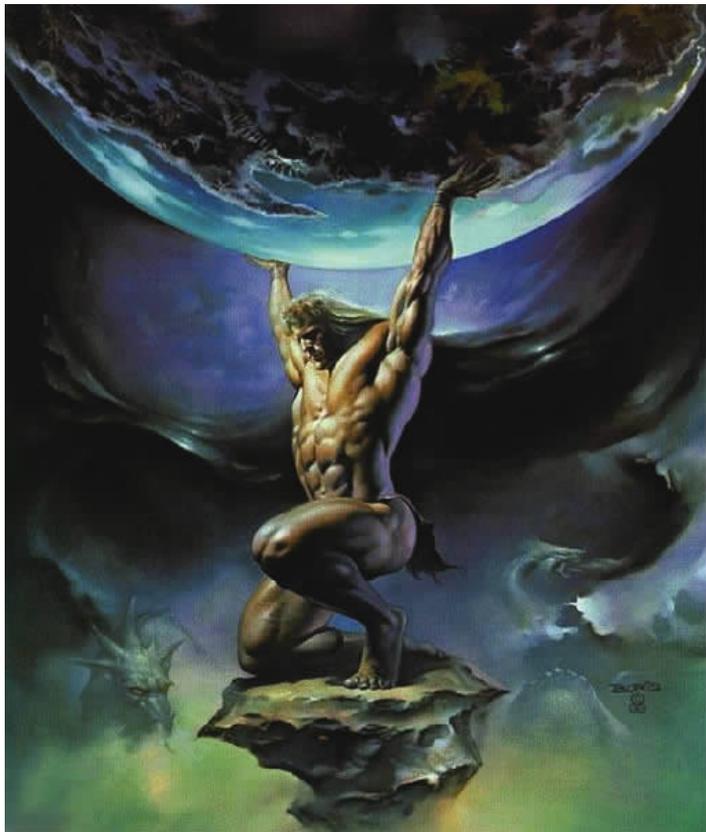
想象之线

[美] 索贝尔

在我还是个小姑娘时候，有一次我爸爸在星期三带我出去玩，给我买了一个带有小珠的铁丝球。我很喜爱这个玩具，把它放在掌心之间，可以叠成一个扁平的环，猛地把它抛开，又可以形成一个中空的球。如果玩得好的话，它会像一个小小的地球，它的线结在一起，组成几个交叉的圆，这就好像我在教室里看到的地球仪上那又黑又细的经纬线一样，几个彩色珠子点缀在线上，就像深海上的航船。

爸爸驮着我沿第十五大街来到洛克菲勒中心，驻足凝视那一尊肩负天地的阿特拉斯铸像。

▶ 阿特拉斯 (Atlas)，希腊神话中的提坦巨人之子，普罗米修斯的兄弟。在荷马的作品中，他似乎是一个海中人物，支撑着那使天地分离的柱子。据希腊诗人赫西奥德的说法，阿特拉斯是提坦巨人之一，曾参加过反宙斯的战争，为此他受到惩罚，被判将天空高高举起。在艺术作品中，他被描绘成肩负着天空或天球仪的形象。



阿特拉斯把一个青铜球高高扛起，这个铜球像我手上的铁丝玩具一样是一个中空的球体，并且也是由虚拟的线组成，这些线代表着赤道、黄道、南北回归线、北极圈以及本初子午线。虽然当时我还很小，但我已经知道这个球体上的方格就代表着地球上真实的陆地和水域。

今天，这些经纬线统治世界的权威，比我四十多年前所能想象得到的更大，因为不管它们下面的世界格局怎么变化——或者是大陆在广阔的海洋上发生了漂移，或者是以战争或和平的方式对国家的版图重新进行了划分——而这些经纬线却纹丝不动。

很小的时候，我就知道经纬度之间的区别。纬线或纬线圈，是一系列的绕在地球表面的同心环，从赤道到两极，同心环的半径逐渐变小；而经度则是另外一种情况，经线是通过两极的一些大小一样的大圆，它们交于地球的两个极点。

在古时候，至少是在基督出生前的 300 年，人们的头脑就已经有了经线和纬线的概念。公元 150 年，天文学家兼制图家托勒密已在他的第一本有 27



● 亚历山大里亚的托勒密，著名的天文学家、地理学家和数学家。生平不详。从他所作的天文观测的日期推断，他活跃于公元 2 世纪的埃及。他所发表的地心宇宙体系（托勒密体系）在天文学中占统治地位达 1300 年之久，他在地理学上的影响也持续了相同的时间。

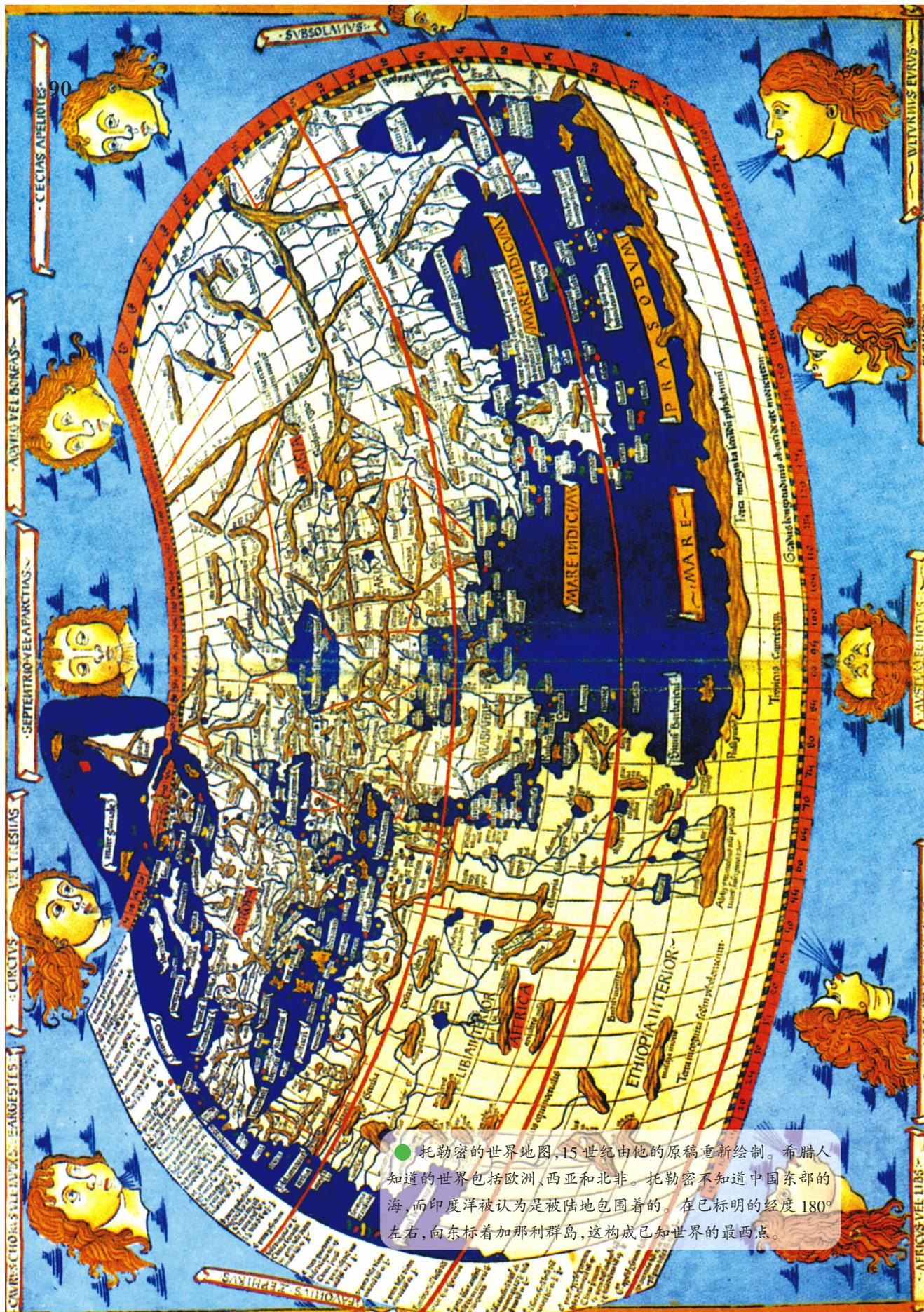
► 麦哲伦进入太平洋;在半神人和海洋生物的包围下,他镇静地研究航海设备。



幅地图的世界地图集里绘上了经纬线,在这本具有划时代意义的地图集中,托勒密还按字母顺序对所有的地名进行编排,并标出他根据旅行者的记录得到的各点的经纬度,不过托勒密本人也只是在凭想象识别大千世界,在他那个时代甚至普遍存在着一个错误的认识,说是住在赤道上的人会因可怕的炎热而变成畸形。

托勒密把赤道当作零度纬线。这不是他个人的武断,而是前人根据天体运行的观察结果从大自然中得出的权威性结论。太阳、月亮都从赤道的正上方通过,与南北回归线一样,其他主要的纬线圈的位置也是由太阳决定的,在太阳每年的运行过程中,南北回归线标志着太阳视运动的南北界限。

不过,托勒密可随意地按照他喜欢的方式选取零度经线。他把通过非洲西北海岸外海的幸运群岛 (Fortunate Islands, 现在称为加那利及马德拉群岛) 的经线定为零度经线。后来制图者们先后把本初子午线移到了亚速尔群岛、佛得角群岛以及罗马、哥本哈根、耶路撒冷、圣彼



● 托勒密的世界地图,15世纪由他的原稿重新绘制。希腊人知道的世界包括欧洲、西亚和北非。托勒密不知道中国东部的海,而印度洋被认为是被陆地包围着的。在已标明的经度180°左右,向东标着加那利群岛,这构成已知世界的最西点。

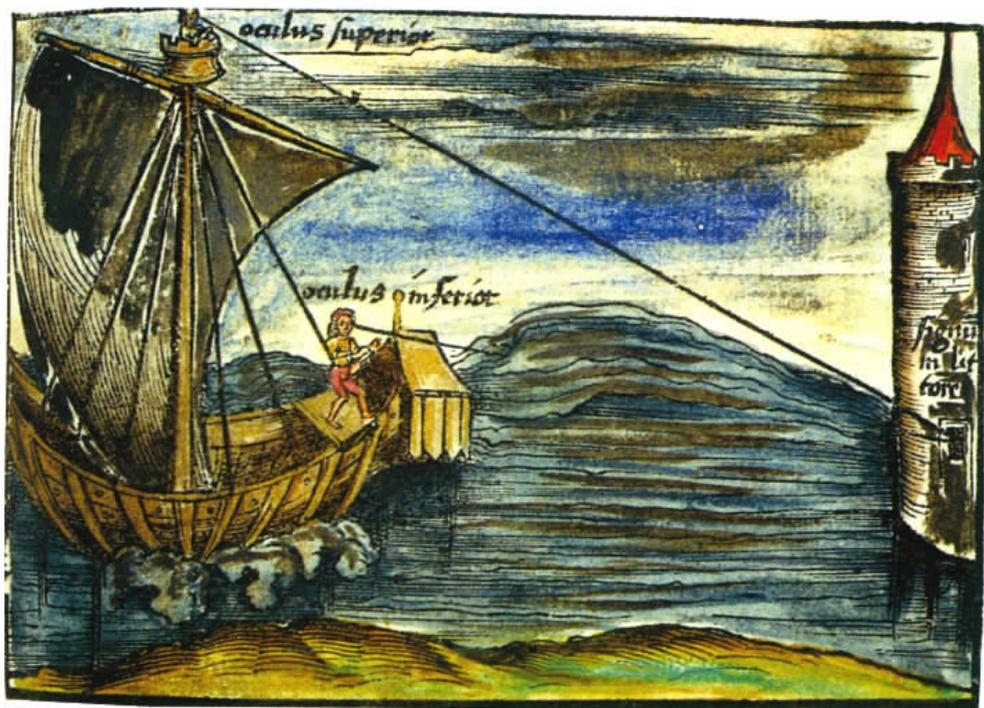
得堡、比萨、巴黎、费城，还有其他的一些地方，最后本初子午线定在了伦敦。由于地球是在自西向东自转着的，两极间的任何一条经线都可以作为其他经线的起始参考线。因此，本初子午线的设置纯粹是政治问题了。

经线与纬线之间有着真正核心的差异——程度上深于线条方向不同的表面差异。连孩子都知道纬度的零度位置由自然规律决定，而经度的零度位置就像计时沙漏中的沙子一样是在变动的。这一区别使得确定纬度就和孩子们做游戏一样简单，而确定经度，尤其是在海上确定经度，却难倒了所有的成年人。这一问题曾使人类历史上最聪明的人都束手无策。

任何一个称职的水手都可以根据白昼的长度、太阳或地平线以上人们所熟悉的参照恒星的高度来测出纬度。1492年，克里斯托弗·哥伦布“沿纬线航行”，循着一条直线横穿了大西洋。毫无疑问，如果不是美洲大陆挡在中间的话，按照这种航行方法，他肯定能到达印度的。

相比之下，经度的测量与时间相关。在海上确定经度，一个人在同一时间里，不但要知道船上的时间，而且还要知道出发点港口或者已知经度的其他地点的时间，两下里的钟表时间可以让导航员将时间的差异换算成地理的

✔ 水手用三角测量估计距离。





▲ 约翰·哈里森

差距。因为地球在 24 小时内自转一周 360 度，因此每小时可以转 $1/24$ 圈即 15 度。因此船只与启程点的每一小时时差，就表示了该船或东或西航行了 15 度的经度距离。每天在海上，太阳位于天空最高点的时候，导航员就把船上钟表的时间拨为当地正午时间，然后与出发点港口的时间相对照。两种时间每差一小时，就可以换算成 15 度经度。

同样的 15 度经度与船所航行的距离是相关的。在赤道处，地球周长最大，15 度足足相当于 1000 英里的距离，但是，从赤道往南往北经度每度的里程值递减，全世界经度的 1 度都等于 4 分钟，而相对于距离来说，

1 度所表示的距离会从赤道处的 68 英里减小到两极处的零英里。

同时确知两个不同地点的时间——这一测定经度的先决条件，在今天可以通过任何一对廉价的手表，就能如此轻易地达到——在当时那个使用摆钟的时代是完全不可能的事情。在颠簸的船的甲板上，这样的钟会时快时慢，甚至完全停止运行。从寒冷的启程国到热带的贸易区，途中温度的自然变化会使钟表上的润滑油变稀变稠，而且还会导致金属部件的热胀冷缩，另外气压的升降以及不同纬度处地球重力加速度的微小变化，都将对摆钟的快慢产生影响。



● 罗盘指南针

在探险时代，尽管有最好的海图及罗盘，但由于没有切实可用的确定经度的方法，即使是再伟大的船长，也都曾在海上迷失过方向。从伽马到巴尔沃亚，从麦哲伦到弗朗西斯·德雷克爵士——他们所到达的“目的地”已经由不得他们的意愿，更多的只能归因于幸运或上帝的庇佑。

由于有越来越多的船只在海上航行，他们在海上征服或者是开辟新的领土，或者是挑起战争，或者是在不同国家之间运送黄金，因此各国大量的财产漂在海上。然而，没有一艘船拥有可靠的方法以确定其位置，因此，大量的海员，当他们的终点在海上突然出现的时候，他们都措手不及，由于船只触礁而死于非命。其中有一件这样的事发生在1707年10月22日，在英格兰西南端附近的锡利群岛（Scilly Isles），4艘归国途中的英国战舰在此触礁，近两千人因此丧命。

在4个世纪的时间里，整个欧洲大陆都在积极寻求解决经度问题的方法。欧洲列国的君主们都曾在经度的故事里扮演角色，著名的有英国的乔治三世及法国的路易十四。远洋航海家如“邦蒂”号的船长威廉·布莱，以及在夏威夷突然丧命之前曾三度进行远洋考察试验的著名环球航海家库克船长，他们都曾带着很有希望成功的测量经度的方法，到海上去检验它们的可行性和精度。

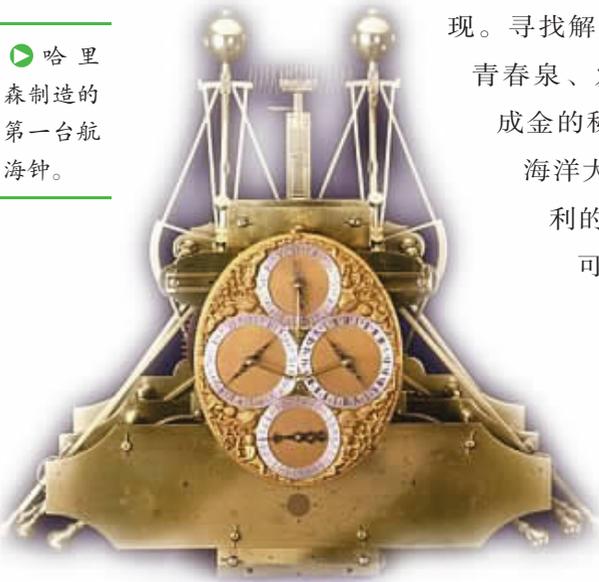
著名的天文学家也开始考虑运用天体的运行规律来迎接经度挑战。伽利略、卡西尼、惠更斯、牛顿及哈雷都一直求助于月亮和星星以解决经度问题。为了通过天文观测测定经度，巴黎、伦敦、柏林都建起了规模宏大的天文台。与此同时，知识水平较低的人则建议，凭借船上受伤的狗的吠叫，或者在广阔的海面上定点抛锚停泊的信号船上的火炮轰鸣，来传递时间信息。

在为确定经度而奋斗的过程中，科学家们发现了其他一些奥秘，这些发现改变了他们的宇宙观，其中包括精确测定地球重量、星际距离以及光速。



▲詹姆斯·库克（James Cook, 1728—1779）是英国的一位探险家、航海家和制图学家。

▶ 哈里森制造的第一台航海钟。



时光流逝，成功的方法始终没有出现。寻找解决经度问题的方案，同寻觅青春泉、发现永恒运动的秘密和炼铅成金的秘方一样，具有传奇的色彩。

海洋大国如西班牙、荷兰以及意大利的一些城市国家为了找到一种

可行的方法，不时掀起寻找经度解决方案的热潮。英国国会

在它著名的 1714 年经度

法中设立一笔巨额奖金（相当于今天的几百万美元），以征求“切实可用”

的确定经度的方法。

英国的钟表匠约翰·

哈里森是一个机械方面的天才，他是制作便携式精密计时器的先锋，并为此贡献出了自己的毕生精力。他实现了恐怕连牛顿都不可能实现的东西：他发明了一台钟，这台钟就像一个永不熄灭的火炬一样，能把真实的时间从船出发的港口带到世界任何一个遥远的角落。

哈里森，这个出身低微智力高超的人，曾经和与他同时代的有影响力的人物数次交锋。他与第五任皇家天文学家马斯基林牧师大人结成了特殊的仇敌。马斯基林认为那人人都向往的奖金他也有份儿，在某些关键时刻，他使用的手段可以说是奸诈行径。

哈里森没有受过正规教育，也没有从师于任何钟表匠，然而他却制作出了一系列免润滑免清洗的、差不多全无摩擦的钟表。这些钟是由防锈材料制成的，不管它们周围的环境如何颠簸摇晃，其运行部件之间都保持着极好的平衡。他不用钟摆，而是把不同的金属结合起来用在他的钟上。这样，当一种金属成分由于温度变化而膨胀或收缩时，另一种金属会抵消这种变化，从而使钟表保持恒定的速率。

然而，他取得的每一步成功却遭到科学名流们的排斥，他们不相信哈里森的魔术盒。控制着经度奖的发放的人们——马斯基林也是其中的一员——随便在他们认为合适的时候更改获得经度奖的条件，以便于天文学家获奖，而不想让哈里森之类的“工匠”获奖。但是，哈里森的钟表凭着它的精度和

可用性最终取得了胜利。哈里森的后继者们对哈里森的复杂、精巧的发明进行了重新设计，从而使它能够批量生产并得到广泛应用。

40年之后，年迈无力的哈里森终于在国王乔治三世的翼护之下，在1773年获得了本来属于他的奖金。在这40年里，哈里森经历了政治斗争，国际间的战争，学术上的攻击，科学上的革命以及经济上的动荡。

所有的这些事情，以及更多的其他事情，都和经度的历史交织在一起。虽然，在今天的时代，我们通过同步卫星定位系统，须臾之间可以在误差范围仅几英尺的程度上为轮船定位，我们还是想追寻经度问题的历史踪迹，再一次审视我们的地球。



▲ 乔治三世 (King George III, 1738—1820)



阅读提示

本文选自《经度：寻找地球刻度的人》，汤江波译，海南出版社2000年版。

虽然是“想象的线”，但对于人类生活来说却是至关重要。所以这篇文章的作者把找到确定经度方法的哈里森称为“寻找地球刻度的人”。你没想到确定经度曾经难倒那么多大科学家吧？读完这篇故事，赶紧看看《一堂航海技术课》，文后附有很有意思的提示。

新石器时代的天文学

[美] 麦克莱伦第三 多 恩

新石器革命是一个技术经济过程 (techno-economic process), 其发生没有任何独立“科学”的帮助或投入。谈到新石器时代技术和科学之间的联系, 制陶技术就是一个与旧石器时代的取火非常相似的例子。陶匠制罐, 只因为陶罐为有用之物, 只因为他们掌握了必要的制造知识和技艺。新石器时代的陶匠们掌握了关于黏土和火的特性的实用知识。而且, 虽然他们也许会对制作过程中发生的



现象进行解释, 但是, 他们只专心劳作, 没有任何系统的材料科学知识, 也不曾自觉地把理论应用于实践。硬说制陶技术只有在高深学问的帮助下才得以发展, 其实是贬低了新石器时代的手工技艺。

那么, 什么东西可以被认为是新石器时代的科学呢? 在一个可被称为新石器时代天文学的领域, 我们才可以有根有据地来谈属于一个科学领域的知识。确实, 有相当多的证据显示, 许多甚至大部分新石器时代的人们都会系统地观察天空, 尤其是观察太阳和月亮的运行情况。他们经常会造出一些按天象校正方位的标志性建筑, 用作判断季节变化的日历。只有在谈到新石器时代的天文学时, 我们讨论的才不是科学的史前史, 而是史前期的科学。

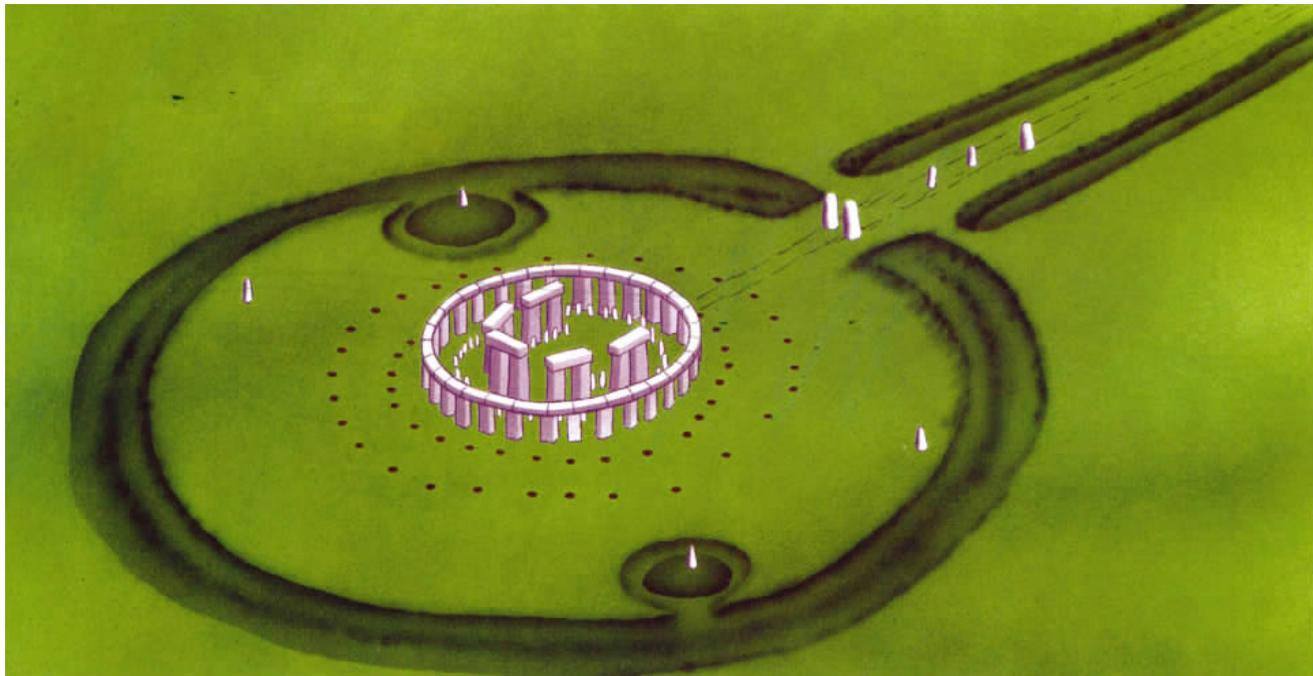
关于这个问题, 英格兰西南部索尔兹伯里旷野上的史

▲ 1962年江西省万年县仙人洞出土的新石器时代的陶罐, 其口径20厘米、高18厘米。

前期巨石阵遗址，提供了最引人注目、家喻户晓的例证。利用放射性碳素年代测定法业已查明，巨石阵是在公元前3100年到公元前1500年长达1600年的一段时间内，由不同的人在不同的三个阶段断断续续建造起来的，到最后，索尔兹伯里平原已进入青铜时代。“巨石阵”的英语名称Stonehenge的意思是“悬石”（hanging stone）。搬运、加工和竖起这些巨大的石块，表明史前期英国的那些新石器时代的居民该有着何等令人起敬的技术成就！

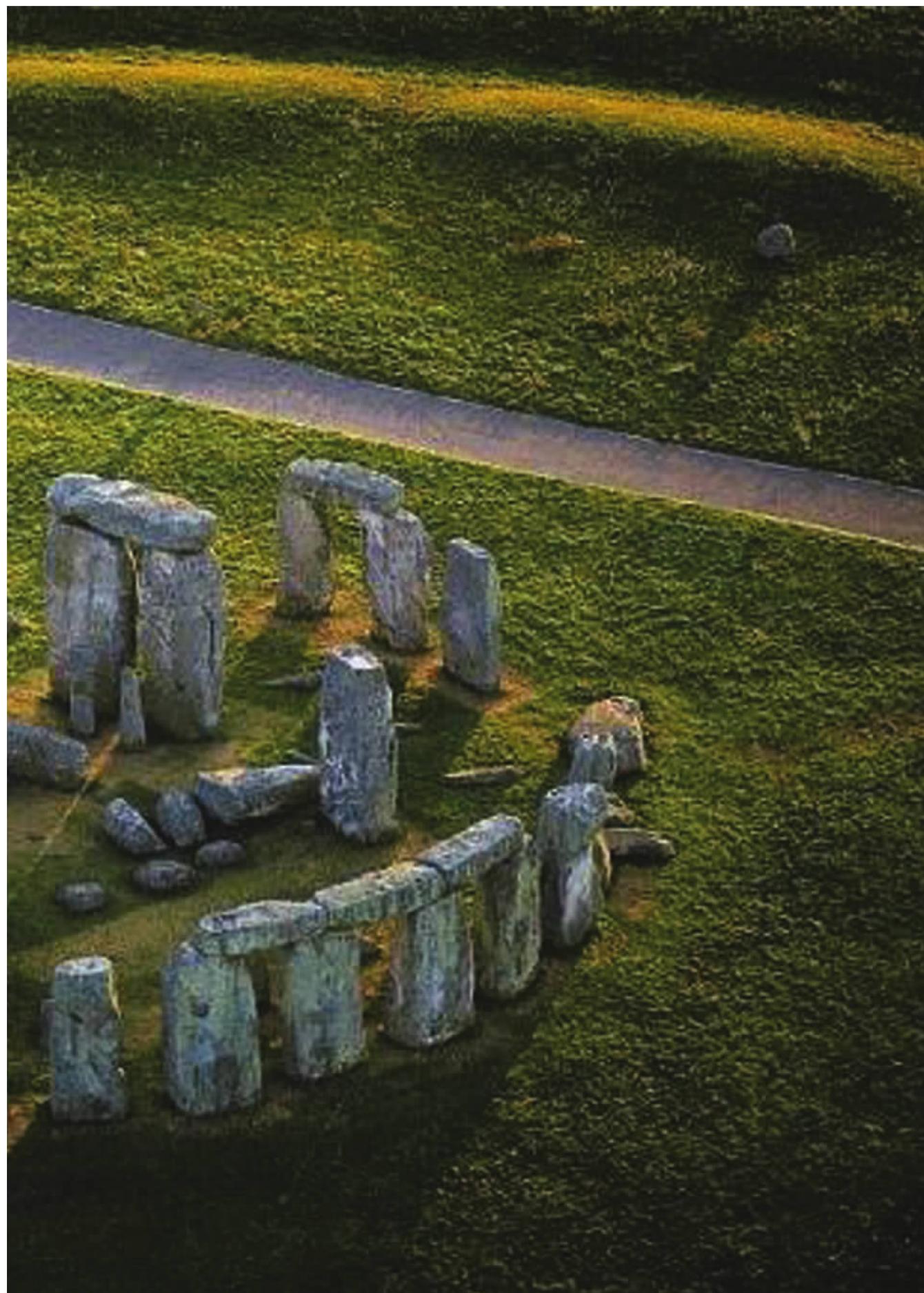
建造巨石阵曾用了大量的人力，估计总共达3000万工时，相当于10000人工作一年的劳动量。为了掘成一圈环形壕沟，建起直径约为106米的环形土墙，挖出的土石约为2700立方米。在圆垣的外面，巨石阵的首批建设者们竖起的那块所谓“标石”（Heel Stone），估计重达35吨。还有82块“石料”（bluestones），每块重约5吨，是从240千米外的威尔士运来的（主要通过水路）。构成巨石阵外圈石环的30块竖立的长石，每块重25吨左右；横放在长石顶上连成一圈的那30块石梁，每块重7吨。给

① 大约公元前1550年的史前巨石阵最后状态的重建。





● 英国萨尔茨伯里平原上的史前巨石阵。



人印象更深的是在石圈内竖有 5 尊“三石塔”，平均每尊重 30 吨，最大的那尊可能超过 50 吨。（对比一下，用来建造埃及金字塔的那些石块，每块重 5 吨左右。）那些巨大的石块要从 40 千米远的莫尔伯勒丘陵地（Marlborough Downs）经陆路运来。尽管有人认为，也许有一段路程古代冰川减轻了把这些巨石运至巨石阵的艰辛。巨石阵的建筑师看来是把这座建筑设计成真正的圆形，为此，他们可能采用了某种实用的几何学和一种标准量尺，也就是所谓的巨石码（megalithic yard）。

建造巨石阵的工作多半是分期进行的，经过了若干代人的努力。这就需要储存食物来养活工人；还

得有个相对集中的权威机构来收集和分配食物，并管理监督工程建设。早在公元前 4000 年，索尔兹伯里平原上就已经出现了新石器时代从事农耕和放牧的部落，他们显然已经达到了所需要的那种生产力水平。新石器时代的农耕当然还达不到后来文明社会那样的集约化程度，然而巨石阵和其他一些巨石建筑却表明，即使集约化程度不太高的农业也能生产出足够的剩余产品来支持大规模的建造活动。

巨石阵是一座天文学建筑，这是在我们这个时代才考证确定的。多少世纪来，有好些有识之士访问过巨石阵，关于它是由谁建造和建造来干什么用，也有过无数奇思遐

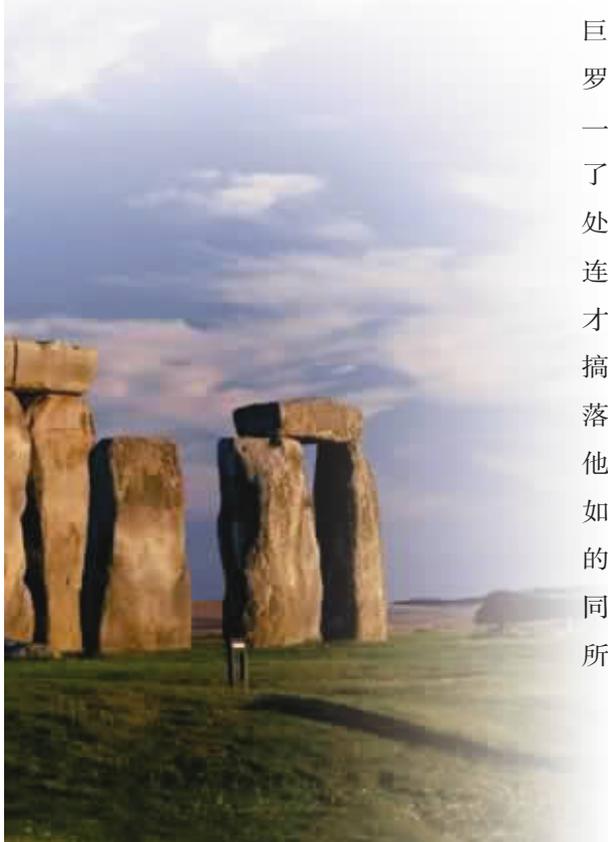
⑦ 巨石阵。英国新石器时代和青铜时代早期的部落分多次建成的著名巨石建筑遗迹，它是该地区的祭祀中心，也是用来跟踪一年中季节变化的“天文台”。





▲ 英格兰康瓦尔 (Cornwall) 的石圈, 也称做石室坟墓或大石坊, 大圈可能被土堆覆盖, 提供封闭墓穴来下葬。

想。蒙茅斯郡的杰弗里 (Geoffrey of Monmouth) 早在 12 世纪他写的一本名为《大不列颠君王史》(History of Kings of Britain) 的书 中曾写到一个名叫默林 (Merlin) 的人, 说他来自亚瑟王宫, 用魔法从威尔士搬运来这些巨石。而另外一些书的作者又说巨石阵是古罗马人和古丹麦人建造的。至今仍在流传的一种虚构的说法, 认为是德鲁伊特教徒建造了巨石阵, 把它用作祭祀场所。(事实上, 处在凯尔特人铁器时代的那些德鲁伊特巫师连同他们的文化, 是在巨石阵竣工 1000 年后才出现的。) 在 20 世纪 50 年代, 甚至在终于搞清楚是索尔兹伯里平原上的新石器时代部落自己建造起巨石阵时, 反对的人还不少, 他们不相信“嚎叫的野蛮人”能有本事建造如此巨大的建筑, 有人干脆说它是来自近东的流动包工队建造的。如今, 所有的学者都同意巨石阵是一个重要的仪式中心和祭祀场所, 而且是由居住在索尔兹伯里平原上的人

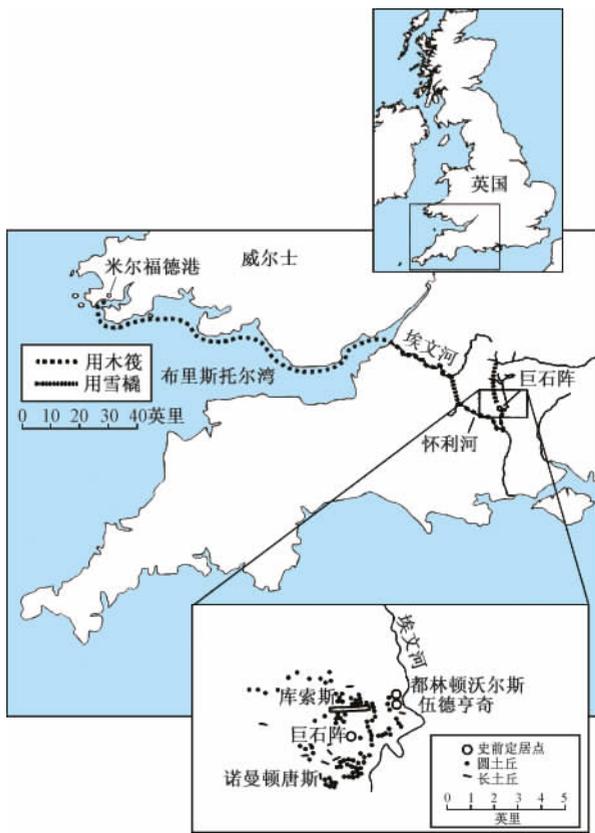


建造的。它的结构所体现出来的对天文学知识的运用，表明它的作用是新石器时代的人们的一个宗教活动中心，用来祭祀太阳和月亮，构成一种地区性日历（regional calendar）。

1740年，英国的古物研究者斯塔克利（William Stuckeley，1687—1765）在他的著作中提到了巨石阵对准太阳方向的结构。他是注意到这一特点的第一位近代人。每天早上，太阳从地平线上的不同方位点升起，一年中，太阳的升起点在地平线上左右移动。在每年夏至那一天，太阳从它的最南点升起，从巨石阵圆垣的中心处望去，正好是对着摆放标石的方位。巨石阵建筑基本上

对准夏至日太阳升起点的这一天文学特征，每年都能够加以证实，自斯塔克利以来一直没有争议。

然而，在20世纪60年代，有人对巨石阵是精巧的新石器时代“天文台”和“计算机”的看法提出了异议。争论持续到今天仍未停止，但也达成了比较一致的意见，即巨石阵至少有某种不小的天文学意义，尤其是，它可以用来跟踪太阳和月亮的周期性运动。看来，当初建造这座建筑是用来标记太阳和月亮的季节性运动时在地平线上升起和降落的极端位置。因为，巨石阵不仅能够标记夏至日太阳升起的位置，也能标记冬至日乃至秋分日和春分日太阳升起的位置。同样，它还能指明这4天太阳落下



▲ 索尔兹伯里平原。巨石阵位于许多新石器时代的居民点之中，表明这个地区相对来说比较富庶，资源丰富。建造巨石阵用到的那些较小的石块，有些是从约240千米外的西威尔士用木辊和木筏运来的。一些最大的石块来自北面约40千米的采石场。



▲ 爱尔兰纽葛兰治 (Newgrange) 古墓的入口, 清楚地表明了特别是由太阳 (或月亮) 照射产生的影子或光束。

▼ 苏格兰阿伯丁老凯格的月亮石

的位置, 跟踪月亮沿地平线左右移动的更为复杂的运动, 来标记月亮的 4 个不同的极端位置。

建造巨石阵要求有对太阳和月亮进行几十年长期观测的记录, 还要掌握地平天文学 (horizon astronomy) 知识。巨石阵表明, 甚至在其建造的最初阶段便已进行过这样的观测。这片废墟向我们证实, 当时的建造者一定掌握了相当详细的天体运动知识, 并广泛地实践着一种 “祭祀天文学”。至于藏在它们背后的巨石时期欧洲人的意图, 我们一无所知。他们关于太阳和月亮的 “理论”, 如果有的话, 想必一定十分古怪。我们多半会把他们做出的说明视为宗教诠释, 而非自然主义的或科学的说明。尽管如此, 诸如此类的巨石遗迹还是表明





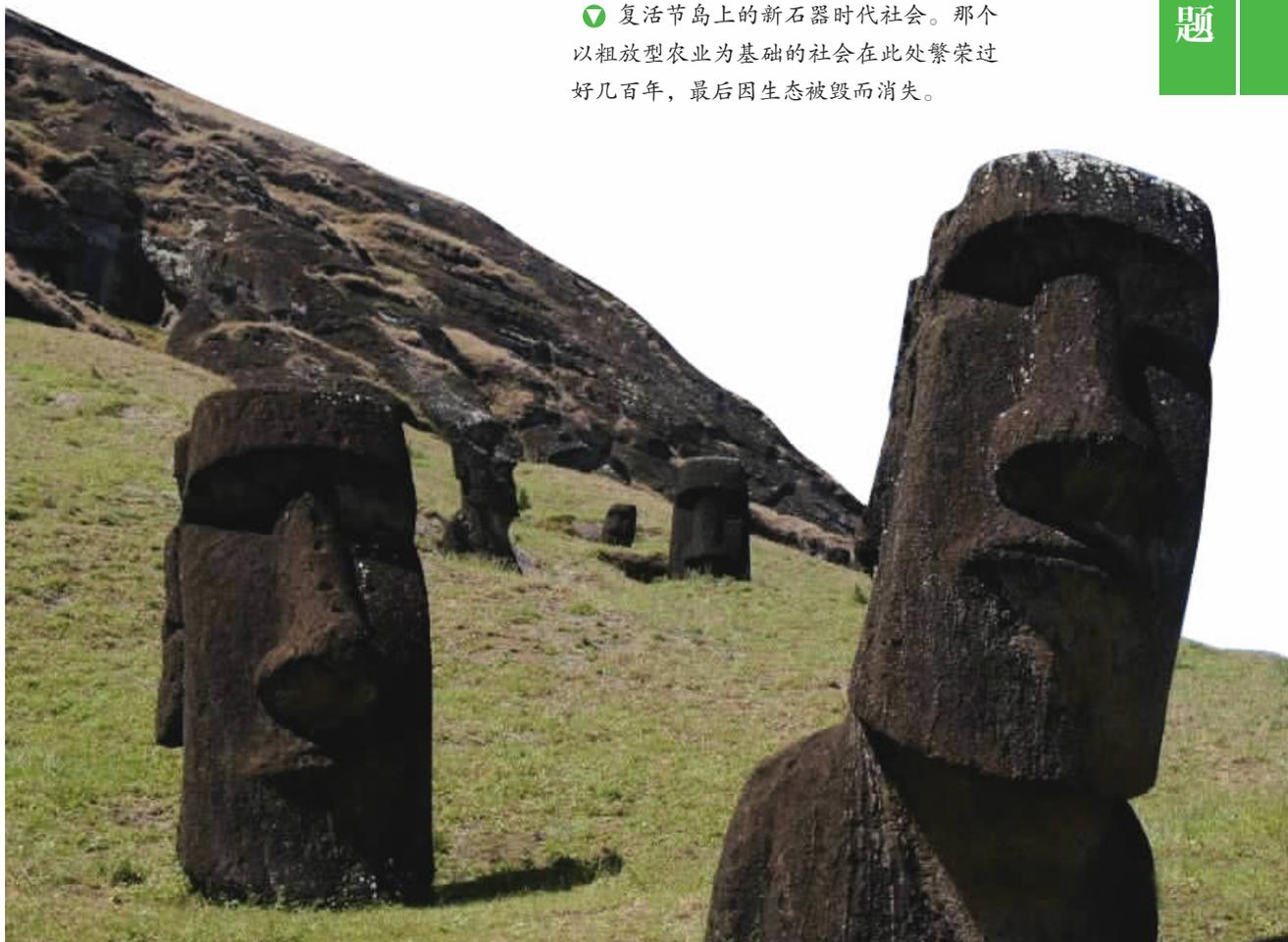
了一种科学探索，它们反映出当时的人们对天象运动规律性的种种理解，也必定存在着对自然的长期而系统的关注。尽管守护巨石阵的肯定是一些宗教长者、正宗门人或祭司一类有知识的人，恐怕也不能因此就说各处的巨石遗迹提供了证据，表明那时已经有了某种类型的专业天文学家，或者已经有了在后来第一批文明出现以后才有的那种天文学研究。毋宁说，巨石阵是一个巨大的天象仪或者时钟，当时人们用它来跟踪主要天体——可能还有一些恒星——的十分明显的运动。此外，巨石阵肯定还被用作反映季节更替的日历，其精确度和可靠性可以达到一天。作为日历，巨石阵可以用来标记太阳年，甚至把太阳的年运动与月亮的更为复杂的周期性运动协调起来。它甚至可能用以预言日月食，不过，真这样预言过的可能性并不太大。如果仅限于上述这些应用范围，亦即仅限于系统地观察天体，掌握太阳和月亮如

▲ 从巨石阵看夏至日太阳升起。在夏至日（6月21日）的早晨，太阳正好在巨石阵的主轴线方向升起，就像安放在标石的顶上。

时钟般的运动，取得对年月日的理性支配，那么，我们就可以谈论甚至必须谈到巨石阵的新石器时代的“天文学”。天文学的进一步发展，还有待于文字的出现，有待于在集权的官僚政府支持下聚集起一批专家来从事专职研究。不过，在达到那样的发展以前，长时期以来，一直是新石器时代的农民在系统地考察头顶上的这片天空。

在地球的另一侧，复活节岛（又叫拉帕努伊岛）上矗立着醒目的巨大石像，在为同样力量的辉煌默默作证。复活节岛非常小，也非常孤立：仅为约 120 平方千米的弹丸之地，位于南美洲西面约 2250 千米处，距最近的有人居住的太平洋岛屿也有约 1450 千米。波利尼西亚人于公元 300 年后的某个时候漂洋过海来到复活节岛，以种植甜薯、在亚热带棕榈树林中采集和在多产的海里捕鱼谋生，逐渐兴旺发达起来。他们的经济属于定居的旧石器时代经济或者简单的新石器时代经济。当地资源十分丰富，即使人口增长率很低，但经过 1000 多年的发展，基本人口仍然不可避免地膨胀了起来，

❶ 复活节岛上的新石器时代社会。那个以粗放型农业为基础的社会在此处繁荣过好几百年，最后因生态被毁而消失。

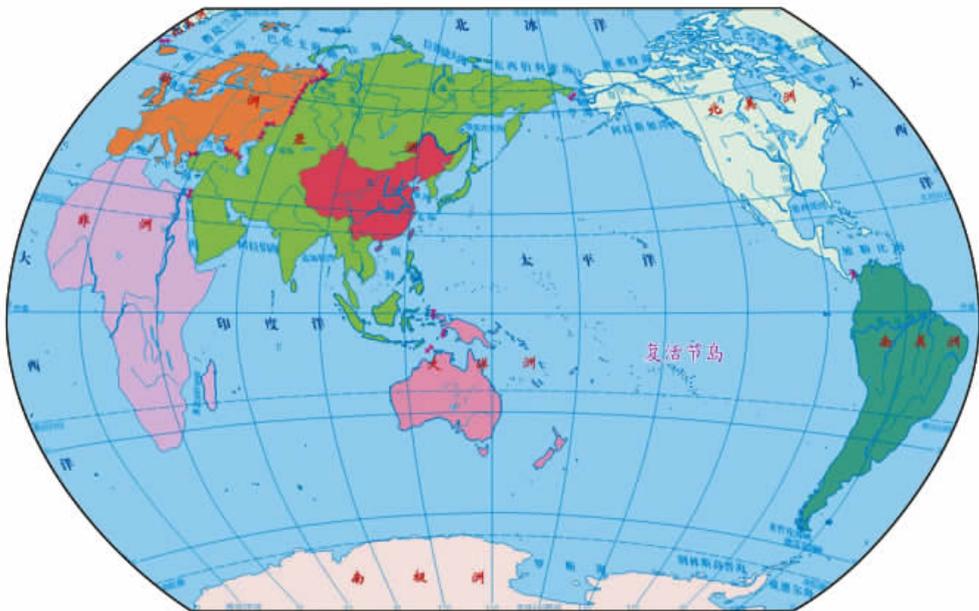


到公元 1200—500 年该文化的鼎盛时期，当地人口已达到 7000—9000 人。（有专家估计其人口超过 20000 人）

岛上的居民雕刻和竖起了 250 多尊纪念碑一样的摩阿仪石像，安放在巨大的石基座上，个个面向大海。值得注意的是，这些石基座安放的方位也隐含了某种天文学含义。看见它们，立即会使人联想到建造英国的巨石阵或者中美洲奥尔梅克巨石头雕的那些古人的伟大杰作。复活节岛上普通的一尊摩阿仪石像就有约 3.6 米高，重量接近 14 吨。它们须在陆地上搬运约 9.7 千米，要有 5570 个壮汉才能搬动。有少数巨大的雕像，高度近约 9 米，重达 90 吨。另有几百尊雕像——有些显然还要大得多——躺在采石场，尚未完工。从现场看来，一切建造活动是在突然间被打断的。在这个偏僻的复活节岛上，树木全被伐光，因为原来居住在这里的岛民需要大量烧柴，还需要树木来制造独木舟。没有独木舟，他们就无法出海去捕捉他们的主食——海豚和

在复活节岛的鼎盛期，这里建造起许多被称为“摩阿仪”的巨石雕像，其规模与巨石阵及其他典型的新石器时代的标志性公共建筑相当。





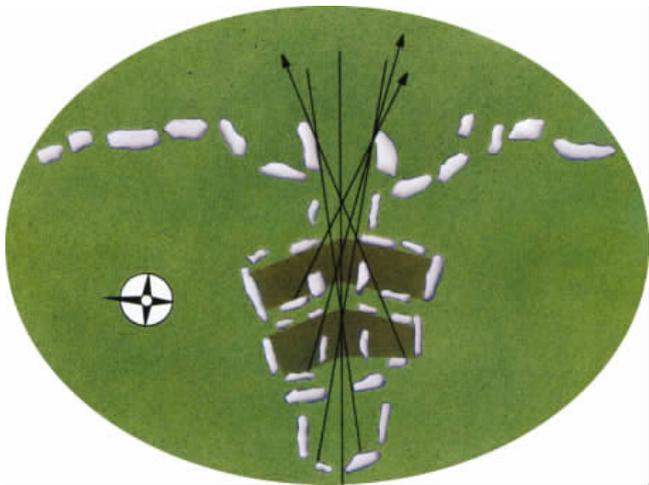
金枪鱼。到 1500 年时，棕榈树已被砍光，自然生长的鸟类也随之绝迹。那时，人口压力已极具毁灭性，岛民们不得不大量养鸡，甚至食人肉、吃老鼠。人口数量一下子又锐减了下来，也许只有以前的十分之一。欧洲人在 1722 年“发现”的，就是这些可怜的幸存者。到 1887 年，岛上仅存有 100 个活人。这个原始岛屿上的物产提供了丰富的资源，那里也曾经进化出一种典型的新石器时代（或者定居的旧石器时代）的人类社会。然而，人们的贪得无厌和小岛狭窄的生态环境，使得在那里原本进化起来的擅长石工、膜拜上天和燃烧柴火的文化在劫难逃，终不得延续。

一般说来，通过观察太阳和月亮，世界各地的新石器时代的人们都建造过一些标志物——通常为地平标志物，用来监测太阳和月亮在天空的周期性运动，据此计算流逝的年时和季节，提供对于农民社会极有价值的信息。在某些情形，他们还建造出非常精致而又代价高昂的用来推算一年中的时间和

▲ 复活节岛。这块孤立的小岛位于南太平洋，距南美海岸约 2250 千米，距西面最近的有人居住的岛屿约 1450 千米。波利尼西亚航海家多半利用了星图导航，再凭着他们对风和洋流变化的了解，于公元 300 年前后到达这里。欧洲人在 1722 年才“发现”这个小岛。

预告节气的装置，那当然只有在比较富庶的地方和有了更多的剩余财富后才会有此可能。

在巨石阵建造之前，更在复活节岛上有人定居和遭受劫难很久以前，在某些环境不大好的地方，增长的人口甚至对新石器时代已经大为扩展的资源终于也构成了压力，从而在埃及、美索不达米亚和其他一些地区，为人类社会生活方式的一场伟大的技术变革——城市文明的到来——设置好了舞台。



◀ 英格兰威尔特郡西肯耐特的墓穴。其光线被石头的边缘和表面所限制，因此与星星和月亮在一年的特定时间内对应排列。



阅读提示

本文选自《世界史上的科学技术》，王鸣阳译，上海科技教育出版社2003年版。

英格兰的巨石阵和复活节岛上的巨大石像，都是令人叹为观止的名胜古迹。你以后有机会周游世界时一定得去看看。作者说它们是产生于新石器时代的天文学建筑（注意：说得有根有据！），看来人类最早的科学的确是天文学，是人类仰望天空产生的科学。想象一下新石器时代的人面向星空的感觉吧！——人类的智力刚刚“觉醒”，而文明的进程也才刚刚开始，星空之下的大地还全是荒野……这样吧，你就想象一下你自己独自站在月球上仰望星空，那会是一种什么样的感觉？参看《天空是一个大日历》一文及所附“阅读提示”。